تحلیل سازه ها-۱

مدرس: میثم طالبی

1

Subject : Date :

تحلیل سازه

هدف: بررسی و مطالعه رفتار سازه‌های مختلفی که سر و کار دارد

منابع لاتین

1. Elementary Structural Analysis by: Norris. w. Ibar

2. " theory of Structurey by: Yuan Yu Hsich

3. Structural Analysis by Lourson

4. " " and Behavior by. Arbabi

فارسی

۱. تحلیل سازه‌ها شاپور طاحونی

2. " " حمت الله عادلی

3. " " علی کاوه

4. " " رحیمیان

سرفصل‌ها

1- سیستم‌ها و عزم‌های سازه‌ای (پایداری)

2- نمودارهای نیروهای داخلی

3- سازه‌های مفصلی

4- خطوط تاثیر در سازه‌های معین

5- محاسبه تغییر مکان‌ها

6- تحلیل سازه‌های نامعین

میانی عزم 30٪
پایانی عزم 50٪
کنیز 10٪
تکالیف حضور کلاسی 10٪

DATA BANK

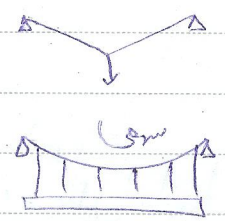
Subject : Date :

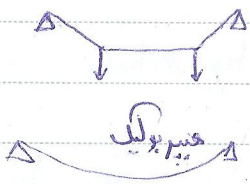
سازه، عبارتست از هر چیزی که ساخته شده باشد

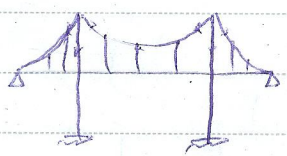
رفتار سازه: 1- مقاوری که از آن انتظاری رود را برآورده کند
2- سازه‌ای است با اطمینان و ایمنی کامل بارها را تحمل کند

انواع سازه: - سازه‌های کابلی یا کششی ← برای پوشش دهانه‌های بزرگ
- شکل هندسی ← تابع بارگذاری

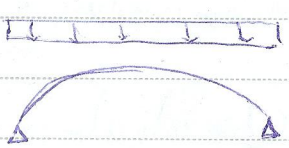
خصوصیات:
- فولاد مصرفی ← پرمقاومت
- پایداری



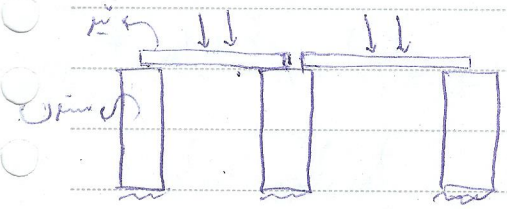




- سازه‌های قوسی ← انتقال نیرو به شکل فشار



- سازه‌های تیر و ستون



ستون: عضوی که بار عمدتاً محوری را منتقل می‌کند
یا کششی یا فشاری

تیر: عضوی که نیرو عمدتاً برشی را منتقل می‌کند. رفتار یک تیر عمدتاً خمشی است

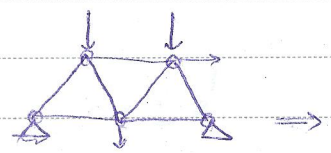
2

Subject : Date :

- سازه های مفصلی

۱- نیرو در اعضای خود به صورت محوری عمل می کند

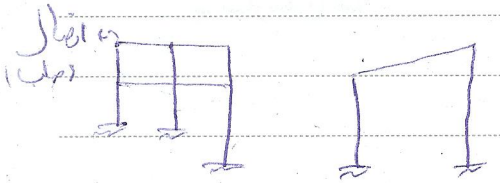
2- اعضا در نقاطی به هم متصل اند که مفصل یا گره نامیده می شوند



3- اعمال نیرو از طریق گره ها صورت می گیرد

- سطح
- نهایی

- قاب ها



اعضا زانو دستون را با هم دارند

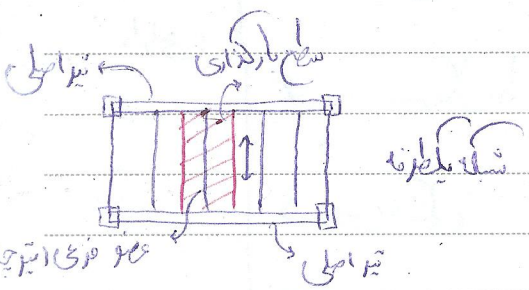
۱- نیروی به صورت خمشی و محوری

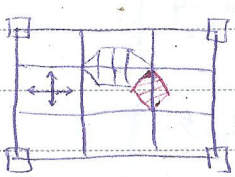
2- اعضا در نقاطی به هم متصل اند که اتصال صلب نامیده می شوند

3- اعمال نیرو هم از هر نقطه دلخواه امکان پذیر است

هرگاه تیرها و ستون ها را به هم متصل کنیم قاب تشکیل می شود

- شبکه ها هرگاه تیرها را به هم متصل کنیم





شبکه دو طرفه

Subject : Date :

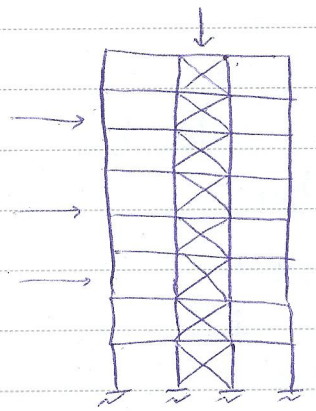
- دال‌ها و صفحات plate گسترش تیر

- پوسته shell از گسترش قوس‌ها ایجاد می‌شود کندی شکل

- صفحات تاشده folded plate

- پی‌ها ارتباط دهنده سازه با خاک

- سازه‌های بلند



طراحی

1- محاسبه تنش‌ها و کنترل آن‌ها با تنش‌های مجاز

2- تغییر مکان‌ها و کنترل تغییر شکل‌ها

3- بررسی خستگی

4- ایستایی و پایداری

5- راستی

6- بررسی مصالح مصرفی

DATA BANK

3

Subject : Date :

اهداف چهارگانه در تحلیل سازه ها

۱- تعیین عکس العمل های سازه

۲- تعیین نیروهای داخلی

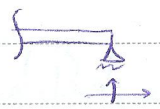
۳ - بررسی پایداری

۴ - محاسبه تغییر مکان ها

تکیه گاه ها : برای اینکه سازه تحت تاثیر نیروهای خارجی حرکت نکند باید توسط تکیه هایی به محیط متصل شود که به آن تکیه گاه گویند

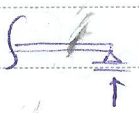
۱- تکیه گاه مفصلی (لولائی)

Hinged S



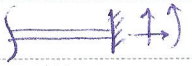
۲- تکیه گاه غلتکی

Roller S



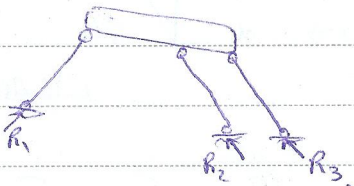
۳- تکیه گاه گیردار

Fixed S.



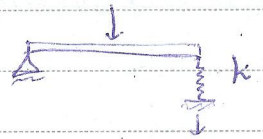
۴- تکیه گاه میله ای

link S.

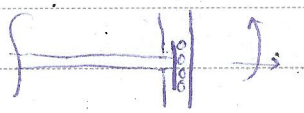


۵- تکیه گاه فنری (ارتجاعی)

Elastic S.

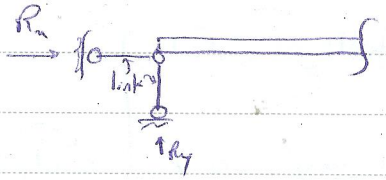


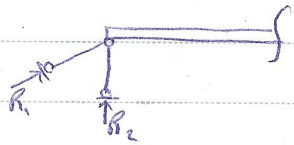
۶- تکیه گاه گیردار غلتکی



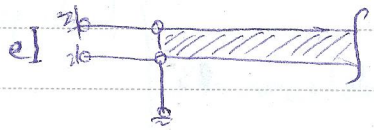
Subject : Date :

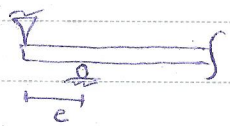
۷. تکیه گاه مفصلی

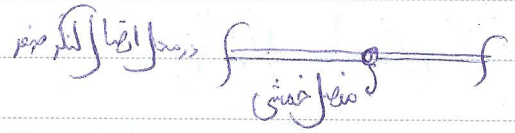


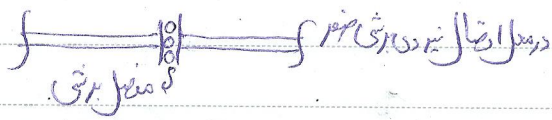


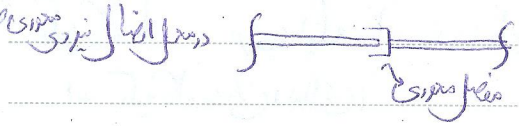
۸. گیردار











شرایط ایستایی سازه :

سازه وقتی در حال تعادل است که برآیند نیروها و لنگرهای وارد بر آن صفر باشد

↓

وقتی سازه در حال تعادل است اجزای تشکیل دهنده آن نیز در حال تعادل است

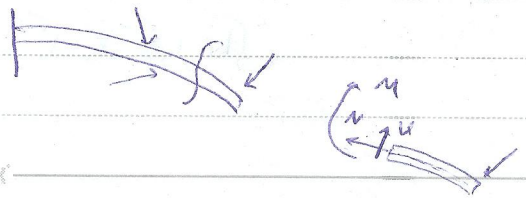
شرط لازم و کافی برای تعادل یک جسم مسطح

$\Sigma F_x = 0$
$\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M = 0$

$\Sigma M_A = 0$
$\Sigma M_B = 0$ ⇝ x ⊥ AB
$\Sigma F_x = 0$ استاد x عمود بر AB نباشد

$\Sigma M_A = 0$
$\Sigma M_B = 0$ نباید روی یک خط قرار گیرند A, B, C
$\Sigma M_C = 0$

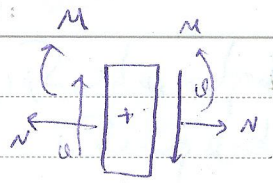
نیروهای داخلی



DATA BANK

4

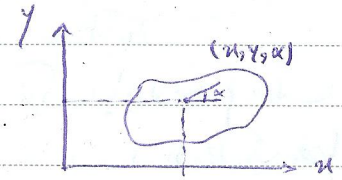
Subject : Date :



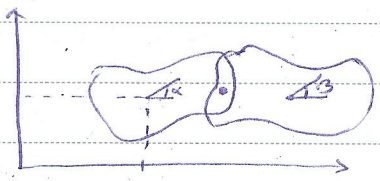
- نیروی محوری مثبت عضو را به کشش وا می دارد
- برش مثبت عضو را در جهت عقربه های ساعت می چرخاند
- خمش مثبت تارهای بالای را به فشار و تارهای پایینی را به کشش وا می دارد

پایداری سازه ها

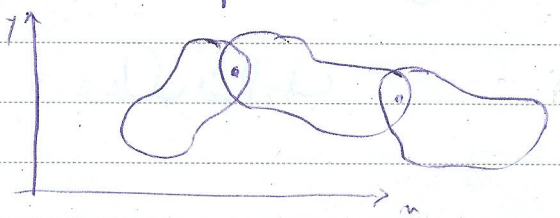
۱- یک سازه روی صفحه کاغذ دارای ۳ درجه آزادی است



۲- اگر دو جسم را به هم لولا کنیم ۴ درجه آزادی دارد

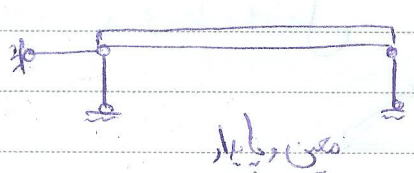


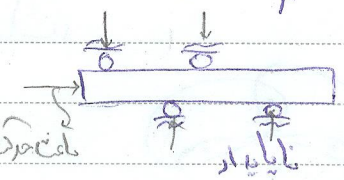
n جسم به هم لولا شده دارای $2n+1$ درجه آزادی است ، n جسم یا یک نقطه به هم لولا شوند

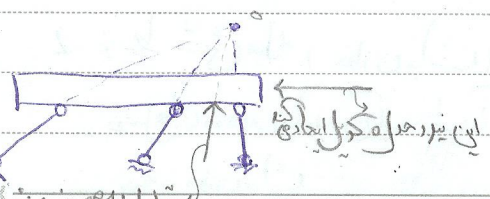


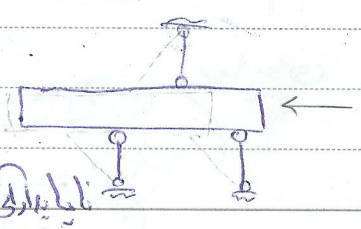
برای پایدار کردن جسمی که از نظر اجزای داخلی درست مفصل شده باشد برای پایدار کردن آن

۳ تکیه گاه نیاز داریم که این ۳ باید موازی یا متقارب باشند









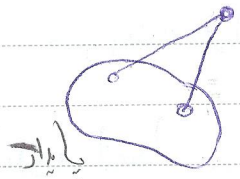
ناپایداری نیز متفاوتی باشد زیرا ماهیت گسیختگی سازه می باشد

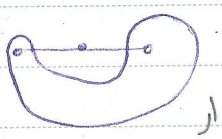
DATA BANK

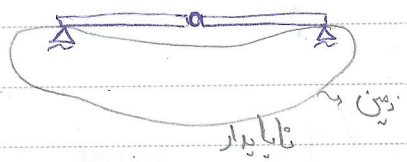
Subject : Date :

قوانین ترکیب پایدار اجسام صلب

۱- یک جسم توسط دو میله یا یک گره متصل می‌شود (این دو در یک راستا نباشند)

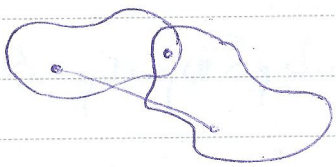






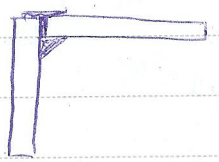
ترکیب پایدار دو جسم صلب

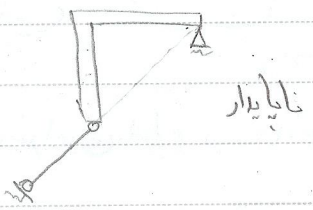
۱- توسط یک مفصل و یک میله (امتداد میله از مفصل نگذرد)



2- توسط سه میله (موازی و متقارب نباشند)

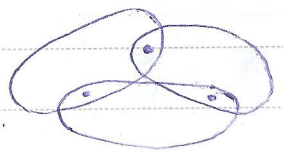
3- توسط یک اتصال صلب





ترکیب پایدار سه جسم صلب

۱- توسط سه مفصل (در یک راستا نباشند)

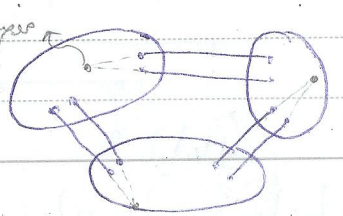




2- توسط شش میله (موازی نباشند)

مفصل‌های موهومی نباید روی یک خط قرار بگیرند

دو به دو موازی نباشند

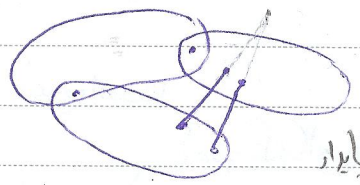


DATA BANK

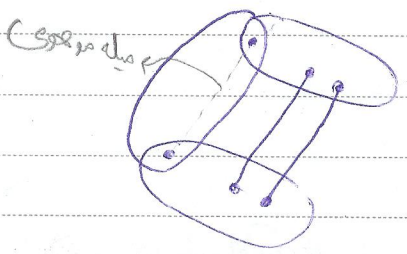
5

Subject : Date :

۳- توسط ترکیبی از میله‌ها و مفصل‌ها هر دو جسم را با یک مفصل و یا یک میله به هم متصل کنید؛ مفصل‌ها مرهوی و واقع در یک امتداد نباشند

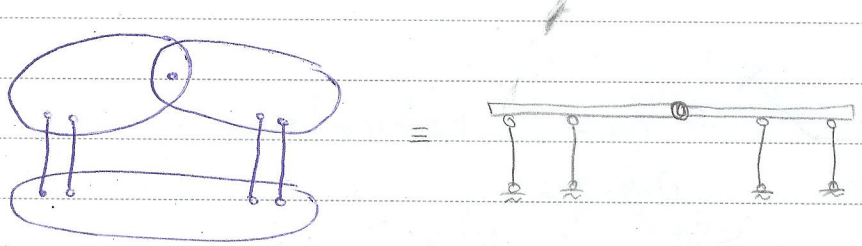


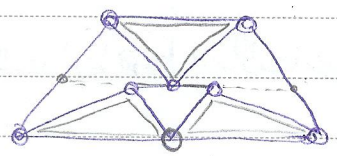
نایایدار



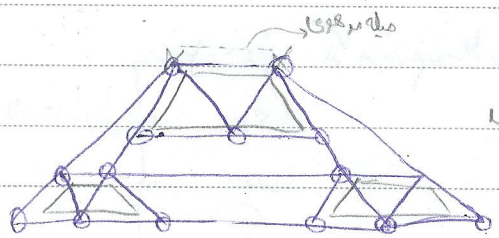
اگر در میله، میله مرهوی موازی یا متقارب باشند جسم پایدار نیست

هر جسمی که در آن مفصل باشد معنای یک میله تلقی می‌شود





سه مفصل در یک راستا نباشند درنتیجه جسم پایدار است



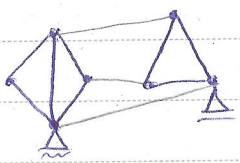
اگر سه میله در یک راستا باشند جسم ناپایدار است

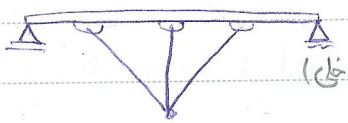
Subject : Date :

سازه‌های معین و نامعین :

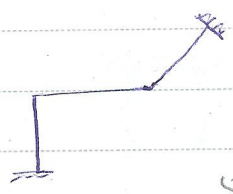
اگر نیروهای تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی را بتوانیم با استفاده از روابط تعادل بدست آوریم، سازه معین است و در غیر اینصورت نامعین است

نامعین ← تکیه‌گاهی
نامعین ← داخلی
نامعین ← هردو





یک جسم توسط دو میله به یک گره متصل می‌شود ← یک درجه نامعینی (داخلی)



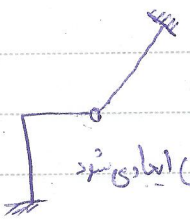
یک درجه نامعینی (خارجی)

$n = 3$

$n = 6 - 3 = 3$

۶ مجهولات ← ۳ معادلات تعادل + معادلات شرطی

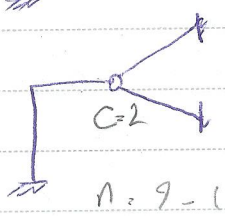
معادلات شرطی توسط اتصالات مفصلی بدست می‌آید



$n = 6 - (3+1) = 2$

مفصل خمشی : اگر m جسم توسط مفصل خمشی متصل شوند ← $m-1$ معادله شرطی ایجاد می‌شود

معادلات شرطی ← برشی
معادلات شرطی ← محوری
معادلات شرطی ← لنگری

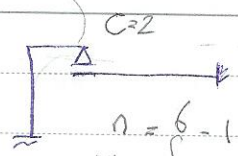


$C = 2$

$n = 9 - (3 \times 2) = 4$

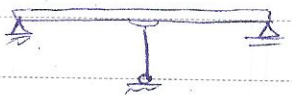
6

Subject : Date :

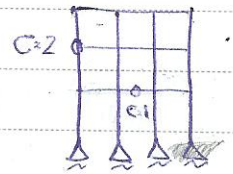


$n = 6 - (3+2) = 1$ مجهولات خارجی

مجهولات ← خارجی
داخلی ← توسط میله‌ها
حلقه‌های بسته

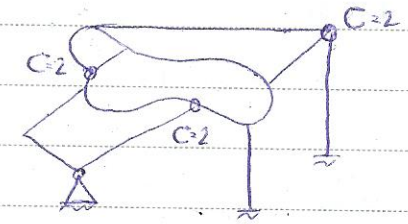






مجهولات $= 9 \times 6 \times 3 = 27$ (حلقه)

$n = 27 - (3+2+1) = 21$ (شرط تعادل)



مجهولات ← تکیه‌گاهی 8
حلقه‌ها 4×3

معادلات ← 3
شرط 6

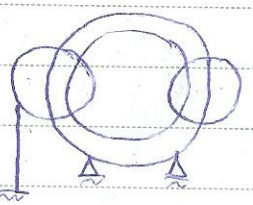
$n = 20 - 9 = 11$



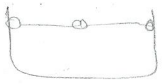
سازه‌های باز ← مجهولات تکیه‌گاهی

معایب مجهولات

سازه‌های بسته ← مجهولات تکیه‌گاهی، داخلی

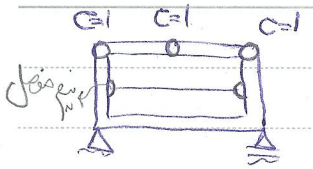


مجهولات تکیه‌گاهی = 7
حلقه‌ها = 9×3
$n = 31$



Subject : Date :

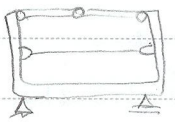




شرط معادله

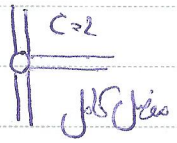
$n = (3+3+1) - (3+3)$

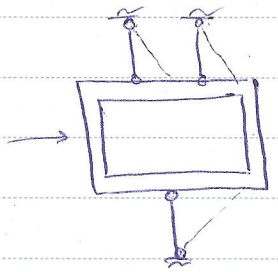
$= 1$



نایایدار

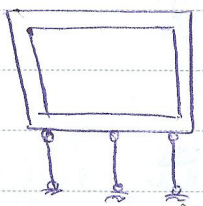






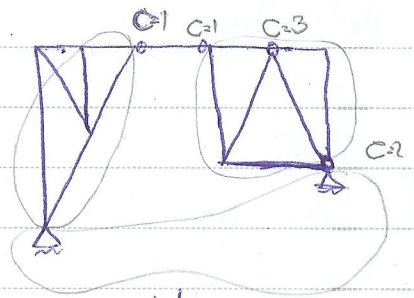
$n = 3$

نایایدار ذاتی



نایایدار

اگر سازه نایایدار باشد دیگر حالت نامعین معنی نیست

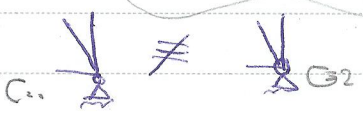


مجهولات $= 4 + 6 \times 3 = 22$

معادلات $= 3 + (3+1+1+2) = 10$

$n = 22 - 10 = 12$

نایایدار



بررسی پایداری خرپاها

۱- روش تحقیق و جستجو

r مجهولات تکیه گاهی

b تعداد اعضا

2J معادلات

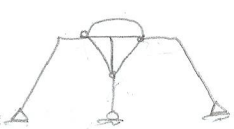
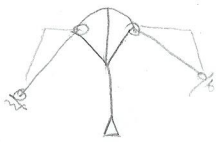
تعداد گره‌ها

$b + r < 2J \Rightarrow$ نایایدار

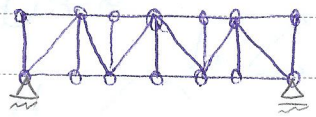
$b + r > 2J \Rightarrow$ نامعین

$b + r = 2J \Rightarrow$ به شرط آنکه از نظر هندسی پایدار یا نامعین است

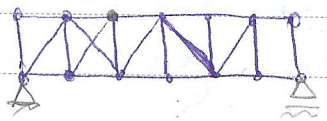
7

Subject : Date :



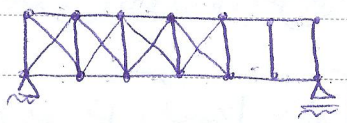
$b+r=2j$ پایدار و معین



$b+r>2j$ نایایدار



$b+r=2j$ نامعین



$b+r<2j$ نایایدار

روش دترمینان ضرایب:

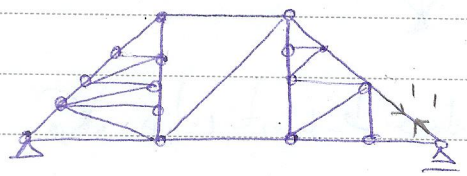
در هر گره $\sum F_x=0$, $\sum F_y=0$ ⇐ کل معادلات را به هم بصورت ماتریسی می نویسیم ← دترمینان ضرایب $\neq 0$ شرط پایداری

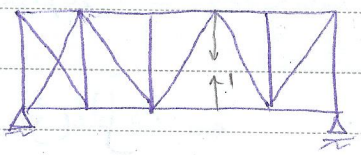
روش با صفر:

۱ یک نیرو واحد، نیر صفر، به یک عضو دلخواه می کنیم سپس نیروهای اعضای دیگر را بدست می آوریم

* اگر تناقض نیستیم سازه پایدار است

اگر تناقض نیستیم سازه نایایدار است





Subject : Date :

تحلیل خرپاها

تشخیص اعضا با مجهول و صفر نیروی و غیره

روش تعادل گره
روش مقاطع
خرپاها ساده
مرکب ← ترکیبی از دو روش
غیرمتعارف ← ترکیبی از دو روش و روش هندسی

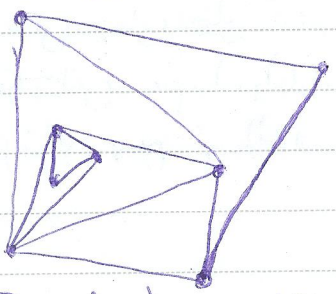
- دو عضوی که یک گره وصل می شوند اگر نیروی خارجی نباشد نیروی داخلی در هر دو صفر است

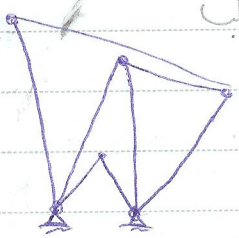
- سه عضو متصل به یک مفصل به طوری که دو عضو در یک امتداد باشند نیروی داخلی عضو سوم صفر است
به شرط عدم وجود نیروی خارجی

- اگر چهار عضو در یک گره دو به دو در یک راستا و هم متصل باشند و نیروی خارجی موجود نباشد نیروی داخلی اعضا دو به دو با هم برابرند

عضوهای صفر نیرویی را می توان از خرپا حذف کرد

هر گاه یک زیر مجموعه مثلثی شکل توسط دو میله و مفصل توسعه یابد یک خرپای ساده را تشکیل می دهند
(یا زیر مجموعه مثلث)





هر گاه دو خرپای ساده توسط 3 میله غیر موازی و غیر متقارب با هم متصل شوند خرپای حاصل مرکب است

هر خرپایی که ساده و مرکب نباشد خرپای غیر متعارف است

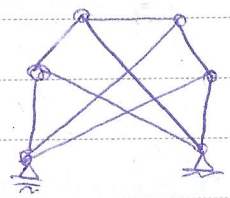
روش تعادل گره ← در این روش از گره ای شروع می کنیم که تعداد مجهولات بیش از 2 نباشد ← $\Sigma F_{x=0}$ $\Sigma F_{y=0}$

8

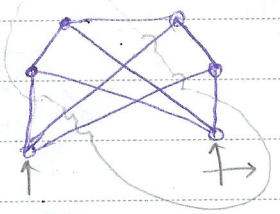
Subject : Date :

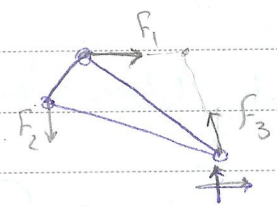
روش تعادل مقطع : مقطعی را انتخاب می کنیم که حتی المقدور بیش از 3 مجهول نداشته باشد

$\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M_0 = 0$



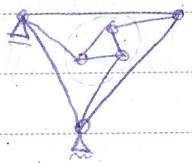
معین یا ناپایدار و مرکب

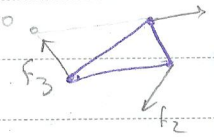




$\Sigma M_0 = 0$

$F_2 =$

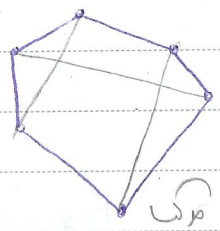




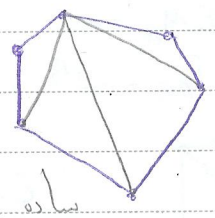
$\Sigma M_0 = 0$

$F_2 =$

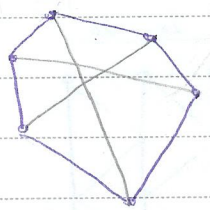
۹ تعادل مقطع حداقل باید شامل 3 عضو باشد



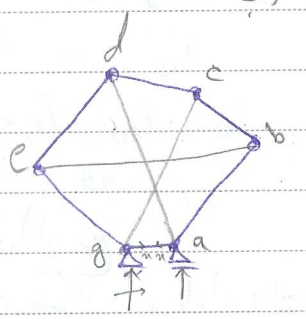
مرکب



ساده



تعریف تعادل گره



a. تعادل f_{ab} , f_{ad} ← ناشی از

b تعادل f_{be} , f_{bc} ← " "

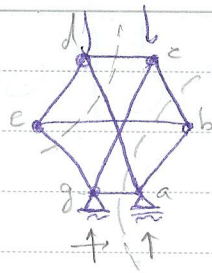
c تعادل f_{cg} , f_{cd} ← " "

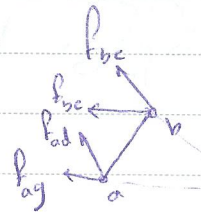
d تعادل f_{da} , f_{de} ← " "

$f_{ad} = f_{da}$ ← در راستای عضو

Subject : Date :

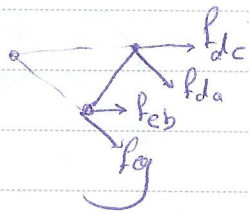
تعادل گره





$\sum M_o = 0$

$\Rightarrow f_{be}, f_{ad}$ تا این دو میله آیا



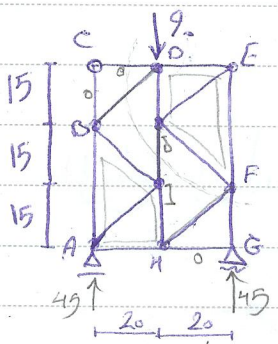
$\sum M_o = 0$

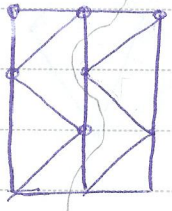
f_{da}, f_{eb} تا این دو میله آیا

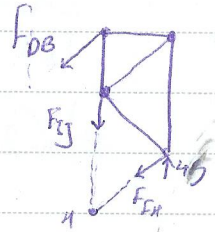
از حل دو معادله دو مجهولی f_{ad} و f_{be} بدست آیا

روش هنبرگ

مثال: تحلیل خرپای مرتب

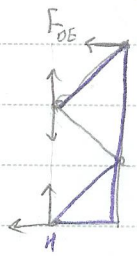






$\sum M_H = 0$

$F_{DB} = -25$



$\sum M_H = 0$ $F_{AH} = 20$

$F_{DE} = -20$ $F_{AI} = -25$

$F_{BI} = -F_{BD} = -F_{AI} = F_{EJ} = -F_{FJ} = F_{FH} = 25$

$F_{GF} = -45$

تحلیل خرپاهای بزرگ

روش هنبرگ ← براساس اصل انطباق یا اصل سوپر پوزیشن استوار است

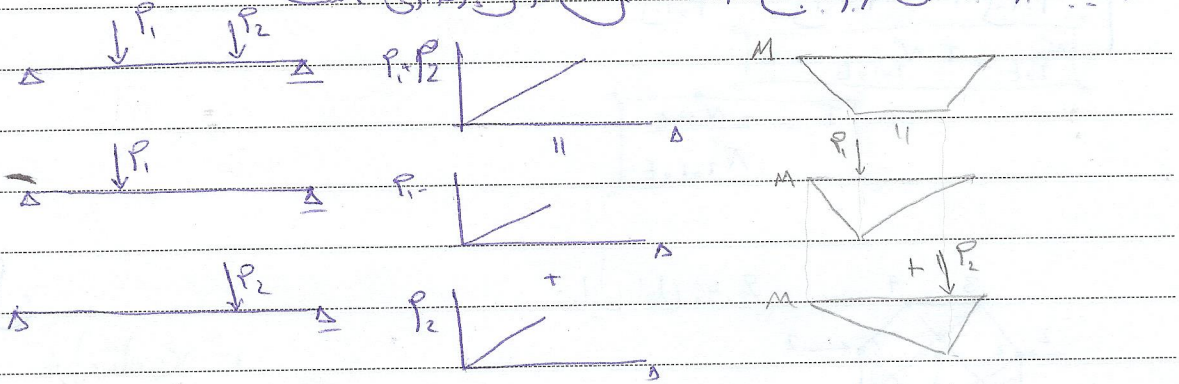
در یک سازه چنانچه اثرات بارگذاری با خود بارگذاری رابطه خطی داشته باشد می‌توان نتیجه گرفت که مجموع اثرات

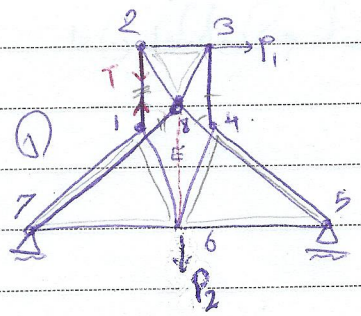
DATA BANK

9

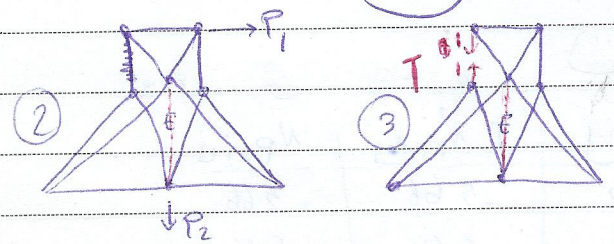
Subject:
Year. Month. Date. ( )

در شیوه اجزا بارگذاری برابر با جمع اثرات حاصل از تک بارگذاری است





جابجایی میله باید خرپایی فرضی را به یک خرپای ساده پیش و پایدار تبدیل کند



$$N_{E①} = N_{E②} + T N_{E③} = 0$$

$$T = \frac{-N_{E②}}{N_{E③}}$$

$$N_{E③} \neq 0$$

اگر $N_{E③}$ برابر صفر شد جابجایی میله نامعین بوده و خرپایی پایدار و معین داریم

در این روش تحلیل خرپایی فرضی به تحلیل دو خرپای ساده تبدیل می‌شود

نیروی اعضای خرپای تبدیل یافته با اثر P_1 : $N^{\circ}_{P_1}$

نیروی اعضای خرپای تبدیل یافته با اثر واحد : $N^{\circ}_{1\,or\,1}$

نیروی اعضای خرپای اصلی : $N_{P_2=1}$

TABAN

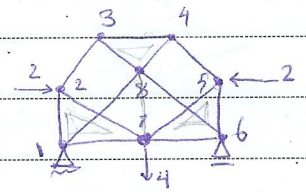
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\begin{cases} N^{\circ}_{P,1-j} + T\,N^{\circ}_{T=1,1-j} = N_{P,1-j} \\ N^{\circ}_{P,E} + T\,N^{\circ}_{T=1,E} = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{T = -\frac{N^{\circ}_{P,E}}{N^{\circ}_{T=1,E}}}$$

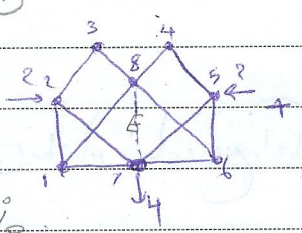
مثال:

خریا مستقر است.

