

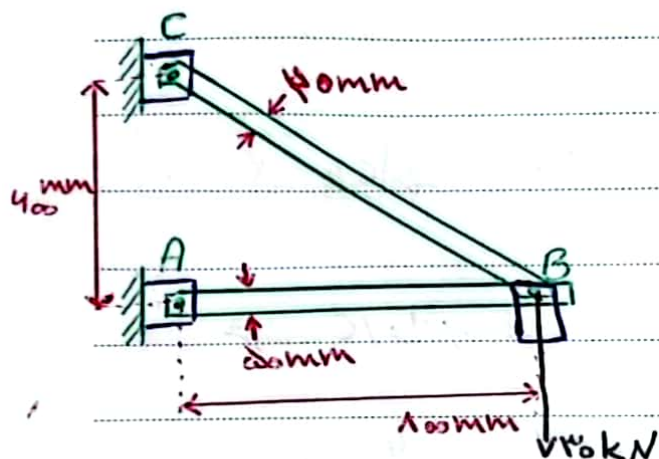


کانال مهمات شریف

✓ @SHARIF_IE

منابع: کتاب مقاومت مصالح تألیف راسل جانسون و فردیناند پیپر
 شماره سیاه ششم ۱۳ شماره یازدهم ۲ شماره غناییت و حضور در کلاس

یادآور استاتیک ۸



$$30000 \text{ kN} = ? \text{ kg}$$

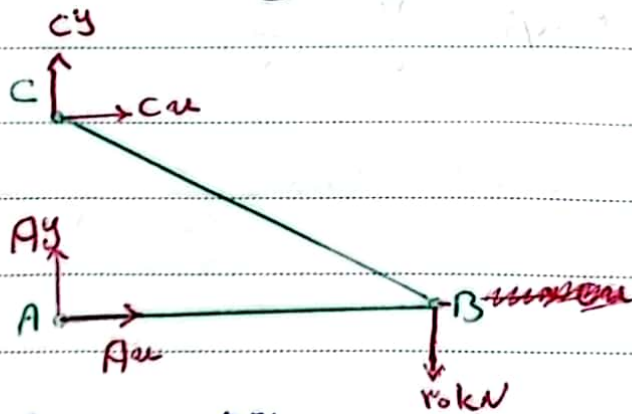
$$\rightarrow W = mg \Rightarrow 1 = 0.1 \times 10 \Rightarrow \boxed{1 \text{ N} = 0.1 \text{ kg}}$$

$$\rightarrow 30000 \text{ N} = 3000 \text{ kg} = 3 \text{ ton}$$

$$AB = 30 \times 50 \text{ mm}$$

$$BC = 20 \text{ mm}$$

مقاومت خفگی است؛ یعنی جسم را جدا کرده و عکس العمل تکیه گاه را مشخص می کنیم (در نمودار آزاد)



- قانون اول نیوتون: وقتی جسمی

ساکت است برانند نیروی وارد که

آن صفر است.

$$\sum F_x = 0 \quad \sum M_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \sum M_y = 0$$

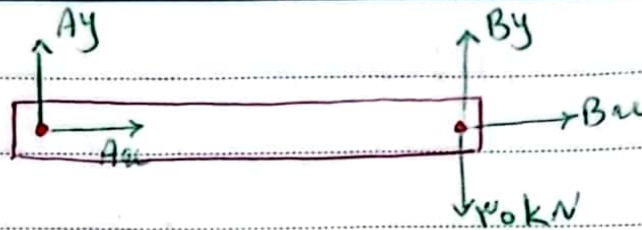
$$\sum F_z = 0 \quad \sum M_z = 0$$

$$\sum M_{CZ} = 0 \quad + A_x \times (0.4 \text{ m}) - 30 \text{ kN} \times (0.8 \text{ m}) = 0$$

$$A_x \times 0.4 = 24 = 0 \rightarrow \boxed{A_x = 60 \text{ kN}}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow C_x + A_x = 0 \rightarrow C_x + 60 = 0 \Rightarrow \boxed{C_x = -60}$$

بالرأس

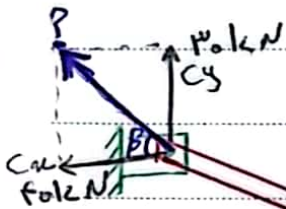


$$\sum M_{Bz} = 0 \rightarrow -A_y(0.1 \text{ m}) = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 0}$$

$$C_y = ? \quad \sum f_y = 0$$

$$C_y + A_y - 10 \text{ kN} = 0 \rightarrow C_y + 0 - 10 = 0 \Rightarrow \boxed{C_y = 10 \text{ kN}}$$

جهد الكار واقعي



$$\alpha = \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{400}{100} = \frac{4}{1} = \left(\frac{4}{1}\right)$$

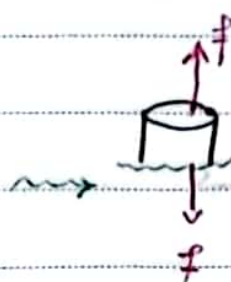
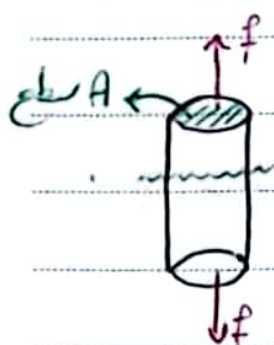
$$\tan \beta = \frac{10}{20} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$R = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{100 + 100} = 20 \text{ kN} \quad \tan \alpha = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad \alpha \approx 37^\circ$$

النتيجة

تنش (σ stress) اگر میله ای داشته باشیم نیرویی که بر واحد سطح وارد شود را

تنش می گویند. تنش انواع است



$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \text{با واحد } \frac{N}{m^2}$$

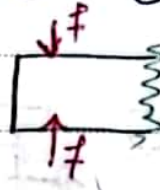
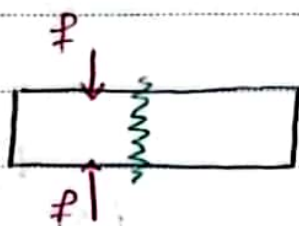
- ۱- عمود
۲- برشی

تنش در شکل بالا از نوع تنش عمود است چون نیرو وارد بر سطح عمود است

اگر نیرو فشاری باشد (یعنی از طرفین بر جسم نیرو وارد شود) علامت نیرو منفی می شود.

در این بخش فقط تنش میانیگین وارد بر سطح را حساب می کنیم

گاهی نیرو به عرض مقطع نیز وارد می شود

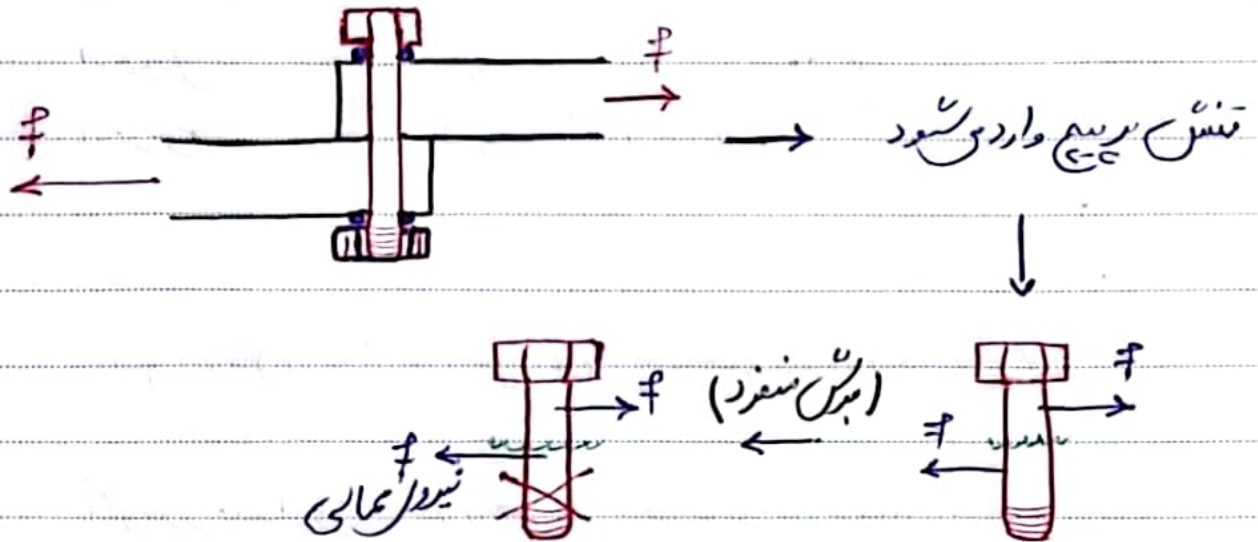


نیروی برخلاف جهت F باید به مقطع از قطعه وارد شود

تنش برشی (τ) تنش است که ناشی از نیرو محاسی وارد بر سطح جسم ایجاد می شود این نوع تنش را در پیچ و مهره می بینیم

