

مجموعه پاسخ های تشریحی حاضر، حاصل تلاش استاد انحصاری درس جامدات در
آموزشگاه تخصصی "کلید عمران" اصفهان، آقای مهندس امید پاکدل می باشد که پس
از آزمون با دقت بسیار بالایی تهیه شده است. استفاده و کپی از آن به هر دلیل بدون
ذکر منبع پیگرد قانونی خواهد داشت.

پاسخ کاملا تشریحی آزمون " دکتری " عمران ۹۹ به همراه اصلاحات

پاسخ کاملا تشریحی آزمون دکتری ۹۹ عمران (مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها)

{کلید عمران تنها آموزشگاه تخصصی مهندسی عمران در اصفهان}

برگزار کننده دوره های تخصصی (به صورت آنلاین و حضوری):

- ✓ کلاس های آمادگی آزمون کارشناسی ارشد و دکتری عمران توسط بهترین کادراساتید کنکور
- ✓ آمادگی آزمون های نظام مهندسی (محاسبات، نظارت و اجرا) توسط بهترین اساتید
- ✓ برگزاری دوره های نرم افزارهای تخصصی مهندسی عمران و معماری
- ✓ برگزاری کارگاه ها و سمینارهای تخصصی و...

پاسخ تشریحی سوالات توسط:

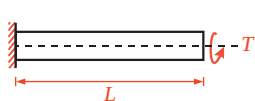
مهندس امید پاکدل

(مدرس دوره های آمادگی ارشد، دکتری، نظام مهندسی عمران و استاد دانشگاه)

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۱- تیر طره ای به طول L با مقطع لوله ای شکل به شعاع R و ضخامت جدار e تحت اثر لنگر پیچشی T در انتهای تیر قرار دارد. تنش



برشی و آهنگ دوران $\left(\frac{d\phi}{dx}\right)$ مقطع به ترتیب کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{T}{2\pi GR^3 e}, \frac{T}{2\pi R^3 e} \\ (2) \quad & \frac{3T}{2\pi GR^3 e}, \frac{T}{2\pi R^3 e} \\ (3) \quad & \frac{3T}{2\pi GR^3 e}, \frac{3T}{2\pi R^3 e} \\ (4) \quad & \frac{T}{2\pi GR^3 e}, \frac{3T}{2\pi GR^3 e} \end{aligned}$$

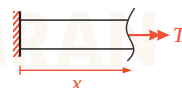
پاسخ: گزینه ۱

میزان تنش برشی:

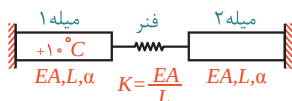
$$\begin{cases} \tau = \frac{TC}{J} = \frac{T \times R}{2\pi R^3 e} = \frac{T}{2\pi R^3 e} \\ C = R \\ J_{\text{لوله}} = 2\pi R^3 e = \text{ضخامت لوله} \end{cases}$$

آهنگ دوران:

$$\begin{cases} \phi = \frac{TL}{GJ} \text{ یا } \int \frac{Tdx}{GJ} \\ \frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{GJ} = \frac{T}{2\pi GR^3 e} \end{cases}$$



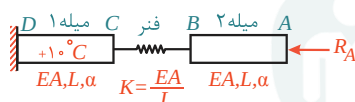
۲- در سیستم میله های زیر میله ۱ به اندازه $+10^\circ\text{C}$ افزایش دما داده می شود. نیروی میله ۲ کدام است؟ (α : ضریب انبساط حرارتی میله ها)



$$\begin{aligned} (1) \quad & \text{صفر} \\ (2) \quad & -10\alpha EA \\ (3) \quad & -\frac{10\alpha EA}{3} \\ (4) \quad & -\frac{20\alpha EA}{3} \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۳

سازه نشان داده شده یک درجه نامعین است و برای حل آن با استفاده از روش نرمی، تکیه گاه A را با عکس العمل R_A جایگزین نموده و برای تکیه گاه حذف شده معادله همسازی می نویسیم و در ادامه خواهیم داشت:



(معادله همسازی) $\delta_A = 0$

اگر دقت کنید در هر دو میله و فنر نیروی داخلی از نوع فشاری و برابر با R_A می باشد و تنها در قطعه CD افزایش دما داریم.

$$\delta_A = 0 \rightarrow \delta_{AB} + \delta_{BC} + \delta_{CD} = 0 \quad (1)$$

$$(2) \quad \begin{cases} \delta_{AB} = \left(\frac{FL}{EA}\right)_{AB} = \frac{-R_A L}{EA} \\ \delta_{BC} = \frac{F_{\text{فنر}}}{k_{\text{فنر}}} = \frac{-R_A}{\frac{EA}{L}} = \frac{-R_A L}{EA} \\ \delta_{CD} = \left(\frac{FL}{EA}\right)_{AB} + (L\alpha\Delta T)_{CD} = \frac{-R_A L}{EA} + L\alpha(10) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{-R_A L}{EA} - \frac{R_A L}{EA} - \frac{R_A L}{EA} + 10L\alpha = 0 \rightarrow R_A = \frac{10}{3}\alpha EA$$

همانطور که از قسمت ۲ مشاهده می شود $F_{AB} = R_A$ و از نوع فشاری می باشد بنابراین:

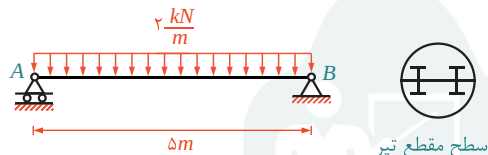
$$F_{AB} = \frac{-10}{3}\alpha EA$$

جهت مشاهده هر کدام از گزینه های زیر، کافیست بر روی آدرس آن کلیک کنید

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۳- تیر AB به طول $5m$ تحت بار گسترده یکنواخت $2 \frac{kN}{m}$ قرار دارد. این تیر از اتصال دو تیر با سطح مقطع نیم دایره ای به شعاع r تشکیل شده است. اگر برای اتصال دو قطعه نیم دایره ای از پیچ هایی به قطر $10mm$ و با تنش برشی مجاز $50MPa$ استفاده شده باشد، فاصله مورد نیاز بین پیچ ها در طول تیر چقدر است؟



$$(1) \quad \frac{200}{3\pi r}$$

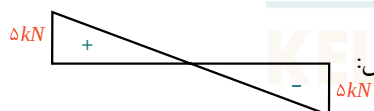
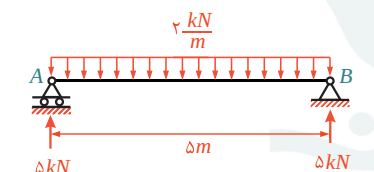
$$(3) \quad \frac{600}{3\pi r}$$

$$(2) \quad \frac{400}{3\pi r}$$

$$(4) \quad \frac{800}{3\pi r}$$

✓ پاسخ: در گزینه ها وجود ندارد

ابتدا دیاگرام برش برای تیر را رسم نموده و V_{max} را محاسبه می نمایم



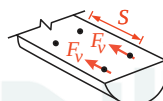
$$V_{max} = 5kN$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{5 \times 10^{-3} \times \left[\frac{\pi r^2}{2} \times \frac{4r}{2\pi} \right]}{\frac{\pi r^4}{4}} = \frac{2000 \times 2 \times 10^{-3}}{2\pi r} \left(\frac{N}{mm} \right) = \frac{400}{2\pi r} \times 10^{-6} \left(\frac{N}{m} \right)$$

گشتاور اول نیم دایره بالا یا پایین نسبت به تار خنثی Q

$$\left\{ \begin{aligned} 2F_v &= q \times S \xrightarrow{\div A} \frac{2F_v}{A} = \frac{q \times S}{A} \\ 2\tau_{all} &= \frac{\frac{400}{2\pi r} \times 10^{-6} \times S}{\frac{\pi(10)^2}{4} \times 10^{-6}} \rightarrow S = \frac{2 \times 500 \times 10^{-6} \times \frac{\pi(10)^2}{4} \times 10^{-6}}{\frac{400}{2\pi r} \times 10^{-6}} \end{aligned} \right.$$

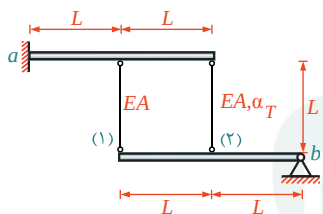
$$\rightarrow S = \frac{2\pi^2 r}{16000} (m) = \frac{3\pi^6 r}{16} (mm) \quad (\text{پاسخ در گزینه ها نیست})$$



پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامعات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۴- دو تیر صلب، مطابق شکل توسط دو میله الاستیک با مشخصات E ، A و α_T به هم متصل هستند. تیر فوقانی در تکیه گاه a به صورت گیردار و تیر تحتانی در تکیه گاه b به صورت مفصلی هستند. میله شماره (۲) به مقدار ΔT گرم می شود. نیروی داخلی میله شماره (۱) کدام است؟ (α_T : ضریب انبساط حرارتی)



$$(1) -\frac{2}{3}EA\alpha_T\Delta T$$

$$(2) -\frac{2}{5}EA\alpha_T\Delta T$$

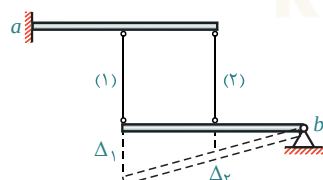
$$(3) \frac{2}{3}EA\alpha_T\Delta T$$

$$(4) \frac{2}{5}EA\alpha_T\Delta T$$

✓ پاسخ: گزینه ۴

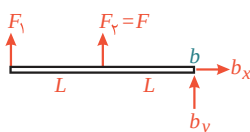
یادآوری از تحلیل سازه ها برای درجه نامعینی $DI = (r + 2k) - (3 + c) = (5 + 2(1)) - (3 + 4) = 1$

بنابراین سازه یک درجه نامعین است و با استفاده از روش نرمی نیروی یک از میله ها را F در نظر می گیریم و نیروی دیگری را بر حسب F می یابیم و سپس با استفاده از معادله همسازی، مجهولات مورد نظر را می یابیم. باید دقت کنیم قطعه صلب بالایی با توجه به تکیه گاه گیردار هیچ تغییر شکلی ندارد و خواهیم داشت:



$$\Delta_1 = 2\Delta_2 \quad (\text{معادله همسازی})$$

دیagram آزاد میله صلب پایینی



$$\sum M_b = 0: -FL - F_1(2L) = 0 \rightarrow F_1 = -\frac{F}{2}$$

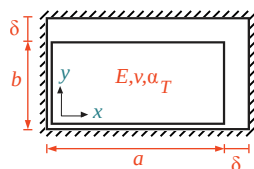
$$\begin{cases} \Delta_2 = \frac{FL}{EA} + L\alpha_T\Delta T \\ \Delta_1 = \frac{-\frac{F}{2} \times L}{EA} = \frac{-FL}{2EA} \end{cases} \xrightarrow{\text{با استفاده از معادله همسازی}} \frac{-FL}{2EA} = 2 \left(\frac{F_1 \times L}{EA} + L\alpha_T\Delta T \right)$$

$$\rightarrow \frac{-5FL}{2EA} = 2L\alpha_T\Delta T \rightarrow F = -\frac{4}{5}EA\alpha_T\Delta T \rightarrow F_1 = \frac{-F}{2} = \frac{2}{5}EA\alpha_T\Delta T$$

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۵- یک المان مستطیلی با ابعاد $a \times b$ که $a > b$ است در داخل یک محفظه صلب کمی بزرگ تر به شکل مستطیل با ابعاد $(a + \delta) \times (b + \delta)$ قرار داده شده است ($\delta \ll b$). المان مستطیلی گرم می شود، در لحظه بسته شدن شکاف فوقانی، تنش تماسی σ_x کدام است؟ (E : مدول الاستیسیته، α_T : ضریب انبساط حرارتی، ν : ضریب پواسون)
توجه: تمام سطوح کاملاً صیقلی و بدون اصطکاک هستند.