میله‌ی با اعضای کنیم کدام یک هم نخورد

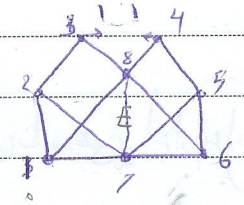


$N_{P,1-j}$



$N^{\circ}_{P,1-j}$

$+ T$



$N^{\circ}_{T=1,1-j}$

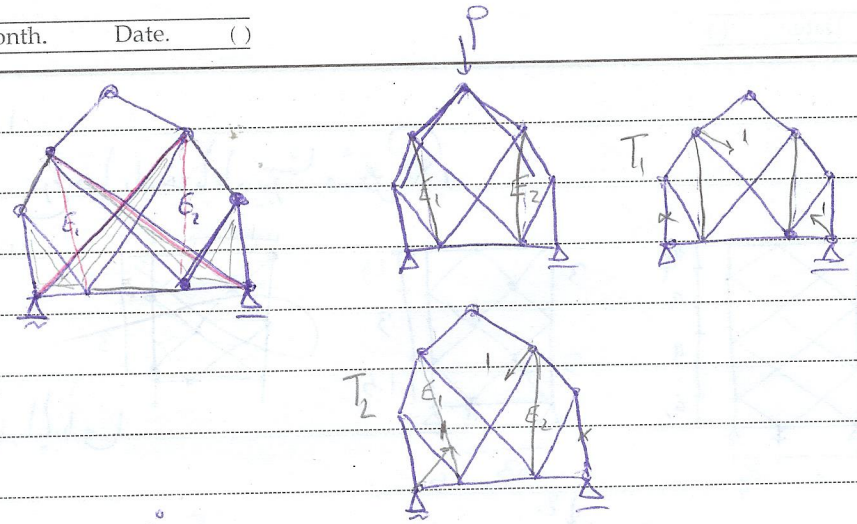
میله	② $N^{\circ}_{P,1-j}$	③ $N^{\circ}_{T=1,1-j}$	④ $= T\,③$ $T\,N^{\circ}_{T=1,1-j}$	⑤ $= 2+④$ $N_{P,1-j}$
2-3, 4-5	0	0.707	-5.66	-5.66
3-8, 4-8	0	-0.707	5.66	5.66
1-2, 5-6	2	1	-8	-6
1-7, 6-7	4	1	-8	-4
1-8, 8-6	-5.63	-1.414	11.31	5.66
2-7, 5-7	$-2\sqrt{2}$	-0.707	5.66	2.83
7-8	8	1	-8	0

$$T = -\frac{N^{\circ}_{P,E}}{N_{T=1,E}} = \frac{-8}{1} = -8 = N_{P,3-4}$$

TABAN

10

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$$N^{\circ}_{T_1=1,\xi_1} = N^{\circ}_{T_2=1,\xi_2}$$
$$N^{\circ}_{T_1=1,\xi_2} = N^{\circ}_{T_2=1,\xi_1}$$

$$\begin{cases} N^{\circ}_{P,\xi_1} + N^{\circ}_{T=1,\xi_1} + T_1 N^{\circ}_{T_1=1,\xi_1} + T_2 N^{\circ}_{T_2=1,\xi_1} = 0 \\ N^{\circ}_{P,\xi_2} + T_1 N^{\circ}_{T_1=1,\xi_2} + T_2 N^{\circ}_{T_2=1,\xi_2} = 0 \end{cases}$$

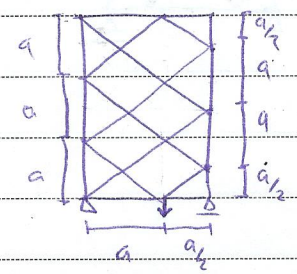
$$N_{P,\xi} \begin{bmatrix} N^{\circ}_{T_1=1,\xi_1} & N^{\circ}_{T_2=1,\xi_1} \\ N^{\circ}_{T_1=1,\xi_2} & N^{\circ}_{T_2=1,\xi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} N^{\circ}_{P,\xi_1} \\ N^{\circ}_{P,\xi_2} \end{bmatrix}$$

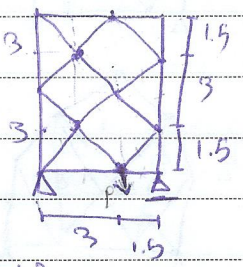
اگر دقیقا برابر صفر شود حرکت
تبدیل یافته نامیده است

Subject:
Year. Month. Date. ( )

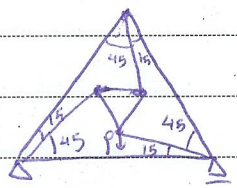
تمرین ۱

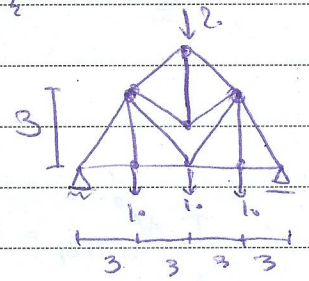
مسئله ۱: نوع خرپا را در خرپاهای زیر مشخص کنید

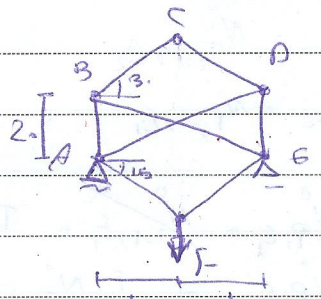




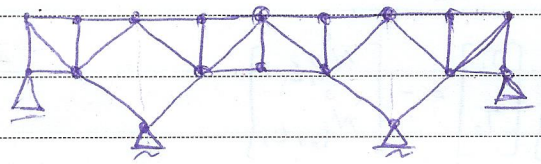
نوع خرپا
پایداری و ناپایداری
تحلیل







۳- پایداری خرپا را تحقیق کنید
(روش: با صبر تحقیق دستور)



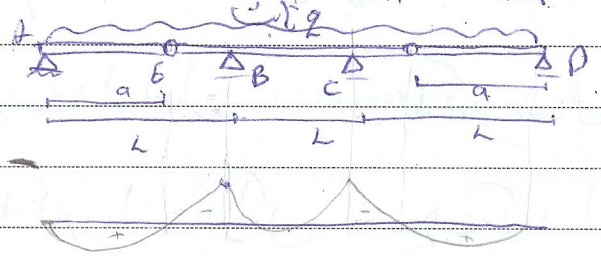
TABAN

12

Subject:
Year. Month. Date.

مثال ۵: در تیر شکل زیر a را طوری بدست آورید که $|M|_{max} = M^+_{max}$ مساوی باشند

a را طوری بدست آورید که نیاز به تیرکمان نباشد



$$M_B = 0 \Rightarrow R_A a - \frac{qa^2}{2} = 0 \Rightarrow R_A = \frac{qa}{2}$$

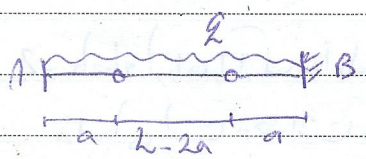
$$V_x = R_A - qx \Rightarrow V_x = 0 \Rightarrow x = \frac{R_A}{q} = \frac{a}{2}$$

$$M^+_{max} = R_A \frac{a}{2} - \frac{q(\frac{a}{2})^2}{2} = \frac{qa^2}{8}$$

$$|M| = \left|R_A L - \frac{qL^2}{2}\right| = \frac{qL^2}{2} - \frac{qLa}{2}$$

$$\frac{qa^2}{8} = \frac{qL^2}{2} - \frac{qaL}{2}$$

$$\Rightarrow a = 0.8282L$$



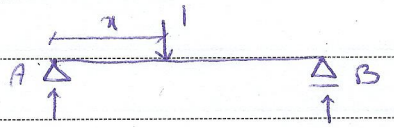
TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

رسم خطوط تاثیر در سازه‌های معین، در طراحی سازه‌هایی که تحت تاثیر بارهای در حال حرکت قرار می‌گیرند موقعیت نامساعد باری بایست مورد توجه قرار گیرد برای این منظور خط تاثیر مورد توجه می‌باشد

خط تاثیر: عبارتست از دیاگرامی که تغییرات یکی از مقادیر نیروهای برشی محوری لنگر خمشی عکس العمل‌ها و تغییر شکل را در یک نقطه از سازه در اثر حرکت یک واحد در طول سازه نشان می‌دهد

خط تاثیر در سازه‌های معین، دو نوع خط تاثیر تغییر شکل نقیه خط هستند
لـ نامعین به همگی منحنی می‌باشند



عکس العمل‌ها تابع درجه 1 از x خواهند شد
نیروهای داخلی سازه تابعی از عکس العمل است

روش ترسیم خطوط تاثیر

1- یک واحد را در نقاط مختلف سازه قرار می‌دهیم و مقدار پارامتر مورد نظر را محاسبه کرده و سپس آن را رسم می‌کنیم

2- فاصله یک واحد از یک مبدأ دلخواه x فرض می‌کنیم، مقدار تابع را برحسب x محاسبه می‌کنیم
در اینجا بایست توجه داشت که با عبور یک واحد از نقاط کلیدی (مفصل - عکس العمل - محل اعمال خدحسی) تابع معلق است عوض شود

3- می‌توان با کمک تجربه نقاط مهم پیوستگی و یا تغییر شیب را تشخیص داد و یک واحد را در آن جا قرار داده مقدار تابع را محاسبه کرد

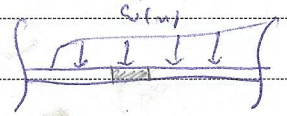
TABAN

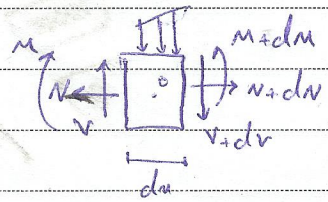
جلسه 11

Subject:

Year. Month. Date. ( )

تحلیل تیرها و کابل‌های معین:





$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V - (V + dV) - \omega(x)\,dx = 0$$

$$\frac{dV}{dx} = -\omega(x) \quad (1)$$

$$\Sigma M_0 = 0 \Rightarrow M - (M + dM) + V\frac{dx}{2} + (V + dV)\frac{dx}{2} = 0$$

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (2)$$

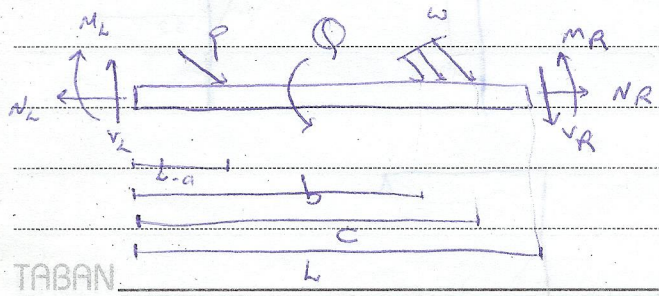
$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} = -\omega(x) \quad (3)$$

برش:

- در قسمت بدون بار خارجی شیب منحنی صفر است
- در قسمت با بار گسترده یکنواخت شیب منحنی برش ثابت است
- در قسمت با بار متمرکز تغییر ناگهانی در منحنی برش خواهیم داشت

ممان:

- اگر برش در قسمتی از تیر ثابت باشد ممان در آن فاصله به صورت خطی تغییر می‌کند
- مماس کشیدن بر یک رأس از معادله برش است
- هر جا برش صفر باشد ممان ماکزیمم است



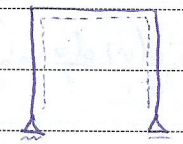
TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$N_R = +N_L - P_x - \int_b^c \omega_{x(m)}\, dx$$

$$V_R = V_L - P_y - \int_b^c \omega_{y(m)}\, dx$$

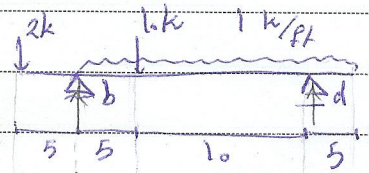
$$M_R = M_L + V_L L - \Phi - P_y a - \int_b^c \omega_{y(m)}(L-x)\, dx$$

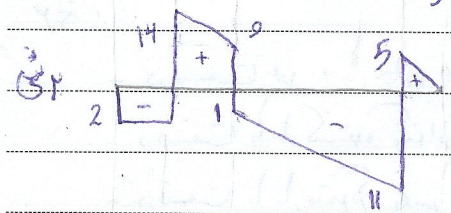


{ برش در تیر و محوری مثبت در بالا
برش در تیر و محوری منفی در پائین

{ ممان مثبت در پائین
ممان منفی در بالا

مثال: از تعادل $R_b = R_d = 16 \uparrow$



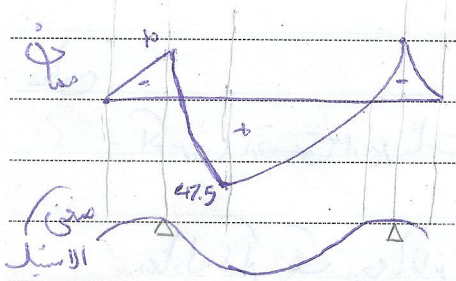


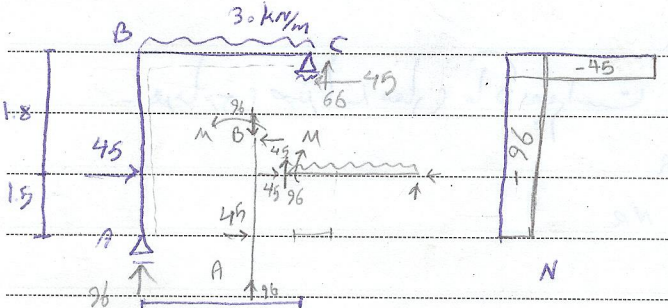
$$\frac{dm}{dx} = v_{(x)}$$

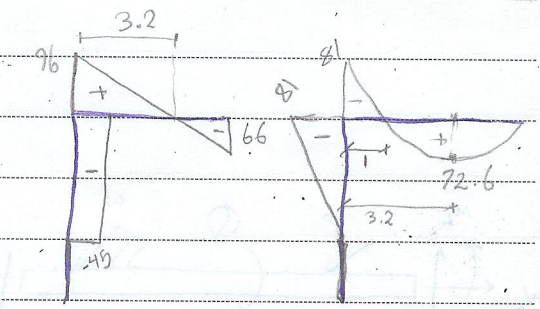
$$\int_1^2 dm = \int_1^2 v\, dx$$

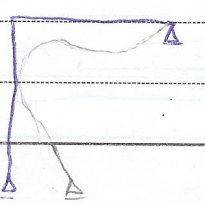
$m_2 - m_2 =$ سطح زیر منحنی برش از ۱ تا ۲

$M_2 = M_1 +$ " "









$$M + 81 - 96x + 30\frac{x^2}{2} = 0$$

$$M = 96x - 15x^2 - 81 = 0 \Rightarrow x = 1$$

TABAN

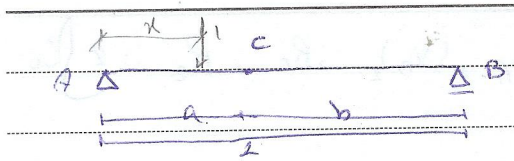
13

Subject:

Year. Month. Date. ( )

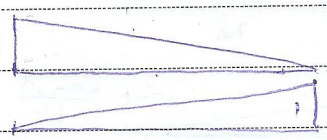
مثال ۱: R_A ، R_B ، V_C ، M_C

مطلوبست رسم خطوط تاثیر با استدلال

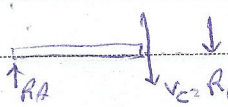


$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A = 1 - \frac{x}{L}$

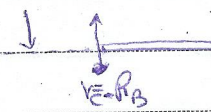
$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_B = \frac{x}{L}$

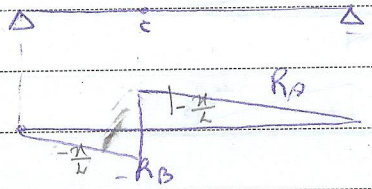


اگر بار واحد در سمت راست c باشد از روی دیاگرام آزاد سمت چپ c خواهیم داشت



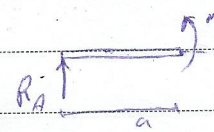
اگر بار واحد در سمت چپ c باشد از روی دیاگرام آزاد سمت راست c خواهیم داشت





برش در نقطه‌ای که تمرکز وارد شده تغییر شدت و اختلاف برش در سمت چپ و راست دیاگرام برش برابر با بار وارده است

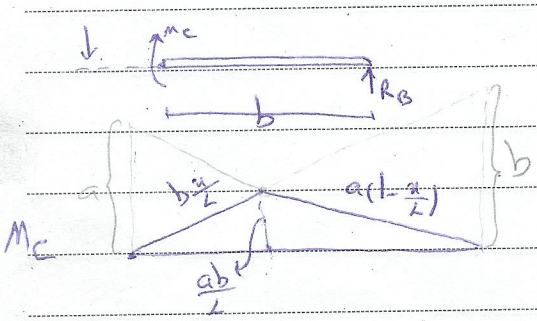
اگر بار واحد در سمت راست نقطه c باشد از روی تعادل دیاگرام آزاد سمت چپ



$\sum M_C = R_A a - M_C = 0 \Rightarrow M_C = R_A a$ مثال دوم

اگر بار واحد در سمت چپ c باشد از روی تعادل سمت راست

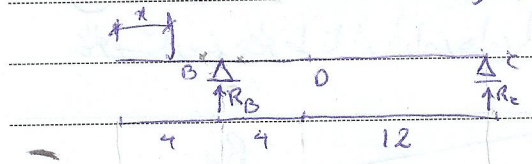
$\sum M_C = R_B b - M_C = 0 \Rightarrow M_C = R_B b$

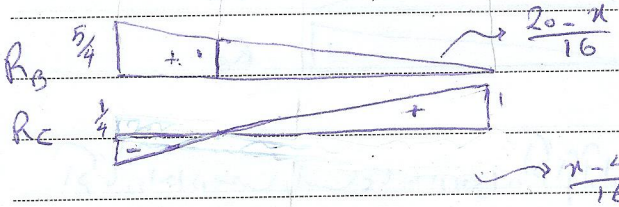


TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

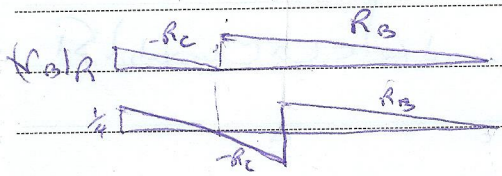
M_B ، M_D ، V_D ، $(V_{B/R}$ ، $(V_B)_L$ ، R_C ، R_B : 2 تا

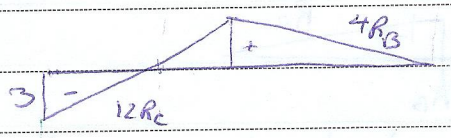


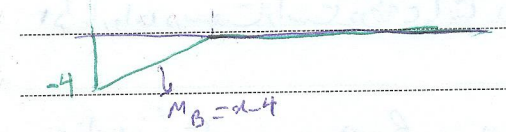


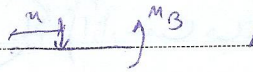
$\rightarrow \frac{x-4}{16}$











$M_B + (4-x) = 0$

$M_B = x-4$

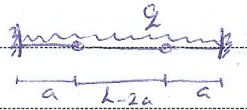
TABAN

14

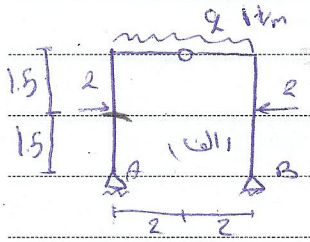
Subject:
Year. Month. Date. ( )

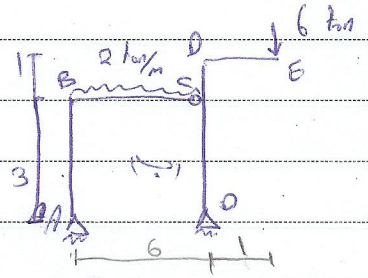
تمرین ۲:

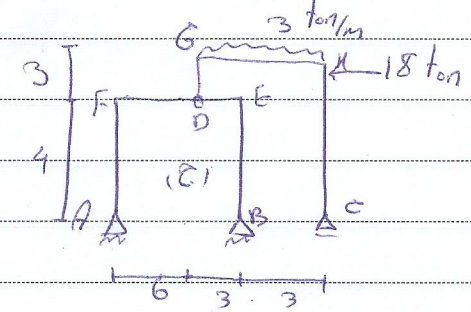
۱- فاصله a را طوری بدست آورید که قدر مطلق لنگر منفی وسط با مثبت برابر شود

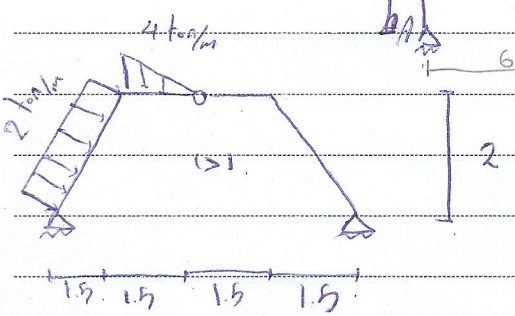


۲- مطلوبست رسم دیاگرام های نیروی برشی، محوری، لنگر و رسم منحنی الاستیک

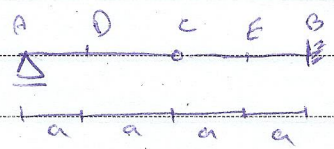




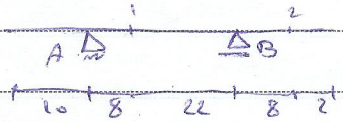




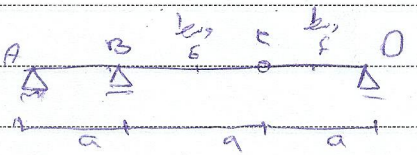
۳- مطلوبست رسم خطوط تاثیر



۱- R_A ، V_D ، M_D ، V_E ، M_E



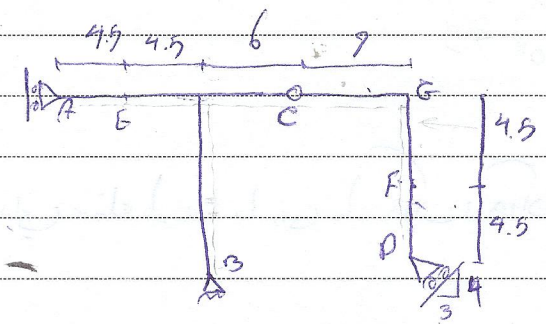
۲- R_A ، R_B ، V_1 ، V_2 ، M_1 ، M_2



۳- R_A ، R_B ، R_D ، M_B ، V_C ، V_E ، V_F ، M_F

B

Subject:
Year. Month. Date. ( )



خط تاثیر عکس‌العمل تکیه‌گاه

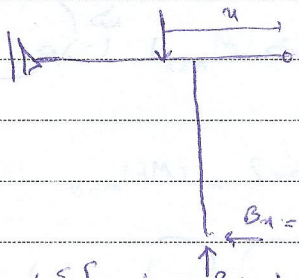
حرکت بار واحد روی AG

R_A , R_D , V_E , V_F , M_F

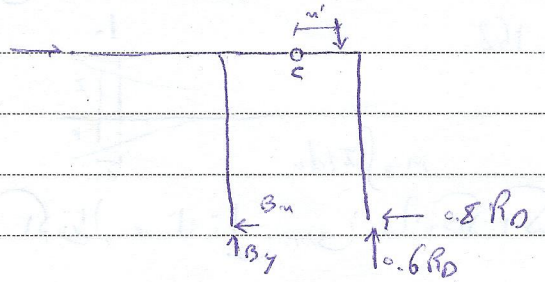
اگر بار واحد از A تا B باشد

چون اسنادل از C نفی کردیم پس عکس العمل D

(R_D = ... ، باید صفر باشد



$\Sigma M_C = 9B_x + 1\times 6 - 1\times x = 0 \Rightarrow A_x = \frac{x-6}{9}$



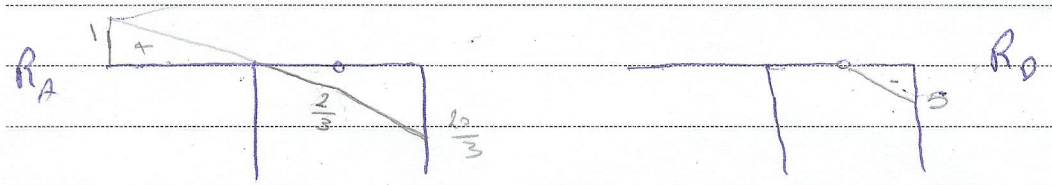
$\Sigma M_C = 0$

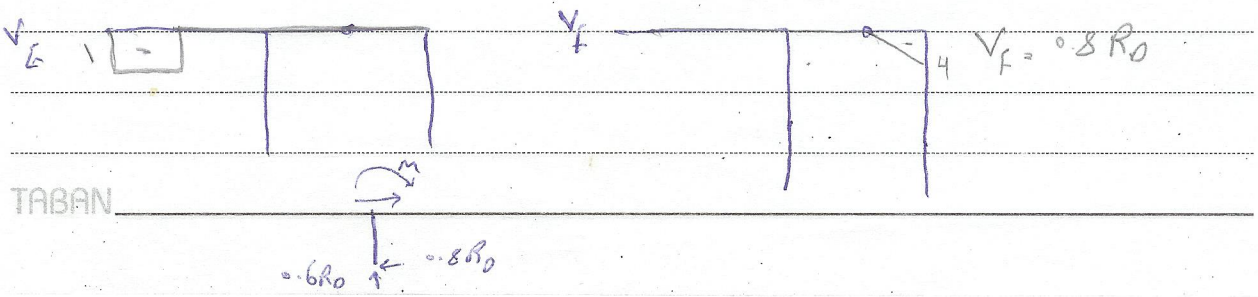
$0.6R_D \times 9 - 0.8R_D \times 9 - 1x' = 0$

$R_D = -\frac{x'}{1.8}$

$\Sigma M_B = 0.6R_D \times 15 - 9R_A - 1\times 6 + x = 0$

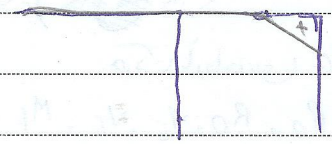
$\Rightarrow R_A = R_D = \frac{6+x'}{9} = -\frac{6x-6}{9}$





TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )



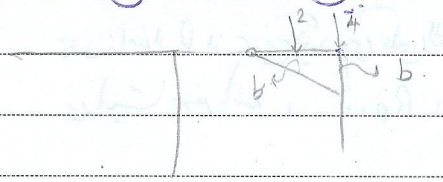
$M_f = -0.8 P_D \times 4.5$

اگر یکی مسئله بار ۱۰ تنی سازه حرکت حداکثر کند، A چقدر است

$M_{F_{max}} = 10 \times 18 = 180$

اگر اتومبیلی با فاصله محوری 5 m مطابق شکل حرکت کند (M_{max}) چقدر است

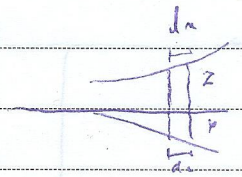




$b \times 4 + b \times 2 = (M_F)_{max}$

وقتی بار به وسط طول خیلی زیاد برسد سازه حرکتی دارد که ... Max انرژی که ... وجود می‌کند

$(M_F)_{max}$ = شدت بار × مساحت زیرخط = 162



$n = \int z \, dA$

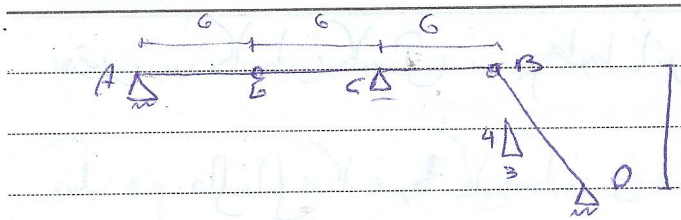
اگر قبل مسئله قبل سوی سازه حرکت کند حداکثر کشش در A چقدر است

۱۸

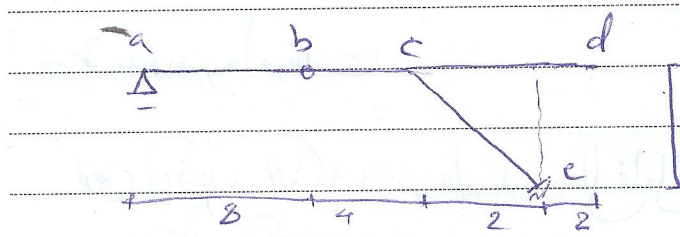
TABAN

16

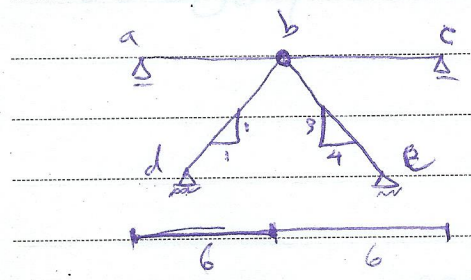
Subject:
Year. Month. Date. ( )

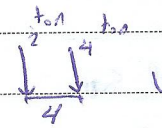


تمرین ۱:
M_C ، V_C ، D_H ، A_V را
بدست آورید.
2 ton/m



N_{CE} ، M_E را
بدست آورید.
3 ton/m





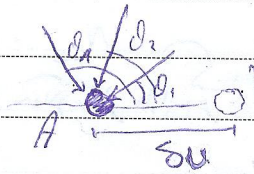
N_{DE} R_c را
بدست آورید.

