

درسنامه :

مقاومت مصالح ۱

استاد ارجمند :

جناب آقای دکتر کرمی نژاد

انتشارات دانشجویی دانشکده فنی و مهندسی

قطعه طیرین

قطعه نوین

مقاومت مصالح یک

صفحه	عنوان
۱	مقدمه
۲	فصل اول - مفهوم تنش
۴	بارگذاری محوری-تنش عمودی
۶	تنش برشی
۷	تنش تکیه‌گاهی
۷	آنالیز سازه‌ها
۹	تعیین تنش برشی در اتصالات
۱۳	تنش در صفحات مایل
۱۴	تنش در حالت کلی بارگذاری
۱۷	تنش نهایی و مجاز ضریب ایمنی
۲۲	فصل دوم- تنش و کرنش (بارگذاری محوری)
۲۳	مفهوم کرنش
۲۴	کرنش عمودی-بارگذاری محوری
۲۵	دیاگرام تنش - کرنش
۲۸	تنش حقیقی - کرنش حقیقی
۲۹	قانون هوک، مدول کشسانی
۳۰	رفتار کشسان ماده - رفتار مومسان
۳۱	بارگذاری مکرر، خستگی
۳۳	تغییر شکل اعضاء تحت بارگذاری محوری
۳۶	مسائل ایستایی نامعین
۳۸	اصل جمع اثرها
۴۰	اثر حرارت
۴۸	نسبت پواسون

صفحه	عنوان
۴۹	بارگذاری چند محوری
۵۲	انبساط حجمی، مدول حجمی
۵۴	کرنش برشی
۵۶	ارتباط بین مشخصات مکانیکی
۶۰	اصل سن ونان
۶۲	فصل سوم - پیچش
۶۳	مقدمه
۶۳	بحث اولیه
۶۴	تغییر شکل در محور دایروی
۷۳	زاویه پیچش در محدوده الاستیک
۷۶	مسائل ایستایی نامعین
۸۱	پیچش اعضاء غیر دایروی
۸۴	محوری توخالی با ضخامت کم
۸۹	فصل چهارم - خمش خالص
۹۰	مقدمه
۹۱	بحث اولیه
۹۲	تغییر شکل در یک عضو متقارن در خمش محض
۹۵	تنش و تغییر شکل در محدوده کشسانی
۱۰۳	تغییر شکل مقاطع عرضی
۱۰۹	خمش اعضاء مرکب
۱۱۸	بارگذاری محوری خارج از مرکز در صفحه تقارن مقطع
۱۱۹	خمش نامتقارن
۱۲۴	حالت کلی بارگذاری خارج از مرکز

۱۳۰	خمش عضوهای منحنی شکل
۱۳۸	فصل پنجم - بارگذاری عرضی
۱۳۹	مقدمه
۱۴۰	فرضیات اساسی
۱۴۱	تعیین نیروی برشی روی صفحه افقی
۱۴۵	تعیین تنش برشی τ_{xy} در یک تیر
۱۴۷	تنش برشی τ_{xy} در انواع معمول تیرها
۱۴۸	بحث های دیگری از توزیع تنش در یک تیر مستطیلی باریک
۱۵۲	تنش برشی در عضوهایی با دیواره نازک
۱۵۴	نیروی برشی در یک برش طولی اختیاری
۱۵۹	تنش ناشی از بارگذاری مرکب
۱۶۴	مرکز برش

(مقدمه)

در تمام سازه‌ها که محضی اجزای یک سازه دارای اندازه‌های فیزیکی مشخصی است. آن اجزاء استی
 تحمل نیروها و اعمالی در برابر آنها داشته است. بنابراین دیواره‌ها یک مخزن تحت فشار (Pressure Vessel)
 استی به اندازه‌ای است تا تحمل فشار داخلی را داشته است. همچنین یک فنجان استی به اندازه‌ای که نمی‌تواند
 تحمل نیروها بی‌نیستی در داشته است. محراب استی در برای اندازه‌های استی است که در بیستی
 مورد لزوم را انتقال دهد. بال یک هواپیما از است بگذرد استی است که تحمل نیروها را بی‌نیستی
 حین پرواز داشته است. سبوت بد، اجزای یک سازه پیچیده استی به اندازه‌ای که صلب استی سبوت بد
 حین (deflection) در حین اعمال بار زیاد نباشد. لغت یک فنجان ممکن است به اندازه‌ای که نمی‌تواند

ولی حین آن زیاد است که در انقباضات ممکن است در بیستی مورد نیاز مصالح سازنده که در بیستی مورد
 ایجاد ترک در بیستی لایه از کربناید. همچنین یک عضو ممکن است ضعیف (thin, slender) است
 که تحت تأثیر بارها کمانش دهد (buckling) گردد به عبارت دیگر ضعیف تا با بارها
 (instable) است. توانای تعیین بارها که یک عضو ضعیف استی نباید بارها را بردارد که آنست
 نماید. تعیین هر مصلحتی حین در یک مخزن برای طولی که از آنست، یک سازه‌ای محکم است.
 در حین کار بردی، حین ضروری استی به سلیحه حین ممکن از یک باره حین فراهم استی. بعد از سلیحه
 در بیستی مورد شلای طراحی نفی پیدا حیا. ممکن بودن بردار داشته در آن محکم است.

در مصلحت مکانیک مواد (mechanics of materials)؛ مقاومت مصالح (strength of materials) آنچه که
 که سلیحه نام گذاری شده است، و آن در سلیحه ریاضی برای تعیین مقاومت (strength)، خصوصیت تعیین
 بیستی (stiffness) در پایداری (stability) اجزاء تحت تحمل کننده است. این است ممکن است

عنوان مکانیک اجزاء تعیین شکل بیستی (mechanics of solid deformable bodies) نیز مصلحت
 مقاومت مصالح یک مصلحت قدیمی است که لحاظ تاریخی این مصلحت به کارها گانید در اوایل قرن هفدهم برگردد
 به کارهای که در ارتباط با رفتار اجزاء حین بار حین بیستی. گانید اولین کسی بود که در کشش سلیحه توصیفی
 برای رفتار اجزاء تحت بار بیستی مینا علمی بیاید. او اجزاء تحت کشش در مطالعات متعدد و معارف خاص

موضوعات اجزاء مورد سلیحه (که در کشش کمانی استی) را که به بیستی استی در این زمینه توسط در سلیحه
 فرانسوا مانتن کولومب (Coulomb)، پویسون (Poisson)، نادیر (Navier) است و سنت (st. Venant)

کوسی (Cauchy) در اوایل قرن نوزدهم صورت بیستی

(مقدمات)

در فصل دوم

۱ - مقدمه - معنی آتش

مقدمه - بارگذاری محوری، تنش عمودی، تنش برشی، تنش لنگری - کاربرد در سازه ها - تنش در
صفحات مایل تحت بارگذاری محوری - تنش در وضعیت بارگذاری کلی - تنش در سازه ها - تنش در سازه ها

۲ - تنش در تنش، بارگذاری محوری

تغییر شکل، معنی کرنش - کرنش عمودی تحت بارگذاری محوری - دیاگرام تنش - کرنش - کرنش واقعی
تأثیر دما، مدول الاستیسیته - معادله رفتار الاستیک - بارگذاری در سازه ها، تنش

تغییر شکل اعضا تحت بارگذاری محوری - سائل نامعین الاستیکی - سائل مایع تغییرات دما، تنش در سازه ها
بارگذاری خمیده محوری، تأثیر دما - کرنش برشی - معادله دگر در ارتباط با تغییر شکل تحت بارگذاری محوری،

ارتباط بین E، I، A، J - توزیع تنش و کرنش تحت بارگذاری محوری، تأثیر دما، تنش - تغییرات تنش
تغییر شکل پلاستیک (موم) - تنش پس ماند

۳ - پیوسته

مقدمه - یک مقدار آتش در حررها - تغییر شکل در حررها - تنش در حررها - الاستیک - زادی در پیوسته
در حررها - الاستیک - حررها نامعین الاستیکی

۴ - تنش خالص

مقدمه - یک مقدار آتش در وضعیت خالص - تغییر شکل در یک عضو متعارف در تنش خالص - تنش
در تنش در حررها - الاستیک - تغییر شکل در مقطع عرضی - تنش در اعضا و پیوسته ماده - تنش در تنش - بارگذاری
غیر مرکز محوری در سازه متعارف - تنش غیر متعارف - حالت کلی بارگذاری غیر مرکز - تنش در تنش

۵ - بارگذاری عرضی

مقدمه - فرض الاستی در ارتباط با توزیع تنش عمودی - تعیین برش در سازه های - تعیین تنش برشی
در یک تیر - برش در یک مقطع طولی اختیاری - تنش برشی در اعضا و پیوسته ماده - تنش تحت بارگذاری
ترکیبی

در سازه های ترکیبی - تنش در سازه های ترکیبی - تنش در سازه های ترکیبی

فصل اول

مفہوم شمس

(شکل ۱)

مقدمه - مفهوم آسنج

۱- مقدمه - هدف اصلی مطالعه مقادیر مصالح تسلیم‌رسانی برای حذف آنالیز وراحی اجزاء

سایف و سازه‌های محمل‌کننده بارهاست
برای این منظور سازه شکل ۱ را در نظر بگیرید. بارهای AB و BC . فرض اعمال نیروی 30 kN در نقطه B .
ماتریس در اینجا است. یک برای تعیین نیروهای در دسترس بارها. از این نکته استفاده کنید که این بارها در نیروی

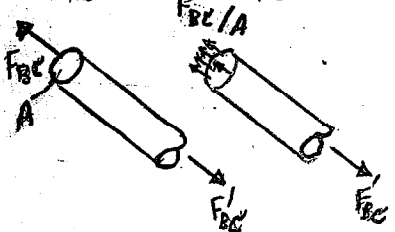
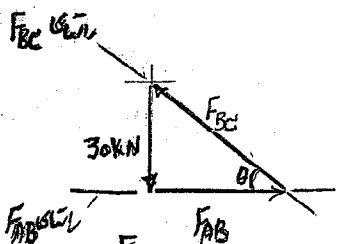
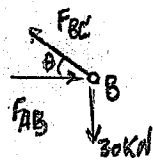
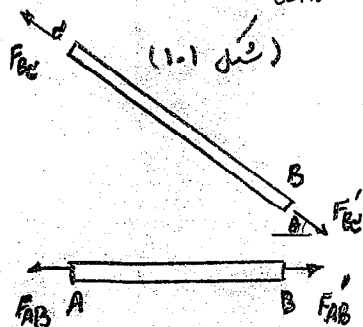
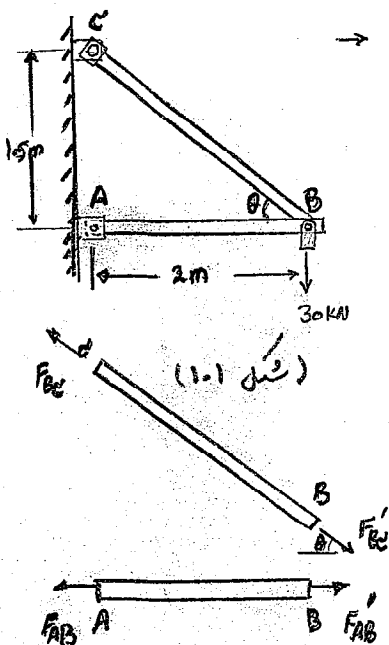
عمل کنند در اسفندت ماتریس به شکل زیر تشکیل شده است. همان این نیروها را می‌سند

$$\frac{F_{AB}}{\sin(\theta - \theta)} = \frac{F_{BC}}{\sin\theta} = \frac{30}{\sin\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1.5}{2} = \frac{3}{4}, \quad \cos\theta = \frac{4}{5}, \quad \sin\theta = \frac{3}{5}$$

$$\rightarrow \frac{F_{AB}}{4} = \frac{F_{BC}}{5} = \frac{30}{3}$$

$$\rightarrow F_{AB} = 40\text{ kN} \quad F_{BC} = 50\text{ kN}$$



ضریب برشی (مستطیلی) در عضو BC بوجود آوریم (مثلاً در نقطه CD)

این عضو بدو قسمت تقسیم خواهد شد (BD و CD)

تقابل هر یک از اجزای دیگر نیروی به اندازه F_{BC} (50 kN)

در نقطه D بصورت نیروی داخلی و همرداشته است

در صورتیکه 30 kN در نقطه B اعمال شده است

ضمناً این نیرو از نوع کششی است. در نتیجه

برای باربری AB تنش کشش این در سطح AB که در

هر مقطع از مابین این نیروی داخلی برابر F_{AB} (40 kN) است

نتیج نه‌ت آمده در بالا اولین و ضروری‌ترین مرحله آنالیز است

اما این نتایج در صورت محتمل بارها هم‌زمان در یک بار نمی‌توانند.

آیا بارهای BC تحت اعمال این بارها دچار شکست خواهند شد یا خیر به مقدار نیروی

داخلی F_{BC} در سطح مقطع از زود مشخص‌ن ماده تشکیل‌دهنده از زود دانسته می‌شود

عباده نیروی داخلی F_{BC} در حقیقت نتیجه نیروی توزیع شده روی سطح مقطع A

بارز می‌است در وقت این نیروی توزیع شده برابر است F_{BC}/A

محتمل و یا عدم محتمل بارز در مقابل اعمال بارها در آن است. همین بارز برای محتمل

ست F_{BC}/A است که ضد به مقدار نیروی سطح مقطع در ضمن بارز دانسته می‌شود

(فصل ۱)

نیروی وارد سطح را نسبت به نیروی توزیع شده روی سطح مقطع تحت عنوان "تنش" (stress) در یک مقطع فضا را می گویند. برای σ (sigma) خوانده می شود. تنش در عنصری به سطح مقطع A تحت تأثیر نیروی P بصورت زیر بیان می شود:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

علامت مثبت بیان کننده تنش کششی (عوض در حال کشش) و علامت منفی بیان کننده تنش فشرشی (عوض در حالت فشرش) است.

چنانچه نیروی P بر حسب نیوتن (N) و A بر حسب متر مربع (m^2) تنش بر حسب N/m^2

بیان می شود که تحت عنوان "پاسکال" (Pascal) (Pa) خوانده می شود.

اینکه به این معنی پاسکال واحد کوچکی است در عمل از واحد این یک کیلو پاسکال (kPa)

مگا پاسکال (MPa) و گیگا پاسکال (GPa) استفاده می شود. به عبارتی:

$$1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa} = 10^3 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa} = 10^9 \text{ N/m}^2$$

دواره بازرسی BC را در نظر بگیرید و فرض کنید از جنس فولاد فدرسه است. به عبارتی طول آن 20 mm است. در این صورت

$$P = F_{BC} = +50 \text{ kN} = +50 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{20 \text{ mm}}{2} \right)^2 = \pi (10 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 314 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{+50 \times 10^3 \text{ N}}{314 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = +159 \times 10^6 \text{ Pa} = +159 \text{ MPa}$$

به نظر می رسد که این نتیجه نسبتاً بزرگی است. عمل نیروی 30 kN را در دواره گذاری که ساخته دارد باید در نظر گرفت. بنابراین

در این بارگذاری باید مقدار مشخصی از جنس فولاد مناسب است. از جدول مشخصات مواد می توان نوعی فولاد را

محقق نمود که مقدار حد اکثر تنش آن $\sigma_{all} = 165 \text{ MPa}$ است. در نتیجه مقدار تنش در مقطع از مقدار حد اکثر کمتر است.

در این صورت می توان نتیجه گرفت که دواره بازرسی BC قابلیت تحمل بارگذاری را دارد. برای کامل کردن سبب لازم است

مقدار تنش بازرسی AB را نیز در نظر بگیریم. در این بارگذاری در آن تعبیه کرده است. همچنین شما که مهندس

در پیغام ارتباط (Pins and Bearings) نیز بررسی کنید. که بعداً در همین فصل بررسی خواهیم کرد. در است آفر

لازم است مقدار تغییر شکل تولید شده را نیز با بررسی در جدول مشخصات بدانیم. بطلاند تغییر شکل در فصل ۲ این کتاب خواهد شد.

تنش یک مهندس برای سازه ها و اجزای مورد بررسی بارگذاری می باشد بلکه مقصود محاسبه و اطمینان (design) سازه ها و اجزای

(مسئله ۱)

صیغه ای است که لازم است کار خاصی را انجام دهند. به عنوان مثال به سازه شکل ۱۱ بارگذاری کنیم و این بار وزن فلیم که بار روی BC از جنس آلومینیوم است. قطر لازم برای انزوی BC چه مقدار است که در آن بار است در درجه بار

صورت گرفته است. ابراصح به جدول عناصر مواد برای نوعی آلومینیوم استاندارد شده عبارت $\sigma_{all} = 100 \text{ MPa}$ است
 در صورتی که بار اعمالی روی عضو BC در $P = F_{BC} = 50 \text{ kN}$ قرار دارد. عناصر پست

$$\sigma_{all} = \frac{P}{A} \Rightarrow A = \frac{P}{\sigma_{all}} = \frac{50 \times 10^3 \text{ N}}{100 \times 10^6 \text{ Pa}} = 500 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A = \pi r^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{500 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{\pi}} = 12.62 \times 10^{-3} \text{ m} = 12.62 \text{ mm}$$

$$d = 2r = 25.2 \text{ mm}$$

در این صورت همان سنج بزرگ است از روی آلومینیومی به قطر 26 mm برای بارگذاری تا فرام برد

Axial Loading, Normal stress

۱-۲ - بارگذاری محوری، تنش عمودی

همانطور که در مثال قبل توضیح داده شد عضو BC در سازه در صورت سیردهی F_{BC} و F_{BC} که در ابتدا B و C اثر میکنند در راستای محور. اگر در سازه در این صورت که در سازه سیردهی که در ابتدا بارگذاری محوری (axial loading) است. متعمق در بارگذاری محوری سیردهی داخلی و همچنین تنش استرس آن انتخاب نمودیم عمود بر محور بارگذاری. در این صورت سیردهی داخلی عمود بر سطح مقطع، تنش منسأ آن نیز عمود خواهد بود که در آن تنش عمودی (normal stress) فزاینده می شود. جدول قبلی بیان کرده است که در این عضو

راحت بارگذاری محوری است که در آن:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

نکته اول که لازم است در آن باشد اینست که فرمول اصیل

مقدار تنش متوسط (average stress) را روی سطح مقطع بیان کند و این فرمول

مقدار تنش در هر نقطه از رابرت می دهد.

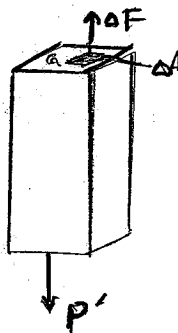
برای رابرت آمدن تنش در یک نقطه از سطح مقطع که در آن ΔA زاویه نظر داریم

در سیردهی منسأ آن ΔF مقدار تنش متوسط را در این مقطع $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ می باشد

ΔA رابرت هم فرمول (در این مقطع تنش نقطه ای است) را می دهد

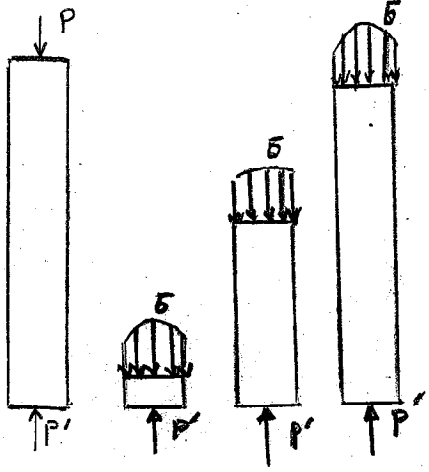
$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

$$\Delta A \rightarrow 0$$



(فصل ۱)

در حالت یکی مقدار برآورد شده برای تنش در نقطه σ با مقدار هندسه تنش مقدماتی که از زخم در دست آمده و تنش روی سطح مقطع تغییر می‌کند. به عنوان مثال در یک تیر نازک و بلند که تحت تأثیر نیروی P در طرف راست در مقادیر تنش در مقابل محل اعمال بار تغییر با مقدار هندسه تنش یکسان بوده است ولی در نواحی نزدیک محل اعمال بار مستقر این برابری وجود نخواهد داشت.



با توجه به اصول اصل دوم (۱۰۲) در اینصورت تغییرات تنش در نواحی نزدیک شده

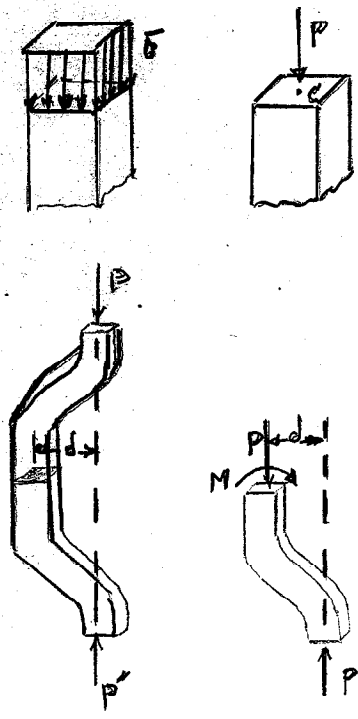
$$\int dF = \int_A \sigma dA$$

از طرفی تعادل هر قسمت ایجاد می‌شود $P = \int dF$

که این معنی است که حجم زیر هر یک از نواحی تنش در شکل مقابل برابر نیروی P خواهد بود. این تنها اطلاعاتی است که از یک استیک بدست می‌آید این اطلاعات در مورد نحوه توزیع تنش چیزی را بیان نمی‌کنند. توزیع حقیقی تنش

عمود روی سطح مقطع به عبارتی نامعین است (Statically indeterminate). برای بررسی بیشتر این توزیع تنش لازم است تغییر شکل ایجاد اعمال بار در استیک تیر بررسی گردد که این موضوع در فصل ۲ بیان خواهد شد. در عمل ما فرض می‌کنیم که توزیع تنش عمودی یکدست است. بجز در نواحی نزدیک نقاط اعمال بار در اینصورت مقدار σ برابر σ_{avg} خواهد شد که از اصول (۱۰۱) بدست می‌آید. هر چند این نکته لازم به تذکر است که ما فرض توزیع یکدست تنش در مقطع به عبارتی نیروهای داخلی یکدست روی مقطع توزیع شده اند در اینصورت با توجه به معانی اولیه استیک نیروی برآورد شده P است در محلی مرکز سطح C (centroid) مقطع اثر می‌کند.

این بدان معنی است که یک توزیع تنش یکدست است که در تمام طول تیر به یک شکل خواهد بود. حتماً عملکرد بار مستقر P و P' از جهت سطح مقطع مورد نظر عبور می‌کند این نوع بارگذاری را مرکز بارگذاری (centric loading) می‌نامند و فرض می‌شود در آن عضو تقسیم در سازه ما که اتصال آنها با سازه است مانند عضو مثال مقطع شده در جدول است. هر چند اندک عضو در سازه به عبارتی بارگذاری بارگذاری شده در این بارگذاری غیر مرکزی (eccentrically) است. به این معنی تعادل استاتیکی از تیر در این بارگذاری که ضعیف می‌شود P (مركز سطح) معنی خواهد بود در اینصورت که در $M = P \cdot e$ نیز وجود خواهد داشت. در این حالت توزیع نیروی داخلی در اینصورت توزیع تنش متناظر آن غیر یکدست خواهد بود و فرض توزیع تنش متعادلی نیز خواهد بود. این موضوع در فصل ۴ بیان خواهد شد.

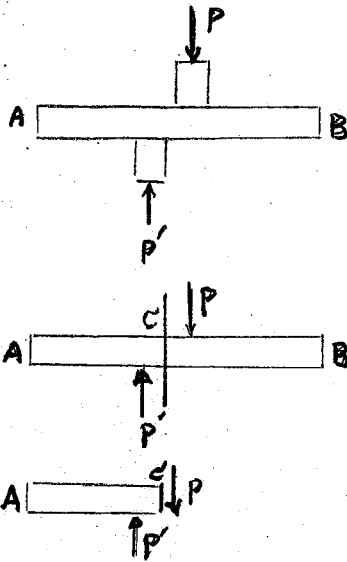


مصل 1

shearing stress

۱-۲ تنش برشی

شیرها که داخلی که تا شدن در مورد آنها عبارتند از برش در مقطع عمودی است (همچنین شیارها) . نوعی تغییر درونی است که شیرها که عرضی P در P مطابق شکل بر یک عضو AB اعمال می کنند



مقطعی در حال اعمال شیرها که مورد نظر در نظر بگیریم که در شکل AC عمود است

نمایند داده شده است در این صورت لازم است نیروی P در صفحه مورد نظر

وجود داشته باشد. این نیروی P شیرها که چیزی در صفحه در نظر داریم

این نیروها تحت عنوان شیرها که برشی (shearing force) خوانده می شود در برش

آنکه نیروی P سب برش در مقطع می شود. انتسیم نیروی P در مقطع A

مقدار تنش متوسط (average shearing stress) بدست می آید. از این تنش برشی است

بیان τ (tau) ضرایم در است

$$\tau_{av} = \frac{P}{A}$$

مقدار در است آموخته عبارت فعلی مقدار تنش برشی که در هر دو تنش نهال نیز ذکر شد توزیع تنش برشی در سطح مقطع نیست یکسان است و فرض شود. در فصل 5 ضرایم دیدیم مقدار تنش برشی از یک مقدار همفروری سطح تا یک مقدار حداکثر τ_{max} در وسط تقسیم می کند که به نسبت بزرگتر از مقدار تنش متوسط است.

تنش برشی به کار گرفته در پیچها، پینها و پیچها وجود دارند. این اعضا با اتصال اجزاء مختلف ماشینها استفاده می کنند اگر صفحات شال داده شده تا شیرها که F قرار گیرند، تنشهای ایجاد شده در مقطع به FE در محل هفت FE (ربع

برشی ضرایم برد. برسم بر حسب آنکه پیچ و شیارها نیز از آن

می توان نتیجه گرفت در صفحه مقطع مقدار نیروی P حاصله مقدار نیروی

F است. برای حالت تنش برشی متوسط ضرایم در است:

$$\tau_{av} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A}$$

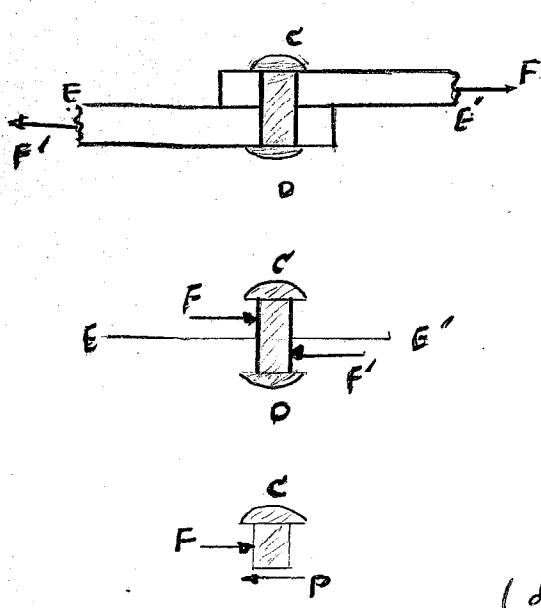
در جایی که در نظر گرفته شد از نوع یک برش یا برش ساده (single shear)

چون است. شرایط بارگذارد دیگری را نیز می توان در نظر گرفت.

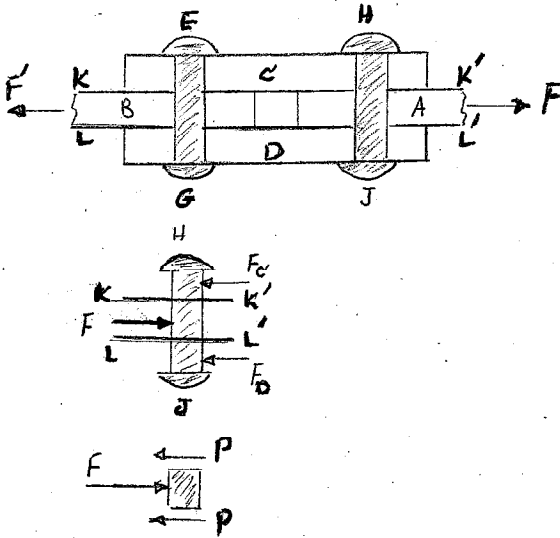
بعنوان مثال اگر صفحات B در D برای اتصال هفت A و B

یک برش تنش برشی در هفت KK و LL وجود خواهد داشت

پیچ در این حالت در وضعیت برش مضاعف قرار دارند (double shear)



(شکل ۱)



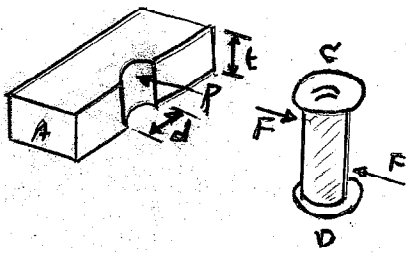
به منظور تعیین تنش برشی متوسط در هر صفحه و ترکیب آنرا در پیچ را رسم می‌کنیم. همچنین متسی از پیچ که بین دو صفحه واقع می‌شود. مشاهده می‌گردد مقدار نیروی P در هر صفحه برابر $P = \frac{F}{2}$ خواهد بود در این صورت

$$\tau_{av} = \frac{P}{A} = \frac{F}{2A}$$

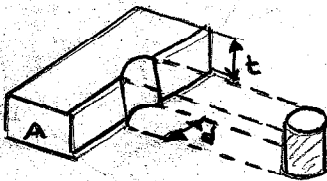
Bearing stress

۱-۴- تنش تکلیک‌گاهی (لغزگی)

بسیار، پسها در پیچها در لغزگی در اعضا می‌آیند که آنرا می‌توانیم به این تنش در سطح تماس (Bearing surface) بچسبوی آنیم.



در هنگام اتصال دوباره صفحات A و B را در یک پیچ پیچ می‌کنیم. مقدار متوسط لغزگی در هر صفحه P برابر F را در هر صفحه A اعمال می‌آید. نیروی P نتیجه نیروهای F است که در سطح داخلی شیب پیچ در قطر d و طول t برابر لغزگی صفحه و اثر می‌آیند. این دو به این شکل توزیع این نیروها کاملاً یکنواخت است، در عمل نیز مقدار متوسط این تنش معبر است σ_b و آنرا در لغزگی در هنگام اتصال تنش لغزگی (bearing stress) خوانند که در این تنش به جهت تقسیم نیروی P در سطح



تساوی مقدار پیچ در یک صفحه است. و تنش در این سطح برابر $t \cdot d$ در هر یک از صفحات صفحه که قطر پیچ در آن است

$$\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{td}$$

۱-۵- کاربرد آنالیز سازه‌ها ساده Application to the Analysis of simple structures

آنچه در مریضه کار داریم که امکان می‌دهد تنش در اتصالات ساده در سازه و جبرود کرد

۱. حالت تنش عمودگ در عضله (نیروی)

از این روش برای تعیین نیرو در هر عضو می‌توانیم. در مثال این موضوع بر سینه در سینه قرار دادیم که امکان می‌دهد

در مسائل دیگر ممکن است بر سینه محض کردن ترسیم آزاد در عضله و تعیین نیروها عکس العمل، اینجا نیز پیچ

این موضوع بر سینه معادلات تعادل زیر امکان می‌دهد

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_A = 0$$

(مسئله ۱)

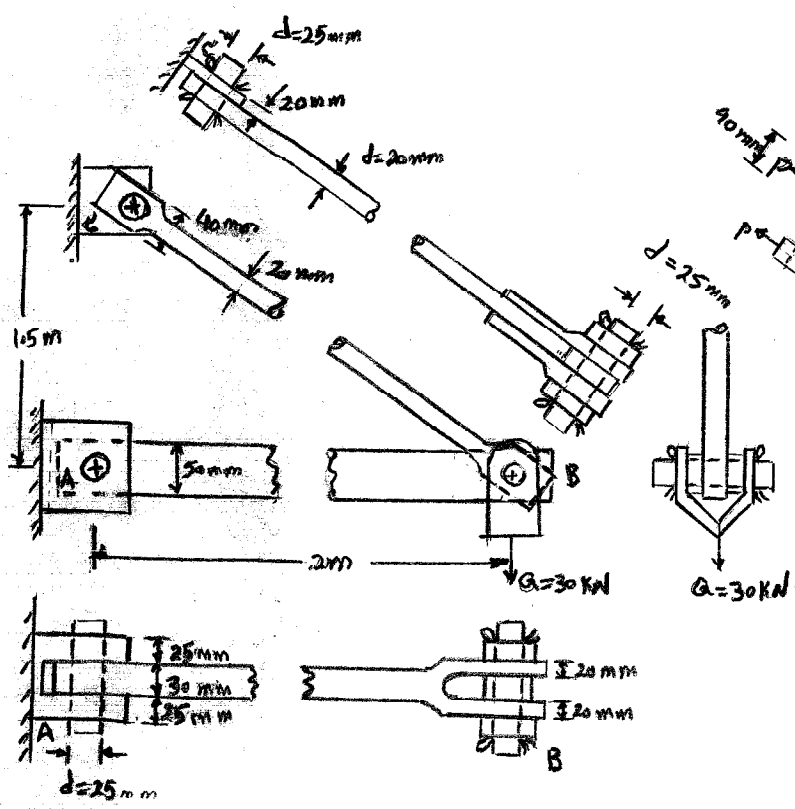
در جاییکه A یک نقطه در سازه است، نیروها در اعضاها در سازه ممکن است در سازه تقابل اعضاها مختلف است. در بعضی حالتها ممکن است از سازه در سازه تقابل اعضاها متفاوت است. در بعضی سازهها در سازه تقابل اعضاها متفاوت است.

معمولاً در سازهها برای اعضای مختلف از سازه تقابل اعضاها متفاوت است. در بعضی سازهها در سازه تقابل اعضاها متفاوت است. در بعضی سازهها در سازه تقابل اعضاها متفاوت است.

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (20 \times 10^{-3})^2}{4} = 314 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A} = 159 \text{ MPa}$$

از این سازه سطح بار و نیز در سازه تقابل اعضاها متفاوت است.



$$A = 20(40 - 25) = 300 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$(\sigma_{BC})_{end} = \frac{P}{A} = \frac{50 \times 10^3}{300 \times 10^{-6}} = 167 \text{ MPa}$$

مقدار تنش در سازه تقابل اعضاها متفاوت است. در سازه تقابل اعضاها متفاوت است. در سازه تقابل اعضاها متفاوت است.

مسئله ۱

حال که در محاسبه بارهای AB از این ایزوستات بر حسب مقدار در سمت اصلی ایزوستات در سطح درجه ۱

$$A = 30 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\bar{\sigma}_{AB} = - \frac{40 \times 10^3}{1.5 \times 10^{-3}} = -26.7 \text{ MPa}$$

از حساب به انتاج در محل سوراخ شدن صغیر است

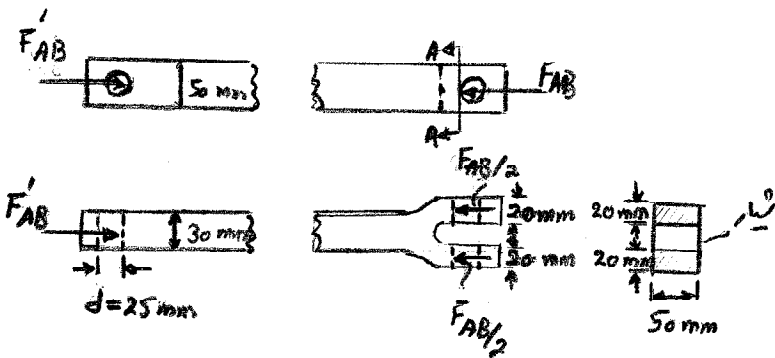
در دلیل آنکه در محاسبه نیروی F_{AB} در این محاسبه

سطح باز در محل سوراخ صغیر در محاسبه

اما با توجه به جهت و مقدار بارهای AB

$$A = 20 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} = 10 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\bar{\sigma}_{AB \text{ end}} = - \frac{F_{AB}/2}{A} = - \frac{40 \times 10^3}{2(10 \times 10^{-4})} = -20 \text{ MPa}$$



این مقدار تنش از مقدار تنش در مقاطع دیگر ایزوستات کمتر است زیرا بارهای AB در محلها که غیر از دو انتهای آن محاسبه می شود.

b. تعیین تنش برشی در اتصالات مختلف

برای تعیین تنش برشی در این اعضا ابتدا نیروها که در زوایا اعضا اعمال می شود را محاسبه می کنیم.

در محاسبه این تنش در مورد اتصال BC ابتدا نیروی محاسب می شود

در این نیرو مطابق شکل در این اعمال می شود. اگر هم مستقیماً بین زیر صفحه DD'

نیروی P در محل تقاطع اثر می کند. این نیرو لزوماً برابر 50 kN نخواهد بود.

برای سطح تقاطع بین ضامیم در است:

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{25 \text{ mm}}{2} \right)^2 = \pi (12.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 491 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

برای محاسبه تنش برشی در محل BC بین ضامیم در است:

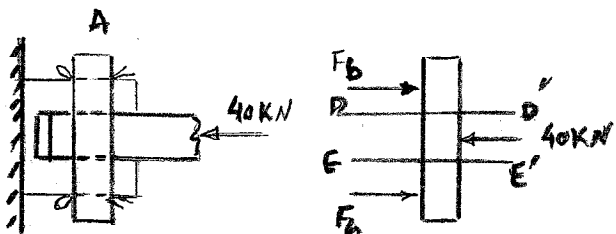
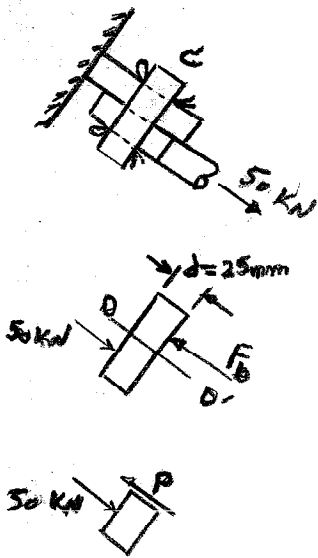
$$\tau_{av} = \frac{P}{A} = \frac{50 \times 10^3 \text{ N}}{491 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 102 \text{ MPa}$$

در محل اتصال A بعد از تعیین نیروی بارهای AB

مستقیماً بین DD' در صفحه DD'

و EE' واقع است در نظر می گیریم

در این صورت نیروی P برابر 20 kN خواهد بود.



(سؤال ۱)

برای تنش برشی متوسط مقطع حداکثر داریم:

$$\tau_{av} = \frac{P}{A} = \frac{20 \times 10^3 \text{ N}}{491 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 40.7 \text{ MPa}$$

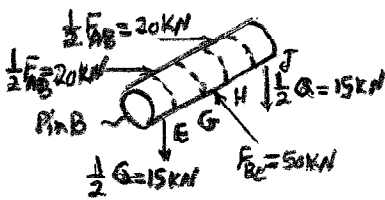
در هر دو بین B انتخاب به اینکه لزوماً از روی BC و AB، در بعضی عصبه شکل به این بین نیز اعمال می‌گردد

در پنج نایب روی بین قابل تشخیص می‌باشد. در مقطع E نیروی P_E برابر 15KN

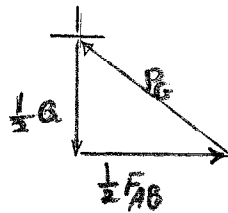
مطابق شکل اعمال می‌گردد. در جاییکه در مقطع G نیروی $P_G = 25 \text{ KN}$

اعمال می‌گردد. از آنجا که تفاوت بین لحاف اعمال نیرو در این دو حالت

در مقطع H در J همین مقدار نیز اعمال می‌گردد. برای مقطع G داریم



$$\tau_{av} = \frac{P_G}{A} = \frac{25 \times 10^3 \text{ N}}{491 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 50.9 \text{ MPa}$$



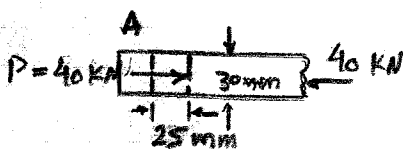
به تعیین تنش لهدی

برای تعیین تنش لهدی در بازوی AB، دیوار گرد

در مقابل A داریم: (روی ازوی AB)

$$\sigma_b = \frac{P}{td} = \frac{40 \times 10^3}{(30 \text{ mm})(25 \text{ mm})} = 53.3 \text{ MPa}$$

برای دیوار گرد

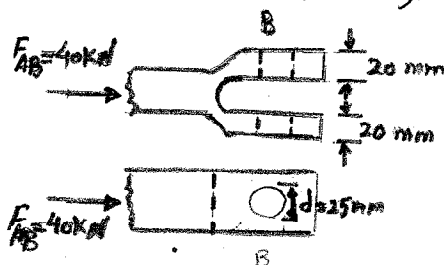
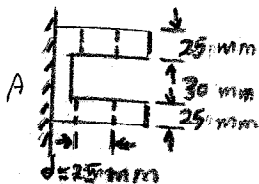
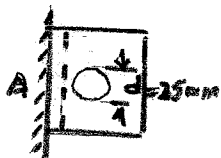


انتخاب به شکل برای کنترل نیروهای اعمالی زوایا بین

$$\sigma_b = \frac{P}{td} = \frac{40 \times 10^3 \text{ N}}{(50 \text{ mm})(25 \text{ mm})} = 32 \text{ MPa}$$

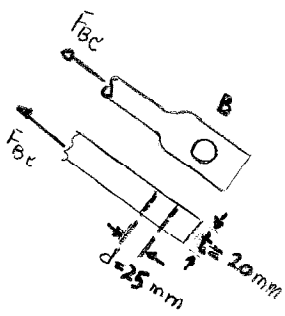
به حسن ترتیب انتقال تنش لهدی در بازوی AB در محل

انتقال B را نیز باید آورد (روی ازوی AB)



$$\sigma_b = \frac{40 \times 10^3 \text{ N}}{(2 \times 20 \times 25)} = 32 \text{ MPa}$$

(مسئله ۱)



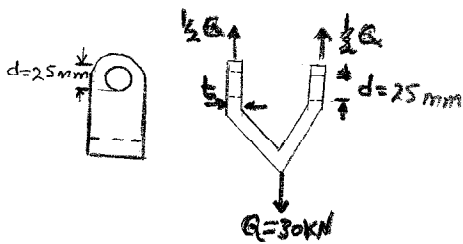
در بارزی F_{bc} در محل اتصال B

$$\sigma_b = \frac{F_{bc}}{t \cdot d}$$

$$\sigma_b = \frac{50 \times 10^3 \text{ N}}{(25 \text{ mm})(20 \text{ mm})} = 100 \text{ MPa}$$

با توجه به اینکه در بارزی F_{bc} در محل اتصال σ نیز شرایط هندسی بارز است
در انضیقات تنش لهدگی هم منقل الاضافه بود.