$$(1) \quad -\frac{E}{(1+\nu)} \times \frac{\delta(a-b)}{ab}$$

$$(2) \quad E \left(\frac{\delta(a+b\nu)}{(1-\nu^2)ab} - \frac{\alpha_T \Delta T}{1-\nu} \right) \quad (3) \quad E \left(\frac{\delta(b+av)}{(1-\nu^2)ab} - \frac{\alpha_T \Delta T}{1-\nu} \right)$$

✓ پاسخ: گزینه ۲

در صورت سوال گفته است در لحظه بسته شدن شکاف فوقانی یعنی قبل از اینکه در راستای y شکاف بسته شده باشد یا به عبارت $\sigma_y = 0$ است و از طرفی در راستای x در آن لحظه $\epsilon_x = 0$ است و المان به محفظه چسبیده است و دیگر تغییر طولی در آن وجود ندارد.

$$\epsilon_x = \frac{\delta}{a} = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \alpha \Delta T = 0$$

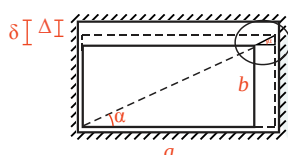
$$\rightarrow \sigma_x = -E \alpha \Delta T \rightarrow \alpha \Delta T = \frac{-\sigma_x}{E} \quad (1)$$

همانطور که مشاهده می شود در گزینه ها چنین پاسخی نیست و لازم است ϵ_y استفاده شود و داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} + \alpha \Delta T \xrightarrow{(1)} \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\sigma_x}{E} = -\frac{\sigma_x}{E} (1+\nu) \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_y = \frac{\Delta}{b} = \frac{\delta - \delta \left(\frac{b}{a} \right)}{b} = \delta \left(\frac{a-b}{ab} \right) \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Δ : تغییر طول در راستای y از لحظه ای که شکاف در راستای x بسته می شود و باعث ایجاد تنش δ_x می شود تا لحظه بسته شدن در راستای y



$$\left\{ \begin{aligned} \delta \tan \alpha &= \frac{\delta b}{a} \\ \tan \alpha &= \frac{b}{a} \end{aligned} \right.$$

$$\xrightarrow{(2),(3)} \delta \left(\frac{a-b}{ab} \right) = \frac{-\sigma_x}{E} (1+\nu) \rightarrow \sigma_x = -\frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\delta(a-b)}{ab} \right)$$

۶- در خصوص معیار ترسکا و معیار فون میسز کدام گزینه صحیح است؟

(۱) معیار ترسکا بر مبنای تنش برشی ماکزیمم و معیار فون میسز بر مبنای تنش برشی اکتاهدرال است.

(۲) معیار ترسکا برای مصالح فلزی و معیار فون میسز برای مصالح ترد به کار می رود.

(۳) برخلاف معیار فون میسز، معیار ترسکا اثر فشار هیدروستاتیک را در نظر می گیرد.

(۴) تفاوتی ندارند.

✓ پاسخ: گزینه ۱

اصلاح گزینه ۲: معیار ترسکا برای مصالح فلزی (نرم) و معیار فون میسز برای مصالح نرم (مثل همان مصالح فلزی) به کار می رود.

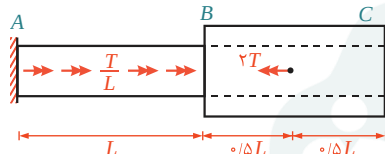
اصلاح گزینه ۳: برای معیار ترسکا اثر فشار هیدروستاتیک روی تنش تسلیم تأثیر ندارد.

جهت مشاهده هر کدام از گزینه های زیر، کافست بر روی آدرس آن کلیک کنید

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۷- میله AB به قطر d و ثابت پیچش J و میله BC با قطر داخلی d و قطر خارجی $2d$ و ثابت پیچش $15J$ در نقطه B به هم متصل شده اند. میله AB تحت لنگر پیچشی گسترده $\frac{T}{L}(\frac{N.m}{m})$ و میله BC تحت لنگر متمرکز $2T$ در نقطه D می باشد. اگر مدول برشی میله ها برابر باشد، زاویه پیچش C کدام است؟

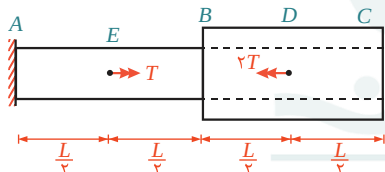


$$(1) \quad \frac{47 TL}{30 GJ_0} \quad (2) \quad \frac{43 TL}{30 GJ_0}$$

$$(3) \quad \frac{16 TL}{15 GJ_0} \quad (4) \quad \frac{14 TL}{16 GJ_0}$$

پاسخ: گزینه ۱

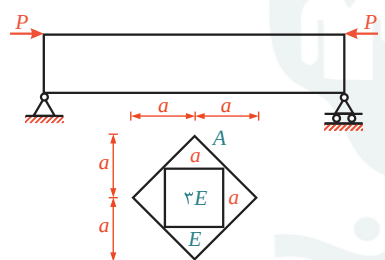
می توان برای محاسبه زاویه پیچش در C ، لنگر پیچشی گسترده را به صورت متمرکز و در وسط قطعه AB قرار داده و مسئله را حل نمود:



$$\phi_C = \phi_{C/A} = \phi_{C/D} + \phi_{D/B} + \phi_{B/E} + \phi_{E/A}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_{C/D} &= \left(\frac{TL}{GJ} \right)_{CD} = 0 \\ \phi_{C/D} &= \left(\frac{TL}{GJ} \right)_{BD} = \frac{(2T) \times \frac{L}{2}}{G(15J_0)} = \frac{TL}{15GJ_0} \\ \phi_{B/E} &= \left(\frac{TL}{GJ} \right)_{BE} = \frac{(2T) \times \frac{L}{2}}{G(J_0)} = \frac{TL}{GJ_0} \\ \phi_{E/A} &= \left(\frac{TL}{GJ} \right)_{EA} = \frac{(2T - T) \times \frac{L}{2}}{G(J_0)} = \frac{TL}{2GJ_0} \end{aligned} \right. \rightarrow \phi_C = \frac{TL}{15GJ_0} + \frac{TL}{GJ_0} + \frac{TL}{2GJ_0} = \frac{47 TL}{30 GJ_0}$$

