www.SoftCivil.ir

# فیزیک عمومی ۱

استاد: حاج امینی

دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

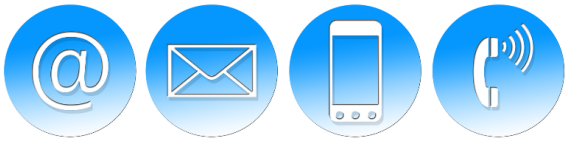
منبع: www.laag.ir

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir

# انجام پروژه های دانشجویی مهندسی عمران

# (کارشناسی و کارشناسی ارشد)




تلفن: ۰۹۳۹ ۳۷۵ ۴۰۰۱

ایمیل: Info@SoftCivil.ir
30vil68@Gmail.com

تلگرام: @SoftCivil.ir

اینستاگرام: @SoftCivil.ir

www.SoftCivil.ir



فیزیک ۱ (حرارت و مکانیک)

کتاب: مبانی فیزیک هالیدی

جلد اول - ویرایش نهم یا دهم  مترجم: نورعلی شاهی، نایبی، نصوری فرد  لغزه میانترم + ۵ نمره پایان ترم (بعد از عید)

۱- قانون اول نیوتون (لختی، اینرسی، بماند): هرگاه نیروی برایند وارد بر جسم صفر باشد، اگر جسم ساکن باشد ← ساکن می ماند و اگر با سرعت ثابت در حرکت باشد ← با سرعت ثابت حرکت می کند.

اینرسی: خاصیتی که در جسم وجود دارد برای ماندن در حالت اولیه. رابطه مستقیم با جرم دارد.

۲- قانون دوم نیوتون: $F=ma$

$\vec{W}_{\text{وزن}} = m\vec{g}$  $g = 9/8 \frac{m}{s^2}$

وزن: برایند نیروهای جاذبه زمین به یک جسم.

جرم: جرم هر جسم مقدار ماده‌ی تشکیل دهنده‌ی آن جسم است.

تفاوت بین جرم و وزن: ۱- تعاریف فرق دارند ۲- جرم ثابت است اما وزن در مرجای (با توجه به شتاب جاذبه سیاره) متفاوت است. ۳- جرم نرده‌ای یا اسکالر است اما وزن برداری است. ۴- واحد جرم kg و وزن N است. ۵- دستگاه اندازه‌گیری جرم ترازوی دوکفه‌ای است اما وزن را با نیروسنج اندازه می گیرند.

نکته: ترازوهای دیجیتالی نیروسنج هستند، اما نتیجه را به kg نشان می دهند.

۳- قانون سوم نیوتون: هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، آن جسم نیز به جسم اول نیرو می دو جسم



Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



همان اندازه اما در جهت مخالف وارد می‌کند.

انواع نیروها: ۱- نیروی گرانش یا وزن ($F_g = w$)

۲- نیروی عکس العمل ($F_N$) ۳- نیروی کشش ریسمان ($T$) ۴- نیروی اصطکاک ($f_{sk}$)

نکته: بردارهای رو به بالا مثبت هستند ($+a\uparrow$ و ... و $-g\downarrow$)

حرکت آسانسور: a همیشه مثبت می‌نویسیم برای فرمول‌ها

حرکت تندشونده به سمت بالا: $T - mg = ma \Rightarrow T = m(g+a)$

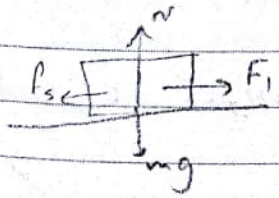
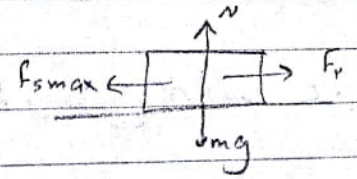
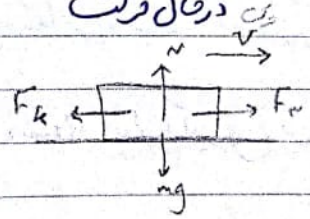
" کند " : $T - mg = -ma \Rightarrow T = m(g-a)$

حرکت تندشونده به سمت پایین: $T - mg = -ma \Rightarrow T = m(g-a)$

" کند " : $T - mg = ma \Rightarrow T = m(g+a)$

حل تمرین: ۲۸ - ۳۳ - ۳۴ - ۴۴ - ۵۳ - ۵۵ - ۶۱ - ۸۰ - ۸۶

نیروی اصطکاک: عوامل به وجود آورنده این نیرو عبارتند از: ۱- صیقلی و ناصاف بودن سطح تماس ۲- نیروی جاذبه بین مولکول‌های مجاور در سطح و جسم

| حالت سکون | درآستانه حرکت | درحال حرکت |
|---|---|---|
|  |  |  |
| $f_s = F_1$ | $f_{s\max} = F_2$ | $f_k = F_2 - ma$ |
| | $f_{s\max} = \mu_s N$ | $F_k = \mu_k N$ |

نکته: $f_k \propto mg$ ، $f_{s\max} \propto mg$

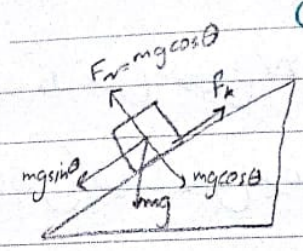
اذان صبح: ۴:۲۰ طلوع آفتاب: ۶:۰۲ اذان ظهر: ۱۳:۱۱ غروب آفتاب: ۱۹:۲۰

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



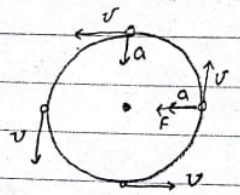
۲۹ تیر ۱۳۹۱
۲۹ شعبان ۱۴۳۳
19 July 2012
پنجشنبه




| حالت سکون | درآستانه حرکت | درحال حرکت |
|---|---|---|
| $f_s = mg\sin\theta$ | $f_{s_{max}} = m'g\sin\theta$ | $f_k$ |
| | $f_{s_{max}} = \mu_s m'g\cos\theta$ | $f_k = \mu_k mg\cos\theta$ |

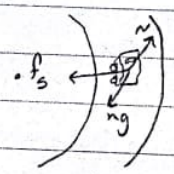
07
08
09
10

## نیروی جاذب مرکز در حرکت دورانی:




$$a = \frac{v^2}{R} \qquad F = m\frac{v^2}{R}$$

11
12




پیچ جاده

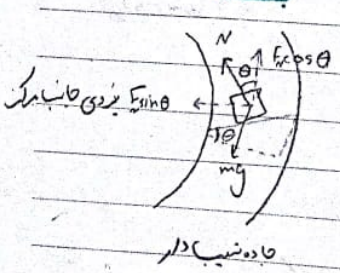
$$f_s = m\frac{v^2}{R} \qquad f_{s_{max}} = \mu_s N \Rightarrow \frac{mv_{max}^2}{R} = \mu_s mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{v_{max}^2}{Rg}$$

اذان صبح: ۴ : ۲۱ طلوع آفتاب: ۶ : ۰۳ اذان ظهر: ۱۳:۱۱ غروب آفتاب: ۲۰:۱۸ اذان مغرب: ۲۰:۳۹ نیمه شب: ۲۰ : ۰

۳۰ تیر ۱۳۹۱
۳۰ شعبان ۱۴۳۳
20 July 2012
جمعه

۵۰

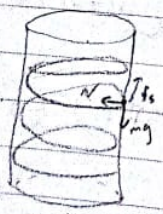



جاده شیب دار

$$F_N\sin\theta = m\frac{v^2}{R}$$

$$F_N\cos\theta = mg \qquad \gg \tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

## حرکت دورانی در دیوار مرگ:




$$f_s \geq mg$$

$$f_{s_{max}} = \mu_s N \qquad F_N = m\frac{v^2}{R}$$

اذان صبح: ۴ : ۲۲ طلوع آفتاب: ۶ : ۰۳ اذان ظهر: ۱۳:۱۱ غروب آفتاب: ۲۰:۱۸ اذان مغرب: ۲۰:۳۸ نیمه شب: ۲۰ : ۰

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



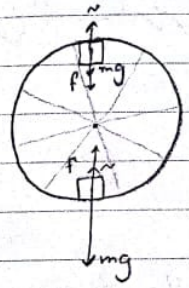
امید مشاور

۳۱ تیر ۱۳۹۱ — 21 July 2012 — ۱ رمضان ۱۴۳۳ — شنبه

مسئله ۴۵: دانشجویی به وزن ۶۶۷ نیوتون سوار بر چرخ و فلک که با تندی یکنواخت می چرخد است. در بالاترین نقط چرخ و فلک نیروی عمودی سطح برابر ۵۵۶ نیوتون است. الف) دانش جو در این نقط احساس سبکی می کند یا سنگینی؟ ب) اندازه $F_N$ در پایین ترین نقط چقدر است؟ ج) اگر تندی چرخ و فلک دو برابر شود اندازه $F_N$ در بالاترین و پایین ترین نقط چقدر است؟

$w = 667\,N$ ، $N = 556\,N$ ، نیروی جانب مرکز در تمام نقاط

بالاترین نقط: $mg - F_N = f \Rightarrow 667 - 556 = 111\,N$



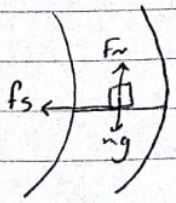

ب) پایین ترین نقط: $F_N = mg + f \Rightarrow F_N = 667 + 111 = 778\,N$

ج) $f' = \frac{m(2v)^2}{R} = 4\frac{mv^2}{R} = 4 \times 111 = 444\,N$

بالاترین نقط: $mg - F'_N = f' \Rightarrow F'_N = 667 - 444 = 223\,N$

پایین ترین نقط: $F'_N - mg = f' \Rightarrow F'_N = 667 + 444 = 1111\,N$

مسئله ۸۷: خودروی به وزن ۱۰۷۰ kg با تندی $14.4\,\frac{m}{s}$ حرکت می کند. پیچ جاده ای افقی به شعاع ۴۱ m را دور می زند. الف) اندازه نیروی اصطکاک لازم برای نگه داشتن خودرو در این مسیر چقدر است؟ ب) اگر ضریب اصطکاک استاتیکی بین لاستیک ها و جاده ۰.۷۵ باشد آیا خودرو موفق به عبور از پیچ خواهد شد؟ بله