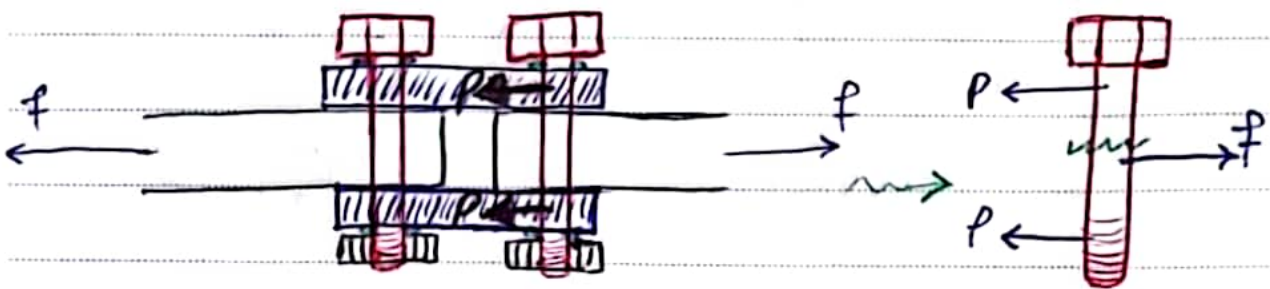
$$\tau = \frac{F}{A} \quad \rightarrow \quad A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$$

برش منفرد و برش مضاعف 8

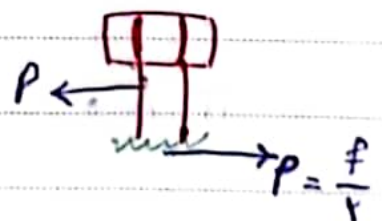


$$\left(\tau = \frac{F}{A} \right)$$

نسبت برش مضاعف نسبت به برش منفرد این است که تنش وارد بر پیچ نصف می شود (منظور در نوع پیچ و مهره کردن می قطع است)

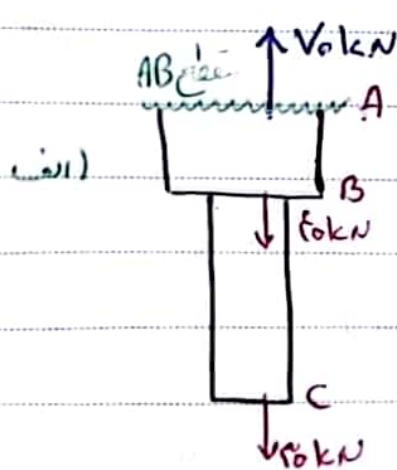
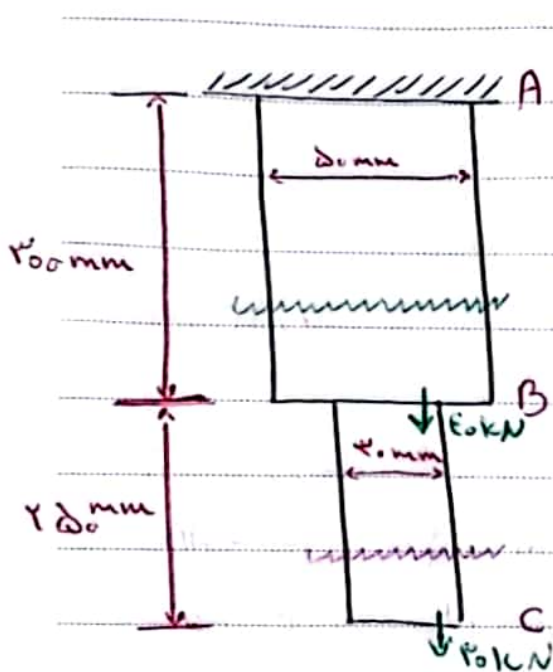


$$\sum f_u = 0 \Rightarrow f - 2p = 0 \Rightarrow f = 2p \Rightarrow p = \frac{f}{2}$$



① دو میل استوانه‌ای توپ AB و BC مطابق شکل در نقطه B به یکدیگر
جوش خورده و به صورت فشار داده شده بارگذار شده‌اند. با فرض اینکه
($d_1 = 50 \text{ mm}$ و $d_2 = 30 \text{ mm}$) است 8

الف) تنش محوری میانگین را در مقطع میانی میل AB بدست آورید
ب) " " " " " " " " " " BC " " " " " " " " " "

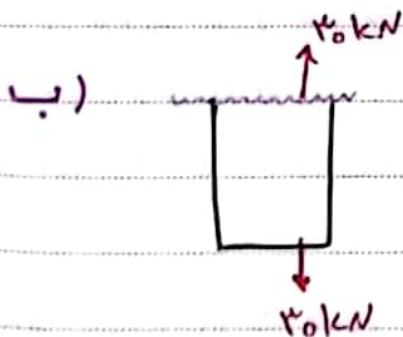


$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$(A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4})$$

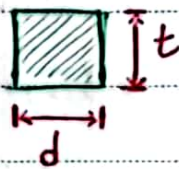
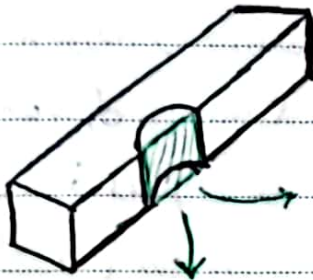
$$\sigma = \frac{30 \times 10^3 \text{ N}}{\pi \times (15 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.1035 \times 10^9 = 35 \text{ MPa}$$



$$\sigma = \frac{30 \times 10^3 \text{ N}}{\pi \times (15 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 0.42 \times 10^9 = 42 \text{ MPa}$$

تنش نگه گاهی (bearing stress) 8



$$\sigma_b = \frac{F}{td}$$

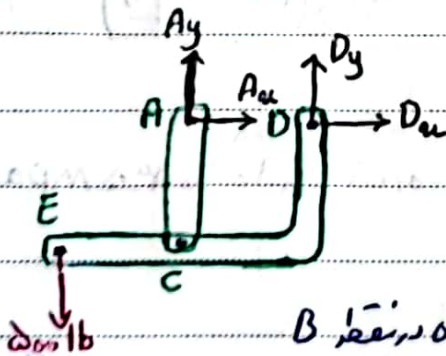
فشار ←
قطر مربع ←



(1 in = 25.4 mm)

یکشنبه ۷، ۲۴

① در آونز نشان داده شده ضخامت بخش بالایی و حرکت مقاطع بخش پایینی را با ABC به ترتیب $\frac{3}{8}$ in و $\frac{1}{4}$ in است. برای اتصال بخش های بالایی و پایینی به یکدیگر در نقطه B از رزیم اینوکسی استفاده می شود. قطر این رزیم در نقاط A و C به ترتیب $\frac{3}{8}$ in و $\frac{1}{4}$ in است. تعیین کنید