۸- حداکثر تنش عمودی در تیر با مقطع غیرهمگن داده شده کدام است؟ (محل اعمال بار در نقطه A از مقطع می باشد)



$$(1) \quad \frac{5 P}{2 a^2}$$

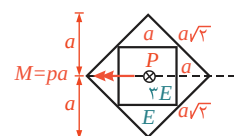
$$(2) \quad \frac{5 P}{4 a^2}$$

$$(3) \quad \frac{15 P}{2 a^2}$$

$$(4) \quad \frac{15 P}{4 a^2}$$

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا نیروی p را به مرکز سطح انتقال می دهیم که یک نیروی فشاری p و لنگر مثبت $M = pa$ خواهیم داشت. حال با استفاده از روابط مربوط به مقاطع مرکب ابتدا ماده ای که دارای مدول الاستیسیته بیشتری (ماده ۲) است به ماده با مدول الاستیسیته کمتر (ماده ۱) تبدیل و در ادامه خواهیم داشت:



جهت مشاهده هر کدام از گزینه های زیر، کافست بر روی آدرس آن کلیک کنید

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

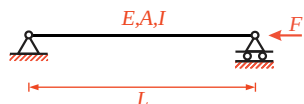
حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

$$\left\{ \begin{aligned} n_2 &= \frac{3E}{E} = 3, n_1 = 1 \\ I &= \sum_{i=1}^2 n_i I_i = 1 \times \left[\frac{(a\sqrt{2})^4}{12} - \frac{a^4}{12} \right] + 3 \left[\frac{a^4}{12} \right] = \frac{a^4}{2} \\ A &= \sum_{i=1}^2 n_i A_i = 1 \left[(a\sqrt{2})^2 - a^2 \right] + 3 \left[a^2 \right] = 4a^2 \end{aligned} \right.$$

$$\sigma_{(\max)_i} = -n_i \frac{My}{I} - n_i \frac{p}{A} \left\{ \begin{aligned} \sigma_{\max (1 \text{ ماده})} &= -(1) \times \frac{pa \times a}{a^4} - \frac{(1)p}{4a^2} = -\frac{9p}{4a^2} \\ \sigma_{\max (2 \text{ ماده})} &= -3 \times \frac{pa \times \frac{a}{2}}{a^4} - \frac{3p}{4a^2} = -\frac{15p}{4a^2} \end{aligned} \right.$$

$$\sigma_{\max} = \max \{ \sigma_{\max 1}, \sigma_{\max 2} \} = \frac{-15p}{4a^2}$$

۹- تیر ساده ای به طول L ، سطح مقطع A ، لنگر دوم سطح I و مدول الاستیسیته E مطابق شکل تحت اثر نیروی محوری F قرار گرفته است. منحنی الاستیک تیر (y) از کدام یک از معادلات زیر به دست می آید؟



$$EIy'' = -Fy \quad (2)$$

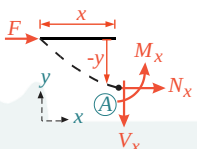
$$EIy'' = 0 \quad (1)$$

$$EIy'' = \frac{Fy}{4} \quad (4)$$

$$EIy'' - Fy = 0 \quad (3)$$

✓ پاسخ: گزینه ۲

تیر ساده تحت اثر بار فشاری F همانند یک ستون دو سر مفصل کمانش می نماید و معادله دیفرانسیل کمانش آن با یک برش در طول تیر به شکل زیر به دست خواهد آمد.



$$\left\{ \begin{aligned} \sum M_A = 0: -F(-y) + M_x &= 0 \quad (1) \\ EIy'' &= M_x \quad (2) \end{aligned} \right.$$

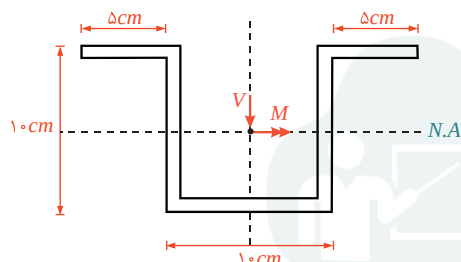
$$\xrightarrow{(1),(2)} Fy + EIy'' = 0 \rightarrow EIy'' = -Fy$$

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۱۰- در مقطع زیر نسبت تنش خمشی حداکثر به تنش برشی حداکثر برحسب M و V که به ترتیب لنگر و برش وارد بر مقطع می باشد،

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} = ? \quad (\text{کلیه ضخامت ها } 1\text{cm} \text{ است})$$



$$\frac{5}{31} \frac{M}{V} \quad (1)$$

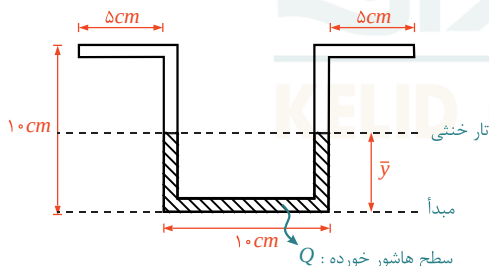
$$\frac{5}{61} \frac{M}{V} \quad (2)$$

$$\frac{10}{31} \frac{M}{V} \quad (3)$$

$$\frac{10}{61} \frac{M}{V} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱ و ۴ (طراح به احتمال زیاد گزینه ۴ را مدنظر داشته است)

حل اول براساس شکل مطرح شده در سوال:

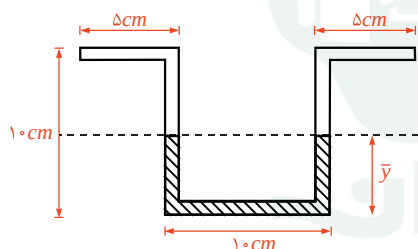


$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i} = \frac{(10 \times 1) \times 0.5 + 2[(9 \times 1) \times 0.5] + 2[(5 \times 1) \times 0.5]}{(10 \times 1) + 2(9 \times 1) + 2(5 \times 1)} = 5.23\text{cm}$$

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} = \frac{\frac{M \times 5.23}{I}}{V \times \left[\frac{2 \left(4.73 \times 1 \times \frac{4.73}{2} \right) + (10 \times 1 \times 4.73) }{I (2 \times 1)} \right]} = 0.16 \frac{M}{V} \approx \frac{5}{31} \frac{M}{V} \rightarrow \text{گزینه ۱}$$

تذکر: برای محاسبه Q می توانیم بالای تار خنثی را نیز در نظر بگیریم و پاسخ ها یکسان است.