الف) $f_s = \frac{mv^2}{R} = 1070 \times \frac{(14.4)^2}{41} = 540\,N$

ب) $f_{s_{max}} = \mu_s N = 0.75 \times 1070 = 802.5\,N$

مسئله ۶۷: مطابق شکل صندوقی از ناوه ای عمودی شیب داری به پایین می لغزد. ضریب اصطکاک جنبشی بین صندوق و ناوه $\mu_k$ است. شتاب صندوق را بر حسب $\mu_k$ و $\theta$ و $g$ بدست آورید؟

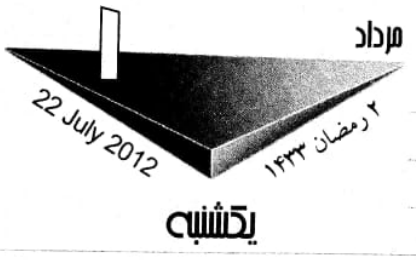


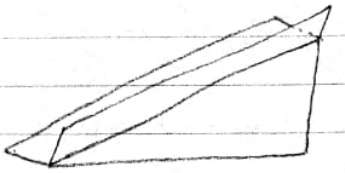
Scanned by CamScanner

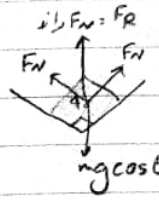
www.SoftCivil.ir

در امتحان باید تمام شیب‌های داده شده را رسم کرده و سپس در معادله جبری فط بزنیم

Omid Moshaver Insurance Co.






$F_R = 2F_N\cos 45 = 2\times\frac{\sqrt{2}}{2}F_N = F_N\sqrt{2}$

$F_R = mg\cos\theta \longrightarrow F_N = \frac{mg\cos\theta}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\,mg\cos\theta}{2}$

$mg\sin\theta - 2f_k = ma \Rightarrow mg\sin\theta - 2\times\mu_k F_N = ma \Rightarrow a = g(\sin\theta - \mu_k\sqrt{2}\cos\theta)$

$F_N = \frac{\sqrt{2}}{2}mg\cos\theta$

مسئله ۹۲: پیچ دایره‌ای شکل یک بزرگراه برای خودروهایی با سرعت $60\frac{km}{h}$ طراحی شده است. الف) اگر شعاع پیچ ۱۵۰ m باشد، زاویه شیب مناسب جاده چقدر است؟ ب) اگر پیچ جاده شیب‌دار نباشد، کمینه ضریب اصطکاک استاتیکی جاده چقدر است؟

$v = 16.6\frac{m}{s}$

الف) $\tan\theta = \frac{v^2}{Rg} = \frac{(16.6)^2}{150\times 10} = 0.17 \qquad \theta \approx 11^\circ$

ب) $\mu_s = \frac{v^2}{Rg} = 0.17$

حل تمرین: ۲۵- ۲۹- ۴۷- ۵۹- ۳۵- ۳۴

اذان صبح: ۴:۲۴ طلوع آفتاب: ۶:۰۵ اذان ظهر: ۱۳:۱۱ غروب آفتاب: ۲۰:۱۶ اذان مغرب: ۲۰:۳۷ نیمه شب: ۰:۲۱

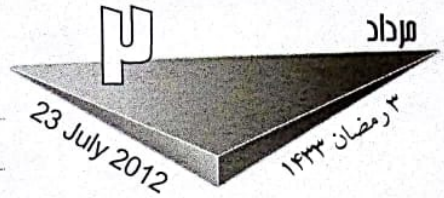
همیشه کوتاه ترین لذت شیرین ترین لذت هاست.
اگر شما مهربان و رئوف نباشید، وظایف خود را در دنیا به طور کامل انجام نداده اید. شارل یونکستون

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir

$\int F.dx$ : کار نیروی غیر ثابت

امید مشاور




۱۳۹۱

دوشنبه

## فصل هفتم: کار و انرژی

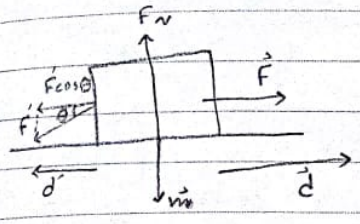
$W = Fd\cos\theta$

$\theta$: زاویه بین بردار جابجایی و نیرو

$\theta < 90^\circ \Rightarrow W > 0$

$\theta = 90^\circ \Rightarrow W = 0$

$\theta > 90^\circ \Rightarrow W < 0$



اگر جسم با سرعت ثابت به بالا حرکت کند داریم: $F = mg$

$W_F = Fd\cos\theta = Fd = mgd$

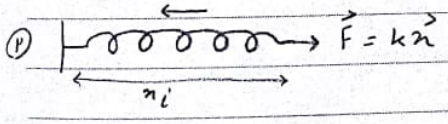
$W_{mg} = mgd\cos\theta = mg \times (-1) = -mgd$

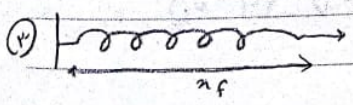
$W_R = W_F + W_{mg} = mgd - mgd = 0$

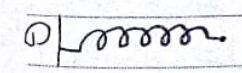
## نیروی کشسانی فنر:

نیروی کشسانی فنر (بازگردانده) $(F = F')$

$F = -kx$




$W = \int \vec{F}.d\vec{x} = \int F.dx = \int (-kx).dx = -k\int_{x_i}^{x_f} x.dx$

$= -k\left(\frac{1}{2}x^2\right)_{x_i}^{x_f} \Rightarrow$

کار نیروی فنر در جابجایی از نقطه $x_i$ تا $x_f$

$\Rightarrow W = -k\left(\frac{1}{2}x_f^2 - \frac{1}{2}x_i^2\right) = -k\frac{1}{2}x_f^2 + \frac{1}{2}x_i^2$

$x_i = 0 \Rightarrow W = -\frac{1}{2}kx_f^2$

## انرژی جنبشی:

$k = \frac{1}{2}mv^2 \qquad W = \Delta k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

نیرو در طول جابجایی ثابت باشد $\Rightarrow W = F.x = ma\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}\right) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \times \frac{dx}{dt}$, $\frac{dx}{dt} = v$

نیرو در طول جابجایی متغیر باشد $\Rightarrow W = \int F.dx = \int ma.dx = m\int a.dx$



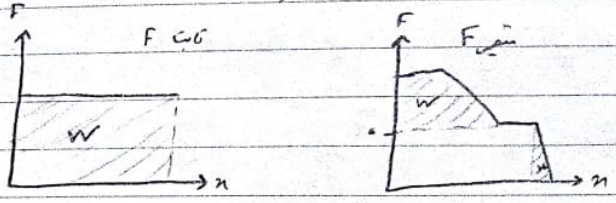
Note:

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



$\Rightarrow W = m\int_{v_1}^{v_2} v\cdot\frac{dv}{dx}\cdot dx = m\left(\frac{v^2}{2}\right)_{v_1}^{v_2} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$




07

**توان متوسط:** $\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ $\quad \frac{J}{s} = W$ یا

08

**توان لحظه‌ای:** $P = \frac{dW}{dt} = \frac{F\cdot dx\cdot\cos\theta}{dt} = F\cdot v\cdot\cos\theta$ $\quad P = \vec{F}\cdot\vec{v}$

09

**مسئله ۱۷:** بالگردی شخصی به جرم ۷۲kg را توسط کابلی به اندازه ۱۵m از سطح دریاچه‌ای بالا می‌کشد. شتاب شخص $\frac{g}{10}$ است. الف) کار انجام شده روی شخص از طرف بالگرد چقدر است؟ ب) کار نیروی گرانش چقدر است؟ ج) اندازه‌ی جنبشی شخص در لحظه‌ی رسیدن به بالگرد چقدر است؟ د) تندی او را در این لحظه بدست آورید.

10

11

12

13 $m = 72kg$

$d = 15m$

14 $a = \frac{g}{10}\frac{m}{s^2}$

$W_F = ?$

15 $W_{mg} = ?$

$k = ?$

16 $v = ?$

$F - mg = ma \Rightarrow F = m(g+a)$

$\Rightarrow F = 72\left(g + \frac{g}{10}\right) = 792N$

$W_F = Fd\cos\theta = 792\times 15 = 11880J$

$W_{mg} = mgd\cos 180^\circ = -mgd = -72\times 10\times 15 = -10800J$

$W_T = W_F + W_{mg} = 11880 - 10800 = 1080J$

17 $\Delta k = W_T = k_1 - \overbrace{k_0}^{mv_0^2/2 = 0} = k_1 = 1080J$

18 $1080 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v = \sqrt{20} \simeq 4.5\frac{m}{s}$

19

**مسئله ۲۱:** جسمی به جرم m توسط طنابی با شتاب $\frac{g}{4}$ پایین آورده می‌شود. وقتی جسم به اندازه‌ی d پایین می‌آید الف) کار نیروی طناب؟ ب) کار نیروی گرانش؟ ج) اندازه‌ی جنبشی جسم؟ د) تندی آن را بیابید؟

20



با محبت می توان دنیا را تسخیر کرد.
ولتر



Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



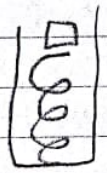
الف) $mg - T = \frac{mg}{\varepsilon} \Rightarrow T = mg(1-\frac{1}{\varepsilon})$ $\quad W_T = -\frac{3}{\varepsilon} mgd$

ب) $W_{mg} = mgd$ $\quad$ ج) $\Delta k = k_2 - k_1^{\nearrow 0} = \frac{1}{\varepsilon} mgd$

د) $v^2 - v_0^{2\nearrow 0} = 2a\Delta x \Rightarrow v = \sqrt{2\frac{g}{\varepsilon}d} = \sqrt{\frac{g}{2}d}$

حل تمرین: ۳۶ـ ۴۱ـ ۴۳ـ ۴۴ـ ۵۴ـ ۷۶ـ ۲۴

مسئله ۶۲: جسمی به جرم ۲۵۰g روی فنری که در جهت قائم قرار دارد سقوط می‌کند. ثابت فنر $k = 2/5 \frac{N}{cm}$ است. جسم به فنری چسبید و قبل از آن که به طور لحظه‌ای متوقف شود آن را ۱۲cm فشرده می‌کند. الف) کار نیروی گرانش چقدر است؟ ب) کار نیروی فنر چقدر است؟ ج) کاهش تندی جسم را در لحظه قبل از برخورد به فنر بدست آورید؟ د) اگر تندی جسم در زمان برخورد با فنر ۲ برابر شود بیشینه فشردگی را بیابید.