تنش برشی در پین A

تنش برشی در پین C

بزرگترین تنش محمول در رابط ABC

تنش برشی میانگین بر روی سطح چسبیده در نقطه B

تنش نگه گاهی در نقطه C از رابط

ضخامت بخش بالایی $\frac{3}{8}$ in = 0.125 in

قطر پین A $\frac{3}{8}$ in = 0.125 in

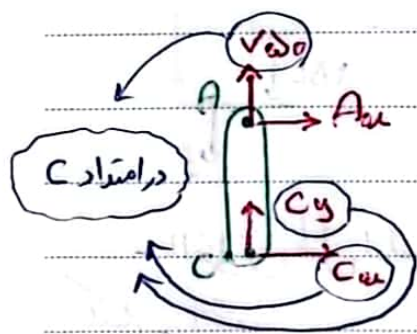
ضخامت بخش پایینی $\frac{1}{4}$ in = 0.125 in

قطر پین C $\frac{1}{4}$ in = 0.125 in

(نیروی یکس که در امتداد نقطه گشتاور مثلاً پس D باشند) مثلاً نیروهای A_x, A_y, D_x به گشتاور اثر نمی گذارند)

$$+\circlearrowleft \sum M_z^D = 0 \quad (\downarrow A_y \times 10) + (\uparrow 500 \times 15) = 0$$

$$\Rightarrow A_y = \frac{7500}{10} = 750 \text{ lb}$$



نمودار جسم آزاد برای AC

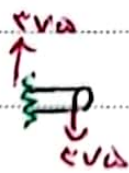
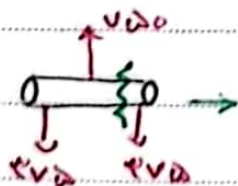
$$+\circlearrowleft \sum M_z^C = 0 \rightarrow -A_x \times (7+4+17.5) = 0$$

$$\Rightarrow -A_x \times 18.5 = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

(الف) نیروی به سمت بالا وارد بر AC همان نیروی وارد بر پیچ می کنند

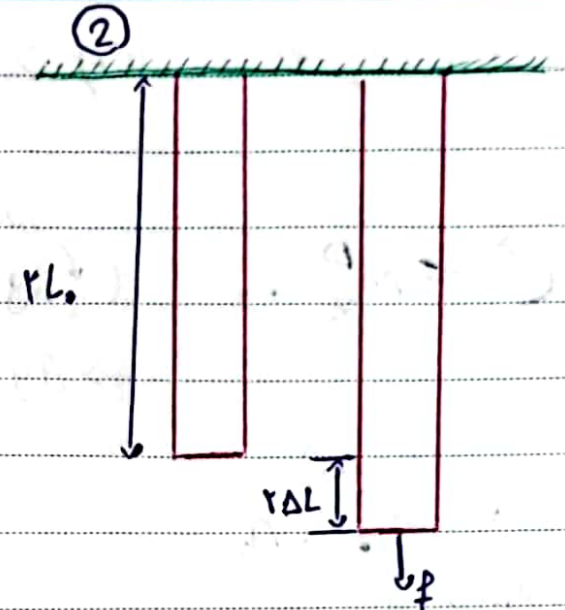
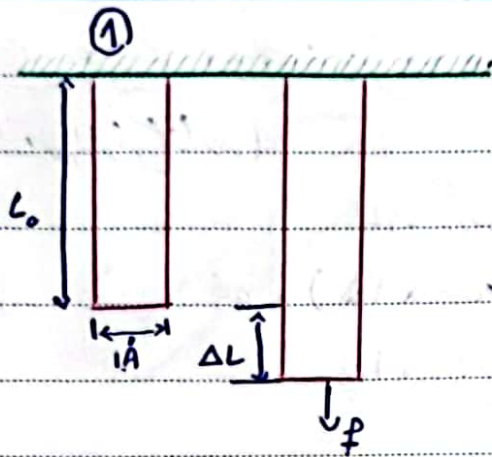
$$\tau_A = \frac{750}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{750}{\frac{\pi \times (0.127)^2}{4}} = 4790 \text{ psi}$$

(ب) τ در پیچ C
در هر یک از ۳ قطعه ی BC نصف نیروی رو به بالا ۷۵۰ بر هر یک از قسمت های وارد شود
یعنی ۲ پیچ C ۳۷۵ وارد شود

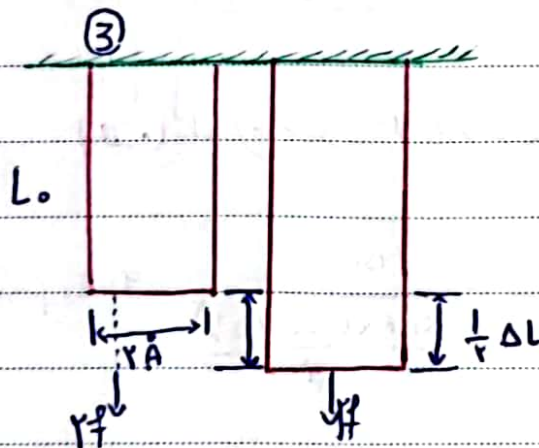


$$\tau_C = \frac{375}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{375}{\frac{\pi \times (0.127)^2}{4}} = 2740 \text{ psi}$$

محول سطح مقطع پیچ های از نظر ضخامت با هم فرق می کند در نتیجه تنش های برشی متفاوتی خواهد بود.

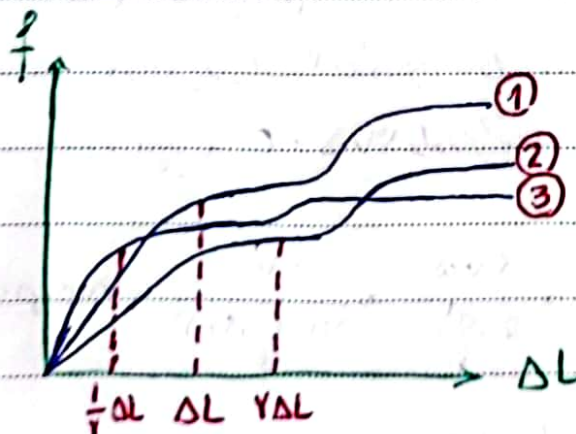


- با افزایش طول اولیه چیده و تغییر طول (ΔL) نیز به همان مقدار افزایش می یابد در صورتی که F یکسان باشد.



اگر سطح مقطع دو برابر شود ΔL نصف می شود در صورتی که F یکسان باشد

اگر سطح مقطع دو برابر شود برای اینکه ΔL ثابت باشد نیرو باید $2F$ شود



~~اگر سطح مقطع دو برابر شود ΔL نصف می شود~~

کرنش ϵ (strain) : اگر نیرویی مثل F به مبله وارد شود تغییرات طول به ازای F را کرنش می گویند.

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

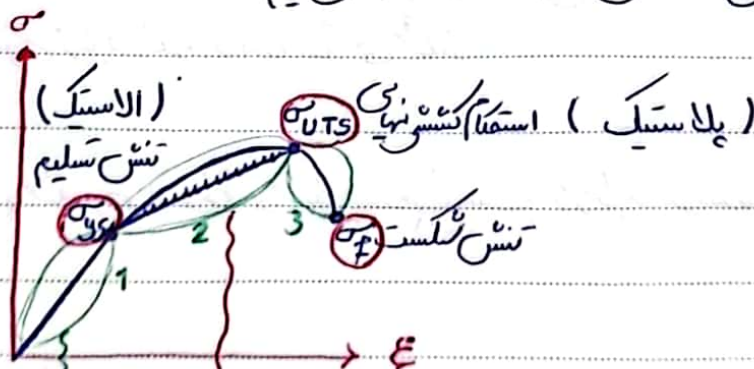
آزمایش کشش : دستور العمل برای آزمایش کشش با شماره
ASTM A370

ASTM E1

داده های این آزمایش به صورت جدول زیر است :

	ΔL	F	ϵ	σ
			$\frac{\Delta L}{L_0}$	$\frac{F}{A_0}$
①	~	~		
②			"	"
③			"	"

سیس نمودار تنش - کرنش را برای یک نمونه کشیم :



تغییر شکل در اینجا خطی و

الاستیک است

((الاستیک یعنی تغییر شکل

برگشت پذیر است))