منها دیوار کوب نیز ضخامت t همی دلرد در انضیقات منقل تنش لهدگی t به عددنن داده است
در مورد اتصال σ شکل نیز عبارت به



$$\sigma_b = \frac{Q}{(2t)d} = \frac{30 \times 10^3}{(2t)(25 \text{ mm})} = \frac{600}{t} = \frac{600}{2 \times 10 \text{ mm}} = 30 \text{ MPa}$$

شکل منقل ۱۰۱: در شمشیر منقل داده شده است الای ABC دارای 9mm

فنی است و منقل پاشی دارای 6mm منقل است ۱۰۲. تستهای الای پاشی

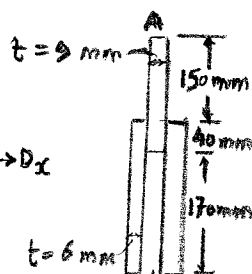
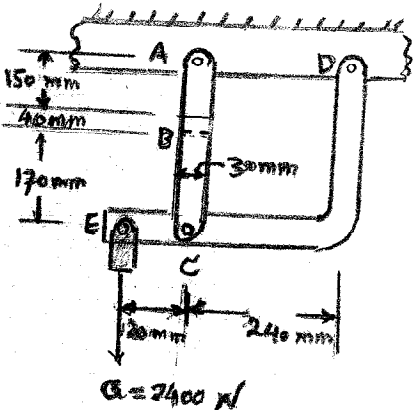
برای ۱۰۳ به هم منقل الای. بین در A دارای 9mm تقو در تقو σ

درای 6mm الای. مطرب σ تنش برشی در A

(b) تنش برشی در σ (c) بزرگترین تنش عمودی در بارزی ABC

(d) تنش برشی منقل در منقل اتصال B

(e) تنش لهدگی در بارز و در محل اتصال C



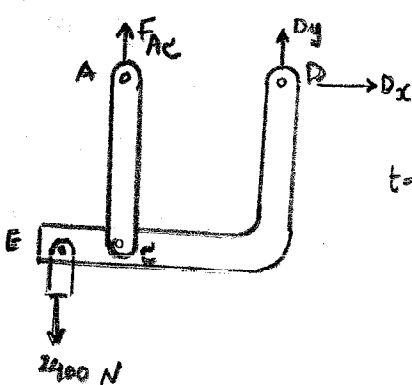
تایخ، ترسیب آزاد همی رارسم دلین

اتق به اینکه بارزی AC دو نیرو σ در انضیقات نیرو F_{AC}

در امتداد بارزی AC در انضیقات عمودی الای. همی منقل در منقل D

اتق به اینکه عند ED بر نیرو σ الای دو منقل نیرو D_x و D_y

کف منقل شده اند.

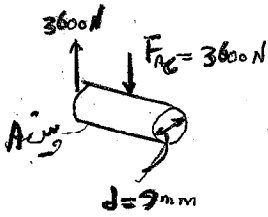


$\sum M_D = 0$

$$2400(360) - F_{AC}(240) = 0$$

$$F_{AC} = +3600 \text{ N (tension)}$$

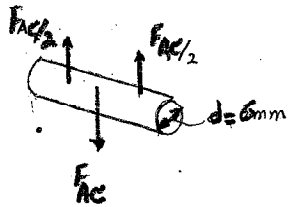
(مسئله ۱)



الف) تنش برشی در بین A

این بین دارای تنش برشی معمولی است که در این صورت:

$$\tau_A = \frac{F_{AC}}{A} = \frac{3600 \text{ N}}{\frac{1}{4}\pi (9 \text{ mm})^2} \quad \tau_A = 56.6 \text{ MPa}$$



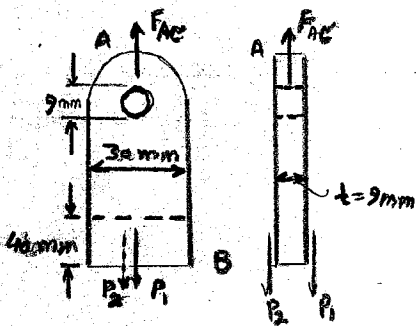
ب) تنش برشی در بین B

این بین دارای تنش برشی مضاعف است

$$\tau_B = \frac{F_{AC/2}}{A} = \frac{1800}{\frac{1}{4}\pi (6 \text{ mm})^2} \Rightarrow \tau_B = 63.7 \text{ MPa}$$

ج) بزرگترین تنش عمودی در بارزگی ABC

بزرگترین تنش عمودی در کدهایترین سطح مقطع اتفاق می افتد. در سطح مقطع A سوراخ به قطر 9mm پیش بینی شده است



$$\bar{\sigma}_A = \frac{F_{AC}}{A_{net}} = \frac{3600 \text{ N}}{(9 \text{ mm})(30 \text{ mm} - 9 \text{ mm})} = \frac{3600 \text{ N}}{189 \text{ mm}^2}$$

$$\bar{\sigma}_A = 19.05 \text{ MPa}$$

در محل اتصال ج

$$\bar{\sigma}_C = \frac{P}{A} \quad A = \frac{1}{2}(30-6)(6)$$

$$\rightarrow \bar{\sigma}_C = \frac{3600/4}{\frac{1}{2}(30-6)(6)} = 12.5 \text{ MPa}$$

د) تنش برشی متوسط در B

در محل اتصال B دو نیروی برشی در دو درون سطح AB وجود دارد

$$\tau_B = \frac{P_1}{A} = \frac{1800 \text{ N}}{(30 \text{ mm})(40 \text{ mm})} \quad \tau_B = 1.5 \text{ MPa}$$

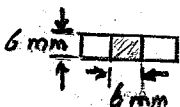
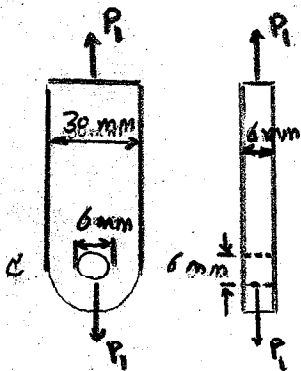
$$\tau_B = 1.5 \text{ MPa}$$

ع) تنش عمودی در محل C

در سمت راست یک نیروی برشی P1 وجود دارد در سطح خنجر (6mm)(6mm)

$$\bar{\sigma}_B = \frac{P_1}{A} = \frac{1800 \text{ N}}{36 \text{ mm}^2} \quad \bar{\sigma}_B = 50 \text{ MPa}$$

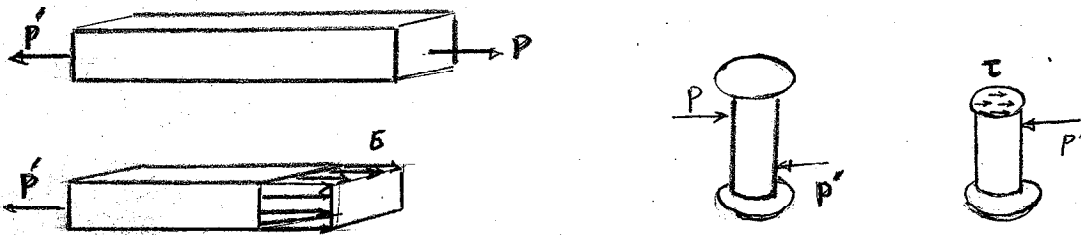
$$\bar{\sigma}_B = 50 \text{ MPa}$$



(نقشه ۱)

۱-۶ تنش در عضو کامیل در بارگذاری توری

در بخشها قبلی دیدیم که نیروی توری روی یک عضو توری سبب ایجاد تنش عمودی در عضو گردد. در حالت تیرها توری در بین دو پرچ سبب ایجاد تیرها برشی در عضو گردد. بدلیل ارتعاشی تیرها توری در بخشها عمودی تیرها عمودی تنش برشی وجود داشت این تنشها در صفحات عمود بر محور عضو انتقال میدهد و گسترده میشوند.



در این بخش میفهمیم دیدیم که تیرها که توری سبب ایجاد تنش عمودی در برشی در صفحات عمود بر محور عضو گردند همچنین بکارش به تیرها که عرضی در اتصالات سبب ایجاد تنش عمودی در برشی در صفحات عمود بر محور اتصال گردند برای این منظور عضو تیرها که بر آن تیرها P و P' اعمال شده اند را در نظر بگیریم.

برشی تحت زاویه θ را مطابق شکل نسبت به صفحه عمودی در نظر بگیریم

و ترسیم آزاد است که سبب را رسم کنیم. باید حسب به تقاطع دل این نکته در توزیع نیروها که فوشر روی مقطع لازم است برابر P است.

آنچه در تیرها P به درندند F در V بترتیب عمود و موازی بر مقطع ضمیمه است

$$F = P \cos \theta \quad V = P \sin \theta$$

نیروی F، برآیند توزیع نیروی عمودی در تیری V بر تیرها که موازی

روی مقطع هستند. مقدار متوسط تنشها عمودی و برشی متساوی این

تیرها مطابق توضیحات قبل عبارتند از:

$$\sigma = \frac{F}{A_{\theta}} \quad \tau = \frac{V}{A_{\theta}}$$

با اینکه تیرها موازی F در V از رابطه فوق دانسته میشود

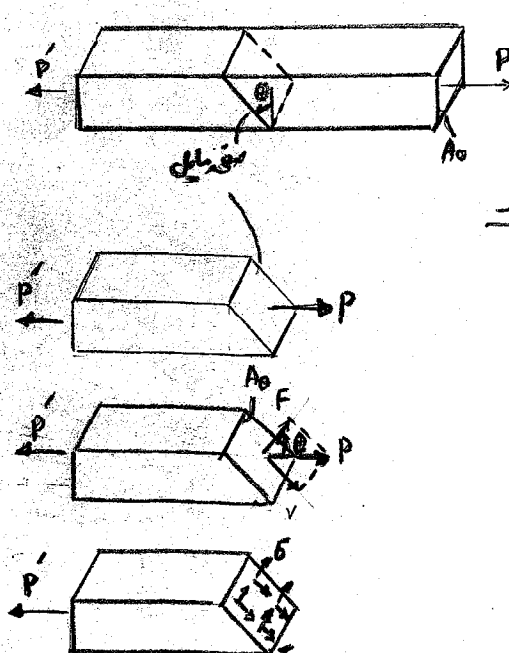
در تیرها A_{θ} نشان دهنده سطح مقطع عمود بر محور عضو است، ضمیمه است:

$$\sigma = \frac{P \cos \theta}{A_0 / \cos \theta}$$

$$\tau = \frac{P \sin \theta}{A_0 / \cos \theta}$$

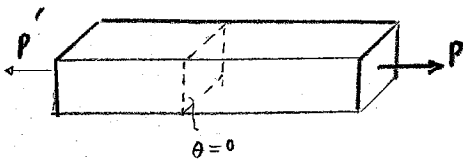
$$\sigma = \frac{P}{A_0} \cos^2 \theta$$

$$\tau = \frac{P}{A_0} \sin \theta \cos \theta$$



(مسئله ۱)

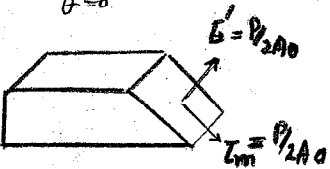
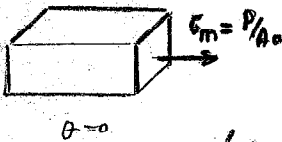
با توجه به رابطه فوق مقدار تنش عمودی در $\theta = 0$ حاصل می‌گردد
 به عبارتی دیگر این تنش در صفحه عمود بر محور عضو مقدار تنش ضامن می‌گردد
 در جهت صفحه میل لنگ می‌گردد $\theta = 90^\circ$ گردد. ابتدا حسب رابطه فوق
 برای $\theta = 0$



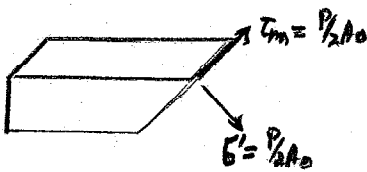
$$\sigma_m = \frac{P}{A_0}$$

که همان مقدار تنش عمودی مطابق توصیفات قبلی می‌باشد

ابتدا حسب رابطه تنش برشی همان مقدار دادیم مقدار این تنش در صفحه
 عمود بر این $\theta = 0$ و $\theta = 90^\circ$ برابر صفر می‌گردد ولی در صفحه
 $\theta = 45^\circ$ مقدار تنش ضامن صاف می‌گردد



$\theta = 45^\circ$



$\theta = -45^\circ$

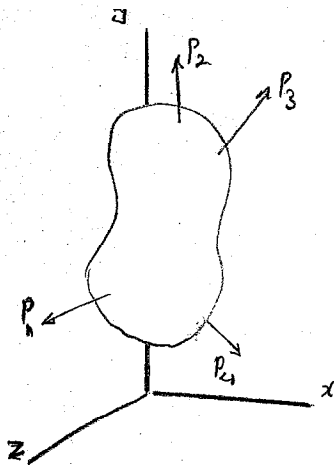
$$\tau_m = \frac{P}{A_0} \sin 45^\circ \cos 45^\circ = \frac{P}{2A_0}$$

در همین صفحه ابتدا حسب رابطه تنش عمودی

$$\sigma' = \frac{P}{A_0} \cos^2 45^\circ = \frac{P}{2A_0}$$

که در اینصفحات ما تنش برشی یکسان می‌گردد

با توجه به نتایج فوق برای یک نوع بارگذاری معین همان مقدار تنش عمودی را با ترکیب تنش عمودی در برشی را معیار هم‌زمان
 داشت این دو معیار را نسبت به زاویه صفحه مقطع می‌گردد



۱-۷ تنش در حالت بارگذاری کلی، مؤلفه‌های تنش

مطابق با آنچه در بخش قبلی گذشته ملاحظه می‌کنیم بارگذاری کلی در این حالت
 را با بارگذاری عرضی در اینصورت می‌بینیم. اما اغلب اینصورت را می‌توان
 تحت تأثیر بارگذاری همگنی نام برد

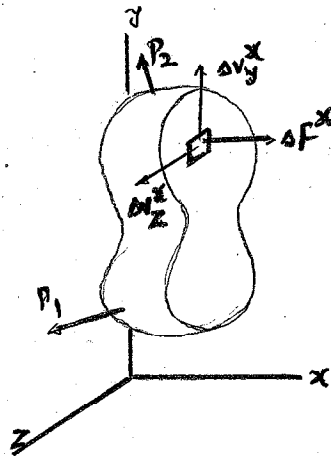
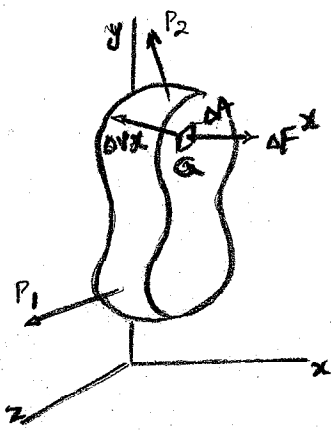
حسب رابطه σ و τ بارگذاری کلی P_1 و P_2 در نقطه A که
 برای تعیین تنش ایجاد شده نتیجه این بارگذاری در هر نقطه A

داخل جسم است با استفاده از نقطه A عبور می‌دهیم این محور را

محور x می‌نامیم در نقطه A که در هر نقطه A قرار می‌گیرد در هر نقطه A که در هر نقطه A

در داخل مقطع در هر نقطه A که در هر نقطه A قرار می‌گیرد در هر نقطه A که در هر نقطه A

ΔA که نقطه A را احاطه کرده است، در نظر می‌گیریم. در هر نقطه A که در هر نقطه A



در صفحه عمودی بر محور x می باشد.
 نیز در ΔF^x نسبت مشخصی دارد اما نیروی
 ΔV^x در هر جهتی می تواند باشد. در اینصورت
 این نیروها در راستای دو محور y و z
 بصورت ΔV_y^x و ΔV_z^x دین می باشد
 چنانچه مقدار هر نیرو را بر ΔA تقسیم کنیم

و مقدار ΔA را به سمت صفر میل دهیم، فواصل ΔA را

$$\sigma_x = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F^x}{\Delta A}$$

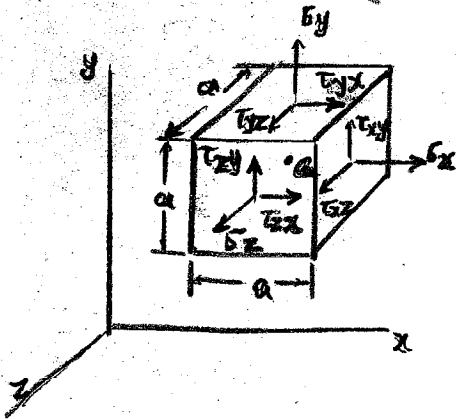
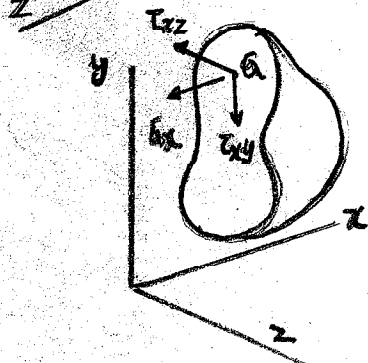
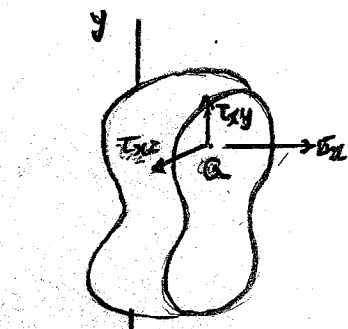
$$\tau_{xy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta V_y^x}{\Delta A}$$

$$\tau_{xz} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta V_z^x}{\Delta A}$$

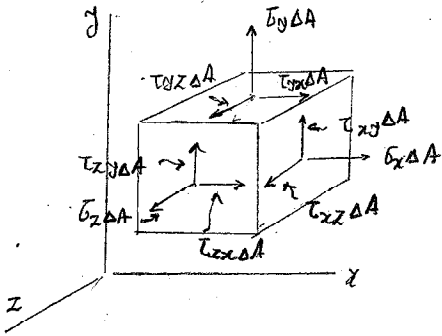
توجه کنید که در اولین اندیس هر σ یا τ نشان دهنده
 جهت تنش در صفحه ای که عمود بر محور x می باشد. در دین اندیس
 نشان دهنده جهت مؤلفه ای است.

تنش عمودی σ_x نسبت است اگر جهت بر دار جهت مثبت محور x
 می باشد. همچنین مؤلفه تنش برشی τ_{xy} و τ_{yx} نسبت به هم
 اگر جهت بر دارها به ترتیب جهت مثبت x و y باشند
 همین آنگاه برای جهت منفی x نیز قابل بیان می باشد
 همان مقدار است اگر جهت مخالف قابل بیان برای نیروی عمودی و برشی
 ΔF^x ، ΔV_y^x و ΔV_z^x باشد پس این همان مقادیر تنش وجود
 خواهد داشت. در سه جهت مثبت برای σ_x ، τ_{xy} و τ_{xz}
 در جهت منفی محورهای y ، z و x خواهد بود.

با عبور از همگامی به عبارات صفحه xy و از نقطه Q عبارت می
 شود σ_y ، τ_{yx} و τ_{yz} و τ_{xy} ، τ_{yx} و τ_{yz} است. در آن
 ابعاد عمودی z عبارات صفحه yz از نقطه Q مؤلفه σ_z
 τ_{zx} و τ_{zy} می باشد.



(فصل ۱)



برای هر یک از اجزای کوچک در نقطه a یک مکعب کوچک را
 اگر فرض کنیم نقطه a در نقطه (x, y, z) در فضای سه بعدی قرار دارد.
 مؤلفه‌های تنش مطابق شکل در دل مؤلفه‌های تنش عمود بر
 و تنش برشی $\tau_{yz}, \tau_{zy}, \tau_{xz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}, \tau_{yx}$ و $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$

ابتدا به تعریف تنش برشی τ_{xy} مؤلفه‌ای از تنش در صفحه عمود بر محور x در جهت محور y در همین ترتیب
 τ_{yx} مؤلفه‌ای از تنش در صفحه عمود بر محور y در جهت محور x است. از آنجا که در یک نقطه هر دو
 از یک جهت عمود بر z مؤلفه‌های تنش در صفحه‌های دیگر مؤلفه‌ها برابر و مخالف جهت هستند.
 تنش‌ها که عمود بر صفحات در جهت یکی از جهت‌های تنش نقطه a متعامت قرار دارند، در این خطا نیستند و قابل فراموشی
 می‌باشد مگر در موارد خاص.

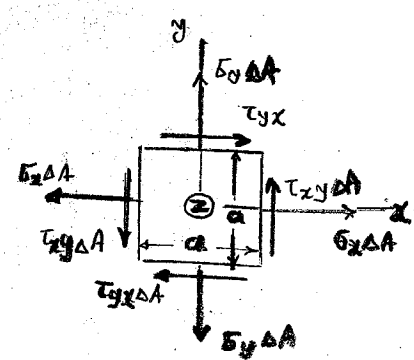
با توجه به این بین مؤلفه‌های تنش برشی τ_{xy} و τ_{yx} در این جهت قرار دارند. در نظر گرفتن ترسیم آزاد مکعب کوچک در نقطه a
 مقادیر نیروهای عمود بر برشی اجزا مختلف مؤلفه‌های تنش متعامت قرار دارند در مقطع سطح مقطع ΔA در جهت x و y
 در نظر گرفتن مؤلفه‌ها در نقطه a در این صورت است:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad \sum F_y = 0 & \quad \sum F_z = 0 \\ \sum M_x = 0 & \quad \sum M_y = 0 & \quad \sum M_z = 0 \end{aligned}$$

ابتدا به این نکته توجه کنید که برای هر یک از صفحات در جهت z در شکل نشان داده شده در حد تعادل نیروها هم‌زمان
 اعتبار دارد. بنابراین ابتدا $\sum M_z = 0$ را در نظر بگیرید. برای این منظور
 تعریف مکعب را در صفحه xy در نظر بگیرید. در این صورت مطابق شکل تنش‌ها بر روی
 ایجاد گشتاور حول محور z خواهند نمود. این نیروها ایجاد دگرگونی در جهت تنش
 عمود بر یکدیگر در طول z در جهت xy خواهند نمود. در این صورت

$$\sum M_z = 0 \quad (\tau_{xy} \Delta A) a - (\tau_{yx} \Delta A) a = 0$$

بنابراین این موضوع



$$\tau_{yx} = \tau_{xy}$$

طبق این رابطه مؤلفه‌های تنش برشی در صفحه عمود بر محور z با مؤلفه‌های تنش
 برشی در صفحه عمود بر محور x و y یکسان خواهند بود.

(مضامین ۱)

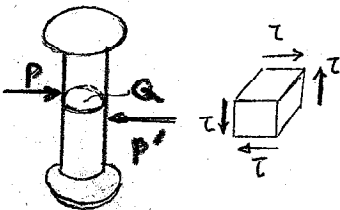
تغییرات در خواص دانه

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

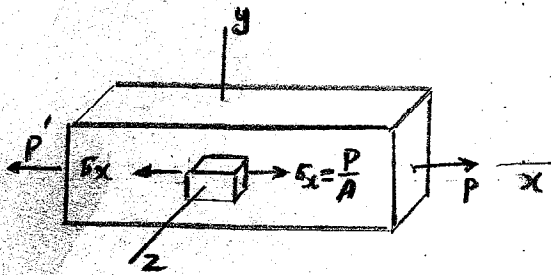
تغییرات در خواص دانه برای تعیین تنش در یک نقطه اندک اندک است.

تنش در یک نقطه عبارتند از σ_x ، σ_y ، σ_z ، τ_{xy} ، τ_{yz} ، τ_{zx} .

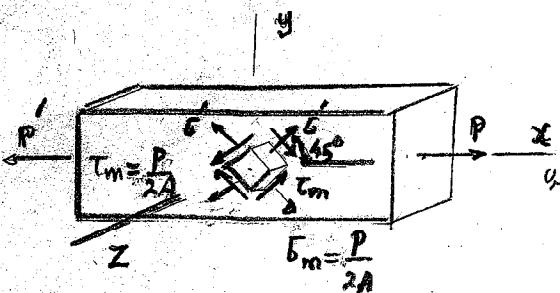
همچنین این تغییرات است که در یک نقطه تنش برشی می تواند تنها در یک صفحه وجود داشته باشد. بنابراین مقدار تنش برشی در صفحه ای محدود به مقدار تنش عمود بر آن صفحه است. در نقطه ای که در یک صفحه تنش عمود بر آن صفحه در سطح این صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه تنش عمود بر آن صفحه.



تغییرات تنش عمود بر آن صفحه، هم در آن صفحه و هم در صفحه عمود بر آن صفحه. بنابراین تغییرات تنش عمود بر آن صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه.



تغییرات تنش عمود بر آن صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه. بنابراین تغییرات تنش عمود بر آن صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه.



تغییرات تنش عمود بر آن صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه. بنابراین تغییرات تنش عمود بر آن صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه.

تغییرات تنش عمود بر آن صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه. بنابراین تغییرات تنش عمود بر آن صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه.

۱۰۸ تنش عمود بر محور و تغییرات تنش

در یک نقطه تنش عمود بر آن صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه. بنابراین تغییرات تنش عمود بر آن صفحه در صفحه عمود بر آن صفحه.

۱- آنالیز سازه ها در مورد تغییرات تنش و تغییرات خواص دانه، به منظور تعیین کردن رفتار آن تحت بارگذاری است.
۲- طراحی (design) سازه ها از اجزای مختلف است. بنابراین، تغییرات تنش در سازه ها از اجزای مختلف است.

(فصل ۱)

مت عدال ضریب ایمنی (Factor of safety) خوانده می شود.

$$\text{Factor of safety} = F.S. = \frac{\text{ultimate load}}{\text{allowable load}}$$

در بسیاری از شرایط یک رابطه ای بین بار و استرس وجود دارد. در این صورت برای ضریب ایمنی فرمول است:

$$\text{Factor of safety} = F.S. = \frac{\text{ultimate stress}}{\text{allowable stress}}$$

تعیین ضریب ایمنی برای کاربرد در مختلف یکی از مسائل مهم مهندسی است. لزیم است ضریب ایمنی صلی که بزرگ انتخاب شود اما آن زوال زیادی در وزن و دیگر ضریب ایمنی ضریب بزرگ انتخابی است. در نتیجه برای عمر مفید و غیر عملی است. انتخاب ضریب ایمنی مناسب برای یک کاربرد معین به تعدادی معنی برای آن بستگی دارد.

۱- تغییراتی که در خصوصیات ماده اتفاق افتد. تریب، مقاومت و اجزاء مواد تحت تغییرات کوچکی در طول مدت قرار گرفتن. علاوه بر خصوصیات ماده ممکن است تغییراتی در خواص آن مشاهده کنیم. بنابراین می توانیم بگوییم که در طول طول عمر ماده، احتمال دارد آن به صورت آهسته.

۲- تعداد بارگذاریها که در طول عمر سازه یا ماشین در آن اعمال می شود. برای بیشتر مواد تنش چگال با تعداد بارگذاریها کاهش می یابد. این پدیده تحت عنوان حسگی خوانده می شود و همچنین در رفتار خستگی است و پدیده شکست ناشی از آن است.

۳- نوع بارگذاریها که پس از شروع در وادی. البته نوع بارگذاریها به صورت تعیینی قابل تعیین هستند برای بارگذاریها تنش کششی و سیکلی، ضریب ایمنی تعیین می شود.

۴- نوع زوالی که در نتیجه اتفاق افتد. مواد ترد (Brittle Material) بعد از آنکه در طول زمان و بدون علامت در حال بروز شکست و دچار زوال می شوند. از طرفی مواد نرم مانند فولادها که با گذشتن طولانی قبل از زوال دچار شکست تغییر ایمنی تحت عدال تسلیم (yielding) می شوند که اظهارات برای زوال قطعاً است. هر چه ضریب ایمنی در بارگذاریها بزرگتر باشد، پدیده ها ناخواسته کمتر می شود تا آنکه شکست بعد از آنکه اتفاق افتد. ضریب ایمنی زوال ناگهانی وجود داشته باشد ضریب ایمنی بزرگتری اختیار می شود در نتیجه ایمنی که در ابتدا در نظر گرفته شده است در نتیجه مشخص می شود.

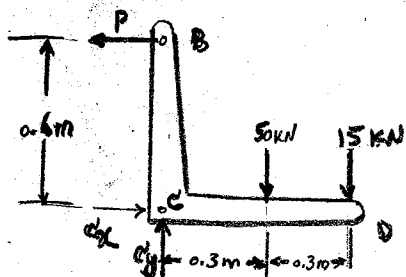
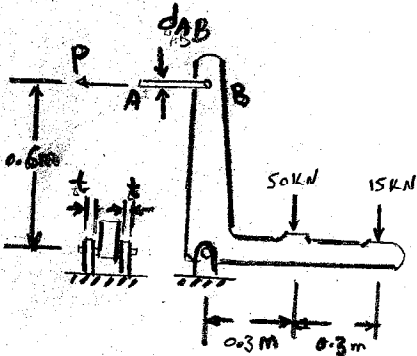
(محل ۱)

- ۵- عدم اطمینان در روش آسانیزه. تا آرد سنجی های سستی بر فرضیات ساده کننده ای استوار است در نتیجه مقدار تنش های سازه تقریبی از تنش های واقعی می باشد
- ۶- زوال آهسته از نگهداری نادرست و ابعاد نامناسبی که تعیین تأثیر آنها بر زوال بسیار دشوار است و قابل بیاب نیست در این حالت از ضد زوب اطمینان بالاتر است (استفاده از زوب)
- ۷- اطمینان که در استحکام سازه نقصان سازه را نشان ندهد از ضد زوب اطمینان بیشتر است که بر خود دارد است

علاوه بر نکته مذکور ملاحظات دیگری در مورد خطرات حقایق دائمی شکست وجود دارد. روشی شکست خفیف است که نوار استه است و در بعضی موارد در سازه است (در محاسبات ضد زوب استه که در سازه استفاده می شود). سازه ای که ملاحظه عملی دیگر وجود دارد در آن اینگونه یک طرح دقیق است که در صورتی کار کند که ضد زوب استه آن بیش از اندازه بزرگ باشد مثلاً ضد زوب استه را در زمین زلزله ای که سازه ای قابل قبولی در سازه است. در بیشتر کاربردها، سازه های ضد زوب استه در محاسبات و طرح آیین نامه های دارد می شود. این آیین نامه ها توسط هیئت های از صنعت استوار شده که با مباحث و مذاکره، صنایع یا بندها را در سازه کار می کنند.

مسئله شماره ۱۰۲

در زیر مطابق شکل یک عضو سازه اعمال می شود. الف) دانسیتمی سازه کنترل AB از فولاد A36 است که تنش مجاز آن ۶۰۰ MPa است و در مورد مطلقاً تغییر شکل برای آنکه ضد زوب استه آن برای زوال ۳-۳ است (b) بیش از حد فولاد است که در سازه تنش مجاز ۳۵۰ MPa است مطلقاً تغییر شکل در مقدار استه ضد زوب اطمینان است به بیش از ۳-۳ است (c) مطلقاً ضعیف است لازم کنید که عضو در کل به ضعیف تنش لغزیدگی کار از فولاد استه است ۳۰۰ MPa است



در سازه آیزو عضو سازه BCD. عکس العمل در نقطه C برای در مقدار C_x و C_y است.

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0 : & \quad P(0.6m) - (50kN)(0.3m) \\ & \quad - (15kN)(0.6m) = 0 \\ \rightarrow & \quad P = 40kN \end{aligned}$$

(محل ۱)

$$\sum F_x = 0 : C_x = 40 \text{ kN}$$

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = 76.3 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : C_y = 65 \text{ kN}$$

نکته: بار کنترل AB در بند مذکور است. تنش مجاز عبارت است از:

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{F.S.} = \frac{600 \text{ MPa}}{3.3} = 181.8 \text{ MPa}$$

برای $P = 40 \text{ kN}$ سطح مقطع مورد نیاز عبارت است از:

$$A_{req} = \frac{P}{\sigma_{all}} = \frac{40 \text{ kN}}{181.8 \text{ MPa}} = 220 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_{req} = \frac{\pi}{4} d_{AB}^2 = 220 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \rightarrow d_{AB} = 16.74 \text{ mm}$$

تنش برشی در سیم:

برای سیم ۳-۳، ضرایب در انت ۱

$$\tau_{all} = \frac{\tau_u}{F.S.} = \frac{350 \text{ MPa}}{3.3} = 106.1 \text{ MPa}$$

برای سیم ۳-۳، ضرایب در انت ۱

$$A_{req} = \frac{C/2}{\tau_{all}} = \frac{(76.3 \text{ kN})/2}{106.1 \text{ MPa}} = 360 \text{ mm}^2$$

$$A_{req} = \frac{\pi}{4} d_c^2 = 360 \text{ mm}^2 \rightarrow d_c = 21.4 \text{ mm}$$

برای استاندارد در دین استاندارد قرار داده شد

حجم کلیدگاه ۵

برای استاندارد $d_c = 22 \text{ mm}$ در کلیدگاه برای سیم ۳-۳

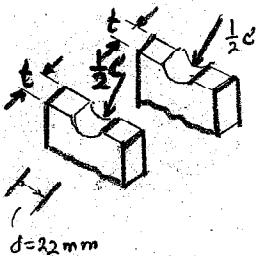
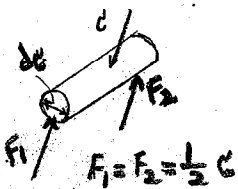
برای سیم این در سطح کلیدگاه $22t$ خواهد بود. نکته: آشپز کلیدگاهی $C/2$ برای سیم

$$A_{req} = \frac{C/2}{\sigma_{all}} = \frac{(76.3 \text{ kN})/2}{300 \text{ MPa}} = 127.2 \text{ mm}^2$$

نمبر این ۱

$$22t = 127.2 \rightarrow t = 5.78 \text{ mm}$$

که در عمل $t = 6 \text{ mm}$ استاندارد خواهد بود



فصل دوم

تشن و کرنش

بارگذاری محوری

(مفصل ۲)

stress and strain - Axial Loading

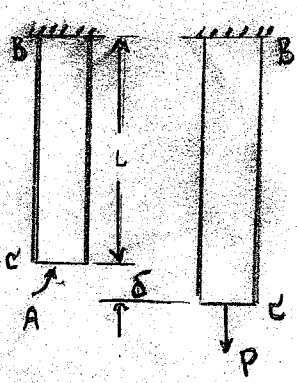
تنش و کرنش - بارگذاری محوری

2.1. Deformations, concept of strain

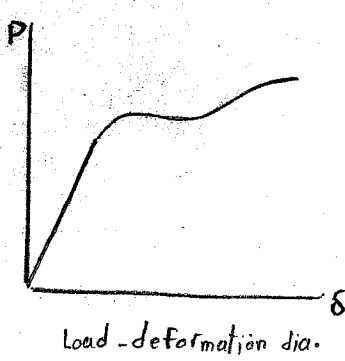
۲.۱ - تغییر شکل، مفهوم کرنش

در بخش ۱ آنالیز تنش در عضوهای مختلف، همچنین اعتدالات تحت بارگذاری در یک سازه ما را با این صورت پذیرفتیم. هدف این واقعیت و این اعتدالات به همراه تغییر شکل در سازه ما را با این صورت پذیرفتیم. جنبه مهم دیگر در آنالیز و این سازه ما را با تغییر شکل (deformation) یا تغییر شکل (deformation) است. در این تغییر شکل، بزرگ که از عملکرد کامل سازه برای منظره‌ها و این سازه، و این تغییر شکل پذیر است. همچنین آنالیز تغییر شکل به تعیین تنش کمک می‌کند. علاوه بر این، امکان وجود دارد که سازه‌ها اعضای مختلف سازه به سبب کاربرد در این استاتیک ممکن گردند. به این دلیل که استاتیک موزن سازه‌ها غیر تغییر شکل پذیر است. در نظر گرفتن سازه‌ها که تغییر شکل پذیر (deformable) و آنالیز تغییر شکل در اعضا مختلف این امکان را می‌دهد و در آن سازه‌ها استاتیک نامعین (statically indeterminate) را می‌توانیم. همچنین تفاوت در داده‌ها در توزیع تنش در یک عضو معین به سبب استاتیک نامعین است. حتی اگر سازه در عضو تعیین شده است. به منظر تعیین توزیع تنش واقعی در یک عضو در یک تغییر شکل در سازه‌ها، ضروری است.

برای این منظر از یک BC به طول L و سطح مقطع A که در B آویخته است را در نظر بگیریم.



چون بار P به استقامت اعمال گردد سبب افزایش طول خواهد بود. چون مقدار P (با اعمال P) را در مقابل تغییر شکل δ رسم کنیم یک دیاگرام سبب-تغییر شکل به دست خواهیم آمد. این دیاگرام شامل اطلاعات مفیدی است آنالیز سبب تحت تغییر شکل P و نیز بدانند بعد از ستیم برای تعیین تغییر شکل سبب δ با ابعاد دیگر یکبار رود. همچنین می‌توانیم که اگر تغییر شکل δ ایجاد شده در بار P در سبب سبب P تحت بارگذاری $2P$ سبب تغییر شکل در سبب 2δ حاصل طول L و A با



سطح مقطع $2A$ در طول L به دست می‌آید. چون $\delta = \frac{P}{A}$ برای $2P$ در $2A$ و L ثابت است. از جانب دیگر چون $\delta = \frac{P}{A}$ در $2P$ در $2A$ و L ثابت است. اعمال کرده تغییر شکل سبب 2δ خواهد بود که در این صورت در برابر تغییر شکل سبب 2δ خواهد بود. آن در هر دو حالت تغییر شکل برآورد و δ سبب P در $2A$ خواهد بود. این نسبت (strain) کرنش خوانده می‌شود و با ϵ نشان داده می‌شود.

داده می‌شود.

مسئله ۲

بار هم $\sigma = P/A$ و $\epsilon = \delta/L$ یعنی به استقامت آن که جزء خصوصیات مادی ماده است و در دست به ابعاد هندسه ای بسته شده نخواهد بود. این یعنی دیاگرام تنش - کرنش (stress-strain diagram) خوانده می شود که اجزای آن بسته به بار و جهت ظاهر می شود.

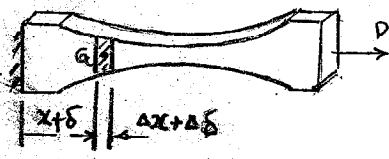
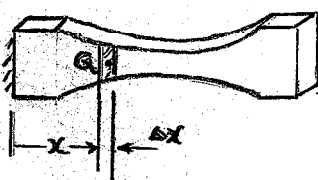
۲-۲ - کرنش عمودی تحت بارگذاری محوری Normal strain under Axial Loading

در سازه ای از جنس BC در یک قبل دایره سطح مقطع A دارد در این صورت متناهی کرنش عمودی ϵ در طول میلگرد متناهی است. P/A را اضافه می کنند. بنابراین متناهی ϵ تغییر شکل δ در طول L یا خواهد بود.

در هر دو عنصر که سطح مقطع آن تغییر می یابد در این صورت متناهی کرنش عمودی $\epsilon = \delta/L$ در طول عنصر تغییر خواهد کرد در این صورت عنصر را کرنش در نقطه A قابل تغییر می باشد. برای این منظور الانی به طول Δx (در حالت تغییر شکل یافته) را در نظر می گیریم. با در نظر گرفتن δ بعد از آن تغییر شکل اول در سنج بارگذاری متناهی کرنش در نقطه A به شکل زیر قابل تغییر خواهد بود. در حالت عمودی کرنش عمودی در نقطه A (normal strain at point) خوانده می شود.

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \delta}{\Delta x} = \frac{d\delta}{dx}$$

در حالتی که عنصری به طول L در آن سطح مقطع A ثابت است متناهی کرنش ϵ ثابت خواهد بود در مسافتی که برابر L است و داریم با تقسیم آن تغییر شکل بر طول L به دست می آید که رابطه فوق نیز به دست آمده همین مسافت L است



$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

اینجا به این تغییر شکل در طول L هم بعد از آنکه متناهی کرنش ϵ در تمام طول تغییرات آن نسبت به L (یا δ به $\Delta \delta$) برابر یک ثابت می باشد خواهد بود.

به عنوان مثال فرض می کنیم طول $L = 0.6 \text{ m}$ و سطح مقطع $A = 150 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ چهار تغییر شکل $\delta = 150 \times 10^{-6} \text{ m}$ می گردد. برای مقدار کرنش متناهی این بارگذاری خواهیم داشت:

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{150 \times 10^{-6} \text{ m}}{0.6 \text{ m}} = 250 \times 10^{-6} \text{ m/m} = 250 \times 10^{-6}$$

که مقدار آن در فرم میکرومتر متناهی $\delta = 150 \mu\text{m}$ نیز بیان می شود که در این صورت

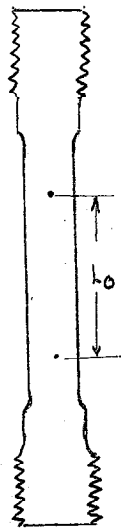
$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{150 \mu\text{m}}{0.6 \text{ m}} = 250 \mu\text{m/m} = 250 \mu$$

در حالت عمودی 250 میکرون (microns) خوانده می شود.

مصل ۲

۲-۳) دیاگرام تنش - کرنش

محصولات مبتداً این ماده دیاگرام تنش - کرنش یکی از خصوصیات مهم در داده می باشد. برای تهیه این دیاگرام معمولاً از روش آزمون کشش یک نمونه ماره، استفاده می شود. یک نوع از نمونه در شکل نشان داده شده است. سطح مقطع صحت سلیز را میزنند بعد از آن سطح مقطع صحت و دو نشاند روی این سمت در یک ناصبه h_0 از یکدیگر کشیده میزنند. h_0 معیار طول سنجیدن (gauge length) خوانده می شود.



نمونه آزمایش در یک ماشین کشش که برای اعمال بار مرکزی P استفاده می شود قرار میگیرد. همپون که بار P افزایش میابد تا به نقطه تسلیم (طلاست نشان گذار) برسد، افزایش میابد. ناصبه h_0 بر سلیز سنج عقربه ای (dial gage) اندازه گیری شده و مقدار $\delta = h_0 - h_0$

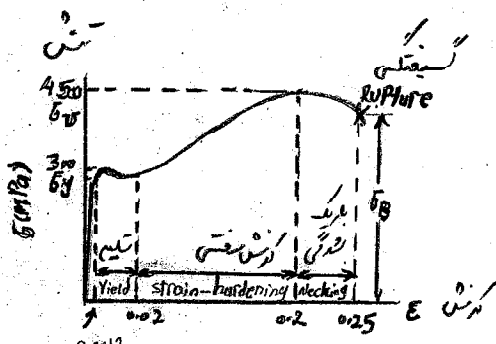
برای هر بار P سنجی می شود. یک سنج عقربه ای دیگر اغلب در کنار همزمان برای اندازه گیری درجه تغییر در قطر نمونه به کار می رود. برای هر زوج خوانده P در δ تنش σ بر سلیز تقسیم P بر سطح مقطع اولیه A_0 نموده حاصل شده و کرنش ϵ تقسیم δ بر طول اولیه h_0 بین دو نقطه است. دیاگرام تنش - کرنش بر سلیز رسم کرنش به معنیان محور افقی و δ معنیان محور عمودی است.