حل دوم براساس تصحیح شکل مطرح شده در سوال و در نظر گرفتن 5cm برای کل طول هر یک از بال هایی بالای مقطع



$$\bar{y} = 5\text{cm}$$

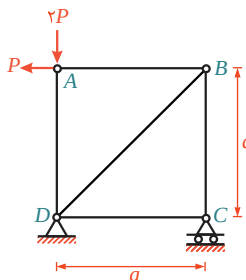
$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} = \frac{\frac{M \times 5}{I}}{V \times \left[\frac{2(4 \times 1 \times 2) + (10 \times 1 \times 4.5)}{I (2 \times 1)} \right]} = \frac{10}{61} \frac{M}{V} \rightarrow \text{گزینه ۴}$$

با توجه به اینکه حل اول نیاز به ماشین حساب دارد بنابراین احتمالاً طراح حل دوم و گزینه ۴ را مدنظر داشته ولی شکل سوال اشتباه رسم شده است.

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره‌های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۱۱- در خرابای نشان داده شده در شکل، با فرض یکسان بودن جنس و مقطع کلیه اعضا، میزان دوران عضو AB کدام است؟ (EA صلبیت محوری اعضا)



$$\frac{P}{EA} \quad (۱)$$

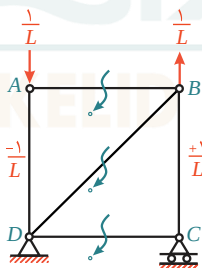
$$\frac{P\sqrt{2}}{EA} \quad (۲)$$

$$\frac{2P}{EA} \quad (۳)$$

$$\frac{2P}{EA} \quad (۴)$$

✓ پاسخ: گزینه ۴

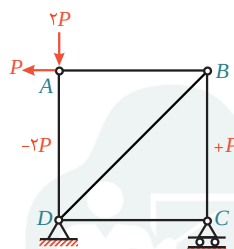
با توجه به خواسته مسئله یعنی میزان چرخش قطعه AB ، با استفاده از روش کار مجازی برای بررسی سازه با بارگذاری واحد، لازم است یک زوج نیرو به صورت عمود بر قطعه AB به طوری که لنگر حاصل از آن‌ها برابر با واحد شود قرار داده و پیش می‌رویم.



سازه با بارگذاری واحد

$$\theta_{AB} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \bar{N}_i L_i}{E_i A_i}$$

با توجه به اینکه $\bar{N}_{DC} = \bar{N}_{AB} = \bar{N}_{BD} = 0$ است بنابراین تحلیل سازه با بارگذاری اصلی نیاز به محاسبه N_{BD} ، N_{AB} و N_{CD} نیست زیرا این مقادیر در رابطه کار مجازی در صفر ضرب شده و حاصل برابر با صفر می‌گردد.



سازه با بارگذاری اصلی

$$\theta_{AB} = \frac{N_{AD} \times \bar{N}_{AD} \times L_{AD}}{(EA)_{AD}} + \frac{N_{BC} \times \bar{N}_{BC} \times L_{BC}}{(EA)_{BC}}$$

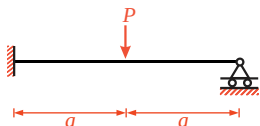
$$\rightarrow \theta_{AB} = \frac{(-2P)(\frac{-1}{L})(L)}{EA} + \frac{(P)(\frac{1}{L})(L)}{EA} = \frac{3P}{EA}$$

آموزشگاه تخصصی
کلید عمران
KELID OMNAN

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۱۲- برای تحلیل تیر نامعین زیر به روش نرمی، با فرض وجود یک اتصال مفصلی در نقطه محل اثر بار متمرکز، سازه اولیه مورد نیاز را می سازیم. ضریب نرمی مربوط به این سازه اولیه کدام است؟ (صلبیت خمشی تیر $EI =$)



$$(1) \quad \frac{a}{EI}$$

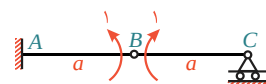
$$(3) \quad \frac{4a}{3EI}$$

$$(2) \quad \frac{a^3}{3EI}$$

$$(4) \quad \frac{\lambda a^3}{3EI}$$

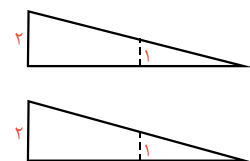
✓ پاسخ: گزینه ۳ (با اصلاح شکل سوال)

برای محاسبه ضریب نرمی کافی است اختلاف شیب دو طرف نقطه وسط تیر (B) تحت اثر لنگر واحد را مثلاً به روش کار مجازی بیابیم که خواهیم داشت:



$$\Delta \theta_B = \int \frac{MM^* dx}{EI}$$

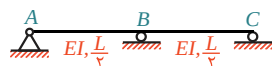
دقت شود هم سازه اصلی و هم سازه با بارگذاری مجازی تحت اثر لنگر واحد است و دیاگرام M و M^* با هم یکسان است:



$$\Delta \theta_B = \frac{2 \times 2 \times (2a)}{3(EI)} = \frac{\lambda a}{3EI}$$

در گزینه ها پاسخ وجود ندارد ← احتمالاً طراح سوال طول کل تیر را به اشتباه $2a$ در نظر گرفته در صورتی که اگر طول کل تیر a بود (یعنی $AB = BC = \frac{a}{2}$) جواب $\frac{4a}{3EI}$ و گزینه ۳ صحیح بود.