Data Mar

در این قسمت نمودار از حالت خطی به منفی تبدیل شده است و بعضی از

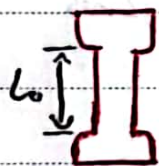
تغییر شکل بر اثر تشن می گردد به حالت اول اما بعضی از تغییر شکل دائمی شود

(که به آن تغییر شکل پلاستیک می گویند که از ابتدا نقطه ختم منفی آغاز شود)

تغییر تنش تسلیم σ_y به مقدار ۲۰۰۰ در جهت حرکت کردن و شیب خط را بدست آوریم
و به کمک روابط شیب خط معادله خط را بدست می آوریم

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad \left. \begin{array}{l} \epsilon = \frac{\Delta L}{L} \\ \sigma = \frac{F}{A} \end{array} \right\} \rightarrow E = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} \Rightarrow E = \frac{FL}{A \Delta L}$$

UTS آخرین تنش است که متقبل نیرو شود و در واقع حداکثر نیروی یا تنش است که یک جسم می تواند تحمل کند
پس از UTS جسم شکسته و به دو قسمت تقسیم می شود



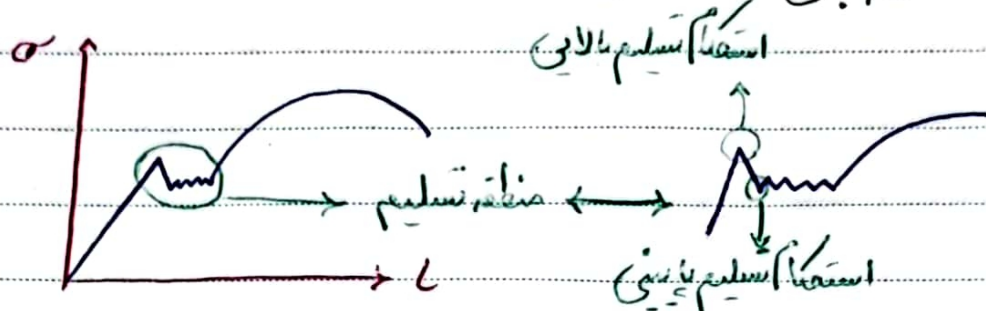
در طول اولیه L_0 زیاد شود
(از ابتدای اعمال نیرو تا نقطه تنش σ_y)
افزایش طول داریم

در نقطه ی ماکسیمم حالت جسم گلوله ای می شود و در واقع تنش وارد در آن قسمت
خود به خود زیاد شده و با نیروی کمتری می شود تنش اعمال کرد و پس از آن در نهایت
نمونه طولش زیاد شده و نهایتاً می شکند

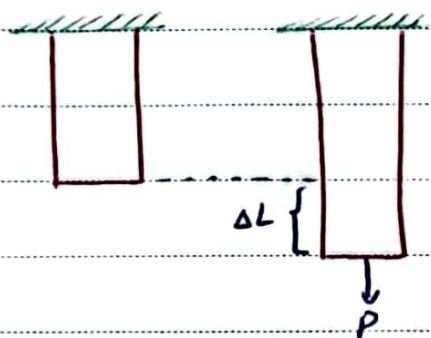
گلوله ای شدن صرفاً وسط جسم نیست و می تواند هر قسمت از جسم تحت اعمال نیرو
باشد

۷: کرنش شکست معادله ی بسیار کم است. ما با مواد نرم واکندگی فلزات کار داریم
که کرنش آنها زیاد و با افزایش طول همراه هستند

۷) فلزات یا فولاد که کمترین مقدار متفاوتی نسبت به بکده فولاد و یا فلزات دارند



مادر مقاومت مصالح فقط در قسمت نمودار خطی و حتی تا نصف آن کار داریم



$$\sigma = E \epsilon \rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \frac{\frac{P}{A_0}}{E} = \frac{P}{A \times E}$$

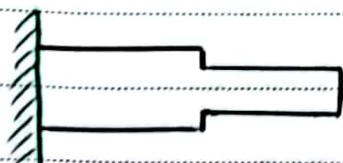
$$E = \frac{P}{A \times E} \Rightarrow \Delta L = \frac{PL}{A \times E}$$

توانی می توانی از این فرمول استفاده کنیم که فقط در سروانتهای میل باشد (یا نیرو وارد شود)

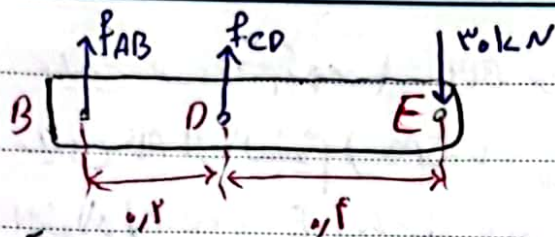
جنس (E) میل یک نوع باشد

سطح مقطع یکی باشد

۸) تغییر طول میل فولادی نشان داده شود در شکل را بقت بار مح داده شود بدست آورید

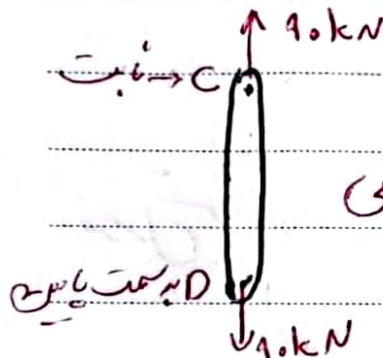


ناقص



$$\sum \vec{F}_z = 0 \Rightarrow (-30 \text{ kN}) \cdot 0.4 \text{ m} + (F_{CD}) \cdot 0.2 = 0$$

چون F_{CD} مثبت است یعنی جهت نیرو وارد است گرفتیم $F_{CD} = +90 \text{ kN}$

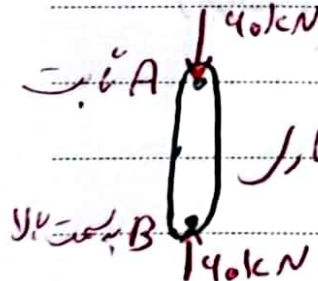


$$\Delta L_{CD} = \frac{(90 \times 10^3) \cdot 0.4}{(400 \times 10^{-4})^2 \cdot (200 \times 10^9)} \Rightarrow \Delta L_{CD} = 400 \times 10^{-4}$$

یعنی 0.4 mm به سمت پایین جابجایی می شود

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow (-30 \text{ kN}) \cdot 0.4 \text{ m} + (F_{AB}) \cdot 0.2 = 0 \Rightarrow F_{AB} = -60 \text{ kN}$$

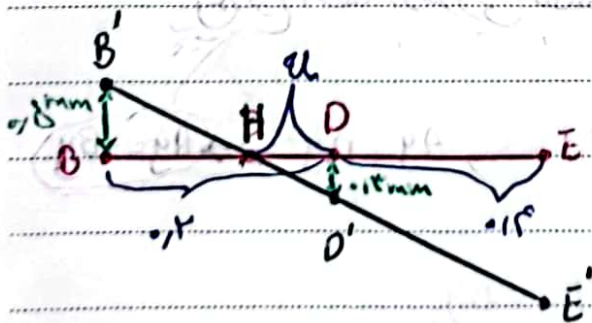
یعنی جهت را اشتباه گرفتیم پس نیرو وارد به AB فشار است 60 kN



$$\Delta L_{AB} = \frac{PL}{AE} \Rightarrow \frac{(-60 \times 10^3) \cdot 0.4}{(1500 \times 10^{-4})^2 \cdot (200 \times 10^9)} = 0 = -0.144 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\Delta L_{AB} = 0.144 \text{ mm}$$