دیاگرام تنش - کرنش مواد مختلف به کار بسته به تغییر می کنند و آنجا که کشش مختلف روی همان ماده ممکن است نتایج مختلفی را در نتیجه به ما بدهد. هر چه از بین نخبه کشش - کرنش مواد مختلف خصوصیت کشش قابل تشخیص است. به کار می رود و این است که در ماده (ductile) و مواد ترد

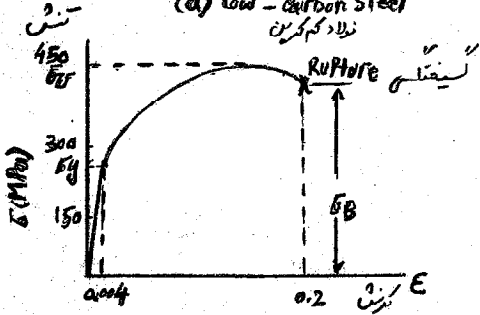
(brittle) تقسیم نموده

مخازن کم کرنش شدن فولاد است و این همپون به صورت $\sigma - \epsilon$ های دیگر نشان داده می شود. در مایه های خاص سنجی می شود. همانطور که می بینیم در دیاگرام تنش - کرنش بار را پس به طور خطی با بار و یک نرخ بار کم افزایش میابد. به این سمت اولیه دیاگرام تنش - کرنش آنجا که خط راست به شیب تند می رسد. گره به بار از رسیدن به یک وضعیت بحرانی σ_c نموده تحت یک تغییر شکل بزرگ، افزایش یافته در بار اعمالی، قرار میگیرد. این تغییر شکل بزرگ در فولاد ماره در طول سطح مایل و به این جهت تنش برشی است. این بار در دیاگرام تنش - کرنش مواد در نشان داده می شود که مقدار تغییر شکل بعد از شروع تسلیم حتی تا حدود ۲۵۰٪ می رسد. هر گز از تغییر شکل قبل از این تسلیم می رسد. بعد از آنکه بار به یک مقدار معین محدود می رسد، نقطه تسلیم از نمودار

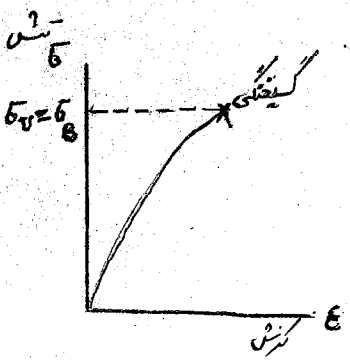
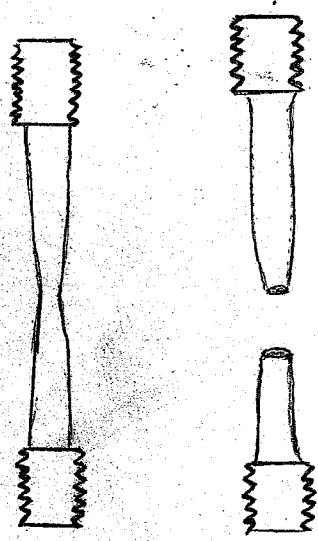
فصل ۲



(a) low-carbon Steel



(b) Aluminum alloy



brittle material

تغییر ناگهانی در خواص مکانیکی (local instability) شروع می‌شود که کاهش می‌یابد. این پدیده در میزان پدیده ایکه شدنی (necking) خوانده می‌شود. بعد از اینکه ایکه شدنی شروع شد، مقدار کمتری بار برای تغییر شکل بیشتر می‌تواند ایجاد کرد. تا جاییکه گسیلی اتفاق افتد. همانقدریکه ملاحظه می‌شود گسیلی در حدالیک سطح کمتری که با سطح اولیه می‌تواند زاویه 45° بسازد، اتفاق افتد. این موضوع نشان‌دهنده تأثیر کرنش (کشش) اولیه برای زدال مواد نرم (شکل پذیر) در خصوصیت آبی در این نکته است که سخت‌تر از آنکه کرنش پدیده شود. تنش پویا که در آن تسلیم شروع می‌شود مقاومت تسلیم (yield strength) نامده خوانده می‌شود. تنش σ_y مربوط به حدالیکر اعمالی می‌تواند بعد از آن مقاومت در سطح σ_y و تنش σ_B مربوط به حدالیکر گسیلی تحت میزان استحکام شکست خوانده می‌شود.

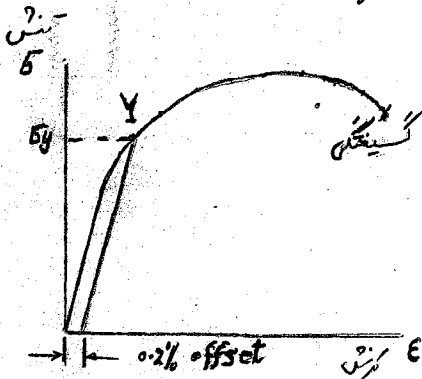
ماددهای شکننده (Brittle Materials) مانند چوب (cast iron) شیشه (glass) و سنگ (stone) به سبب اتفاق گسیلی بدون تغییر شکل قابل توجه در آنند (rate) از بار طولانی‌تر می‌شوند. بنابراین برای مواد ترد اختلاف بین استحکام حقیقی و استحکام شکست، وجود ندارد. همچنین کرنش در زمان گسیلی مواد ترد در حالت گسیل کمتر از مواد نرم است. این دو به شکل درجه‌ای است در غیاب پدیده ایکه شدنی می‌تواند در حالت ماره ترد گسیلی در صورتی که محدودیت بار اتفاق افتد. در این صورت که اتفاق می‌افتد تغییراتی که در سطح اولیه کرنش تغییر برای زوال مواد ترد در آن است و در آن کشش کرنش که در سطح رسم شده مربوط به فولاد فنان در آلومینیم مربوط به مواد نرم است و در آن حاصل تسلیم متفاوت است. در حالت فولاد فنان تنش ایکه شدید بزرگ کرنش بعد از رسیدن به نقطه تسلیم است این را می‌تواند در ادامه برای افزایش طول می‌تواند تنش لازم است افزایش می‌یابد. آنچه شدنی حدالیکر می‌تواند برسد.

فصل ۲

این مدفع به خصوص از نماره کت عدال کوشی سختی بر می آید (strain-hardening). تنش تسلیم فولاد آهک در طی پروسه کشش ممکن است به سبب سازه سخته عقرب به ای است. بعد از یک مدت افزایش بکیراقت بار به بار ناگهانی به یک مقدار کمی پایین تر کاهش می آید و در مدت معینی که افزایش طول میزند ادامه می یابد به نسبت پهن گماند در یک آزمایش دینی ممکن است بین نقطه تسلیم بالا (upper yield point) که مربوط به مقدار بار در مدت قبل از تسلیم باشد و نقطه تسلیم پایین (lower yield point) که مربوط به شروع افزایش طول می باشد، رانش می بندد. در حقیقت نقطه تسلیم بالا گذرا می باشد (transient) در اصطلاحات نقطه تسلیم پایین برای تعیین مقادیر تسلیم نماره ای است.

بهر دور

در حالت آلو مینیمم و خیلی از مواد نرم و دیگر عمل تسلیم به سبب سازه سخته ای سختی کشش - کرنش مشخص نمی شود. در بعضی تنش همپوشانی افزایش می آید - البته نه فعلی - تا به استحکام پهنای برسد. این سگگی شروع می شود و منجر به پاره شدن نماره می گردد. برای همین نماره در یک روش تعیین نقطه تسلیم به نام باروش افزایش (offset Method) می باشد. استحکام تسلیم در ۰.۲٪ اعراض به عدال مثال به سبب رسم خطی از خط افقی مورد ع برابر ۰.۲٪ (۰.۰۰۲ = ε)



به عبارات خطی اولیه سختی تنش - کرنش به دست می آید. تنش متنفر آن مربوط به نقطه Y که عدال استحکام تسلیم در ۰.۲٪ اعراض، معرفی می گردد. یک روش استا ندار چسب شکل پذیری (ductility) اعداد چسب درصد

افزایش طول (Percent of elongation) طبق رابطه زیر می باشد

$$\text{Percent of elongation} = 100 \frac{l_B - l_0}{l_0}$$

در حالت که l_0 و l_B به ترتیب طول اولیه و طول نهایی بعد از آزمایش کشش

می باشد. به عدال مثال حدادتی در مقدار افزایش طول ۲۵ درصد برای یک طول سنج ۲۰۰ mm لازم است انواع فولاد ساختمانی می باشد. توجه شود که این به ان معنات که مقدار کشش در عمل گسیختگی با سگگی حدادتی ۰.۲ است روش گسیختگی شکل پذیری که گاهی از آن در مورد استفاده قرار می گیرد درصد کاهش سطح مقطع است

$$\text{Percent reduction in area} = 100 \frac{A_0 - A_B}{A_0}$$

در حالت که A_0 و A_B به ترتیب سطح مقطع اولیه و سطح مقطع در محل گسیختگی بعد از آزمایش می باشد. برای فولادها سطحی در مقدار کشش در بین ۶۰ تا ۷۰ درصد است

طالب توجه است که اکنون مربوط به آزمایش کشش می گردیم. اگر یک عدد از مواد در حالت بارگذاری مرکب (Compression) قرار گیرد، سختی کشش - کرنش در مرحله شروع در سمت فعلی سختی همپوشانی شروع است مربوط به تسلیم و کرنش سختی قبل از پاره شدن

فصل ۲

در مورد فولادها که در دماهای پایین تنش تسلیم در کشتن در یک کشتی است. برای مقادیر بزرگتر تنش تخمیناً کشت در مقادیر ضاهند است. لازم بود که در حالت که بزرگتر است در چهار پدیده دیگر کشتی می شود.

برای بیشتر مواد مقدار استحکام کشت در دماهای بالاتر از دمای تسلیم است. این در مدع روابط برخی عیبها از جمله در دما در کما در حفره های مکرر (microscopic cracks and cavities) است که منجر به منفعت شدن ماده در آزمون کشت می شود که در صورت آزمون در دماهای مختلف نیز انجام می گیرد.

۲-۴) تنش حقیقی و کرنش حقیقی - True stress and True strain

برای درک این که تنش رسم کرده در تخمینا برای سنجش نیروی P بر سطح مقطع اولیه میزنند، درست است. در تکیه با افزایش ابعاد عالی در سطح مقطع کاهش می یابد به مقدار تنش فوق غیر واقعی است. تفاوت بین تنش حقیقی

$\sigma = P/A_0$ (engineering stress) و $\sigma_t = P/A$ (true stress) بر روابط مواد

فرم بعد از نقطه تسلیم آشکارا می شود. در تکیه تنش حقیقی σ_t تقریباً متناسب با ابعالی P است که کاهش نیروی P در طی پدیده اینک شدن، کاهش ضاهند است در تکیه تنش حقیقی σ_t متناسب با P ولی عکس سطح مقطع A است. همچنانکه شکل گشتگی افزایش ضاهند است

خیلی از دانشمندان کرنش را نیز متفاوت از کرنش حقیقی

$\epsilon = \delta/L_0$ (engineering strain) تعریف می کنند. جای

استفاده از آن تغییر شکل δ در طول اولیه L_0 از مقدار

لحاظ L_0 استفاده می کنند. با تقسیم هر جزء جداگانه

بین شامه ها که بر مقدار L_0 برود L_0 متغیر

جزء کرنش $\Delta \epsilon = \Delta L/L_0$ است که این صبح هست

مقادیر $\Delta \epsilon$ کرنش حقیقی ϵ_t تعریف می شود:

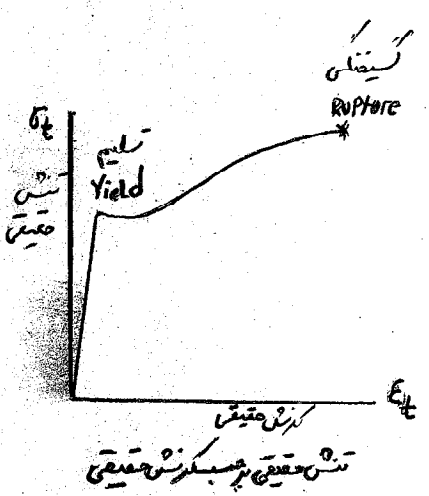
$\epsilon_t = \sum \Delta \epsilon = \sum (\Delta L/L_0)$

با تعریف علامت جمع (summation) از ابتدای L_0 تا انتهای L برای کرنش حقیقی ضاهند است:

$\epsilon_t = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln \frac{L}{L_0}$

همچنین رسم کرده برای سنجش حقیقی و کرنش حقیقی، در دماهای بالاتر از دمای تسلیم در کما در حفره های مکرر (microscopic cracks and cavities) است که منجر به منفعت شدن ماده در آزمون کشت می شود که در صورت آزمون در دماهای مختلف نیز انجام می گیرد.

قبلاً توضیح داده شد در حالی که در کما در حفره های مکرر (microscopic cracks and cavities) است که منجر به منفعت شدن ماده در آزمون کشت می شود که در صورت آزمون در دماهای مختلف نیز انجام می گیرد.



مفصل ۲

آمده برای کشش در حالت تنش حقیقی و کرنش حقیقی یکسان قرار است در حقیقت برای مدارهای زیاد کرنش این مدیوم برای تنش محدود بر حسب کرنش هندسی در دست نیورد. هر چه کار محدود بر روی تنش کار زیاد تغییر شکل کار زیاد مدیوم است. برای این منظور از مندرجی برای تنش حقیقی $\sigma = \frac{P}{A_0}$ و کرنش هندسی $\epsilon = \frac{\delta l}{l_0}$ استفاده می نمایند در حقیقت این عملیات بر اساس مقادیر در دسترس او در دست می آید و در سطح مقطع اولیه مدیوم A_0 و طول اولیه مدیوم l_0 .

۲-۵. Hooke's Law; Modulus of Elasticity

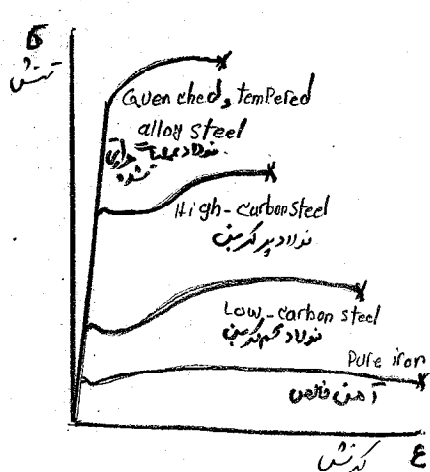
تانون هوک، مدول کشسانی
 بیشتر سازه ها که هندسی به منظور تغییر شکل کوچک و اجزی می شوند به کار برده می شود در این مدیوم تغییر شکل در کرنش در این ابعاد مقدار تنش متناسب با کرنش در این صورت

$$\sigma = E \epsilon$$

این رابطه تحت عنوان قانون هوک (Hooke's law) شناخته می شود که نتیجه کارهای ریاضی درون انگلیسی در برت هوک (Robert Hooke) (1635-1703) می باشد. مدیوم E تحت عنوان مدول کشسانی (modulus of elasticity) ماره و یا مدیوم مدول یانگ (Young's modulus) بر اساس کارهای دانشمند انگلیسی توماس یانگ (Thomas Young) (1773-1829) شناخته می شود. و متسک کرنش ϵ می باشد در این صورت داده مدول E بر اساس همکاران تنش σ یعنی با شکل اعداد آن بیان می شود.
 بزرگترین مقدار کرنش که برای آن شکل هوک قابل کار می باشد تحت عنوان حد تناسب (Proportion Limit) آن ماده شناخته می شود.

برای مراد شکل پذیر که نقطه تسلیم خاص خود را قابل تبدیل است (مانند فولاد) حد تناسب تقریباً بر نقطه تسلیم منطبق قرار می گیرد. برای سایر مواد حد تناسب بر اساس تغییر شکل است زیرا تعیین تنش که در آن رابطه بین تنش و کرنش خطی می باشد و شکل آن است. در این صورت برای این شکل در حال شکل هوک را برای تنشها که بزرگتر از حد تناسب است بر روی مدول آن خطی زیاد ایجاد می شود.

برخی خصوصیات فیزیکی فولادها با افزودن آلیاژها و شکل آن به مقادیر فیزیکی و غیره ممکن است به مقدار قابل توجهی در اثر استخوان آلیاژها، عملیات واری (heat treatment) در پروسه ساخت استخوانه ها، تغییر یابند. به عنوان مثال طبق مبحثی که در ادامه برای انواع آهن تحت تنش تسلیم، استحکام آنها، و مدول کشسانی (شکل پذیری) به کارگزاران مشاهده در جدول در دسترس است.



مفصل ۱

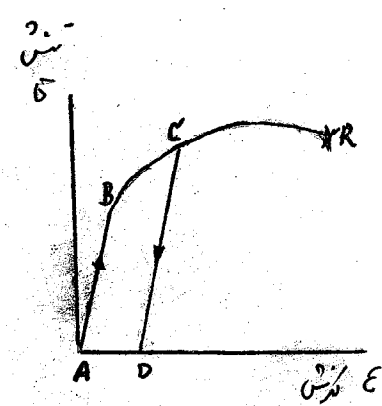
مقدار مدول الاستیسیته یک ماده به عبارت دیگر مقدار سختی (stiffness) و مقابله در مقابل تغییر شکل در گرده حقیقی آن مصالح است. بنابراین اگر از فولاد یا فولاد با استحکام کم در سازه استفاده شود مانند به عدم تغییر در ابعاد در انقباض و انبساط تحمل بار افزایش میابد اما سختی (stiffness) مدول تغییراتی که باید

2-6) Elastic Versus Plastic Behavior of a Material

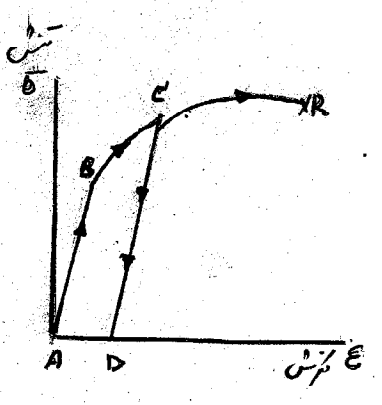
اگر کرنش ایجاد شده در یک ماده نتواند به عمل آمده برگردد پس این کرنش را کرنش پلاستیک میگویند. نقطه ای که در آن ماده رفتار الاستیک دارد حد الاستیک نام دارد. (elastic limit) ماده فزاینده می شود.

صفتی که ماده نوعاً تسلیم می شود و حرکتش برگرداندنی است و نقطه تسلیم بعد از آن یک نقطه است. به عبارت دیگر ماده بعد از تسلیم و حقیقی رفتاری پیدا می کند و حرکتش زیر نقطه تسلیم برگرداندنی می شود.

اگر به نقطه تسلیم برگردیم مطابق ترتیب قبل اتفاق می افتد و قبلاً بار برداشته می شود و تنش و کرنش بعد از آن نقطه تسلیم میمانند این کاملاً در امتداد خط CD و به طول از خط AB بر میآید و به خطی دیگر در آن اتفاق می افتد. بعد از آنکه E به مقدار صفر از کرنش برگردد. این کرنش برگرداندنی است و تغییر شکل دائمی تغییر شکل موقت در ماده به حساب می آید.



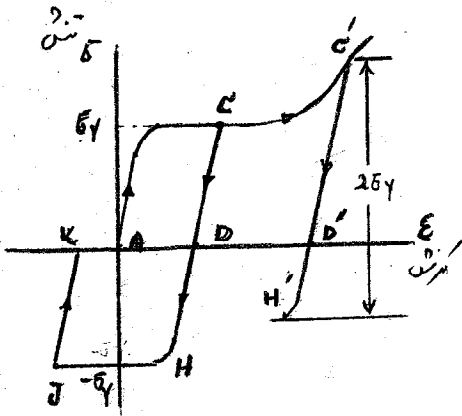
در بیشتر مواد تغییر شکل پلاستیک نه تنها در نتیجه به حد الاستیک می آید بلکه همچنین به مدت زمانی که بار اعمال شده است نیز بستگی دارد. صفت در نتیجه تسلیم آن تحت عنوان لغزش (Slip) دست در نتیجه است.



آن که همچنین تحت تأثیر دما نیز می آید و خزش نام دارد. (creep) و قبلاً ماده ای که نقطه تسلیم مشخصی ندارد، حرکتش با بار در بینهایت می آید هر چند این فرض حرکتش برابر نقطه تسلیم است آمده از روش افزایش سنج در این خطای کمی است. علاوه بر این نکته که خطرات استفاده از آن برای تعیین نقطه تسلیم در مهندسی است. یعنی به عبارتی بعد از یک کرنش حد الاستیک که در آن است. و قبلاً ماده و اعمال حرکتش عمل نمی آید کرنش پلاستیک به اندازه اندک از آن در آن است.

نگرانی از آنکه در سازه و بار برداری سازه دوباره بارگذاری شود، یعنی اگر گداز شده به حد پلاستیک رسیدن از کرنش برگرداندنی است و پس از آنکه کرنش برگرداندنی است و پس از آنکه کرنش برگرداندنی است و پس از آنکه کرنش برگرداندنی است.

مسئله ۲



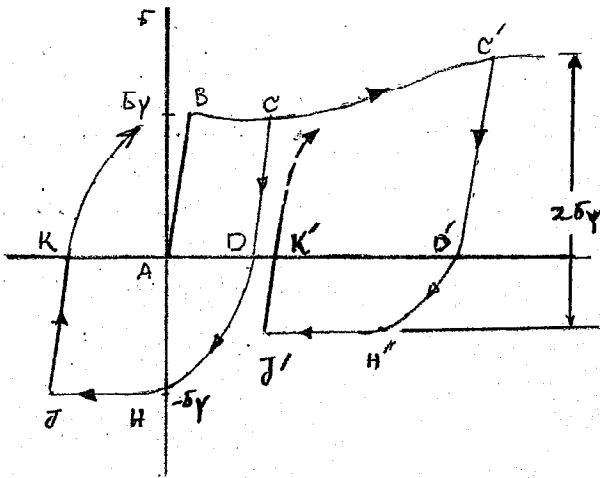
توجه شود که منت خطی دیگر از حد بر مایلتر از منت خطی اصلی است
 بنابراین حد تسلیم در حد تسلیم به مقدار تسلیم از تنش کششی بارگذاری
 جدید، افزایش می یابد. هر چه در شکل نقطه تسلیم R_e بدون تغییر باشد
 تغییر شکل پلاستیک نمی زند. استی نقطه D اندازه گیری شود، کاهش می یابد
 و محیط فوق فرض بر این بود که نزدیکی بارگذاری هم به در دو بود
 قرار ندهد است تغییر شکل هر دو در یک بارگذاری کششی بود. اکنون در نظر می گیریم که

بارگذاری در یک حالت اعمال شده است. فرض می کنیم ماده مورد نظر فولاد نرم است که استحکام تسلیم آن در کشش
 و برش یکسان است. اگر اول بارگذاری در نقطه A در یک بارگذاری تنش کششی اعمال می گردد. بعد از برداشتن بار (نقطه D)
 یک بار تنش اعمال می گردد و ماده به حالت تسلیم H می رسد. بلافاصله می شود که منت DH کششی تنش کششی
 ادامه خواهد داشت و وضعیت برداشتن بار CD (کشش) بر خواهد داشت و وضعیت برداشتن بار کششی تسلیمی می باشد
 ادامه بارگذاری تسلیم ماده ادامه می یابد. چون بعد از بارگذاری در نقطه J برداشته شود نقطه K به است A به اندازه
 JK با تسلیم مدل کششی E یکسان می باشد. تغییر شکل دائمی (Permanent set) AK ممکن است نسبت به منحنی
 در این مقدار باشد. در نتیجه BC و HJ که در حالت تسلیم بار کششی تنش کششی به نسبت به مقدار اولیه اند.

اگر نقطه K بر نقطه A دیگر از منحنی کشش و منحنی تسلیم داشته باشد برای هر دو ماده در نظر می گیریم که نسبت به وضعیت
 اول بارگذاری بزرگتر است. هر چه تغییرات داخلی صورت می پذیرد و منحنی تسلیم بارگذاری تکرار شود منحنی دوم
 کششی خواهد شد. بدون هر گونه افتادگی قبلی منحنی بارگذاری مجدد بارگذاری شود. این منحنی نشان دهنده تغییرات است
 در خصوص بارگذاری مجدد است. عکس کردن بارگذاری در ماده پلاستیک با بارگذاری مجدد مجاز می باشد و تنها تحت شرایط
 کنترل شده امکان پذیر است. این منحنی در حالت کردن مواد آلیب زده و تراش خفای ساخته و بارگذاری پسین می یابد
 اگر بارگذاری اول به اندازه کافی بزرگ است تا به طوریکه تسلیم کششی ماده تا نقطه A می گردد در شرایط برداشتن بار
 کششی در تمام CD به برداشته می آید. همچنین اگر منحنی بارگذاری ماده در نقطه H در استاندارد CD قرار
 در شروع نقطه تسلیم در A اتفاق افتد. در نتیجه می کنیم که وقتی مقدار تنش کششی در H کمتر از CD می باشد
 که تغییر در تنش بین A و H همگام بر $2\delta y$ باشد. چون اگر منحنی تسلیم مجاز باشد در حالت بارگذاری
 در این منحنی در نظر گرفته می شود.

2.7. Repeated Loading, Fatigue

۲-۷ بارگذاری مکرر، خستگی
 در بخش گذشت رفت یک منحنی بارگذاری مکرر در نظر گرفته شد. به یاد داریم که اگر بارگذاری کششی در منحنی



Bauschinger effect

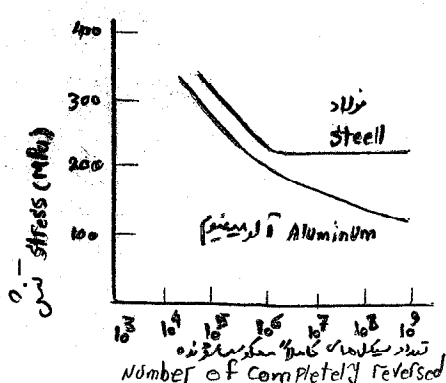
اثر بوشینگر

صفحه ۱

از حد الاستیک ماده تا به نقطه تسلیم می‌رسند و به همین دلیل است که در سازه‌ها معمولاً از فولاد استفاده می‌کنند. همان‌طور که در شکل ۱-۱ مشاهده می‌کنیم، در حین بارگذاری، تغییر شکل در حد الاستیک است و پس از آن تغییر شکل پلاستیک رخ می‌دهد. در صورتی که بارگذاری را تا حد تسلیم ادامه دهیم، پس از حذف بار، تغییر شکل پلاستیک باقی می‌ماند. در صورتی که بارگذاری را تا حد تسلیم ادامه دهیم و سپس بار را حذف کنیم، تغییر شکل پلاستیک باقی می‌ماند. این پدیده تحت عنوان خستگی (fatigue) شناخته می‌شود. یک مثال از نوع خستگی در لایه طبیعت تردی است که در حین بارگذاری تکراری رخ می‌دهد.

خستگی در سازه‌ها در اثر بارگذاری تکراری رخ می‌دهد. در نظر گرفته شود تعداد بارگذاری که در طول مدت عمر مفید یک عضو اعمال می‌گردد بسیار متنوع است. به عنوان مثال تیرهای پلها سازه یک جابجایی ممکن است در طی ۲۵ سال دو میلیون بار (به معنای ۳۰۰ بار در روز کاری) بارگذاری شود و در یک اتومبیل میل یک در حدود نیم میلیون بار در یک روز بارگذاری می‌شود و در یک موتور ۳۰۰ ۰۰۰ km بارگذاری می‌شود و در هر دو مورد بین ممکن است چنین هوایی در دفعه اول عمر آن بارگذاری شود.

معمولاً بارگذاری‌ها طبیعت تدریجی دارند. به عنوان مثال عبور ترابری روی یک پل سبب فراموشی در سطح تنش در طول دوره حرکت سطح تنش ناشی از وزن پل می‌شود. وضعیت حادثه تدریجی است و در طول سیکل بارگذاری هرگز کامل بار نیست. تنش در محور درگن تغییر داری ماهیت بارنگ ماهی بعد از هر نیم دور گردش چرخ در است. مقدار سیکل بارگذاری لازم که سبب زوال می‌شود در بارگذاری مکرر و بارگذاری سیکل می‌گردد. ممکن است به سبب روشی از بارگذاری برای هر سطح تنش حداکثر است آید. اگر یک سری آزمایش‌ها سطح تنش حداکثر مختلف از آن بارگیری داده می‌گردد آمده ممکن است تحت عنوان منحنی $S-N$ رسم شود. برای هر آزمایش حداکثر تنش یک به عنوان عمر عددی و مقدار سیکل لازم N به عنوان عمر واقعی در نظر گرفته می‌شود و مقدار سیکل لازم برای سنجش سبب می‌شود. از آنجا که این مقدار سیکل زیاد است، محاسبات گارانتی رسم می‌شود.



یک نمودار منحنی $S-N$ برای فولاد در شکل زیر مشاهده می‌کنیم. در حین بارگذاری که اگر تنش حداکثر بارگیری شده زیاد است، هر چه سیکل برای ایجاد سنجش کمتر می‌شود. همچنین مشاهده می‌کنیم که مقدار سیکل لازم برای سنجش از آن زیاد است. این مقدار سیکل را به عنوان سبب سنجش (fatigue limit) می‌نامند. در حین سنجش می‌شود که زوال اتفاق نمی‌افتد هر چند مقدار سیکل زیاد گردد.

برای فولاد همگن که این فولاد همگن است (endurance limit) در حدود نصف استحکام فولاد است.

مصل ۲

برای فلزات غیر آهنی مانند آلومینیم، مس یک محدودیت خاصی $n=6$ تا $n=8$ که در حد کشش زوال بکار برده می شود.
 و در همین نکته تعداد سیکنگ اندازش می آید. برای چدن فلزاتی محدوداً بکار اختیار می شود به طوری که زوال ناشی
 از 500 میلین سیکنل بارگذاری، انتخاب می شود.
 برخی فلزهای آلیاژی که هم در حالت مذاب و هم در حالت جامد زوال دارند و این فلزها را در فلزهای دیگر از نظر استحکام و خواص
 ترک میگردانند. با نقص شیمی شروع شده است. در هر بارگذاری ترک به مقدار کمی بزرگتر شود. در طی بارگذاری
 مکرر ترک در طول باره گسترش می یابد تا جاییکه مقدار باره تحریف شده باقی مانده بر اثر حمل بار کافی نباشد و در اینصورت
 یک زوال ترد بکار ناگهانی اتفاق می افتد. از آنجاییکه زوال از نوع کششی ممکن است در هر ترک یا حفره ای شروع شود
 و ضعیف سطحی مذند در مفاصل محدود زوال شدید آرمون تأثیر محسوس دارد. محدوداً می تواند فلزهای ماشین شده و سنگزده
 شده بزرگتر از فلزهای نورد شده و یا چهار حفره گسیخته شده، و یا در کاربرد فلزهای نورد شده و یا کاربرد فلزهای
 دیگر که در حفره گسیخته محسوس دلرد کاهش حدوداً تا حدود 50% محدوداً حاصل شده می باشد.

2-8. Deformations of Members under Axial loading (تفسیر شکل اعضا تحت بارگذاری محوری)

بارگذاری تحت BC در طول AB سطح مقطع بکیزانست A تحت بارگذاری محوری P را در کماندها را در نظر بگیرید.
 اگر کشش محوری $\delta = \frac{P}{A}$ از حد تناسب باره تجاوز ننماید ممکن است تنش σ (Hook's Law) بکار برده شود

$$\delta = \epsilon \epsilon$$

در اینصورت در ادامه بدانند

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{P}{AE}$$

برای دلریم در گوش تغییرات $\epsilon = \frac{\delta}{L}$ تعریف می شود در اینصورت

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

مبارداً باید در صورت استفاده می شود که ضمیمه ϵ (استحکام E) سطح مقطع بکیزانست A در استحکام بارگذاری
 شده است. اگر بار در نقاط دیگر اعمال شود در این شکل چندین قسمت با مقاطع مختلف در شکل مواد مختلف است
 لازم است به قسمتهای تجزیه شود در بارها گانند سازه لازم برای کاربرد فرمول را اینها باید. با این P_i ، L_i
 A_i و E_i به ترتیب نیروی داخلی، طول، سطح مقطع و مدول الاستیسیته بر حسب ترتیب نام آن در آن تغییر شکل

کل تغییرات تغییر شکل شود

$$\delta = \sum_i \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$$

فصل ۲

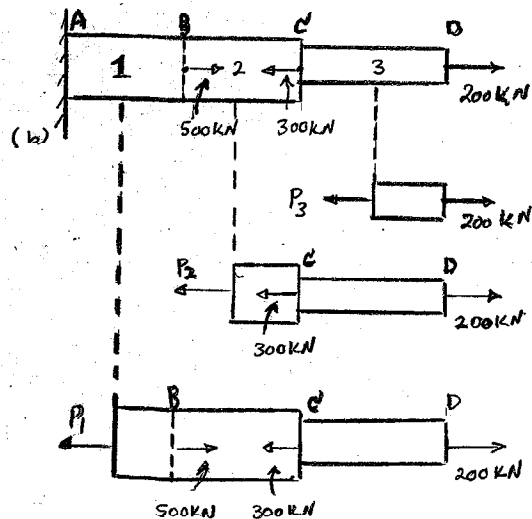
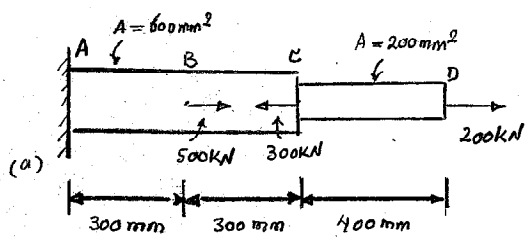
بیاداریم که در حالت سلبی با مقطع متغیر، کرنش ϵ «سلب» در قسمت تغییر ϵ است و در عبارت $\epsilon = \frac{d\delta}{dx}$ در قسمت $d\delta$ و جاگزینی ϵ بر حسب P مقدار تغییر شکل $d\delta$ در طول dx عبارت است از:

$$d\delta = \epsilon dx = \frac{P}{AE} dx$$

نکته تغییر شکل δ سلب به سلب استرال گیری از رابطه فوق در طول L میده به دست می آید.

$$\delta = \int_0^L \frac{P dx}{AE}$$

فرض کنیم که در طول خاص dx که در دو انتهای آن مقطع متغیر A در مقدار x و $x+dx$ کاربرد داشته باشد در هر یک از این دو مقطع P داشته باشد x باشد حال که سلب استرال گیری از این دو مقطع x و $x+dx$ در هر دو مقطع P داشته باشد.



مثال ۲.۱) مطلوبست تغییر شکل سلب فولاد که در ادامه داده شده است
 با $E = 200 \text{ GPa}$

با فرض اینکه AB ، BC ، CD را به عبارات l_1 ، l_2 ، l_3 بنویسیم

$$l_1 = l_2 = 0.3 \text{ m} \quad l_3 = 0.4 \text{ m}$$

$$A_1 = A_2 = 600 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad A_3 = 200 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

در هر مقطع P_1 ، P_2 ، P_3 مقطع CD در نظر بگیریم و در هر یک از این مقاطع P_1 ، P_2 ، P_3 را در نظر بگیریم و در هر یک از این مقاطع P_1 ، P_2 ، P_3 را در نظر بگیریم

$$P_1 = 400 \text{ kN} = 400 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_2 = -100 \text{ kN} = -100 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_3 = 200 \text{ kN} = 200 \times 10^3 \text{ N}$$

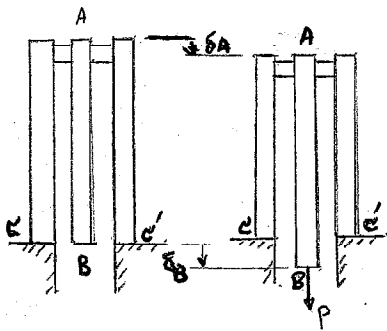
با جاگزینی در معادله تغییر شکل

$$\delta = \sum_i \frac{P_i l_i}{A_i E_i} = \frac{1}{E} \left(\frac{P_1 l_1}{A_1} + \frac{P_2 l_2}{A_2} + \frac{P_3 l_3}{A_3} \right)$$

$$= \frac{1}{200 \times 10^9} \left[\frac{(400 \times 10^3)(0.3)}{600 \times 10^{-6}} + \frac{(-100 \times 10^3)(0.3)}{600 \times 10^{-6}} + \frac{(200 \times 10^3)(0.4)}{200 \times 10^{-6}} \right]$$

$$\delta = 2.75 \times 10^{-3} \text{ m} = 2.75 \text{ mm}$$

فصل ۲

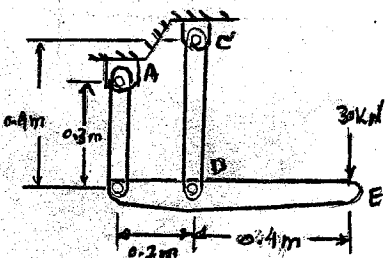


مشکلاتی که در نظر گرفته شده بودند یک سر گیر دار در نظر گرفته شده بودند اند
در درجات مقدار جایگاه یک میل برابر جایگاه سر آزاد میل بود. در نتیجه هر دو
سر قله وکت نماید، تغییر شکل میل بر میل جایگاهی نمی یک سر میل نسبت به
سر دیگر سنجیده می شود. به عنوان مثال محاسبه شکل داده شده در شکل در زیر
را در نظر بگیرید. شکل میل کشش به طول یا منقلبه شده ایک بین صلب در A

اگر بار P در نقطه B اعمال شود، حرکت از سه بار تغییر شکل خواهد بود. در نتیجه میلهای AC، AC'، AC'' به یکدیگر نسبت
در یک ر'ایع منقلبه شده اند، تغییر شکل مشترک این بر میل جایگاهی در نقطه A سنجیده می شود. از آنجا که در نتیجه
دو انتهای میل AB وکت می نماید، تغییر شکل AB بر میل اختلاف بین جایگاههای delta_A در نقطه A، B سنجیده می شود
چونکه جایگاهی نسبت به B نسبت به A یک نکته این جایگاهی است. چونکه این جایگاهی نسبت به B/A شکل داده شود داریم

$$\delta_{B/A} = \delta_B - \delta_A = \frac{PL}{AE}$$

در نتیجه A سطح مقطع میل AB در E در طول الاستیته از روی است



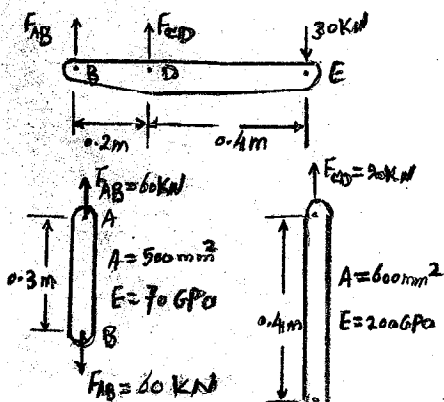
شکل معیون 201 میل صلب BDE بر میل دو میل AB، CD تحمل می شود.

میل AB از جنس آلومینیم (E=70 GPa) در آن سطح مقطع 500 mm²

حمال است. میل CD از جنس فولاد (E=200 GPa) دارای سطح مقطع 600 mm²

برای 30kN نیروی کشنده در نقطه E، مطلقاً حین در الف (B، D، E)

خارج فرسایش آزاد میل BDE



$$\sum M_B = 0 : -(30kN)(0.6m) + F_{CD}(0.2m) = 0$$

$$F_{CD} = +90kN \quad \text{tension}$$

$$\sum M_D = 0 : -(30kN)(0.4m) - F_{AB}(0.2m) = 0$$

$$F_{AB} = -60kN \quad \text{compression}$$

الف، حین B؛ در نتیجه نیروهای داخلی در عضو AB تری است

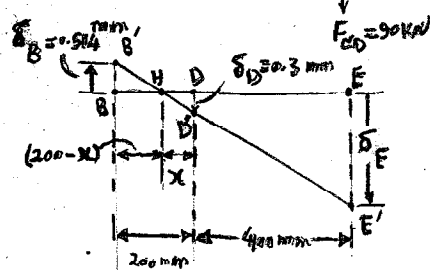
در سمت B فرسایش P = -60 kN

$$\delta_B = \frac{PL}{AE} = \frac{(-60 \times 10^3 N)(0.3m)}{(500 \times 10^{-6} m^2)(70 \times 10^9 Pa)} = -514 \times 10^{-6} m$$

ساختار منفرجه شکل درنده جمع کردن عضو AB در جهت حین

انتقال B بر سمت بالا خواهد بود

$$\delta_B = 0.514 \text{ mm} \uparrow$$



فصل ۱

ب) حیز D: دقتیکه در میل CD ، $P = 90 \text{ kN}$ داریم ،

$$\delta_D = \frac{PL}{AE} = \frac{(90 \times 10^3 \text{ N})(0.4 \text{ m})}{(600 \times 10^6 \text{ m}^2)(200 \times 10^9 \text{ Pa})} = 300 \times 10^{-6} \text{ m} \quad \delta_D = 0.3 \text{ mm} \downarrow$$

ج) حیز E: حیز که ما می‌خواهیم تغییر شکل یافته نقاط B ، D را ؛ B ، D ، E را پس دهیم با توجه به صلب بودن عضو BDE در انحراف نقاط B ، D ، E نیز در یک خط راست واقع می‌مانند:

$$\frac{\overline{BB'}}{\overline{DD'}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{HD}} \quad \frac{0.514 \text{ mm}}{0.3 \text{ mm}} = \frac{(200 \text{ mm}) - x}{x} \rightarrow x = 73.7 \text{ mm}$$

$$\frac{\overline{EE'}}{\overline{DD'}} = \frac{\overline{HE}}{\overline{HD}} \quad \frac{\delta_E}{0.3 \text{ mm}} = \frac{(400 \text{ mm}) + (73.7 \text{ mm})}{73.7 \text{ mm}} \rightarrow \delta_E = 1.928 \text{ mm} \downarrow$$

2.9. statically Indeterminate Problems

۲-۹) سائل استاتی نامعین

در سائل مورد بحث در بخش گذشته ، معادله بار هم بر حسب آزاد جسم ، معادلات تعادل جسم ، امکان حل مسئله نیز می‌باشد داخلی در هر سمت عضو تحت اثر بار گذرا کاهش ، وجود داشت . معادله بدست آمدن برای نیروها که داخلی باشد می‌تواند در معادلات امکان حل مسئله تغییر شکل که در عضو را از جسم می‌آورند

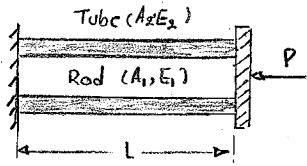
در حین سائل امکان حل مسئله نیز می‌باشد داخلی تنها استفاده از دستبندی وجود ندارد . در عمل در بیشتر این سائل عکس العملها که نیروها که خارجی می‌باشوند بر حسب بر حسب آزاد جسم ، در دستن معادلات تعادل بدست می‌آیند این معادلات تعادل لازم است ؛ روابط بوجود آمده تغییر شکل عضو ترکیب (با توجه به هندسه شکل) شوند . از آنجا که معادلات استاتی برای تحقق کردن نیروها که عکس العمل و یا نیروها که داخلی می‌باشند سائل از این استراتژی است و باعث می‌شود معادلات استاتی نامعین می‌باشند . سائل ما زیر هرگونه سائل حل این سائل را نشان می‌دهند .

سائل ۲-۲) یک ضلع در حال بار و سطح مقطع A_1 در طول الاستیته E_1 ، داخل یک تیرب با شکل در حال بار می‌باشد که در آن سطح مقطع تیرب A_2 در طول کشش آن E_2 باشد . سائل تغییر شکل میل در تیرب چه مقدار است در هر دو تیرب نیروی P به استقامت دو عضو را واقع در صلب اعمال کرد .

سائل ۲-۳) نیروها که در هر دو تیرب را برابر است ؛ P_1 ، P_2 پس دهیم در تیرب آزاد در عضو را بر حسب سائل . سائل را با این

مثال ۲

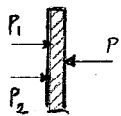
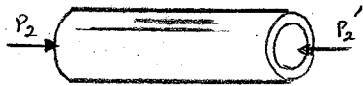
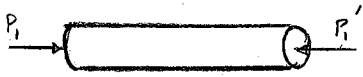
نیروی اعمالی عبارت است از:



$$P = P_1 + P_2$$

واضح است که معادله فوق برای تعیین دو مجهول P_1 و P_2 کافی نیست مگر باید به این نکته بسیار استثنایی ملاحظه کرد.

در صورتی که هر دو ماده شلوارک درجه یک تغییر شکل یکسان داشته باشند و در طول لازم است تا یکدیگر برابر باشند. لزومی



$$\delta_1 = \frac{P_1 L}{A_1 E_1} \quad \delta_2 = \frac{P_2 L}{A_2 E_2}$$

برابر یکدیگر داریم:

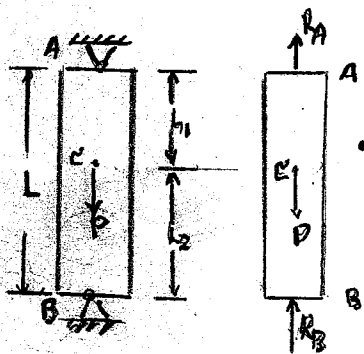
$$\frac{P_1}{A_1 E_1} = \frac{P_2}{A_2 E_2}$$

حال در معادله فوق P_1 و P_2 بعد از حذف ضرایب در دسترس است:

$$P_1 = \frac{A_1 E_1 P}{A_1 E_1 + A_2 E_2}$$

$$P_2 = \frac{A_2 E_2 P}{A_1 E_1 + A_2 E_2}$$

با محاسبه طول مقدار نیروی سلب هر یک از تغییر شکلها که δ_1 و δ_2 است از این فرمولهاست.