$m = 0/25\,kg$
$k = 2/5 \frac{N}{cm}$
$\Delta x_1 = 12\,cm$

الف) $W_{mg} = 2/5 \times 0/12 = 0/3$

ب) $W_k = -\frac{1}{2} k x^2 = -\frac{1}{2} \times \frac{2/5}{10^{-2}} \times (\frac{12}{10^2})^2 = -1/8\,J$

ج) $W_T = -1/8 + 0/3 = -1/5$

$1/5 = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{3}{0/25}} = 2\sqrt{3}\ \frac{m}{s}$

د) $mg(x_0 + x) - \frac{1}{2} k x^2 = -\frac{1}{2} m (2v)^2 \Rightarrow x = 0/21\,m$



Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



مرداد ۱۳۹۱
۶ رمضان ۱۴۳۳
26 July 2012
پنجشنبه

## فصل هشتم:

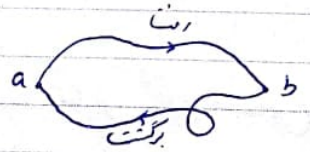
**نیروهای پایستار:** نیروهایی که در موقعیت جسم مؤثر هستند.

مثال: نیروی وزن ($mg$) - نیروی فنر ($-kx$)

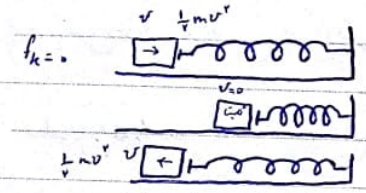
**نیروی ناپایستار:** نیروهایی که تلف کننده انرژی هستند.

مثال: نیروی اصطکاک ($f_k$) - نیروی مقاومت هوا

**نکته:** اگر نیروهای ناپایستار نباشند، مسیر حرکت در کار تأثیری ندارد.




$W_{ab} = W_{ba}$ $\quad W_{ab} + W_{ba} = 0$




سالروز عملیات افتخار آفرین مرصاد (۱۳۶۷هـ.ش)

اذان صبح: ۴ : ۲۹ طلوع آفتاب: ۶ : ۰۸ اذان ظهر: ۱۳ : ۱۱ غروب آفتاب: ۲۰ : ۱۳ اذان مغرب: ۲۰ : ۳۴ نیمه شب: ۰ : ۲۲

مرداد
۷ رمضان ۱۴۳۳
27 July 2012
جمعه

**نکته:** رابطه کلی کار: $W = \int F \cdot dx$

تغییر انرژی پتانسیل $\Delta U = -W = -\int F \cdot dx$

$$\Delta U = -\int (-mg)\, dy = mg \int_{y_i}^{y_f} dy = mg(y_f - y_i) = mg\,\Delta y$$

کار نیروی گرانش در حرکت به پست پایین: $W = +mg\overset{+}{\Delta y}$ $\quad \Delta U = -mg\overset{+}{\Delta y}$

کار نیروی گرانش در حرکت به پست بالا: $W = -mg\overset{+}{\Delta y}$ $\quad \Delta U = mg\overset{+}{\Delta y}$

تغییر انرژی کشسانی فنر: $\Delta U = -W = -\int F dx = -\int_{x_i}^{x_f} kx\, dx = k\left(\frac{x_f^2}{2} - \frac{x_i^2}{2}\right) = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$

**انرژی مکانیکی (پایستار):** نبود نیروهای ناپایستار

$E = K + U =$ ثابت $= \frac{1}{2}mv^2 + mgh$

وجود نیروهای ناپایستار

$E_2 - E_1 = -W_f$ $\quad W_f = F_k \cdot d = f_k mg \cos\theta \cdot d$

اذان صبح: ۴ : ۳۰ طلوع آفتاب: ۶ : ۰۹ اذان ظهر: ۱۳ : ۱۱ غروب آفتاب: ۲۰ : ۱۳ اذان مغرب: ۲۰ : ۳۳ نیمه شب: ۰ : ۲۲

دنیا را محبت نجات می دهد. کمال الملک

دلت را همچنان تمیز کن که ظرف را. مثل چینی

وجود ندارد. مثل ژاپنی

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ یا $= mav = \frac{\Delta E}{\Delta t}$

توان لحظه‌ای $P = \frac{dW}{dt}$ یا $= \frac{dE}{dt}$

07 نیروی پایستار:

08 نیروی پایستار $F = -\frac{d}{dx}(\frac{1}{2}kx^2) = -kx$ — نیروی پایستار $F = -\frac{du}{dx}$

09 نیروی پایستار وزن $F = -\frac{d}{dy}(mgy) = -mg$

10 مسئله ۱: مطابق شکل قطعه‌ی به جرم $2g$ از لبه‌ی ظرفی به شکل نیم‌کره به شعاع $r = 22cm$ رها می‌شود. تمام قطعه

11 به بدنه‌ی ظرف نمی‌چسبد و کاملاً لغزنده است. وقتی جسم به پایین ظرف می‌رسد: الف) کار نیروی گرانش روی

12 قطعه چقدر است؟ ب) تغییر در انرژی پتانسیل چقدر است؟ ج) اگر انرژی پتانسیل در پایین

13 ظرف را برابر با صفر بگیریم، مقدار آن در لحظه‌ی رهاشدن قطعه چقدر است؟ د) اگر انرژی پتانسیل قطعه

14 را در محل رهاشدن صفر در نظر بگیریم مقدار آن در پایین ظرف چقدر است؟ ه) اگر جرم قطعه دو برابر

15 شود جواب‌های فوق چه تغییری پیدا می‌کند؟

16 الف) $+mgh = +0.002 \times 10 \times 0.22 = 4.4 \times 10^{-3}$ ژ

17 ب) $\Delta u = -mgh = -4.4 \times 10^{-3}$ ژ

18 ج) $U_A = mgh = 4.4 \times 10^{-3}$ ژ

19 د) $U_B = -mgh = -4.4 \times 10^{-3}$ ژ

20 ه) دو برابر می‌شوند

اذان صبح: ۴:۳۱ طلوع آفتاب: ۶:۰۹ اذان ظهر: ۱۳:۱۱ غروب آفتاب: ۲۰:۱۲ اذان مغرب: ۲۰:۳۲ نیمه شب: ۰:۲۲

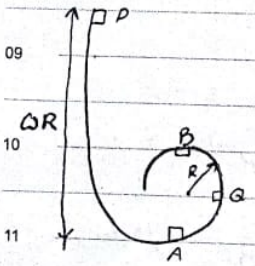
Note:

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



مسئله ۶: جسم کوچکی به جرم $m=32g$ می تواند درون حلقه‌ی نازک افقی به شعاع $R=12cm$ حرکت کند. جسم از حالت سکون از نقطه‌ی P از ارتفاع $h=5R$ از بالای سطح زمین رها می شود. الف) کار نیروی گرانش روی جسم وقتی به نقطه‌ی Q می رسد چقدر است؟ ب) کار نیروی گرانش وقتی به بالای حلقه می رسد چقدر است؟ ج) اگر انرژی پتانسیل جسم در پایین حلقه صفر در نظر گرفته شود، انرژی پتانسیل آن در نقطه‌ی P و Q و B چقدر است؟ د) اگر به جسم تندی اولیه بدهیم جواب ها فوق چه تغییری پیدا می کنند؟




الف) $= mg4R = 0.32 \times 10 \times 0.48$

ب) $= mg2R = 0.32 \times 10 \times 0.24$

ج) $U_P = mg5R \quad U_Q = mgR \quad U_B = mg3R$

د) جواب ها تغییری نمی کنند

حل تمرین: ۶۵-۶۲-۶۰-۵۷-۳۴-۲۹-۲۴-۲۳



بانوی مهربان شوهرش را برای همیشه تصاحب می کند، بودیس پاسترناک

غریب کسی است که حبیبی ندارد. حضرت علی (ع)

کسی که مهربانی می کارد، حق شناسی درو می کند. مثل تازی

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



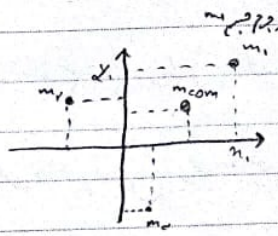
امید مشاور

فصل سوم

مرکز جرم: که به صورت (Center of mass) com نوشته می‌شود.

$$x_{com} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

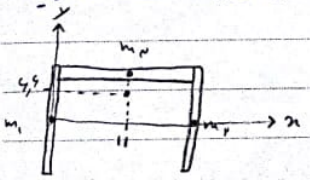
$$y_{com} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i y_i = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$




سه‌بعدی

$$z_{com} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i z_i$$

**مسئله ۴:** مطابق شکل سه میله باریک یکنواخت هریک به طول $l = 22cm$ به شکل Π قرار گرفته‌اند. جرم هریک از میله‌های قائم $14g$ و جرم میله افقی $42g$ است. مختصات مرکز جرم این سه میله را بدست آورید؟




$m_1 = m_2 = 14g \quad m_3 = 42g$

$$x_{com} = \frac{14\times 0 + 14\times 22 + 42\times 11}{14+14+42} = 11$$

$$y_{com} = \frac{14\times 0 + 14\times 0 + 42\times 11}{14+14+42} = 6,6$$

**مرکز جرم در اجسام نامتقارن و متقارن:**

در اجسام متقارن این مرکز بر مرکز جسم منطبق است.