یعنی 0.144 mm به سمت بالا جابجایی می شود

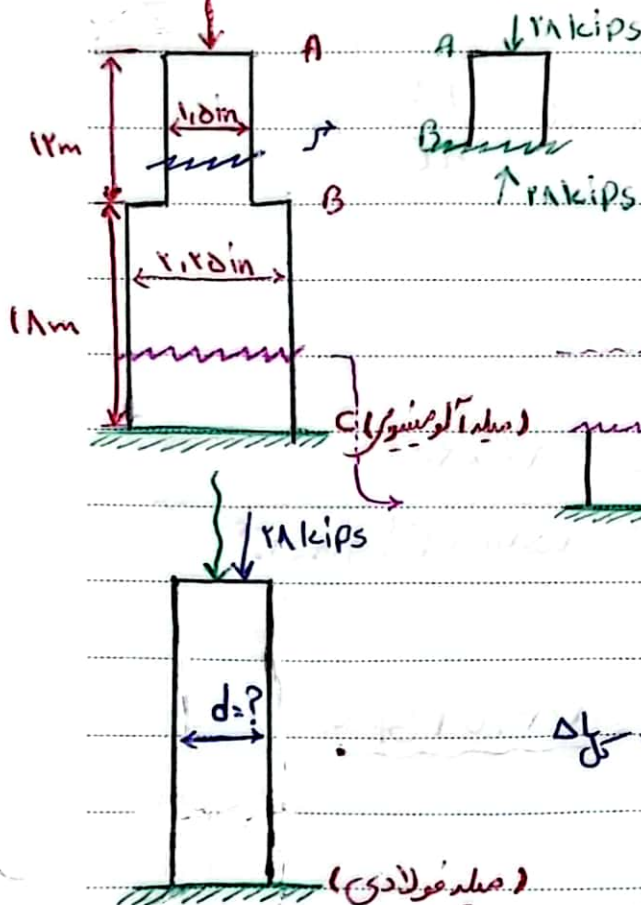


جابجایی نهایی

$$\frac{BB'}{DD'} = \frac{BH}{DH} = 0 \Rightarrow \frac{0.144}{0.2} = \frac{0.2 - \delta}{\delta} \Rightarrow \delta = 0.192 \text{ mm}$$

$$\frac{EE'}{DD'} = \frac{F_{00} + V \cdot \delta}{V \cdot \delta} \Rightarrow EE' = 1.92 \text{ mm}$$

- (c) میل آلومینیومی (ABC) ($E = 10.1 \times 10^4 \text{ psi}$) مشکل از دو بخش استوانه‌ای AB و BC را باید
 با میل استوانه‌ای فولادی (DE) ($E = 29 \times 10^4 \text{ psi}$) با همان طول تعویض کرد. حداقل قطر لازم (d)
 میل فولادی را طوری تعیین کنید که تغییر طول قائم آن تحت همان بار از تغییر طول میل
 آلومینیومی بیشتر نباشد و در ضمن تنش مجاز میل فولادی از 28 ksi تجاوز نکند.



$$\Delta L = \frac{PL}{AE}, \quad P = 28 \times 10^3 \text{ lb}$$

$$\Delta L_{AB} = \frac{(-28 \times 10^3)(12)}{\frac{3.14(1.5)^2}{4} \times 10.1 \times 10^4} = \langle -0.0172 \text{ in} \rangle$$

$$\Delta L_{BC} = \frac{(-28 \times 10^3)(18)}{\frac{3.14(2.25)^2}{4} \times 10.1 \times 10^4}$$

$$\Delta L_{BC} = 11.7 \times 10^{-5} \text{ in}$$

$$\Delta L_{\text{Total}} = \Delta L_{AB} + \Delta L_{BC} \Rightarrow -0.0172 - 0.0117 = -0.0289 \text{ in}$$

$$\Delta L = \Delta L_{\text{Steel}} \quad \Delta L = \frac{PL}{AE} \Rightarrow 0.0289 = \frac{(-28 \times 10^3) L}{A \times 29 \times 10^4}$$

$$\rightarrow A = 979,102 \times 10^{-3} = \frac{\pi d^2}{4}$$

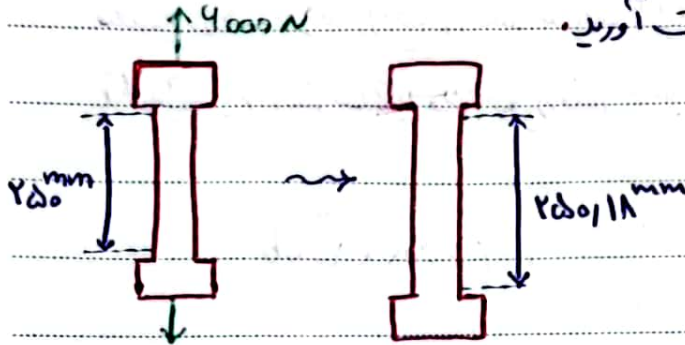
$$\rightarrow d^2 = 1247,13 \times 10^{-3} \rightarrow d = 35,131 \times 10^{-3}$$

$$\rightarrow d = 1,55 \text{ in}$$

$$\sigma_{\text{Steel}} = \frac{P}{A} = \frac{28 \times 10^3}{979,102 \times 10^{-3}} = 0.028 \times 10^4 = 28 \times 10^3 \text{ psi} = 28 \text{ ksi}$$

چون $28 > 24$ نمی‌توان از این میل استفاده کرد یعنی تنش میل فولادی زیادتر از حد مجاز است

آبروی میله آلومینیومی به قطر 12 mm دو نشان معیار به فاصله دقیق 250 mm از یکدیگر
 حک شده اند. با فرض آنکه در زمان اعمال بار محوری 4000 N بدین میله با فاصله معیار نشان حک شده
 این معیار 250.11 mm مورد الاستیسیته و بدست آورد.



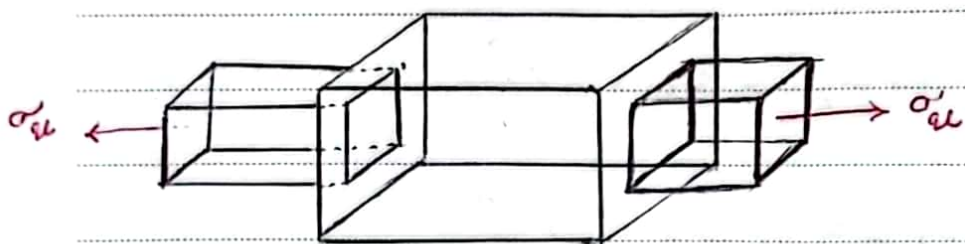
$$\Delta L = \frac{PL}{AE}$$

$$\Delta L = L_f - L_0 = 250.11 - 250 = 0.11\text{ mm}$$

$$0.11 \times 10^{-3} = \frac{+4000 (0.250\text{ m})}{\frac{311 \times (0.012\text{ m})^2}{4} \times E} = E = \frac{25 \times 250}{452.14 \times 10^{-4} \times 0.11 \times 10^{-3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4000}{11.18 \times 10^{-9}} \rightarrow E = 3.57 \times 10^9\text{ Pa} = \underline{\underline{3.57\text{ GPa}}}$$

قانون همبستگی



درجهت y و z منقبض شده است

درجهت x افزایش طول پیدا کرده است (در اثر σ_x)

نسبت پواسون ν کرنش (در راستای قائم) (ϵ_y) نسبت به کرنش در راستای طول را با ν نشان می‌دهند (مقدار $\nu = \frac{1}{2}$ یک عدد بی‌است)

اگر σ درجهت x وارد شود

$$\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\nu \rightarrow \epsilon_y = -\nu \epsilon_x \rightarrow \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} = -\nu \rightarrow \epsilon_z = -\nu \epsilon_x \rightarrow \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

اگر کرنش درجهت y وارد شود

$$\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} = -\nu \rightarrow \epsilon_x = -\nu \epsilon_y \rightarrow \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\frac{\epsilon_z}{\epsilon_y} = -\nu \rightarrow \epsilon_z = -\nu \epsilon_y \rightarrow \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

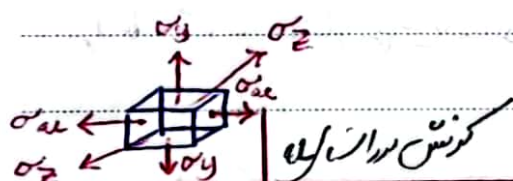
اگر σ در جهت z باشد:

$$\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = -\nu \rightarrow \epsilon_x = -\nu \epsilon_z \rightarrow \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\frac{\epsilon_y}{\epsilon_z} = -\nu \rightarrow \epsilon_y = -\nu \epsilon_z \rightarrow \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_z}{E}$$