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تعریف: روشی کلاسیک و کاربردی در بررسی خطوط تاثیر سازه‌های ایستا

در یک جسم در حال تعادل که تحت تاثیر نیروهای مجازی وارد می‌شود، با انواع سیستم بارگذاری اعمال کرده، کار انجام یافته توسط مجموعه نیروها صفر است



فرض می‌کنیم ذره A که تحت اثر نیروهای وارده در حال تعادل است به B منتقل می‌کنیم

$\sum P_i = 0$

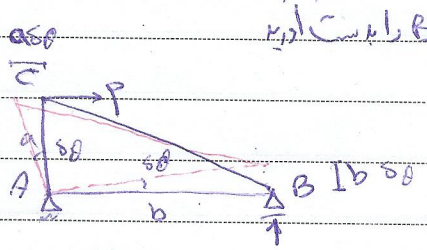
کار انجام شده توسط P_1 $= P_1 \cos\theta_1 \, \delta u$

P_2 " " $= P_2 \cos\theta_2 \, \delta u$

P_n " " $= P_n \cos\theta_n \, \delta u$

مجموع کار انجام شده $= \delta u (P_1 \cos\theta_1 - P_2 \cos\theta_2 - \dots + P_n \cos\theta_{n-1}) = 0$

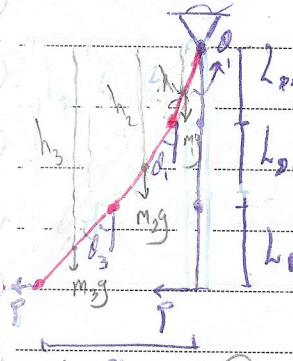
جسم در حال تعادل است با استفاده از کار مجازی عکس العمل B را بدست آورید



$R_B (b\,\delta\theta) - P(a\,\delta\theta) = 0$

$R_B = \frac{Pa}{b}$

اگر نیروی P به شکل وارد شود شکل هندسی سازه چطور خواهد بود



$\theta_3 \to \theta_3 + \delta\theta_3$

$\delta h_3 = -\frac{L}{2}\sin\theta_3 \, \delta\theta_3$

$\delta u = -L_1 \cos\theta_3 \, \delta\theta_3$

$P\delta u + mg\,\delta h_3 = 0$

$PL\cos\theta_3 \, \delta\theta_3 - mgL/2 \sin\theta_3 \, \delta\theta_3 = 0 \Rightarrow \tan\theta_3 = \frac{2P}{mg}$

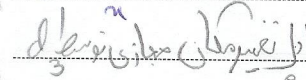
$h_1 = \frac{1}{2}L\cos\theta_1$

$h_2 = L\cos\theta_1 + \frac{1}{2}L\cos\theta_2$

$h_3 = L\cos\theta_1 + L\cos\theta_2 + \frac{L}{2}\cos\theta_3$

$u = L(\sin\theta_1 + \sin\theta_2 + \sin\theta_3)$

بارگذاری نیروهای مجازی به صورت



17

Subject:

Year. Month. Date. ( )

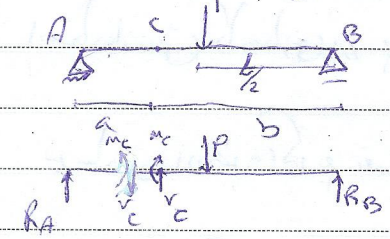
$\theta_2 = \theta_2 + \delta\theta_2$ دوم توسط θ_2

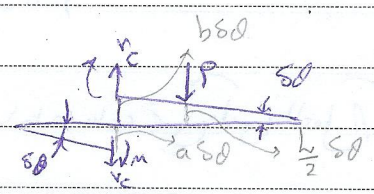
$P\delta_M + mg\delta h_3 + mg\delta h_2 = 0 \qquad tg\theta_2 = \frac{2P}{3mg}$

$\theta_1 \to \theta_1 + \delta\theta_1$

$P\delta_M + mg\delta h_3 + mg\delta h_2 + mg\delta h_1 = 0 \qquad tg\theta_1 = \frac{2P}{5mg}$

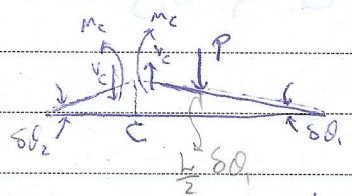
مثال: با استفاده از کار مجازی نیروی برشی معلق خیلی را در نقطه C بدست آورید.





$-P\frac{L}{2}\delta\theta_1 + V_c b\delta\theta_1 - V_c a\delta\theta_1 = 0$

$-P\frac{L}{2} + V_c(a+b) = 0 \to V_c = \frac{P}{2}$

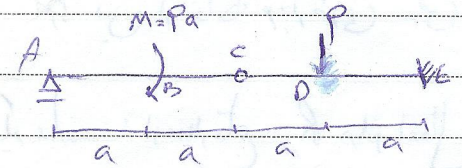


$-P\frac{L}{2}\delta\theta_1 + m_c\delta\theta_1 + m_c\delta\theta_2 = 0$

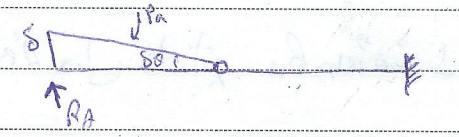
$\text{تشابه مثلث‌ها: } a\delta\theta_1 = b\delta\theta_2 \to \delta\theta_2 = \frac{b}{a}\delta\theta_1$

$M_c = \frac{Pa}{2}$

مثال: عکس العمل‌ها را با استفاده از کار مجازی بدست آورید.



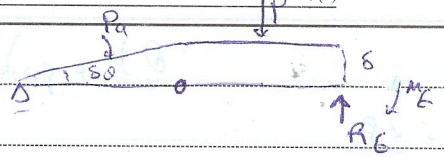
$\begin{cases} R_A \\ R_E \\ M_E \end{cases}$



$\begin{cases} Pa\delta\theta_1 - R_A\cdot\delta = 0 \\ 2a\delta\theta_1 = \delta \\ R_A = -\frac{P}{2} \end{cases}$

TABAN

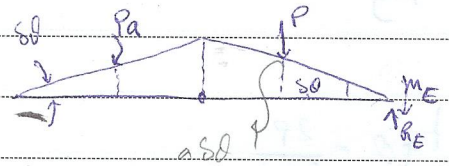
Subject:
Year. Month. Date. ( )



$R_E \delta - P\delta - Pa\,\delta\theta = 0$

$2a\,\delta\theta = \delta \Rightarrow$

$R_E = 1.5P$



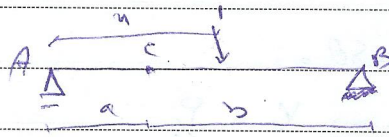
$M_E\,\delta\theta - Pa\,\delta\theta - Pa\,\delta\theta = 0$

کار نیرو — کار لنگر

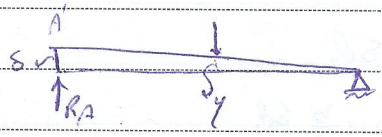
$M_E = 2Pa$

استفاده از روش کار مجازی در رسم خط تاثیر

تیر ساده‌ای را در نظر می‌گیریم تنها با متدرک واحد برای تعیین عکس العمل A یک تغییر مکان مجازی در نقطه A



و سازه اعمال می‌کنیم و سپس معادله کار مجازی را می‌نویسیم



$R_A\,\delta_A - 1\cdot y = 0$

$R_A = \frac{y}{\delta_A}$

اگر فرض شود $\delta_A = 1$

$R_A = y$

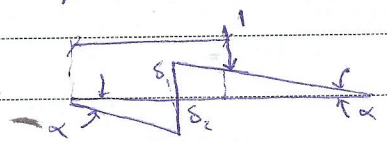
پس از آنجا که y از طرفی عرض نقطه‌ای از تیر تغییر مکان یافته است که در آن نقطه بار واحد قرار دارد و از طرف دیگر عبارت است از مقدار تابع R_A در اثر اعمال متدرک واحد لذا می‌توان نتیجه گرفت که تیر تغییر شکل یافته A'B عملی خط تاثیر R_A خواهد بود مشروط بر اینکه δ_A واحد انتخاب شود

برای رسم خط تاثیر برش در نقطه c تیر را از نقطه c به سمت راست با لایه و سمت چپ را با پایین می‌آوریم

TABAN

18

Subject:
Year. Month. Date. ( )

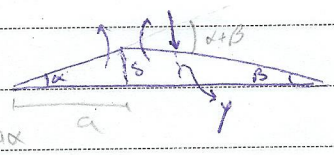


$$V_C \cdot \delta_1 + V_C \cdot \delta_2 - 1 = 0$$

$$V_C (\delta_1 + \delta_2) = 1$$

$$V_C = \frac{1}{\delta_1 + \delta_2} = \frac{1}{\delta}$$

if $\delta = 1 \Rightarrow V_C = 1$



$$\begin{cases} \delta_2 = a\alpha \\ \delta_1 = b\beta \end{cases}$$

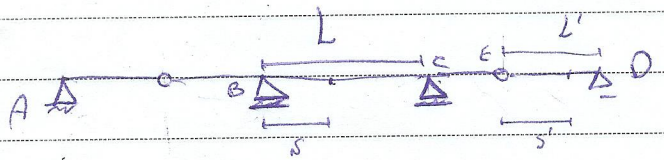
$$a\alpha = b\beta$$

$$\alpha + \beta = 1 \Rightarrow \delta_2 = \frac{ab}{L}$$

$$M_C \cdot \alpha + M_C \cdot \beta - 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_C = \frac{1}{\alpha + \beta}$$

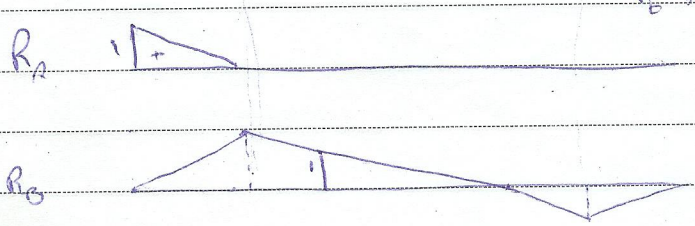
if $\alpha + \beta = 1 \Rightarrow M_C = 1$

مثال:



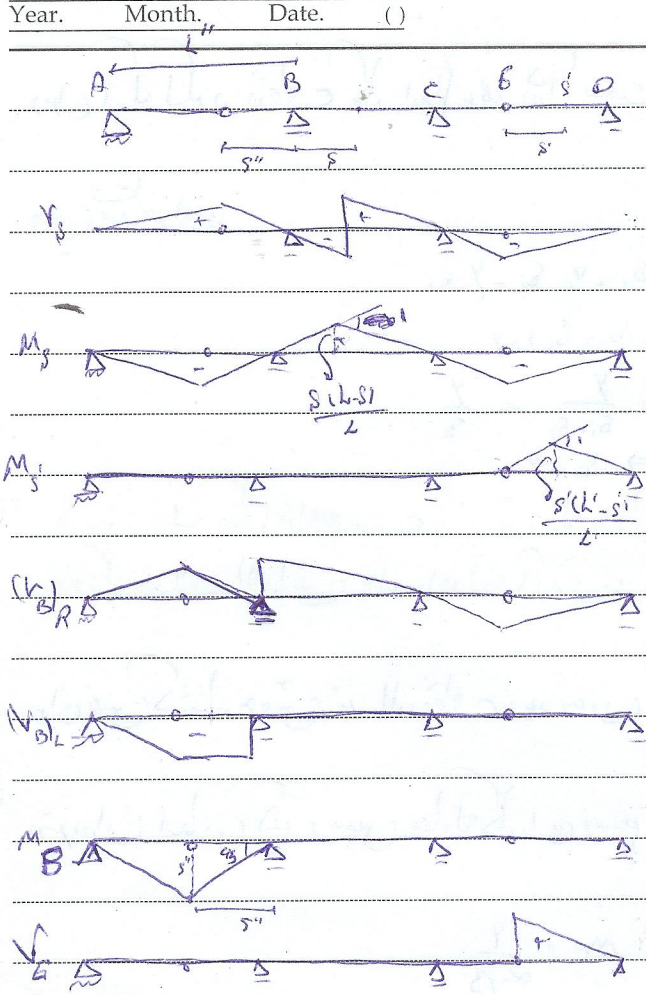
خط تاثیر V_C ، R_B ، R_A

V_C ، M_B ، $(V_B)_L$ ، $(V_B)_R$ ، $M_{B'}$ ، M_B



TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

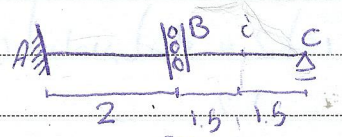


تمرین: حاتمی، بهرنی، کاوه‌ای

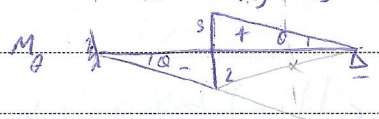
TABAN

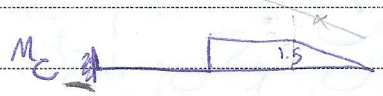
۱۶

Subject:
Year. Month. Date. ( )

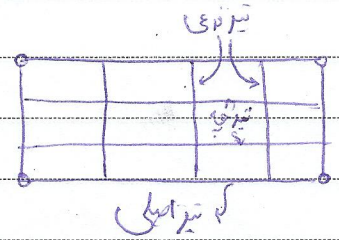


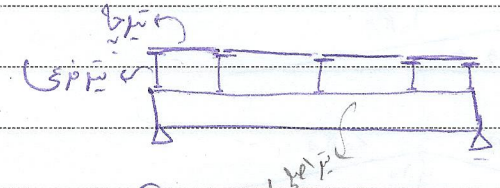
M_C ، M_A



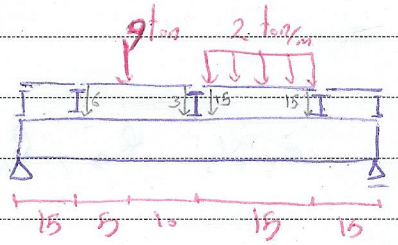


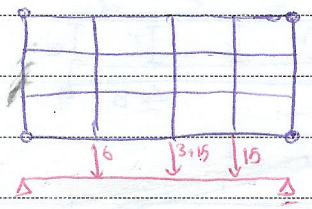
خطوط تاثیر تیرهای اصلی

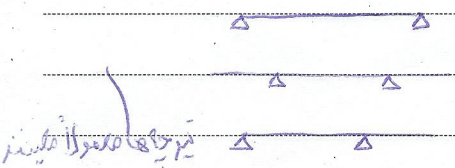




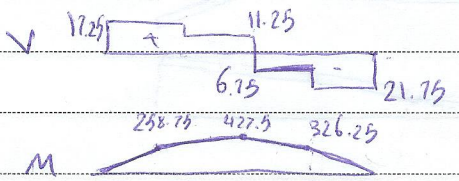
بار ← تیر چه ← تیر فرعی ← تیر اصلی ← تکیه گاه

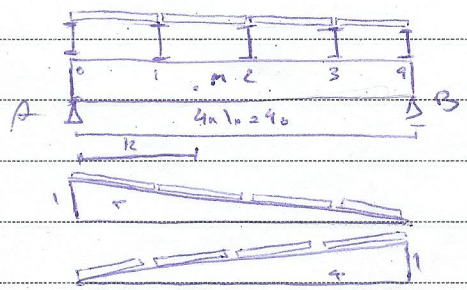






تیرهای سراسری پیوسته





مثال

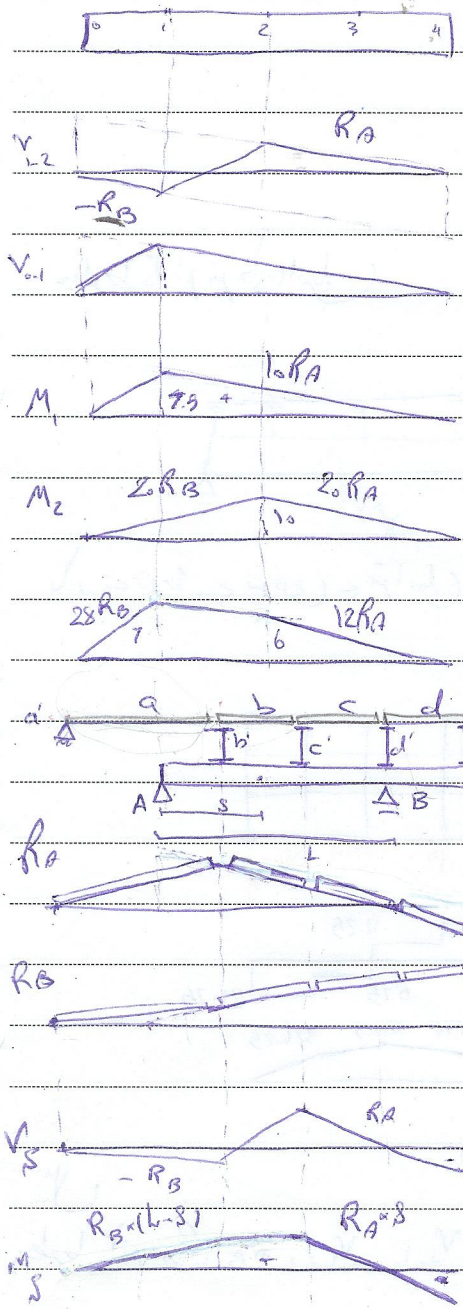
خطوط تاثیر M_1 ، M_2 ، M_3 ، $V_{0.1}$ ، $V_{1.2}$ ، R_B ، R_A

R_B

تکیه گاه ها باید طوری گیردار شوند تا خط تاثیری باشد

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )



وقتی بار واحد در فاصله 2-4 باشد $V_2 = R_A$ برش در 2 برابر

$V_{1-2} = -R_B \times L2$

برای رسم خطوط تأثیر بالای خط تأثیر نقاط ابتدایی و انتهایی را رسم می کنیم سپس این دو نقطه را بهم وصل کنیم (برش)

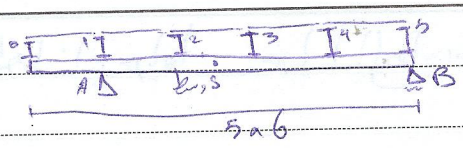
M_S, V_S, R_A, R_B

TABAN

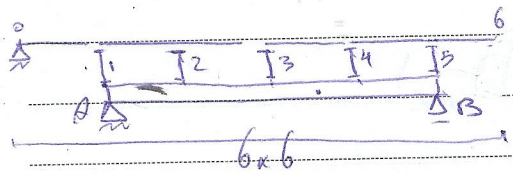
20

Subject:

Year. Month. Date. ( )



M_2 , M_5 , V_{L_2} , R_B , R_A تمرین:

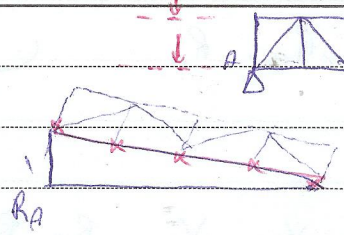


M_5 , M_2 , M_3 , V_{L-3} , V_{3-4} , R_B , R_A

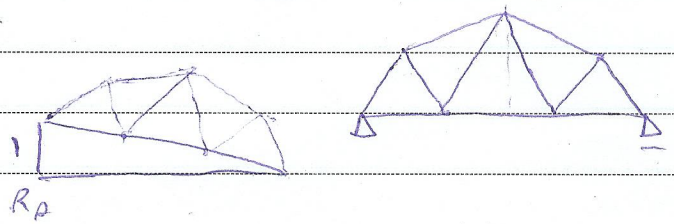
TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

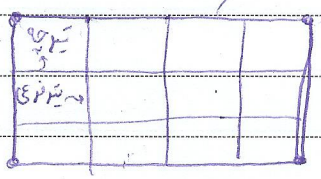
خطوط تاثیر خرپاها ـ خرپا بالهای موازی



ـ سایر خرپاها



و تیر اصلی





ـ مسائل تیرها

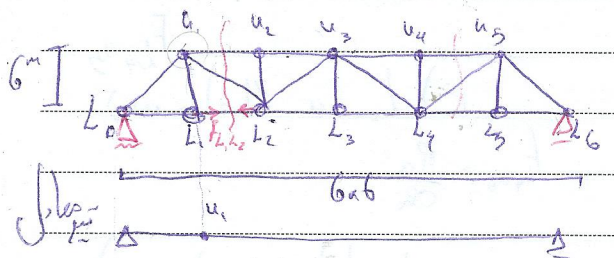
خرپا بالهای موازی
1. عکس العملها
2. اضلاع بال بالا و بال پائین
3. اضلاع مورب
4. اضلاع قائم

TABAN

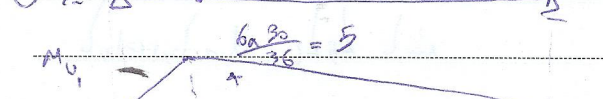
21

Subject:

Year. Month. Date. ( )



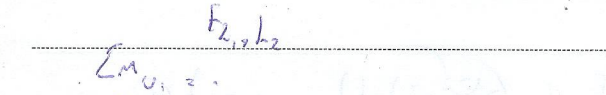
$\begin{cases} F_{L_2U_2} \\ F_{L_2U_3} \end{cases}$ $\begin{cases} F_{U_1L_1} \\ F_{L_2U_3} \end{cases}$ $\begin{cases} F_{L_1L_2} \\ F_{U_4U_5} \end{cases}$

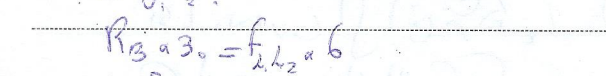


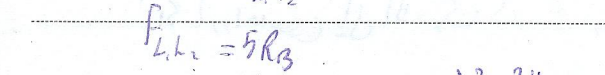


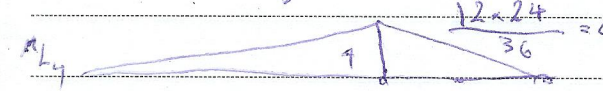




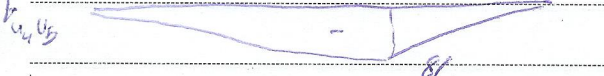




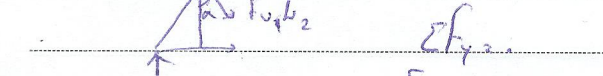






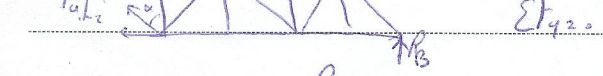


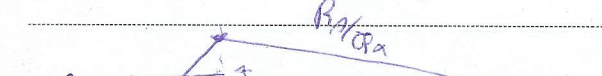


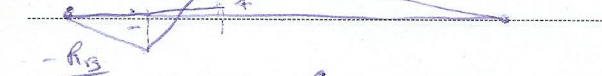












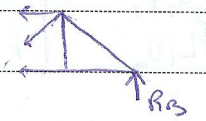








Subject:
Year. Month. Date. ( )



$\sum F_{y=0}$

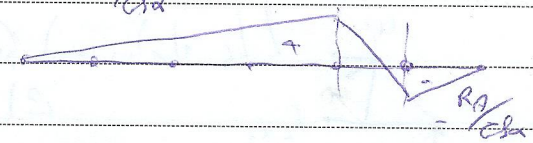
$F_{L_4 U_5} \cos\alpha - R_B = 0 \rightarrow F_{L_4 U_5} = \frac{R_B}{\cos\alpha}$

$F_{L_4 U_5}$ باز راحدی میله L_4 و L_5 باشد

$\sum F_{y=0}$

$\Rightarrow F_{L_4 U_5} = -\frac{R_D}{\cos\alpha}$

باز راحدی میله L_4 و L_5 باشد



$F_{L_4 U_5}$



اگر باز راحدی بالا باشد کشی

$F_{U_4 L_4}$

اگر باز راحدی بالا باشد فشاری

$F_{U_4 L_4}$

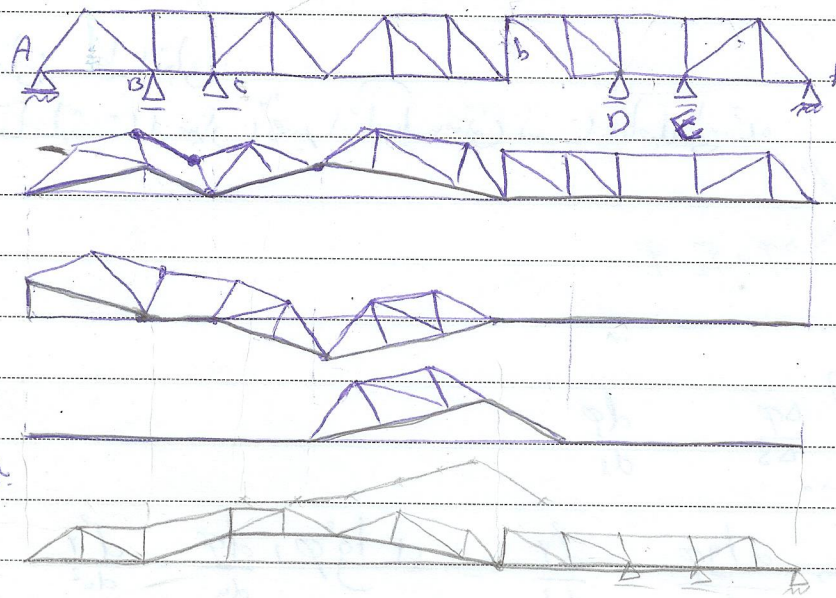
TABAN

22

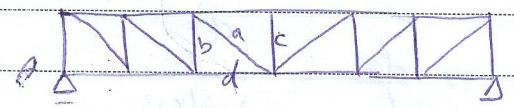
Subject:

Year. Month. Date. ( )

در خریای شکل زیر خطوط تاثیر R_B، R_A، f_b و R_C را رسم کنید حرکت بار در بال پایینی



تمرین



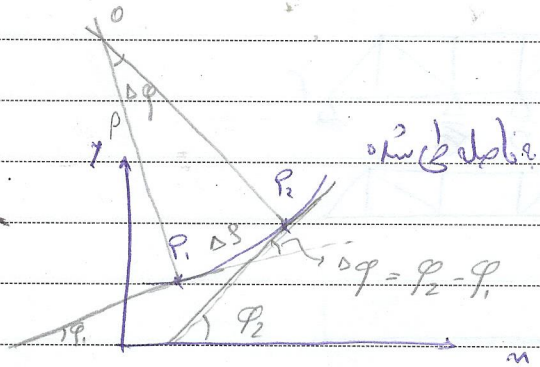
دهانه 45

N_a، N_b، N_c، N_d و N_e را برای حرکت بار در بال پایینی و بالایی رسم کنید

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تغییر شکل

انحنای خط ارتجاعی:
انحنا عبارتست از میزان تغییر امتداد یک مماس نسبت به فاصله طی شده



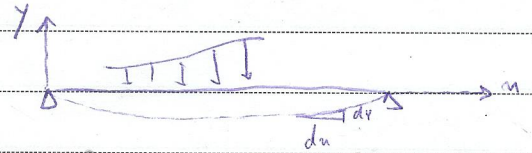
$$\text{لذا } k = \frac{1}{\rho} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta S} = \frac{d\varphi}{ds}$$

$$tg\varphi = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{d\,tg\varphi}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} \Rightarrow (1+tg^2\varphi)\frac{d\varphi}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$\Rightarrow \left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]\frac{d\varphi}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} \Rightarrow \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$\frac{dx}{ds} = \frac{1}{\frac{ds}{dx}} = \frac{1}{\left(\frac{d^2x+d^2y}{dx^2}\right)^{0.5}} = \frac{1}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{0.5}}$$

$$k = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{d\varphi}{dx} \cdot \frac{dx}{ds} \Rightarrow \boxed{k = \frac{d^2y/dx^2}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}}$$



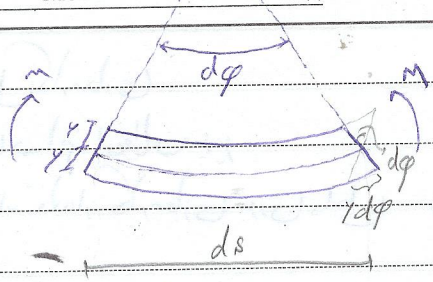
$$\frac{dy}{dx} \ll 1$$

$$\Rightarrow \boxed{k = \frac{d^2y}{dx^2}} = \frac{d\varphi}{ds} \quad (1)$$

TABAN

23

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$$\varepsilon_x = \frac{y\,d\varphi}{ds} = \frac{\sigma_x}{E} \Rightarrow \frac{d\varphi}{ds} = \frac{My/I}{Ey} = \frac{M}{EI} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \boxed{\frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2}}$$

فرضیات

۱- تغییرمکان تیر کوچک است

2- تغییر شکل تیر در منطقه الاستیک است

3- فقط کشش، خمش عامل عمده است

4- مقاطع مستوی پس از خمش مستوی باقی می‌مانند

روش‌های محاسبه تغییر شکل‌ها:

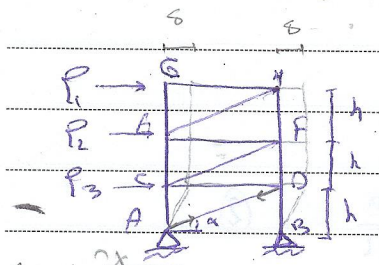
- روش‌هایی که برای تغییرمکان یک نقطه خاص و یا شیب خاص باشد
  - 1- روش‌های کلاسیک
  - 2- روش‌های انرژی (روش کاستیلیانو)

- روش‌هایی که برای تغییرمکان چند نقطه و طور همزمان مناسب باشد
  - 1- روش تیر مزدوج
  - 2- روش‌های انرژی
  - 3- روش ماتریسی

TABAN

$F_{DF} \cdot L\delta\theta + P_1 2h\delta\theta + P_2 h\delta\theta = 0 \Rightarrow F_{DF} = -\frac{(2P_1 + P_2)}{L} h$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