مثال ۳-۴) شلوارک یک سازه ای در سطح مقطع یکسان است. به یکدیگر گامها

صلب A و B در جهت راست. ملاحظه کنید در مستطاب AC

و BC سنجید با اعمالی در P

نوع (نوع) رسم ترسیم آزاد شلوارک در آن نیست

$$R_A + R_B = P$$

وقتی که این معادله برای تعیین در عکس العمل نامعلوم R_A و R_B کافی نیست یعنی کند شده استثنایی ملاحظه کرد. در صورت عکس العملها ممکن است! در نظر گرفتند هر دو سازه و مقدار این افزایش طول برابر همفرمیت آنها نیز بهمانند

δ_1 و δ_2 برابر ای تغییر طول مستطاب AC و BC است داریم:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 0$$

لزومی

$$\delta = \frac{P_1 L_1}{A_1 E_1} + \frac{P_2 L_2}{A_2 E_2}$$

(محل ۲)

با توجه به ترمیم آزادیت داده شده برای هر سمت داریم $R_1 = R_A$ ، $R_2 = -R_B$ ، استفاده از این روابط

$$R_A L_1 - R_B L_2 = 0$$

و حل همزمان در معادله

$$R_A = Pl_2/L \quad R_B = Pl_1/L$$

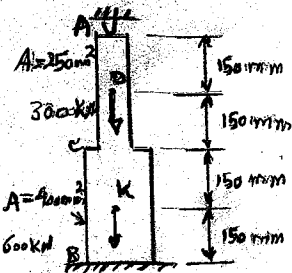
برای حالت تنش هر سمت کافی است که نیرو در هر سمت به سطح مقطع تقسیم گردد.

Superposition Method

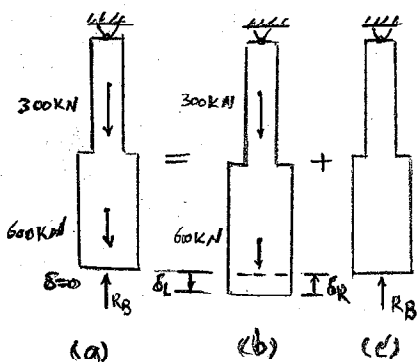
اصول جمع آثار

شماره ۱ کنیم که در هرگاه تعداد تکیه گاهها مساوی از مختلار لازم برای تعادل معنیه باشد، سازه استاتیکی را تعیین می‌کنیم و این در وضع لب عکس العملها بسته از معادلات تعادل قابل دستیابی می‌گردد. می‌توان در این حالت تکیه گاهها را اضافی (redundant) در نظر گرفت و تکیه گاه متناظرش را حذف نمود. و معادله روابط در نظر گرفته شده داشته بعد از اضمحلال قابل تعیین است، عکس العمل اضافی از آن است که حاصل شده در نظر گرفته شود. اما لازماً در تعیین تک بار محدود به همراه سایر بارها، تغییر شکل در منطبق بر قید اولییرا ارضاء نماید. حل شده است که در نظر گرفتن تغییر شکل ها، شکلها را در (در سازه) بار اضافی بعد از همراگانگی و نهایتاً با جمع (جمع اثرها) نتیجه می‌گردد.

شماره ۲-۴) مطابقت عکس العمل تکیه گاه در A و B بر روی میلخولادی مطابق با گذر از آن داده شده و مفروضات مطابق با شکل تکیه گاهها در شکل کار برد بارها



در اینجا عکس العمل تکیه گاه در B را به عنوان عکس العمل اضافی در نظر می‌گیریم. عکس العمل R_B در این صورت به عنوان تک محدود می‌باشد که در نظر گرفتن این نکته که تغییر شکل میلخول است همزمان است می‌تواند حل بدیهی است. حل بدیهی است. تغییر شکل معنیه تحت اثر گذر از داده شده تحت اثر گذر از R_B و R_B می‌باشد و با هم جمع می‌شوند برای حالت R_B معضرا به حجم و با معیاری مطابق شکل تقسیم می‌کنیم

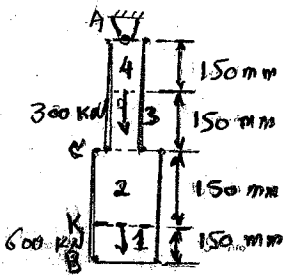


$$P_1 = 0 \quad P_2 = P_3 = 600 \text{ kN} \quad P_4 = 900 \text{ kN}$$

$$A_1 = A_2 = 400 \text{ mm}^2 \quad A_3 = A_4 = 250 \text{ mm}^2$$

$$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 0.15 \text{ m}$$

(مسئله ۲)



تغییر شکل در اجزای مختلف، خواص است

$$\delta_L = \sum_{i=1}^4 \frac{P_i L_i}{A_i E} = \left(0 + \frac{600 \times 10^3}{400 \times 10^{-6}} + \frac{600 \times 10^3}{250 \times 10^{-6}} + \frac{900 \times 10^3}{250 \times 10^{-6}} \right) \times 0.15$$

$$\delta_L = \frac{1.125 \times 10^8}{E}$$

برای سبب δ_R ناشی از عکس العمل R_B ، میله را در دو قسمت تقسیم کنیم

$$P_1 = P_2 = -R_B$$

$$A_1 = 400 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad A_2 = 250 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$L_1 = L_2 = 0.3 \text{ m}$$

تغییر شکل بر مقدار تغییر شکل

$$\delta_R = \frac{P_1 L_1}{A_1 E} + \frac{P_2 L_2}{A_2 E} = - \frac{(1.95 \times 10^3) R_B}{E}$$

در نقطه زدن کل تغییر شکل میله برابر صفر خواهیم داشت

$$\delta = \delta_L + \delta_R = 0$$

$$\delta = \frac{1.125 \times 10^8}{E} - \frac{(1.95 \times 10^3) R_B}{E} = 0$$

$$\rightarrow R_B = 577 \times 10^3 \text{ N} = 577 \text{ kN}$$

عکس العمل R_A را بر روی تکلیف ۱۰۰٪ از رسم تریس آزادی میله بدست می آوریم

$$\sum F_y = 0 \quad R_A - 300 - 600 + R_B = 0$$

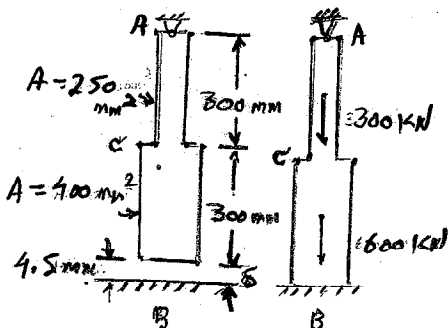
$$R_A = 900 - 577 = 323 \text{ kN}$$

بعد از تعیین نیروها، تکلیف گامی امکان فایده بندی و کرنش در هر مقطع بدست می آید. این نکته لازم توضیح است در هر یک کل تغییر شکل عین برابر صفر است ولی در هر قسمت تغییر شکل وجود دارد.

شکل ۲-۵) شده قبل را این تغییر بررسی کنیم که 4.5 mm تا ضلع بین میله و تکلیف گامی قبلی اعمال می شود.

با ضخامت 4.5 mm در هر دو سطح در اینجا نیز تکرار کردیم و این تفاوت که مقدار تغییر شکل کل مخالف صفر و برابر 4.5 mm است

$$\delta = \delta_L + \delta_R = 4.5 \times 10^{-3}$$



مسئله ۲

با یکدیگر δ_L و δ_R از روابط استیلد قبل را درجه تبدیل کنیم $E = 200 \text{ GPa}$ خواصیم در دست ۱

$$\delta = \frac{1.025 \times 10^9}{200 \times 10^9} - \frac{(1.095 \times 10^3) R_B}{200 \times 10^9} = 4.5 \times 10^{-3}$$

اجل بر روی R_B داریم

$$R_B = 115.4 \times 10^3 \text{ N} = 115.4 \text{ kN}$$

مستقر عکس العمل در A داریم ترسیم آزاد معده مطابق تصویر استیلد قبل در دست ۱

$$\sum F_y = 0 : R_A - 300 - 600 + R_B = 0$$

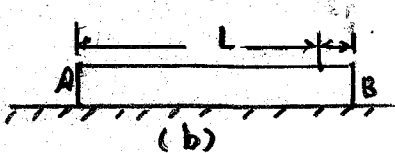
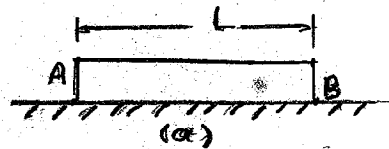
$$R_A = 900 \text{ kN} - 115.4 \text{ kN} = 785 \text{ kN}$$

Problems Involving Temperature change

۲-۱۰ مسائل شامل تغییرات دما

تمام اعضای و سازه های که تاکنون در نظر گرفته شده در حین ارتداد در یک دما معین باقی میمانند. اکنون سازه های مختلف دما را در تغییرات دما در نظر میگیریم. در ابتدا مسئله را با تغییر دما AB را در نظر میگیریم که در یک سازه ای آزاده قرار دارد. هیچ نیروی دما در آن سازه نیست. با اندازه ΔT افزایش یا بدست آمده می شود

که مسئله به مقدار δ_T افزایش طول می آید. که متناسب با تغییر دما ΔT در طول مسئله است. بطوریکه



$$\delta_T = \alpha (\Delta T) L$$

در حالتیکه α ضریب انبساط ماده است که تحت عنوان ضریب انبساط دما

(coefficient of thermal expansion) خوانده می شود. در حالتیکه δ_T و L هر دو

در صلب واحد طول یک می شوند در این صورت α بر حسب علم درجه سانتیگراد

متناسب با تغییر دما δ_T متناسب گشتن $\epsilon_T = \frac{\delta_T}{L}$ خواهد بود. با یکدیگر گشتن

$$\epsilon_T = \alpha \Delta T$$

گشتن ϵ_T تحت عنوان گشتن دما (Thermal strain) خوانده می شود و تغییر دما در سازه های

در حالتیکه در نظر گرفته شده هیچ گونه تنش و جبرئله نداشته است

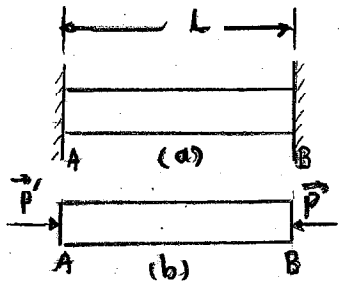
اکنون سوال مسئله را بین دو کلیه نگاه است در حالتیکه از یکدیگر در نظر میگیریم. در حالت اول بدست گشتن دما

در حالتیکه وجود ندارد. هیچ نیروی دما نیست. با اندازه ΔT افزایش یا بدست آمده می شود

صورت (گشتن) بطوریکه افزایش طول δ_T مسئله همگرا خواهد بود. در حالتیکه مسئله همگرا (homogeneous) واقع

(فصل ۲)

کنندمان (Uniform cross section) کرنش در هر نقطه مقدار $\epsilon_T = \delta_T/L$ و بنابراین صغیر است.
 هر چند تکیه گاهها نیز همگرا برای P در P را در P میل به تغییر درجه حرارت اعمال می نمایند، افزایش طول
 در مجموع صغیر گردد. بنابراین حالتی که در تصویر نشان (بدون وجود کرنش مناسط) در میل به تغییر همگرا آمد.



برای تعیین تنش σ که نتیجه تغییر درجه حرارت ΔT است، فرض می شود که شده
 برای حل مسئله - ناعین و است. بنابراین در ابتدا لازم است مقدار P
 عکس العمل تکیه گاهها را در این فرضیه که افزایش طول میل صغیر است، محاسبه کرد.
 با استفاده از روش جمع اثرها که در بخش قبل بیان شد استقامت B را آزاد گذاشته

در ادامه افزایش طول در P در استقامت تحت تأثیر تغییر درجه حرارت ΔT
 خدایم دهیم:

$$\delta_T = \alpha (\Delta T) L$$

با کاربرد نیروی P در استقامت B به مقدار نیروی اضافی را بدست می آوریم
 تغییر شکل، خدایم دهیم:

$$\delta_P = \frac{PL}{AE}$$

با بدست آمدن این تغییر شکل δ است صغیر است، خدایم دهیم:

$$\delta_B = \delta = \delta_T + \delta_P = \alpha (\Delta T) L + \frac{PL}{AE} = 0$$

در استقامت

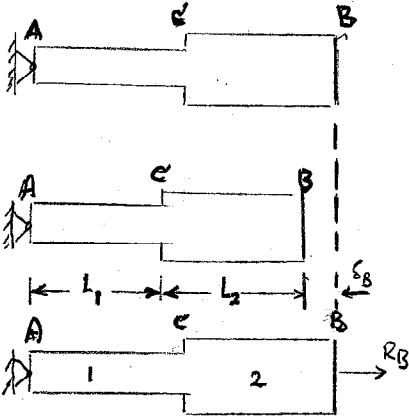
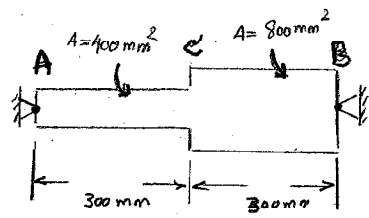
$$P = -AE\alpha (\Delta T)$$

در مقدار تنش ناشی از تغییر درجه حرارت ΔT عبارت است از

$$\sigma = \frac{P}{A} = -E\alpha (\Delta T)$$

این در واقع استی در نظر گرفته شود که نتیجه بدست آمده درجه حرارتی است که در میل به تغییر درجه حرارت
 که میل به گسستن، با سطح مقطع کنده است. هر دو می تواند در یک سطح سازه های مستقیم تأثیر درجه حرارت
 استی درجه حرارت نیروی گردد. گرچه هم در روش کلی استی در نظر گرفته شود تغییر شکل ناشی از تغییر درجه حرارت
 و تغییر شکل ناشی از نیروی اضافی با هم ترکیب می شوند تا محدودیت حاصل می گردد.

(مسئله ۲)



مثال (۶-۹) مطلوب است مقادیر تنش در قسمت AC و BC میل فولادی
 درجه بندی درجه وارث میل ۵۰ - ۵۰۰ درجه درجه که درجه
 ۲۵۴ + (درجه) میل بر تکیه گاه منطبق می باشد. برای ایست
 $E = 200 \text{ GPa}$ و $\alpha = 12 \times 10^{-6} / \text{C}$ در نظر گرفته شود

با توجه به این که ابتدا عکس العمل را در تکیه گاه ها محاسبه کنیم. ابتدا باید مسئله تغییرات دما را در نظر بگیریم. دما در هر دو قسمت برابر است. در نظر بگیریم که دما در هر دو قسمت برابر است. در نظر بگیریم که دما در هر دو قسمت برابر است.

$$\Delta T = (-50^\circ\text{C}) - (25^\circ\text{C}) = -75^\circ\text{C}$$

مقدار تغییر شکل متناظر عبارت است از:

$$\delta_T = \alpha (\Delta T) L = (12 \times 10^{-6} / \text{C}) (-75^\circ\text{C}) (0.6 \text{ m}) = -540 \times 10^{-6} \text{ m}$$

با کاربرد نیروی R_B در سمت B مقدار تغییر شکل δ_R ناشی از این نیرو را محاسبه کنیم

$$L_1 = L_2 = 0.3 \text{ m}$$

$$A_1 = 400 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_2 = 800 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$P_1 = P_2 = R_B$$

$$E = 200 \times 10^9 \text{ Pa}$$

با جایگزینی در معادله تغییر شکل

$$\delta_R = \frac{P_1 L_1}{A_1 E} + \frac{P_2 L_2}{A_2 E} = \frac{R_B}{200 \times 10^9 \text{ Pa}} \left(\frac{0.3 \text{ m}}{400 \times 10^{-6} \text{ m}^2} + \frac{0.3}{800 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \right)$$

$$\rightarrow \delta_R = (5.625 \times 10^{-9} \text{ m/N}) R_B$$

با در نظر گرفتن این نکته که کل تغییر شکل میل باید صفر باشد، خواهیم داشت:

$$\delta = \delta_T + \delta_R = 0$$

$$\delta = -540 \times 10^{-6} \text{ m} + (5.625 \times 10^{-9} \text{ m/N}) R_B = 0$$

$$\rightarrow R_B = 96 \times 10^3 \text{ N} = 96 \text{ kN}$$

عکس العمل در A برابر عکس کار است

توجه شود که نیروها در قسمت میل $P_1 = P_2 = 96 \text{ kN}$ است. مقادیر تنش را در قسمت AC و BC نیز محاسبه کنید

مسئله ۲

$$\sigma_1 = \frac{P_1}{A_1} = \frac{96 \times 10^3 \text{ N}}{400 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 240 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{96 \times 10^3 \text{ N}}{800 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 120 \text{ MPa}$$

لازم است توجه داشت که در صورت همزدردن یک تغییر شکل، دلایلی برای همزدردن مقاطع AC، BC و غیره ندارد. حل مسئله بر این اساس فرض می‌گردد که این تغییر شکلها همزدردن است. بنابراین غلطی در است. همچنین مقادیر کرنش در این مقطع نیز بدانند همزدردن نظر گرفته می‌شود. برای تحقق بردن این موضوع کرنش ϵ_{AC} را در سمت AC سلبی در نظر می‌گیریم. کرنش ϵ_{AC} از سمت چپ می‌رود و با کرنش ناشی از درجه حرارت که در سلبی نامعین به سلبی تغییر درجه حرارت ΔT بر صدهای آن است و تغییرات زیر تابعی سلبی است:

$$\epsilon_T = \alpha \Delta T = (12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}) (-75^\circ\text{C}) = -900 \times 10^{-6} = -900 \mu$$

مؤلفه دیگر ϵ_{AC} مرتباً با تنش σ_1 ناشی از نیروی R_B روی سلبی است. با استفاده از قانون هاک این مؤلفه کرنش تغییرات زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\sigma_1}{E} = \frac{240 \text{ MPa}}{200 \text{ GPa}} = 1200 \times 10^{-6} = 1200 \mu$$

مجموع دو مؤلفه کرنش در AC خواهیم داشت:

$$\epsilon_{AC} = \epsilon_T + \frac{\sigma_1}{E} = -900 \mu + 1200 \mu = +300 \mu$$

حال نسبت جسم برای بار R_B تغییرات فضا در آن است:

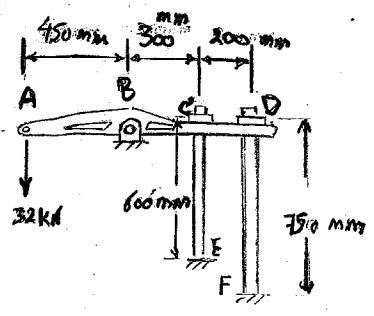
$$\epsilon_{CB} = \epsilon_T + \frac{\sigma_2}{E} = -900 \mu + 600 \mu = -300 \mu$$

مؤلفه تغییر شکل δ_{AC} و δ_{CB} در سمت راست تغییرات زیر بدست می‌آید:

$$\delta_{AC} = \epsilon_{AC} (AC) = (+300 \mu) (0.3 \text{ m}) = +90 \mu\text{m}$$

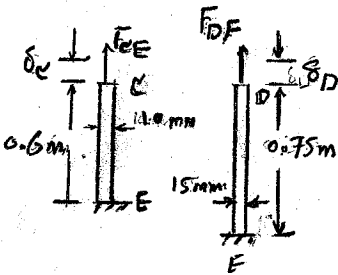
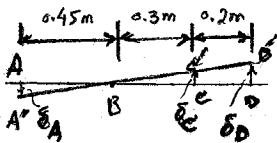
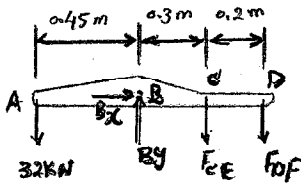
$$\delta_{CB} = \epsilon_{CB} (CB) = (-300 \mu) (0.3 \text{ m}) = -90 \mu\text{m}$$

با توجه به نتایج فوق می‌توان گفت که مقدار تغییر شکل در کل سلبی $\delta = \delta_{AC} + \delta_{CB}$ برابر صفر است. زیرا هر یک از تغییر شکلها برابر صفر



مسئله ۲-۲) سلبی CE به قطر 10 mm و سلبی DF به قطر 15 mm به سلبی $ABCD$ متصل می‌گردد. در این سلبیها از جنس آلومینیوم به مقدار $E = 70 \text{ GPa}$ استفاده می‌گردد. (مطلوبه الف) نیروی هر سلبی تغییر بار گذارک شکل داده شده. (مطلوبه ب) حین انتقال در نقطه A

(مسئله ۲)



پس استیک: با در نظر گرفتن تریس آزاد میل صلب ABCD کف و کمره
که نیروهای اعمال شده بر میلها نامعین است. فرجه انعطاف در استیک

$$\sum M_B = 0 \quad (32kN)(0.45m) - F_{CE}(0.3m) - F_{DF}(0.5m) = 0$$

$$0.3F_{CE} + 0.5F_{DF} = 14.4 \times 10^3 \quad (1)$$

همین‌طور! اگر برد نیروی 32kN موقتاً صیر میل ک'ABC' را در نظر
بگیریم که متناهی BAA', BCC', BDD' خواهیم داشت:

$$\frac{\delta_C}{0.3m} = \frac{\delta_D}{0.5m} \rightarrow \delta_C = 0.6\delta_D \quad (2)$$

$$\frac{\delta_A}{0.45m} = \frac{\delta_D}{0.5m} \rightarrow \delta_A = 0.9\delta_D \quad (3)$$

تفسیر شکلها: از معادله انحرافات تفسیرش داریم!

$$\delta_C = \frac{F_{CE} L_{CE}}{A_{CE} E}, \quad \delta_D = \frac{F_{DF} L_{DF}}{A_{DF} E}$$

با جایگزینی در معادله (2)

$$\delta_C = 0.6\delta_D \rightarrow \frac{F_{CE} L_{CE}}{A_{CE} E} = 0.6 \frac{F_{DF} L_{DF}}{A_{DF} E}$$

$$\rightarrow F_{CE} = 0.6 \frac{L_{DF} A_{CE}}{L_{CE} A_{DF}} F_{DF} = 0.6 \left(\frac{0.75m}{0.6m} \right) \left[\frac{\frac{1}{4}\pi (0.010m)^2}{\frac{1}{4}\pi (0.015m)^2} \right] F_{DF} \rightarrow F_{CE} = 0.333 F_{DF}$$

نیروهایی که بر میلها با جایگزینی در معادله (1) خواهیم داشت:

$$0.3(0.333 F_{DF}) + 0.5 F_{DF} = 14.4 \times 10^3 \rightarrow F_{DF} = 24kN$$

$$F_{CE} = 0.333 F_{DF} = 0.333 (24kN) \rightarrow F_{CE} = 8kN$$

حیثاً: حین در نقطه D

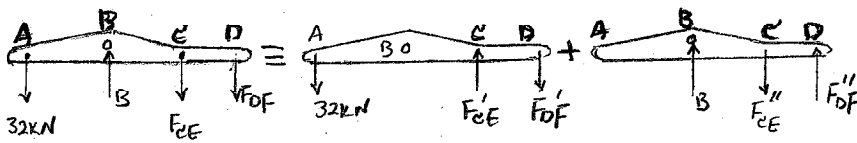
$$\delta_D = \frac{F_{DF} L_{DF}}{A_{DF} E} = \frac{(24kN)(0.75m)}{\frac{1}{4}\pi (0.015m)^2 (70GPa)} \rightarrow \delta_D = 1.455 mm$$

در نقطه از معادله (3)

$$\delta_A = 0.9 \delta_D = 0.9 (1.455mm) \rightarrow \delta_A = 1.310 mm$$

روش در حل مسئله (۲-۲)

ابتدا به اصل جمع اثرها



تکانه نیروی 32kN در نقطه A:

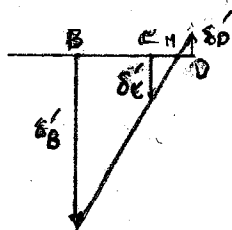
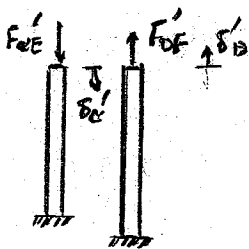
$$\uparrow \sum M_D = 0 : 32(0.95) = F_{CE}'(0.2) \rightarrow F_{CE}' = 152 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : F_{DF}' + 32 = F_{CE}' \rightarrow F_{DF}' = 120 \text{ kN}$$

با استفاده از رابطه تغییر شکل برای هر عضو داریم:

$$\delta_C' = \frac{F_{CE}' L_{CE}}{A_{CE} E} = \frac{(152 \times 10^3)(0.6)}{\left[\frac{\pi(10)^2}{4} \times 10^6\right](70 \times 10^9)} \rightarrow \delta_C' = 16.589 \times 10^{-3} \text{ m} \downarrow$$

$$\delta_D' = \frac{F_{DF}' L_{DF}}{A_{DF} E} = \frac{(120 \times 10^3)(0.75)}{\left[\frac{\pi(15)^2}{4} \times 10^6\right](70 \times 10^9)} \rightarrow \delta_D' = 7.276 \times 10^{-3} \text{ m} \uparrow$$



ابتدا به هندسه مثلث:

$$\frac{\delta_D}{\delta_C} = \frac{MD}{MC} \rightarrow MD = 0.4386 MC$$

$$MC + MD = 0.2$$

$$\rightarrow MC = 0.139 \text{ m} \quad MD = 0.061 \text{ m}$$

$$\frac{\delta_B}{\delta_C} = \frac{BM}{MC} \rightarrow \delta_B = \frac{0.3 + 0.139}{0.139} (0.0166)$$

$$\rightarrow \delta_B = 0.0524 \text{ m} \downarrow$$

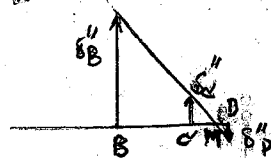
تکانه نیروی B:

$$\uparrow \sum M_D = 0 : F_{CE}''(0.2) - B(0.5) = 0 \rightarrow F_{CE}'' = 2.5B, F_{DF}'' = 1.5B$$

$$\delta_C'' = \frac{F_{CE}'' L_{CE}}{A_{CE} E} = \frac{2.5B(0.6)}{\left[\frac{\pi(10)^2}{4} \times 10^6\right](70 \times 10^9)} = 2.728 \times 10^{-7} B \uparrow$$

$$\delta_D'' = \frac{F_{DF}'' L_{DF}}{A_{DF} E} = \frac{1.5B(0.75)}{\left[\frac{\pi(15)^2}{4} \times 10^6\right](70 \times 10^9)} = 9.095 \times 10^{-8} B \downarrow$$

برای تغییر شکل معادله برابریم:



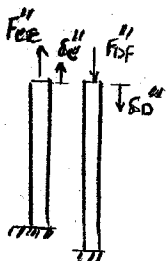
$$\frac{\delta_D''}{\delta_C''} = \frac{MD}{MC} \rightarrow MD = 0.33 MC \quad \text{از آن} \quad MD + MC = 0.2 \rightarrow MC = 0.15 \text{ m}, MD = 0.05 \text{ m}$$

$$\frac{\delta_B''}{\delta_C''} = \frac{MB}{MC} \rightarrow \delta_B = (2.728 \times 10^{-7} B) \frac{0.3 + 0.15}{0.15} \rightarrow \delta_B'' = 8.184 \times 10^{-7} B \uparrow$$

$$\delta_B'' = \delta_B = 0.0524 \quad \text{از آن} \quad \delta_B = \delta_B'' - \delta_B' = 0$$

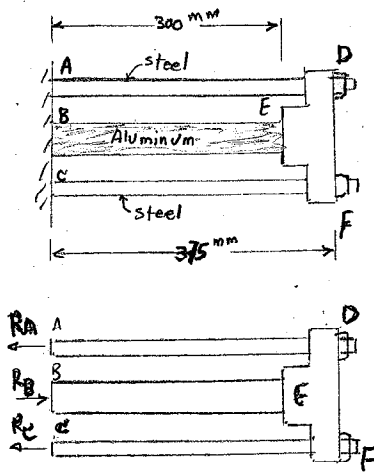
$$\rightarrow 8.148 \times 10^{-7} B = 0.0524 \rightarrow B = 64 \text{ kN} \rightarrow F_{CE} = 8 \text{ kN}, F_{DF} = 24 \text{ kN}$$

$$\delta_D = 1.435 \text{ mm}$$



(مسئله ۱)

شکل مذکور (2.3) نوردی صلب DEF به وسیله دو پیچ به قطر 18 mm ، AD و E و F نگه داشته شده و در حالت اولیه در حالت صلب نوردی BE به قطر 36 mm قرار دارد. گام هر پیچ 2 mm و تعداد حیفته شدن اعضای هر پیچ در اندازه یک چهارم در سمتی نورد. برای فولاد $E = 200\text{ GPa}$ و برای آلومینیوم $E = 70\text{ GPa}$ است. مطلوب است تنش عمودی در میله آلومینیومی

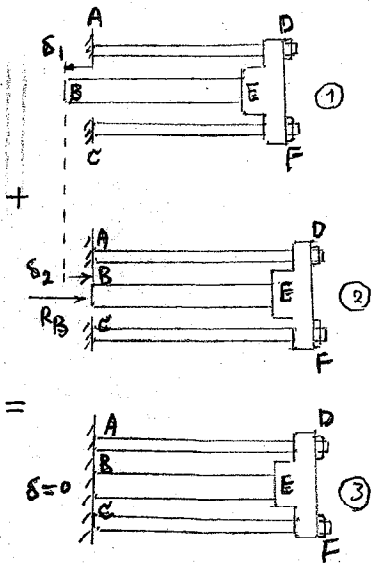


پاسخ) استاتی: ابتدا به ترتیب آزاد کنیم عکس (عملیات استاتی) تا ضمن آزاد شدن گره با درجه به تعادل معین $R_A = R_C$ خواهیم بود همچنین $\sum F = 0 \quad -R_A + R_B - R_C = 0 \quad \therefore R_B = 2R_A$ (۱) تغییر شکل:

با استفاده از روش جمع اثرها، عکس العمل R_B را ابتدا در نظر میگیریم. با فرض کردن یک چهارم در پیچ عمود کرده DEF و میله BE به اندازه δ_1 به سمت چپ حرکت می‌دهیم.

$$\delta_1 = \frac{1}{2} (2\text{ mm}) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

عکس العمل R_B پس به سمت راست اعمال می‌گردد. با اندازه δ_2 به سمت راست حرکت می‌دهیم (عکس ۲) و قبلاً حیفته‌های δ_1 را برمی‌داریم. $\delta_1 = \delta_2$ در این صورت در این صورت از هم تکرار است که حیفته δ_2 مجموع حیفته پیچ AD و میله BE قرار می‌گیرد.



$$\delta_{\text{bolt}} = \frac{R_A L}{A E} = \frac{R_A (0.375 \text{ m})}{\frac{1}{4} \pi (0.018 \text{ m})^2 (200 \text{ GPa})} = 7.368 \times 10^{-9} R_A \rightarrow$$

$$\delta_{\text{rod}} = \frac{R_B L}{A E} = \frac{R_B (0.3 \text{ m})}{\frac{1}{4} \pi (0.036 \text{ m})^2 (70 \text{ GPa})} = 4.210 \times 10^{-9} R_B \rightarrow$$

$$\delta_B = \delta_E + \delta_{B/E} \rightarrow \delta_{\text{bolt}} + \delta_{\text{rod}} = \delta_2 = \delta_1$$

$$7.368 \times 10^{-9} R_A + 4.210 \times 10^{-9} R_B = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

عکس العملها: اما یکگزینی R_B از معادله (۱) در معادله (۲)

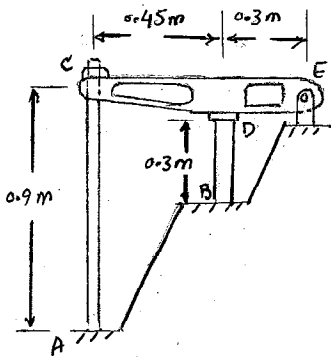
$$7.368 \times 10^{-9} R_A + 4.210 \times 10^{-9} (2R_A) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\rightarrow R_A = 31.67 \text{ kN} \quad R_B = 2R_A = 2(31.67 \text{ kN}) = 63.34 \text{ kN}$$

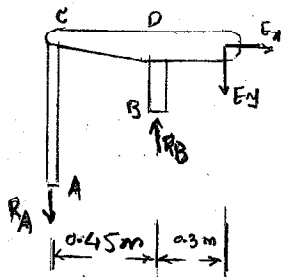
$$\sigma_{\text{rod}} = \frac{R_B}{A} = \frac{63.34 \text{ kN}}{\frac{1}{4} \pi (0.036 \text{ m})^2} \rightarrow \sigma_{\text{rod}} = 62.2 \text{ MPa}$$

تنش در میله

(فصل ۲)

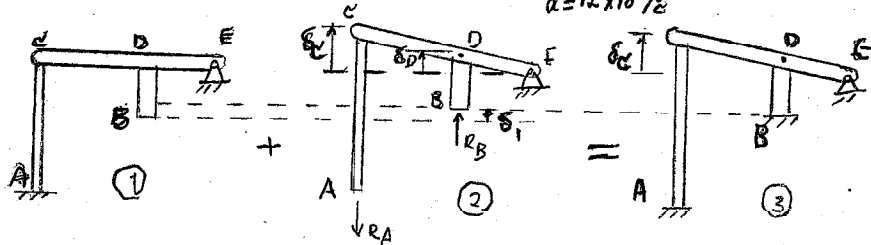


۲-۴) بار صلب CDE به یک تکیه گاه در E متصل است در روی سلیندر BD قرار میگیرد. یک میل فولادی به قطر $22mm$ از داخل سوراخ بزرگی CDE عبور میآید و به سلیندر محصور به بازو بست میزند. در دمای $20^\circ C$ میل AE به بزرگی صلب جفت است در صورت سلیندر بزرگی به $50^\circ C$ افزایش مییابد در صورتیکه در صورت ملی AE در دمای $20^\circ C$ است میماند. فرض کنید تا قبل از تغییر در دما هیچ تنش و دیرد در استات مدار نشود در سلیندر را کاملاً سلب می کند



فولاد: $E = 200 GPa$
 $\alpha = 12 \times 10^{-6} / ^\circ C$

برنج: $E = 105 GPa$
 $\alpha = 18.8 \times 10^{-6} / ^\circ C$



پایخ استاتی: بار هم ترازی از دویم خدمات در است

$$\sum M_E = 0 : R_A(0.75m) - R_B(0.3m) = 0 \rightarrow R_A = 0.4R_B \quad (1)$$

تغییر شکل: بار استاتی و بار زودش اصل جمع انرژی R_B را معادل نیروی داخلی در نظر میگیریم. با در نظر گرفتن این موضوع حرکت بسبب افزایش طول سلیندر به اندازه δ_T و به سمت راست میزند. عکس العمل R_B راستی بسبب تغییر شکل δ_T به سمت اندازه δ_T کرد در عبارتی که حتماً در نقطه B برابر صفر است (رنگ ۳)

حین δ_T : نتیجه افزایش دما در است $30^\circ C = 20^\circ C - 50^\circ C$ طول استاندارد بزرگی به اندازه δ_T افزایش مییابد

$$\delta_T = L(\Delta T)\alpha = (0.3m)(30^\circ C)(18.8 \times 10^{-6} / ^\circ C) = 169.2 \times 10^{-6} m \downarrow$$

حین δ_1 : با توجه به شکل ۲ در حال داریم که $\delta_D = 0.4\delta_C$ در همین

$$\delta_C = \frac{RAL}{AE} = \frac{R_A(0.9m)}{\frac{1}{4}\pi(0.022m)^2(200GPa)} = 11.84 \times 10^{-9} R_A \uparrow$$

$$\delta_D = 0.4\delta_C = 0.4(11.84 \times 10^{-9} R_A) = 4.74 \times 10^{-9} R_A \uparrow$$

$$\delta_{B/D} = \frac{R_B L}{AE} = \frac{R_B(0.3m)}{\frac{1}{4}\pi(0.03m)^2(105GPa)} = 4.04 \times 10^{-9} R_B \uparrow$$

$$\delta_1 = \delta_D + \delta_{B/D} = [4.74(0.4R_B) + 4.04R_B] \times 10^{-9} = 5.94 \times 10^{-9} R_B \uparrow \quad (1)$$

$$\delta_T = \delta_1 \rightarrow 169.2 \times 10^{-6} m = 5.94 \times 10^{-9} R_B \rightarrow R_B = 28.4 kN$$

$$\sigma_B = \frac{R_B}{A} = \frac{28.4 kN}{\frac{1}{4}\pi(0.03)^2} \rightarrow \sigma_B = 40.3 MPa$$

تنش در استاندارد

صفحه ۲

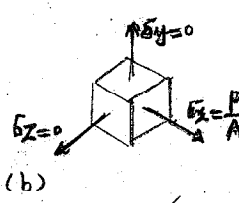
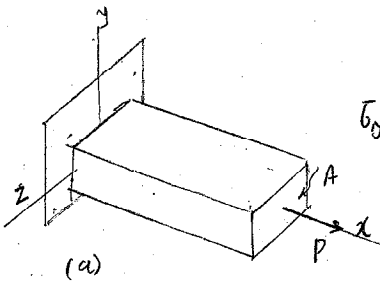
۲-۱۱ Poisson's Ratio

نسبت پواسون

در تست کشش، تغییرات طولی و عرضی یک ماده را در یک تست کشش می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم.

$$\epsilon_x = \sigma_x / E$$

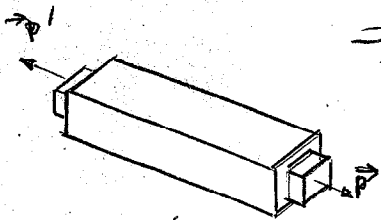
در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم.



شکل (۲-۳۷)

در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم.

در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم.



شکل (۲-۳۸)

در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. در یک تست کشش، تنش و کرنش در طول یک ماده را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم.

ریاضی‌دان فرانسوی سیمون دنیس پواسون (simon Denis Poisson) (۱۷۸۱-۱۸۴۲) گفته است که نسبت پواسون

معمولاً بین ۰ و ۰.۵ (nu) قرار می‌گیرد. در انقباض داریم

$$\nu = \left| \frac{\text{Lateral strain}}{\text{axial strain}} \right| \quad (2-35)$$

۲-۱۲

$$\nu = - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \quad (2-36)$$

برای شش‌ضلعی بزرگ شکل ۲-۳۷. به‌کاربرد (۲-۳۶) برای ϵ_x و ϵ_y رابطه (۲-۳۶)

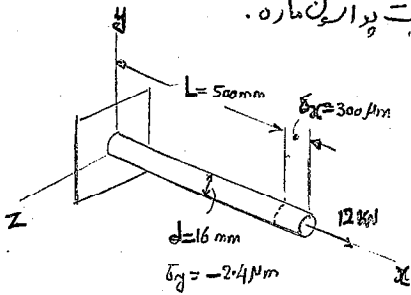
نتیجه زیر حاصل می‌شود که به‌کارگیری شش‌ضلعی تحت یک بارگذاری طولی که در آن ϵ_x را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم:

(فصل ۲)

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad \epsilon_y = \epsilon_z = -\frac{\nu \sigma_x}{E}$$

مثال (۲۰۷)

یک میله فولاد ۵۰۰mm طول و قطر ۱۶mm بصورت عمود بر محور x قرار دارد. تحت بارگذاری محوری ۱۲kN طول آن به اندازه ۳۰۰μm افزایش یافته و تغییر طول آن به اندازه ۲.۴mm کاهش یافته است. مطلوب است مدول کشش و نسبت پواسون ماره.



حجم و سطح مقطع میله عبارت است از:

$$A = \pi r^2 = \pi (8 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 201 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

باتوجه به محور x در طول محور میله، از تیرک نزدیک است و

$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{12 \times 10^3 \text{ N}}{201 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 59.7 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_x = \frac{\delta_x}{L} = \frac{300 \mu\text{m}}{500 \text{ mm}} = 600 \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta_y}{d} = \frac{-2.4 \text{ mm}}{16 \text{ mm}} = -150 \times 10^{-6}$$

باتوجه به نزدیک بودن $\sigma_x = E \epsilon_x$ و $\sigma_y = E \epsilon_y$ است

$$E = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x} = \frac{59.7 \text{ MPa}}{600 \times 10^{-6}} = 99.5 \text{ GPa}$$

باتوجه به معادله (۲.۲۶)

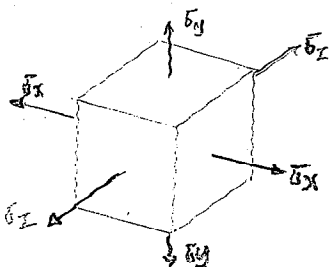
$$\nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = \frac{-150 \times 10^{-6}}{600 \times 10^{-6}} = 0.25$$

۲.۱۲. Multiaxial Loading; Generalized Hooke's Law بارگذاری چند محوری، تعمیم تانگ هوک

در آن حالتی که در نظر گرفته شده در این بخش، اجزای اریبی در سه جهت مختلف بارگذاری محوری اعمال می شود و در این حالت، این محور به عنوان x و بارهای محوری را P در محل داده شده مقدار مؤثر آنها را می توان نوشت

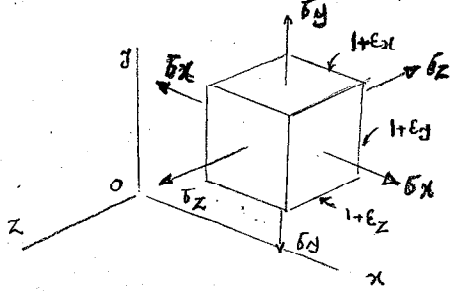
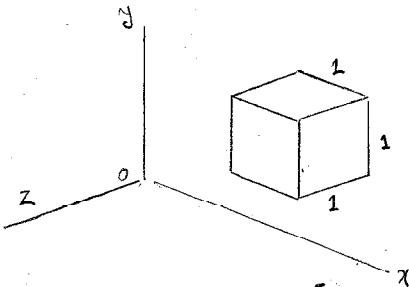
$$\sigma_x = P/A, \quad \sigma_y = 0, \quad \sigma_z = 0$$

این بارگذاری را در نظر بگیرید که در سه جهت بارگذاری محوری است. این وضعیت تحت عنوان بارگذاری چند محوری (multiaxial loading) خوانده می شود (شکل ۲.۱۶). در این حالت، این وضعیت تنش یکی از حالت تنش سه محوری است. در این حالت، تنش در سه جهت مختلف اعمال می شود و در این حالت، این وضعیت تنش یکی از حالت تنش سه محوری است.



این بارگذاری را به شکل یک مکعب در نظر بگیرید (شکل ۲.۱۶). در این حالت، این وضعیت تنش یکی از حالت تنش سه محوری است. در این حالت، این وضعیت تنش یکی از حالت تنش سه محوری است.

(فصل ۲)



دوره اصلی که این است که اشیاء بعلب بصیرت واحد در نظر گرفته شود.