۱۳- در سازه نشان داده شده در صورتی که تکیه گاه C به اندازه Δ و تکیه گاه B به اندازه $\frac{1}{25}\Delta$ نشست داشته باشند. عکس العمل تکیه گاهی B کدام است؟



$$(1) \quad \frac{72EI\Delta}{L^3}$$

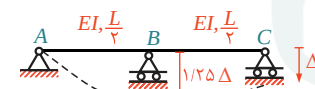
$$(3) \quad \frac{18EI\Delta}{L^3}$$

$$(2) \quad \frac{36EI\Delta}{L^3}$$

$$(4) \quad \frac{9EI\Delta}{L^3}$$

✓ پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از روش شیب افت اصلاح شده خواهیم داشت:



$$\begin{cases} M_{BA} = \frac{3EI}{L}(\theta_B - \Psi) = \frac{6EI}{L}\left(\theta_B - \frac{\Delta}{2L}\right) \\ \Psi_{BA} = \frac{12EI\Delta}{L^3} = \frac{\Delta}{2L} \quad (\Psi > 0, \text{ به صورت ساعتگرد}) \\ M_{BC} = \frac{3EI}{L}(\theta_B - \Psi) = \frac{6EI}{L}\left(\theta_B + \frac{\Delta}{2L}\right) \\ \Psi_{BC} = \frac{-12EI(\Delta - \Delta)}{L^3} = \frac{-\Delta}{2L} \quad (\Psi < 0, \text{ به صورت پادساعتگرد}) \end{cases}$$

$$\text{در گره B: } M_{BA} + M_{BC} = 0 \rightarrow 2\theta_B - \frac{\Delta}{2L} + \frac{\Delta}{2L} = 0 \rightarrow \theta_B = \frac{\Delta}{L}$$

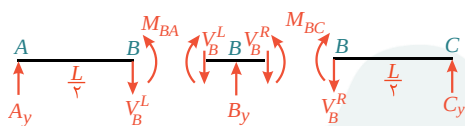
جهت مشاهده هر کدام از گزینه های زیر، کافیست بر روی آدرس آن کلیک کنید

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: **مهندس امید پاکدل** (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

$$\rightarrow M_{BA} = \frac{-9EI\Delta}{L^2} \text{ (به صورت پادساعتگرد)} \text{ و } \rightarrow M_{BC} = \frac{9EI\Delta}{L^2} \text{ (به صورت ساعتگرد)}$$

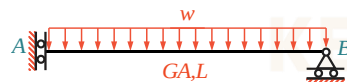
سازه را از گره B جدا می نماییم و خواهیم داشت:



با نوشتن معادله تعادل لنگر برای قطعه سمت چپ و راست به ترتیب حول A و C، مقادیر $V_B^L = V_B^R = \frac{18EI\Delta}{L^3}$ خواهد شد و در گره B خواهیم داشت:

$$+\uparrow \sum F_y = 0 : B_y - V_B^L - V_B^R = 0 \rightarrow B_y = 2\left(\frac{18EI\Delta}{L^3}\right) = \frac{36EI\Delta}{L^3}$$

۱۴- در تیر شکل زیر که مقطع آن به صورت I شکل است، تغییر مکان قائم تکیه گاه A تحت اثر تغییر شکل های برشی کدام است؟ ($\alpha_s = 1$)



$$\frac{wL^2}{4GA} \quad (۴)$$

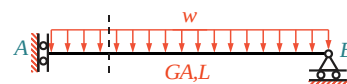
$$\frac{wL^2}{2GA} \quad (۳)$$

$$\frac{wL^2}{GA} \quad (۲)$$

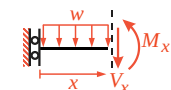
صفر (۱)

✓ پاسخ: گزینه ۳

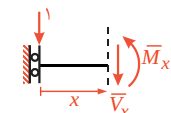
با استفاده از روش کار مجازی خواهیم داشت:



$$\delta_A = \int \frac{V\bar{V}dx}{GA_s}, \quad A_s = \frac{A}{\alpha_s}$$



$$+\uparrow \sum F_y = 0 : -wx - V_x = 0 \rightarrow V_x = -wx$$



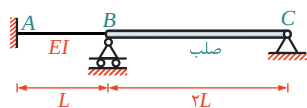
$$+\uparrow \sum F_y = 0 : -1 - \bar{V}_x = 0 \rightarrow \bar{V}_x = -1$$

$$\delta_A = \int_0^L \frac{(-wx)(-1)dx}{G \times \frac{A}{1}} = \frac{wx^2}{2GA} \Big|_0^L = \frac{wL^2}{2GA}$$

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: **مهندس امید پاکدل** (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۱۵- لنگر تکیه گاه A در اثر نشست تکیه گاه B به اندازه δ چقدر است؟



$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{\sqrt{EI} \delta}{L^2} \\ (2) \quad & \frac{\delta EI}{L^2} \\ (3) \quad & \frac{\sqrt{EI} \delta}{L^2} \\ (4) \quad & \frac{EI \delta}{L^2} \end{aligned}$$

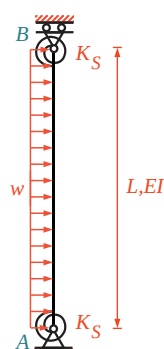
✓ پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از روش شیب افت خواهیم داشت:

$$M_{AB} = M_A = \frac{\sqrt{EI}}{L} (\sqrt{\theta_A} + \theta_B - \sqrt{\Psi}) + FEM_{AB}$$

$$\begin{cases} \theta_A = 0 \\ \theta_B = -\frac{\delta}{\sqrt{L}} \text{ (پادساعتگرد)} \\ \Psi = +\frac{\delta}{L} \text{ (ساعتگرد)} \end{cases} \rightarrow M_A = \frac{\sqrt{EI}}{L} \left(-\frac{\delta}{\sqrt{L}} - \sqrt{\left(\frac{\delta}{L}\right)} \right) = -\frac{\sqrt{EI} \delta}{L}$$

توجه: علامت منفی نشان دهنده آن است که لنگر در A به صورت پادساعتگرد می باشد.