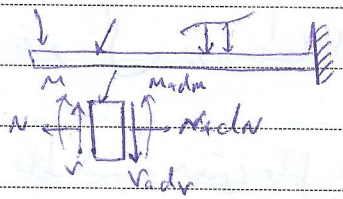


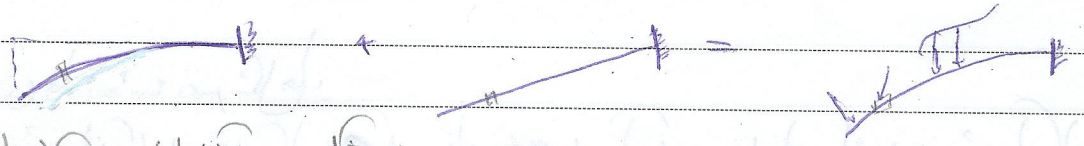
$\sum P_i \delta_i + T_i \Gamma_i = 0$

$P_1\delta + P_2\delta_2 - P_3\delta - F_{AD}\cos\alpha\,\delta_2 = 0$

$\Rightarrow F_{AD} = \frac{P_1 + P_2 - P_3}{\cos\alpha}$

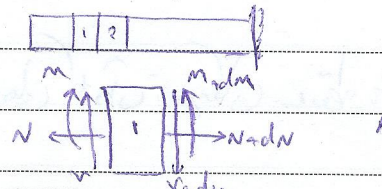
$F_{DF} = ?$

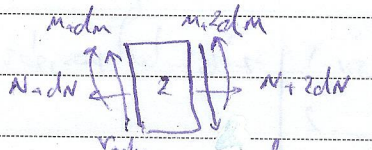




$dw_e = dw_i - dw_d$

$dw_e = dw_d \Leftarrow dw_i = 0$ حسب حالت تادل





$dw_{ext} = dw_{in}$

$\int dw_{ext} = \int dw_d \Rightarrow W_{ext} = W_{int}$

TABAN

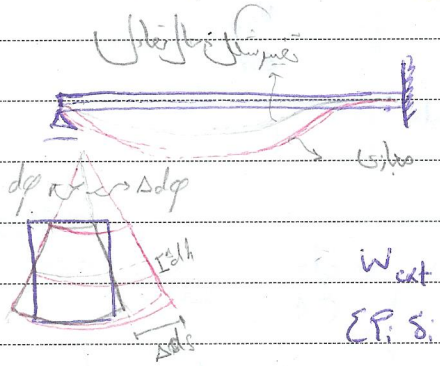
24

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اصل کار مجازی برای اجسام الاستیک: اگر سازه الاستیک تحت بارهای خارجی در حال تعادل باشد جابجایی‌های تغییر شکل مجازی داده شده، که انجام شده توسط نیروهای خارجی با کار انجام شده توسط نیروهای داخلی برابر است

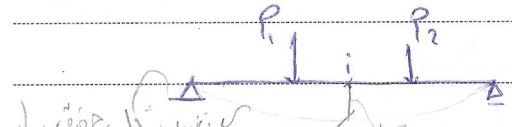
مهم: اگر یک جسم ابتدایی توسط دستگاه نیروی Q در حال تعادل باشد، بدلیل تغییر شکل کوچک و مجازی در حال تعادل باقی میماند کار انجام یافته توسط نیروهای خارجی Q که بر سطح جسم اثر می‌کنند برابر است با کار تغییر شکل مجازی داخلی جسم که توسط تنش‌های حاصل از دستگاه Q انجام می‌پذیرد خواهد بود



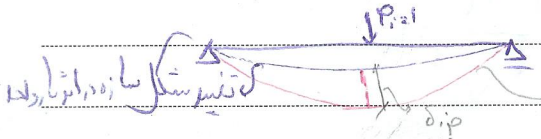
$$W_{ext} = W_{int}$$

$$\sum P_i \delta_i + \sum T_i \gamma_i = \int m \Delta d\varphi + \int N \Delta ds + \int v \Delta dh$$

$$\text{دورانها} = \text{لنگرها} \quad \sum N \Delta ds$$



روش بار واحد



$$P_1 \cdot \delta_{1,P} = \int m_1 \delta d\varphi_P + \int v_1 \delta dh_P + \int N_1 \delta ds_P$$

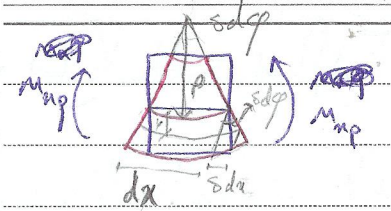
حقیقی

نیروها ناشی از بار واحد

تغییر مکان حقیقی سازه

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$\delta d\varphi$ تغییر

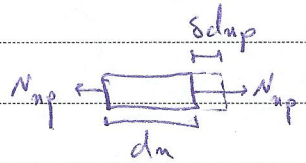
$$d_u = \rho\, \delta d\varphi$$

$$\delta d_u = y\, \delta d\varphi \Rightarrow \frac{\delta d_u}{d_u} = \frac{y}{\rho} = \varepsilon_u$$

$$\varepsilon_u = \frac{\sigma}{E} = \frac{My}{IE} \Rightarrow \frac{y}{\rho} = \frac{My}{IE}$$

$$\sigma_u = \frac{My}{I}$$

$$\delta d\varphi = \frac{M_{np}\, d_u}{EI}$$



δd_{np} تغییر

$$\begin{cases} \dfrac{\delta d_{np}}{d_u} = \varepsilon_u = \dfrac{\sigma_u}{E} = \dfrac{N_{np}}{EA} \\ \delta d_{np} = \dfrac{N_{np}}{EA} d_u \end{cases}$$

تغییر مکان برشی

$$\delta d_{hp} = V_{np}\, \alpha \frac{d_u}{GA}$$

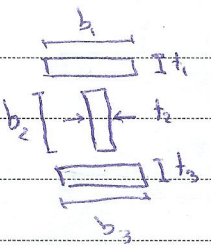
ضریب شکل: مستطیل $= \frac{6}{5}$، دایره $= \frac{10}{9}$

$$\delta_{ip} = \int M_{xi}\, M_{xp} \frac{d_u}{EI} + \int N_{xi}\, N_{np} \frac{d_u}{EA} + \int V_{xi}\, V_{xp} \frac{\alpha d_u}{GA} + \int T_{xi}\, T_{xp} \frac{d_u}{GJ}$$

اگر پیچش دورداشته باشد

برای دایره $J = \frac{\pi r^4}{2}$

چند مستطیل $J = \frac{1}{3} \sum b_i t_i^3 \left(1 - 0.63 \frac{t_i}{b_i}\right)$



$$\delta_{ip} = \sum N_{xi}\, N_{xp} \left(\frac{L}{EA}\right)_{\text{سازه}}$$

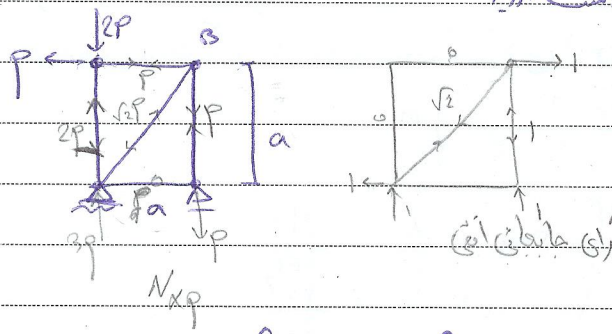
در خرپا فقط N وجود دارد، N معمولاً ثابت، در تیر N معمولاً صفر، در تیر تا خیز دارد، N خیلی کم، می‌توان نادیده گرفت

TABAN

25

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: در خرپای شکل زیر δ_{HB} و δ_{VB} را بدست آورید

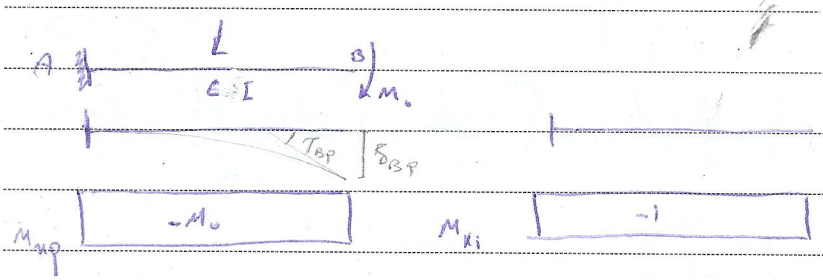


$$\delta_{HB} = \frac{1}{EA}\left(-\sqrt{2}P\times 1\times\sqrt{2}\left(\sqrt{2}a\times 1\right) + P\times(-1)\times a\right) = -\frac{3.83Pa}{EA}$$

$$\delta_{VB} = P\times 1\times\frac{a}{EA} = \frac{Pa}{EA}$$

اگر a مثبت بود تغییر مکان در جهت نیرو واحد و اگر منفی بود در خلاف جهت نیرو واحد

مثال: δ_{BP} $\quad$ θ_{BP}

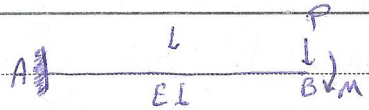


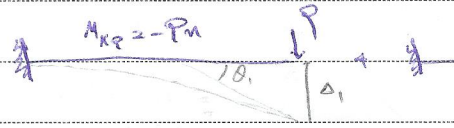
$$\theta_{BP} = \int \frac{M_{xi}\,M_{xp}\,dx}{EI} = \int_0^L \frac{(-1)(-M_0)\,dx}{EI} = \frac{M_0 L}{EI}$$ چرخش در جهت عقربه‌های ساعت

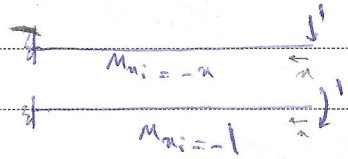


$$\delta_{BP} = \int_0^L \frac{(-x)(-M_0)\,dx}{EI} = \frac{M_0 L^2}{2EI}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )







$$\Delta_1 = \int (-Pn)(-n)\frac{dn}{EI} = \frac{PL^3}{3EI}$$
$$\theta_1 = \int (-Pn)(-1)\frac{dn}{EI} = \frac{PL^2}{2EI}$$
$$\Delta_2 = \int (-M)(-n)\frac{dn}{EI} = \frac{ML^2}{2EI}$$
$$\theta_2 = \int (-M)(-1)\frac{dn}{EI} = \frac{ML}{EI}$$

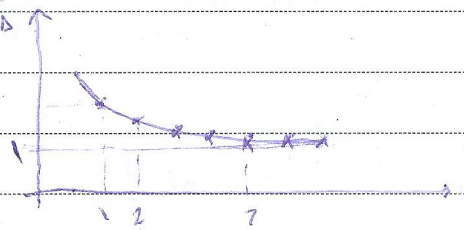
$$\begin{bmatrix}\Delta\\ \theta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{L^3}{3EI} & \frac{L^2}{2EI}\\ \frac{L^2}{2EI} & \frac{L}{EI}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P\\ M\end{bmatrix}$$

$\Delta = fP$

$$\Delta_{\text{انتهای}} = \int \frac{M_{ni} M_{np}\, dn}{EI} + \int \frac{V_{ni} V_{np}\, dn}{GA} = \int_0^L \frac{Pn^2 dn}{EI} + \int_0^L \frac{P\, dn}{GA} = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL}{GA}$$

$$\frac{\Delta_{\text{کل}}}{\Delta_{\text{خمش}}} = 1 + \frac{3EI}{GAL^2} = 1 + \frac{3EI/d^2}{GA(L/d)^2}$$

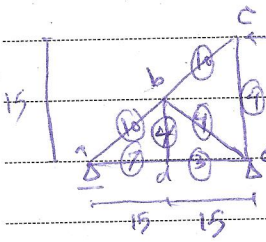
W 8×31
$I = 110\ in^4$
$A = 2.31\ in^2$
$d = 8\ in$



TABAN

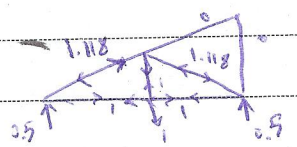
Subject: 26
Year. Month. Date. ( )

مثال: تغییر مکان نقطه d را بدست آورید



$E = 3 \times 10^3 \ k/in^2$

$\delta_{dp} = \sum N_{kp} N_{kv} \left(\frac{L}{EA}\right)$



$A_0 = 10$

میله	N_{kp}	N_{kd}	$\frac{A_0}{A_k}$	L_k	$N_{kd} N_{kp} \frac{A_0}{A_k} L_k$
ab	-111.8	-1.118	1	16.77	2096.12
bc	0	0	1	16.77	0
ce	50	0	2.5	15	0
eb	0	-1.118	2.5	16.77	0
ed	100	1	1.42	15	2130
bd	0	1	2.5	7.5	0
ad	100	1	1.42	15	2130
					$\Sigma = 6356.12$

$\delta_{dp} = \sum N_{kp} N_{kv} \left(\frac{L}{EA}\right)$

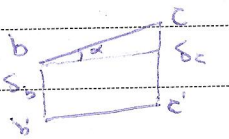
$EA \ \delta_{dp} = \sum N_{kp} N_{kv} \frac{A_0}{A} L$

بحث A max | min A

$30 \times 10^3 (10) \delta_d = 6356.12$

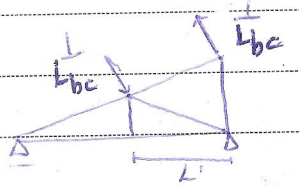
$\delta_d = 0.021 ft$

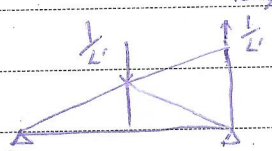
تغییر زاویه bc را بدست آورید



$tg\alpha = \frac{\delta_c - \delta_b}{L_{bc}}$

روش اصل اعمال کار واحد یا کار مجازی





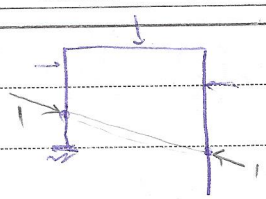
تغییر طول عضو u ؟

$\frac{PL}{EA}$ نیروی داخلی ناشی از

فاصله نقاط a و c چه مقدار تغییر می‌کند با توجه به اینکه a در امتداد ac چه مقدار جابجایی شود ← اعمال بار واحد در راستای ac در نقطه a

d ~ ~ ~

Subject:
Year. Month. Date. ( )



خرپاها
1. تغییر طول یک میله
2. دوران یک سر میله
3. چرخش یک میله
4. جابجایی یک سر میله

در اثر عامل زیر
عامل دما
2. نشست
3. دما
4. نقص ساخت

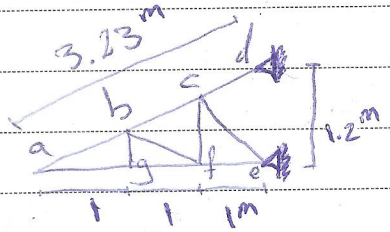
محاسبه تغییر طول خرپاها در اثر تغییر دما:

$$\Delta_{i,t} = \sum_{k=1}^{n} N_k \cdot \Delta d_{k,t}$$ عامل دما

$$\Delta d_{k,t} = \alpha \Delta t L$$

$$\Delta_{i,t} = \sum_{k=1}^{n} N_k \cdot \alpha (\Delta t L)_k$$

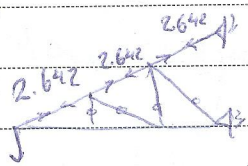
مثال:



$\Delta t_{ab} = \Delta t_{bc} = \Delta t_{cd} = 40^\circ C$

$\alpha = 1.25 \times 10^{-3} \frac{cm}{cm \cdot {}^\circ C}$

محاسبه $\Delta_{af} = ?$



$$\Delta_{af} = 3\left(2.642 \times 1.25 \times 10^{-3} \times 40 \times \frac{323}{3}\right)$$

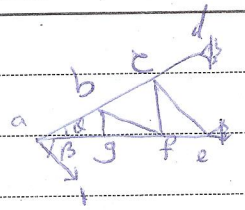
$$= 0.4357\ m$$

TABAN

27

Subject:

Year. Month. Date. ( )



تغییرمکان مالر بیمر شفته در جهت آن؟

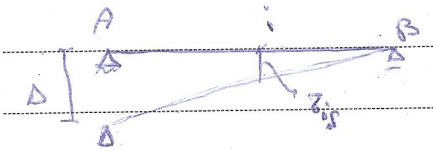
$$N_{ab}\sin\delta = 1\sin\beta$$

$$N_{ab} = \frac{\sin\beta}{\sin\delta}$$

$$\delta_{afb} = \frac{0.4357\sin\beta}{2.642\sin\delta} \rightarrow \delta_{afb}\Big|_{\beta=\frac{\pi}{2}} = \delta_{al_{max}}$$

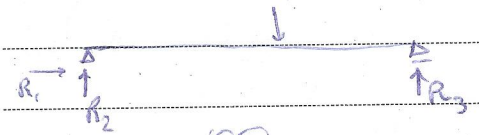
$\frac{1}{3.23}$

کجا ماکزیمم است؟ در راستای a و f



اثر نشست

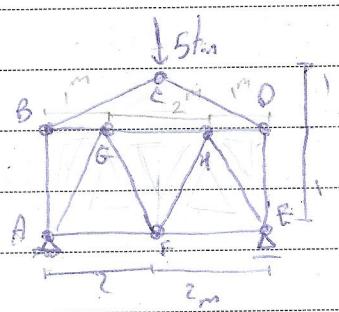
در سازه‌های معین در اثر نشست نیروی داخلی بوجود نمی‌آید



نشست تکیه‌گاه

$$1_K\,\delta_{is} + \sum_{k=1} R_k\,\Delta_{sk} = 0 \rightarrow \delta_{is} = -\sum R_k\,\Delta_{sk}$$

مثال:



$\Delta t_{AB,BC,CD,DE} = 20°$

$\Delta t_H = 2\,cm\,\downarrow$

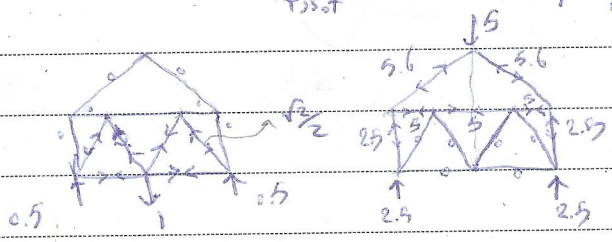
$\alpha = 1.25\times10^{-5}\,c/_{cm}\,c$

$EA = 900\ ton$ ثابت است

$\delta f_{R_3,3\to t} = ?$

$$\delta f_{R_3,3\to t} = \sum N_{k_1}\cdot N_{kp}\left(\frac{L}{EA}\right)_k - \sum R_k\,\Delta s_k + \sum N_{k_1}\cdot\alpha\cdot c\,\Delta t\,l_k$$

عکس العمل در اثر بار واحد



N_{k_1} N_{kp}

TABAN

$$\delta_{P,S,t\,mk} = \sum N_{ki} N_{kp} \left(\frac{L}{EA}\right)_k - \sum R_i \Delta S + \sum N_{ki} \alpha (\Delta t L)_k + \sum N k_i \Delta S_{mk}$$

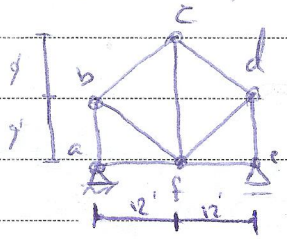
Subject:
Year. Month. Date. ( )

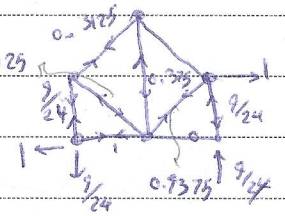
$$\delta f_{P,S,t} = (-11.5)(+\frac{200}{200}) + (0.5)(-2)(4) + 0 = -5 + 1 + 0 = -4\ cm$$

$$\delta_{i,m} = \sum N_{ki} \Delta S_{mk}$$

- نشست تکیه‌گاه

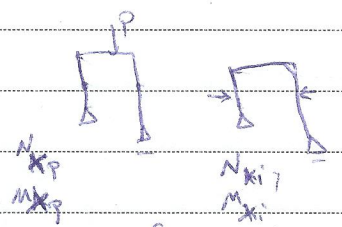
مثال: در خرپای زیر میله cf ۱۰ درجه انبساط حرارتی دارد. $\alpha = 10^{-5}$





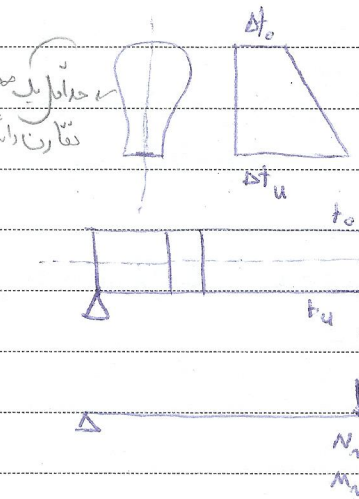
$$\delta_{11} = -0.375 \times \left(\frac{-1}{12}\right) = 0.0.3125$$

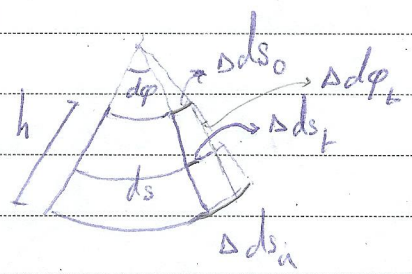
- در قاب‌ها اثر تغییر
- اثر نشست
- تغییر شکل ناشی از نیروی محوری
- اثر برش



$$\delta_{ab} = \int m_{xi} m_{xp} \frac{dx}{EI} + \int N_{xi} N_{xp} \frac{dx}{EA}$$

- اثر درجه حرارت





TABAN

28

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Delta d\varphi_t = \frac{\Delta ds_u - \Delta ds_o}{h} = \frac{\alpha t_u ds - \alpha t_o ds}{h} = \frac{\alpha \Delta t ds}{h}$$

$$\Delta ds = \alpha \Delta t_o dx$$

$$1\delta_{it} = \int M_{xi} \Delta d\varphi_t = \int N_{xi} \Delta ds = \alpha \Delta t_o \, dx$$

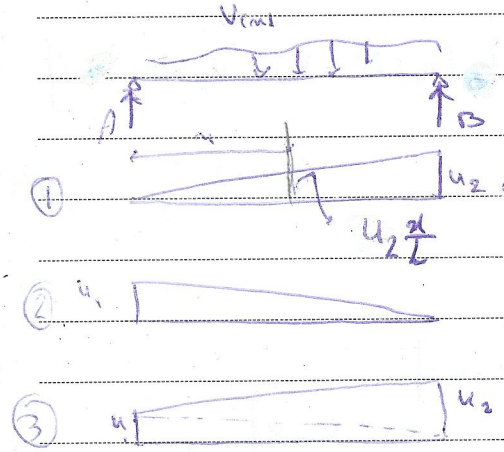
$$1\delta_{ij} = \int M_{xi} M_{xj} \frac{dx}{EI} + \int N_{xi} N_{xj} \frac{dx}{EA}$$

$$\delta_{it} = \int M_{xi} \frac{\alpha \Delta t \, dx}{h} + \int N_{xi} \alpha \Delta t_o \, dx$$

$t_u - t_o \Rightarrow$ اختلاف دمای بالا و پایین

$$\delta_{it} = \frac{\alpha \Delta t}{h} \int M_{xi} dx + \alpha \Delta t_o \int N_{xi} dx$$

$\int M_{xi} M_{xj} dx$ مساحت انتگرال



$M_{xi} = u_{(x=1)}$

$M_{xj} = v_{(x=1)}$

$$\int u v \, dx = \int \frac{u_2 x}{L} v \, dx = u_2 \int \frac{xv}{L} dx$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow BL - \int v_x dx = 0$$

$$\Rightarrow B = \int \frac{v_x dx}{L}$$

اگر با رابطه مقابل ① یکی باشد

$$\int uv \, dx = u_2 B$$

که ② می‌باشد

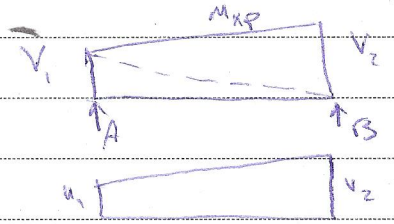
TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\int u\,v\,dm = u_1 A$$

اگر یکی از توابع به صورت ③ باشد

$$\int u\,v\,dm = u_1 A + u_2 B$$



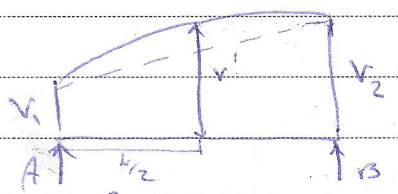
$$\int u\,v\,dm$$

$$AL = \frac{v_1 L}{2} \times \frac{2}{3} L + \frac{v_2 L}{2} \times \frac{1}{3} L$$

$$A = \frac{L}{6}(2v_1 + v_2)$$

$$B = \frac{L}{6}(2v_2 + v_1)$$

$$\int u\,v\,dm = u_1 A + u_2 B \Longrightarrow \int u\,v\,dm = \frac{L}{6}\left[u_1(2v_1 + v_2) + u_2(2v_2 + v_1)\right]$$



اگر M_{xp} سهمی باشد

$$\int u\,v\,dm = \frac{L}{6}\left[u_1(2v'_1 + v_1) + u_2(2v'_2 + v_2)\right]$$

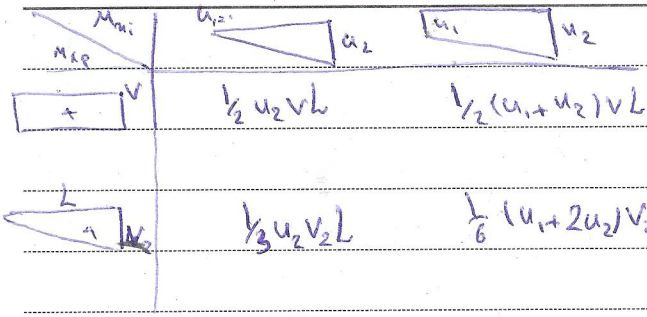
$$v' = v\Big|_{x=\frac{L}{2}}$$

TABAN

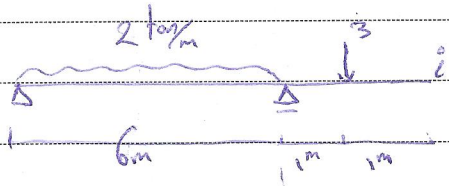
29

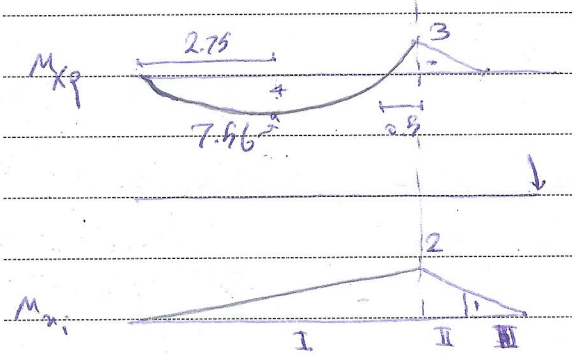
Subject:

Year. Month. Date. ( )



مثال: تغییر مکان قائم نقطه ۳ را بدست آورید





$M_{xp} = 55x - x^2$

$M_{xp}\big|_{x=3} = 7.5 \text{ t.m}$

I) $\int \bar{u}v\,dx = \frac{\frac{1}{2}6}{6}\left[0 + 1 - 2(2\times 7.5 - 3)\right] = -24$

II) $\int \bar{u}v\,dx = \frac{\frac{1}{2}1}{6}\left[-2(-6+0) - 1(0-3)\right] = 2.5$

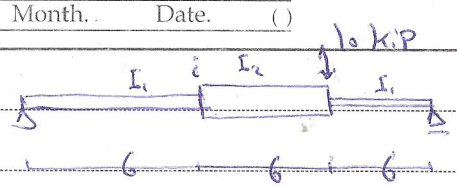
$\Rightarrow \int \bar{u}v\,dx = -24 + 2.5 = -21.5$

$\delta_{i,p} = \int m_{x_i} m_{xp} \frac{dx}{EI} \Rightarrow \delta_{i,p} = \frac{-21.5}{EI}$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

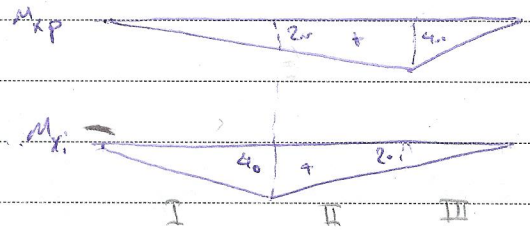
مثال: δ_{1P} ؟



$I_1 = 300\ in^4$

$I_2 = 500\ in^4$

$E = 30 \times 10^4\ K.P/in^2$



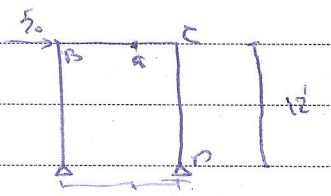
$$\delta_{1P} = \int M_{x1} M_{xP} \frac{dx}{EI}$$

$$EI_0 \delta_{1P} = \int M_{x1} M_{xP} \frac{I_0 dx}{I} \qquad I_0 = 500$$

$$= \frac{1}{3}\left(40 \times 200 \times \frac{500}{300}\right) + \frac{60}{6}\left[40(2\times 200 + 400) + 20(2\times 400 \times 200)\right]$$
$$+ \frac{1}{3}(20 \times 400)\left(60 \times \frac{500}{300}\right) = 1.05 \times 10^6$$

$$\Rightarrow \delta_{1P} = 0.07\ in$$

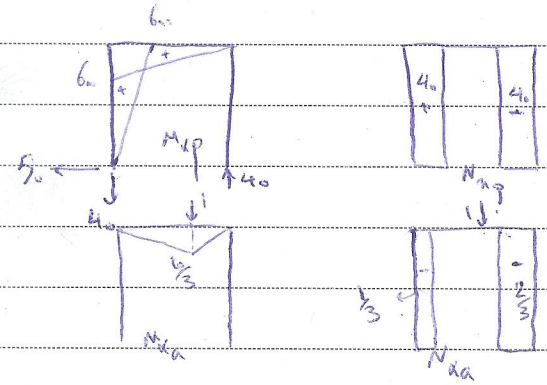
مثال: تغییر مکان قائم a را بدست آورید.