اما در اجسام نامتقارن از فرمول های روبرو استفاده می‌کنیم.

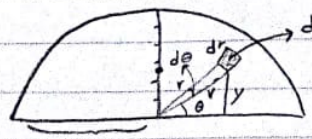
$$x_{com} = \frac{1}{M}\int x\,dm$$

$$y_{com} = \frac{1}{M}\int y\,dm$$

**مثال:** محاسبه مرکز جرم یک نیم صفحه‌ی دایره‌ای شکل به شعاع r؟ $a=0 \;,\; r=r$

چگالی سطحی

$$dm = \sigma dA = \sigma(dr \cdot r \cdot d\theta) \;,\; y = r\sin\theta$$




وفات حضرت خدیجه (س) (۳ سال قبل از هجرت) - روز اهدای خون

اذان صبح: ۴:۳۳ طلوع آفتاب: ۶:۱۱ اذان ظهر: ۱۳:۱۱ غروب آفتاب: ۲۰:۱۰ اذان مغرب: ۲۰:۳۰ نیمه شب: ۰:۲۲

Note:

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



$x_{com} = 0$

$y_{com} = \frac{1}{M}\int y\,dm$ $\qquad m = \sigma A \Rightarrow \frac{\sigma}{M} = \frac{1}{A} = \frac{1}{\frac{\pi a^2}{2}}$

$y_{com} = \frac{1}{M}\int r\sin\theta \times \sigma(dr.r.d\theta) = \frac{\sigma}{M}\int r^2 dr \times \int \sin\theta\, d\theta = \frac{\sigma}{M}\times\frac{r^3}{3}\Big]_0^a \times \cos\theta\Big]_0^{\pi} \Longrightarrow$

$y_{com} = \frac{1}{A}\left(\frac{1}{6}a^3\right)\times 2 = \frac{2}{\pi a^2}\times\frac{1}{6}a^3\times 2 = \frac{4a}{3\pi} \simeq \frac{4}{3} = 1.4$

محاسبه مرکز جرم جسم حجم دار:

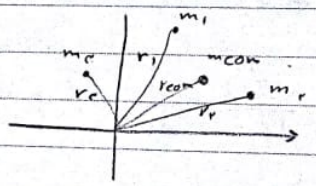
چگالی حجمی $\rho = \frac{dm}{dv} = \frac{M}{V} \Rightarrow dm = \frac{M}{V}.dv$

$x_{com} = \frac{1}{M}\int x\frac{M}{V}.dv = \frac{1}{V}\int x.dv$

$y_{com} = \frac{1}{V}\int y.dv$

$z_{com} = \frac{1}{V}\int z.dv$

محاسبه مرکز جرم جسم که ناشی از برده و جرم های داخل آن مشترک اند.




داریم : $Mr_{com} = m_1r_1 + m_2r_2 + m_3r_3$

مشتق نسبت به زمان

$M\frac{dr_{com}}{dt} = m_1\frac{dr_1}{dt} + m_2\frac{dr_2}{dt} + m_3\frac{dr_3}{dt}$

سرعت مرکز جرم / جرمان

$M\vec{V}_{com} = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + m_3\vec{V}_3$

$\vec{V}_{com} = \frac{m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + m_3\vec{V}_3}{M}$

$M\frac{d\vec{V}_{com}}{dt} = m_1\frac{d\vec{V}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{V}_2}{dt} + m_3\frac{d\vec{V}_3}{dt}$



محبت را فراموش نکنید و آن را ناچیز مشمارید. افلاطون
یک کلمه محبت آمیز می تواند تمام فصل زمستان انسان را گرم کند. مثل ژاپنی
امتحان کنید مرد را به فعل او، نه به قول او. افلاطون
[illegible] بالاتر از آن نیست که قابل ترحم باشد. ناپلئون

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



$$M a_{com} = m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3$$

$$M a_{com} = F_1 + F_2 + F_3 = F_{net}$$

$$\Rightarrow a_{com} = \frac{F_{net}}{M}$$

07 مسئله ۱۱: دو جسم یکی به جرم $m = 0.5\,kg$ در مبدأ دستگاه مختصات $xy$ و دیگری به جرم $M = 1.0\,kg$ در نقطه $(1,2)\,m$

08 قرار دارند. در $t=0$ نیروی $\vec{F_1} = (2\vec{i} + 4\vec{j})\,N$ بر اولی و نیروی $\vec{F_2} = (-4\vec{i} - 2\vec{j})\,N$ بر دومی اثر می‌کند. جابه‌جایی مرکز جرم از $t=0$

09 تا $t = 4\,s$ را بیابید. $m_1 = 0.5$

$m = 0.5\,kg \quad (0,0)$

$M = 1.0\,kg \quad (1,2)$

$F_1 = 2i + 4j$

$F_2 = -4i - 2j$

$t = 4\,s$

$$x_{com} = \frac{0.5 \times 0 + 1.0 \times 1}{2} = 0.5$$

10
$$y_{com} = \frac{0.5 \times 0 + 1.0 \times 2}{2} = 1.0$$

$$a_{net} = \frac{F_{net}}{M} = \frac{F_1 + F_2}{M} = \frac{2i + 4j - 4i - 2j}{2} = -0.5i + 0.5j$$

$\Delta r = \sqrt{\quad 2}$

12
$$\Delta \vec{r}_{com} = \frac{1}{2} \vec{a}_{net} t^2 = \frac{1}{2} (-0.5\vec{i} + 0.5\vec{j}) \times 16$$

13 حل تمرین: ۵_۹_۱۰_۱۱۴_ص ۲۲۴

14 تکانه خطی:

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F \Delta t = m \Delta v = \Delta p$$

15
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} m\vec{v} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} F = ma \\ F = \dfrac{dp}{dt} \end{cases}$$

16

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow d\vec{p} = \vec{F}\,dt \Rightarrow \boxed{\int_{p_i}^{p_f} dp = \int \vec{F} \cdot dt}$$

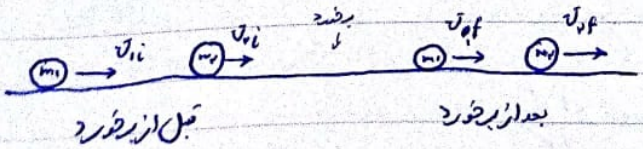
17

تغییر تکانه — نیروی متوسط

18
$$\text{ضربه } \vec{J} = \Delta p = p_f - p_i = \int \vec{F} \cdot dt = \vec{F} \cdot \Delta t$$

19 برخورد: ۱_کشسان ۲_ناکشسان

20 کشسان: اگر برخورد بدون اتلاف انرژی باشد






Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir

Omid Mosharer Insurance Co.

۱۲ مرداد ۱۳۹۱
2 August 2012
۱۳ رمضان ۱۴۳۳
پنجشنبه

برخورد کشسان $\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases}$ پایستگی انرژی جنبشی

برخورد ناکشسان $\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ \text{صادق نیست} \end{cases}$

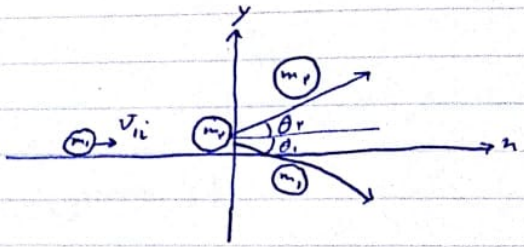
07

08

برخورد کشسان $\begin{cases} m_1 v_{1i} + 0 = (m_1 + m_2) v_f \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + 0 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2 \end{cases}$

09

10 برخورد ناکشسان $\begin{cases} m_1 v_{1i} + 0 = (m_1 + m_2) v_f \\ \text{صادق نیست} \end{cases}$



11

12

اذان صبح: ۴ : ۳۷ طلوع آفتاب: ۶ : ۱۳ اذان ظهر: ۱۳:۱۱ غروب آفتاب: ۲۰:۰۷ اذان مغرب: ۲۰:۲۷ نیمه شب: ۰ : ۲۳

۱۳ مرداد
3 August 2012
۱۴ رمضان ۱۴۳۳
جمعه

برخورد کشسان $\begin{cases} m_1 v_{1i} + 0 = m_1 v_{1f} \cos\theta_1 + m_2 v_{2f} \cos\theta_2 \\ 0 + 0 = -m_1 v_{1f} \sin\theta_1 + m_2 v_{2f} \sin\theta_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases}$

برخورد ناکشسان $\begin{cases} \text{رابطه ۱ و ۲ صادق است} \\ \text{رابطه ۳ صادق نیست} \end{cases}$

۵۹, ۵۸, ۵۷, ۵۲, ۵۱
۶۸, ۶۴

## آونگ بالستیک (Ballistic پتاق):

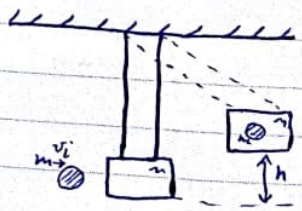
① $m v_i + 0 = (m + M) v_f$

لحظه بعد از برخورد — لحظه قبل از برخورد

$\frac{1}{2}(m+M) v_f^2 = (m+M) g h$

انرژی جنبشی در لحظه بعد از برخورد — انرژی پتانسیل در ارتفاع $h$

برخورد ناکشسان
بدون تبادل انرژی گلوله
که در جرم منوفق می‌شود
به گرما تبدیل می‌شود