نکته: اگر قطعه‌ای را در ناحیه الاستیک بکشیم متناهی افزایش طول دارد و فشار دهیم متناهی کاهش طول

اگر در هر یک جهت کرنش داشته باشیم:



کرنش در امتداد x

کرنش در امتداد y

کرنش در امتداد z

σ_x	$\frac{\sigma_x}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_x}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_x}{E}$
σ_y	$-\nu \frac{\sigma_y}{E}$	$\frac{\sigma_y}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_y}{E}$
σ_z	$-\nu \frac{\sigma_z}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_z}{E}$	$\frac{\sigma_z}{E}$

نکته: در ناحیه پلاستیک حجم ثابت است و افزایش یا کاهش طول، عرض، ارتفاع

نمایم

قانون عمومی هوک

گرفتار در جهت x می شود

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z] \Rightarrow$$

$$\rightarrow \epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)]$$

☆

گرفتار در جهت y می شود

$$\epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} = \frac{1}{E} [-\sigma_x + \sigma_y - \sigma_z] \Rightarrow$$

$$\rightarrow \epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)]$$

☆

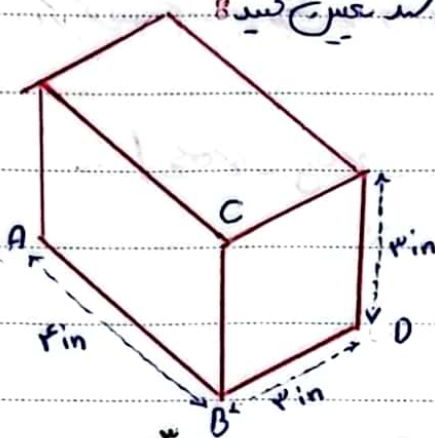
گرفتار در جهت z می شود

$$\epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \Rightarrow \frac{1}{E} [-\sigma_x - \sigma_y + \sigma_z] \Rightarrow$$

$$\rightarrow \epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)]$$

☆

مسئله: تمامی سطوح قطعه فولادی نشان داده شده تحت تاثیر فشار یکنواخت قرار دارد با فرض آنکه تغییر طول لبه AB برابر 1.2×10^{-3} in باشد تعیین کنید:



(الف) تغییر طول در دو لبه دیگر

(ب) فشار p وارد بر سطح قطعه

($E = 29 \times 10^4$ psi و $\nu = 0.29$)

$$(\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p)$$

$$\Delta L_{AB} = -1.2 \times 10^{-3} \text{ in}$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [-p - \nu(-p - p)] \Rightarrow$$

$$\Delta L_{BD} = ?$$

$$\Rightarrow \frac{1}{E} [-p + 2\nu p] \Rightarrow \frac{-p}{E} [1 - 2\nu]$$

$$\Delta L_{BC} = ?$$

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \frac{-p}{E} [1 - 2\nu]$$

$$p = ?$$

$$\epsilon_x = \frac{\Delta L_{AB}}{L_{AB}} \Rightarrow \epsilon_x = \frac{-1.2 \times 10^{-3}}{f \text{ in}} = -3 \times 10^{-4}$$

$$\epsilon_y = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{\Delta L_{BC}}{L_{BC}} = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{\Delta L_{BC}}{2 \text{ in}} = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta L_{BC} = -4 \times 10^{-4}$$

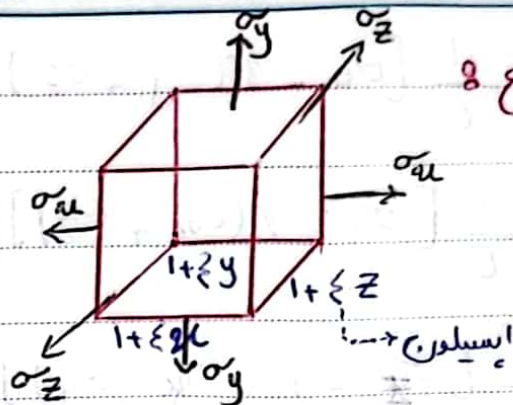
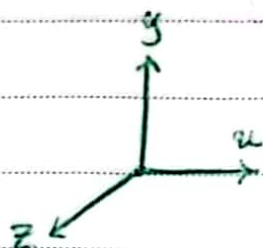
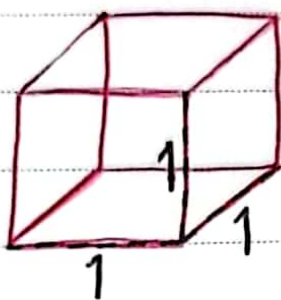
$$\epsilon_z = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{\Delta L_{BD}}{3 \text{ in}} = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta L_{BD} = -9 \times 10^{-4}$$

(ب)

$$\epsilon_x = \frac{-p}{E} (1 - 2\nu) \Rightarrow -3 \times 10^{-4} = \frac{-p}{29 \times 10^4} (1 - (2 \times 0.29)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 20700 \text{ psi} \Rightarrow p = 20.7 \text{ kpsi}$$

$$* ((1 \text{ kpsi} = 4.9 \text{ MPa}))$$



$$\epsilon_x = \frac{\Delta L_x}{L_x} \quad , \quad V_0 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

طول اولیه حجم اولیه

$$V_f = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z) \approx (1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)(1 + \epsilon_z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1 + \epsilon_z + \epsilon_y + \underbrace{\epsilon_z \epsilon_y}_{\text{صفر}} + \epsilon_x + \underbrace{\epsilon_x \epsilon_y}_{\text{صفر}} + \underbrace{\epsilon_x \epsilon_z}_{\text{صفر}} + \underbrace{\epsilon_x \epsilon_y \epsilon_z}_{\text{صفر}})$$

((کرنش (ε) های الاستیک چون اعداد بسیار کوچکی هستند برای همین از ضرب آنها فایده نداریم))

$$\Rightarrow \underline{V_f = 1 + \epsilon_z + \epsilon_y + \epsilon_x}$$

$$\Delta V = V_f - V_0 \Rightarrow (1 + \epsilon_z + \epsilon_y + \epsilon_x) - 1 \Rightarrow \underline{\Delta V = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z}$$

تغییر حجم در واحد حجم (یک عدد ثابت) و
آنرا با e نشان می دهیم

$$e = \frac{\Delta V}{V_0} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

$$e = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu(\sigma_y + \sigma_z)}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu(\sigma_x + \sigma_z)}{E} + \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu(\sigma_x + \sigma_y)}{E}$$

$$\Rightarrow e = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{E} \right) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \left(\frac{1 - \nu}{E} \right)$$

فرمول اصلی اتساع
(فرمول نهایی مربوط به اتساع)

زمانی که جسم از هر جهت فشار دهیم و یا داخل آب بنوازیم داریم:

$$e = \left(\frac{1 - \nu}{E} \right) (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

$$\sigma_x = -p$$

$$\sigma_y = -p$$

$$\sigma_z = -p$$

$$e = \frac{-3(1 - \nu)p}{E}$$

اگر از p منفی صرف نظر کنیم و کسرها
برعکس کنیم به e و p مثبت می‌گیریم

$$k = \frac{E}{3(1 - \nu)}$$

$k > 0$ همیشه در صورت

۷) زمانی که تنش های هم اندازه هیدرواستاتیک بر جسم ما وارد شود از فرمول بالا استفاده می کنیم.