ستون: $I = 500\ in^4$, $A = 15\ in^2$

تیر: $I = 1000\ in^4$, $A = 25\ in^4$

$E = 3 \times 10^3\ K.P/in^2$



TABAN

30

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\delta_{ap} = \int M_{xa} M_{xp} \frac{dx}{EI} + \int N_{xa} N_{xp} \frac{du}{EA}$$

$$EI_0 \delta_{ap} = \int M_{xa} M_{xp} \frac{I_0}{I} dx \qquad I_0 = 1000 \text{ فرض}$$

$$30 \times 12^3 \times 1000\, \delta_{ap} = \underbrace{0}_{AB} + \underbrace{\frac{1000}{1000} \times \frac{10 \times 12}{6} \left[0(\ ) + \frac{10}{3} \times 12 (2 \times 200 \times 12 + 600 \times 12) \right]}_{BC} + \underbrace{\frac{5 \times 12}{6} \left[\frac{10}{3} \times 12 (2 \times 200 \times 12 + 0) + 0 \right] \times \frac{1000}{1000}}_{AC} + \underbrace{0}_{CD}$$

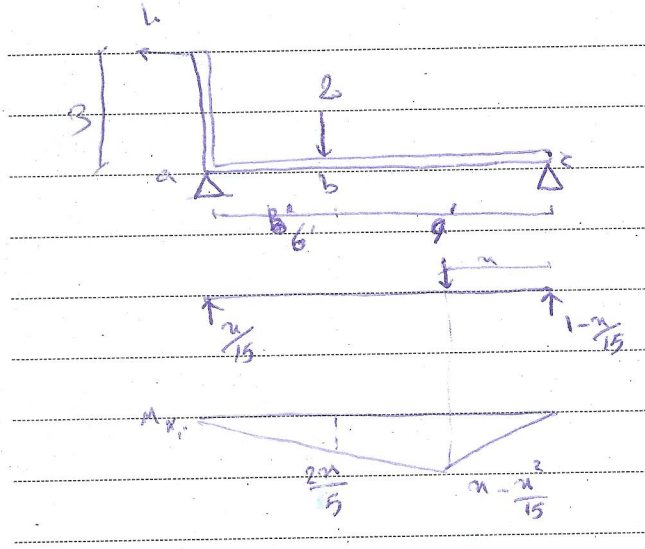
$$\Rightarrow \delta_{ap} = 0.384 \text{ in}$$

$$EA\delta_{ap} = \int N_{xp} N_{xa} \frac{A_0}{A} dx = \frac{1}{15} \times 40 \left(-\frac{1}{3}\right) + 12 \times 12 \times 25 + 0 + \frac{1}{15} (-40)\left(-\frac{2}{5}\right) 12 \times 12 \times 25$$

$$\delta_{ap} = 0.00426 \text{ in}$$

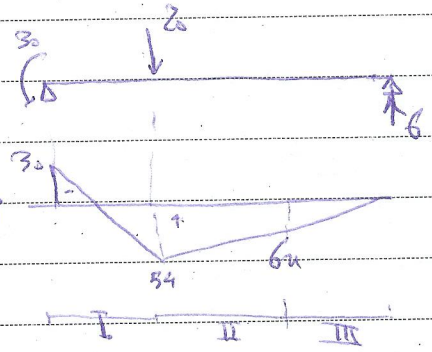
$$\delta_{ap} = 0.384 + 0.00426 = 0.38826 \text{ in}$$

مثال: Max تغییرمکان تراز تیر را بدست آورید. (abc)



$E = 30 \times 10^3$ kip/in²

$I = 192$ in⁴



TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\delta_I = \frac{1}{6}(u_1 + 2u_2)\, v_2 L = \frac{1}{6} \times \frac{2u}{5} \times 6(-30 + 1.8) = 31.2u$

$\delta_{II} = \frac{9-u}{6}\left[\frac{2u}{5}(68.6u) + (u - \frac{u^2}{15})(12u + 54)\right] = \frac{4}{30}u^4 - 3u^3 + 145.8u$

$\delta_{III} = \frac{1}{3} v v L = \frac{1}{3} u \cdot 6u \cdot (u - \frac{u^2}{15}) = 2u^3 - \frac{2u^4}{15}$

$\delta = 31.2u + \frac{4u^4}{30} - 3u^3 + 145.8u + 2u^3 - \frac{2u^4}{15} = u^3 + 177u$

$\delta_{max} = \frac{\partial \delta}{\partial u} = 0 \Rightarrow -3u^2 + 177 = 0 \Rightarrow u = 7.68 < 9$

$EI\delta = 9.6.17 \quad \delta = \frac{9.6.17}{EI} = 0.0226$ ft

TABAN

31

Subject:
Year. Month. Date. ( )

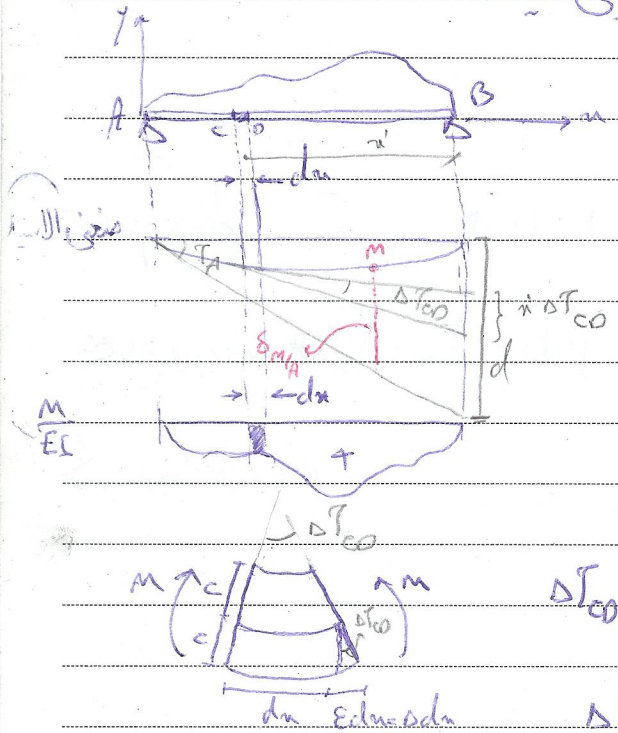
روش انرژی کرنشی برای محاسبه تغییر مکان یا چرخش یا تغییر مکان قائم یک یا چند نقطه در هر سازه تیر خرپا و ... متعدد و پیچیده غیر یکنواخت قرار بگیرد روش یا راه حل روش مناسبی نیست در این صورت روش انرژی کرنشی بر مشکلات هندسی برتری داشته مورد استفاده قرار می گیرد

۱- منحنی الاستیک تیر باید مورد نظر باشد

2- دو حالتی که این روش به کار می رود منحنی الاستیک باید پیوسته باشد

3- این روش برای بیش از یک یا چند نقطه از سازه به کار گرفته می شود

4- تغییر مکان های محاسبه شده از این روش حقیقی نیستند



$$\Delta T_{CO} = \frac{\varepsilon dx}{c} = \frac{\sigma}{E}\frac{dx}{c} = \frac{\frac{Mc}{I}}{E}\frac{dx}{c} = \frac{M dx}{EI}$$

قضیه اول مساحت زیر منحنی $\frac{M}{EI}$ در فاصله D, C انگار سطح

$$\Delta T_{CO} = \frac{M dx}{EI}$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قضیه اول لنگر سطح: زاویه بین مماس‌های مرسوم بر دو نقطه C و D برابر است با سطح زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ در فاصله بین این دو نقطه

$$\int_{T_C}^{T_D} dT_{CD} = \int_{M_C}^{M_D} \frac{M}{EI} dM \rightarrow T_D - T_C = T_{D/C} = \frac{M}{EI} \text{ سطح زیر منحنی بین C و D}$$

زاویه فوق و مماس‌ها زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ دارای علامت یکسانی هستند و اگر $\frac{M}{EI}$ مثبت باشد منحنی رو به بالا است.

وقتی از C به D حرکت می‌کنیم مماس‌های مرسوم به خاطر قضیه‌های ساعت حرکت خواهند کرد.

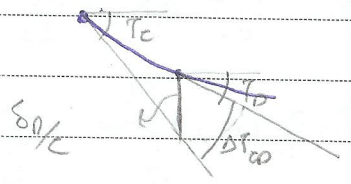
$$\Delta T_{AB} = \int_A^B \Delta T = \int_A^B \frac{M}{EI} dM$$

$$d_{B/A} = \int_A^B m' \Delta T_{CD} = \int_A^B m' \frac{M}{EI} dM$$

$d_{B/A}$ = B نسبت به $\frac{M}{EI}$ کشش اول نمودار

قضیه دوم لنگر سطح: در یک منحنی الاستیک انحراف نقطه D واقع در روی منحنی الاستیک از مماس رسم شده بر نقطه C واقع بر روی منحنی الاستیک مساوی لنگر اول سطح زیر منحنی $\frac{M}{EI}$ بین نقاط C و D نسبت به محور قائم که از نقطه D می‌گذرد.

$$\delta_{D/C} = \frac{M}{EI} \text{ کشش اول نمودار } \frac{M}{EI} \text{ نسبت به D}$$



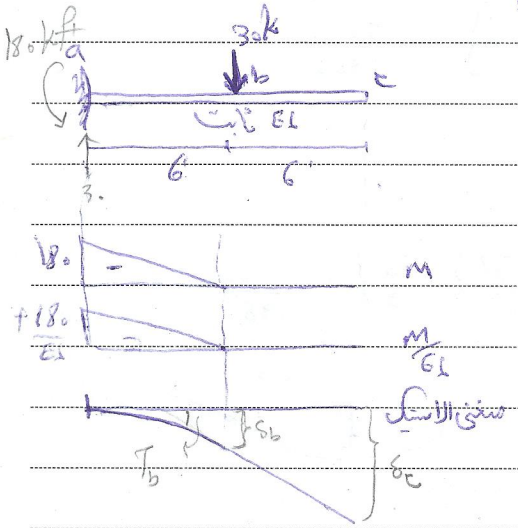
TABAN

32

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نکته: ذکر است که اگر سطح زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ مثبت باشد لنگر اول آن نیز نسبت به محور x مثبت و اگر منفی باشد لنگر اول آن نیز منفی خواهد بود. نقاطی با انحراف مثبت در بالای مماس مربوطه و نقاطی با انحراف منفی در پایین مماس مربوطه قرار دارد.

مثال: با استفاده از روش لنگر سطح دیترشگل زیر δ_b، δ_c، τ_b را بدست آورید.



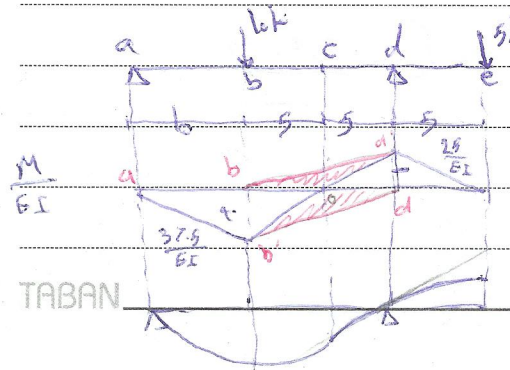
$$\delta_{b/a} = \delta_b = -\frac{180}{EI} \times \frac{6}{2}\left(\frac{2}{3} \times 6\right) = -\frac{2160}{EI}$$

$$\delta_{c/a} = \delta_c = -\frac{180}{EI} \times \frac{6}{2}\left(6 + \frac{2}{3} \times 6\right) = -\frac{5400}{EI}$$

$$\tau_{b/a} = \tau_b - \tau_a = \tau_b = -\frac{180}{EI} \times \frac{6}{2} = -\frac{540}{EI}$$

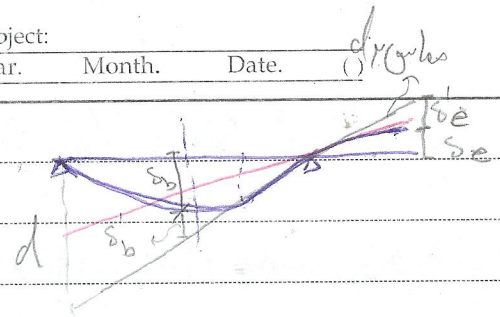
مثال 12:

δ_b ، τ_c ، δ_c



TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$\delta_{a/d} = d$

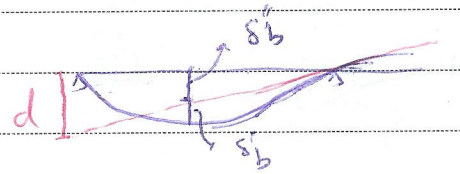
$$\delta_{a/d} = \frac{1}{EI}\left[\frac{37.5 \times 20}{2} \times 10 - \frac{25 \times 10}{2}\left(\frac{2}{3} \times 10 + 10\right)\right] = \frac{5000}{3EI}$$

$$T_d = \frac{5000}{3EI}\left(\frac{1}{20}\right) = \frac{250}{3EI}$$

$$\delta'_b = \delta_{b/d} = \frac{1}{EI}\left(-10 \times \frac{25}{2} \times \frac{2}{3} \times 10 + \frac{10 \times 37.5}{2} \times \frac{10}{3}\right) = -\frac{625}{3EI}$$

$$\delta_b = \delta'_b + \delta''_b$$

$$= \frac{625}{3EI} + \frac{d}{2} = \frac{3125}{3EI}$$



$$\delta'_e = \frac{1}{EI}\left(-25 \times 5/2 \times \frac{2}{3} \times 5\right) = -\frac{625}{3EI}$$

$$\delta_e = 5T_d - \frac{625}{3EI}$$

$$= \frac{1250}{3EI} - \frac{625}{3EI} = \frac{625}{3EI}$$

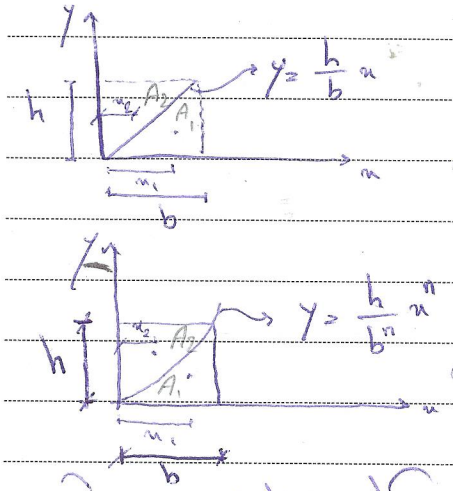
$$T_d = T_c - T_{c/d}$$

$$\frac{250}{3EI} = T_c - \left(\left(\frac{25 \times 12.5}{2EI}\right)5 + \frac{18.75 \times 5}{2EI}\right) \Rightarrow T_c = \frac{218.75}{6EI}$$

TABAN

32

Subject:
Year. Month. Date. ( )



A_1	A_2	x_1	x_2
$\frac{bh}{2}$	$\frac{bh}{2}$	$\frac{2}{3}b$	$\frac{b}{3}$
$\frac{bh}{n+1}$	$\frac{nbh}{n+1}$	$\frac{n+3}{2}\frac{b}{n+2}$	$\frac{b}{n+2}$

تعیین ماکزیمم مقدار تغییرمکان در این روش، یعنی تغییرمکان را در فاصله x بدست آورده

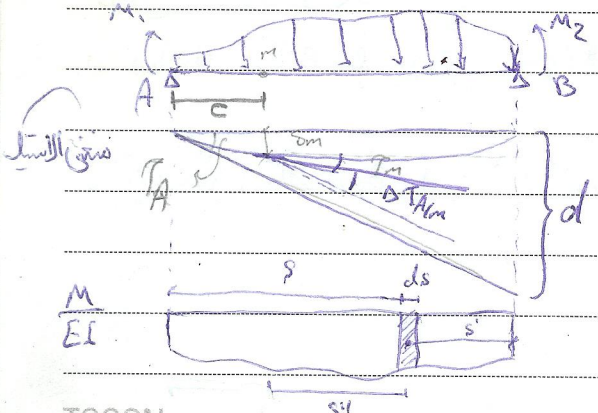
پس از مشتق گیری موقعیت x و مقدار تغییرمکان max را بدست آورد

به طور این کار می‌توان از T_{max} تغییرمکان max را بدست آورد

در صفحه‌ای که آموزش بدست آوردن انتگرال مورد استفاده در مقابل در متن الاستیک

تکنیکی ایجاد می‌کند مشتق چه ماهیتی دارد؟

روش بار الاستیک در تعیین تغییرمکان‌ها و تعمیم روش کلرسیج،

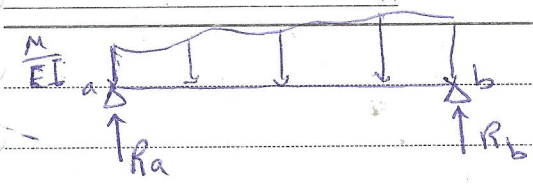


$$d = \int_A^B s' \frac{M}{EI} ds$$

$$T_A = \frac{d}{L} = \frac{1}{L} \int_A^B s' \frac{M}{EI} ds$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$$\sum M_b = 0 \Rightarrow R_a L - \int_A^B \left(\frac{M}{EI}\, ds\right) s' = 0$$

$$\begin{cases} R_a = \frac{1}{L}\int_A^B s' \frac{M}{EI}\, ds = \text{عکس العمل در } a \text{ تیر ساده} \\ R_a = T_A \end{cases}$$

$$T_m = T_A - \Delta T_{A/m} = T_A - \int_A^m \frac{M}{EI}\, ds \Big\} \; AB \text{ در تیر}$$

$$\Rightarrow T_{AB \text{ در تیر}} = V_{ab \text{ در تیر}}$$

$$ab \text{ در تیر} \Rightarrow V_m = R_a - \text{سطح بار الاستیک از } a \text{ تا } m = R_a - \int_a^m \frac{M}{EI}\, ds$$

برای بدست آوردن δ_m

$$AB \text{ در تیر } \delta_m = c T_A - \delta'_m = c T_A - \int_A^m s'' \frac{M}{EI}\, ds$$

$$ab \text{ در تیر } M_m = R_a \cdot c - \int_a^m s'' \frac{M}{EI}\, ds$$

$$(M_m)_{ab \text{ در تیر}} = (\delta_m)_{AB \text{ در تیر}}$$

در روش بار الاستیک داریم:

۱- در تکیه گاه A تا B عدم پیوستگی در منحنی الاستیک نباید وجود داشته باشد

۲- تغییر مکان در نقاط A و B در این روش در نظر گرفته نمی شود

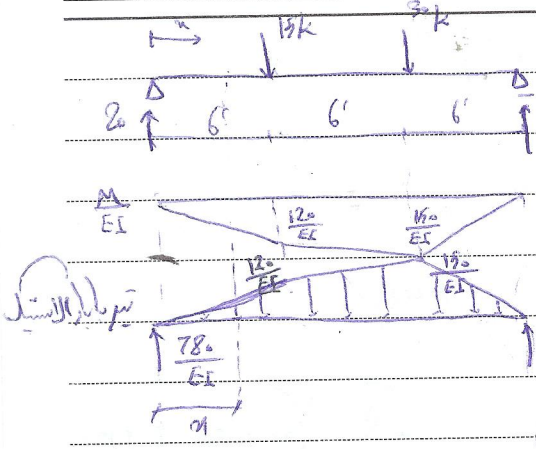
TABAN

32''

Subject:
Year. Month. Date. ( )

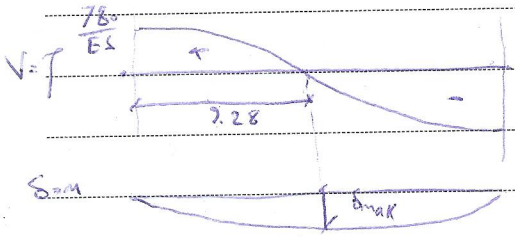
مثال ۱: با استفاده از روش بار الاستیک در نقاط n

تغییر مکان چرخشی را بدست آورید $\theta_{n=?}$

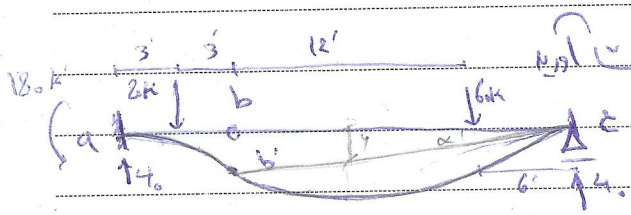


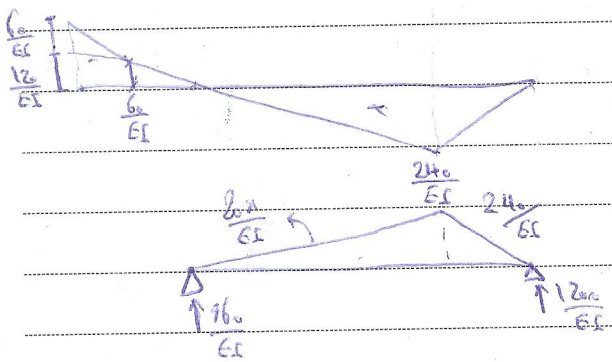
$$V_n = \frac{780}{EI} - \frac{20n}{EI} \times \frac{n}{2} = \frac{780 - 10n^2}{EI}$$

$$\delta_n \quad M_n = \frac{780}{EI} n - \frac{20n}{EI} \times \frac{n}{2} \times \frac{n}{3} = \frac{780n}{EI} - \frac{10n^3}{3EI}$$



مثال ۲: در تیر مثال زیر تغییر مکان ماکزیمم را بدست آورید





$$EI\,\delta_b = -\frac{120 \times 6}{2} \times \frac{2}{3} \times 6 - 60n \times \frac{3}{2} \times \left(3 + \frac{2}{3} \times 3\right) = -1890$$

$$\delta_b = \frac{-1890}{EI} \quad \alpha = \frac{-1890}{EI} \times \frac{1}{18} = \frac{-105}{EI}$$

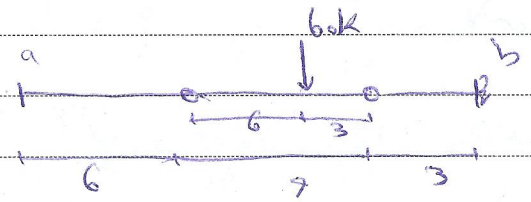
TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\delta_m = \frac{960\,m}{EI} - \frac{10x^2}{EI} * \frac{x}{3} + \frac{(18-x)(105)}{EI}$$

$$\theta_m = \frac{960}{EI} - \frac{10x^2}{EI} - \frac{105}{EI} = 0 \Rightarrow x = 9.24 < 12$$

$$\delta_{max} = 7146/EI$$



تمرین: تغییر مکان ماکزیمم

TABAN

33

Subject:

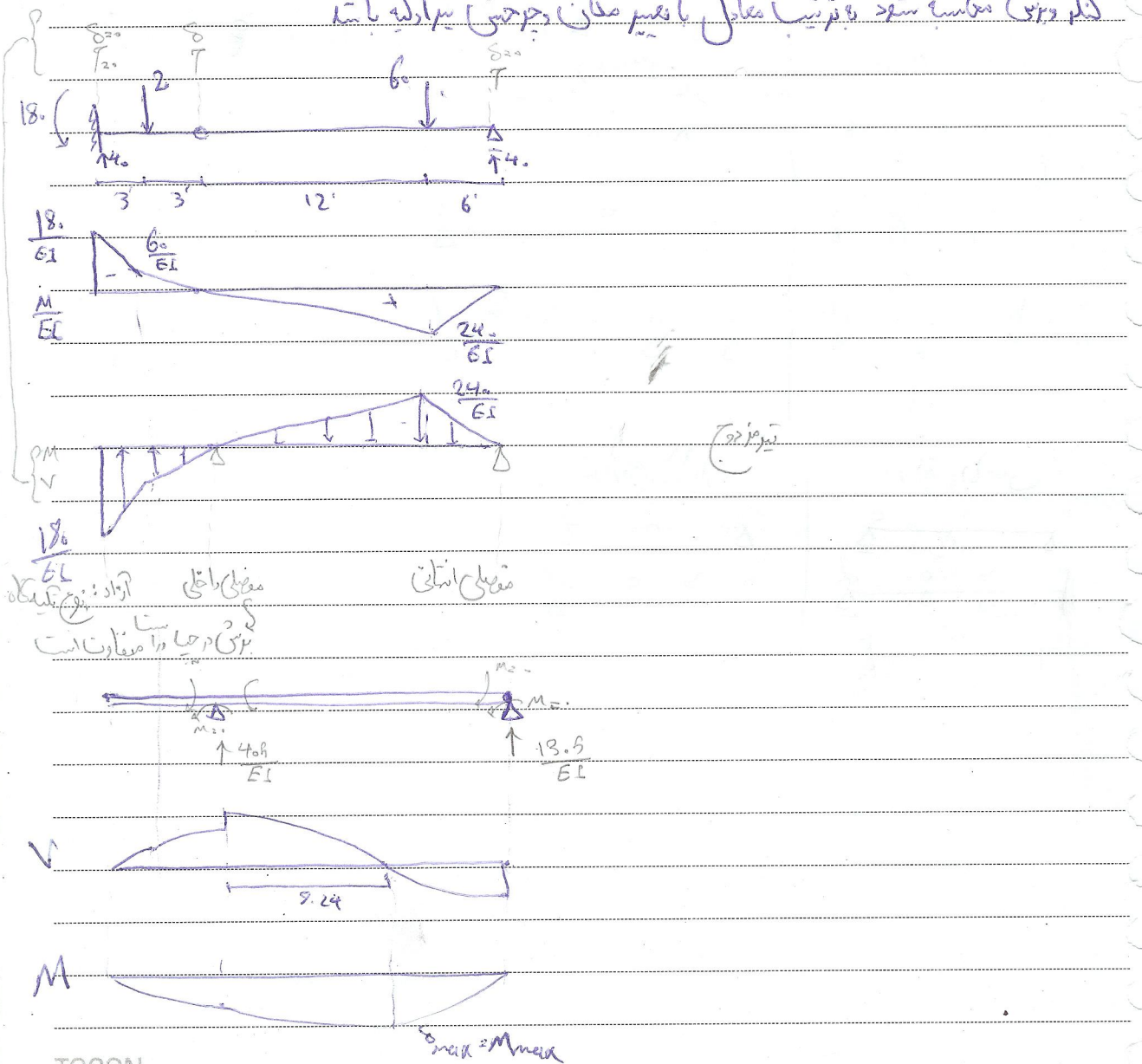
Year. Month. Date. ( )

روش تیر مزدوج یا تیر جانشین . از مثال های قبل می توان استنباط کرد که معادلات تعیر مکان برای تعداد

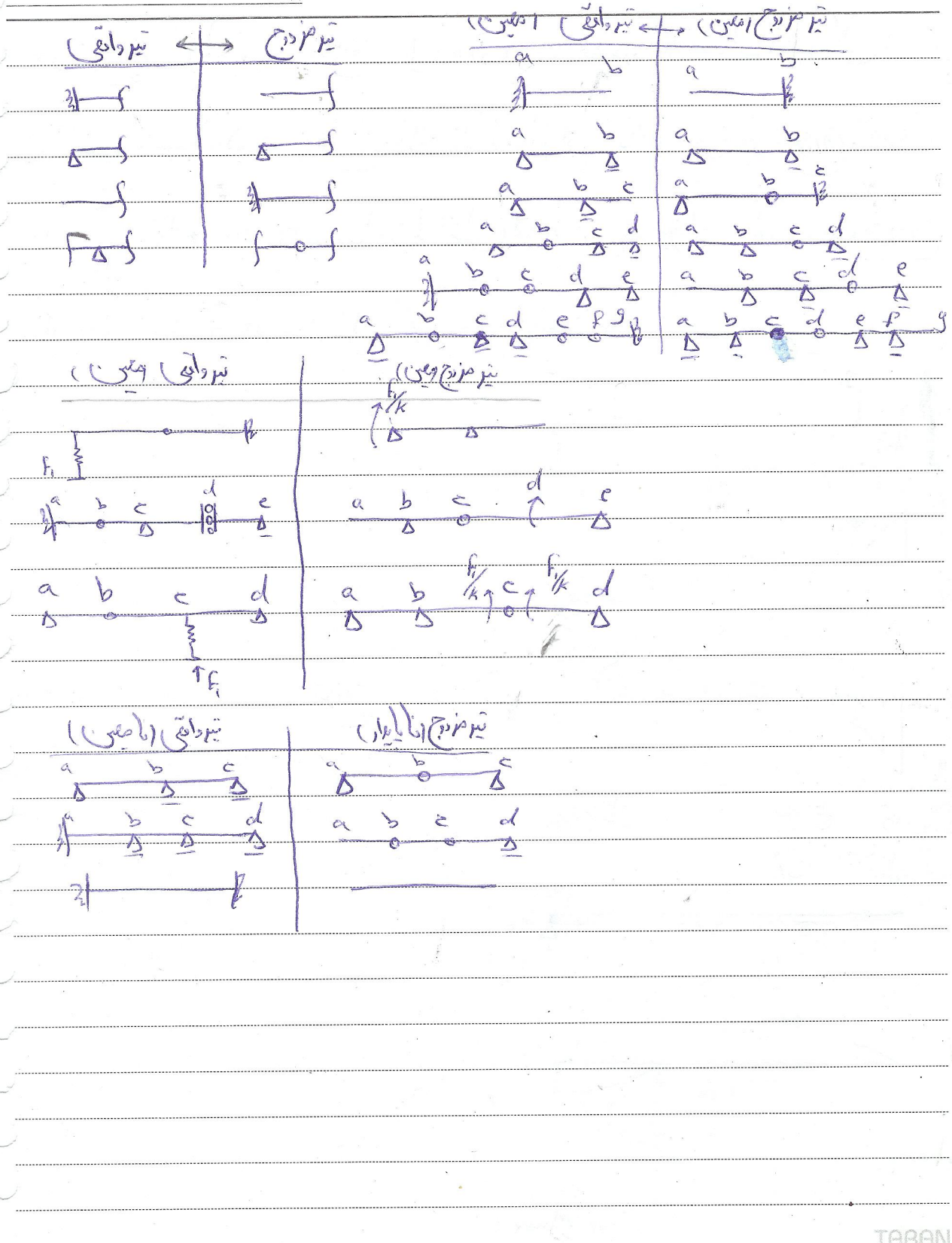
بارگیری مناسب ترکیب روش کنترل سطح و بار الاستیک ایجاد دارد که این روش روش تیر مزدوج نامیده می شود

در این روش انتهای تیر همواره است با شرایط انتهایی خاصی دیاگرام $\frac{M}{EI}$ تیر داریم به طوریکه هرگاه (تیر مزدوج)

کنکر و برش محاسبه شود به ترتیب معادل با تغییر مکان و چرخش تیر داریم باشد



Subject:
Year. Month. Date. ( )



TABAN

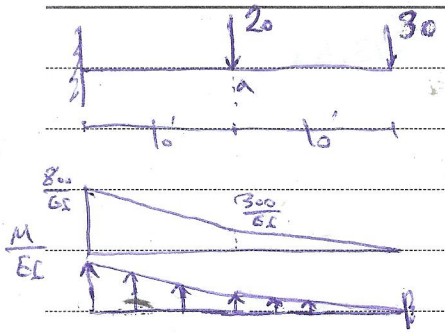
34

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: تغییرمکان نقاط a و c جرخش گره b را بدست آورید

$E = 29 \times 10^3$ ksi

$I = 2000$ in^4



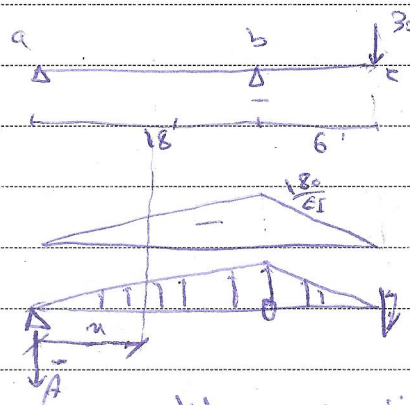


$$\theta_a = \bar{V}_a = \left(\frac{800 \times 300}{EI}\right) \times \frac{10}{2} \times \frac{500}{EI}$$

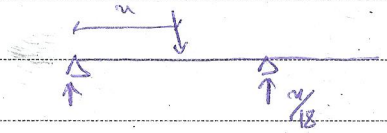
$$\delta_a = \bar{M}_a = \frac{300}{EI} \times 10 \times 5 + \frac{500}{EI} \times \frac{10}{2} \times \frac{20}{3} = \frac{63500}{3EI}$$

تیر مزدوج مقطع منفرد باکاری است

مثال: در تیر شکل زیر تکیه b به اندازه $\frac{1}{8}$ in نشست کرده است تغییرمکان max را در قاطل ab بدست



$EI = 29 \times 10^4$ k-ft^2 ثابت



نشست اضافی

$$EI\delta_m = EI\delta_{mp} + EI\delta_{mq}$$

$\sum M_a = 0 \Rightarrow \bar{A} \times 18 = \frac{180}{EI} \times \frac{18}{2} \times \frac{18}{3} \Rightarrow \bar{A} = \frac{540}{EI}$

$$\bar{M}_m = -\frac{540}{EI} x + \frac{10x}{EI} \times \frac{x}{2} \times \frac{x}{3} \Rightarrow \delta_{mp}$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\delta_{M_S} = -\sum R_{K_M} \delta_K \Rightarrow EI\,\delta_{M_S} = -(-\frac{a}{18})(\frac{1}{8\times12})EC = 173.6x$

$EI\,\delta_x = -540x + \frac{5}{3}x^3 + 173.6x$ ①

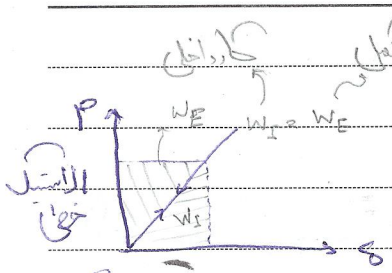
$\frac{d(1)}{dx} = -366.39 + 5x^2 = 0 \Rightarrow x = 8.56 < 18$

(ب) با قرار دادن در ① $\delta_x = 0.0698$ ft

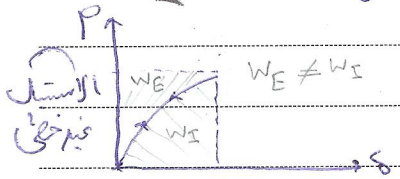
35

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قضایای کاستیگلیانو



قضیه اول: در یک جسم الاستیک خطی یا غیرخطی که دمای آن ثابت بوده و تکیه گاه‌ها غیرقابل تغییر شکل باشند

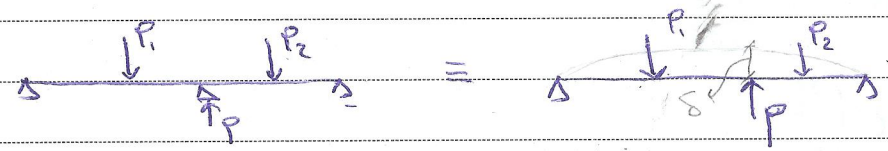


$$\frac{\partial W_I}{\partial \delta_n} = P_n$$

این بدین معناست که مشتق اول انرژی تغییر شکل نسبت به هر مولفه تغییرمکان برابر است با نیروی متناظر آن مولفه در راستای تغییرمکان

$$W_I = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{\partial W_I}{\partial x} = kx = F$$