$\Rightarrow v_f^2 = 2gh \rightarrow v_f = \sqrt{2gh}$ ②

① و ② $\rightarrow v_i = \frac{m+M}{m} \sqrt{2gh}$

مرد پاک، زن نیکو سیرت را شایسته احترام می داند. میلتون
هر مردی می تواند داماد شود، اما هر دامادی نمی تواند مرد باشد. مثل یونانی
مردی که پیوسته اظهار تاسف می کند، به درد نمی خورد.
جایی که سخن باز می ماند، موسیقی آغاز می گردد. وانگر

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir

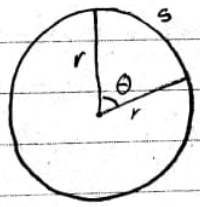


حل تمرین : ۵۱ - ۵۲ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۴ - ۶۸

07
08
09
10
11

## فصل دهم ( دینامیک Revolution )

12
13




$s = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{s}{r}$

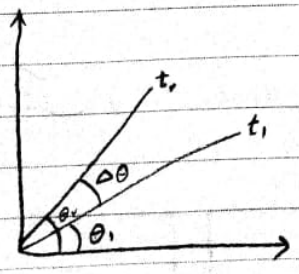
14

$1rev = 360^\circ = 2\pi$ رادیان

15

$1\,rad = 57.3^\circ$

16




17

$\Delta t = t_2 - t_1$

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

18

سرعت زاویه‌ای متوسط $\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ $\frac{rad}{s}$

19

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای $\omega = \lim_{t\to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

20

شتاب زاویه‌ای متوسط $\bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ $\frac{rad}{s^2}$

ولادت حضرت امام حسن مجتبی (ع) (۳ هـ.ق) و روز اکرام - صدور فرمان مشروطیت (۱۲۸۵ هـ.ش) - روز حقوق بشر اسلامی و کرامت انسانی

اذان صبح: ۴:۳۹ طلوع آفتاب: ۶:۱۵ اذان ظهر: ۱۳:۱۰ غروب آفتاب: ۲۰:۰۶ اذان مغرب: ۲۰:۲۵ نیمه شب: ۲۳:۰

Note:

شتاب زاویه‌ای لحظه‌ای $\alpha = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir

Omid Mosharer Insurance Co.

۱۵ مرداد ۱۳۹۱
5 August 2012
۱۶ رمضان ۱۴۳۳
یکشنبه

معادله حرکت دورانی با سرعت زاویه‌ای ثابت.

$\alpha = 0 \Rightarrow$ $\omega = cte$ (ثابت constant) $= \frac{\theta}{t} \Rightarrow \theta = \omega t$

شتاب زاویه‌ای: تغییر سرعت زاویه‌ای در واحد زمان

شتاب زاویه‌ای $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$

معادله سرعت زاویه‌ای $\omega = \alpha t + \omega_0$

معادله حرکت $\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t$

معادله مستقل از زمان $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$

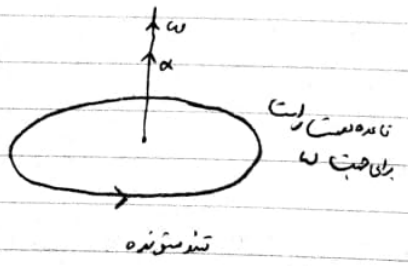
شتاب در حرکت دورانی و خطی:

$s \rightarrow \theta$ $\quad s = R\theta$

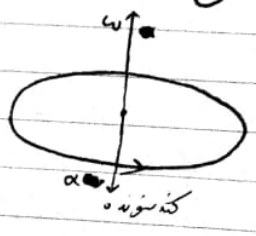
$v \rightarrow \omega$ $\quad v = R\omega$ $\quad v = R\omega \leftarrow \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$

$a \rightarrow \alpha$ $\quad a = R\alpha$ $\quad a = R\alpha \leftarrow \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}$

بردار $\omega$ و $\alpha$ در حرکت دورانی:




جهت بردار سرعت زاویه‌ای ثابت $\omega$




اذان صبح: ۴ : ۴۰ طلوع آفتاب: ۶ : ۱۵ اذان ظهر: ۱۳ : ۱۰ غروب آفتاب: ۲۰ : ۰۵ اذان مغرب: ۲۰ : ۲۴ نیمه شب: ۰ : ۲۳

موسیقی از فکر تراوش می کند و به قلب می نشیند. بتهوون

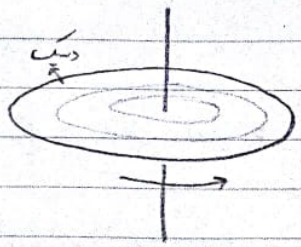
موسیقی احساست را صدادار می کند. دو لاکروا

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



امید مشاور




$$K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2 + \dots = \sum \frac{1}{2}m_iv_i^2 \xrightarrow{v_i = r_i\omega_i} = \sum \frac{1}{2}m_ir_i^2\omega_i^2$$

$$K = \left(\sum \frac{1}{2}m_ir_i^2\right)\omega_i^2 = \frac{1}{2}\left(\sum m_ir_i^2\right)\omega^2$$

لختی دورانی یا ممان اینرسی $I = \sum m_ir_i^2$

انرژی جنبشی انتقالی $\Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$

انرژی جنبشی دورانی $\Rightarrow K = \frac{1}{2}I\omega^2$

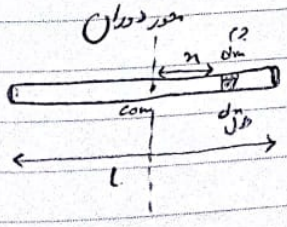
**I در حرکت دورانی تعیین کننده:**

$$I = \int r^2\,dm$$

حلقه $I = MR^2$ — کره توخالی $I = \frac{2}{3}MR^2$

استوانه توپر $I = \frac{1}{2}MR^2$ — کره توپر $I = \frac{2}{5}MR^2$

**مثال:**




$$I = \int r^2\,dm$$

$$I = \int x^2\,dm \qquad \frac{dm}{dx} = \frac{M}{l} \Rightarrow dm = \frac{M}{l}dx$$

$$I = \int x^2\left(\frac{M}{l}dx\right) = \frac{M}{l}\left(\frac{1}{3}x^3\right)_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} = \frac{1}{12}ML^2$$

$\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2\,dm =$

تشکیل جهاد دانشگاهی (۱۳۵۹ هـ.ش)

اذان صبح: ۴ : ۴۱ طلوع آفتاب: ۶ : ۱۶ اذان ظهر: ۱۳:۱۰ غروب آفتاب: ۲۰:۰۴ اذان مغرب: ۲۰ : ۲۳ نیمه شب: ۰ : ۲۳

Note:

Scanned by CamScanner

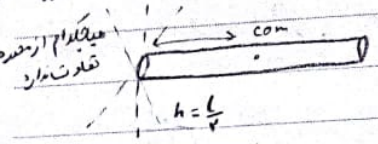
www.SoftCivil.ir



17 مرداد 1391 — 7 August 2012 — ۱۸ رمضان ۱۴۳۳ — سه‌شنبه

## فصل محورهای دورانی

محور دوران میگذرد از جرم‌ها — تقارن دارد

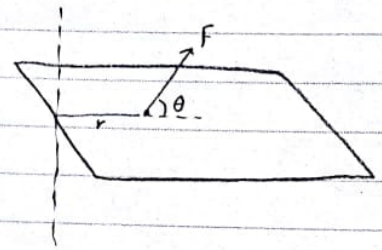



لختی دورانی $I = I_{com} + Mh^2$

$I = \int_0^L x^2 dm = \int_0^L x^2 \times \frac{M}{L} dx = \frac{M}{L} \frac{x^3}{3}\Big]_0^L = \frac{ML^2}{3}$

لختی دورانی میله: اگر محور دوران از یک سرش بگذرد: $I = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2$

## گشتاور:




گشتاور نیرو $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\tau = r F \sin\theta$

$F = ma \xrightarrow{\times r} rF = mar \xrightarrow{a=r\alpha} rF = mr\alpha r = mr^2\alpha \xrightarrow[mr^2=I]{rF=\tau} \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$

گشتاور نیرو $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ رابطه قانون دوم نیوتن در دوران

## کار و توان:

کار در حرکت‌های خطی $W = \int F.dx$

کار در دوران $W = \int_i^f \tau . d\theta = \tau(\theta_f - \theta_i)$

توان متوسط $\bar{P} = \frac{W}{t}$

توان لحظه‌ای $P = \frac{dW}{dt} = F.V$

توان لحظه‌ای $P = \frac{dW}{dt} = \frac{\tau . d\theta}{dt} = \vec{\tau}.\vec{\omega}$



Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



۱۰۴ ، ۷۱ ، ۶۶ ، ۶۳ ، ۵۱ ، ۲۲ ، ۱۹ ، ۱۵ ، ۱۳ ، ۱۲ ، ۱۱

## تبدیل‌ها در حرکت خطی و دورانی:

$v = \frac{dx}{dt}$ $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$a = \frac{dv}{dt}$ $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

$\vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$

$k = \frac{1}{2}mv^2$ $k = \frac{1}{2}I\omega^2$

$W = F.x = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ $W = \tau.\theta = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2$