مودول حجمی را در فرمول اتساع وارد می کنیم.

$$k = \frac{E}{3(1-2\nu)} \Rightarrow E = k(3(1-2\nu))$$

$$e = \frac{-3(1-2\nu)p}{E} = e = \frac{-3(1-2\nu)p}{k(3(1-2\nu))} = \frac{-p}{+k} \rightarrow e = \frac{-p}{k} \quad (k) \circ$$

در نتیجه $k > 0$ $k = \frac{E}{3(1-2\nu)} > 0 \Rightarrow 1-2\nu > 0 \Rightarrow 2\nu < 1 \Rightarrow \nu < \frac{1}{2}$

نتیجه گرفتیم ν کوچکتر از $\frac{1}{2}$ است، آیا ν می تواند منفی باشد؟

خیر ν باید $(+)$ باشد پس $0 < \nu < \frac{1}{2}$

$\nu = 0$ می تواند باشد یعنی نیرو وارد نمی شود و جسم منقبض نمی شود و تغییری

در آن $\nu \neq \frac{1}{2}$ باشد چون منفرجه را در فرمول منفی کند

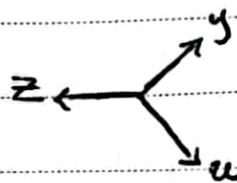
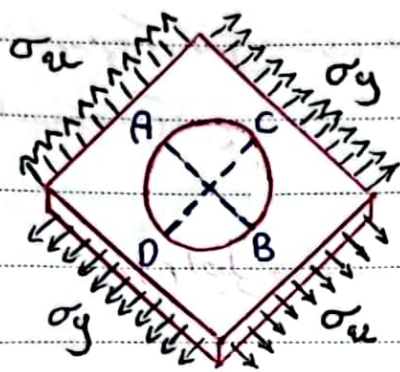
- اگر جسم را فقط در راستای x بکشیم و $\sigma_y = 0$ و $\sigma_z = 0$ باشد و $\sigma_x = E \epsilon_x$ باشد و

$1-2\nu > 0$ ، یعنی وقتی جسم را در راستای x می کشیم حتماً افزایش حجم پیدا خواهد کرد.

مثال ۸: بر روی ورق (AL) به عرض نسبتی به ضخامت $(t = \frac{3}{4} \text{ in})$ دایره ای به قطر $(d = 9 \text{ in})$ حک شده است. نیروی کششی دقیقاً به ورق وارد می شوند، تنش های قائم $(\sigma_x = 12 \text{ kpsi})$ را $(\sigma_z = 20 \text{ kpsi})$ را بوجود می آورند به ازای $(E = 10 \times 10^4 \text{ psi})$ در $(\nu = \frac{1}{4})$ تجزیه

(الف) طول قطعه AB؟ (ب) طول قطعه CB؟

(ج) ضخامت ورق؟ (د) حجم ورق؟



$$t = \frac{3}{4} \text{ in}$$

$$d = 9 \text{ in}$$

$$\sigma_u = 12 \text{ kpsi}$$

$$\sigma_y = 0 \text{ kpsi}$$

$$\sigma_z = 20 \text{ kpsi}$$

$$E = 10 \times 10^4$$

$$\nu = \frac{1}{3}$$

$$\text{(اف)} \text{ طول قطر } AB: \epsilon_u = \frac{1}{E} [\sigma_u - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10 \times 10^4} [12 \times 10^3 - \frac{1}{3} (0 + 20 \times 10^3)] = \epsilon_u = 0.1533 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_u = \frac{\Delta L_u}{L_0} \rightarrow \epsilon_{AB} = \frac{\Delta L_{AB}}{L_{AB}} \Rightarrow 0.1533 \times 10^{-3} = \frac{\Delta L_{AB}}{9 \text{ in}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta L_{AB} = \epsilon_{AB} \times 9 \text{ in}$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_u - \sigma_z)]$$

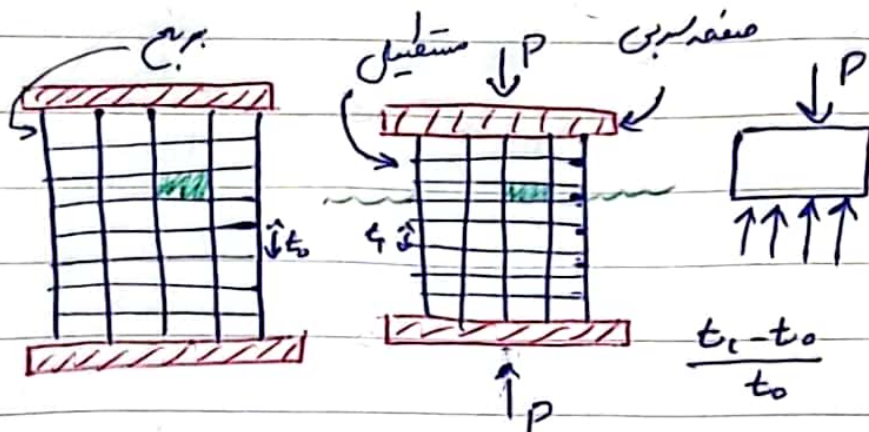
فشارت فوق در استای و است پس از $\frac{\Delta t}{t_0}$ فشارت بدست می آید « اگر σ_z را حساب کنیم تغییر فشارت بدست می آید »

« اگر e اتساع را حساب کنیم، تغییر حجم در واحد حجم می کنیم یعنی $\epsilon_u + \epsilon_y + \epsilon_z$ سپس از فرمول $e = \frac{\Delta V}{V_0}$ را حساب می کنیم » و برای تغییر فشارت 3

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_y - \sigma_u)]$$

(۱۷، ۸) کشش و منقبضت مصالح
۱، ۲۹ استقامت مصالح

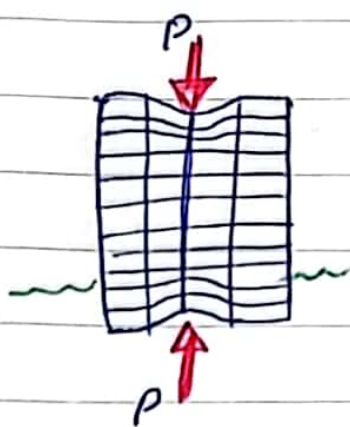
تمرکز تنش



$$\sigma = E \epsilon \Rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

توزیع تنش در هر مقطع
یکنواخت است

اگر عدد از صنف سرب استفاده کنیم



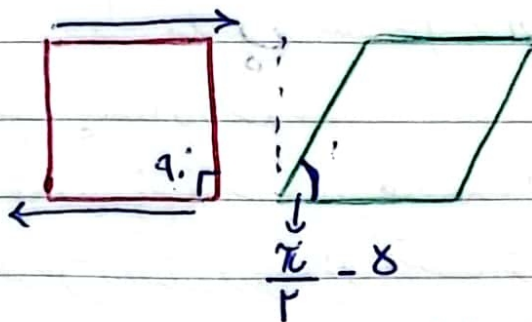
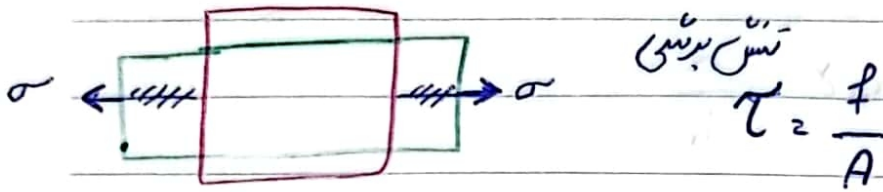
$$\sigma_{AVR} = \frac{P}{A}$$

تنش متوسط

تنش متوسط در مرکز اعمال فشار بیشتر است
و در گوشه کم تنش متوسط کم است
و حتی بار به صورت متمرکز وارد و بدون صفات
سرب باشد نواحی اعمال بار تنش بیشتر
در گوشه تنش کم است
و اگر بیش از عرض جسم باشد توزیع تنش
تقریباً یکنواخت و یکنواخت است چون از محل
اعمال نیرو دورتر است
هر قدر به نواحی اعمال نیرو نزدیک شویم
انها بیشتر شود