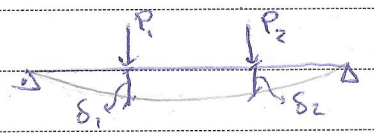


$$\frac{\partial W_I}{\partial \delta} = P$$

از قضیه اول بیشتر در تحلیل سیستم‌های نامعین استفاده می‌شود

قضیه دوم: در یک سیستم الاستیک خطی در دمای ثابت و تکیه گاه‌های غیرقابل تغییر باشند

$\delta_n = \frac{\partial W_I}{\partial P_n}$ و این رابطه بدین معناست که مشتق اول انرژی کرنشی سازه نسبت به هر نیروی برابر خواهد با تغییرمکان نقطه اثر نیرو در جهت خط اثر نیرو



$$\frac{\partial W_I}{\partial P_1} = \delta_1 \quad , \quad \frac{\partial W_I}{\partial P_2} = \delta_2$$

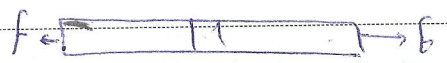
TABAN

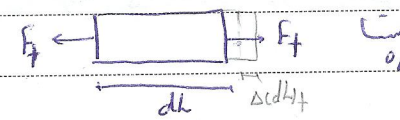
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$W_I = \frac{1}{2} f_u = \frac{f^2}{2k}$$

$$\frac{2W_I}{2f} = \frac{f}{k} = u$$

گام اول: محاسبه انرژی ذخیره شده در جسم:

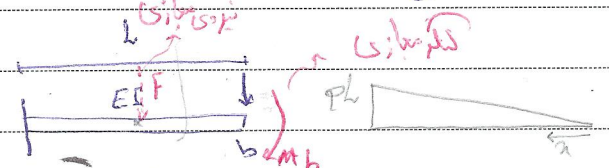




36

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$W_i = \int_0^L \frac{T^2 dx}{2GJ}$ حاصل از پیچش



مثال: $\delta_b = ?$ $\theta_b = ?$

$M = -Px$

$W_i = \int_0^L \frac{M^2 dx}{2EI}$

$\delta_b = \frac{\partial \int_0^L \frac{M^2 dx}{2EI}}{\partial P} = \int_0^L M \frac{\partial M}{\partial P} \frac{dx}{EI}$

$M = -Px$

$\frac{\partial M}{\partial P} = -x$

$\Rightarrow \delta_b = \int_0^L (-Px)(-x) \frac{dx}{EI}$

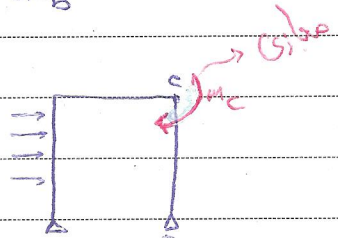
$\delta_b = \frac{PL^3}{3EI}$

$\theta_b = \frac{\partial W_i}{\partial M_b} = \int M \frac{\partial M}{\partial M_b} \frac{dx}{EI}$

$M = -Px - M_b$

$\frac{\partial M}{\partial M_b} = -1$

$\Rightarrow \theta_b = \int_0^L (-Px - M_b)(-1) \frac{dx}{EI} = \frac{PL^2}{2EI}$



دیاگرام M ← دیاگرام N ← اعمال M_c

هرجا M یا N صفر شود حدود انتگرال گیری تغییری نکند

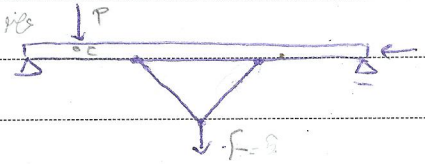
در محاسبات $M_c = 0$

$\delta_c = \sum S \frac{\partial S}{\partial P} \frac{L}{AE} + \int N \frac{\partial N}{\partial P} \frac{dx}{EA} + \int M \frac{\partial M}{\partial P} \frac{dx}{EI}$

کار درونی غیر خمشی

نیروی محوری در اعضای غیر خمشی

کار درونی محوری در اعضای خمشی



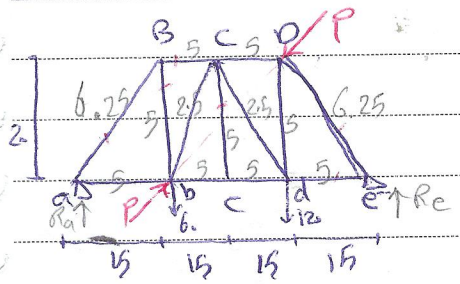
$\delta_c = ?$

ابتدا در محل P اعمال می‌کنیم سپس M، N و S را حساب کرده و در آخر حذف می‌کنیم و در آخر علامت مثبت می‌گیریم

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: تبدیل شدن دو نقطه b و D
تابعی از P هستند R_a و R_e



میله	F (1)	$\frac{\partial F}{\partial P}$	$\frac{L_0}{AE}$ (4)	(2)(3)(4)
aB	۶۱۶	0		
ab	"	0		
bc	$-18.7 - 0.695P$	-0.695		

$\Sigma = 0.00183$ ft

	F	$\frac{\partial F}{\partial P}$	$\frac{L}{AG}$
aB	-93.75	0	
ab	56.25	0	
Bb	75	0	
BC	-56.25	0	
Cc	0	0	
De	-131.25	0	
de	75.75	0	
bE	$-18.75 - 0.693P$	-0.693	
bc	$67.5 - 0.41P$	-0.41	
cd	$67.5 - 0.41P$	-0.41	
Cd	$18.75 + 0.683P$	$+0.683$	
Dd	$63 - 0.546P$	-0.546	
CD	$-63 - 0.832P$	-0.832	

TABAN

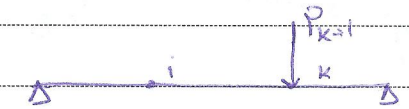
37

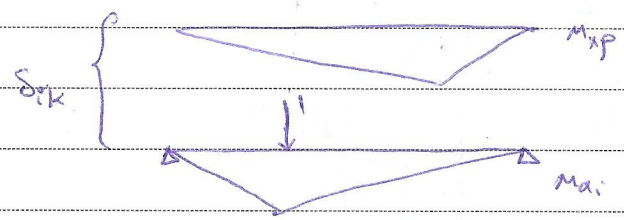
Subject:

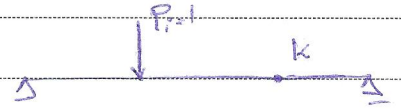
Year. Month. Date. ( )

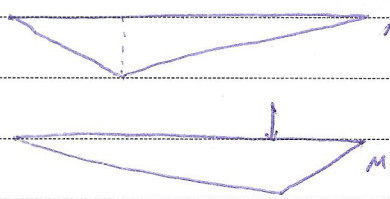
اصل تغییرمکان‌های معکوس یا متقابل یا قانون ماکسول بتی: در یک سازه تغییرمکان نقطه اختیاری i به ازای اعمال بار در نقطه k برابر است با تغییرمکان نقطه k به ازای اعمال بار در نقطه i با بار واحد

$\delta_{ik} = \delta_{ki}$



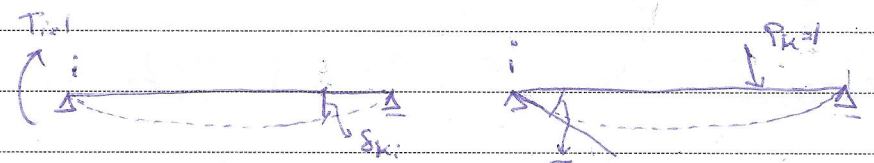


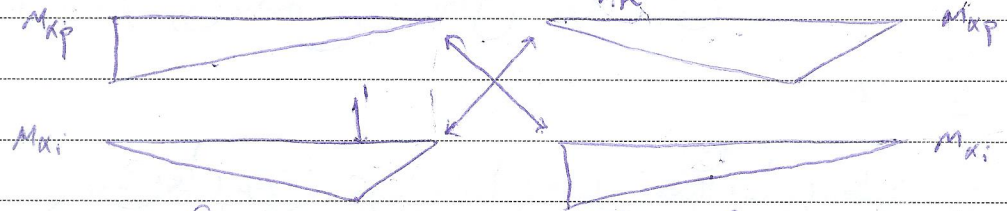




$$\delta_{ik} = \int M_{xi} M_{xp} \frac{dx}{EI}$$

$$\delta_{ki} = \int M_{xi} M_{xp} \frac{dx}{EI}$$





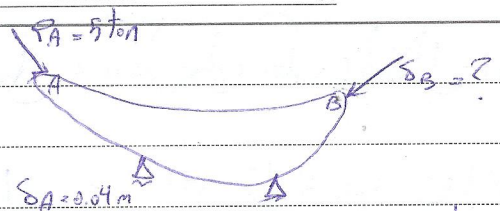
$$1 \times \delta_{ki} = \int M_{xi} \cdot M_{xp} \frac{dx}{EI} \qquad 1 \times T_{ik} = \int M_{xi} \cdot M_{xp} \frac{dx}{EI}$$

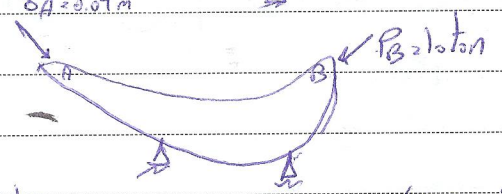
$$\Rightarrow T_i T_{ik} = P_k \delta_{ki}$$

TABAN

$$\frac{\delta_{ki}}{P_i} = \frac{\delta_{ik}}{P_k} \Rightarrow P_k \delta_{ki} = P_i \delta_{ik}$$

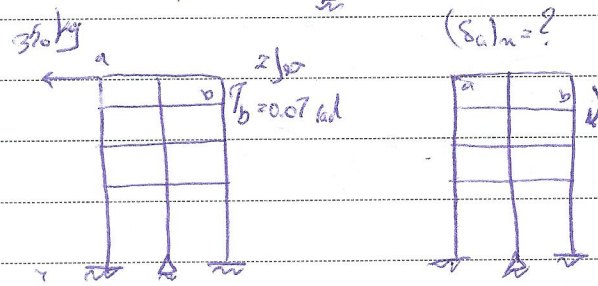
Subject:
Year. Month. Date. ( )



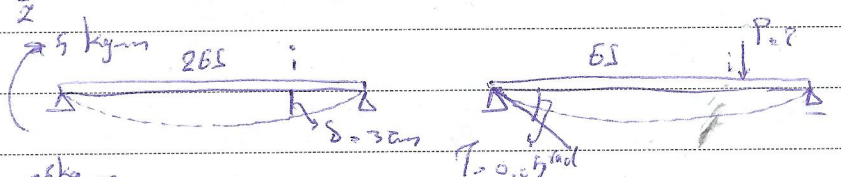


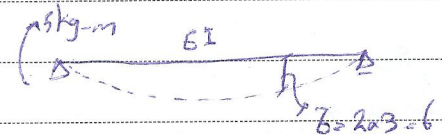
$\Rightarrow P_A \delta_A = P_B \delta_B$

$\Rightarrow \delta_B = 0.02^m$



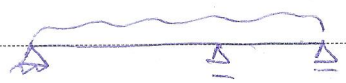
$(-350)(\delta_a)_m = (0.07)(-500) \Rightarrow (\delta_a)_m = 0.1 cm$





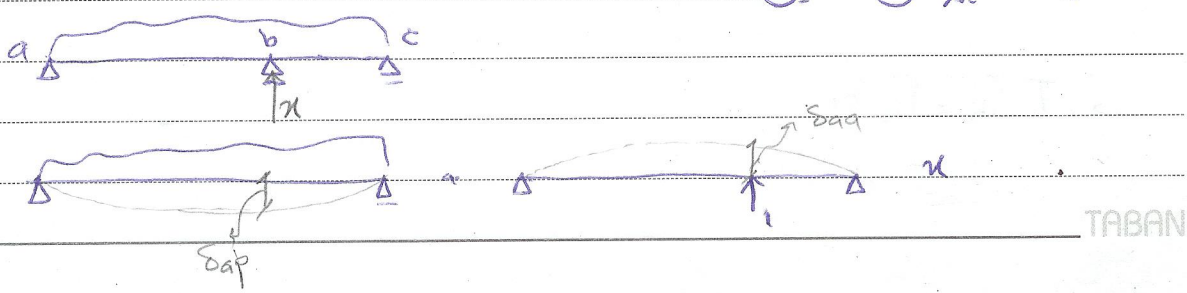
$500 \times 0.05 = P \times 6 \Rightarrow P = 25/6 kg$

استفاده از قانون ماکسول وبتی در تحلیل سازه های نامعین



روش های نیروی ، نیروهای اضافی به عنوان مجهول اساسی در نظر گرفته می شوند

تغییر مکانی ، تحلیل 2



TABAN

38

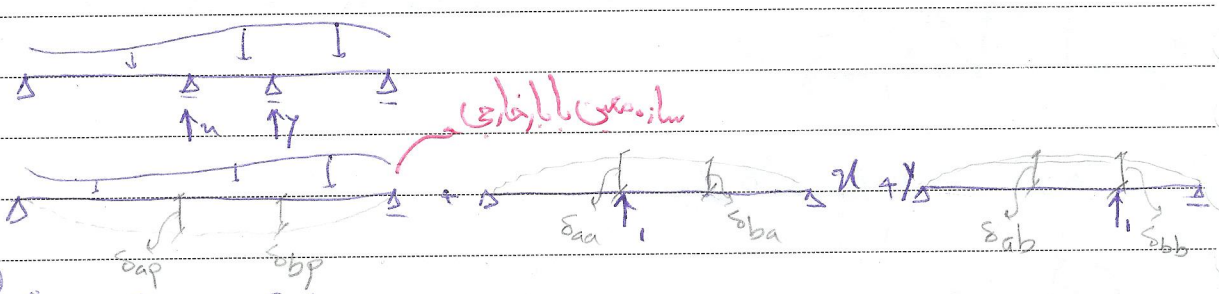
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$\delta_{ap} + x\delta_{aa} = 0$ (رابطه سازگاری)

$$\delta_{ap} = \int \frac{m_{x,1} m_{xp}\, dx}{EI}$$

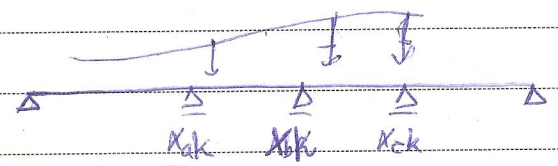
$$\delta_{aa} = \int \frac{(m_{x,1})^2\, dx}{EI}$$



$$\begin{cases} \delta_{ap} + x\delta_{aa} + y\delta_{ab} = 0 \\ \delta_{bp} + x\delta_{ba} + y\delta_{bb} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \delta_{ap} \\ \delta_{bp} \end{bmatrix}$$

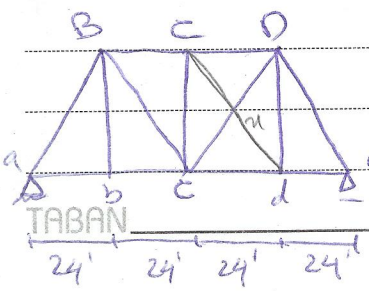
$\delta_{ab} = \delta_{ba}$ براساس اصل ماکسول و بتی



$$\begin{bmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} & \delta_{ac} \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} & \delta_{bc} \\ \delta_{ca} & \delta_{cb} & \delta_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{ak} \\ X_{bk} \\ X_{ck} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \delta_{ak} \\ \delta_{bk} \\ \delta_{ck} \end{bmatrix}$$

ماتریس معکوس

مثال: تیری داخلی میله cd کوتاه‌تر از اندازه‌های میله‌های CD، BC به اندازه 5.0^{-4} فوت است.

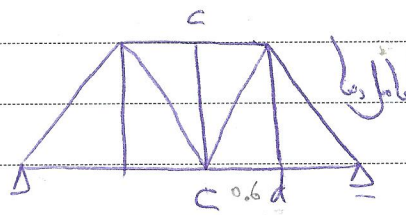


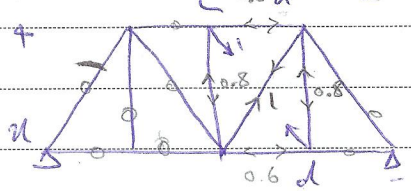
$\alpha = 6.5 \times 10^{-7}$

$E = 30 \times 10^3$ k.p/in²

$\frac{I}{A}$ (in²) = 1

Subject:
Year. Month. Date. ( )





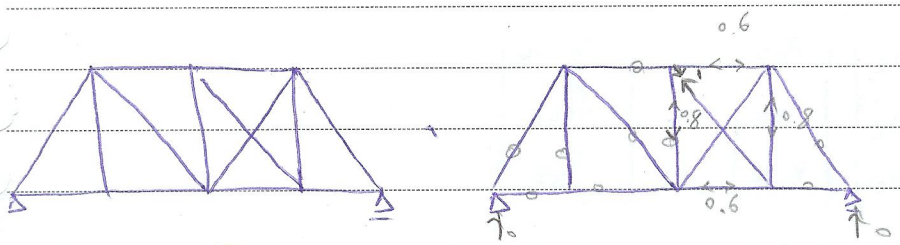
$$\delta_{cd_{(1)}} + X\,\delta_{cd_{(2)}} = \delta_{cd}$$

$$\sum N k_i \alpha L \Delta T \qquad \sum (N_{k_i})^2 \frac{L}{EA} \qquad -u\frac{L}{AE}$$

$$\Rightarrow \sum N k_i \alpha L \Delta T_{(1)} + X \sum (N_{k_i})^2 \frac{L}{AE}_{(2)} = -\frac{uL}{AE}$$

$$-0.6\,\alpha(24)(50) + X\left[2\times(0.8)^2\frac{L}{AE} + 2\times(0.6)^2\frac{L}{AE} + \frac{L}{AE}\right] = -\frac{uL}{EA}$$

$$-0.00468 + \frac{3u}{E} = -\frac{u}{E} \Rightarrow u = 35.1\ \text{kip}$$

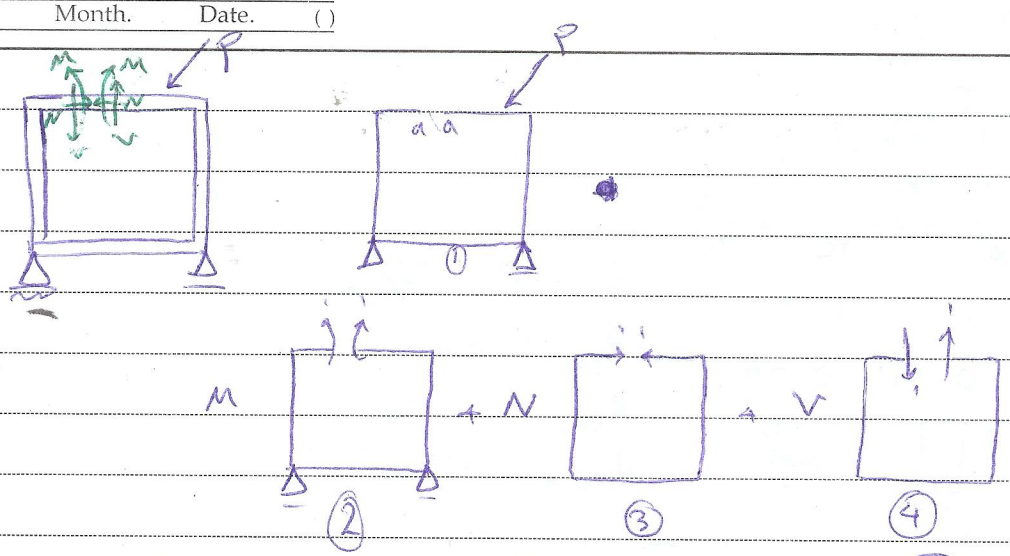


$$\text{تغییر شکل در نقطه ۱ در حالت ۱} + X\,(\text{تغییر شکل در نقطه ۱ در حالت ۲}) = 0$$

$$(-0.6)\alpha(24)(50) + u\left[2\times(0.8)^2\frac{L}{AE} + 2\times(0.6)^2\frac{L}{AE} + \frac{1}{AE}L\,2\right] = 0 \Rightarrow u = 35.1\ \text{kip}$$

TABAN

Subject: 39
Year. Month. Date. ( )



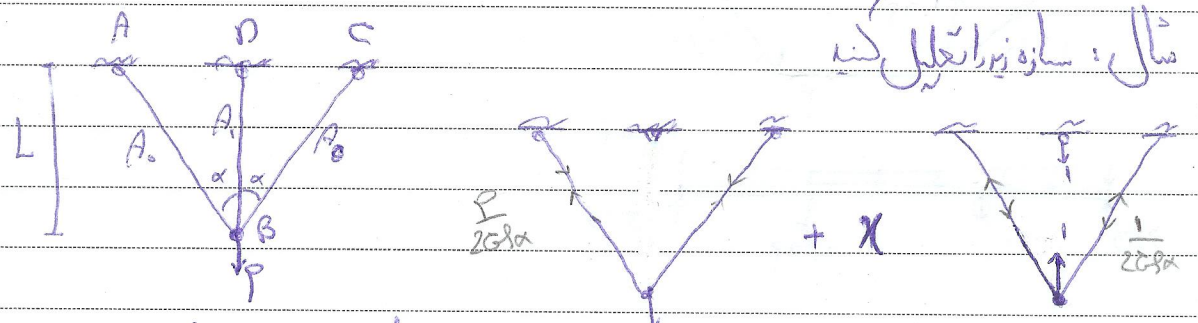
$$\delta_{aa_1} + M\delta_{aa_2} + N\delta_{aa_3} + V\delta_{aa_4} = 0$$ تغییر شکل

$$\Gamma_{aa_1} + M\Gamma_{aa_2} + N\Gamma_{aa_3} + V\Gamma_{aa_4} = 0$$ چرخش

$$\delta_{aa_1} + M\delta_{aa_2} + N\delta_{aa_3} + V\delta_{aa_4} = 0$$ افزایش

$$\begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & & \\ \circ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \\ V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

مثال: سازه زیر را تحلیل کنید



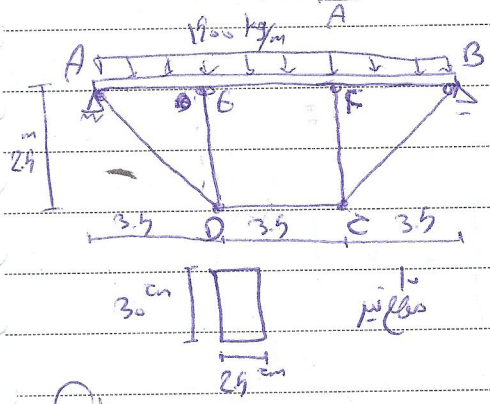
$$\delta_{B_1} + X\delta_{B_2} = \frac{-uL}{A_1E}$$

$$2\left(\frac{P}{2C_{\alpha}} \times \frac{-1}{2C_{\alpha}} \times \frac{L}{C_{\alpha} A_0 E}\right) + X \times 2\left(\frac{-1}{2C_{\alpha}}\right)^2 \frac{L/C_{\alpha}}{A_0 E} = \frac{-uL}{A_1 E}$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\Rightarrow u = \frac{P}{1+2\cos^3\alpha \frac{A_c}{A}}$



نقشه:

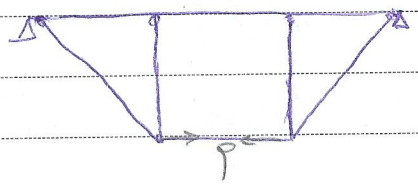
$E = 2.1 \times 10^6 \ kg/cm^2$

$A_{DC} = 10 \ cm^2$

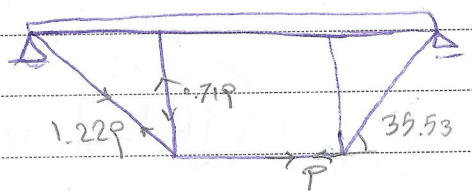
$A_{DG,FC} = 7.5 \ cm^2$

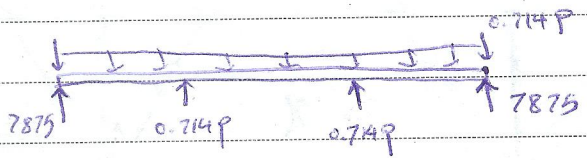
$A_{AD,BC} = 12.5 \ cm^2$

نیروهای داخلی را محاسبه کرده و تغییرات کلی را در AB بدست آورید از اثرات برشی صرفنظر کنید



$$\int_{\text{تیر}} M \frac{\partial M}{\partial P} \frac{dx}{EI} + \sum_{\text{خرپا}} S \frac{\partial S}{\partial P} \frac{L}{EA} + \int N \frac{\partial N}{\partial P} \frac{dx}{EA} = 0$$





$AE \Rightarrow M = (7875 - 0.714P)x - \frac{1500x^2}{2}$

$\frac{\partial M}{\partial P} = -0.714x$

$EF = (7875 - 0.714Px) - \frac{1500x^2}{2} + 0.714P(x-3.5) = 7875x - \frac{1500x^2}{2} - 2.5P$

$\frac{\partial M}{\partial P} = -2.5$

TABAN

40

Subject:

Year. Month. Date. ( )

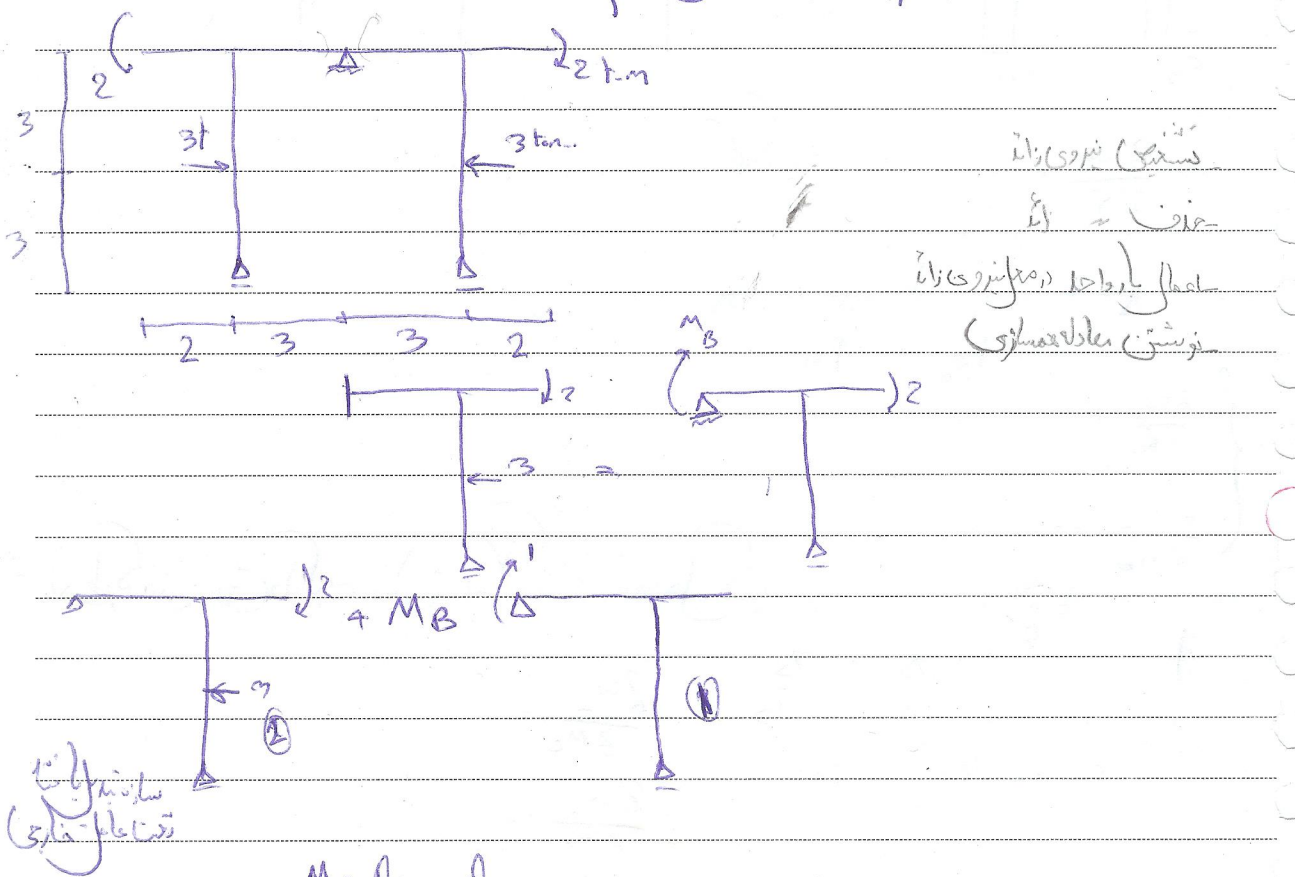
$$\frac{\partial W_i}{\partial P} = 0 \Rightarrow \frac{2}{EI}\int_0^{3.5} -0.714x\,(7875 - 0.714Px - 75x^2)\,dx$$

$$+ \frac{1}{EI}\int_{3.5}^{7} -2.5(7875x - 75x^2 - 2.5P)\,dx + \frac{P \times 10.5}{AE}$$

$$+ 2\times 1.2289^2 P \times \frac{4.3}{AE} + \frac{P\times 3.5}{AE} - 2\times 0.714^2 P\frac{2.5}{AE} = 0$$

$$\Rightarrow P = 3054.7\ kg$$

M_B را از فنر آزاد کرده و دیاگرام‌های نیروهای داخلی را رسم کنید



تغییر شیب نیروی زائد

حذف = ۰

اعمال یک واحد در جهت نیروی زائد

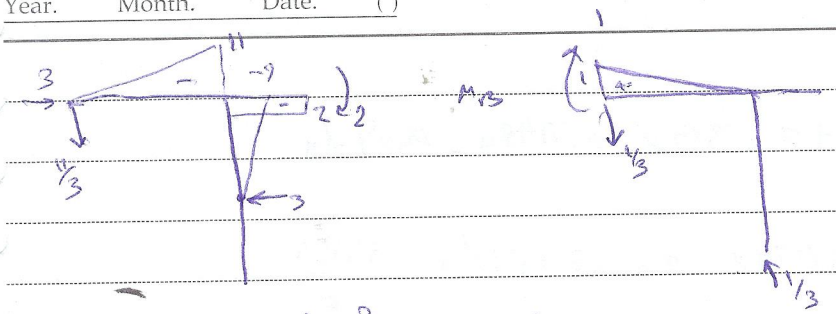
نوشتن معادله سازگاری

سازگاری تغییر شکل

$$M_B \theta_{B_{(1)}} + \theta_{B_{(2)}} = 0$$

TABAN

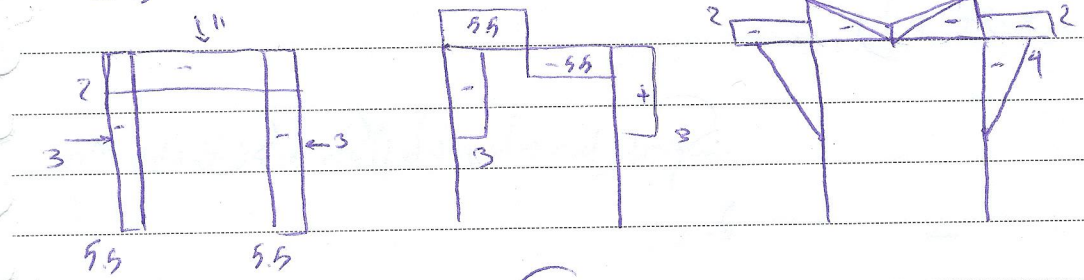
Subject:
Year. Month. Date. ( )