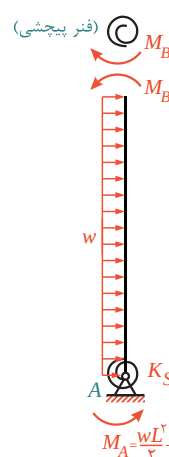
۱۶- تغییر مکان جانبی تکیه گاه B چقدر است؟ ($K_S = \frac{\sqrt{EI}}{L}$)

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{wL^4}{6EI} \\ (2) \quad & \frac{wL^4}{8EI} \\ (3) \quad & \frac{wL^4}{12EI} \\ (4) \quad & \frac{wL^4}{16EI} \end{aligned}$$

✓ پاسخ: گزینه ۱

سازه مربوطه ۱ درجه نامعین است (عکس العمل های قائم صفر در نظر گرفته می شود) و با استفاده از روش نرمی می توان یکی از عکس العمل های اضافی مثلاً M_B را حذف نمود و با نوشتن رابطه همسازی مجهول اضافی را محاسبه و سپس با استفاده

از روابط حفظی تغییر مکان افقی B را محاسبه نمود (δ_B^h)
(در فنر) $\theta_B = \theta_B$ (در سازه): (رابطه همسازی)



$$\text{روابط حفظی} \rightarrow \underbrace{\frac{M_B \times L}{EI}}_{\text{ناشی از لنگر در B}} + \underbrace{\frac{wL^3}{6EI}}_{\text{ناشی از بار گسترده}} - \underbrace{\left(\frac{\frac{wL^3}{2} - M_B}{k_S} \right)}_{\text{ناشی از فنر در A}} = -\frac{M_B}{k_S}$$

$$\rightarrow 2M_B = \frac{10wL^3}{24} \rightarrow M_B = \frac{5wL^3}{24}$$

جهت مشاهده هر کدام از گزینه های زیر، کافیست بر روی آدرس آن کلیک کنید

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

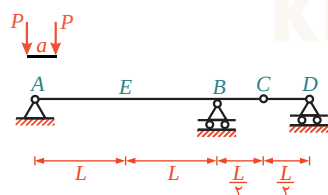
حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

با محاسبه M_B و با استفاده از روابط حفظی خواهیم داشت:

$$\rightarrow \delta_B^h = \underbrace{\frac{wL^4}{48EI}}_{\text{ناشی از بار گسترده}} - \underbrace{\left(\frac{\Delta w L^2}{24}\right) L^2}_{\text{ناشی از فنر در } M_B} + \underbrace{\left(\frac{wL^2}{2} - \frac{\Delta w L^2}{24}\right)}_{\text{ناشی از فنر در } A} \times L \rightarrow \delta_B^h = \frac{wL^4}{6EI}$$

تذکر: دقت کنید M_A عکس العمل تکیه گاه A است که به صورت پادساعتگرد است ولی در محاسبه تغییر شکل ها باید عمل آن که به صورت ساعتگرد است و باعث چرخش ساعتگرد B و جابه جایی به سمت راست B می گردد لحاظ شود همانطور که عکس العمل فنر B به صورت ساعتگرد است ولی در محاسبات تغییر مکان B عمل آن یعنی پادساعتگرد لحاظ گردیده است.

۱۷- تیر یکنواختی مطابق شکل زیر تحت تأثیر دو بار متحرک P که به فاصله a از یکدیگر در حرکت هستند قرار می گیرد. بیشینه مقدار

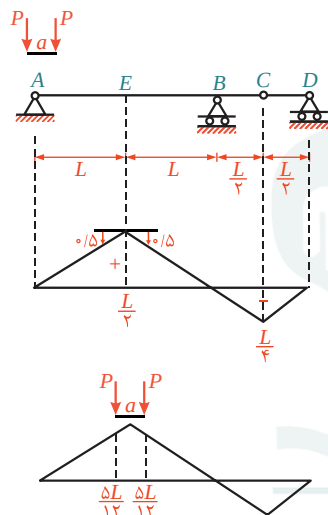


لنگر خمشی در مقطع E کدام است؟ ($a = \frac{L}{3}$)

- (۱) $\frac{PL}{2}$
(۲) $\frac{4}{3}PL$
(۳) $\frac{5}{3}PL$
(۴) $\frac{5}{6}PL$

✓ پاسخ: گزینه ۴

برای محاسبه $M_{E(max)}$ کافی است مرکز فاصله دو بار متمرکز را در نقطه E از خط تأثیر رسم شده قرار دهیم و نیروها را در ارتفاع نظیر آن ها ضرب کنیم

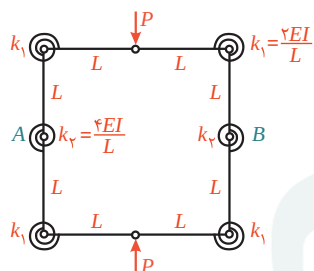


$$M_{E(max)} = P \left(\frac{5L}{12} \right) + P \left(\frac{5L}{12} \right) = \frac{5PL}{6}$$

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۱۸- تغییر فاصله نقاط A و B چقدر است؟ (طول تمام اعضا L با صلبیت EI)



$$(1) \quad \frac{3}{8} \frac{PL^3}{EI}$$

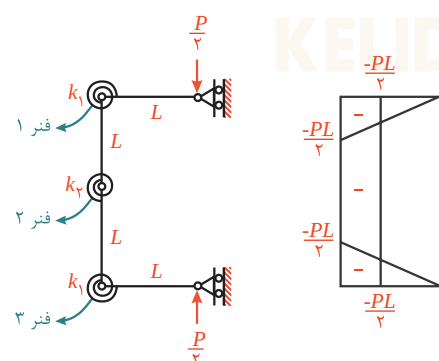
$$(2) \quad \frac{3}{16} \frac{PL^3}{EI}$$

$$(3) \quad \frac{5}{8} \frac{PL^3}{EI}$$

$$(4) \quad \frac{5}{16} \frac{PL^3}{EI}$$

✓ پاسخ: گزینه ۳

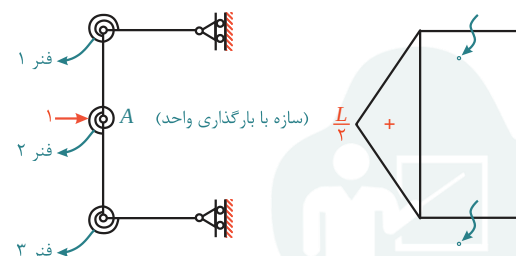
با استفاده از تقارن در سازه ها می توان سازه مربوط را به صورت زیر نصف کرد. حال برای محاسبه ی میزان تغییر فاصله نقاط A و B کافیت با استفاده از روش کار مجازی میزان جابه جایی نقطه A را محاسبه نموده و در پایان عدد به دست آمده برای جابه جایی A را، دو برابر کرد تا میزان تغییر فاصله A و B به دست آید.