۲۲.۲۲. کشش و مقاومت مصالح

کرنش برشی shear strain

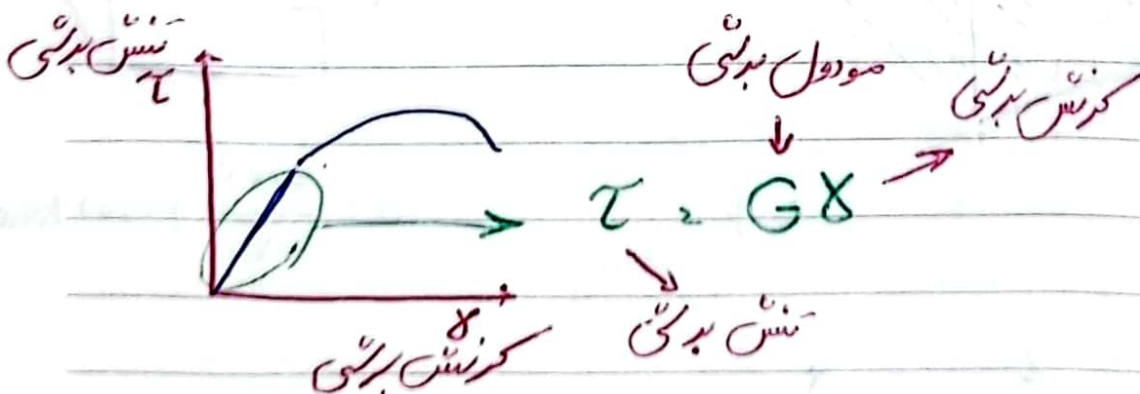


((مقدار δ برابر با کرنش برشی است))

در کرنش برشی جسم تغییر طول یا عرض ندارد بلکه در آن ابعاد عمال نیرو جسم کج می شود و مقدار تغییر زاویه همان کرنش برشی می شود و δ بر حسب رادیان است

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

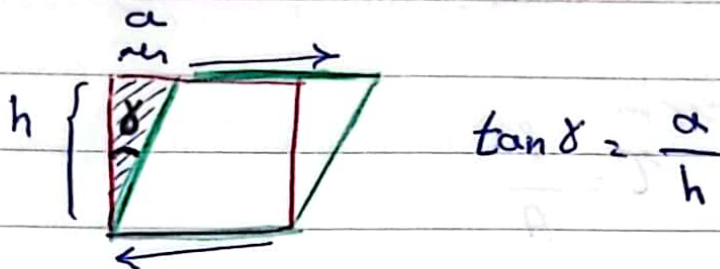
((به کمک آزمایش بیشتن می توان کرنش برشی ایجاد کرد))



مقاومت ماده در برابر تنش برشی خیلی بیشتر از مقاومت ماده در برابر تنش عمود است

* استقامت تسلیم در برشی نصف استقامت تسلیم در تنش عمود است

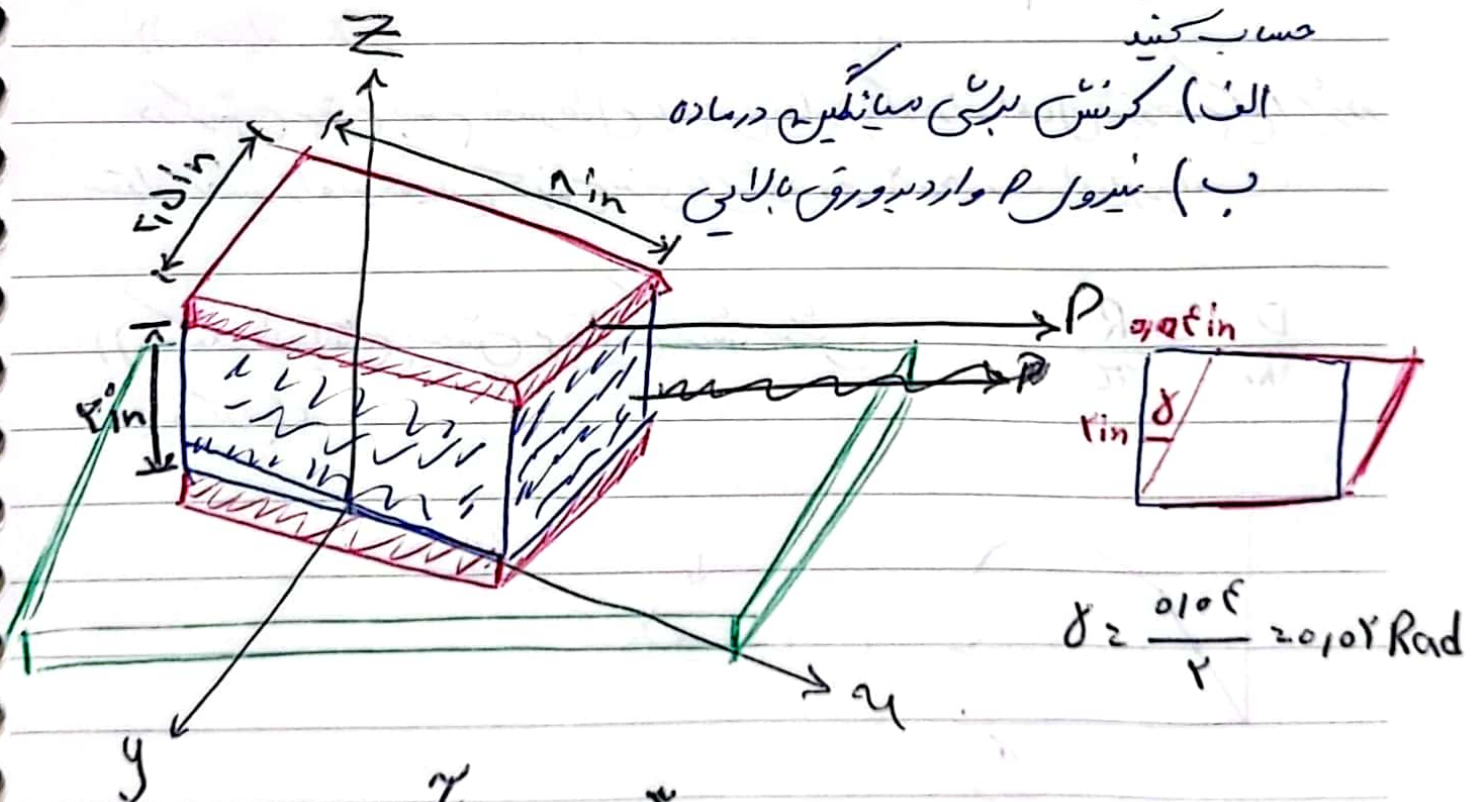
وقتی زاویه کوچک است مقدار رادیان زاویه برابر $\tan$ آن زاویه است
مثلا رادیان زاویه 1° برابر $\tan 1^\circ$ مساوی ۰۱۰۴



مثال: قطعه مکعبی مستطیل شکلی از موادای با $G = 90 \text{ ksi}$ به دوصفحه افقی صلب چسبانده شده

صفحه پایینی ثابت و به صفحه بالایی نیرو افقی وارد می شود
بافرض اینکه ورق بالایی تحت اثر نیرو ۱۰۴ اینچ حرکت کند
حساب کنید

الف) کرنش برشی میانگین در ماده
ب) نیرو P وارد بر ورق بالایی



$$\delta = \frac{0.104}{2} = 0.052 \text{ Rad}$$

$$\tau = G\delta \Rightarrow \tau = 90 \times 10^3 \times 0.052$$

$$\tau = 1.18 \times 10^4 = 1.18 \text{ ksi}$$

$$\tau = \frac{P}{A} = 1.18 \times 10^4 = \frac{P}{1 \times 2 \times 2} \Rightarrow P = 4.72 \times 10^4 \text{ Lb}$$

مسئله ۳: میل فولاد در تکیه از دو قسمت تشکیل شده که ضخامت تکیه 10 mm و پهنای آن 1 m به ترتیب 40 mm و 45 mm است. این دو قسمت توسط یک پلاک فولادی 12 mm به شعاع 12 mm به هم متصل شده اند. بیشترین بار محوری قابل اعمال به این میل را تعیین کنید.
فرض کنید که تنش قائم مجاز 145 MPa است.