$P = F.v$ $P = \tau.\omega$

$W = \vec{F}.\vec{x}$ $W = \tau(\theta_2 - \theta_1)$

## سرکاس:

زاویه‌ای یا قوائر

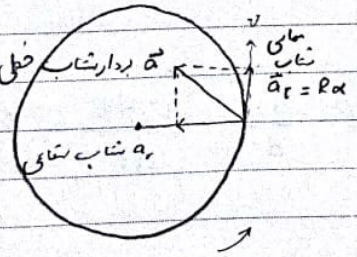
$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$ ($\omega$: $\frac{rad}{s}$ ، $2\pi$: rad ، $f$: $\frac{1}{s} = Hz$)

$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$ ($\alpha$: $\frac{rad}{s^2}$) $\rightarrow \alpha = \frac{f_2 - f_1}{t}$ (دور بر مجذور ثانیه: $\frac{rev}{s^2}$)

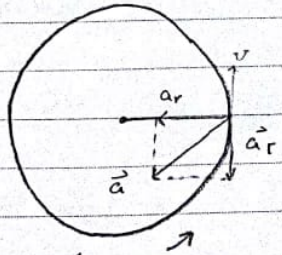
$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta \rightarrow f^2 - f_0^2 = 2\alpha N$ (دور) $N = \frac{\theta}{2\pi}$

رابطه مستقل از زمان

## بردار شتاب در حرکت دورانی:




حرکت دورانی تند شونده




حرکت دورانی کند شونده

$a_T = R\alpha$

حل تمرین: ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۵ - ۱۹ - ۲۲ - ۵۱ - ۵۹ - ۶۳ - ۶۶ - ۷۱ - ۱۰۴

ضربت خوردن حضرت علی (ع) (۴۰ هـ ق)

اذان صبح: ۴:۴۳ طلوع آفتاب: ۶:۱۸ اذان ظهر: ۱۳:۱۰ غروب آفتاب: ۲۰:۰۱ اذان مغرب: ۲۰:۲۱ نیمه شب: ۲۳:۰۰

Note:

فصل یازدهم (غلتش، گشتاور نیرو، تکانه زاویه‌ای)

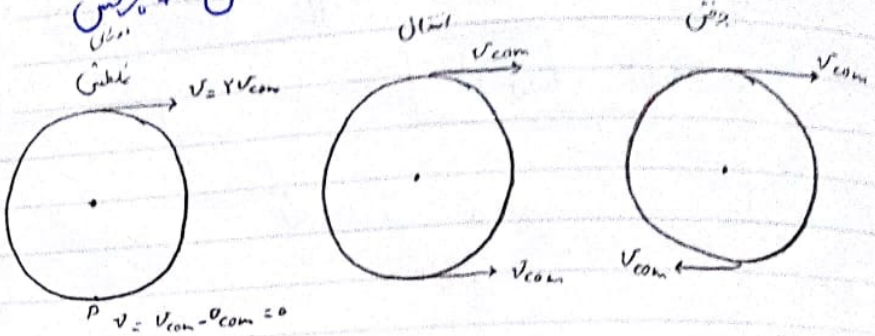
Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir

Omid Mosharer Insurance Co.

۱۹ مرداد ۱۳۹۱
9 August 2012
۲۰ رمضان ۱۴۳۳
پنجشنبه

غلطش : غلطش = انتقال + چرخش




07

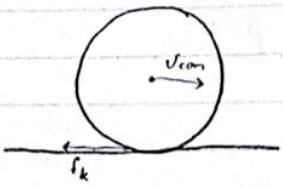
08

انرژی جنبشی غلطش $k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

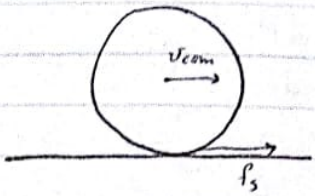
09

10 چرخ در حال لغزش

11




چرخ در حال غلطش




12

شب قدر

اذان صبح: ۴:۴۵ طلوع آفتاب: ۶:۱۹ اذان ظهر: ۱۳:۱۰ غروب آفتاب: ۲۰:۰۰ اذان مغرب: ۲۰:۲۰ نیمه شب: ۲۳:۰

۲۰ مرداد
10 August 2012
۲۱ رمضان ۱۴۳۳
جمعه

غلطش در سطح شیدار:

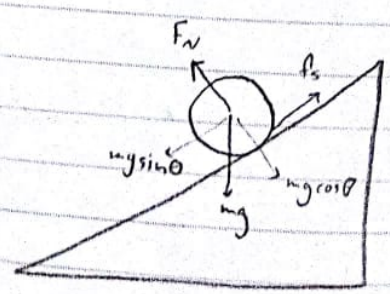
$mg\sin\theta - f_s = ma$

$\begin{cases} \tau = f_s \cdot R \\ \tau = I \cdot \alpha \end{cases} \Rightarrow f_s \cdot R = I \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow \boxed{f_s = I\frac{a}{R^2}}$

$mg\sin\theta - I\frac{a}{R^2} = ma$

$g\sin\theta - I\frac{a}{mR^2} = a \Rightarrow g\sin\theta = a\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right)$

$\Rightarrow a = \frac{g\sin\theta}{1 + \frac{I}{mR^2}}$




بالا $E_1 = E_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \theta$

شهادت حضرت علی (ع) (۴۰ هـ ق) (تعطیل)

اذان صبح: ۴:۴۶ طلوع آفتاب: ۶:۱۹ اذان ظهر: ۱۳:۱۰ غروب آفتاب: ۱۹:۵۹ اذان مغرب: ۲۰:۱۹ نیمه شب: ۲۳:۰

خطاکارترین کسان، افرادی هستند که عیب دیگران را می بینند. بیکن

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir

τ torque

امید مشاور

۲۱ مرداد ۱۳۹۱ — 11 August 2012 — ۲۲ رمضان ۱۴۳۳ — شنبه

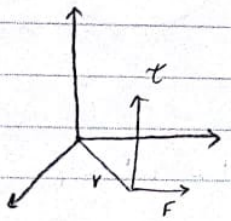
$\theta \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{7}{10}v^2$

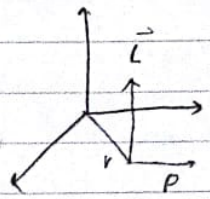
$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{10}{7}gh}}$

$\vec{\tau} = \vec{r}\cdot\vec{F}$ تکانه خطی $\vec{p} = m\vec{v}$ تکانه زاویه‌ای $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \Rightarrow L = rp\sin\theta$ (بردار خارج)

واحد: $\frac{kgm}{s}$ ، $kgm^2/s$ ، $m$

07




08

09

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ قانون دوم نیوتون $P_{com} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$

10

11

$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ قانون دوم نیوتون در دورا ن $L_{com} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$

12

اگر $\tau = 0$ $L = cte$ ثابت $L_i = L_f$ $I_i\omega_i = I_f\omega_f$

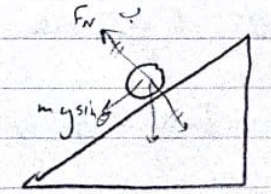
13

مسئله ۴: کره‌ی توپری از یک سطح شیب‌دار به پایین می‌غلتد. الف) زاویه‌ی شیب سطح چقدر باشد تا شتاب خطی مرکز کره برابر با $\frac{g}{10}$ شود؟ ب) اگر همین سطح شیب‌دار ولی بدون اصطکاک و با همان زاویه‌ی شیب به پایین بلغزد آیا شتاب حرکت آن کمتر، بیشتر و یا مساوی با $\frac{g}{10}$ می‌شود؟ بیشتر

14

15

16




17

$mg\sin\theta - f_s = ma$

18

$f_s = I\frac{a}{R^2}$ ، $I = \frac{2}{5}mR^2 \Rightarrow f_s = \frac{2}{5}ma$

19

الف) $mg\sin\theta - \frac{2}{5}ma = \frac{m}{10}a \Rightarrow a = \frac{5}{7}g\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{7}{50} = 0.14 \Rightarrow \theta = 8^\circ$

20

ب) $mg\sin\theta = ma \Rightarrow a = g\sin\theta$

شب قدر

اذان صبح: ۴:۴۷ طلوع آفتاب: ۶:۲۰ اذان ظهر: ۱۳:۰۹ غروب آفتاب: ۱۹:۵۸ اذان مغرب: ۲۰:۱۷ نیمه شب: ۲۳:۰۰

Note:

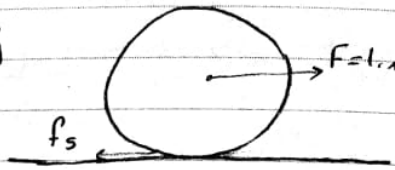
Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir





مسئله ۱۱: مطابق شکل نیروی افقی و ثابت $F=10N$ به چرخی به جرم $10kg$ و شعاع $1m$ وارد می‌شود. چرخ روی سطح افقی می‌غلتد و شتاب مرکز جرم آن $0.6\frac{m}{s^2}$ است. الف) برحسب نیروهای یک نیروی اصطکاک وارد بر چرخ را بیابید؟ ب) لختی دورانی چرخ حول محوری که از مرکز جرم آن می‌گذرد بدست آورید.