حالت بارگذاری صاف محوری (یا به متنازی اسطیج نامی) (rectangular Parallel Piped)

باطولها برابر $1 + \epsilon_x$ ، $1 + \epsilon_y$ و $1 + \epsilon_z$ در صلبه ϵ_x ، ϵ_y و ϵ_z

گوشه درجهت سه محور باشند ، تغییر شکل یاب. در شکل (۲-۲۱)

استی تدب نموده که بعد از نتیجه تغییر شکل اشیاء که بارها را در نظر گرفته شده

حالت انتقال نیز قرار داده گرفت اما در اینجا با تغییر شکل واقعی جزء

(actual deformation) سوکار داریم و اصل حاکم بصیرت جسم صلب وجود ندارد

به منظور بیان کرنش ϵ_x ، ϵ_y و ϵ_z بر حسب مؤلفه‌های تنش σ_x ، σ_y و σ_z

بکار جداگانه اثر هر مؤلفه‌های تنش را در نظر بگیریم و نتایج را با هم ترکیب کنیم. برای این منظور از روشی که به ذرات استفاده شده

تک می‌گیریم تحت عنوان اصل جمع اثرها (Principle of superposition). این اصل نشان می‌دهد اثر یک بارگذاری یک

بار دیگر باره می‌تواند با در نظر گرفتن تأثیر بارهای مختلف در ترکیب نتایج است آمده ، فراهم آید در صورتیکه شرایط زیر

ارضا گردد:

۱- هر اثر بجز ارضای بار در صلب است

۲- تغییر شکلها نتیجه اثر هم بارها در یک است در وی و صفتی. بجز در سایر بارها تأثیر ندارد

در حالت بارگذاری صاف محوری حالت اول ارضای می‌گردد و چون تنش ارضای مناسب باره تجاوز نماید و صفتی در آن ارضای فراهم

اگر تنش در یک معقد در آن سه به سبب تغییر شکلها صفتی دیگر نگیرد بکار می‌آید. اندازه کافی بزرگ است که روی سبب تنش

دیگر صفتی است تا شیر بگذارد.

ابتدا تأثیر مؤلفه‌های تنش σ_x را در نظر بگیریم. می‌دانیم که سبب کرنش برابر ϵ_x درجهت x ، کرنش برابر $-\nu \frac{\sigma_x}{E}$

درجهت y و z می‌گردد. بجز اثر مؤلفه‌های تنش σ_x بکار جداگانه سبب کرنش ϵ_y درجهت y ، ϵ_z درجهت z ، $-\nu \frac{\sigma_y}{E}$

درجهت x و z می‌گردد. سزاغاً مؤلفه‌های تنش σ_z سبب کرنش ϵ_z درجهت z ، $-\nu \frac{\sigma_z}{E}$ درجهت x و $-\nu \frac{\sigma_z}{E}$ درجهت y

با ترکیب نتایج فراهم شده نتیجه می‌گیریم که مؤلفه‌های تنش برده‌ایم بارگذاری صاف محوری عبده‌اند:

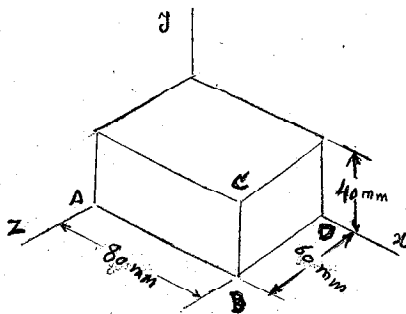
$$\begin{aligned} \epsilon_x &= + \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_y &= - \nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_z &= - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \end{aligned} \quad (2-28)$$

(فصل ۲)

در اینجا (۲-۲۸) تحت عنوان تقسیم یا متدهنک هوك (Generalized Hook's Law) را یک ابزار کلی چندگانه می‌دانند. همانطور که در شکل داده شده است، نتایج به دست آمده قابل کاربرد برای تنش‌ها و محدود در حد تناسب و همچنین تغییر شکل‌های کوچک می‌باشد. همچنین مقدار نسبت تنش بر حسب بار گذاراکشی و مقدار منفی بر حسب بار گذاراکشی عبارتند از: مقدار مثبت تنش است که در حین انقباض (contraction) در حین بارگذاری رخ می‌دهد و مقدار منفی تنش در حین اتساع (expansion) رخ می‌دهد.

شکل ۲.۸

یک مکعب فولادی شکل داده شده در شکل (۲-۲۹) تحت یک بار یکساز افقی در راستای محور x قرار دارد. مقدار تغییر طول AB برابر $24 \mu m$ می‌باشد. معلوم است که تغییر طول در دیگر اضلاع نیز (ب) بار P روی صفحه است. فرض $\nu = 0.29$ ، $E = 200 GPa$



افت تغییر طول در دیگر لبه‌ها: با همبستگی

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -P$$

در اینجا (۲-۲۸) مقدار تغییر طول تنش برابر در همه جهت‌ها است. بنابراین:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = -\frac{P}{E} (1 - 2\nu) \quad (2-29)$$

در حالی که از آنجا که عبارت است از:

$$\epsilon_x = \frac{\delta_x}{AB} = -24 \mu m / 80 mm = -300 \mu$$

برای تغییرات

$$\epsilon_y = \epsilon_x = \epsilon_z = -300 \mu$$

به این ترتیب

$$\delta_y = \epsilon_y (BC) = (-300 \mu) (40 mm) = -12 \mu m$$

$$\delta_z = \epsilon_z (BD) = (-300 \mu) (60 mm) = -18 \mu m$$

(ب) بار P: اصل مطالعه (۲-۲۹) برای P در یک مکعب

$$P = -\frac{E \epsilon_x}{1 - 2\nu} = -\frac{(200 GPa)(-300 \mu)}{1 - 0.58} = 142.9 MPa$$

(مضامین ۲)

2.13. DILATATION & BULK MODULUS

(۲-۱۳) انبساط حجمی و منقباضی

در این بخش آستر مدولها تنوع عمودی از روی حجم یک واحد از ماده بررسی می‌کنیم. اگر شکل ۲-۱۱ را در نظر بگیریم. حجم آن در حالت برکتش و اورگانیته و تحت تأثیر تنشهای σ_x ، σ_y ، σ_z به مقدار ϵ_x ، ϵ_y ، ϵ_z تغییر می‌کند.

$$V = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z)$$

در حین کشش تنشهای ϵ_x ، ϵ_y و ϵ_z سبب کشش در اورگانیته نیز حاصل می‌گردد. این امر را به صورت ϵ_x ، ϵ_y ، ϵ_z در نظر می‌گیریم. بنابراین تغییرات در اورگانیته ϵ_x ، ϵ_y ، ϵ_z سبب تغییر در حجم می‌گردد. بنابراین در آن حالت

$$V = 1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

بنابراین e به عنوان تغییر در حجم یک واحد در آن حالت:

$$e = V - 1 = 1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z - 1$$

۲

$$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

(۲-۳۰)

حین کشش حجم واحد اولی در آنجا است که در این تغییرات مقدار e یک گشته تغییر در حجم بر واحد حجم می‌گردد. این حالت تحت عنوان انبساط حجمی ماده (dilatation of Material) خوانده می‌شود. همچنین ϵ_x ، ϵ_y ، ϵ_z در معادلات

(۲-۲۸) در (۲-۳۰) در آن حالت است.

$$e = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{E} - 2\nu \frac{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{E}$$

$$e = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2-31)$$

یک حالت خاص در این تغییرات است که در آنجا $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p$ در نظر می‌گیریم. هر دو طرف این معادله را برابر

$-p$ در دو طرف معادله (۲-۳۱)

$$e = - \frac{3(1-2\nu)}{E} p \quad (2-32)$$

با اعمال تناسب

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2-33)$$

با جایگزینی در معادله (۲-۳۲) خواهیم داشت:

$$e = - \frac{p}{K} \quad (2-34)$$

مصلح

نسبت ν تحت عنوان مدول چسب (bulk modulus) یا مدول شکر (modulus of compression) ماره خوانده می شود. این نسبت برابر است با $\frac{\nu}{1-\nu}$ و از آنجا که مدول الاستیته E یعنی پارامتر ν در این معادله $\nu = \frac{E}{3K}$ (2.33) می باشد که ماره ν در حالت آسان است و در حالت سختی درجه ν را می توانیم از این معادله $\nu = \frac{E}{3K}$ (2.33) استخراج کنیم. ماره ν در این معادله $\nu = \frac{E}{3K}$ (2.33) می باشد که ماره ν در حالت آسان است و در حالت سختی درجه ν را می توانیم از این معادله $\nu = \frac{E}{3K}$ (2.33) استخراج کنیم.

$$0 < \nu < \frac{1}{2}$$

چون یک ماره ایده آل در آن مقدار ν برابر صفر در نظر گرفته شود، با کسری در یک حالت، هیچگونه انقباضی در آن ماره وجود نخواهد داشت. لزوماً دیگر برای یک ماره ایده آل که $\nu = \frac{1}{2}$ است مقدار $K = \infty$ خواهد بود که در این صورت ماره غیر قابل تراکم خواهد بود. (e=0). بر اساس معادله (2.31) درجه ν در این معادله $\nu = \frac{E}{3K}$ (2.31) می باشد که ماره ν در حالت آسان است و در حالت سختی درجه ν را می توانیم از این معادله $\nu = \frac{E}{3K}$ (2.31) استخراج کنیم.

مثال ۲-۹

مطلوبت تغییر در حجم ΔV یک بلوک فولاد که در شش (۲۰۴۲) تن دارن می شود. وقتی که این نسبت فشار هیدرواستاتیک $P = 180 \text{ MPa}$ قرار گرفته است. مقدار $E = 200 \text{ GPa}$ ، $\nu = 0.29$ را در نظر بگیرید.

پاسخ

ابتدا بر معادله (2.33) برای مدول چسب فولاد خواهیم داشت

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} = \frac{200 \text{ GPa}}{3(1-0.58)} = 158.7 \text{ GPa}$$

و از معادله (2.34) برای انقباضی داریم

$$e = -\frac{P}{K} = -\frac{180 \text{ MPa}}{158.7 \text{ GPa}} = -1.134 \times 10^{-3}$$

وقتی که حجم V بلوک در حالت مدول شکر عبارت است از:

$$V = (80 \text{ mm}) (40 \text{ mm}) (60 \text{ mm}) = 192 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

در نتیجه e حاصل تغییر در حجم بر واحد حجم می باشد $e = \frac{\Delta V}{V}$ خواهیم داشت

$$\Delta V = e V = (-1.134 \times 10^{-3}) (192 \times 10^3 \text{ mm}^3)$$

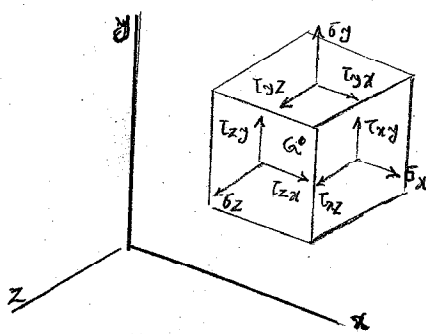
$$\Delta V = -218 \text{ mm}^3$$

(مفصل ۲)

2.14) shearing strain

(۲-۱۸) کرنش برشی

در اشکال راجعه (2.28) بین تنش عمود و در تنش عمود یک دایره هگن این دو نیرو یک فرض شود هیچ نوع تنش برشی وجود ندارد. در حالت کلی تر تنش مطابق شکل زیر (شکل 2.43) تنش برشی τ_{yz} ، τ_{zx} و τ_{xy} وجود دارند (البته تنشها متناظر آنها τ_{yx} ، τ_{xz} و τ_{xy}) این تنشها نیز مستقیم روی کرنش عمود ندارند و همچنین تغییر شکلها متناظر آنها که همگرا شوند بعد از این تغییر شکلها روی یکدیگر قابلیت کاربرد راجعه (2.28) تا شری نخواهند گذاشت. کرنشها برشی مکعب را به متناظر سطح بصورت مایل تغییر فرامندان



شکل (۲-۴۳)

ابتدا یک حیزه مکعب بصنوع واحد در نظر بگیریم (شکل ۲-۴۴)

که تنشها تحت تا شری تنشها برشی τ_{yz} ، τ_{yx} در کرنش است

این تنشها روی صفحات عمود بر محورهای x و y قرار میگیرند

(برای در رسم که $\tau_{yx} = \tau_{xy}$) شده بود که حیزه به یک

لوزی با ابعاد واحد تغییر یافته (شکل ۲-۴۵) دو تالز

زادایا شکل زاویه در سینه چهار ضلع تحت تنش از مقدار $\frac{\pi}{2}$ به

متغیر $\frac{\pi}{2} - \gamma$ گشتن مییابند. در حالتیکه در زاویه دیگر از $\frac{\pi}{2}$

به $\frac{\pi}{2} + \gamma$ افزایش مییابند. زاویه کوچک $\frac{\pi}{2} - \gamma$ (در واحد راجعه)

کرنش برشی مربوط به تنشها τ_{yz} و τ_{yx} را مشخص مییابند. در حالتیکه تغییر شکلها

شکلها گشتن زاویه شکل شده در سینه دو ضلع نیز در آن صفحات

به نسبت همگرا گشتن γ و γ را میباشند (همانند شکل ۲-۴۵) کرنش برشی

τ_{yz} موجب خفاندن γ شود. در غیر اینصورت گشتن در نظر گرفته شود.

لازم به توجه است که نتیجه تغییر شکل دیگر حیزهها ماره، حیزه در نظر

گرفته شده تحت یک دوران دیگر نیز قرار خواهد گرفت. در حین مطابق

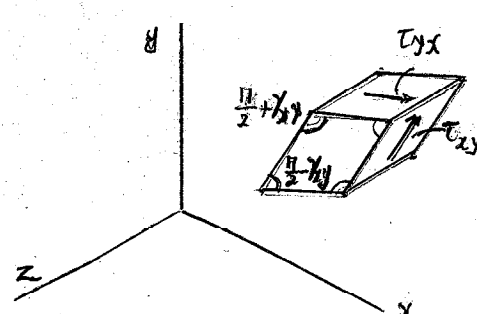
مطالعه کرنش عمود، ما با تغییر شکلها واقعی (actual deformation)

ایک سروکار داریم نه اهدای حیزههای در فرآیند صلب

برسم مقدار τ_{yz} به صلب متناظر τ_{yz} ، در فرآیند تنش - کرنش

برشی برای مواد تحت برشی در است کامیج. این نتیجه خواهد بود بر سینه بصورتیکه معادله همانطوریکه در فصل 3 بیان فرامده

است آید. دیاگرام به دیاگرام تنش - کرنش عمود که در شکل توضیح داده شده است، است و در هر حیزه مقدار به است آمده



(مضامین ۱)

برای مقادیر تسلیم (yield strength) ، مقادیر نهایی (ultimate strength) و غیره بر روی یک نوار مشخص شده حدوداً نصف می‌باشد. همچنین سطح تنش کرنش معمولی است اولی در یک گرام مقادیر تغییرات فرم برای مقادیر تنش برشی که در حد تناسب تغییر می‌آیند در بر روی یک نوار مشخص و نیز در نزدیک همان مقدار است

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} \quad (2.36)$$

این رابطه تحت عنوان قانون هوک برای تنش برشی در این مورد به نام قانون مدول صلابت (modulus of rigidity) یا مدول برشی (shear modulus) نوار خوانده می‌شود.

رابطه τ_{xy} بر میزان یک زاویه بر حسب رادیان بیان می‌شود بنابراین هم بعدی آن است و در رابطه $\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$ بر حسب واحد τ_{xy} یعنی پاسکال بیان می‌شود. مدول صلابت G برای یک ماده کمتر از نصف و نیز کمتر از یک مدول کششی E ماده می‌باشد.

در نظر گرفتن یک الکترون از ماده تحت تنش τ_{yz} ، مقدار کرنش برشی γ_{yz} را بر میزان تغییر در زاویه شکل شده بین صفحات تحت تنش τ_{yz} تعریف می‌کنند. γ_{yz} نیز به همین ترتیب نسبت به تنش τ_{yz} در τ_{yz} و معنی آن که این تنش روی آن سطح τ_{yz} نیز ظاهر می‌شود قابل تعریف است. بر اساس این تنش که در حد تناسب تغییر می‌آیند، در رابطه زیر قابل بیان می‌شود:

$$\tau_{yz} = G \gamma_{yz} \quad \tau_{zx} = G \gamma_{zx} \quad (2.37)$$

در صورتیکه G همان مقدار رابطه (2.36) می‌باشد. در حالت کلی تنش در شکل (2.43) و همچنین مقادیر تنش از حد تناسب متناهی را می‌توان از استفاده از اصل جمع اثرها و ترکیب نتایج زاحم شده در این بخش و بخش (2.12) محاسبه معادلات زیر را که بیان کننده تنش تقسیم یافته هوک بر روی یک نوار مشخص و نیز در نزدیک همان مقدار است، بدست آورد:

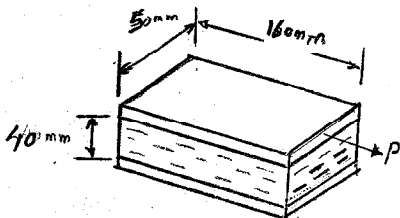
$$\begin{aligned} \epsilon_x &= +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_z}{E} \\ \epsilon_y &= -\frac{\nu \sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_z}{E} \\ \epsilon_z &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \end{aligned} \quad (2.38)$$

(مسئله ۲)

برای استغناء از محاسبه روابط (2.38) ابتدا از حالت سربست E ، ν و G تغییر آزمونگاهی حاصل کردند. صحت این نسبت تغییر شکل در یک وضعیت تنش مشخص آزمون کرد. در حقیقت دو حالت استیجاری تغییر آزمونگاهی دارد. همانطوریکه در فصل ۱۱ فوایم دارم ذکر است تمام باید با یک سازه قابل تعیین باشد.

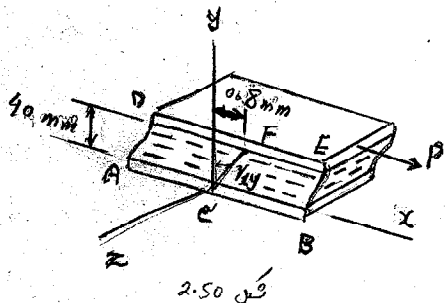
مسئله ۲

یک بلوک مستطیلی از ماده ۱ در اول صلبیت $G = 600 \text{ MPa}$ بدست دو صفحه عمودی عمود بر یکدیگر است. صفحه بالایی نسبت به صفحه پایینی با شیب γ_{xy} قرار میگیرد. فرض کنیم که صفحه بالایی به اندازه 0.8 mm در جهت اعمال بار حرکت کند. مطلوب است الف) تنش برشی متوسط در ماده ب) نیروی P که روی صفحه بالایی اعمال شده است



توضیح

الف) تنش برشی در دستگاه مختصات در نقطه AB به جهت z داده شده در شکل (2.50) در نظر بگیریم. بین دو صفحه کرنش برشی γ_{xy} برابر با زاویه γ_{xy} بر حسب رادیان است. خط AF مماس کشیده شده و با AB در صفحه $ABDE$ همگرایی میسر است. در این صورت



$$\gamma_{xy} = \tan \gamma_{xy} = \frac{0.8 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} \rightarrow \gamma_{xy} = 0.02$$

ب) نیروی اعمال شده روی صفحه بالایی، ابتدا مقدار تنش برشی τ_{xy} را در طول تعیین می‌کنیم. با کار بر روی شکل فوق خواهیم داشت:

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} = (600 \text{ MPa})(0.02) = 12 \text{ MPa}$$

نیروی اعمال شده روی صفحه بالایی در این صورت

$$P = \tau_{xy} A = (12 \times 10^6 \text{ Pa})(0.16 \text{ m} \times 0.05 \text{ m}) = 96 \times 10^3 \text{ N} = 96 \text{ kN}$$

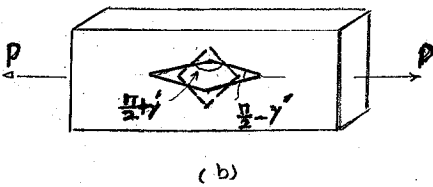
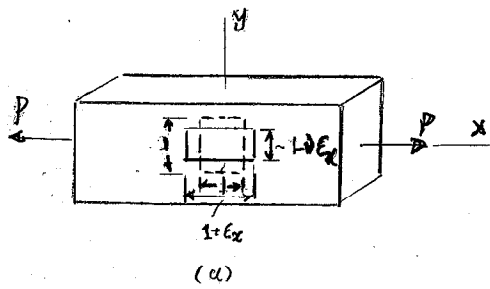
(2.15) یک بیست و نه در زمینه تغییر شکل است بارگذاری همگرا

ارتباط بین E ، ν و G

همانطوریکه در بخش (2.11) مشاهده کردیم یک میل به این جهت بارگذاری است که P در جهت همگرایی قرار گرفت این امر منوط است

د فصل ۲

ک فرجهت پیدا کرد و همچنین دچار انقباضی در دو جهت λ و λ گردید. اگر ϵ_x تنش دهنده کرنش عمودی در جهت عمودی $\epsilon_x = -\nu \epsilon_y = -\nu \epsilon_z$ در جهت عمودی λ نسبت به طول است، λ می شود برای یک λ به ابعاد واحد که در شکل (2.51a) نشان داده شده است نتیجه تغییر شکل یک مکعب مستطیل به ابعاد $1 + \epsilon_x$ ، $1 + \epsilon_y$ و $1 - \nu \epsilon_x$ تبدیل می شود. (توجه شود که تنش یک صفحه را λ نشان داده شده است).



شکل 2-51

فرجهت دیگر اگر λ نسبت به عمود بر λ در آن λ باشد در شکل (2.51a)

صفحه نشان داده شده است به یک کرنش تبدیل می شود. نتیجه گیری

که بار عمودی P روی این λ ایجاد کرنش برشی λ می نماید

مقدار آن با مقدار تغییر زاویه برابر است (توجه شود که کرنش P

یجاد کرنش عمودی در λ شکل 2-51b نیز λ می باشد. $\lambda = 2.58$ بر حسب درصد)

این موضوع که کرنش برشی همپوشان کرنش عمودی است یک اثر از آن است که

λ است و نکته جدیدی است و قبلاً در اینجا بحث $\lambda = 0.7$ است و داریم

که کرنش P بسبب تنش عمودی و برشی با مقدار برابر روی λ می ریزد

چونید که λ اندازه 45° نسبت به عمود λ گردد. همچنین در بخش 1-6

نشان دادیم که مقدار تنش برشی روی صفحه 45° حداکثر است. بنابراین اگر λ به λ تبدیل شود نتیجه گیری می شود که λ مستطیل

با این تنش برشی در شکل 2-51b نیز حداکثر خواهد بود ($\lambda = \lambda_m$)

سطح تغییرات کرنش در فصل که مطالعه فرمائید. در این فصل رابطه λ را بین کرنش برشی حداکثر $\lambda = \lambda_m$

بر روی λ شکل 2-51a و کرنش عمودی λ در امتداد اصل بار را بدست می آوریم. برای این منظور یک λ نشان

نتیجه تلاقی یک صفحه عمود بر λ با یک صفحه λ در نظر بگیریم (شکل 2-52a و 2-52b). با توجه به شکل 2-51a

نتیجه گیری می شود که این λ عمود بر λ شکل 2-52c تغییر شکل خواهد داد. که در آن صفحه افقی و عمودی λ $1 + \epsilon_x$

$1 - \nu \epsilon_x$ می باشد. از موازی زاویه λ بین صفحه عمود بر λ و صفحه افقی و عمود بر λ در شکل 2-52b نصف زاویه

90° در λ شکل 2-51b می باشد. همچنین ترتیب زاویه β در λ تغییر شکل λ $2-52c$ نزدیکاً نصف

زاویه $\lambda - \frac{\lambda}{2}$ خواهد بود. در اینصورت می توان نوشت:

$$\beta = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda_m}{2}$$

با توجه به رابطه λ تا λ در زاویه λ ، داریم در نهایت:

$$\tan \beta = \frac{\tan \frac{\lambda}{4} - \tan \frac{\lambda_m}{2}}{1 + \tan \frac{\lambda}{4} \tan \frac{\lambda_m}{2}} = \frac{1 - \tan \frac{\lambda_m}{2}}{1 + \tan \frac{\lambda_m}{2}}$$

(مصل ۲)

وقتی که زاویه بزرگتر از ۴۵ درجه باشد

$$\tan \beta = \frac{1 - \frac{\gamma_m}{2}}{1 + \frac{\gamma_m}{2}} \quad (2.39)$$

از آن طریق که ۰.۵۲۴ ملاطفتی شود:

$$\tan \beta = \frac{1 - \gamma \epsilon_x}{1 + \epsilon_x} \quad (2.40)$$

با برابر قرار دادن در رابطه اخیر

$$\gamma_m = \frac{(1 + \nu) \epsilon_x}{1 + \frac{1 - \nu}{2} \epsilon_x}$$

در صورتیکه $\epsilon_x \ll 1$ ، مقدار γ_m را برابر داد در تقریب در این صورت

$$\gamma_m = (1 + \nu) \epsilon_x \quad (2.41)$$

که رابطه اول است بین محامل کششی برشی γ_m و کرنش کششی ϵ_x .

برای بدست آوردن رابطه بین E ، ν و G ، از رابطه اول تبدیل کرد

$$\epsilon_x = \frac{\tau_x}{E} \quad (2.41)$$

در رابطه اول $\gamma_m = \frac{\tau_m}{G}$ برابر کرد

$$\frac{\tau_m}{G} = (1 + \nu) \frac{\tau_x}{E}$$

محل معادله برای G خواهیم داشت

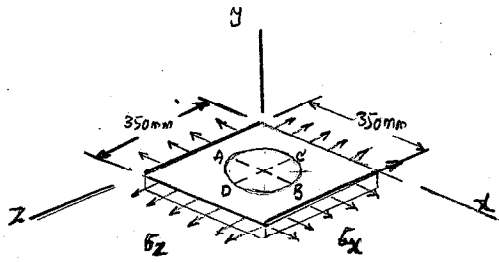
$$G = \frac{E}{1 + \nu} \frac{\tau_m}{\tau_x} \quad (2.42)$$

از آنجا که $\tau_m = P/2A$ و $\tau_x = P/A$ ، در این صورت 1.36 خواهیم داشت

بنابراین نتیجه شد که $\frac{\tau_m}{\tau_x} = \frac{1}{2}$ ، این معادله در معادله فوق

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.43)$$

که بین رابطه اول بین مدول صلبیت G و مدول کشش E ، ضریب پواسون ν را بدست آوردیم.



(مسئله ۲)

مسئله عدد ۲.۵) دایره‌ای که قطر $d = 200 \text{ mm}$ روی یک

صفحه آلومینیومی با ضخامت $t = 18 \text{ mm}$ در جهت

تأثیر اعمال نیروی کششی $\sigma_x = 85 \text{ MPa}$ ، $\sigma_z = 150 \text{ MPa}$ (در جهت

تعمیرات) است. به ازای $E = 70 \text{ GPa}$ و $\nu = 1/3$ مطلوب است

تعمیرات: الف) طول قطر AB (b) طول قطر CD (ج) تغییرات حجم صفحه

پاسخ: تغییرات طول $\Delta l = 0$ است. تغییرات زاویه 2.28 برای مقدار کرنش در هر جهت می‌توانیم داشته باشیم

$$\epsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$= \frac{1}{70 \text{ GPa}} [(85 \text{ MPa}) - 0 - \frac{1}{3}(150 \text{ MPa})] = +0.500 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$= \frac{1}{70 \text{ GPa}} [-\frac{1}{3}(85 \text{ MPa}) + 0 - \frac{1}{3}(150 \text{ MPa})] = -1.119 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

$$= \frac{1}{70 \text{ GPa}} [-\frac{1}{3}(85 \text{ MPa}) - 0 + (150 \text{ MPa})] = +1.738 \times 10^{-3}$$

الف) قطر AB تغییر در طول $\delta_{B/A} = \epsilon_x d$

$$\delta_{B/A} = \epsilon_x d = (+0.5 \times 10^{-3})(200 \text{ mm}) = +100 \mu\text{m}$$

ب) قطر CD

$$\delta_{C/D} = \epsilon_z d = (+1.738 \times 10^{-3})(200 \text{ mm}) = +348 \mu\text{m}$$

ج) تغییرات ضخامت $t = 18 \text{ mm}$ در جهت عمود بر صفحه

$$\delta_t = \epsilon_y t = (-1.119 \times 10^{-3})(18 \text{ mm}) = -20.1 \mu\text{m}$$

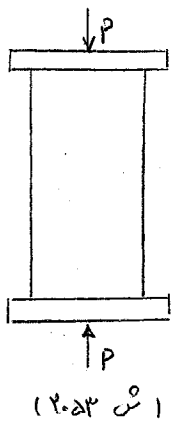
د) تغییرات حجم ΔV در صفحه 230 داریم:

$$\epsilon = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = (+0.5 - 1.119 + 1.738) \times 10^{-3} = +1.119 \times 10^{-3}$$

$$\Delta V = \epsilon V = +1.119 \times 10^{-3} [(0.35 \text{ m})(0.35 \text{ m})(0.018 \text{ m})] = +2.47 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

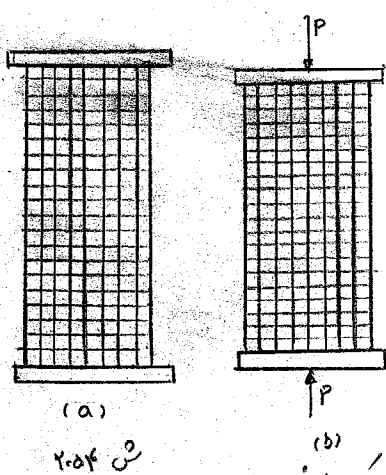
$$\rightarrow \Delta V = +2470 \text{ mm}^3$$

(معمل ۱)



توضیح
 ۲۰۱۶) تنش در تنش تحت بارگذاری همگرا، اصل سونال
 تبدیل وزن دریم که در بارگذاری همگرا، تنش که همگرا در مقاطع عمود بر محور عمود، توزیع یکنواخت
 توزیع شوند. همانطور که در جیبی ۱-۲ دریم، چنین فرضی در مقاطع نزدیک محل ابعاد باز
 کاملاً با ملاحظه همراه است. هر چند تعیین تنشها، حقیقی استیح به مسائل استی
 نامعین دارد. در جیبی ۲-۹ دریم که مسائل استی که نامعین است حل تعیین نیروها را
 که با در نظر گرفتن تغییر شکلی، می توان این نیروها را توانست است.

این دلیل می باشد که نتیجه بگیریم تعیین تنش در یک مقطع نیز به آن نیز بستگی دارد و در هر دو مورد، تنشها در مقاطع مختلف
 این موضوع بعد از آن که در یک مقطع با توجه به تنوع الاستیسیته مورد بررسی قرار گیرد. بارگذاری برای مقاطع مختلف
 بارگذاری در استی که تغییر شکلها را تحت توزیع تنش است. در نظر گرفتن درجه های مختلفی محدودتر با بررسی بارگذاری

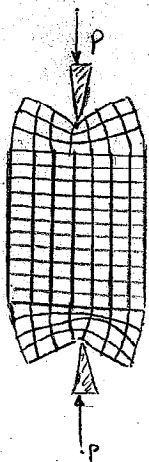


همگرا در سید دو صخره صلب در استی و تعیین تنش در مقاطع مختلف است. (ش ۲۰۵۳)
 می بیند بارها اعمال شده در مرکز صفحات اعمال شوند، صفحات به سمت یکدیگر حرکت کنند
 در نتیجه در آن نمی آیند. سبب کاهش طول عمود می گردد در یک سید چینی و صفحات عمود کامی
 می بیند. این دلیل می باشد که فرض کنیم عمود تنظیم می آیند در آنکه صفحات مقطع صخره
 باقی می ماند و تمام الاستیسیته عمود در یک جهت تغییر شکل می آیند، و نتیجه چنین فرضی بر شرایط
 استی کاملاً منطبق می باشد. این موضوع در شکل ۲-۵۴ نیز داره شده است. که

تغییر الاستیسی را قابل ردیف از بارگذاری است. لکن اگر تمام الاستیسیته در یک جهت تغییر شکل باشد توزیع
 کرنش در طول عمود استی یکسان است. به عبارتی دیگر کرنش همگرا $\epsilon_x = -\epsilon_y$ است
 همگرا. چون که تنشها از حد تسلیم تجاوز نمی آیند، تا نول همگرا بباروری رود، در آن حالت $\epsilon_y = \epsilon_x$
 در این صورت σ_y نیز ثابت خواهد بود. بنابراین توزیع تنشها یکسان است در هر نقطه

$$\sigma_y = (\sigma_y)_{ave} = \frac{P}{A}$$

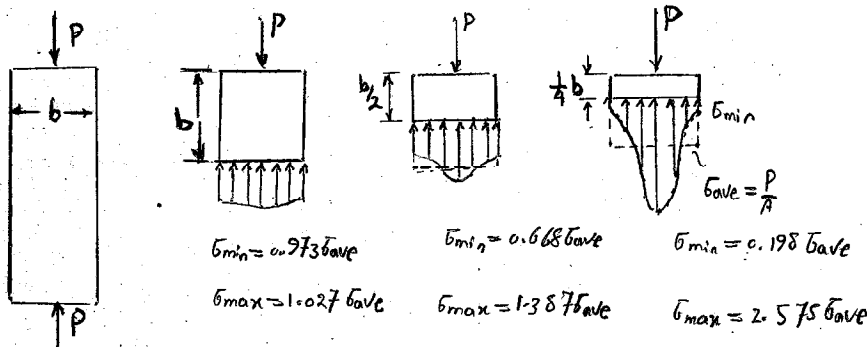
از آن جهت اگر بارها مستقرتر می شوند نتیجه در شکل ۲-۵۵ نیز داره شده است که الاستیسیته نزدیک اعمال بار
 است تا سیر تنشها یکسره بزرگی قرار می گیرند در نتیجه دیگر الاستیسیته استی است تا سیر بار قرار نمی گیرند
 این موضوع در این صورت قابل مشاهده است که تغییر شکلها بزرگتر است. بنابراین کرنشها بزرگتر و تنشها بزرگتر
 نزدیک نقاط کاربرد نیروها اعمال می شوند در نتیجه هیچ تغییر شکلی در درجه اتقان نمی آید. حتی که الاستیسیته در آن
 استی در نظر گرفته شوند و در آنجا که بارها یکسره استی که در تغییر شکلها را در نظر می گیرند و بنابراین می توانستند توزیع یکسان است
 سیر تنشها برای کرنش استی در مقطع عمود استی



فصل ۲

این موضوع در فصل ۲-۵۶ شکل داده است، آنچه که در آنجا آمده است، آنگاه که یک نیروی عمودی P بر سطح مقطع یک عضو را وارد می‌کند، در مقطع تحت آن نیرو، یک تغییر شکل کلی می‌آید، به طوری که به ضمیمه یا انحراف استاتیکی δ و همچنین تغییراتی در توزیع تنش تقریباً در طول مقطع می‌آید. در مقطع تحت این نیرو، تنش در هر نقطه، متعلق به تراز برابر مقدار متوسط P/A و من لغز. غیر این در جمله اول برابر با بزرگترین تغییرات δ ، توزیع تنش در طول یک مقطع یک δ است. هر چند با گذر از مقطع یک δ تا 2.5×10^{-5} به بعد، در دیگر بخش‌ها در جملات دیگر اعمال بار توزیع تنش می‌تواند مستقل از تغییرات δ باشد. این جمله تنها برای بارگذاری همگرا و یکباره در مقطع بارگذاری حاصل دیگر یک δ می‌شود و تحت عنوان اصل سن-وانتان (Saint-Venant's Principle) خوانده می‌شود.

در حالی که اصل سن-وانتان این است که اگرچه نیرو وارد شود که بارگذاری آنجا بوده و در نتیجه یک بارگذاری ساده تر به نظر آید، اما در حقیقت در یک عضو همگرا که جملات من δ است، این در نتیجه در کاربرد اصل سن-وانتان متغیر بودن بارگذاری واقعی را با گذر از مقدار δ نسبت به نسبت δ از حالت استاتیکی است.
 ۲- تنش می‌تواند در نقاط کاربرد بار استفاده شوند. روشی که برای این مسئله می‌تواند توزیع تنش را بداند.



(شکل ۲-۵۶)

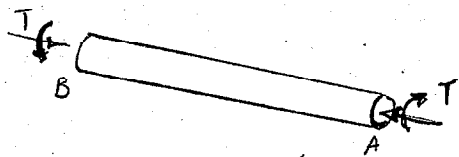
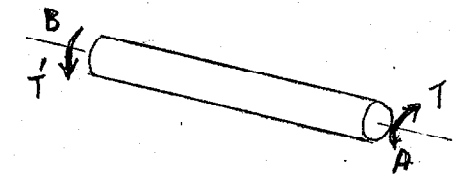
صفا که در بالا به این عنوان استفاده می‌شود، لازم است به اعضا اجازه تغییر طول جانبی را بدهند. به این معنی که نمی‌توانند تغییر شکل مستقل از تغییرات δ داشته باشند. به همین فرض است که در این بارگذاری، در میان تغییرات δ که با تغییر طول جانبی و محدود شده است. همچنین شرایطی برای عضو استاتیکی بارگذاری که تغییرات δ است. در حالت بارگذاری همگرا، تغییرات δ در هر نقطه از این عضو یکسانی است. در حالی که این موضوع است، باید که تغییرات δ در هر نقطه از این عضو یکسانی باشد. همچنین حجم برای آن توانایی تغییر یک در آن است که هیچ توزیع تنش را ایجاد نکند و برای تغییرات δ با بارگذاری واقعی یکبار در آن.

فصل سوم

پیش

(مصل ۳)

۳۱- حدسه: در بخش گذشته تنش کرنش و انفعال سازه تحت بارگذاری محور به بار یک سیرها در حال محور
 عضو تحت « تنش » در این بخش عضو تحت پیچش (torsion) در نظر میگیریم. بهار خاص ترستیها
 و کرنشها را در اعضاء با سطح مقطع برابر تحت پیچش با ترک T در نظر میگیریم. (شکل ۳۱)



(شکل ۳۱)

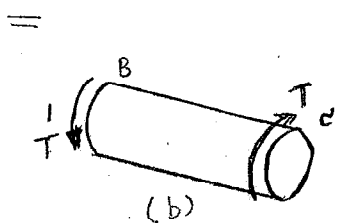
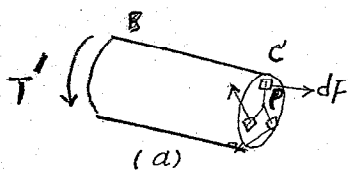
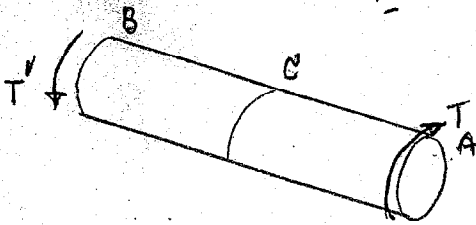
این تنشها مقدارش T را تحت مخالف میباشند. آنجا
 مقدار هر سیر در آنجا باشد و ممکن است بصورت سیر در اعضاء
 یا بصورت زوج سیر در این سازه باشند.

اعضاء تحت پیچش در بسیاری از کاربردها که هندسه آنها
 بهترین کاربرد در مواد به حررها که انتقال میباشند که به نظر
 استفا ده برای انتقال توان از نقطه ای به نقطه دیگر کاربرد
 به مقدار قابل توجهی در سازهها کاربرد دارند و اینها را به سیرهای الکتریکی یا سیر

یک موتور الکتریکی میگویند. همچنین ابزارها، یا لوله موتور به حررها که تحت یک اتومبیل. این حررها که توانند تور
 یا تورخ میباشند.

۳۲- Preliminary Discussion of the stresses in a shaft

۳۲- بحث اولیه تنش در محور
 محور AB را تحت تأثیر گشتاورها برابر در خلاف جهت T در نقاط A و B در نظر میگیریم. یک مقطع
 عمود بر محور را در نقطه C اختیار می کنیم. (شکل ۳۳) در نظر میگیریم. ترمیم آزاد است BC محور است
 سیرها که کرنش اولیه dF عمود بر سطح محور AC در صورت BC محور تحت پیچش
 اعمال می نماید (شکل ۳۴) آن سیرها با تعداد BC اجزای همایه



که در سیم این سیرها اولیه برابر T و معادل در خلاف جهت T
 است. (شکل ۳۴b) با این سیم dF در اعضاء عمود بر محور
 سیرها dF تا حفظ مرکز محور در میان گشتاورها
 سیرها داخلی dF حول حفظ مرکز محور برابر T
 داریم.

$$\int p dF = T$$

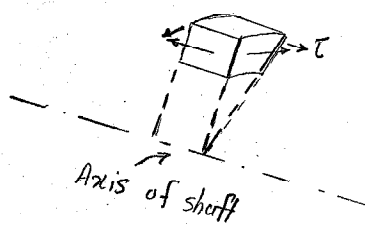
یا روش دیگر $dF = \tau dA$ در صورت T تنش سیرها روی سطح dA

$$\int \rho (\tau dA) = T$$

(فصل ۳)

را با باریک کردن انتهای شفت، برشی در مقطع خاصی از شفت برود. در این رابطه نحوه توزیع تنش را روی مقطع بیابیم. شفت در این حالت درجه ۱.۲ که توزیع تنش تحت بارگذاری داده شده به عبارتی تقابلی نامعینگی داشته باشد. این توزیع بار در شفت بصورت بی تدریج در میانه شفت ۱.۲ است. عددی تولید شده به وسیله تبارگذاری بکار گرفته شده توزیع تنش در شفت (۲.۱۴) است که در این وضع صحیح است. بجز در حسابی بار مستقیم، وضعی که برای توزیع تنش برشی در یک محور الاستیک غلط است. نحوه توزیع تنش در یک محور به تغییر شکل ایجاد شده در محور است. که در شفت بعد برشی فراهم است.

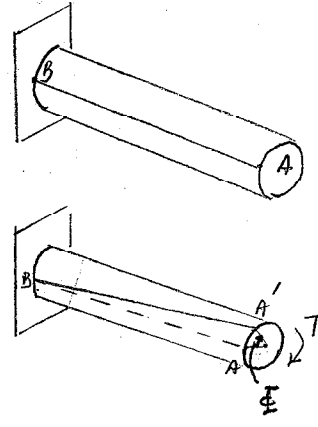
شده بیشتر در این نقطه ای که در مرکز است. همانطور که در شفت ۱.۷ شکل داده شده است. تنش برشی نه تنها در یک صفحه متعامد در شفت است. یک آن که در مرکز شفت ۱.۵ در نظر گرفته ایم. می دانیم که ترک با بار نه بعد از تولید تنش برشی یا روی سطح عمود بر محور شفت فراهم نمیشود. اما در صورت تقابل شفت درجه ۱.۷ است. صحیح است و بعد از شفت با بار روی سطح شفت شده به وسیله صفحات شفت که در شفت است. چون شفت را که در واقع در پیچش بر روی آن است همان بار در نظر گرفتن محور از وضعیت شفت است که از آنجا به وسیله در شکل (3.6a) مشخص دادیم. اگر علامت در نظر گرفته شده روی دو طرف مجاور شفت در نظر بگیریم که در پیچش است به یکدیگر بر روی محور است.



در شفت برای یک ماده همگن در حالت واقعی سر خوردن اتفاق نمی افتد. برای سر خوردن وجود فواصل در شفت است. که در این صورت شفت در ماده وجود تنش در صفحات طولی علاوه بر صفحات عمود بر آن است.

۳-۳ تغییر شکل در یک محور دایره ای

محور دایره ای را در یک حالت به یکدیگر ثابت است. همان در نظر گرفته ایم (شکل 3.7a) اگر ترک T به انتهای دیگر اعمال شود محور پیچیده و استخوان آزاد آن به اندازه زاویه ϕ که زاویه پیچش (angle of twist) خوانده می شود پیچیده (شکل 3.7b) شده است. در مورد در یک محوره از محورها زاویه ϕ متناوب است. I است. همچنین مقدار ϕ متناوب با طول I محور است. از آنجا که زاویه پیچش بر روی همگن مقدار سطح مقطع در یک ماده دایره ای برابر طول در برابر پیچش برای یک ترک I فراهم است.



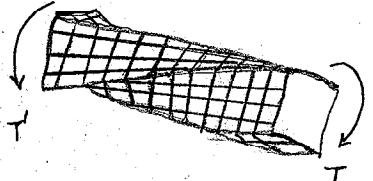
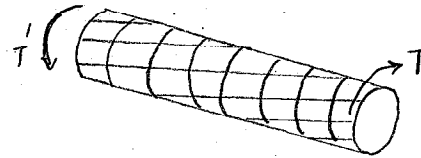
(مصل ۳)

یکی از اهداف آن نیز، پیدا کردن رابطه ای بین σ ، L و T می باشد و منظور دیگر مشخص کردن توزیع تنش برشی در محور است که در بخش قبل نتوانستیم لزوماً آن عمل استاتیکی به آن دست یابیم.