دیاگرام M :

$$\delta_A^h = \int \frac{MM^* dx}{EI} + \sum \frac{M_k M_k^*}{k_\theta}$$

$$\begin{cases} M_k(1 \text{ فنر}) = -\frac{PL}{2} \\ M_k(2 \text{ فنر}) = -\frac{PL}{2} \\ M_k(3 \text{ فنر}) = -\frac{PL}{2} \end{cases}$$



دیاگرام M^* :

$$\begin{cases} M_k^*(1 \text{ فنر}) = 0 \\ M_k^*(2 \text{ فنر}) = \frac{L}{2} \\ M_k^*(3 \text{ فنر}) = 0 \end{cases}$$

روش ترسیمی مور

$$\delta_A^h = 2 \left[\frac{\left(-\frac{PL}{2} \right) \left(\frac{L}{2} \right) (L)}{2EI} + \frac{\left(-\frac{PL}{2} \right) \left(\frac{L}{2} \right)}{\frac{4EI}{L}} \right] = -\frac{5PL^3}{16EI}$$

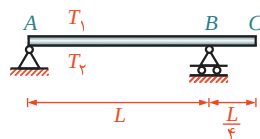
$$\delta_{A/B}^h = 2(\delta_A^h) = -\frac{5PL^3}{8EI}$$

علامت منفی نشانگر آن است که فرض جابه جایی نقطه A به سمت راست اشتباه است و A به سمت چپ جابه جا می شود و نهایتاً نقطه A و B از هم دور می شوند.

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامدات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۱۹- تیری مطابق شکل تحت تأثیر تغییرات دمای محیط قرار دارد. اگر عرض مقطع تیر b و ارتفاع مقطع h باشد و دمای بالا و پایین تیر به ترتیب T_1 و T_2 در نظر گرفته شود ($T_2 > T_1$) تغییر مکان نقطه C از تیر در اثر تغییرات دما کدام است؟ (ضریب انبساط حرارتی را α در نظر بگیرید.)



$$\frac{\Delta}{16h} \alpha L^2 (T_2 - T_1) \uparrow \quad (2)$$

$$\frac{\Delta}{32h} \alpha L^2 (T_2 - T_1) \downarrow \quad (1)$$

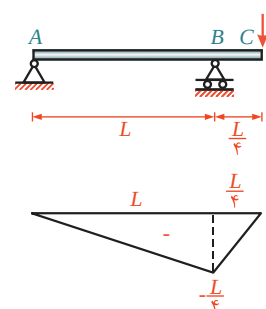
$$\frac{\Delta}{8h} \alpha L^2 (T_2 - T_1) \uparrow \quad (4)$$

$$\frac{\Delta}{16h} \alpha L^2 (T_2 - T_1) \downarrow \quad (3)$$

✓ پاسخ: گزینه ۱ (با اصلاح)

با استفاده از روش کار مجازی و رابطه مربوط به اثرات گرادیان حرارتی داریم:

$$\delta_C^v = \int M^* \alpha \cdot \frac{(T_b - T_t)}{h} dx \quad \begin{cases} T_b = T_2 \text{ (دمای پایین)} \\ T_t = T_1 \text{ (دمای بالا)} \end{cases}$$



(سازه با بارگذاری واحد در C):

(دیاگرام M^*):

مساحت دیاگرام M^*

$$\delta_C^v = \int M^* \alpha \cdot \frac{(T_b - T_t)}{h} dx = \frac{\alpha (T_2 - T_1)}{h} \int M^* dx$$

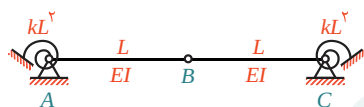
$$\rightarrow \delta_C^v = \left(-\frac{L}{4} \times \frac{\Delta L}{4} \right) \cdot \frac{\alpha (T_2 - T_1)}{h} = -\frac{\Delta L^2}{32} \cdot \frac{\alpha (T_2 - T_1)}{h}$$

علامت منفی در پاسخ نشان دهنده آن است که نقطه C برخلاف فرض اولیه که در سازه با بارگذاری واحد در C انجام دادیم، یعنی فرض کردیم نقطه به سمت پایین جابه‌جا می‌شود، به سمت بالا جابه‌جا می‌شود که در گزینه ۱ مقدار عددی با پاسخ به دست آمده تطابق دارد ولی جهت جابه‌جایی باید به سمت $\uparrow$ باشد که متأسفانه اشتباه مطرح شده است.

پاسخ تشریحی کنکور دکتری عمران ۱۳۹۹: { مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها }

حل سوالات توسط: مهندس امید پاکدل (مدرس دوره های آنلاین و حضوری جامعات ویژه آمادگی ارشد و دکتری)

۲۰- مساحت زیر نمودار خط تأثیر لنگر دورانی A کدام است؟ (سختی فنرهای دورانی برابر kL^2 می باشد)



- (۱) $\frac{L^2}{4}$ (۲) $\frac{L^2}{2}$ (۳) L^2 (۴) $2L^2$

✓ پاسخ: گزینه ۲

اولاً سازه مربوطه ۱ درجه نامعین است و از طرفی سازه متقارن محسوب می گردد و برای محاسبه مساحت زیر نمودار خط تأثیر کافی است یک بار گسترده به شدت واحد ($q=1$) بر روی کل سازه یا سازه نیمه (با استفاده از تقارن) قرار داده و میزان لنگر در A ، همان مساحت زیر نمودار خط تأثیر می باشد.



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_A = 0: -1 \times L \times \frac{L}{2} + M_A = 0 \rightarrow M_A = \frac{L^2}{2} \\ \rightarrow \text{مساحت زیر نمودار خط اثر لنگر } A = \frac{L^2}{2} \end{array} \right.$$