الف) $-f_s + F = ma \Rightarrow 10 - f_s = 6 \Rightarrow f_s = 4N = 4.00J$

ب) $\left.\begin{matrix}\tau = I\alpha \\ \tau = f_s R\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{Ia}{R} = f_s R \Rightarrow I = \frac{f_s R^2}{a} \Rightarrow$

$I = \frac{4 \times (0.4)^2}{0.6} = \frac{0.64}{0.6} = 0.6$

حل تمرین: ۳ـ ۹ـ ۱۲ـ ۲۹ـ ۷۹ـ ۸۳ـ ۹۳



Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir

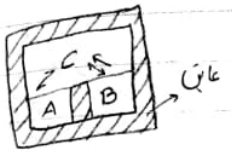
$L_f = 333 \frac{J}{g}$ $L_v = 2256 \frac{J}{g}$

$C_{یخ} = 2220 \frac{J}{g}$ $C_{آب} = 4200 \frac{J}{g}$



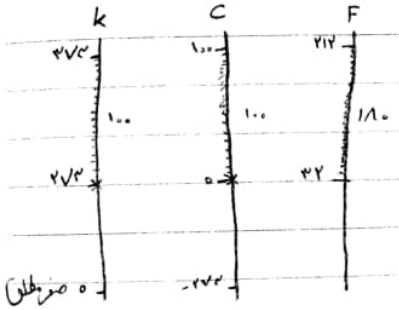
اصل صفرم ترمودینامیک: اگر دو جسم (مانند A و B) با جسم امید مشاور

سومی (مانند C) تبادل گرمایی انجام دهند و به تعادل گرمایی برسند، دو جسم A و B هم دما می شوند




دما: یک کمیت فیزیکی است که میزان سردی و گرمی اجسام را نشان می دهد. اندازه گیری: دماسنج (جیوه‌ای، الکلی، گازی، دیجیتالی)

گرما: صورتی از انرژی است که موجب تغییر دما می شود.




درجه بندی دماسنج‌ها:

$\frac{C}{100} = \frac{F-32}{180} \Rightarrow F = \frac{9}{5}C + 32$

$\Delta T^{\circ K} = \Delta t^{\circ C}$ $T^{\circ K} = 273 + t^{\circ C}$

انبساط در اجسام:

تغییر دما، طول اولیه، ضریب انبساط طولی

انبساط طولی: $\Delta L = \alpha . L_0 . \Delta\theta$ $\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 . \Delta t}$ $\frac{1}{k}$ یا $\frac{1}{c}$

$2\alpha$: مقدار تغییر مساحت ای که در اثر افزایش یک درجه حاصل می شود

انبساط سطحی: $\Delta A = 2\alpha . A_0 . \Delta\theta$

$\beta$

انبساط حجمی: $\Delta V = 3\alpha . V_0 . \Delta\theta$

واحدهای انرژی (گرما):

1- Cal: مقدار گرمایی که دمای 1g آب را از 14,5 به 15,5 درجه برساند

2- B.T.U: واحد گرمایی بریتانیا — مقدار گرمایی که بتواند دمای 1 پوند آب را از $63^{\circ}F$ به $64^{\circ}F$ افزایش دهد

3- Joul: واحد بین المللی اندازه گیری گرما

$1\,lb = 453\,g$

$1\,cal = 4,18\,j \simeq 4,2\,j$

روز مقاومت اسلامی

اذان صبح: ۴:۴۹ طلوع آفتاب: ۶:۲۲ اذان ظهر: ۱۳:۰۹ غروب آفتاب: ۱۹:۵۶ اذان مغرب: ۲۰:۱۵ نیمه شب: ۰:۲۳

Note: 4,18 ژول مقدار گرمایی است که اگر به 1g آب بدهیم دمای آن را از 14,5 به 15,5 می برد

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



۲۴ مرداد ۱۳۹۱ — ۲۵ رمضان ۱۴۳۳ — 14 August 2012 — سه‌شنبه

**ظرفیت گرمایی:** مقدار گرمایی که بتواند دمای جسمی را $1^{\circ}C$ بالا ببرد

$$C = \frac{dQ}{dt}$$

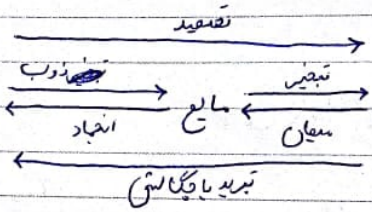
**ظرفیت گرمایی ویژه:** مقدار گرمایی که بتواند دمای ۱ واحد جرم هرجسمی را $1^{\circ}C$ بالا ببرد.

$$C = \frac{dQ}{m\,dT} \rightarrow dQ = mC\,dT \xrightarrow{\text{انتگرال}} Q = mC\Delta T$$

**ظرفیت گرمایی مولی:** مقدار گرمایی که بتواند دمای ۱ مول از هر جسمی را $1^{\circ}C$ بالا ببرد.

$$C = \frac{dQ}{n\,dT} \qquad Q = nC\Delta T$$

**تغییر حالت مواد:**




$L_f$ مایع $= 333 \frac{kJ}{kg}$

$L_v$ آب $= 2256 \frac{kJ}{kg}$

گرمای ذوب یا انجماد: $Q = mL_f$ — گرمای تبخیر یا میعان: $Q = mL_v$

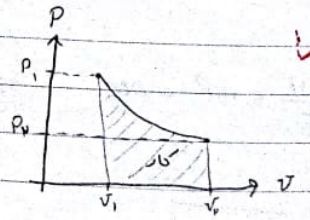
$L_f$: گرمای نهان ذوب یا انجماد: مقدار گرمایی که به واحد جرم جسم جامد (مایع) داده می‌شود تا بدون تغییر دما به مایع (جامد) تبدیل شود

**کار:**

در مکانیک $W = \int F.dx$

در ترمودینامیک $W = \int P.dV$ (نیوتن)

$$W = P\int_{V_i}^{V_f} dV = P(V_f - V_i)$$




**اصل اول ترمودینامیک:** $(Q, \Delta E, W)$

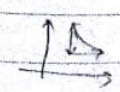
$$Q = \Delta E + W$$ (گرما، تغییر انرژی داخلی، کار)

$Q = 0$ دیواره‌ها عایق باشد

$W = 0$ در حجم ثابت

در یک چرخه بسته: $\Delta E = 0$

اسباط آزاد: $\Delta E = Q = W$



اذان صبح: ۴ : ۵۰ طلوع آفتاب: ۶ : ۲۳ اذان ظهر: ۱۳:۰۹ غروب آفتاب: ۱۹:۵۵ اذان مغرب: ۲۰:۱۴ نیمه شب: ۰ : ۲۳

دانش بدون وجدان جز ویرانی نیست. رابله

کسی که وجدانش پاک باشد، زود خوابش می برد. مثل فرانسوی

کسی که [illegible] ندارد. مثل آمریکایی

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



07
08
09
10
11

## فصل یازدهم

12 گاز کامل: $P$ و $V$ و $T$

13 $PV = nRT$ ($Pa$, $m^3$, $mol$, $k$) ↓ $۸,۳۱ \frac{J}{mol.k}$

14 یا $PV = nRT$ ($atm$, $lit$, تعداد مول, $k$) ↓ $۰,۰۸۲ \frac{lit.atm}{mol.k}$

15

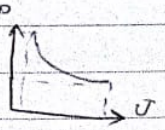
16 $\frac{PV}{T} = nR = cte \Rightarrow \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

17 $n = \frac{m}{M}$ ($m$: جرم گاز، $M$: جرم مولی گاز) $\qquad m = \frac{PVM}{RT}$

18 کار در ترمودینامیک:

19 $W = \int P\,dV \xrightarrow{P = \frac{nRT}{V}} W = \int \frac{nRT}{V}\,dV \xrightarrow{\text{ثابت}} W = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln V \Big]_{V_1}^{V_2}$

20 $= nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{P_1}{P_2}$




اذان صبح: ۴:۵۱ طلوع آفتاب: ۶:۲۳ اذان ظهر: ۱۳:۰۹ غروب آفتاب: ۱۹:۵۴ اذان مغرب: ۲۰:۱۳ نیمه شب: ۰:۲۳

Note:

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



ظرفیت گرمایی ویژه مولی : $C = \frac{dQ}{n\,dT}$

در فشار ثابت $C_p = \frac{dQ}{n\,dT}$ ، در حجم ثابت $C_v = \frac{dQ}{n\,dT}$

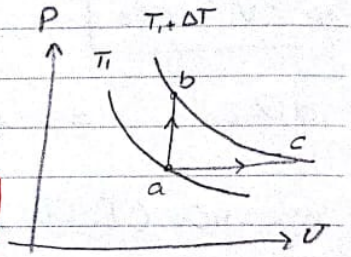
$dQ = nC_v dT \Rightarrow Q = nC_v\Delta T$ , $Q = nC_p\Delta T$

نکته: $C_p - C_v = R$

$Q = \Delta E + W$

برای تمام فرایندها

$a \to b$ $V$ = ثابت , $W = 0$ $\Rightarrow Q = \Delta E \xrightarrow{Q = nC_v\Delta T}$ $\Delta E = nC_v\Delta T$




$a \to c$ $P$ = ثابت , $W = P.\Delta V$

$PV = nRT \xrightarrow{\Delta} P\Delta V = nR\Delta T \to W = nR\Delta T$ $\quad Q = nC_p\Delta T$

$\star \to nC_p\Delta T = nC_v\Delta T + nR\Delta T \Rightarrow C_p - C_v = R$

آغاز بازگشت آزادگان به میهن اسلامی (۱۳۶۹ هـ.ش)

اذان صبح: ۴ : ۵۲ طلوع آفتاب: ۶ : ۲۴ اذان ظهر: ۱۳ : ۰۹ غروب آفتاب: ۱۹:۵۲ اذان مغرب: ۲۰ : ۱۱ نیمه شب: ۰ : ۲۳

ضریب آدیابتیک:



گازتک اتمی $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,67$

دواتمی $\gamma = 1,4$

چندتایی $\gamma = 1,33$

$PV^{\gamma} = cte$ , $TV^{\gamma-1} = cte$

فرایندی دررد:

$$\begin{cases} W = nC_v(T_1 - T_2) \\ W = \frac{1}{\gamma - 1}(P_1V_1 - P_2V_2) \end{cases}$$

اثبات: $Q = \Delta E + W$ یا $dQ = dE + dw \xrightarrow{dQ=0} dE = -dw \to nC_v dT = -P\,dV$

$\to nC_v dT = -\frac{nRT}{V}\,dV \xrightarrow{\div C_v, T} \frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v}\frac{dV}{V} \Rightarrow \frac{dT}{T} + \frac{C_p - C_v}{C_v}\frac{dV}{V} = 0$