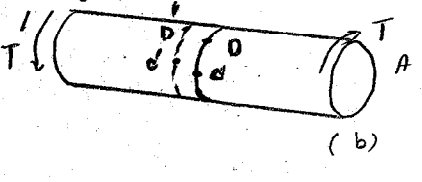
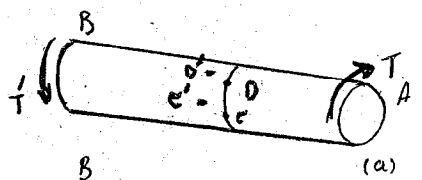
در این صورت استی بیک خصوصیت مهم محورها دایره ای است که وقتی یک محور دایره ای تحت تأثیر پیوسته قرار گیرد هر مقطع همواره این همانند در چهار اوج هیچ نمی گردد. به عبارت دیگر در صلبه هر صغره در طول محور دایره تقصیر زاویه می گردد در عین حال مانند یک صغره صلب عمل می نماید. این موضوع در شکل 3.8a که تقصیر

در یک مدل لاستیکی را تحت پیچش نمایش داده است. خصوصیت توضیح داده شده بر روی مقاطع دایره ای چه توپر و چه ترخالی بر روی مقاطع غیر دایره ای قابل بیان نمی باشد. به عنوان مثال در شکل

یک مقطع مربعی تحت پیچش قرار می گیرد مقطع تحت آن متورم شده و صغره ای نمی باشد (شکل 3.8b) دلیل این موضوع که مقاطع دایره ای همواره این همانند در چهار تقصیر شکل نمی گردند



بر موصافه تقارن محوری (axisymmetric) است به دلیل این که نسبتاً و صغره در دایره ای تحت زاویه ای در حین چرخش در چرخش (مقاطع مربعی به ازای چرخش یکبار 90 درجه تکمیل می شوند) تقارن محوری مقاطع دایره ای بر روی این ثابت شود همواره این همانند مقاطع آن می ماند یکبار ورود.



نقطه ای در D را در یک مقطع یک مقطع از محور در نظر بگیریم در صلبه تقارن A و B محل قرارگیری این نقاط بعد از اعمال دایره باشد (شکل 3.9a)

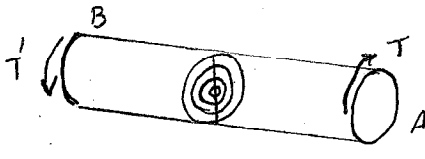
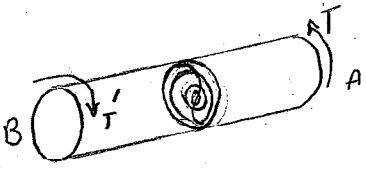
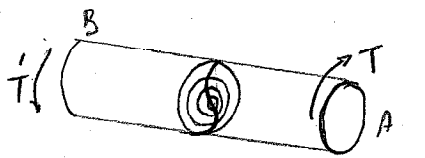
تقارن محوری محور بارگذاری ایجاب می نماید که چرخشی که در D را به B انتقال دهیم که A را به A انتقال داده اند. بنابراین نزدیک A و B روی هم می آید دایره وارضا هندست، گمان که برای D و C ضامند بود (شکل 3.9b) اکنون در مورد اشکال

در دایره تحقیق می کنیم. فرض می کنیم دایره A و B به دایره A و B اشکال داشته باشد به عنوان مثال بیست

صغره این دایره صغره بود. این موضوع برای آن مقاطع اتفاق ضامند بود در صلبه A و B تقارن تحت ترک T قرار می گیرند در صغره A که از سمت A به محور نگاه می اندازیم تقارن را در یک دور از صغره A می بینیم در صغره B که از سمت B به محور نگاه می اندازیم تقارن را در یک دور از صغره B می بینیم.

نسخه ۳

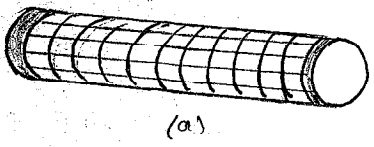
این موشن لب یک تقاطع گردد چرا که با این مقطع منطبق منتهی است
 که از دید ناظر B مقطع استی در آن حباب و سوراخ باشد. با توجه به این
 موشن در انضیقات دایره شکل لب و کمان دایره شکل D
 خواهد بود. بنابراین سطحی که هم در دوران کند دایره اولی در حباب خورش



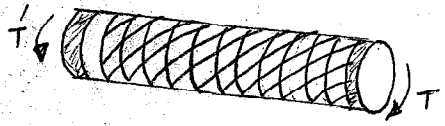
ی به جبهه. همین استقلال برای دایره با تقاطع است در حباب مقطع
 نیز قابل کاربرد است. بنابراین سطح مقطع منتهی در حباب منتهی می ماند.
 نتیجه بالا نمی تواند این موشن را ثابت نماید که آن دایره یک اندازه
 در دوران می آید. در حقیقت که قطر مقطع در اثر پیچیدن دچار اعوجاج
 گردد و به دلیل دایره بیرونی بیشتر دوران می آید از آنجا که لوله در اف

قدهای عملی بار متعارف می باشد در انضیقات ناظرهای A و B پیچیدن دایره را در دو مقطع متعارف
 می بیند که می تواند درست است در انضیقات تقاضای دوران نتیجه گرفت که در سطح مقطع هم در دایره منتهی می ماند
 و دچار تغییر شکل نمی گردد.

در حقیقت این است که در مورد نحوه اعمال کولچیک پیچیده آرد T
 صحبت نموده. اگر در این است تا آن مقطع هم در آن است استقامت استقامت
 دیگر صفحه ای با سوراخ در حباب اعوجاج نگردد در آن است در استقامت خود
 در این اعمال بار دچار اعوجاج نگردد و صفحه ای با سوراخ این موشن



(a)



می تواند با کاربرد صفحات صلب به در استقامت و اعمال کولچیک آرد T
 درست آید. در شکل (3-12a) در انضیقات می توان استقامت را
 که تا آن صفحات صفحه ای می باشد دچار اعوجاج نمی گردند و تا آن تغییر شکل
 بسیار کمتری است در طول هم در گسترش خواهد داشت. به دلیل آنکه صفحات
 با فاصله کم نسبت به هم در کنار هم قرار می گیرند و در آن می آید و هر
 خطی که در آن است در شکل یک سطحی (مارپیچ) تغییر می یابد که
 دایره مختلف را تحت یک زاویه قطع می آید

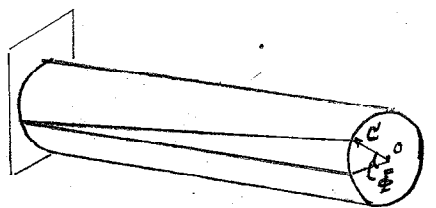
مطالب گفته شده در این موشن در ادامه آن براساس فرض صفحات استقامت صلب می باشد. در شرایط عملی
 با گذاره بسیار قابل توجهی امداد پیچیده در شکل (3-12) متعارف می باشد. این مدل گفت به تعریف

(شکل ۳)

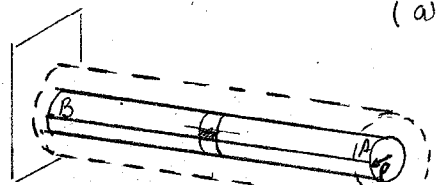
که سگد پیچش برای حل دین آن می باشد. همیشه که در نظر گرفتن مدل پیچ (2.16) امکان حل مگر گذاری محوری را برامتی در بطور دقیق فراهم آورد. با در نظر گرفتن اصل سوزن نتایج به دست آمده از مدل ایده آل قابل سجا به بیشتر کاربرد عملی خواهد بود. هر چند از آن است به یاد داشته باشیم که نتایج به دست آمده مربوط به مدل شکل 3-12 می باشد.

الگدن توزیع کرنش برشی (shearing strain) را در یک محور دایره ای که به طول l و ارتفاع c باشد با اندازه زادی Φ دوران شده است (شکل 3-13a) در دست می آوریم:

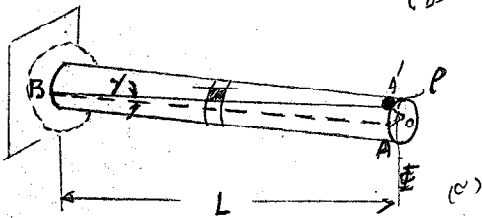
سیندری به ارتفاع P را از استکاند محور عمودی رسم. حیزه کوچک به شکل مربع را که بدینله دودایره مجاور در دو خط مجزوی ایده را در نظر بگیریم. با اتصال بار پیچی صحیحاً منطبق افیدیم یک لغزید تبدیل می شود. با تعریف تنش برشی تغییر زادی صفحات حیزه در نظر گرفته شده همانست که برشی γ خواهد بود در حالتیکه دایره شکل دهنده آن تغییر برشی کمند زادی γ باشد امتدادها AB و $A'B'$ محقق می شود. (توجه شود که γ ایست بر مبراره AB می شود) با توجه به شکل برای تعادل در یک γ هم تریان AA' را اعتبار



(a)



(b)



(c)

شکل (3-13)

$$\gamma = \frac{P\Phi}{L}$$

در حالتیکه γ و Φ هر دو در مبر را دایه یک می شوند.

با توجه به رابطه به دست آمده همانند نتیجه گیری می شود که تنش برشی در هر نقطه

بطور مستقیم با زادی پیچش Φ مربوط می باشد. همچنین دیده می شود که γ متناسب با حاصل P از خطار کزی محور آن نقطه در نظر گرفته شده می باشد. به عبارت دیگر تنش برشی به از خطار کزی با حاصل از خطار کزی محور تغییر می کند. بنابراین همانند نتیجه گیری می شود که تنش برشی در یک دایره خارج محور حد اکثر $\rho = c$ باشد.

$$\gamma_{max} = \frac{c\Phi}{L}$$

با حذف زادی پیچش Φ بین دو رابطه عبارت تنش برشی برای هر حاصل P عبارت زیر به دست می آید:

$$\gamma = \frac{P}{c} \gamma_{max}$$

(فصل ۳)

لکن هیچ فرقی برای ارتباط بین تنش درخش در یک بیضی مقطع دایره در نظر گرفته شد است
 اکنون حادسی را در نظر بگیریم که مقدار T به اندازه $\frac{1}{2}$ است و تنش برشی زیر حد تسلیم τ_y قرار گیرد
 از بخش ۲ هر ایست که این موضوع به معنی اینست که تنش زیر حد تسلیم در دو الاستیک است. بنابراین مقدار
 تغییر شکل آتی شده و هر دو مقدار در $\frac{1}{2}$ در نظر گرفته شد و کار کرده است.
 با توجه به بخش ۲-۱ برای آنکه درک تنش درخش برشی داریم

$$\tau = G\gamma$$

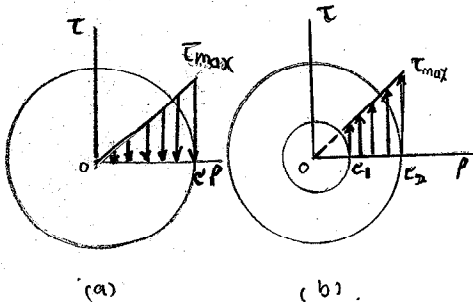
در شکل G مدول حادسی با مدول برشی ماده است. با یکدیگر برابرند

$$G\gamma = \frac{\rho}{c} \tau_{max}$$

با یکدیگر برابرند

$$\tau = \frac{\rho}{c} \tau_{max}$$

مسئله بدست آمده است که در هر دو جهت تنش برشی از تقاطع تسلیم (یا حد تسلیم) تجاوز ننماید، تنش برشی
 به خط قطعی ρ از محور مرکز لغت تغییر می‌دهد. اکنون خود توزیع تنش را در یک محور دایره ای در
 توصیف به شعاع داخلی c_1 و شعاع خارجی c_2 می‌انند هر دو



$$\tau_{min} = \frac{c_1}{c_2} \tau_{max}$$

با توجه به بخش ۳-۲ که مجموع مساحتها که نیروها را در لایه روی سطح مقطع
 محور با هم برابر مقدار T ترک اعمال شده روی محور است

$$\int \rho(\tau dA) = T$$

با یکدیگر برابرند

$$T = \int \rho \tau dA = \frac{\tau_{max}}{c} \int \rho^2 dA$$

انتگرال اخیر بین c_1 تا c_2 است یعنی (Polar moment of Inertia) J سطح مقطع نسبت به مرکز است. بنابراین

$$T = \frac{\tau_{max} J}{c}$$

با یکدیگر برابرند τ_{max} از رابطه فوق برای τ هر دو طرف ضربه کنیم ρ ضرایب دولت

$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

فرمولها که همیشه در دوران فرمولها همیشه درست است (elastic torsion formulas) ارائه شده است

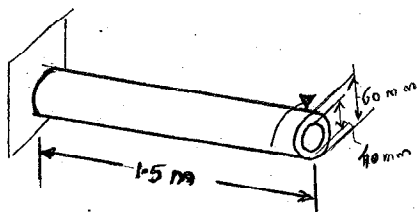
(مسئله ۳)

با توجه به جهت استتیک مکانشی یک دایره به شعاع c_2 بصورت
 مورد فرض می شود شعاع داخلی c_1 و شعاع خارجی c_2 و عبارت است از

$$J = \frac{1}{2} \pi c_2^4 - \frac{1}{2} \pi c_1^4 = \frac{1}{2} \pi (c_2^4 - c_1^4)$$

مثال (301) یک سیلندر فولاد به طول 1.5m و شعاع داخلی 40mm و شعاع خارجی 60mm است
 الف) مطلوب است بزرگترین ترک ممکن بعد از یک تنش برشی از 120 MPa تجاوز نکند (مقدار حاصل شده

برشی در محور



ب) بزرگترین ترک مجاز. بزرگترین ترک T آن مقدار است
 که $T_{max} = 120 \text{ MPa}$. تشکیل این مقدار از حد تسلیم فولاد کمتر است
 لزوماً اجزا الاستیک و سفید نشده باشند

$$T = \frac{J T_{max}}{c}$$

در حالتیکه

$$J = \frac{1}{2} \pi (c_2^4 - c_1^4) = \frac{1}{2} \pi (0.06^4 - 0.04^4) = 1.021 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

با جایگزینی $c = c_2$ خواهیم داشت

$$T = \frac{J T_{max}}{c} = \frac{(1.021 \times 10^{-6} \text{ m}^4)(120 \times 10^6 \text{ Pa})}{0.06 \text{ m}} = 4.08 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ب) تنش برشی حاصل. بعد از آن مقدار تنش برشی روی شعاع داخلی سیلندر نشان دادند

$$T_{min} = \frac{c_1}{c_2} T_{max} = \frac{0.04}{0.06} (120 \text{ MPa}) = 80 \text{ MPa}$$

معادلات بدست آمده برای پیچش بر روی یک مقطع تلفیقات و بارگذاری در دو انتهای است. در ضمن این معادلات گمانند

برای مقاطع متغییر و بارگذاری غیر از دو انتفا بهر روند

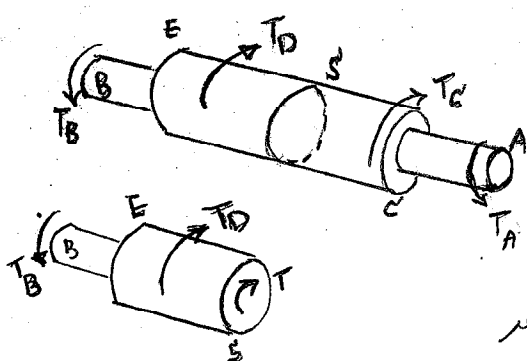
تفزیع تنش برشی در هر سطح مقطع ϕ محور توسط معادلات قبل

بدست می آید در حالتیکه J مکانشی سطحی مقطع و T

ترک داخلی (internal torque) است. مقدار ترک داخلی

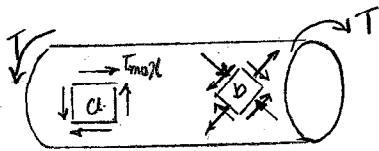
توسط رسم تراسیم آزاد در یک سمت مقطع و به هم زدن دادن مجموع ترکها برابر همند

بدست می آید

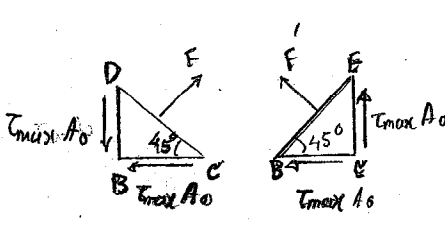


(فصل ۳)

تکون آنالیز تنش در محور محدود به تنش برشی بود. دلیل این موضوع آنجا است که این کار بود که سطح آن با مولزهای محور
در محور قرار می‌گیرد. با توجه به مساحت قبل (مجموعه ۱۶ و ۱۷) تنش عمودی تنش برشی را ترکیب آنجا
در یک مارگزارک تعیین می‌کنند و در دو سمت راست و چپ آنجا تنش را به سمت چپ و راست در نظر گرفته و در
اگر این تنشها را در b را روی محیط محور تحت پیچش در نظر بگیریم



تعیین اضلاع اول a مولزهای عمودی بر محور را می‌تواند در این صورت
تنش $T_{max} = \frac{T\rho}{J}$ مشاهده کرد. با فرض کردن
زاویه θ در نظر سطح اول θ که در زاویه θ افتاده و محور را
تحت تاثیر ترکیب تنشها برشی و نرمال قرار دارد.



اکنون حالت خاصی را در نظر بگیریم بعد از یک θ تحت زاویه 45°
نسبت به محور تحت محدود نظر می‌باشد. به نظر تعیین تنش روی سطح
این اول که شامل رابطی θ در نظر بگیریم در ترسیم آنجا

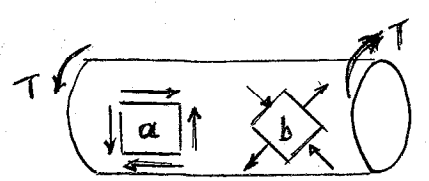
را رسم می‌کنیم. اگر a در این تنشها روی اضلاع BC و BD از نوع تنش برشی $T_{max} = \frac{T\rho}{J}$ باشد
در همین ترتیب مقدار نیروی برشی روی این سطح $T_{max} A_0$ خواهد بود که A_0 که در این سطح محدود نظر می‌باشد.
توجه کنید که مؤلفه‌های ضلع DC است. با این کار روی سطح دیگر تنشها برشی هم برابر می‌باشد از نوع عمودی فضا برد
که از نوع کششی است و مقدار آن برابر است!

$$F = 2(T_{max} A_0) \cos 45^\circ = T_{max} A_0 \sqrt{2}$$

تنش متناسباً از تقسیم نیروی F بر سطح مقطع A مقدار σ در سطح DC بدست می‌آید در حالتی که $A = A_0 \sqrt{2}$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T_{max} A_0 \sqrt{2}}{A_0 \sqrt{2}} = T_{max}$$

با روشی مشابه می‌تواند تنش روی سطح DE برابر $\sigma = -T_{max}$ باشد. توجه به این است که در این حالت تنشها در
که روی اول θ تحت زاویه 45° نسبت به محور تحت تنشها از نوع عمودی برابر
در حالتی که اول θ تنشها برشی می‌باشد اول θ تنشها کششی
روی دو سطح در تنشها را روی دو سطح دیگر است. در اینجا $\sigma = T_{max}$

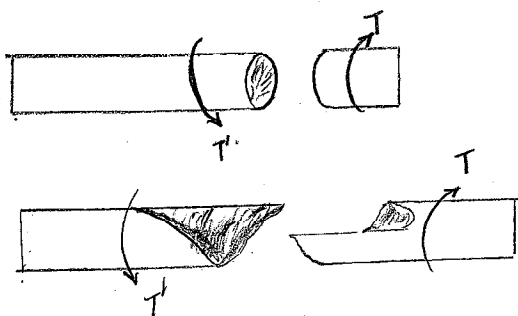


$$T_{max} = \frac{T\rho}{J} \quad \sigma_{45^\circ} = \pm \frac{T\rho}{J}$$

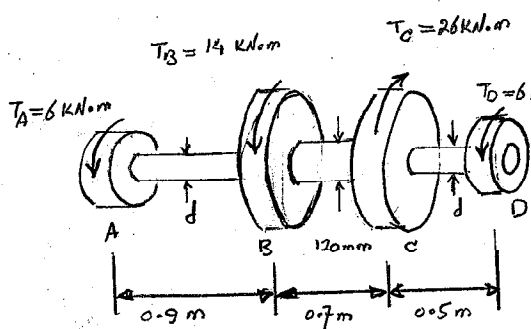
همانقدر که در بالا نیز گفته شد مواد نرم (مثل پلیمر) در نتیجه برش دور
نزدک می‌گردند به همین دلیل وقتی نمودارک از ماده نرم تحت پیچش قرار می‌گیرد روی سطح عمودی محور تحت تاثیر تنشها قرار می‌گیرد

(مصل ۳)

لزوم تغییر مواد تردد است به گشتن ضعیفتر است
 زیرا این ماده از تردت بیش از حد است و در طول
 صفه را محدود می کند. تنش کششی محاسبه کرد
 که با توجه به تنش مجاز است استرس روی صفه است از زاویه 45°
 نسبت به محور طولی می زند.



شکل بعد از (3)



گفت BC تعویض در خالی به سطح داخلی و خارجی 45 mm و 60 mm
 است. گفت AB و CD تعویض تغییر در قطر در این است
 برای ابرگذاری مثل (اره س 5 مطلوب است الف) حداقل در حالت
 تنش برشی در گفت BC. (تعویض برای گفت AB و CD
 ضعیف تر است برتری مجاز در این 65 MPa است

معادله استاتیکی؛ با فرضی TAB ترک روی محور AB یک مقطع روی

روی این محور را در نظر گرفته باشد. بهترین آزاد داریم؛

$$\sum M_x = 0 \quad (6 \text{ kN}\cdot\text{m}) - T_{AB} = 0 \quad T_{AB} = 6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

همین ترتیب اعتبار مقطع روی محور BC

$$\sum M_x = 0 : (6 \text{ kN}\cdot\text{m}) + (14 \text{ kN}\cdot\text{m}) - T_{BC} = 0 \quad T_{BC} = 20 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

الف) محور BC. برای این محور در حال داریم

$$J = \frac{\pi}{2} (c_2^4 - c_1^4) = \frac{\pi}{2} [(0.06)^4 - (0.045)^4] = 13.92 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

صداکت در حداقل تنش برشی در حد اکثر حداقل شعاع و در حد افزایش

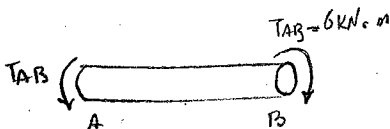
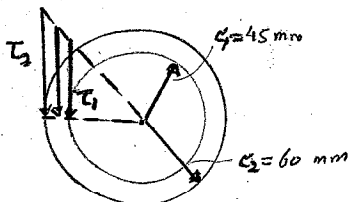
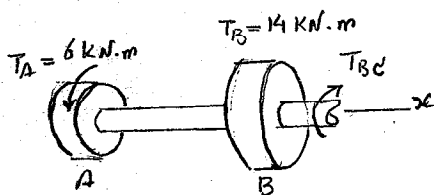
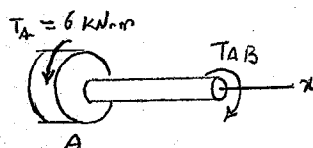
$$T_{max} = \tau_2 = \frac{T_{BC} c_2}{J} = \frac{(20 \text{ kN}\cdot\text{m}) (0.06 \text{ m})}{13.92 \times 10^{-6} \text{ m}^4} \quad T_{max} = 86.2 \text{ MPa}$$

$$T_{min} = \frac{c_1}{c_2} T_{max} \quad T_{min} = \frac{45 \text{ mm}}{60 \text{ mm}} 86.2 \text{ MPa} \quad T_{min} = 64.7 \text{ MPa}$$

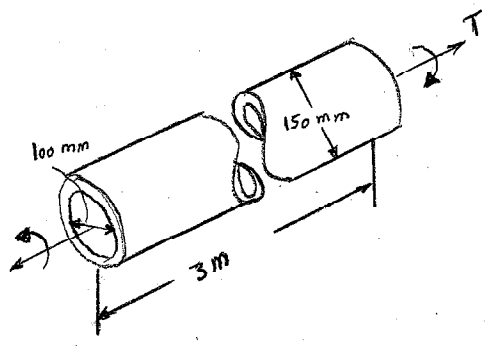
ب) در گفت AB و CD در هر دو محور T = 6 kN.m

$$T = \frac{T_x}{J} \quad 65 \text{ MPa} = \frac{(6 \text{ kN}\cdot\text{m}) x}{\frac{\pi}{2} c^4} \quad c = 38.9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

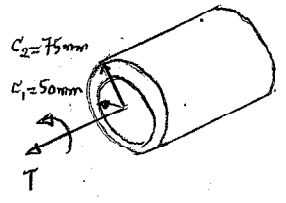
$$d = 2c = 77.8 \text{ mm}$$



(فصل ۳)



شکل ضمیمه ۳-۲) دو اجزای یک محور بلند برای انتقال یک مقدار برابر از نیروی تدریجی در یک انتقال دایمی با تغییر دایمی در هر دو اجزا می باشد. 150 mm ، 100 mm ، 1.5 m ، 3 m ، 85 MPa است.
 -) برسی حد اکثر ترک در انتقال می باشد (برسی حد اکثر و اجزا)
 -) برسی حد اکثر وزن (برسی حد اکثر و اجزا)
 -) برسی حد اکثر وزن (برسی حد اکثر و اجزا) 200 mm

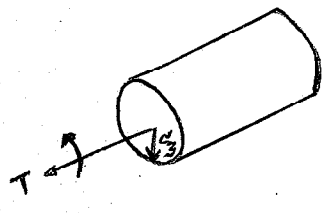


الف) برسی حد اکثر و اجزا . برسی حد اکثر و اجزا

$$J = \frac{\pi}{2} (c_2^4 - c_1^4) = \frac{\pi}{2} [(0.075\text{ m})^4 - (0.050\text{ m})^4] = 39.9 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$\tau_{max} = \frac{T c_2}{J} \quad 85 \text{ MPa} = \frac{T (0.075\text{ m})}{39.9 \times 10^{-6} \text{ m}^4} \quad T = 45.2 \text{ kN.m}$$

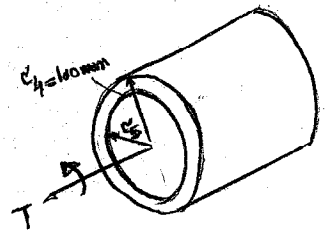
ب) برسی حد اکثر و اجزا . این حد اکثر و اجزا در هر دو اجزا را خواهد بود.
 در انتقال دایمی در هر دو اجزا یک حد اکثر و اجزا



$$A_{(a)} = A_{(b)}$$

$$\pi [(75\text{ mm})^2 - (50\text{ mm})^2] = \pi c_3^2 \quad c_3 = 55.9\text{ mm}$$

$$\tau_{max} = \frac{T c_3}{J} \quad 85 \text{ MPa} = \frac{T (0.0559\text{ m})}{\frac{\pi}{2} (0.0559\text{ m})^4} \quad T = 23.3 \text{ kN.m}$$



ج) برسی حد اکثر و اجزا . برسی حد اکثر و اجزا در هر دو اجزا را خواهد بود.
 در انتقال دایمی در هر دو اجزا یک حد اکثر و اجزا

$$A_{(a)} = A_{(c)}$$

$$\pi [(75\text{ mm})^2 - (50\text{ mm})^2] = \pi [(100\text{ mm})^2 - c_5^2] \quad c_5 = 82.92\text{ mm}$$

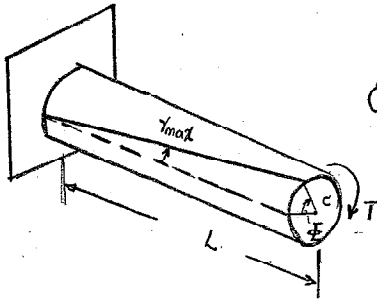
$$J = \frac{\pi}{2} [(0.1\text{ m})^4 - (0.08292\text{ m})^4] = 82.82 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$\tau_{max} = \frac{T c_4}{J} \quad 85 \text{ MPa} = \frac{T (0.1\text{ m})}{82.82 \times 10^{-6} \text{ m}^4} \quad T = 70.4 \text{ kN.m}$$

(فصل ۳)

۳۵) زاویه پیچش در گوردن الاستیک

در این بخش رابطه ای بین زاویه پیچش Φ در یک گوردن دایره ای و ترمک T به دست می آید. در این گوردن گوردن الاستیک فرض می شود. ابتدا گوردن به طول L در سطح مقطع یکسان پیچیده می شود. تحت تأثیر ترمک T در سر آزاد آن زاویه پیچش Φ به دست می آید. بنابراین داریم



$$\gamma_{max} = \frac{c\Phi}{L}$$

چنانچه در گوردن الاستیک گوردن در نظر گرفته شود، تا آنکه هدف تابع الاستیک است

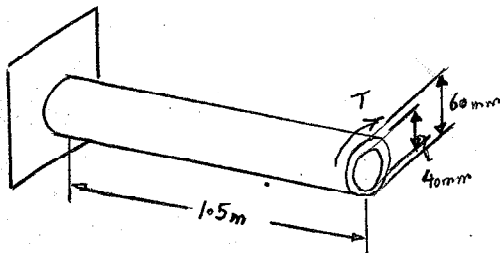
$$\gamma_{max} = \tau_{max}/G = \frac{Tc}{JG}$$

با توجه به در رابطه اخیر

$$\Phi = \frac{TL}{GJ}$$

در شکل Φ بر حسب رادیان می باشد. رابطه دست آمده نشان می دهد که زاویه پیچش متناسب با ترمک T و طول L است. این نتایج با نتایج استاتیسیته اولیه بخش ۳-۳ تطابق دارد.

مبادله ابعاد برای تعیین مدل صلبیت ماده را به دست می دهد. بنابراین گوردن الاستیک در طول حلال صلبیت در دستگاه تست پیچش تراش می شود. ترمک افزایش T به پیچش در طول L اعمال می شود و مقدار زاویه پیچش Φ را افزایش می دهد. در صورتیکه تنش از حد تسلیم تجاوز نماید، نقاط دست آمده از رسم Φ بر حسب T روی یک خط راست قرار می گیرد. شیب این خط حاصل عبارت JG/L می باشد که تابع الاستیک برای محاسبه مدل صلبیت G می باشد.



مثال ۳-۵۲) مطلوب است مقدار ترمک لازم برای پیچش 2° گوردن؟ برای فولاد مقدار $G = 80 \text{ GPa}$ در نظر گرفته شود

$$T = \frac{JG}{L} \Phi$$

پایخ

$$\Phi = 2^\circ \left(\frac{2\pi}{360} \text{ rad} \right) = 34.9 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$J = \frac{\pi}{2} \left[(30 \times 10^{-3})^4 - (20 \times 10^{-3})^4 \right] = 1.021 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

محاسبه می شود

$$T = \frac{JG}{L} \Phi = \frac{(1.021 \times 10^{-6} \text{ m}^4)(80 \times 10^9 \text{ Pa})}{1.05 \text{ m}} (34.9 \times 10^{-3} \text{ rad})$$

$$T = 1.9 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m} = 1.9 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

(فصل ۳)

مثال 3-5 (مطلوبت زاویه پیچیدن در شل تبدیل چرخشی بر روی در سطح داخلی 70 MPa است. بطور کلی برای هر ماده μ ثابت داریم)

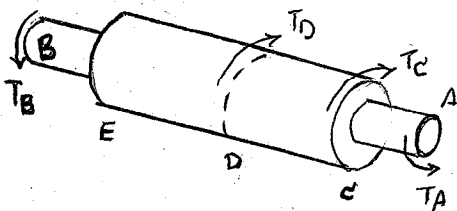
$$\gamma = \frac{\rho \Phi}{L}$$

برای ماده C_1

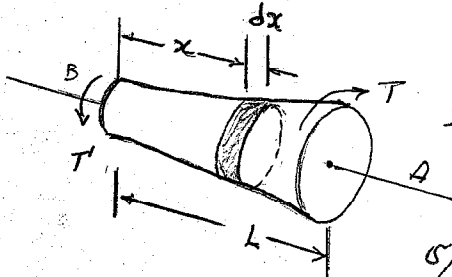
$$\gamma_{min} = \frac{C_1 \Phi}{L} \quad \therefore \quad \Phi = \frac{L \gamma_{min}}{C_1} = \frac{150 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} (875 \times 10^{-6}) = 65.6 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\Phi = (65.6 \times 10^{-3} \text{ rad}) (360^\circ / 2\pi \text{ rad}) = 3.76^\circ$$

فرمول برآورد شده برای زاویه پیچیدن در صورتی قابل استفاده است که محور چرخش (محور ثابت) سطح مقطع یکدست و با بار گذرک در دو انتهای آن



چرخه بار گذرک در دو انتهای صورت نگردد و یا عضو شل صاف نیست است. سطح مقطع متغیر! امکان وجود مواد مختلف، لایه‌های مجری به نسبت که چرخش تبدیل شود در طولها قبل قابل کاربرد است. در محور AB طول داده شده. لایه‌های مقاطع AC ، CD ، DE و EB بطور جداگانه



در نظر گرفته شوند. زاویه پیچیدن در هر معنی مقدار پیچیدن مقدار A نسبت به B با جمع جبرک پیچیدن مقاطع مختلف قابل حل می‌باشد.

بنابراین T_i ، γ_i ، ρ_i و γ_i به عنوان گشتاور داخلی، طول، ضریب انحراف قطبی و طول صلبیت ریبوا بدست می‌آید. مقدار زاویه پیچیدن کل محور عبارت است از:

$$\Phi = \sum_i \frac{T_i l_i}{J_i G_i}$$

برای تعیین مقدار ترک داخلی T_i در هر سمت مورد نظر مقطعی در نظر گرفته شده در ترکیب آزاد را در یک سمت آن رسم کرده و در نظر گرفتن تعادل گشتاورها روی آن سمت مقدار گشتاور محمول T_i می‌تواند نگردد. برای محاسبه سطح مقطع متغیر مطابق شکل بالا فرضها قبل برای قسمت با اندازه dx قابل استفاده است. در انتهای زاویه پیچیدن کل صغیر است به محض در نظر گرفتن از سمت چپ قابل بیان است

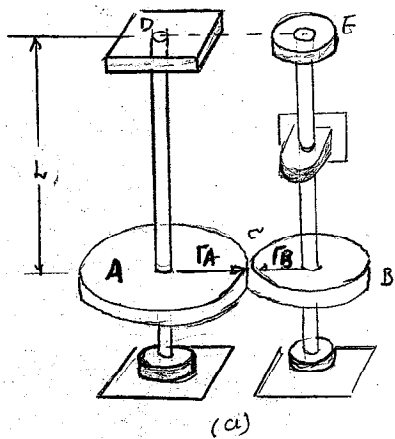
(مضامین ۳)

در حالتی که تغییرات α با نسبت تغییرات α در استوار است تعیین شود. با استفاده از این نسبت و α مقدار زاویه پیچش
یافته می‌شود.

$$d\Phi = \frac{T dx}{JG}$$

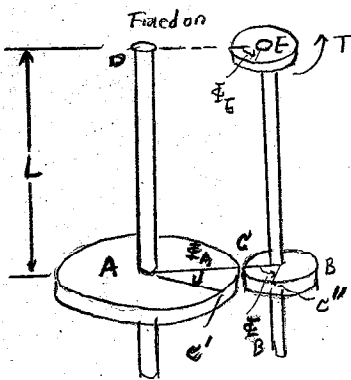
$$\Phi = \int_0^L \frac{T dx}{JG}$$

تاکنون مگر در مورد یک دال را یک سر ثابت بودند در اینقدرت مقدار زاویه پیچش از سر آزاد آن مشخص می‌گردد
در صورتیکه هر دو سر برای پیچش آزاد شده در اینقدرت مقدار زاویه پیچش مگر برای پیچش یک سر ثابت
سردرنگ می‌شود. به عنوان مثال محاسبه ترک در استوار را در نظر بگیرید.

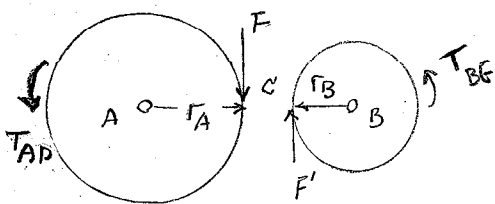


شکل دو محور الاستیک AD و BE به طول l یا شعاع r در طول استوار G
تغییرات α در هر دو سر r با یکدیگر نسبت شده اند. اگر r_A و r_B
در محل E اعمال گردد، هر دو محور BE و AD ثابت
می‌مانند و زاویه پیچش AD بر سبب اندازه گیری زاویه دوران Φ_A استوار A
تعیین می‌گردد. از طرف دیگر هر دو استوار BE دوران می‌کنند، زاویه پیچش
 BE برابر اختلاف بین زاویه Φ_B و Φ_E خواهد بود بستگی به زاویه پیچش
مستقل دوران استوار E نسبت به استوار B می‌شود. با این نسبت زاویه
نسبی $\Phi_{E/B}$ ، خواهیم نوشت:

$$\Phi_{E/B} = \Phi_E - \Phi_B = \frac{Tl}{JG}$$



مثال (3-04) برای محاسبه شکل فنون می‌تواند بر اینست که $r_A = 2r_B$
مطلوبت زاویه پیچش استوار E محور BE و مقدار ترک T
به استوار E اعمال می‌گردد.



پایه (ابتدا) ترک AD را می‌سازیم که در هر دو محور AD اعمال می‌گردد
شده می‌گردد که نیروهای مخالف F و F' روی دو چرخ اندوه در محل E اعمال می‌گردد

(مصل ۳)

با توجه به اینکه $\Gamma_A = 2\Gamma_B$ در سفید رنگ نیجه که لنگه ترک اعمال شده روی محور AD دو برابر بزرگتر از ترک

اعمال شده روی محور BE است. بنابراین $T_{AD} = 2T$

و فیکه است که D که AD نسبت به A زاویه پیوسته Φ_A چرخ دنده A برابر زاویه پیوسته محور E است

$$\Phi_A = \frac{T_{AD}L}{JG} = \frac{2TL}{JG}$$

با توجه به آنکه چرخ دنده مال را است که Φ_A و Φ_B یکدیگر برابر است.

$$\Gamma_A \Phi_A = \Gamma_B \Phi_B \rightarrow \Phi_B = \frac{\Gamma_A}{\Gamma_B} \Phi_A = 2\Phi_A$$

$$\rightarrow \Phi_B = 2\Phi_A = \frac{4TL}{JG}$$

الآن که BE را در نظر بگیریم. معادل زاویه پیوسته $\Phi_{E/B}$ است که دنده معادل زاویه پیوسته E نسبت به B است.

$$\Phi_{E/B} = \frac{T_{BE}L}{JG} = \frac{TL}{JG}$$

$$\begin{aligned} \Phi_E &= \Phi_B + \Phi_{E/B} \\ &= \frac{4TL}{JG} + \frac{TL}{JG} = \frac{5TL}{JG} \end{aligned}$$

در سفید رنگ

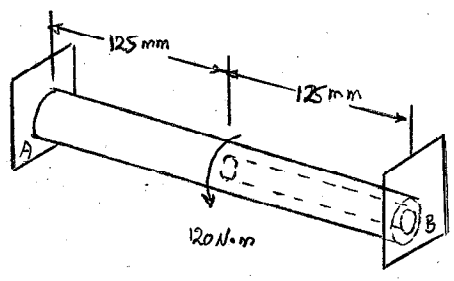
3.6) statically indeterminate shafts (۳۶) مسائل استاتیکی نامعین

مسائل نظریه در بخش ۳.۴ ملاحظه نمودیم که منظور از محورها استاتیکی نامعین است که در آن یک محور تعیین ترک داخلی صورت گرفته است. برای این منظور در محل هر دو نظر مقطعی در نظر گرفته شد. در این رسم ترسیم زاویه Φ است که این ترک اعمال پذیر می شود. حالتهای وجود دارند که تعیین ترک داخلی از طریق استاتیکی نامعین امکان پذیر نیست. در این حالت ترکهای خارجی ناشی از تکیه گاهها یا مقادیر ابرسم ترسیم آزاد می باشد. معادلات تعادل لازم است. تغییر شکلها که محور متناسب باشد مسئله بعد از همزمان در نظر گرفته شود. بدلیل اینکه معادلات استاتیکی تراناک تعیین گشتاورهای داخلی و خارجی را مایل می آید نامعین خوانده می شود. مثال بعد روش تعیین این نوع مسائل را بیان می آید.

مثال (۳.۵) یک محور دایره ای AB طول 250 mm و قطر 20 mm تعادل از جنس فولاد که به مقدار 125 mm

(فصل ۳)

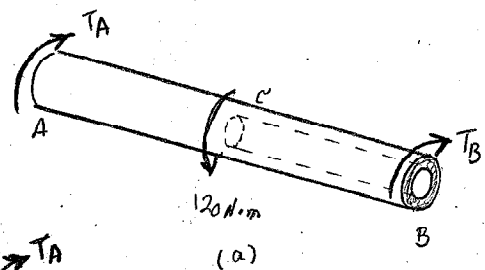
وقتی قطر ۱۶mm حفره از انتهای B در محور دریل شده است. محور به تکیه گاههای ثابت متصل است و ۱۲۰ N.m گشتاور در مقطع وسطی آن اعمال می گردد. مطلوب است ترک اعمال شده بر سلب تکیه گاهها در راستای



پایخ (۱) برسم ترسیم آزادگور در این گشتاورها
 T_B و T_A را بر حسب به تعادل استاتی درایم :

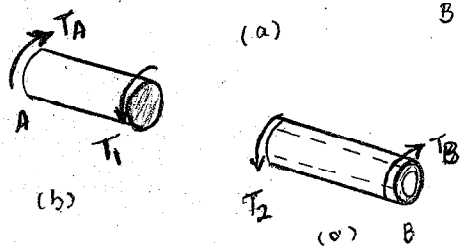
$$T_A + T_B = 120 \text{ N.m}$$

در تکیه این تعادل برابر با تعیین در محمول لغایت می آید
 محور استاتی اصفین هم است.



این گشتاورها محمول نیستند و از این جهت در تکیه های زاویه
 همیچین محور AB است صغیر است. در تکیه در انتهای
 آن مقید است. اینها Φ_1 و Φ_2 به ترتیب همیچین
 زاویه همیچین است. Φ در CB و AC می تواند نوشت :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = 0$$



با توجه به ترسیم آزادگور است که هر یک از محور

انتهای A درجه می گردند ترک داخلی T_1 در AC برابر T_A در رسم ترسیم آزادگور است که می بینیم در انتهای B
 به این نتیجه می رسیم که T_2 در CB برابر T_B می است. در نظر گرفتن فرمول زاویه همیچین در همه این نکته که
 تمامی AC و BC محور عکس یکدیگر دور از هم اند و همیچین در است ۱

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{T_A L_1}{J_1 G} - \frac{T_B L_2}{J_2 G} = 0$$

بجای T_B

$$T_B = \frac{L_1 J_2}{L_2 J_1} T_A$$

با همیچین اندازه ها داده شده

$$L_1 = L_2 = 125 \text{ mm}$$

$$J_1 = \frac{1}{2} \pi (10 \text{ mm})^4 = 15.71 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \pi [(10 \text{ mm})^4 - (8 \text{ mm})^4] = 9.27 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

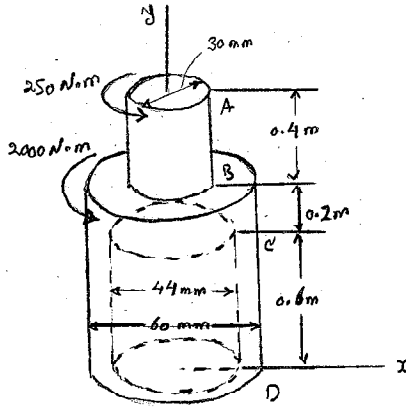
$$T_B = 0.59 T_A$$

حداکم نوشت :

با همیچین در تعادل استاتی درایم

$$T_A = 75.5 \text{ N.m} \quad T_B = 44.5 \text{ N.m}$$

(محل ۳)



شده معینند (۳۰۴) محور عمودی AD یک تکدیگاه است در محل D مقفل است و در وقت آن نیز گشت درجه‌ها در آن دایره سه قرار دارد. سوراخی به قطر 44 mm بصورت مرکزی در وقت CD گزیده شده است. برای آنکه محور از جنس فولاد با مقدار $G = 80\text{ GPa}$ باشد. مطلوب است زاویه پیچش استخوان A محور.