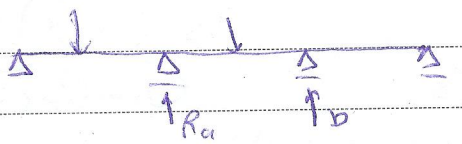
$$M_B\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{EI}\right)+\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{EI}\left(1\times(-11)\right)=0$$

$$\Rightarrow M_B = 5.5\ \text{ton.m}$$

$$\sum M_B = 0 \quad R_C = 5.5\ \text{ton}\uparrow$$

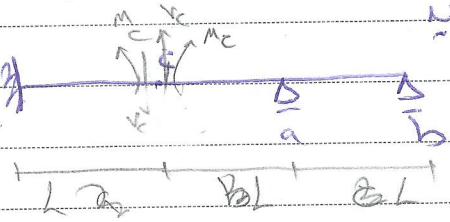


$\frac{\partial w_1}{\partial P}$ ...



$$\begin{cases}\frac{\partial w_1}{\partial R_a}=0\\ \frac{\partial w_1}{\partial R_b}=0\end{cases}$$

با در نظر گرفتن برش و لنگر می توان با روش کاستیلیانو حل کنید



$$\frac{\partial w_1}{\partial M_C}=0$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial V_C}=0$$

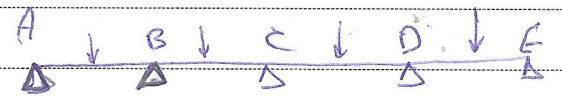
TABAN

41

Subject:

Year. Month. Date. ( )

روش سه لنگری در تحلیل سازه‌ها

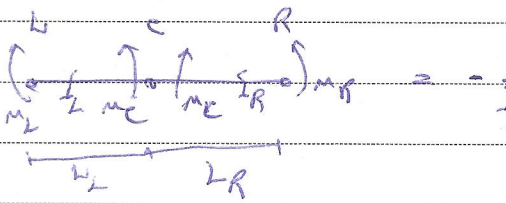


$M_A, M_B, M_C \rightarrow$ معادله M_L, M_C, M_R

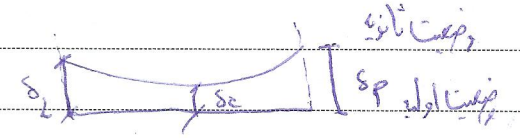
$M_B, M_C, M_D \rightarrow$ "

$M_C, M_D, M_E \rightarrow$ "

$$M_L\left(\frac{L_L}{I_L}\right) + 2M_C\left(\frac{L_L}{I_L} + \frac{L_R}{I_R}\right) + M_R\left(\frac{L_R}{I_R}\right) =$$

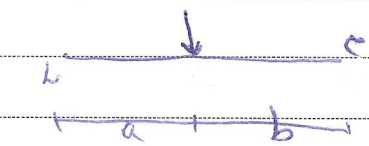


$$= -\frac{L_0}{I_L} - \frac{R_0}{I_R} + 6E\left[\frac{\delta_L}{L_L} - \delta_C\left(\frac{1}{L_L} + \frac{1}{L_R}\right) + \frac{\delta_R}{L_R}\right]$$

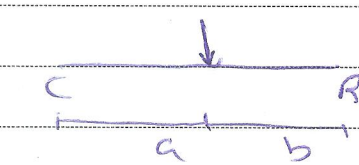


$$L_0 = \frac{6(m_0)_L}{L_L}$$

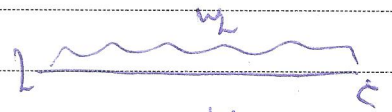
$$R_0 = \frac{6(m_0)_R}{L_R}$$



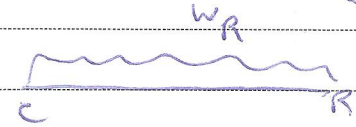
$$L_0 = \frac{Pab(2a+b)}{L_L}$$



$$R_0 = \frac{Pab(a+2b)}{L_R}$$



$$L_0 = \frac{w_L L_L^3}{4}$$



$$R_0 = \frac{w_R L_R^3}{4}$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$M_L \frac{L_L}{S_L} + 2M_C\left(\frac{L_L}{S_L} + \frac{L_R}{S_R}\right) + M_R \frac{L_R}{S_R} = -\frac{L_0}{S_L} - \frac{R_0}{S_R} + 6E\left[\frac{\delta_L}{L_L} - \delta_C\left(\frac{1}{L_L} + \frac{1}{L_R}\right) + \frac{\delta_R}{L_R}\right]$$

TABAN

۵

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تحلیل سازه‌های نامعین

روش شیب افت

۱- تشخیص درجات آزادی (سینماتیکی) D.O.F

۲- نوشتن معادلات نیرو-تغییرمکان (شیب افت) برای هر درجه

۳- نوشتن معادلات تعادل ← برای هر θ تعادل گره $\sum M_{گره} = 0$

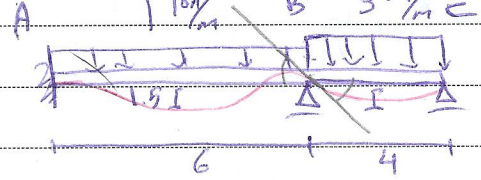
برش ← ∆ ← ″

۴- محاسبه R_{θ}, R_{Δ}

۵- قراردادن R_{θ} و R_{Δ} در معادلات شیب افت و تعیین لنگرهای انتهایی اعضا

۶- محاسبه برش و نیروی محوری اعضا و رسم دیاگرام‌ها در صورت نیاز

مثال: لنگرهای انتهایی را بدست آورید



مجهولات: θ_B, θ_C, $\theta_A = 0$

همسازی $\theta_{BA} = \theta_{BC} = \theta_B$

$$M^F_{AB} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{1 \times 6^2}{12} = -3 \text{ ton-m}$$

$$M^F_{BA} = +3 \text{ ton-m}$$

$$M^F_{BC} = -\frac{3 \times 4^2}{12} = -4 \text{ ton-m}$$

$$M^F_{CB} = +4 \text{ ton-m}$$

TABAN

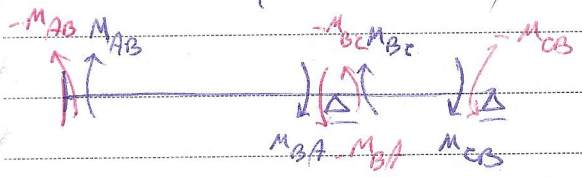
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B) - M^F_{AB}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_{AB} = \frac{2E(1.5I)}{6}(0 + \theta_B) - 3 \\ M_{BA} = \frac{2E(1.5I)}{6}(2\theta_B + 0) + 3 \end{cases}$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{4}(2\theta_B + \theta_C) - 4$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{4}(2\theta_C + \theta_B) + 4$$



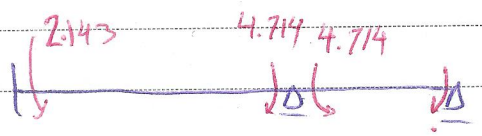
$$\begin{cases} -M_{CB} = 0 \\ -M_{BC} - M_{BA} = 0 \end{cases}$$

$$\frac{2EI}{4}(2\theta_C + \theta_B) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3EI}{6}(2\theta_B) + 3 + \frac{2EI}{4}(2\theta_B + \theta_C) - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \theta_B = \frac{12}{7EI}, \theta_C = -\frac{34}{7EI}$$

$$M_{AB} = -2.143 \text{ ton-m}, M_{BA} = 4.714, M_{BC} = -4.714, M_{CB} = 0$$



سمت راست $\sum M_B = 0 \Rightarrow R_C = \frac{3}{4}(1.143) = 1.179 \downarrow$

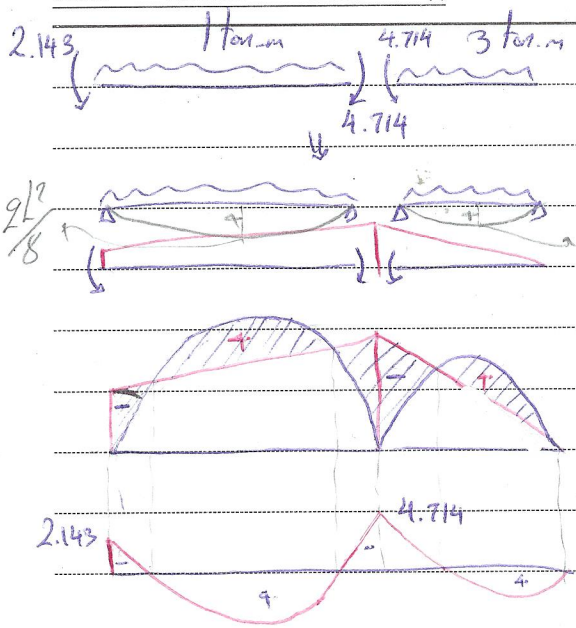
سمت راست $\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B = \frac{3}{4}(0.571) = 0.429 \uparrow$

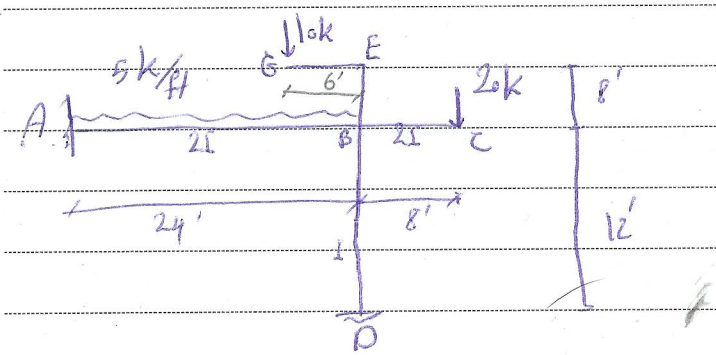
سمت راست $\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A = 1 - 0.429 = 0.75 \uparrow$

TABAN

6

Subject:
Year. Month. Date. ( )



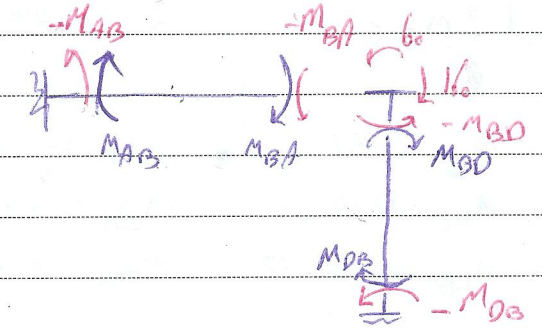


مثال ۲

θ_B به روش شیب انحنا

$$\begin{cases} M_{AB} = \frac{2E(2I)}{24}(0 + \theta_B) - \frac{5\times 24^2}{12} \\ M_{BA} = \frac{4EI}{24}(2\theta_B) + \frac{5\times 24^2}{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{BD} = \frac{2EI}{12}(2\theta_B) \\ M_{DB} = \frac{2EI}{12}(\theta_B) \end{cases}$$



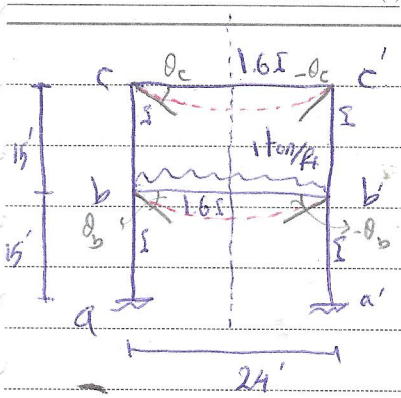
$$\begin{cases} M_{BA} + M_{BD} + b_0 16_0 = 0 \\ \theta_B = -\frac{216}{6I} \end{cases}$$

$M_{AB} = -275$ k.ft

$M_{BA} = 170$ $M_{BD} = -70$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )



θ_c
θ_b

$$M_{cc'} = \frac{2E(1.6I)}{24}(2\theta_c - \theta_c)$$

$$M_{cb} = \frac{2EI}{15}(2\theta_c + \theta_b)$$

$$M_{bc} = \frac{2EI}{15}(2\theta_b + \theta_c)$$

$$M_{bb'} = \frac{2E(1.6I)}{24}(2\theta_b - \theta_b) - \frac{1\times 24^2}{12}$$

$$M_{ba} = \frac{2EI}{15}(2\theta_b)$$

$$M_{cc'} + M_{cb} = 0$$

$$M_{bc} + M_{bb'} + M_{ba} = 0$$

$$\begin{cases} \sum M_b = 0 \\ \sum M_c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \theta_c &= -0.214 \times \frac{120}{EI} \\ \theta &= 0.643 \times \frac{120}{EI} \end{aligned}$$

$M_{ba} = 20.57$ $M_{ab} = 10.28$

$M_{bc} = 17.15$ $M_{cb} = 3.44$

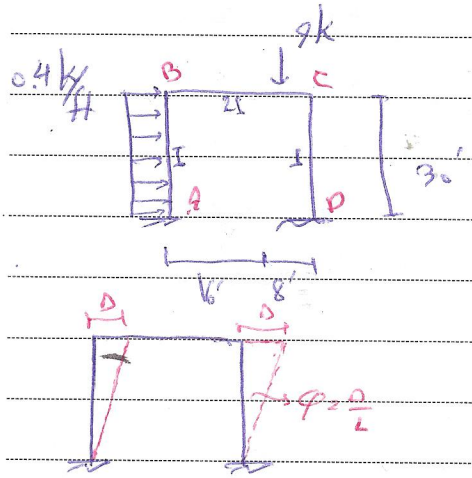
$M_{bb'} = -33.72$ $M_{cc'} = -3.44$

TABAN

Subject: 7

Year. Month. Date. ( )

مثال: مطلوب است تحلیل سازه زیر به روش شیب-افتادگی



$\begin{cases} 1 \ \Delta \\ 2 \ \theta \end{cases}$

$M^F_{AB} = -M^F_{BA} = -\frac{0.4 \times 13.1^2}{12} = -30 \ k.ft$

$M^F_{BC} = -\frac{9 \times 16 \times 8^2}{(24)^2} = -16 \ k.ft$

$M^F_{CB} = \frac{9 \times 16 \times 8^2}{24^2} = 32$

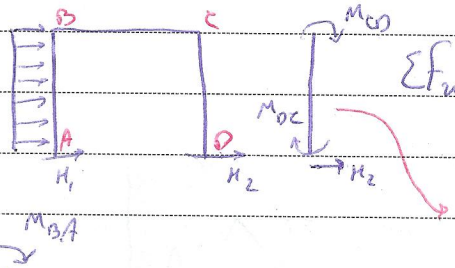
$\begin{cases} M_{AB} = \frac{2EI}{30}(\theta_B - 3\varphi) - 30 \\ M_{BA} = \frac{2EI}{30}(2\theta_B - 3\varphi) + 30 \end{cases}$

$\begin{cases} M_{BC} = \frac{2E(2I)}{24}(2\theta_B + \theta_C) - 16 \\ M_{CB} = \frac{2E(2I)}{24}(2\theta_C + \theta_B) + 32 \end{cases}$

$\begin{cases} M_{CD} = \frac{2EI}{30}(2\theta_C - 3\varphi) \\ M_{DC} = \frac{2EI}{30}(\theta_C - 3\varphi) \end{cases}$

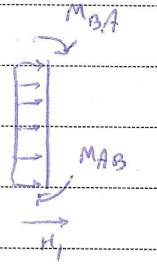
$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \quad 1$

$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CB} + M_{CD} = 0 \quad 2$



$\sum F_x = 0 \Rightarrow 0.4 \times 30 + H_1 + H_2 = 0 \quad 3$

$H_2 = \frac{M_{CD} + M_{DC}}{30}$



$H_1 \times 30 + 0.4 \times 30 \times \frac{30}{2} - M_{BA} - M_{AB} = 0$

$\Rightarrow H_1 = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{30} \quad 6$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

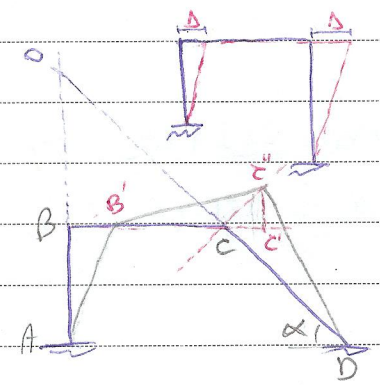
$$\begin{cases} \frac{EI}{15}\delta_B = \delta_b \\ \frac{EI}{15}\delta_C = \delta_c \\ \frac{E}{15}\varphi = \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta_b = 4.751 \\ \delta_c = 0.746 \\ \varphi = 16.379 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_{AB} = -74.4 \\ M_{BA} = -9.6 \\ M_{BC} = 9.6 \\ M_{CB} = 47.6 \\ M_{CD} = -47.6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_B = \frac{71.23}{EI} \\ \delta_C = \frac{11.19}{EI} \end{cases}, \varphi = \frac{245.61}{EI}$$

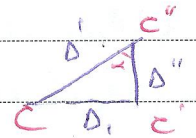
برش در محل اتصال گیردار Δ خواهد داشت

تعیین جابجایی ها:

1) جابجایی ها



2)

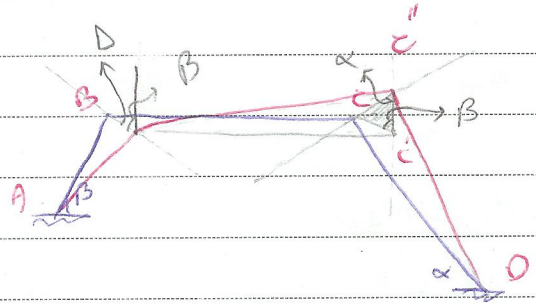


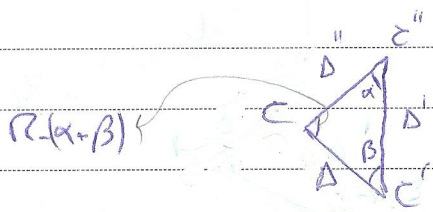
$$\frac{\Delta'}{\sin\frac{\pi}{2}} = \frac{\Delta}{\sin\alpha} = \frac{\Delta''}{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)}$$

$\sum M_B = 0$

$\sum M_C = 0$

$\sum M_D = 0$





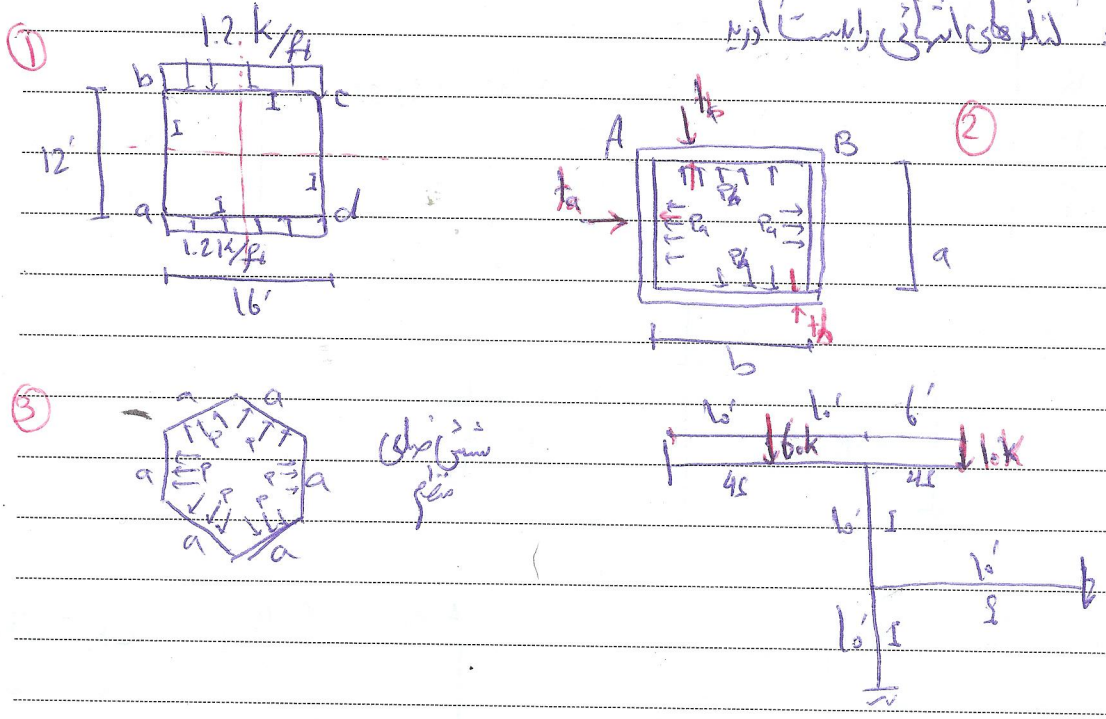
$\pi-(\alpha+\beta)$

$$\frac{\Delta}{\sin\alpha} = \frac{\Delta'}{\sin(\pi-(\alpha+\beta))} = \frac{\Delta''}{L_{AB}}$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تمرین 2: لنگرهای انتهایی را بدست آورید



Subject:
Year: Month. Date. ( )

تحلیل سازه‌های نامعین

روش شیب افت

سازه‌های بدون تغییر مکان جانبی

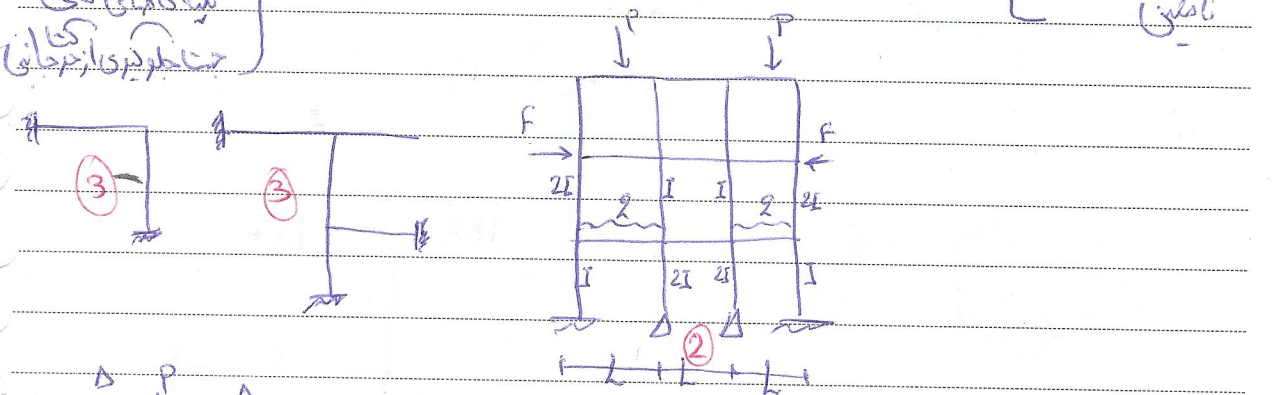
۱- تیرها سراسری ساده هستند

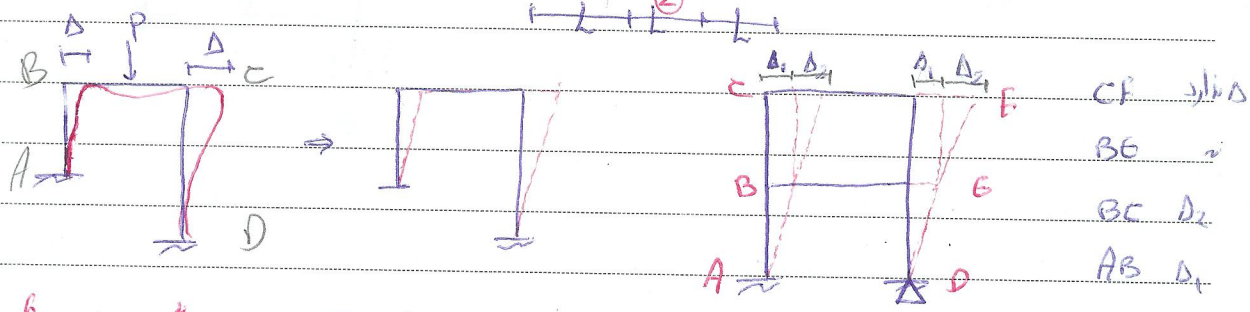
۲- قاب‌های دارای مفاصل

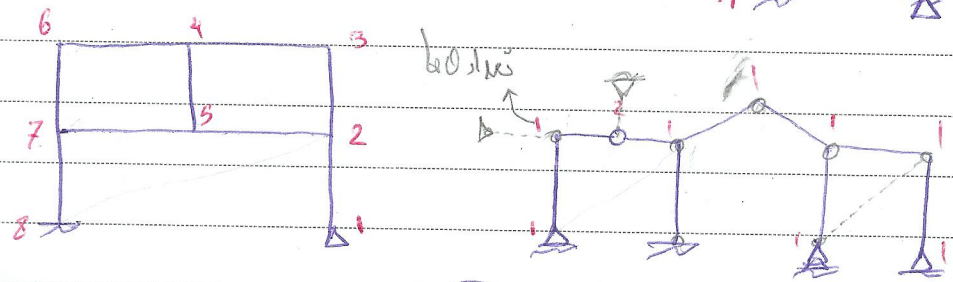
بارگذاری متقارن

۳- قاب‌های صلب با تکیه‌گاه‌های گیردار

جهت جلوگیری از جابجایی







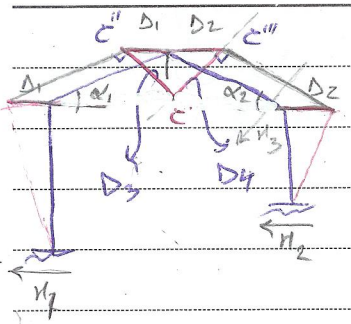
برای تعیین Δ‌ها ابتدا انتهای گره‌ها را مفصل می‌کنیم

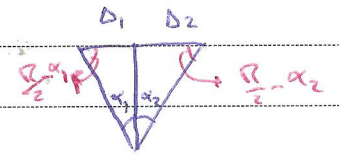
تعداد میله‌های اضافی لازم برای پایداری سازه، برابر است با تعداد Δ‌ها

برای شکل بالا Δ=3 است

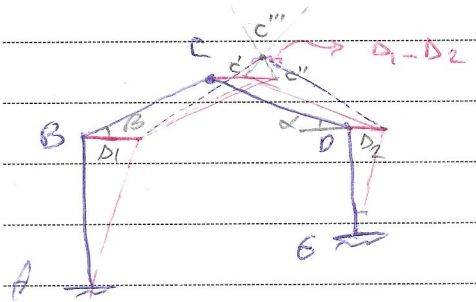
TABAN

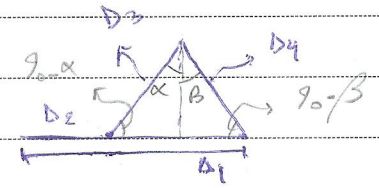
Subject:
Year. Month. Date. ( )

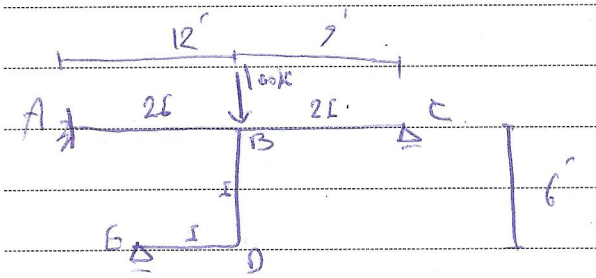


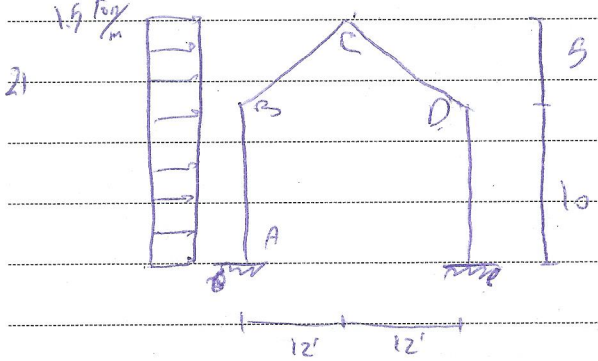


$$\frac{\Delta_1+\Delta_2}{\delta_{i-(\alpha_1+\alpha_2)}} = \frac{\Delta_4}{\delta_{i-(\frac{R}{2}-\alpha_1)}} = \frac{\Delta_3}{\delta_{i-(\frac{R}{2}-\alpha_2)}}$$





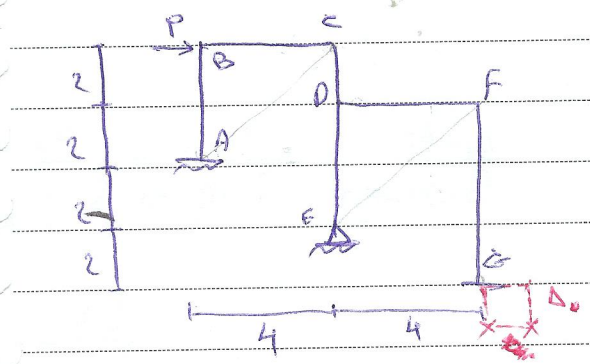




TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در سازه شکل زیر تکیه گاه C به اندازه Δ نشست کرده است. کلیه های انتهایی را حساب کنید.
(فقط معادلات اساسی و تعادل را بنویسید)

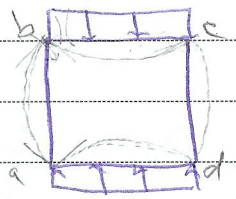


$\Delta_{B_y} + \Delta_D$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

1)



2

$\theta_{bc} = \theta_{ba} = \theta_b$

$M_{bc} = \frac{2EI}{16}(2\theta_b - \theta_b) - \frac{1.2 \times 16^2}{12}$

$M_{ba} = \frac{2EI}{12}(2\theta_b - \theta_b)$

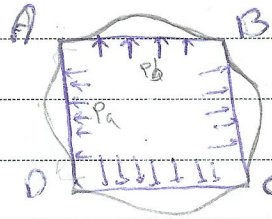
$\sum M_b = 0 \Rightarrow M_{bc} + M_{ba} = 0$

$\frac{2EI}{16}(\theta_b) - \frac{307.2}{12} + \frac{2EI}{12}\theta_b = 0$

$2EI\,\theta_b\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{12}\right) = \frac{307.2}{12} \Rightarrow \frac{7}{24}EI\,\theta_b = \frac{307.2}{12}$

$\Rightarrow \theta_b = \frac{614.4}{7EI}$

2



$M_{AB} = \frac{2EI_1}{b}(+2\theta_A - \theta_A) + \frac{P_b b^2}{12}$

$M_{AD} = \frac{2EI_2}{a}(+2\theta'_A - \theta'_A) - \frac{P_a a^2}{12}$

$M_{DA} = \frac{2EI_2}{a}(-2\theta'_A + \theta'_A) + \frac{P_a \cdot a^2}{12}$ $\quad \sum M_A = 0 \Rightarrow M_{AB} + M_{AD} = 0$

$M_{DC} = \frac{2EI_1}{b}(-2\theta_A + \theta_A) - \frac{P_b b^2}{12}$ $\quad \sum M_D = 0 \Rightarrow M_{DA} + M_{DC} = 0$

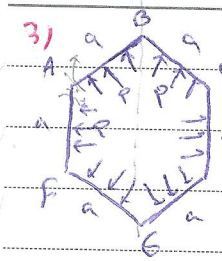
$\frac{P_b b^2}{12} - \frac{P_a a^2}{12} = 0 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{P_b}{P_a}}\, b$

$M_{AB} = M_{CD} = \frac{P_b b^2}{12} = -M_{BA} = -M_{DC}$

$M_{AD} = M_{BC} = -M_{DA} = -M_{CB} = -\frac{P_a a^2}{12}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

3)



$$M_{AB} = \frac{2EI}{a}(2\theta_A - \theta_A) + \frac{Pa^2}{12} \xrightarrow{\theta_A = 0} M_{AB} = \frac{Pa^2}{12}$$