روز جهانی قدس (آخرین جمعه ماه رمضان)

اذان صبح: ۴ : ۵۳ طلوع آفتاب: ۶ : ۲۵ اذان ظهر: ۱۳ : ۰۸ غروب آفتاب: ۱۹:۵۱ اذان مغرب: ۲۰ : ۱۰ نیمه شب: ۰ : ۲۳

انسان عاقل فرصت نیک را به بخت نیک مبدل می سازد. مثل یونانی

اتلاف وقت گرانبهاترین خرج هاست. بالزاک

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



امید مشاور

(۱۳۰)

$$\int \frac{dT}{T} + (\gamma-1)\int \frac{dV}{V} = \text{ثابت}$$

$$\ln T + (\gamma-1)\ln V = cte \quad , \quad \ln T + \ln V^{\gamma-1} = cte$$

$$\ln T V^{\gamma-1} = \text{ثابت} \Rightarrow \boxed{T V^{\gamma-1} = cte}$$

$$PV = nRT \rightarrow T = \frac{PV}{nR} \rightarrow \frac{PV}{nR} \cdot V^{\gamma-1} =$$

$$\Rightarrow \boxed{PV^{\gamma} = cte}$$

$$dQ = 0 \qquad dw = dE \rightarrow dw = -nC_v dT \rightarrow \int dw = -nC_v \int dT$$

$$w = -nC_v (T_2 - T_1) \rightarrow \boxed{w = nC_v (T_1 - T_2)}$$

$$w = nC_v \left(\frac{P_1V_1}{nR} - \frac{P_2V_2}{nR}\right) \Rightarrow w = \frac{C_v}{R}(P_1V_1 - P_2V_2) \xrightarrow{\frac{R}{C_v} = (\gamma-1)}$$

$$\boxed{w = \frac{1}{\gamma-1}(P_1V_1 - P_2V_2)}$$

گازهای تک اتمی: $\begin{cases} C_P = \frac{5}{2}R \\ C_v = \frac{3}{2}R \end{cases}$ $\gamma = 1,67$ دواتمی: $\begin{cases} C_P = \frac{7}{2}R \\ C_v = \frac{5}{2}R \end{cases}$ $\gamma = 1,4$

حل تمرین: ۱۳ـ۱۴ـ ۴۸ـ ۵۷ـ ۵۹ـ ۶۳ـ ۶۵



Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir



Omid Moshaver Insurance Co.

۲۹ مرداد ۱۳۹۱
19 August 2012
۱ شوال ۱۴۳۳
یکشنبه

## فصل شانزدهم

### تغییر آنتروپی:

$$\Delta S = S_f - S_i = \int \frac{dQ}{T} \quad \frac{J}{K}$$

۱) $T = cte$ $\quad \Delta S = \frac{1}{T}\int dQ = \frac{Q}{T}$ $\quad Q = mL_f$ ذوب یا انجماد $\quad Q = mL_v$ تبخیر یا چگالش

$P = cte \quad W = P(V_2 - V_1)$

$W = \int P \cdot dV \quad V = cte \quad W = 0$

$T = cte \quad W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

۲) بی‌دررو $\quad dQ = 0 \quad \Delta S = 0$

۳) با تغییر دما $\quad \Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{mc\,dT}{T} = mc \ln T \Big]_{T_1}^{T_2} = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$

### اصل دوم ترمودینامیک:

$$\Delta S \geq 0$$

در فرایندهای برگشت ناپذیر $(\Delta S > 0)$

در فرایند برگشت پذیر $(\Delta S = 0)$

$Q = \Delta E + W$

$Q = \uparrow + P\,dV$

$Q = nC_v dT + \frac{nRT}{V} dV$

$\frac{Q}{T} = nC_v dT + nR\frac{dV}{V}$

$\int \frac{Q}{T} = nC_v \int \frac{dT}{T} + nR \int \frac{dV}{V}$

$$\Delta S = nC_v \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

عید سعید فطر (تعطیل)

اذان صبح: ۴ : ۵۶ طلوع آفتاب: ۶ : ۲۶ اذان ظهر: ۱۳:۰۸ غروب آفتاب: ۱۹:۴۹ اذان مغرب: ۲۰:۰۸ نیمه شب: ۰ : ۲۳

تا موقعی که آهن گرم است، باید آن را کوبید. مثل آلمانی

Scanned by CamScanner

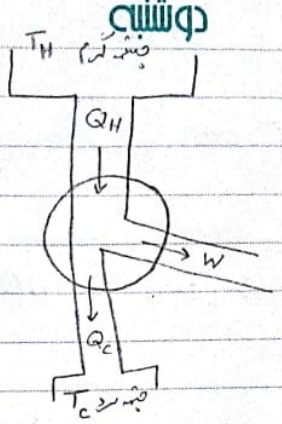
www.SoftCivil.ir



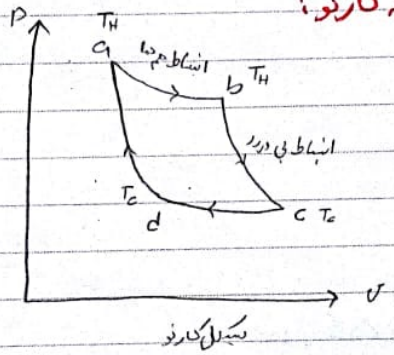
$\Delta S = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_c}{T_C} = 0$ در یک چرخه

بازده کارنو $R_a = \frac{|W|}{|Q_H|} = \frac{|Q_H| - |Q_c|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_H|}$ ✱

$\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_c}{T_c} \rightarrow \frac{Q_H}{Q_c} = \frac{T_H}{T_c} \Rightarrow R_a = 1 - \frac{T_c}{T_H}$




چرخه کارنو:




$a \rightarrow b$ ; $T_H = cte$ $\Delta E = 0 \Rightarrow Q_H = W$

$W = nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a} = Q_H$

$c \rightarrow d$ ; $T_c = cte$ $\Delta E = 0 \Rightarrow Q_c = W$

$W = nRT_c \ln \frac{V_d}{V_c} = Q_c$

$\frac{Q_c}{Q_H} = \frac{-nRT_c \ln \frac{V_c}{V_d}}{nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a}} = -\frac{T_c \ln \frac{V_c}{V_d}}{T_H \ln \frac{V_b}{V_a}} \overset{①}{\rightarrow} = -\frac{T_c}{T_H}$ ②

$b \rightarrow c$ بی‌دررو $T_H V_b^{\gamma-1} = T_c V_c^{\gamma-1}$

$d \rightarrow a$ بی‌دررو $T_H V_a^{\gamma-1} = T_c V_d^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_c}{V_d}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d} \rightarrow \ln \frac{V_b}{V_a} = \ln \frac{V_c}{V_d}$ ①

✱ با ② $\rightarrow$ $R_a = 1 - \frac{T_H}{T_c}$

به مناسبت عید سعید فطر (تعطیل) - روز بزرگداشت علامه مجلسی

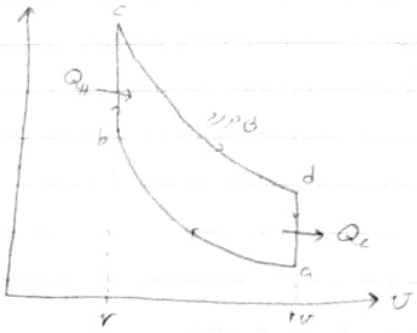
اذان صبح: ۴:۵۷ طلوع آفتاب: ۶:۲۷ اذان ظهر: ۱۳:۰۸ غروب آفتاب: ۱۹:۴۷ اذان مغرب: ۲۰:۰۶ نیمه شب: ۰:۲۳

Note:

Scanned by CamScanner

www.SoftCivil.ir






سیکل اتو

$$Q_H = nC_v(T_c - T_b)$$

$$Q_c = nC_v(T_a - T_d)$$

$$R_a = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H + Q_c}{Q_H} = \frac{nC_v(T_c - T_b) + nC_v(T_a - T_d)}{nC_v(T_c - T_b)} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

$a \to b$ (بی دررو) $\quad T_a(rv)^{\gamma-1} = T_b v^{\gamma-1} \longrightarrow T_b = T_a r^{\gamma-1}$ (۱)

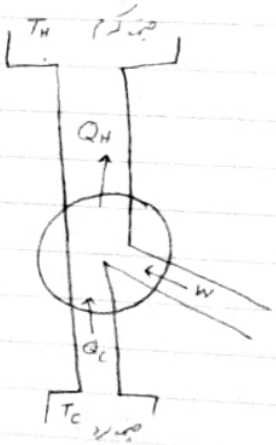
$c \to d$ (دررو) $\quad T_d(rv)^{\gamma-1} = T_c v^{\gamma-1} \longrightarrow T_c = T_d r^{\gamma-1}$ (۲)

ضریب عملکرد

$$k = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{|Q_c|}{|Q_H| - |Q_c|}$$

$$\Delta S = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_c|}{T_c} = 0 \Rightarrow \frac{|Q_H|}{T_H} = \frac{|Q_c|}{T_c}$$

$$\Rightarrow k = \frac{T_c}{T_H - T_c}$$




حل تمرین: ۵- ۷- ۹- ۱۱- ۱۴- ۳۳- ۳۴- ۴۰-

روز جهانی مسجد

اذان صبح: ۴:۵۸ طلوع آفتاب: ۶:۲۸ اذان ظهر: ۱۳:۰۷ غروب آفتاب: ۱۹:۴۶ اذان مغرب: ۲۰:۰۵ نیمه شب: ۲۳:۰

شما که نمی دانید امروز چه می شود، به فردا افتخار نکنید. حضرت سلیمان (ع)

ضایع ساختن وقت و غنیمت نشمردن فرصت ها، باعث غم و اندوه است. حضرت علی (ع)

Scanned by CamScanner