پایه و تکدیگ محور از سمت AB ، BC ، CD با مقطع یکدیگر است. در تکد نسبت تکدی سه است ضرایب در است.

استخوان A با در نظر گرفتن مقطعی در فاصله A تا B در رسم ترسیم آزادیم

$$\sum M_y = 0 : (250\text{ N.m}) - T_{AB} = 0 \quad T_{AB} = 250\text{ N.m}$$

با در نظر گرفتن مقطعی بین B و C داریم:

$$\sum M_y = 0 : (250\text{ N.m}) + (2000\text{ N.m}) - T_{BC} = 0 \quad T_{BC} = 2250\text{ N.m}$$

و تکدیگ کشش در CD است.

$$T_{CD} = T_{BC} = 2250\text{ N.m}$$

زاویه پیچش مقطعی:

$$J_{AB} = \frac{\pi}{2} c^4 = \frac{\pi}{2} (0.015\text{ m})^4 = 0.0795 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$J_{BC} = \frac{\pi}{2} c^4 = \frac{\pi}{2} (0.03\text{ m})^4 = 1.272 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$J_{CD} = \frac{\pi}{2} (c_2^4 - c_1^4) = \frac{\pi}{2} [(0.03\text{ m})^4 - (0.022\text{ m})^4] = 0.904 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

زاویه پیچش:

$$\Phi_A = \sum \frac{T_i L_i}{J_i G} = \frac{1}{G} \left(\frac{T_{AB} L_{AB}}{J_{AB}} + \frac{T_{BC} L_{BC}}{J_{BC}} + \frac{T_{CD} L_{CD}}{J_{CD}} \right)$$

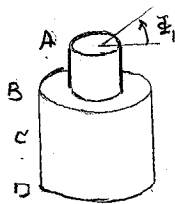
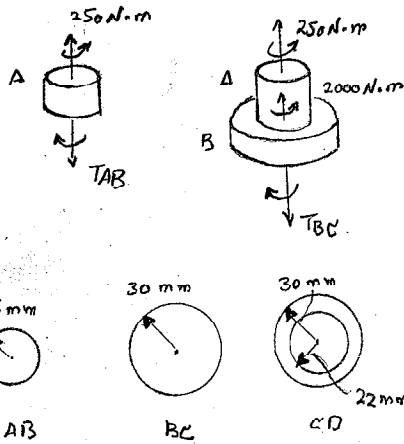
$$\Phi_A = \frac{1}{80\text{ GPa}} \left[\frac{(250\text{ N.m})(0.4\text{ m})}{(0.0795 \times 10^{-6} \text{ m}^4)} + \frac{(2250)(0.2)}{1.272 \times 10^{-6}} + \frac{(2250)(0.6)}{0.904 \times 10^{-6}} \right]$$

$$= 0.01572 + 0.00442 + 0.01867$$

$$\Phi_A = 0.0388 \text{ radians}$$

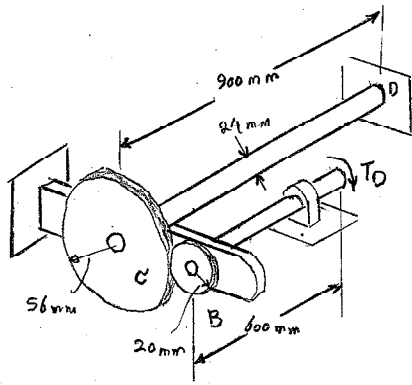
$$\Phi_A = (0.0388) \text{ rad} \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}}$$

$$\Phi_A = 2.22^\circ$$



(فصل ۳)

سند سند ۴۳۱) دو محور فولادی بر سله چرخ رنده با هم مرتبط است.
برای هر محور، راست که $G = 80 \text{ GPa}$ و مقدار مجاز تنش برشی 55 MPa است



مطلوب است: الف) بزرگترین گشتاور (T_0) که می توان از انتهای A محور AB اعمال کرد (=) زاویه ای که انتهای A محور AB در حال چرخش است

است: ب) ناخن F به عنوان نیروی مساوی بین دو چرخ رنده داریم

Gear B. $\sum M_B = 0 ; F(20 \text{ mm}) - T_0 = 0 \quad T_{CD} = 2.8 T_0$

Gear C. $\sum M_C = 0 ; F(56 \text{ mm}) - T_{CD} = 0$

بسیار ساده است، با توجه به اینکه بین چرخ رنده ما یک اتصال داریم

$T_B \Phi_B = T_C \Phi_C \quad \Phi_B = \Phi_C \frac{r_C}{r_B} = \Phi_C \frac{56 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = 2.8 \Phi_C$

الف) گشتاور T_0

محور AB : $T_{AB} = T_0$ و ضریب انحرافش برشی 55 MPa است

$\tau = \frac{T_{AB} c}{J} \quad 55 \text{ MPa} = \frac{T_0 (0.009 \text{ m})}{\frac{\pi}{2} (0.009 \text{ m})^4} \quad T_0 = 63.0 \text{ N.m}$

گردد CD : مثل داریم $T_{CD} = 2.8 T_0$ و $c = 0.012 \text{ m}$ ، $T_{AB} = 55 \text{ MPa}$

$\tau = \frac{T_{CD} c}{J} \quad 55 \text{ MPa} = \frac{2.8 T_0 (0.012 \text{ m})}{\frac{\pi}{2} (0.012 \text{ m})^4} \quad T_0 = 53.3 \text{ N.m}$

گشتاور مجاز محورها، این است. حداقل مقدار $T_0 = 53.3 \text{ N.m}$

(=) زاویه پیچش انتهای A : زاویه پیچش را بر روی هر محور ابتدا می بینیم

محور AB : برای $T_{AB} = T_0 = 53.3 \text{ N.m}$ داریم

$\Phi_{A/B} = \frac{T_{AB} L}{GJ} = \frac{(53.3 \text{ N.m})(0.6 \text{ m})}{(80 \text{ GPa}) \frac{\pi}{2} (0.009 \text{ m})^4} = 10.0388 \text{ rad} = 2.22^\circ$

محور CD :

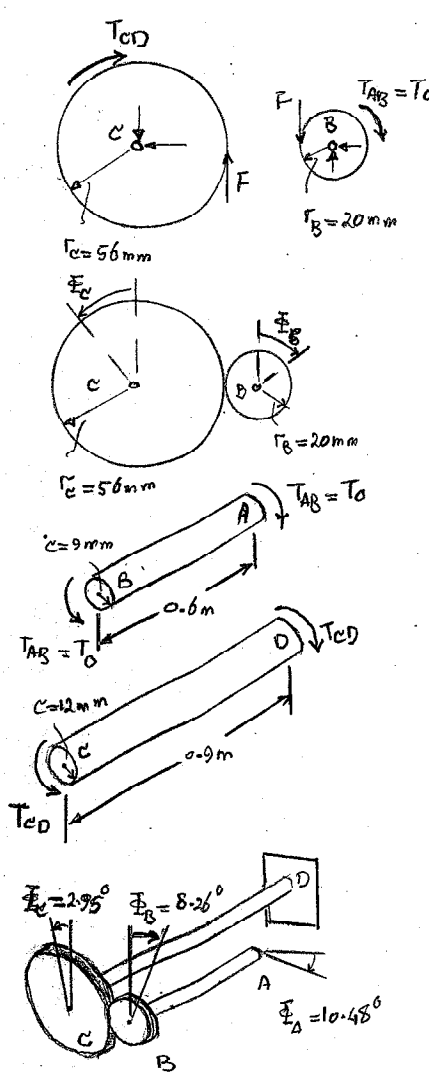
$T_{CD} = 2.8 T_0 = 2.8 (53.3 \text{ N.m})$

$\Phi_{C/D} = \frac{T_{CD} L}{GJ} = \frac{2.8 (53.3 \text{ N.m})(0.9 \text{ m})}{(80 \text{ GPa}) \frac{\pi}{2} (0.012 \text{ m})^4} = 0.0515 \text{ rad} = 2.95^\circ$

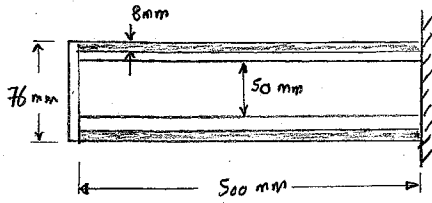
فصل انتهای D : محور CD ثابت می باشد داریم $\Phi_C = \Phi_D = 2.95^\circ$ از جانب D در انتهای A محور AB حداقل داریم

$\Phi_A = \Phi_B + \Phi_{A/B} = 8.26^\circ + 2.22^\circ$

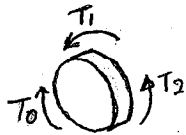
$\Phi_A = 10.48^\circ$



فصل ۱۳



شکله سفید (۳۰) یک محور فولادی یک استاندارد آلومینیومی به یک تکیه گاه ثابت و یک دیسک صلب مطابق شکل متصل است. محاسبه کنید تنشهای اولیه هر دو استند. مطلوبیت حد اکثر کشش در T_0 است. مایستی به دیسک اعمال کرد اگر تنشهای مجاز عبارتند از 120 MPa در محم فولادی و 70 MPa در استاندارد آلومینیومی. برای فولاد $G = 80 \text{ GPa}$ و برای آلومینیوم $G = 27 \text{ GPa}$ است.



استند ۱: تنش استاندارد دیسک: این T_1 کشش در اعمال شده به وسیله استاندارد دیسک و T_2 به وسیله محور، ضوابط در است:

$$T_0 = T_1 + T_2$$

تغییر شکل: در تکیه هم استاندارد هم محور به دیسک متصل است ضوابط در است:

$$\phi_1 = \phi_2 \quad \frac{T_1 L_1}{G_1 J_1} = \frac{T_2 L_2}{G_2 J_2}$$

$$\frac{T_1 (0.5 \text{ m})}{(27 \text{ GPa})(2.003 \times 10^{-6} \text{ m}^4)} = \frac{T_2 (0.5 \text{ m})}{(80 \text{ GPa})(0.614 \times 10^{-6} \text{ m}^4)} \quad T_2 = 0.908 T_1$$

تنشهای برشی: فرض کنیم لزوم $\tau_{Alum} < 70 \text{ MPa}$ است پس برای استاندارد

$$T_1 = \frac{\tau_{Alum} J_1}{c_1} = \frac{(70 \text{ MPa})(2.003 \times 10^{-6} \text{ m}^4)}{(0.038 \text{ m})} = 3690 \text{ N.m}$$

در تغییرات برای فولاد ضوابط در است:

$$T_2 = 0.908 T_1 = 0.908(3690) = 3350 \text{ N.m}$$

$$\tau_{steel} = \frac{T_2 c_2}{J_2} = \frac{(3350 \text{ N.m})(0.025 \text{ m})}{(0.614 \times 10^{-6} \text{ m}^4)} = 136.4 \text{ MPa}$$

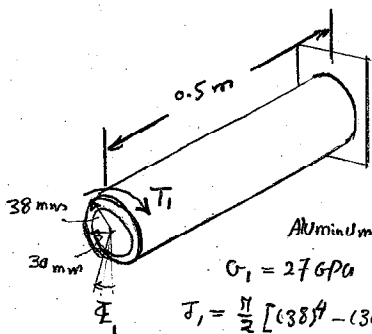
در نتیجه تنش برشی مجاز 120 MPa است پس فرض ما غلط خواهد بود. بنابراین حد اکثر کشش در T_0 است. اگر فرض کنیم $\tau_{steel} = 120 \text{ MPa}$ است پس حد اکثر کشش T_2 را همین فرض است:

$$T_2 = \frac{\tau_{steel} J_2}{c_2} = \frac{(120 \text{ MPa})(0.614 \times 10^{-6} \text{ m}^4)}{(0.025 \text{ m})} = 2950 \text{ N.m} \quad \rightarrow T_1 = 3250 \text{ N.m}$$

در تغییرات حد اکثر کشش در مجاز عبارت است از:

$$T_0 = T_1 + T_2 = 3250 \text{ N.m} + 2950 \text{ N.m}$$

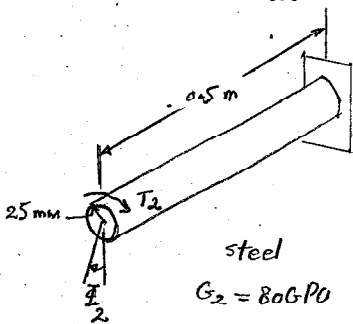
$$T_0 = 6.20 \text{ kN.m}$$



$$G_1 = 27 \text{ GPa}$$

$$J_1 = \frac{\pi}{2} [(38)^4 - (30)^4]$$

$$= 2.003 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$



$$\text{steel}$$

$$G_2 = 80 \text{ GPa}$$

$$J_2 = \frac{\pi}{2} [(25)^4]$$

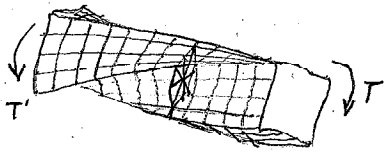
$$= 0.614 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

(فصل ۳)

3.12) Torsion of Noncircular Members

(۳-۱۲) پیچش اعضای غیر دایره ای

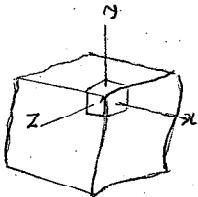
در بعد بحث آمده در بخش ۳-۳ ، ۳-۴ برای توزیع کرنش در عضو تحت بارگذاری پیچشی



(ش ۳-۴۴)

بر روی مقطع دایره ای صادر گردیده . علاوه بر این اصول استوار بود که

مقطع عمود بر محور می باشد تغییر شکل منبسطی . در جهت بند در بخش ۳-۳ داریم



(a)

این کار در این فرض در رابطه به تقارن در راستای عمود بر محور (axisymmetry)

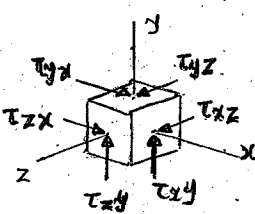
یک مقطع ربعی همان صفت را در راست در صورتیکه 90° یا 180° دور آید

فازینال کردن روشی بد بخش 3.3 می توانیم که داده مقادیر τ_{xy} و τ_{yx} حاصل کنند در واقع

اصلاح ، برت می توانیم در (۳-۴۲) هر چند برای τ_{xy} و τ_{yx} در هر دو تقارن هم در عضو

در صورتیکه در مقطع عمود بر محور تغییر شکل می گردد . در مقطع دایره ای از سطح اول می شود

در انبساط محالات (۳-۴۳) و (۳-۴۴) در یک لایحه توزیع کرنش در هر دو دایره ای است



(b)

می باشد نیز در آنند برای اعضای غیر دایره ای بر روزه . به عنوان مثال در عضو

کرنش برشی در مقطع یک میل ، مقطع ربعی ، همانند تقارن در عضو تغییر شکل در این

بزرگترین مقدار در گوشه ها باشد . همانطوریکه در فضا می داد در گوشه ها تنش برشی صفر باشد

شکل لایحه را در گوشه مقطع ربعی می توانیم در نظر بگیریم ، در گوشه ها تنش برشی صفر

باشد ، این استجرا کنیم در (۳-۴۵) و شکل سطح اول عمود بر محور است از سطح آزاد

$$\tau_{yx} = 0 \quad \tau_{yz} = 0 \quad (3-45)$$

به دلایلی بد آن مؤلفه ها تنش روی سطح عمود بر محور z صفر باشد ، داریم

$$\tau_{zx} = 0 \quad \tau_{zy} = 0 \quad (3-46)$$

انتخاب به عبارات اول و دوم از روابط فوق

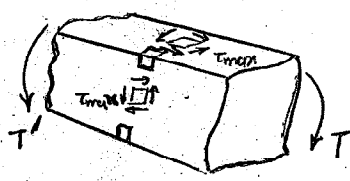
$$\tau_{xy} = 0 \quad \tau_{xz} = 0 \quad (3-47)$$

بنابراین هر دو مؤلفه تنش برشی روی سطح اول عمود بر محور صفر است . نتیجه می گیریم که تنش برشی در گوشه ها صفر

و صفر می باشد . با پیچش یک مدل الاستیک ، مقطع ربعی بر اساس می توانیم که داده هیچ تغییر شکل در این

فرض کنیم در طول لبه ها بار و حدودی را در دست در رابطه تغییر شکل ، بنابراین حداکثر تنش در طول خط مرکزی

در سطح برات می آید در (۳-۴۶)



(ش ۳-۴۶)

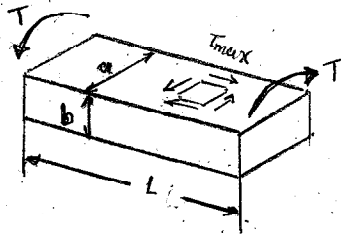
(فصل ۳)

تعیین کنیم در عنصرها که عمود بر محور x تحت تأثیر گشتاور پیوسته خارج از حد این گشتاور است. هر چند نتایج درست آمده
 از تئوری الاستیته بر روی میلله که مستقیم با مقطع سطحی یکدست در ادوات نباشد و در صورتی که ضریب طول میلله را
 k یا این ضریب k در b بترتیب ضلع بچندتر و در کمتر مقطع استند I گشتاور پیوسته اعمال شده بر میلله
 (رئس ۳-۴۷) حداکثر تنش برشی در طول عناصر مرکزی سطح مقطع میلله عبارت است از:

$$T_{max} = \frac{T}{c_1 ab^2} \quad (۳-۴۳)$$

زاویه پیوسته از زوایای دیگر

$$\phi = \frac{Tl}{c_2 ab^3 G} \quad (۳-۴۴)$$



(رئس ۳-۴۷)

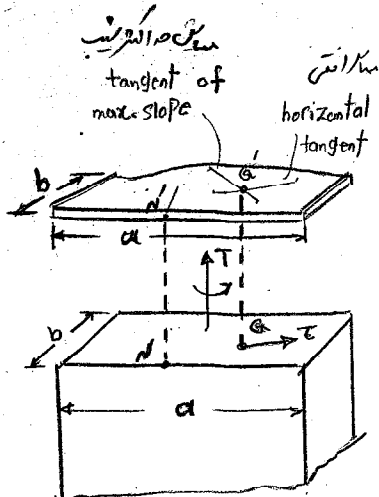
با توجه به c_1 و c_2 که در جداول است a/b در جدول زیر می توان
 ترتیب نمود که معادلات فوق تنها در ماده الاستیک صدق می کنند

Table 3-1. coefficients for Rectangular Bars in Torsion

a/b	c_1	c_2
1	0.208	0.1406
1.2	0.219	0.1661
1.5	0.231	0.1958
2.0	0.246	0.229
2.5	0.258	0.249
3.0	0.267	0.263
4.0	0.282	0.281
5.0	0.291	0.291
10.0	0.312	0.312
∞	0.333	0.333

توزیع تنش برشی در یک عنصر عمود بر محور x در سیم پیچ θ و در طول dx در یک
 (membrane analogy) است. یک پوسته نازک الاستیک مقفل
 به صورتی است که تحت تأثیر فشار یکدست روی یکی از سطوح θ سیم پیچ
 سیم پیچ θ را که به عبارتی تعیین تغییر شکل θ پوسته نازک را می دهد
 اما حل معادله سیم پیچ θ است که در هر دو این تعیین تنش برشی در میلله
 بسیار خفتر از آن θ یک نقطه از مقطع میلله θ در دو ضلع θ نقطه ای که
 پوسته نازک (رئس ۳-۴۸) تنش برشی θ در θ هر دو ضلع θ است که

میان اضلاع رسم شده در نقطه θ پوسته نازک مقدار آن متناسب با θ
 حداکثر تنش پوسته نازک در نقطه θ در این سیم پیچ در حالت θ اندک θ است که در



بطلان ترک اعمال شده متناسب با حجم بین پوسته نازک و عنصر θ است که
 در حالت پوسته نازک (رئس ۳-۴۸) که مقفل به یک رژیم سطحی است سیم پیچ
 در نقطه میانی θ طول ضلع بزرگتر به دور θ است. بنابراین θ در دو حداکثر تنش برشی
 در نقطه میانی θ ضلع بزرگتر مقطع استند دارند.

سیم سازی پوسته نازک بسیار نازک تر نقطه ای که یافته تنش برشی در یک ضلع مستقیم
 یکدست است. مقطع عمود بر محور x با بر روی رود.

۸۴ : صفحه

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

$\psi =$ warping function

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -2G\theta$$

$\Phi =$ stress function

$\theta =$ angle of rotation

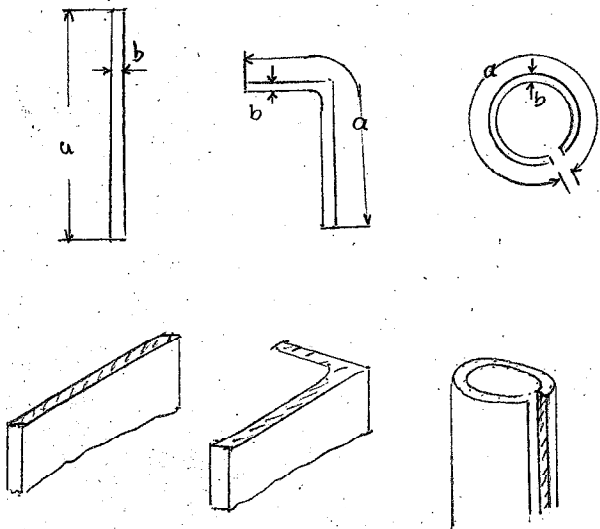
$$\tau_{xz} = \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$\tau_{xy} = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

(فصل ۳)

در حالت خاص چیدمان نوع عصبه دیواره نازک به تقاطع یک دایره در شش ۳۴۴۹ راد در نظر گرفته شد که تا پیشتر در کتاب ذکر کرده اند. در ادامه در زمینه دیواره نازک بر روی دایره شش گام برمی داریم و فرض کنیم که در یک نقطه یک نیروی عمود بر عصبه اعمال می شود. در این حجم از دیواره نازک در بعد قائم الی و در حد کوچک تقریباً در همه جهات یکسان در نظر گرفته می شود. بنابراین نتیجه می گیریم که در هر یک از عصبه دیواره نازک با جهات یکسانت در یک سطح استریک، عدد گزینش برشی τ بر سطح d به تقاطع سطحی با قطر d برابر $\frac{9}{8}$ است و از معادلات ۳-۴۳، ۳-۴۴، جدولی مشابه به این

$(C_1 = C_2 = 0.333)$

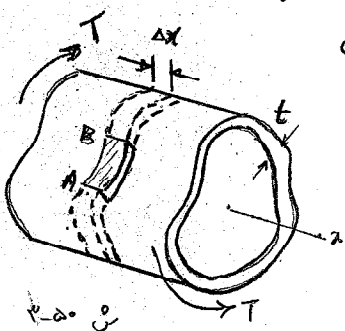


ش ۳۴۹

3-13) Thin - walled Hollow shafts

(۳-۱۳) چرخه تنش در عصبه نازک

در بخش گذشته دیدیم که تعیین تنش در عصبه نازک با در نظر گرفتن افتادگی درجه نازکی همیشه دارد. در حالت عصبه نازک تنش در هر یک از جهات نازک یک روش تقریبی خوب برای توزیع تنش از روشی ساده امکان پذیر است.

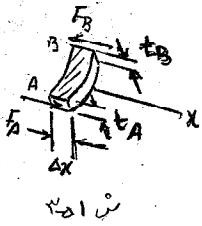


ش ۳۵۰

برای این منظور عصبه نازک را در یک حالت تا $\frac{\pi}{2}$ بار گزینش را در نظر می گیریم

روش ۳۵۰ (عصبه نازک در تقاطع یک سطحی)

در حالت خاص t دیواره ممکن است در داخل عصبه عرضی تغییر یابد، و من زلین در نظر گرفته می شود. در تقاطع سطحی با قطر d عصبه را مطابق شکل در حالت A و B مورد توجه بین در عصبه عرضی در حالت A و B یکدیگر در عصبه در عصبه عرضی



ش ۳۵۱

عمود بر دیواره عصبه AB در تمام طول عصبه در حالت تعادل است. مجموع نیروها اعمال شده در آن در

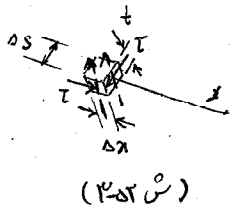
راستا طولی AB باقی می ماند. روش ۳۵۱ (۳-۵۱) اما در عصبه نازک برشی F_A و F_B در دو انتهای

حالت AB - بنابراین داریم $\sum F_x = 0 : F_A - F_B = 0$ (۳-۴۵)

(فصل ۳)

الگوی نیروی F_A را به صورت حاصلضرب تنش برشی τ_A در سطح مقطع A در سطح $t_{A\Delta x}$ به شکل

$$F_A = \tau_A (t_{A\Delta x}) \quad (۳-۴۶)$$



فکر کنیم که در تنش برشی مستقیم استاندارد τ و متعادلهای در حال دیداره تغییر آید و τ_A به τ_B این عمل مقدار متوسط تنش جسمه در طول دیداره باشد.

پس این F_B برشی F_A به وجه دیگر F_B در معادله ۳-۴۵ داریم:

$$\tau_A (t_{A\Delta x}) - \tau_B (t_{B\Delta x}) = 0$$

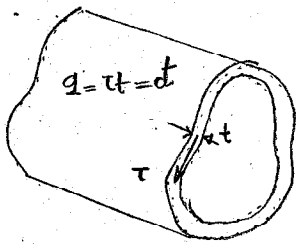
$$\tau_A t_A = \tau_B t_B \quad (۳-۴۷)$$

در شکل A و B دیدار افقی است. لوله از معادله (۳-۴۷) به کمک حاصلضرب τ تنش برشی طولی در سطح دیداره t حاصل می شود. پس این حاصلضرب q داریم:

$$q = \tau t = \text{constant} \quad (۳-۴۸)$$

الگوی اول کوپلی ل از سمت دیداره AB همان گنیم (دش ۳۵۲) در شکل سطح بالادین این الاستیک سطح آزاد محصور داخلی می باشد. تنش که در این سطح معجزه است. در نظر گرفتن عملیات ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۰۷ و ۱۰۶ به ترتیب در دو جهت که در این سطح که با خط میانی شک داده شده اند، معجزه است. در هر یک از این دو جهت که در شکل معجزه است داده شده اند، بار می کشند. پس بر این تنش برشی در هر نقطه از تقاطع عرضی معجزه داخلی در لوله معجزه است (دش ۳۵۳)

در معادله $q = \tau t$ در معادله (۳-۴۸) را فرض می کنیم



(دش ۳۵۴)

در این وضعیت ممکن است تغییرات بین در برنج تنش برشی τ در تقاطع عرضی که معجزه داخلی جدار نازک و توزیع در جهت $q = \tau t$ در یک کانال به عمق t در جهت متغیر می آید. در هر یک از این $q = \tau t$ تقاطع برقی است که کانال تغییر می آید. نرخ جری $q = \tau t$ در طول کانال ثابت می ماند. همانند $q = \tau t$ در معادله (3-48)

پس این نتیجه بری حاصلضرب $q = \tau t$ تحت عنوان جری برشی (Shear Flow) در دیداره معجزه داخلی مشاهده می شود.

الگوی راجع به این که در I معادله به معجزه داخلی در جهت برشی q در دیداره را می توانیم

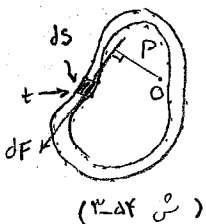
$$dA = t ds \quad (دش ۳۵۴) \text{ را در نظر بگیریم. سطح } dA$$

در مقدار نیروی برشی dF حاصل می شود که اول

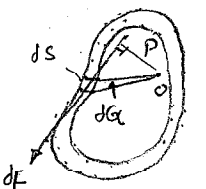
$$dF = \tau dA = \tau (t ds) = (\tau t) ds = q ds \quad (۳-۴۵)$$

که dM_0 این نیرو در جهت dF داخل است داخلی معجزه حاصلضرب dF در جهت P

در جهت e با هم عمل کرد dF در جهت P داریم



(دش ۳۵۴)



(دش ۳۵۵)

(فصل ۳)

$$dM_o = p dF = p (q ds) = q (p ds) \quad (۳-۵۰)$$

(۱) حاصل جمع $p ds$ بر سطح مقطع dA مثلث یک ضلع در $r = ۲۰۵$ mm داریم

$$dM_o = q (2dA)$$

دو مثلث در طول محشی دیواره استوار استوار است. معادله (۳-۵۱) یک گنجه مجموع گنجهها $[F]$ میزانشما داریم

روی دیواره مقطع I دو مثلث جمع برابر ترک I اعمال می‌شود. دیواره عمود بر I داریم.

$$T = \oint dM_o = \oint q (2dA)$$

برای برش q ثابت است در این صورت

$$T = 2qA \quad (۳-۵۲)$$

در اینجا A سطح بین خط مرکز (دیواره مقطع) است داخل I است (ش ۳-۵۶)

تنش برش I در هر نقطه دیواره برابر I است

$$\tau = \frac{T}{2tA} \quad (۳-۵۳)$$

در اینجا t ضخامت دیواره در نقطه نظر گرفته شده و A سطح محصور شده در سطح مقطع مرکز است. I را به دست می‌دهد

تنش برش روی مقطع دیواره در نظر می‌گیریم. فرضیه برای تغییر شکل الاستیک، توزیع تنش روی دیواره یکسان فرض

می‌شود و معادله (۳-۵۳) یک گنجه مقدار واقعی تنش برش در هر نقطه دیواره می‌دهد.

زادیر پیچش یک عضو تعامی چهارنازک، با استفاده از روش انرژی در فصل ۱۰ اعمال پذیرد. به فرض تغییر شکل الاستیک مقدار T داد، زادیر پیچش در چهارنازک به طول L و دیوار برش t عبارت است از:

$$\Phi = \frac{TL}{4G^2G} \oint \frac{ds}{t} \quad (۳-۵۴)$$

در اینجا استوار در طول خط مرکز مقطع می‌باشد.

مثال ۳-۱۰ (ش ۳-۱۰) سازه آلومینیومی بیوی شکل 60×100 mm، با مقطع مستطیلی توسط روش

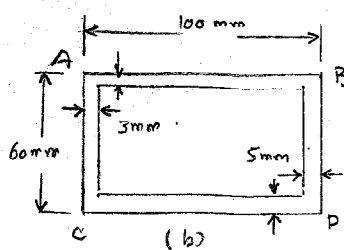
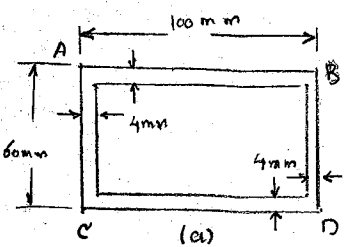
الستودول است آمده است. مطالب تعیین تنش برش در هر محور دیواره می‌گیرد

عقدت تأثیر ترک 3 KN.m قرار گرفته است. به فرض این ضخامت دیواره

کلیت است 4 mm (ش ۳-۵۷a) t می‌گیرد ایراد در است (دیواره ها)

AB و BC به ضخامت 3 mm (دیواره ها) CD به ضخامت 5 mm است

ش (۳-۵۷b)



(ش ۳-۵۷)

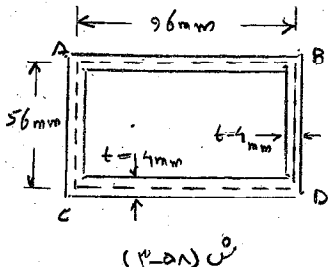
(مسئله ۳)

الف) نیروی داخلی در برابر نیروی وارده، سطح مقطع را در برهه یارزگی

$$A = (96 \text{ mm})(56 \text{ mm}) = 5.376 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

دقت کنید ضریب هر محور دوار $t = 4 \text{ mm}$ در برابر P با توجه به معادله (۳-۵۳) کرنش برش در هر دوار

$$\tau = \frac{T}{2tA} = \frac{3 \times 10^3 \text{ N.m}}{2(4 \times 10^{-3} \text{ m})(5.376 \times 10^{-3} \text{ m}^2)} = 69.8 \text{ MPa}$$



ب) نیروی داخلی در هر ضلع مقطع متغیر. با توجه به اینکه سطح A مقطع را بین

خط مرکزی حاکم است آنرا $t = 3 \text{ mm}$ با $t = 5 \text{ mm}$ (معادله

(۳-۵۳) در نظر بگیرید

$$T_{AB} = T_{AC} = \frac{3 \times 10^3 \text{ N.m}}{2(3 \times 10^{-3} \text{ m})(5.376 \times 10^{-3} \text{ m}^2)} = 93.0 \text{ MPa}$$

$$T_{BD} = T_{CD} = \frac{3 \times 10^3 \text{ N.m}}{2(5 \times 10^{-3} \text{ m})(5.376 \times 10^{-3} \text{ m}^2)} = 55.8 \text{ MPa}$$

تخمین از کرنش در هر دوار را با استفاده از معادله (۳-۵۳) در نظر بگیرید

$$\Phi = \frac{TL}{4G^2G} \oint \frac{ds}{t}$$

تخمین از کرنش برش
در هر ضلع مقطع متغیر

$$\Phi = \frac{TL}{4G^2Gt} \oint ds = \frac{TL}{4G^2Gt} \left[\int_0^{CD} dx + \int_0^{BD} dy + \int_{AB}^0 -dx + \int_{AC}^0 -dy \right]$$

$$\Phi = \frac{TL}{4G^2Gt} \left[2 \int_0^{L_x} dx + 2 \int_0^{L_y} dy \right] = \frac{2TL}{4G^2Gt} (CD + DB)$$

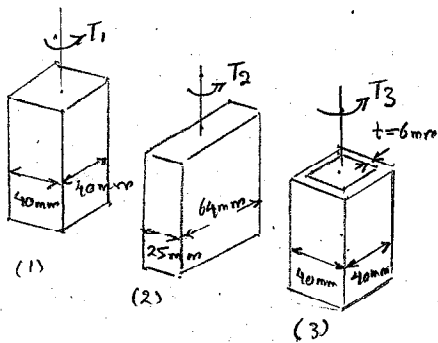
(معادله متغیر)

$$\Phi = \frac{TL}{4G^2G} \oint \frac{ds}{t} = \frac{TL}{4G^2G} \left[\int_0^{CD} \frac{dx}{t_1} + \int_0^{BD} \frac{dy}{t_1} + \int_{AB}^0 \frac{-dx}{t_2} + \int_{AC}^0 \frac{-dy}{t_2} \right]$$

$$\Phi = \frac{TL}{4G^2G} \left[\frac{CD}{t_1} + \frac{BD}{t_1} + \frac{AB}{t_2} + \frac{AC}{t_2} \right]$$

$$\Phi = \frac{TL}{4G^2G} \left[CD \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) + AB \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) \right] = \frac{TL \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)}{4G^2G} (CD + DB)$$

(فصل ۳)



مسئله فیزیک ۱۲۹) در سقف کابین از $T_{all} = 40 \text{ MPa}$ مقاومت حرارتی ترک
 ممکن برای اتصال به درون از مقاطع مربعی و دایره‌ای. توجه شود که
 دو عنصر توپر سطح مقطع یک کابین در عنصر دایره‌ای و مربعی از دو عنصر توپر
 دارای ابعاد یکسانی است.

۱- جلیه با سطح مقطع مربعی برای سلب استاتیسی توپر، حداکثر تنش برشی
 طبق معادله (۳-۲۳) محدودیت زیر برقرار است.

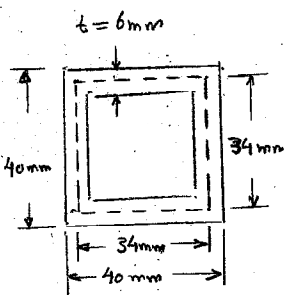
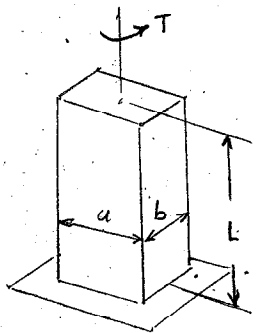
$$\tau_{max} = \frac{T}{c_1 a b^2}$$

در صورتیکه نسبت $\frac{a}{b}$ از جدول ۱-۳۱ به دست می‌آید. در صورتیکه

$$a = b = 0.4 \text{ m} \quad \frac{a}{b} = 1 \quad c_1 = 0.208$$

$$\tau_{max} = \tau_{all} = 40 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max} = \frac{T_1}{c_1 a b^2} \quad 40 = \frac{T_1}{(0.208)(0.04)^3} \quad T_1 = 532 \text{ N.m}$$



۲- برای سلب استاتیسی

$$a = 0.064 \text{ m} \quad b = 0.025 \text{ m} \quad \frac{a}{b} = 2.56$$

در جدول ۱-۳۱ در جدول

$$\tau_{max} = \frac{T_2}{c_1 a b^2} \quad 40 \text{ MPa} = \frac{T_2}{(0.259)(0.064 \text{ m})(0.025)^2}$$

$$T_2 = 414 \text{ N.m}$$

۳) توپر مربعی. برای توپر به جنسی است t تنش برشی در سلب معادله (۳-۲۳) به شکل زیر

$$\tau = \frac{T}{2 t a}$$

در صورتیکه a سطح مجاور در دو طرف سلب معادله از یک سلب به سطح مقطع a است.

$$a = (0.034 \text{ m})(0.034 \text{ m}) = 1.156 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\tau = \tau_{all} = 40 \text{ MPa} \quad t = 0.006 \text{ m}$$

$$\tau = \frac{T}{2 t a} \quad 40 \text{ MPa} = \frac{T_3}{2(0.006 \text{ m})(1.156 \times 10^{-3} \text{ m}^2)}$$

$$T_3 = 555 \text{ N.m}$$

فصل چهارم

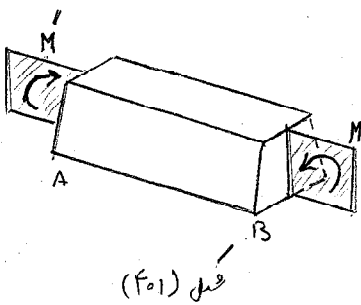
خمش خالص

(فصل ۴)

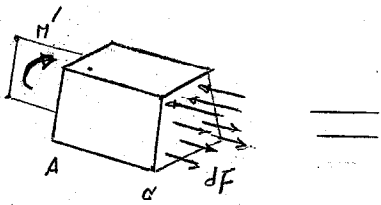
PURE BENDING

خمش خالص

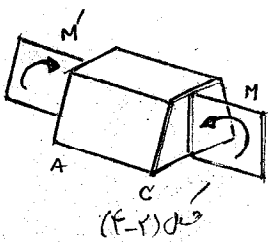
۴-۱ مقدمه:



در خمش، آنالیز تنش و کرنش در عنصرها متشابه است. تحت بارگذاری گسسته، خمشی مخالف یکدیگر M و M' در دو سر عنصر طولی به هم می‌نویسیم. پدیده (شکل ۴-۱) در ابتدا که فرض می‌کنیم که مقطع نسبت به هفتت گسسته در سراسر طول است. مطابق شکل، در ادامه شرایط نامتناهی در مقطع و نامتناهی در بارگذاری را در نظر می‌گیریم.

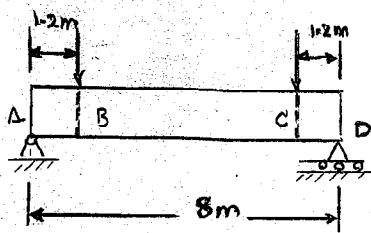


بالاخره در یک عنصر 4x5 خمش اعمده، خمشی شکل را می‌بینیم. عنصری که تحت گسسه‌ها یک برابری مخالف در یک عنصر طولی قرار گیرد تحت بارگذاری خمشی خالص (Pure bending) نامیده می‌شود. توده



همه در آن مقطع (در حد) عنصر AB بعد از آن که در هر دو سر عنصر در نظر گرفته شود و هفتت تقابل نگه M و M' می‌آید که سبب اولی اعمال شده روی M به سبب تقابل دیگر برابر با گسسه در M باشد. گسسه در M نتیجه بارگذاری آن است. را مخالفی (bending Moment)

در مقطع هفتت. در ادامه مطابق روش معمول عوارض است M را برای بارگذاری مطابق شکل (۴-۱) در نظر می‌گیریم. علامت منفی را برای هفتت برعکس و هفتت مثبت داده شده در شکل در نظر می‌گیریم.



به عنوان مثال از عنصری تحت خمشی خالص مت BC از محور AD

شکل (۴-۳-۵) را در نظر می‌گیریم. عنصر مقطع از نقطه E در سبب B

آ BC و بار هم تراسی آزاد AD و AE هم تراز است که در مقدار نیروی

حافظی در هر مقطع بین B و C لازم است برابر با گسسه در $36 \text{ kN}\cdot\text{m}$ است

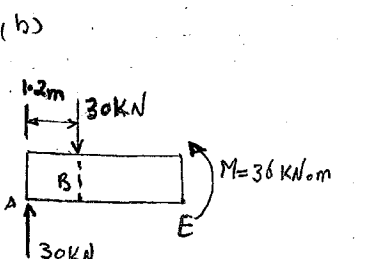
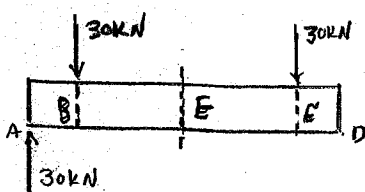
تعداد کم کاربرد که هفتت با بارگذاری از نوع خمشی خالص در نتیجه گسسه

اختصاص یک فصل به این موضوع نیز است. نتایجی که به دست می‌آید

برای تجزیه و تحلیل اندام دیگر بارگذاری از جمله بارگذاری هم تراز خارج از مرکز

(eccentric axial loading) و بارگذاری عرضی (transverse loading)

تامل کاربرد است. همانطور که در بخش (۲-۱) شاهد هستیم نیروی داخلی

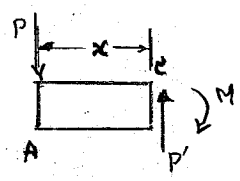
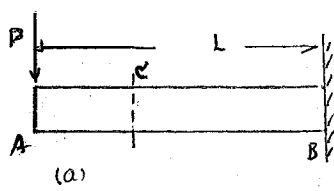
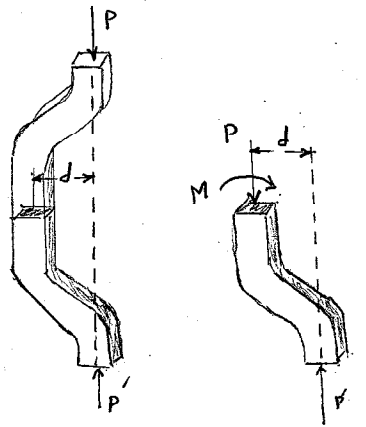


(c)

(فصل ۴)

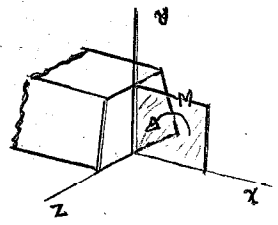
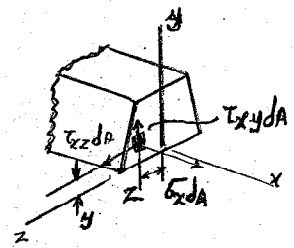
در یک مقطع از عنصر تحت بارگذاری غیر همگنی برابر با نیروی P عمل کننده در مرکز سطح و گشتاور M در راستای z (رنگ ۴۴)

است. بنابراین اصل صیغ اثرها می‌تواند این ترکیب نتایج را به هم تغییر بخش
 در یک بارگذاری مرکز نیروی P و بارگذاری همگنی خالص، توزیع تنش
 را در هر دو مقطع عنصر برآوردیم. مطالعه تنش‌ها در
 مطالعه عنصرها تحت بارگذاری عرضی، نیز از این باب است. به هم
 تیر یک سر گیردار AB تحت بارگذاری مستقیم P را در نظر بگیریم که در
 سر آزاد آن اعمال می‌گردد. (رنگ ۴.۵a) این یک مقطع از تیر است
 در فاصله x از A را در نظر بگیریم. با توجه به ترس آزاد AC
 (رنگ ۴.۵b) می‌توانیم بگوییم که نیروها که داخلی در مقطع AB
 نیروی P برابر و مخالف P در یک سمت در M به اندازه $M = Px$
 در راستای z هستند. هم‌اکنون در فصل ۲ خواص (بر توزیع تنش برشی در مقطع
 دایره به مقدار P و توزیع تنش عمودی در سطح به مقدار M اشاره کردیم
 تیر تحت بارگذاری همگنی خالص قرار گرفت.