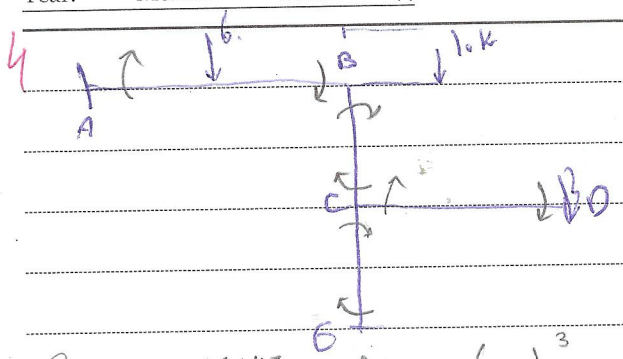
$$M_{AF} = \frac{2EI}{a}(-2\theta_A + \theta_A) - \frac{Pa^2}{12} \xrightarrow{\theta_A = 0} M_{AF} = -\frac{Pa^2}{12}$$

$$M_{AB} = M_{BC} = M_{CD} = M_{DE} = M_{EF} = M_{FA} = \frac{Pa^2}{12}$$

$$M_{BA} = M_{CB} = M_{DC} = M_{ED} = M_{FE} = M_{AF} = -\frac{Pa^2}{12}$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$$M_{AB} = \frac{2E(4I)}{20}(\theta_B) - \frac{60\times 10^3}{(20)^2} \qquad M_{BC} = \frac{2EI}{10}(2\theta_B + \theta_C)$$

$$M_{BA} = \frac{2E(4I)}{20}(2\theta_B) + \frac{60\times 10^3}{20^2} \qquad M_{CB} = \frac{2EI}{10}(\theta_B + 2\theta_C)$$

$$M_{CD} = \frac{2EI}{10}(2\theta_C) \qquad M_{CC'} = \frac{2EI}{10}(2\theta_C)$$

$$M_{DC} = \frac{2EI}{10}\theta_C \qquad M_{C'C} = \frac{2EI}{10}(\theta_C)$$

$$\sum M_B = 60 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = \cdots \Rightarrow \frac{4EI}{10}(2\theta_B) + 150 + \frac{2EI}{10}(2\theta_B + \theta_C) = 0$$

$$\frac{2EI}{10}(6\theta_B + \theta_C) + 150 = 60 \quad \text{I}$$

$$\sum M_C = \Rightarrow M_{CB} + M_{CD} + M_{CC'} = \cdots \Rightarrow \frac{2EI}{10}(\theta_B + 2\theta_C) + \frac{2EI}{10}(2\theta_C) + \frac{2EI}{10}(2\theta_C) = 0$$

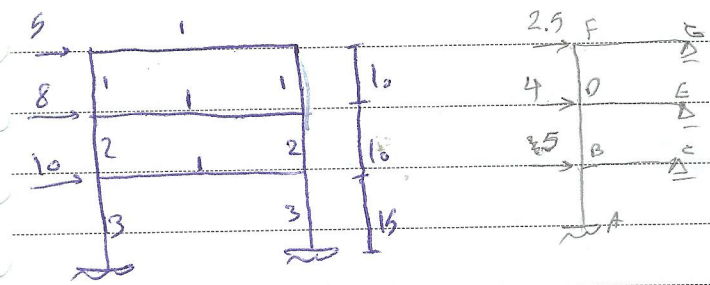
$$\frac{2EI}{10}(\theta_B + 6\theta_C) = 0 \Rightarrow \theta_B = -6\theta_C \quad \text{II}$$

$$\text{I}, \text{II} \Rightarrow \frac{2EI}{10}(-35\theta_C) = -90 \Rightarrow \theta_C = \frac{12.85}{EI}$$

$$\theta_B = -\frac{77.14}{EI}$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$$\bar{M}_{AB} = \bar{M}_{BA} = -\frac{(11.5)\times 15}{2} = -86.25$$

$$\bar{M}_{BD} = \bar{M}_{DB} = -\frac{(6.5)\times 10}{2} = -32.5$$

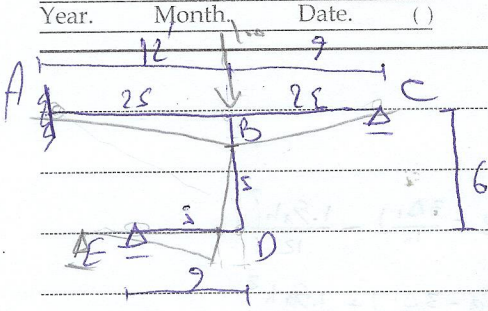
$$\bar{M}_{DF} = \bar{M}_{FD} = -\frac{5\times 10}{2} = -25$$

گره	A	B			D			F	
عضو	AB	BA	BC	BD	DB	DE	DF	FD	FG
k'		$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$	$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$	$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$
DF		0.2	0.6	0.2	0.22	0.67	0.11	0.14	0.86
FEM	-86.22	-86.25		-32.5	-32.5		-25	-25	
		23.75	71.25	23.75	12.65	38.91	6.34	3.5	21.5
	-23.75			-12.65	-23.75		-3.5	-6.34	
		2.53	7.59	2.53	6	18.25	3	0.89	5.45
	-2.53			-6	2.53		-0.89	-3	
		1.2	3.6	1.2	0.76	2.28	0.38	0.42	2.58
	-1.2			-0.76	-1.2		-0.42	-0.38	
		0.15	0.46	0.15	0.36	1.08	0.18	0.05	0.33
	-0.15			-0.36	-0.15		-0.05	-0.18	
		0.07	0.22	0.07	0.02	0.16	0.02	0.02	0.16
	-113.85	-58.55	83.12	-13.77	-40.34	60.28	-19.94	-30.02	30.02

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Delta_3 = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}$$



$$\begin{cases} M_{AB} = \frac{4ES}{12}\left(\theta_B - \frac{3\Delta_1}{12}\right) \\ M_{BA} = \frac{4ES}{12}\left(2\theta_B - \frac{3\Delta_1}{12}\right) \end{cases}$$

$$M_{BC} = \frac{6ES}{9}\left(2\theta_B + \frac{\Delta_1}{9}\right)$$

$$M_{DE} = \frac{3ES}{9}\left(2\theta_D - \frac{\Delta_3}{9}\right)$$

$$\begin{cases} M_{BD} = \frac{2ES}{6}\left(2\theta_B + \theta_D\right) \\ M_{DB} = \frac{2ES}{6}\left(2\theta_D + \theta_B\right) \end{cases}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow \frac{ES}{3}\left(2\theta_B - \frac{\Delta_1}{4}\right) + \frac{ES}{3}\left(2\theta_B + \theta_D\right) + \frac{2ES}{3}\left(2\theta_B + \frac{\Delta_1}{9}\right) = 0 \quad (I)$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow \frac{ES}{3}\left(2\theta_D + \theta_B\right) + \frac{ES}{3}\left(2\theta_D - \frac{\Delta_3}{9}\right) = 0 \quad (II)$$

$$\uparrow \; \uparrow A_y \Rightarrow A_y = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{12}$$

$$\uparrow R_C \Rightarrow R_C = \frac{M_{BC}}{9} \qquad \uparrow R_G \Rightarrow R_E = -\frac{M_{DE}}{9}$$

$$A_y + R_G + R_C - 1 = 0 \quad (III)$$

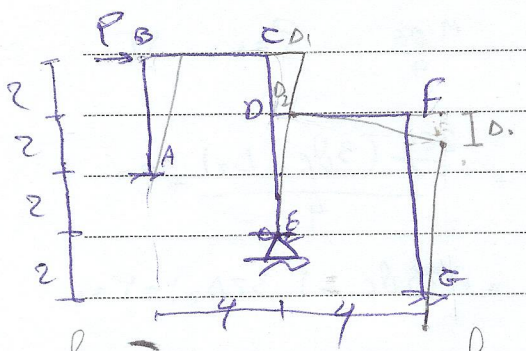
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow A_y \times 21 - 1 \times 9 + R_G \times 18 + M_{AB} = 0 \quad (IV)$$

$$\Rightarrow 8\theta_B + \theta_D - \frac{\Delta_1}{36} = 0$$

$$4\theta_D + \theta_B - \frac{\Delta_3}{9} = 0$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$ I

$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow M_{CB} + M_{CD} = 0$ II

$\Sigma M_D = 0 \Rightarrow M_{DC} + M_{DE} + M_{DF} = 0$ III

$\Sigma M_F = 0 \Rightarrow M_{FD} + M_{FG} = 0$ IV

$$M_{AB} = \frac{2EI}{4}\left(\theta_B - \frac{3\Delta_1}{4}\right) \qquad M_{BA} = \frac{2EI}{4}\left(2\theta_B - \frac{3\Delta_1}{4}\right)$$

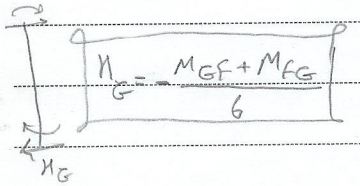
$$M_{BC} = \frac{2EI}{4}\left(2\theta_B + \theta_C\right) \qquad M_{CB} = \frac{2EI}{4}\left(2\theta_C + \theta_B\right)$$

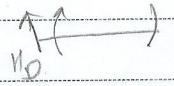
$$M_{CD} = \frac{2EI}{2}\left(2\theta_C + \theta_D - \frac{3(\Delta_1 - \Delta_2)}{2}\right) \qquad M_{DC} = \frac{2EI}{2}\left(2\theta_D + \theta_C - \frac{3(\Delta_1 - \Delta_2)}{2}\right)$$

$$M_{DF} = \frac{2EI}{4}\left(2\theta_D + \theta_F - \frac{3\Delta_2}{4}\right) \qquad M_{FD} = \frac{2EI}{4}\left(\theta_D + 2\theta_F - \frac{3\Delta_2}{4}\right)$$

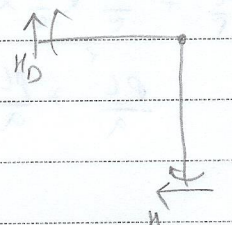
$$M_{FG} = \frac{2EI}{6}\left(2\theta_F - \frac{3\Delta_2}{6}\right) \qquad M_{GF} = \frac{2EI}{6}\left(\theta_F - \frac{3\Delta_2}{6}\right)$$

$$M_{DG} = \frac{3EI}{4}\left(\theta_D - \frac{\Delta_2}{4}\right)$$





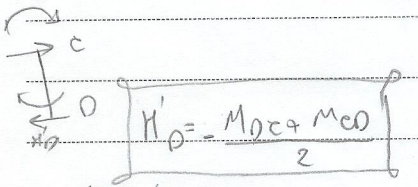
$$H_D = -\frac{M_{DF} + M_{FD}}{4}$$

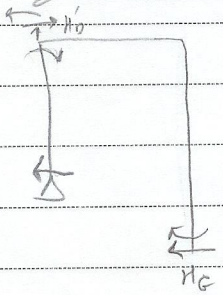


$\Sigma M_F = 0 \Rightarrow H_D \times 4 + H_G \times 6 + M_{GF} + M_{DF} = 0$

$\Rightarrow -(M_{DF} + M_{FD}) + (M_{GF} + M_{FG}) + M_{GF} + M_{DF} = 0$

$\Rightarrow M_{FD} + M_{FG}$ ✳





$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H'_D + H_G + H_E = 0$

$$-\frac{M_{DC} + M_{CD}}{2} - \frac{M_{GF} + M_{FG}}{6} - \frac{M_{DG}}{4} = 0 \qquad \text{IV}$$

$$H_E = -\frac{M_{DG}}{4}$$

TABAN

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Sigma F_x = -\frac{M_{AB}+M_{BA}}{4} - \frac{M_{GF}+M_{FC}}{6} - \frac{M_{DG}}{4} - P = 0 \quad (IV)$$

$$\frac{\frac{2EI}{4}(3\theta_B - \frac{6\Delta_1}{4})}{4} + \frac{\frac{3EI}{4}(\theta_D - \frac{\Delta_2}{4})}{6} + \frac{\frac{2EI}{6}(3\theta_F - \Delta_2)}{4} + P = 0$$

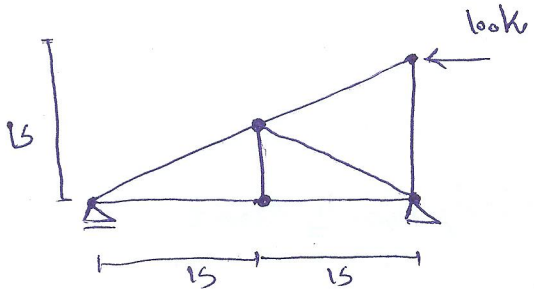
$$EI(0.375\theta_B - 0.1875\Delta_1 + 0.125\theta_D - 0.03125\Delta_2 + 0.25\theta_F - 1.32\Delta_2) + P = 0$$

$$0.375\theta_B + 0.125\theta_D + 0.25\theta_F - 0.1875\Delta_1 - 1.35125\Delta_2 + \frac{P}{EI} = 0 \quad (IV)$$

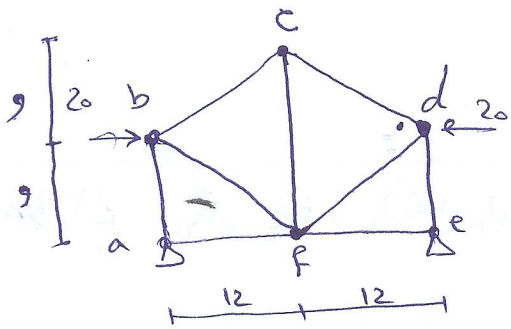
$$\frac{PL}{C} \propto \frac{L}{F} + \frac{PL}{C} \times \frac{L}{C} \times \frac{1}{K} \propto F$$

$$\frac{PL^3}{9} + \frac{PL^3}{9} = 2$$

TABAN

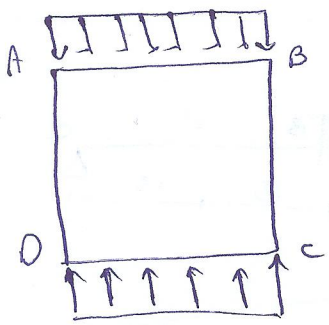


۵ درجه ۲۶ جزوه مراجعه شود

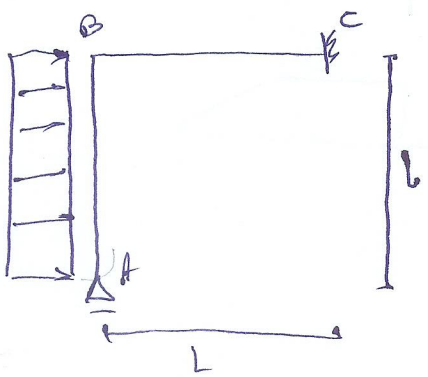


$\Delta T_{cf} = 4.^{\circ}C$

مراجعه به صفحه 27 جزوه



مراجعه به جزوه بخش شیب افت

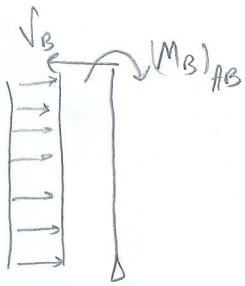


$$AB\ \text{عضو}: \begin{cases} M_A = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{L}) - \frac{ql^2}{12} \\ M_B = \frac{2EI}{L}(\theta_A + 2\theta_B - \frac{3\Delta}{L}) + \frac{ql^2}{12} \end{cases}$$

$$BC\ \text{عضو}: \begin{cases} M_B = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + 0 - \frac{3\times 0}{L}) - 0 \\ M_C = \frac{2EI}{L}(\theta_B + 0 - \frac{3\times 0}{L}) + 0 \end{cases}$$

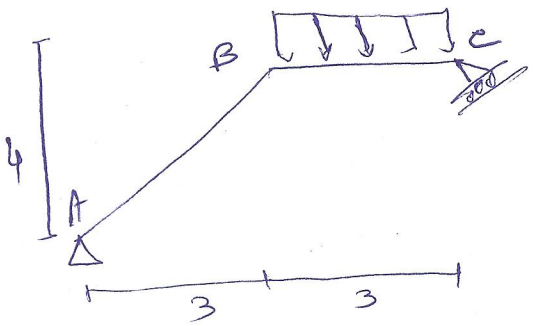
تعادل گره B $\quad \Sigma M_B = 0 \rightarrow (M_B)_{AB} + (M_B)_{BC} = 0 \rightarrow \frac{2EI}{L}(\theta_A + 2\theta_B - \frac{3\Delta}{L}) + \frac{ql^2}{12} + \frac{4EI}{L}\theta_B = 0$ ①

تعادل گره A $\quad \Sigma M_A = 0 \rightarrow (M_A)_{AB} = 0 \rightarrow \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{L}) - \frac{ql^2}{12} = 0$ ②



$\Sigma M_B = 0 \rightarrow (M_B)_{AB} = \frac{ql^2}{2} \rightarrow \frac{2EI}{L}(\theta_A + 2\theta_B - \frac{3\Delta}{L}) + \frac{ql^2}{12} - \frac{ql^2}{2} = 0$ ③

سه معادل و سه مجهول



$$AB\ \text{عضو}: \begin{cases} M_A = \frac{2EI}{5}(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\times 0}{5}) - 0 \\ M_B = \frac{2EI}{5}(\theta_A + 2\theta_B - \frac{3\times 0}{5}) + 0 \end{cases}$$

$$BC\ \text{عضو}: \begin{cases} M_B = \frac{2EI}{3}(2\theta_B + \theta_C - \frac{3\times 0}{3}) - \frac{300\times 9}{12} \\ M_C = \frac{2EI}{3}(\theta_B + 2\theta_C - \frac{3\times 0}{3}) + \frac{300\times 9}{12} \end{cases}$$

A گره تکیه‌گاه

$$M_A = 0 \rightarrow \frac{2EI}{5}(2\theta_A + \theta_B) = 0 \quad (1)$$

B گره

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow (M_B)_{AB} + (M_B)_{BC} = 0 \rightarrow \frac{2EI}{5}(\theta_A + 2\theta_B) + \frac{2EI}{3}(2\theta_B + \theta_C) - \frac{300\times 9}{12} = 0 \quad (2)$$

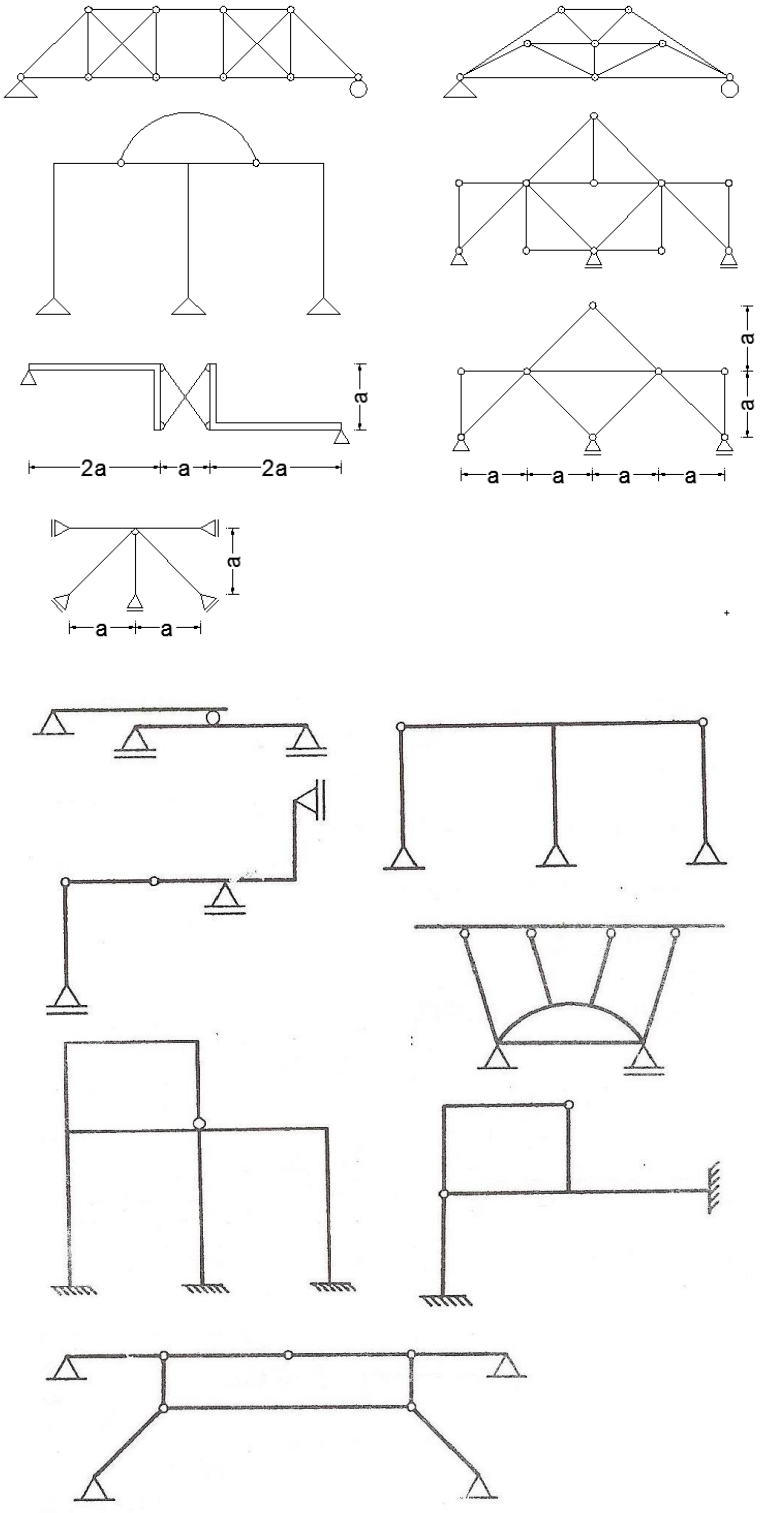
C گره

$$M_C = 0 \rightarrow M_C = \frac{2EI}{3}(\theta_B + 2\theta_C - \frac{3\times 0}{3}) + \frac{300\times 9}{12} = 0 \quad (3)$$

سه معادله و سه مجهول

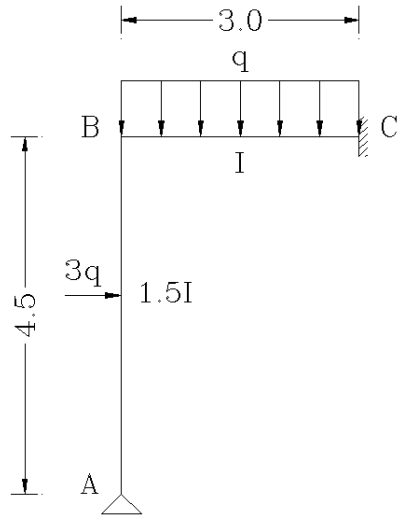
پایداری

۱- درجه نامعینی سازه‌های زیر را تعیین کنید

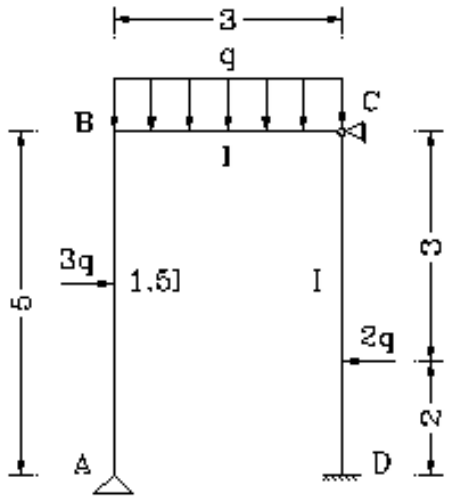


شیب افت

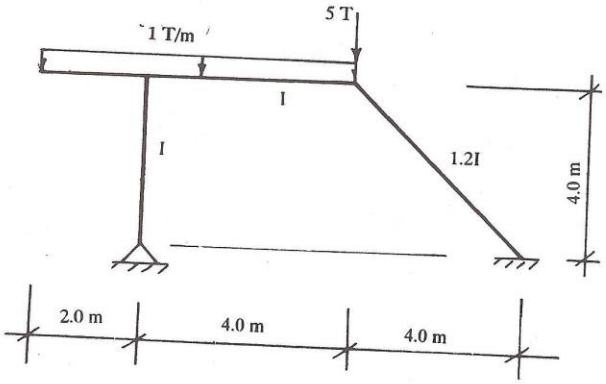
۱- دوران نقطه B و منحنی خمش داخلی سازه زیر با استفاده از روش شیب افت بدست آورید.

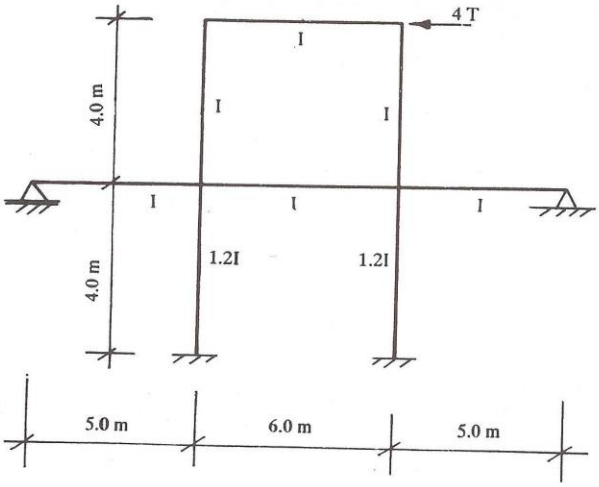


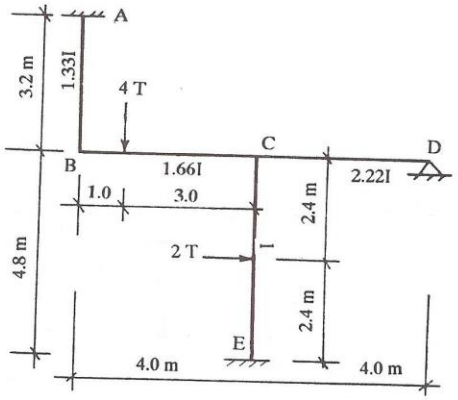
۲- نمودار برش و خمش داخلی سازه زیر را رسم کنید (روش شیب افت).



۳- خمش ابتدا و انتهای اعضا در سازه‌های زیر را تعیین کنید.







جدول ۹ - ۱ تیرهای دو سر گیردار با سطح مقطع ثابت (منشوری)

تحلیل سازه ۱ (صفحه 108) مدرس: میثم طالبی

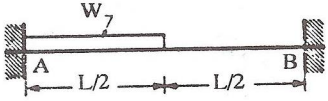
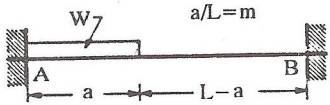
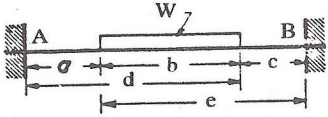
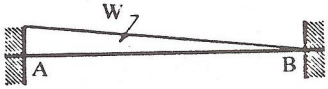
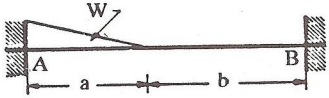
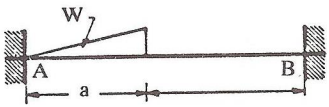
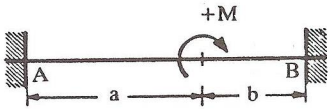
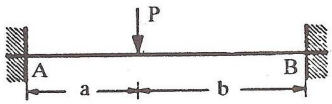
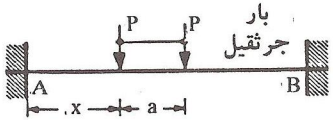
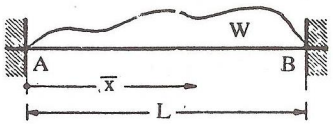
بارگذاری متقارن	مقادیر M_A و $-M_B$
W = کل بار گسترده یکنواخت	$-\frac{WL}{12}$
W/2 W/2	$-\frac{Wa}{12L}(3L-2a)$
W	$-\frac{W}{24L}(3L^2-b^2)$
W	$-\frac{5WL}{48}$
W	$-\frac{W}{48L}(5L^2+4aL-4a^2)$
W/2 W/2	$-\frac{WL}{16}$
W/2 W/2	$-\frac{Wa}{12L}(2L-a)$
W/2 W/2	$-\frac{Wa}{12L}(4L-3a)$
W — سهمی درجه ۲	$-\frac{WL}{10}$
W/2 W/2 — مکمل سهمی	$-\frac{WL}{20}$
P	$-\frac{PL}{8}$
P P — نیرو (n−1)	$-\frac{Pa}{L}(L-a)$
P P P P P P — نیرو L/n	$-\frac{PL}{12n}(L^2-1)$
P P P P P P P — L/n, L/2n	$-\frac{PL}{24n}(2n^2+1)$
بارگذاری متقارن دلخواه	$-A_s/L$

در رابطهٔ فوق A_s مساحت زیر نمودار لنگر خمشی تیر در حالت ساده می‌باشد.

جدول ۹ - ۱ تیرهای دو سر گیردار با سطح مقطع ثابت (منشوری) (دنباله)

تحلیل سازه (صفحه 109) مدرس: مهشم طالبی

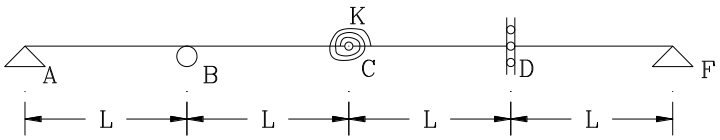
بارگذاری غیر متقارن

	$M_A=-\frac{11}{96}WL$ $M_B=+\frac{5}{96}WL$
	$M_A=-\frac{WL}{12}.m(3m^2-8m+6)$ $M_B=+\frac{WL}{12}.m^2(4-3m)$
	$M_A=-\frac{W}{12L^2b}[e^3(4L-3e)-c^3(4L-3c)]$ $M_B=+\frac{W}{12L^2b}[d^3(4L-3d)-a^3(4L-3a)]$
	$M_A=-\frac{WL}{10}$ $M_B=+\frac{WL}{15}$
	$M_A=-\frac{Wa}{30L^2}(3a^2+10bL)$ $M_B=+\frac{Wa^2}{30L^2}(5L-3a)$
	$M_A=-\frac{Wa}{15L^2}(10L^2-15aL+6a^2)$ $M_B=+\frac{Wa^2}{10L^2}(5L-4a)$
	$M_A=+M\frac{b}{L^2}(3a-L)$ $M_B=+M\frac{a}{L^2}(3b-L)$
	$M_A=-\frac{Pa^2b}{L^2}$ $M_B=+\frac{Pa^2b}{L^2}$
	وقتی‌که $x=\frac{4L-3a-\sqrt{4L^2-9a^2}}{6}$ $M_{Amax}=-\frac{P}{54L^2}[8L^2+(4L^2-9a^2)^{3/2}]$ $M_B=+\frac{P}{54L^2}[4L^3+(2L^2+9a^2)\sqrt{4L^2-9a^2}]$
	$M_A=-[\frac{4A_s}{L}-\frac{6A_s\bar{x}}{L^2}]$ $M_B=+[\frac{6A_s\bar{x}}{L^2}-\frac{2A_s}{L}]$

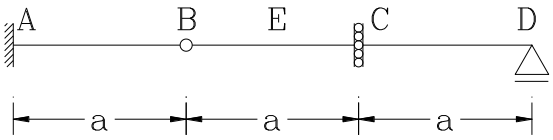
در رابطهٔ فوق A_s مساحت زیر نمودار لنگر خمشی در حالت ساده و $\bar{x}$ فاصلهٔ مرکز آن تا تکیه‌گاه A می‌باشد.

خط تاثیر

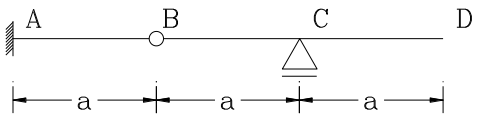
۱- خط تاثیر R_A ، R_B ، M_C و M_D از سازه زیر را رسم کنید.



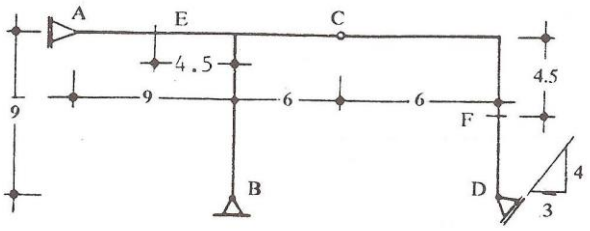
۲- خط تاثیر R_A وM_C M_A وV_E از سازه زیر را رسم کنید (نقطه E وسط عضو BC).



۳- خط تاثیر M_A، R_A ، R_C و M_C از سازه زیر را رسم کنید.



۴- در سازه زیر خط تاثیر R_A، R_D، V_E، V_F و M_F را رسم کنید.



۵- در سازه زیر خط تاثیر Va، Ma ، Vc و Mc را رسم کنید.