۴-۲) یک اولیه تنش در بخش خالص

است. بنابراین در سطحی که انتخاب کردیم در این تنش‌ها اعمال شده
 روی مقطع در بارگذاری همگنی است. در واقع این فرضیه از
 مقطع تنش σ_x و τ_{xy} را می‌توانیم در سطح xy و yz به
 از آن است برای گشتاور M به P . (رنگ ۴.۶)
 با توجه به این است که در این حالت در واقعیت تنش عمودی برابر
 و مخالف جهت یکدیگر است. مجموع مؤلفه‌ها این دو نیرو در هر سمت
 به این عنصر است. علاوه بر گشتاور که در این حالت در عنصر بر سر



که در این حالت در هر طرف داخل عنصر صاف است. با توجه به این است که در این حالت
 برابر نیروها که داخلی در مقطع M را می‌توانیم جمع مؤلفه‌ها و می‌توانیم این نیروها را

(فصل ۴)

$$\int \sigma_x dA = 0$$

شدندگی σ :

$$\int z \sigma_x dA = 0$$

گشت در حول محور z :

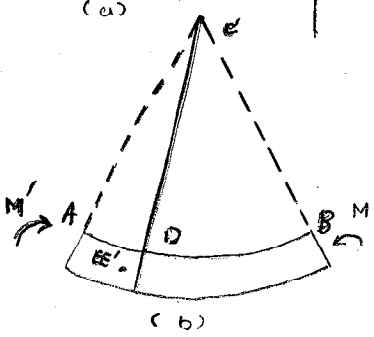
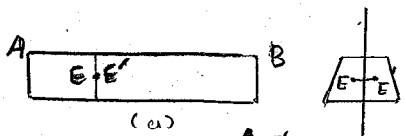
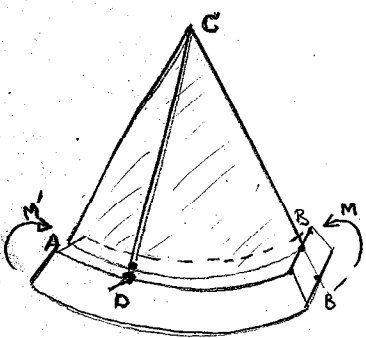
$$\int (-y \sigma_x dA) = M$$

گشت در حول محور y :

معادلات دیگر نیز بر آنست نوشته شود که رابطه بین مؤلفه‌های تنش برشی را است (بعداً است که فراسم دار این مؤلفه‌ها
 صغری است) . دو نکته در اینجا قابل ذکر است اول اینکه علامت منفی در معادله است نتیجه این در صغری است
 که تنش عمودی (σ_x) منجر به معادله منفی (در جهت پوشش عمق‌ها است) بر روی عمود $\sigma_x dA$
 حول محور y می‌گردند . دوم اینکه معادله در y بدون اثر می‌باشد اگر عمود در z نظر است به معنی M مقدار
 صغری y در حول محور z است . (مطابق شکل ۴-۶) در حقیقت توزیع نیروها عموداً در مقطع
 به طور یکنواخت نیست به طور y متغیر می‌باشد .

بگذارید بداند که در توزیع واقعی تنش در مقطع دایره‌ای به دلیل استتیک قابل بیان نمی‌باشد
 و اعتبار دیگر توزیع تنش به طور استتیک نامعلوم است و تنها بر پایه بررسی تغییر شکل و قابل بیان می‌باشد

۴-۳ تغییر شکل در یک عمود متقارن در حین تحریف در یک عضو متقارن در خالص خم در خالص تحریف



انگیز تغییر شکل یک عمود متقارن در حین تحریف با استفاده از مدل‌های ساده در دو حالت
 در مدل خم متقارن با بررسی کنیم . عمود حتماً خواهد شد اما تغییر
 نسبت به هم تغییر شکل و متغیر با هم خواهد ماند . (شکل ۴-۷)
 علاوه بر اینکه M در هر دو حالت یک است و عمود صرفاً تغییر شکل
 حین خواهد داشت . بنابراین خط AB که در حالت اول موازی محور z و عمود بر
 و خارج از این قضیه خواهد داشت . در تغییر شکل خط AB که در ابتدا استتیک است
 به یک دایره با مرکزیت E تبدیل می‌شود . همین بر اینست برای خط $A'B'$
 نیز صادق است که در حالت اول موازی محور z و عمود بر محور z است .
 همچنین خط AB که در ابتدا موازی محور z و عمود بر محور z است
 خواهد داشت . اگر $M > 0$.

(مسئله ۴)

با توجه به توضیحات فوق که مفردات و عدد لرد در مولزات صفه ای و ریاضی که در آن ϵ_x و ϵ_y صفه ای است

این مفرد، صفه خنثی هر اندازه جزو (neutral surface) این مفرد و صفه تار

با در دایره DE تعلق نماید. (رنگ ۴-۱۰-۱) و تقاطع عرضی را در طول صفه تار

محور تار (neutral axis) قطع نماید (رنگ ۴-۱۰-۲) انحنای در سطح

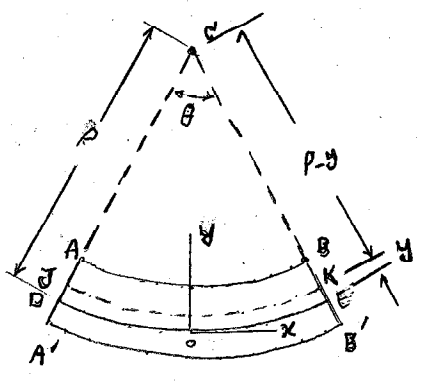
با در مفرد قرار می گیرد و صفه تار را جایی که در سطح در مفرد باقی

قرار دارد. در این صورت ضلع این مفرد با θ زاویه دارد.

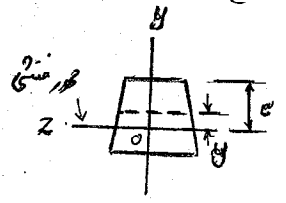
با این P ارتفاع DE در θ زاویه مرکز DE (رنگ ۴-۱۰-۳)

و در DE برابر L ، اندازه صفه تغییر شکل یافته است

که در آن است:



(a) تقاطع طولی و عرضی (صفه تار)



(b) تقاطع عرضی

$$L = P\theta \quad (4-4)$$

انحنای θ در JK را در فاصله L از DE صفه خنثی در نظر بگیریم که طول آن

L' است:

$$L' = (P - \gamma)\theta \quad (4-5)$$

وقتی که طول اولیه JK برابر L بوده است در این صورت برای تغییر شکل JK ضامم داشت:

$$\delta = L' - L \quad (4-6)$$

با جایگزینی از (4-5) و (4-4) در (4-6) ضامم داشت:

$$\delta = (P - \gamma)\theta - P\theta = -\gamma\theta$$

برای تعیین کرنش طولی ϵ_x در این JK ، δ را بر طول اولیه L در JK تقسیم کنیم. در آن صورت

$$\epsilon_x = \frac{\delta}{L} = \frac{-\gamma\theta}{P\theta} \quad (4-7)$$

یا

$$\epsilon_x = -\frac{\gamma}{P} \quad (4-8)$$

علاوه بر این نامی از این موقعیت است که کرنش در دو حالتی مثبت می باشد و نیز بر این تیر به است بلا اعظمی در دو
 اندک به اینک صفه تار به هم تقاطع عمودی، هم در آنجا هستند تقاطع صفه تار تغییر شکل در صفه تار موازی که هم در آن
 اتفاق افتاده. بنابراین رابطه (4-8) برای هر جایی که در آن اتفاق می افتد در کرنش عمودی ϵ_x صفه تار
 صفه تغییر کند.

(فصل ۴)

در محضرت دیگر کرنش با ضابطه ϵ از صفحه خمشی (neutral surface) تعیین می‌شود.
 کرنش ϵ_x در حد اکثر مقدار ϵ_m و در حد کمتر مقدار ϵ در آن است. این
 ϵ بزرگترین ϵ در سطح خمشی (که در بدنه یعنی بالای و پایین صفحه خمشی است) و با این ϵ_m در حد اکثر
 مقدار قدر مطلق حد اکثر کرنش ϵ_m است:

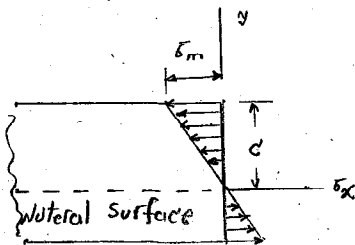
$$\epsilon_m = \frac{c}{\rho} \quad (4-9)$$

با همبستگی در معادله (۴-۸) خواهیم داشت:

$$\epsilon_x = -\frac{y}{c} \epsilon_m \quad (4-10)$$

حال بخواهیم برای تعیین کرنش در یک موقعیت صفحه خمشی ϵ را برای تعیین محل صفحه کرنش از رابطه $\epsilon = \frac{y}{c} \epsilon_m$ در کرنش
 کرنش ϵ_x را در هر نقطه در معادله استفاده کنیم: (برای معادله ϵ_x در صفحه xy و هم صفحه تقارن عمود که در z باشد
 عمود z بر سطح مستوی xy و کرنش در کرنش در یک نقطه از آن ϵ_x صفحه خمشی در صفحه تقارن مستوی
 خواهد بود.)

۴-۴ کرنش و تغییر شکل در گدازه کشیده



آنچه حالت را در نظر بگیریم که ϵ در ϵ_m به اندازه ϵ است کرنش
 عمود z در صفحه xy تعیین می‌شود. این بدان معناست که برای ϵ_x
 نقطه‌ها ϵ_x است در معادله ϵ_x در حد ϵ_m و در حد ϵ است.

در این محضرت هیچ نوع تغییر شکل خاصی در معادله ϵ_x در حد ϵ_m در حد ϵ است.
 برای ϵ_x در هر نقطه ϵ_x در حد ϵ_m است. فرض کنیم ϵ_x در حد ϵ_m است ϵ_x در حد ϵ_m است.
 در حد ϵ_m در حد ϵ است:

$$\sigma_x = E \epsilon_x \quad (4-11)$$

با در نظر گرفتن معادله (۴-۱۰) داریم:

$$E \epsilon_x = -\frac{y}{c} (E \epsilon_m)$$

با استفاده از معادله (۴-۱۱)

$$\sigma_x = -\frac{y}{c} \sigma_m \quad (4-12)$$

(مصل ۴)

در صیقل σ_m بین کننده مطلق در مطلق حد اکثر تنش σ_{max} . این رابطه است که در مورد الاستیک تنش
 محوری بصورت خطی تغییر می‌آورد ، فاصله از سطح خنثی را به فاصله است (رنگ ۱۱-۴)
 لازم به توضیح است که اینجا بوقیبت سطح خنثی و مدار تنش حد اکثر σ_m معلوم می‌آید ، هر دو با کاربرد
 روابط (۱۴-۱) و (۴-۳) که در استیک است آمده اند ، معلوم می‌شود . به کمک این تنش σ_x از
 رابطه (۱۲-۴) در معادله (۴-۱) خواهیم داشت :

$$\int \sigma_x dA = \int \left(-\frac{y}{c} \sigma_m\right) dA = -\frac{\sigma_m}{c} \int y dA = 0$$

$$\int y dA = 0 \quad (۴-۱۳)$$

طبق این معادله که در رابطه سطح مقطع حول محور عمده کننده از مرکز خنثی ، همفر خواهد بود . بصورت دیگر برای
 عنصری تحت تنش ضلع ، می‌توانیم در حد الاستیک اجزا باشد ، مرکز خنثی از مرکز سطح (centroid) مقطع
 عبور خواهد نمود .

با کاربرد رابطه (۴-۳) می‌تواند تبلاً توضیح داده شد که از محور اختیاری x به است آمده است

$$\int (-y \sigma_x dA) = M \quad (۴-۳)$$

مادر تنش σ_x در x منطبق بر محور خنثی در مقطع ، باید در نظر گرفتن تنش از رابطه (۴-۳) داریم

$$\int (-y) \left(-\frac{y}{c} \sigma_m\right) dA = M$$

$$\frac{\sigma_m}{c} \int y^2 dA = M \quad (۴-۱۴)$$

اما استرک افسردگی شکل در x یا y از I مقطع نسبت به مرکز خنثی I است . در این صورت

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I} \quad (۴-۱۵)$$

به کمک این در معادله (۴-۱۲)

$$\sigma_x = -\frac{My}{I} \quad (۴-۱۶)$$

معادلات (۴-۱۵) و (۴-۱۶) فرموله‌های تنش الاستیک (elastic flexure formula) خوانده می‌شود و تنش محوری σ_x

(مفصل ۴)

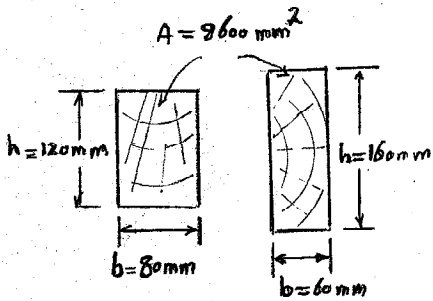
تجدید تنش عضو اغلب تحت عمودان تنش منحنی (flexural stress) خوانده می شود. تنش در این تنش منحنی را می توان (۴-۵) بالای محور منحنی (۴-۶) و تنش که منحنی M منتهی به M در یک نقطه M است می نامند. با توجه به فرمول (۴-۵) بلافاصله می توان دید که تنش در یک عضو منحنی در یک مقطع است. این تنش در مقطع الاستیک (elastic section modulus) خوانده می شود و را S نامیده می شود. بنابراین:

$$\text{Elastic section modulus} = S = \frac{I}{c} \quad (4-17)$$

با استفاده از روابط (۴-۱۵) خواهیم داشت:

$$\bar{\sigma}_m = \frac{M}{S} \quad (4-18)$$

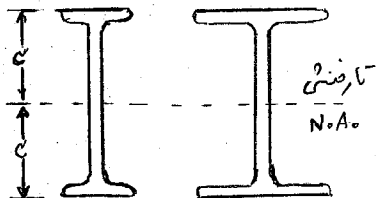
در یک حد اکثر تنش $\bar{\sigma}_m$ مقدار معکوس رابطه به درون مقطع الاستیک است. روشی است که تیرها استی! مقدار زیاد S خواهی شوند. به عنوان مثال در حالت تیر چوبی! سطح مقطع مستطیلی با عرض b و عمق h در شکل ۴-۱۲



(شکل ۴-۱۲)

$$S = \frac{I}{c} = \frac{\frac{1}{12}bh^3}{h/2} = \frac{1}{6}bh^2 = \frac{1}{6}Ah \quad (4-19)$$

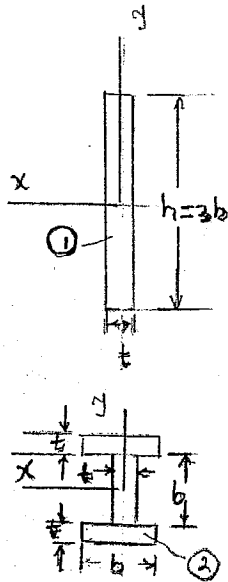
در شکل A سطح مقطع تیری است. این تیر تحت تنش منحنی در دو تیر! مقطع یکسان A در شکل (۴-۱۲) تیری با عمق بزرگتر h دارای درون مقطع بزرگتر است. بنابراین مقادیر بیشتری در تنش خواهد بود. (در هر دو مقدار بزرگتر h/b نسبت ناچهار برابر و دهلی تیر خواهد بود)



(a) I-beam
(b) W-beam
تقاطع استاندارد
تقاطع استاندارد
(شکل ۴-۱۳)

در حالت فولادها که گمانی از نوع تیر S و تیر W نسبت به تیرها ترجیح داده می شود زیرا بزرگتر است. بزرگتر مقطع آنها در هر دو جهت قرار دارند. در این صورت برای یک مقدار عمق از سطح مقطع، عمق داده شده، و برای آنجا سبب ایجاد مقدار I بزرگ I و به تناسب S خواهد بود. مقادیر S

مردم مقطع الاستیک تیرها S را از کتاب است. پس باید جدول مقادیر S برای هندسه های مختلف تیرها را در دسترس داشته باشد. بنابراین برای تعیین مقدار حد اکثر تنش $\bar{\sigma}_m$ در یک مقطع از تیر استاندارد یک محاسب لازم است مقدار M را در دسترس داشته باشد.



$$(S_x)_1 = \frac{(I_x)_1}{(c_x)_1}$$

$$(I_x)_1 = \frac{1}{12} t (3b)^3 = \frac{9}{4} t b^3$$

$$(c_x)_1 = \frac{3b}{2}$$

$$(S_x)_1 = \frac{9/4 t b^3}{3b/2} = \frac{9}{6} t b^2$$

$$(S_y)_1 = \frac{(I_y)_1}{(c_y)_1}$$

$$(I_y)_1 = \frac{1}{12} (3b) t^3 = \frac{1}{4} b t^3$$

$$(c_y)_1 = t/2$$

$$(S_y)_1 = \frac{1/4 b t^3}{t/2} = \frac{1}{2} b t^2$$

$$(S_x)_2 = \frac{(I_x)_2}{(c_x)_2}$$

$$(I_x)_2 = 2 \left\{ \frac{1}{12} b t^3 + (b t) \left(\frac{b}{2} + \frac{t}{2} \right)^2 \right\} + \frac{1}{12} t b^3$$

$$= 2 \left(\frac{1}{24} t b^3 \right) + \frac{1}{12} t b^3$$

$$= \frac{7 t b^3}{12}$$

$$(c_x)_2 = \frac{b}{2} + t \approx b/2$$

$$(S_x)_2 = \frac{7 t b^3 / 12}{b/2} = \frac{7 t b^2}{6}$$

$$(I_y)_2 = 2 \left\{ \frac{1}{12} t b^3 \right\} + \frac{1}{12} b t^3$$

$$= \frac{1}{6} t b^3$$

$$(c_y)_2 = b/2$$

$$(S_y)_2 = \frac{1/6 t b^3}{b/2} = \frac{1}{3} t b^2$$

$$\frac{(S_x)_1}{(S_x)_2} = \frac{9/6 t b^2}{7 t b^2 / 6} = \frac{9}{7} = 1.286$$

$$\frac{(S_y)_2}{(S_y)_1} = \frac{1/3 t b^2}{1/2 b t^2} = \frac{2}{3} \frac{b}{t}$$

$$b = 10 t \rightarrow \frac{(S_y)_2}{(S_y)_1} = 6.667$$

(مضامین ۴)

تفسیر شکل عددی برای همان ضعیف M به سبب انحنا (curvature) سطح منحنی محسوب می‌گردد. انحنا به سبب انحراف ρ به دست می‌آید. رابطه معادله (۴-۹) برای $\frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_m}{c}$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_m}{c} \quad (4-20)$$

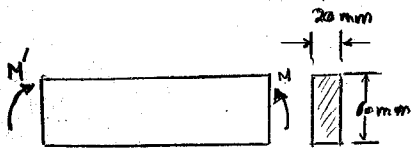
اندازه‌گیری الاستیک $\epsilon_m = \frac{\sigma_m}{E}$ یا $\sigma_m = E \epsilon_m$ با جایگزینی برای ϵ_m در (۴-۲۰) رابطه معادله (۴-۱۵)

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_m}{Ec} = \frac{1}{Ec} \frac{Mc}{I}$$

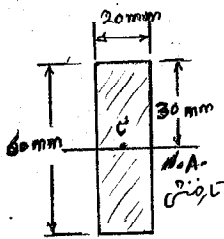
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (4-21)$$

مثال (۴-۱)

سلب فولادی $20 \times 60 \text{ mm}$ با مقطع مستطیلی تحت دوگانه در برابر دلتا قرار می‌گیرد. گشتاورها در صحنه عمودک تقارن سلبه قرار می‌گیرند. بطلان مقدار سلبه منحنی M که سلبه تقسیم می‌شود. فرض $\sigma_y = 250 \text{ MPa}$



شکل (۴-۱)



شکل ۴-۱ا

در سلبه هر منحنی از مرکز سطح c مقطع می‌گذرد داریم $c = 30 \text{ mm}$ از وانی سلبه انحراف را که سطح مقطع مستطیلی معادله است از:

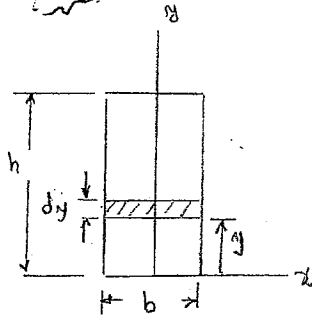
$$I = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} (20 \times 10^{-3} \text{ m}) (60 \times 10^{-3} \text{ m})^3 = 60 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

بجای برای گشتاور منحنی M فرض می‌کنیم داریم:

$$M = \frac{I}{c} \sigma_m = \frac{360 \times 10^{-9} \text{ m}^4}{30 \times 10^{-3} \text{ m}} (250 \times 10^6 \text{ N/m}^2)$$

$$M = 3000 \text{ N}\cdot\text{m} = 3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

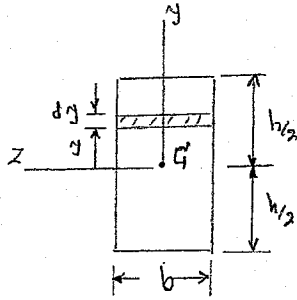
صفحه ۱۰۰



$$A\bar{y} = \int y dA = \int_0^h y b dy = \frac{b}{2} h^2$$

$$A = bh$$

$$\rightarrow \bar{y} = \frac{\frac{b}{2} h^2}{bh} = \frac{1}{2} h$$

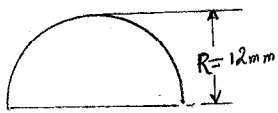


$$\bar{I} = \int y^2 dA = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 b dy = \frac{b}{3} y^3 \Big|_{-h/2}^{h/2}$$

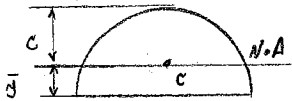
$$\bar{I} = \frac{b}{3} \left[\left(\frac{h}{2}\right)^3 - \left(-\frac{h}{2}\right)^3 \right] = \frac{b}{3} \frac{2h^3}{8}$$

$$\bar{I} = \frac{1}{12} bh^3$$

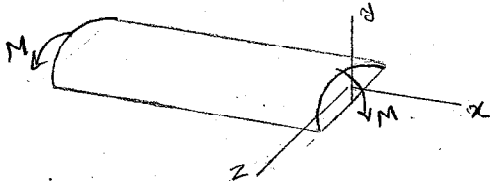
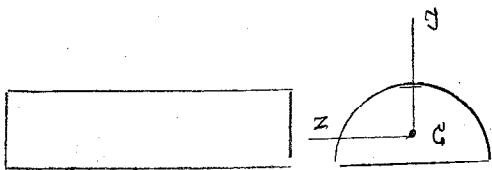
(مسئله ۴)



شکل ۴-۶



شکل ۴-۷



شکل ۴-۸ یک سیم کروی به شعاع $R=12\text{ mm}$ به سطح مقطع نیم دایره به شعاع $R=12\text{ mm}$ در شکل یک دایره به شعاع $\rho=2.5\text{ m}$ ضمیمه کردیم. در این سطح سیم به نسبت مرکز انحنای و قدس در طول سیم کشیده شد. به طوری که مرکز ثقل در مرکز ثقل گسی در یک در سیم استفاده از $E_a=700\text{ Pa}$

استفاده از معادله (۴-۲۱) مقدار کششی در استفاده از معادله (۴-۱۵) مقدار ϵ_m را محاسبه کنیم. کوفه سازه تیرات استفاده از (۴-۹)

ϵ_m محاسبه کردیم. استفاده از قانون هوک $\sigma_m = E \epsilon_m$ است. مقدار \bar{y} از سطح \bar{y} یک مقطع نیم دایره عبارت است از:

$$\bar{y} = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4(12\text{ mm})}{3\pi} = 5.09\text{ mm}$$

مقدار \bar{y} از سطح \bar{y} محاسبه کردیم. در مقدار \bar{y} در تیرات ناصله، محاسبه \bar{y} از

$$c = R - \bar{y} = 12\text{ mm} - 5.09\text{ mm} = 6.91\text{ mm}$$

استفاده از معادله (۴-۹) داریم:

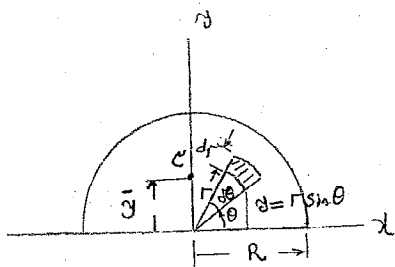
$$\epsilon_m = \frac{c}{\rho} = \frac{6.91 \times 10^{-3}\text{ m}}{2.5\text{ m}} = 2.76 \times 10^{-3}$$

استفاده از قانون هوک

$$\sigma_m = E \epsilon_m = (700 \times 10^9\text{ Pa})(2.76 \times 10^{-3}) = 1932\text{ MPa}$$

وقتی که این سطح دور از مرکز انحنای تیر است، کشش کمتری خواهد بود. حال اگر کشش تیر در سطح دیگر خواهد بود. استفاده از این نکته که کشش متناسب با ناصله از محاسبه \bar{y} در

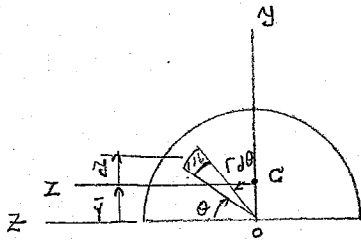
$$\sigma_{comp} = -\frac{\bar{y}}{c} \sigma_m = -\frac{5.09\text{ mm}}{6.91\text{ mm}} (1932\text{ MPa}) = -1423\text{ MPa}$$



$$\begin{aligned} \bar{y}A &= \int y dA = \int_0^\pi \int_0^R r \sin \theta (r dr d\theta) \\ &= \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^R r^2 dr \\ &= \frac{1}{3} R^3 (-\cos \theta) \Big|_0^\pi = \frac{1}{3} R^3 (-1 - 1) \\ &= -\frac{2R^3}{3} \end{aligned}$$

$$A = \frac{1}{2} \pi R^2$$

$$\rightarrow \bar{y} = \frac{2R^3}{3(\frac{1}{2}\pi R^2)} = \frac{4R}{3\pi}$$



$$\bar{I}_z = \int y^2 dA =$$

$$y = r \sin \theta - \bar{y}$$

$$\bar{I}_z = \int_0^\pi \int_0^R (r \sin \theta - \bar{y})^2 r dr d\theta$$

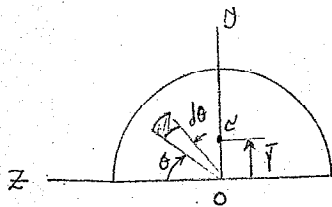
$$\bar{I}_z = \underbrace{\int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta \int_0^R r^3 dr}_{I_1} + \underbrace{\int_0^\pi \int_0^R \bar{y}^2 r dr d\theta}_{I_2} - \underbrace{2\bar{y} \int_0^\pi \int_0^R r^2 \sin \theta dr d\theta}_{I_3}$$

$$I_1 = \frac{1}{4} R^4 \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{R^4}{8} \left[\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]_0^\pi = \frac{\pi R^4}{8}$$

$$I_2 = \bar{y}^2 \int dA = A \bar{y}^2 = \frac{1}{2} \pi R^2 \left(\frac{4R}{3\pi} \right)^2 = \frac{8R^4}{9\pi}$$

$$I_3 = 2\bar{y} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^R r^2 dr = \frac{2}{3} \bar{y} R^3 (-\cos \theta) \Big|_0^\pi = \frac{4R^3}{3} \left(\frac{4R}{3\pi} \right) = \frac{16R^4}{9\pi}$$

$$\bar{I}_z = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{\pi R^4}{8} - \frac{8R^4}{9\pi}$$



$$I_z = \bar{I}_z + A \bar{y}^2$$

$$I_z = \int y^2 dA = \int_0^\pi \int_0^R (r \sin \theta)^2 r dr d\theta = \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta \int_0^R r^3 dr$$

$$I_z = I_1 = \frac{\pi R^4}{8}$$

$$\frac{\pi R^4}{8} = \bar{I}_z + \frac{1}{2} \pi R^2 \left(\frac{4R}{3\pi} \right)^2 \rightarrow \bar{I}_z = \frac{\pi R^4}{8} - \frac{8R^4}{9\pi}$$

$$J_o = \int r^2 dA = \int_0^\pi \int_0^R r^2 (r dr d\theta) = \pi \frac{R^4}{4}$$

$$J_o = 2 I_z$$

(صفحه ۴)

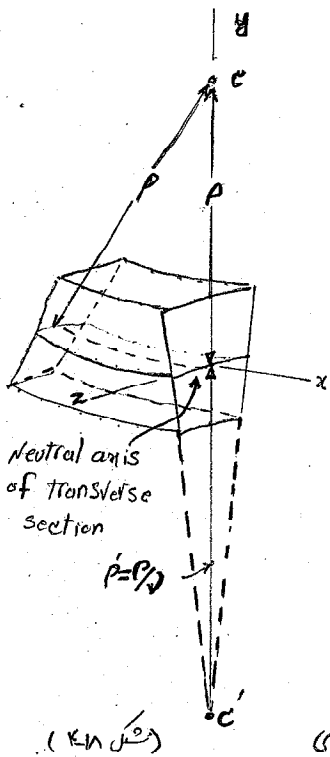
۴-۵. DEFORMATIONS IN A TRANSVERSE CROSS SECTION

تغییر شکل در یک مقطع عرضی
 وقتی که در بخش ۴-۳ است که در مقطع عرضی یک عضو تحت محض منقبضه می‌ماند، اتصال تغییر شکل در صفحه مقطع را برنگردیم. وجود چنین تغییر شکلی را می‌توانیم به این شکل بیان کنیم که در حالت تنش یک محوری $\epsilon_x \neq 0$ و $\epsilon_y = \epsilon_z = 0$ در جسمی که عمودی z و x باشد تغییر شکل وجود دارد در نظر بگیریم مقدار ϵ_y و ϵ_z را درجه به مقدار ϵ_x در این باره استفاده می‌کنیم و به صورت زیر بیان می‌کنیم

$$\epsilon_y = -\nu \epsilon_x \quad \epsilon_z = -\nu \epsilon_x$$

یا با جایگزینی از معادله (۴-۸)

$$\epsilon_y = \frac{\nu y}{\rho} \quad \epsilon_z = \frac{\nu y}{\rho} \quad (4-22)$$



درجه ν را به عبارت آمده از اینک برای عضو خنثی $(y=0)$ در درجه ϵ_x و ϵ_z

منبسط و انقباض زیر صفحه خنثی $(y=0)$ منقبض می‌گردند. در حالت عضو

در مقطع شعاعی انقباض و انبساط از اینک مختلف درجه عمودی ایجاد می‌گردد

همانگونه که در روی ابعاد عمودی مقطع می‌آشیر خواهد بود. در نتیجه تغییر شکل عرضی است

درجه ϵ_x به عبارتی انبساط از اینک $(y=0)$ در درجه ϵ_x و ϵ_z منقبض می‌گردند

همانگونه که در مقطع شعاعی مختلف در مقطع بصورت گوناگونی از اینک منقبض می‌گردند

(شکل ۴-۸) وضعیت آمده در اینک شبیه متعلق آمده درجه طولی

با تعریف دوین معادله (۴-۲۲) را معادله (۴-۸) می‌توانیم به شکل زیر تغییر دهیم

همانگونه که در اینک $\rho = \rho_0$ خنثی می‌گردند. مرکز این دایره زیر صفحه خنثی قرار می‌گیرد

(موضوع ۴-۶) بقسیده درجه ϵ_x از اینک ϵ_x و ϵ_z منقبض می‌گردند و در نتیجه انقباض

مقطع عرضی و متمم آن خمیدگی در اینک $(anticlastic curvature)$ خوانده می‌شود.

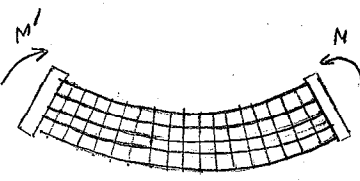
$$Anticlastic\ curvature = \frac{1}{\rho'} = \frac{\nu}{\rho} \quad (4-23)$$

درجه تغییر شکل عضو متعارف تحت محض در این جهت ϵ_x منقبض می‌شود، در مورد نحوه اتصال در اینک M' و M

جهت نظر کنید. اگر M متعلق عرضی عضو از یک سر به سر دیگر منقبض می‌ماند و M' از تنش برشی است، لذا حالت

(شکل ۴)

تجزیه نایم لنگه‌های عمل شده بگونه‌ای است که در استخوان عین حدوث آن صفت این‌ها اندر آن‌ها برشی آزاد استند. این کار همانند از واقع اعمال شده در M و M' یکصد بار استاده از صفحات صلب در سطح انجام گیرد.

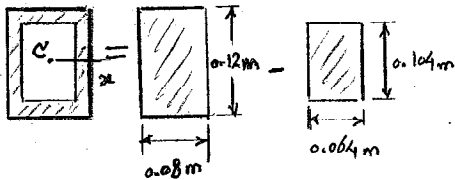
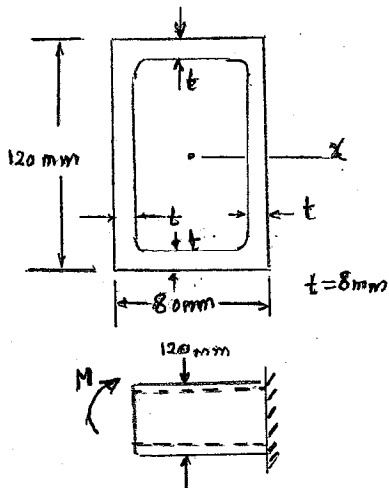


شکل (۴-۱۹)

در شکل (۴-۱۹) نیز همان‌گونه که در عمل شده به سبب صفحات صلب در مقابل استخوان فراهم نمودن در این بطن و قوسه صفت‌های آن‌ها مطابق ترتیب داده شده آزاد برای تغییر شکل داشته. لذا به توضیح است که این وضعیت اگر در آن‌ها نیز برآید حقیقتاً و در واقع است و نتیجه لازم است هر صفت نیز در آن‌ها که به مقطع استخوان در حفاختی اعمال می‌گردد نتیجه همان‌گونه که تغییر شکل در عین حدوث آن‌ها است.

این موضوع که صفحات صلب استخوان مدل شکل (۴-۱۹) نیز بدانند بکار نیز یکی حقیقتاً است استاده از استخوان می‌تواند کم کند. در حقیقت قدری از آن‌ها که بر روی آن‌ها است آمده در حقیقت اصل را استاده در. بار گفتار حقیقی بکار تمام توضیح از استخوان و در نتیجه مدل بر روی آن استاده است. بار استاده از اصل بر روی آن‌ها است آمده برای آن‌ها استاده در شرایطی که این استاده استاده در آن‌ها استاده در در نظر به عمل اعمال از زیاد نزدیک باشد.

(مسئله ۴)



کندسازند (۴-۱) لوله مستطیلی نازک را در سه زاویه اول مستقیم؛
 خواص مکانیکی آن: $E = 70 \text{ GPa}$ ، $\sigma_y = 300 \text{ MPa}$ ، $\sigma_x = 150 \text{ MPa}$
 ضریب انبساط طولی آن: $\mu = 0.3$ در جهت عمود بر سطح مقطع
 (۱) شعاع انحنای لوله

بنا آفریند. در نظر گرفتن سطح مقطع لوله بصورت اضلاع بین در سطح
 مطابق شکل در یک آن ابعاد در هر متر خازیم درست است؛

$$I = \frac{1}{12} (0.08)(0.12)^3 - \frac{1}{12} (0.064)(0.104)^3$$

$$I = 5.52 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

شش مجاز برای ضریب این ۳ دانه یعنی 300 MPa داریم

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_y}{F.S.} = \frac{300 \text{ MPa}}{3.00} = 100 \text{ MPa}$$

در جهت $\sigma_{all} < \sigma_y$ تغییر در هر دو استیک این تا از نتیجه بخش (۴-۲) تا به دست می آید

الف) مکانیسی: $c = \frac{1}{2}(0.12 \text{ m})$ داریم؛

$$\sigma_{all} = \frac{Mc}{I}$$

$$M = \frac{I}{c} \sigma_{all} = \frac{5.52 \times 10^{-6} \text{ m}^4}{0.06 \text{ m}} (100 \text{ MPa})$$

$$M = 9.20 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ب) شعاع انحنای: $E = 70 \text{ GPa}$ و با استفاده از معادله (۴-۲) داریم

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{9.2 \text{ kN}\cdot\text{m}}{(70 \text{ GPa})(5.52 \times 10^{-6} \text{ m}^4)} = 238 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$

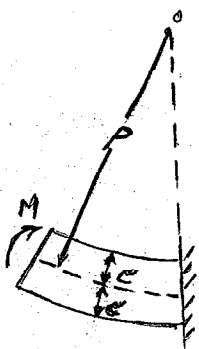
$$\rightarrow \rho = 42.0 \text{ m}$$

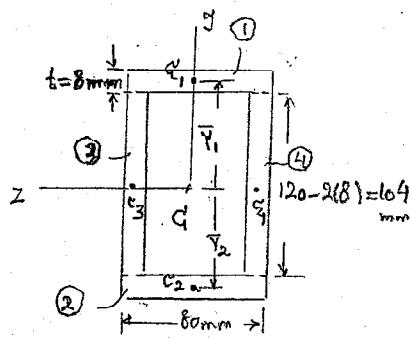
راه حل دیگر: ابتدا μ بعداً برای مقدارتنش $\sigma_{all} = 100 \text{ MPa}$ برای حداکثر کرنش داریم

$$\epsilon_m = \frac{\sigma_{all}}{E} = \frac{100 \text{ MPa}}{70 \text{ GPa}} = 1429 \mu$$

$$\epsilon_m = \frac{c}{\rho} \quad , \quad \rho = \frac{c}{\epsilon_{max}} = \frac{0.06 \text{ m}}{1429 \mu}$$

$$\rightarrow \rho = 42.0 \text{ m}$$





$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$I_1 = I_2 = \bar{I}_1 + A_1 \bar{Y}_1^2$$

$$A_1 = A_2 = 8 \times 80 = 640 \text{ mm}^2$$

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_2 = \frac{120}{2} - \frac{8}{2} = 56 \text{ mm}$$

$$\bar{I}_1 = \frac{1}{12} b_1 h_1^3 = \frac{1}{12} (80)(8)^3 = 3413.33 \text{ mm}^4$$

$$A_1 \bar{Y}_1^2 = 640 (56)^2 = 2.007 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_1 = 3413.33 + 2.007 \times 10^6 = 2.0105 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_3 = I_4 = \bar{I}_3 + A_3 \bar{Y}_3^2$$

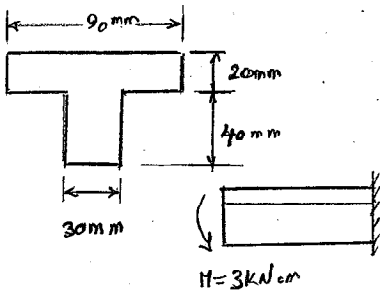
$$\bar{Y}_3 = \bar{Y}_4 = 0$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_4 = \frac{1}{12} b_3 h_3^3 = \frac{1}{12} (8)(104)^3 = 0.74991 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

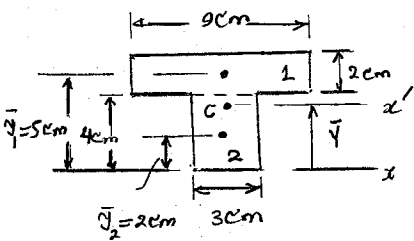
$$I = 2I_1 + 2I_3 = 5.5207 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

(فصل ۴)

شکل نموده (۴۲) یک تیرچه چوبی با سنجین تحت گشتاور 3 kN.m قرار دارد
 و دارای $E = 175 \text{ GPa}$ و با صرف نظر کردن از تأثیر درجه‌های گردشده
 (fillets) مطلوب است (الف) حداکثر تنش کششی در چوب
 - شعاع اغنای چوب



مرکز جرم (Centroid) سطح مقطع I شکل را با دو مستطیل مطابق شکل
 تقسیم کنیم. و بعد از زیر را تشکیل دادیم



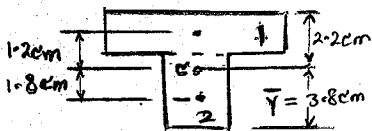
	Area, cm^2	\bar{Y}, cm	$\bar{Y}A, \text{cm}^3$	$\bar{Y}\Sigma A = \Sigma \bar{Y}A$
1	$(9)(2) = 18$	5	90	$\bar{Y}(30) = 114$
2	$(3)(4) = 12$	2	24	
	$\Sigma A = 30$		$\Sigma \bar{Y}A = 114$	$\bar{Y} = 3.8 \text{ cm}$

مکان انحنای حول مرکز جرم. استفاده از قضیه مورجان مولاری تعیین
 مکان انحنای هر مستطیل نسبت به محور x که از مرکز جرم مقطع را به گذرد
 و جمع مکان انحنای مستطیلی حدیاب دادیم

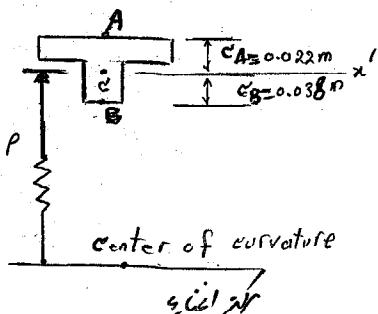
$$I_{x'} = \Sigma (\bar{I}_x + Ad^2) = \Sigma \left(\frac{1}{12} bh^3 + Ad^2 \right)$$

$$= \frac{1}{12} (9)(2)^3 + (9 \times 2)(4)^2 + \frac{1}{12} (3)(4)^3 + (3 \times 4)(1.8)^2$$

$$= 86.88 \text{ cm}^4 \rightarrow I = I_{x'} = 868 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$



الف) حداکثر تنش کششی. وقتی که کوپن اعمال شود لبه بیرونی مقطع
 است پایش می‌گردد و این تغییرات مرکز اغنای در این مقطع واضح می‌گردد حداکثر
 تنش کششی در نقطه A اتفاق می‌افتد و در درون این نقطه از مرکز اغنای است



$$\sigma_A = \frac{M c_A}{I} = \frac{(3 \text{ kN.m})(0.022 \text{ m})}{868 \times 10^{-9} \text{ m}^4} \quad \sigma_A = 7600 \text{ MPa}$$

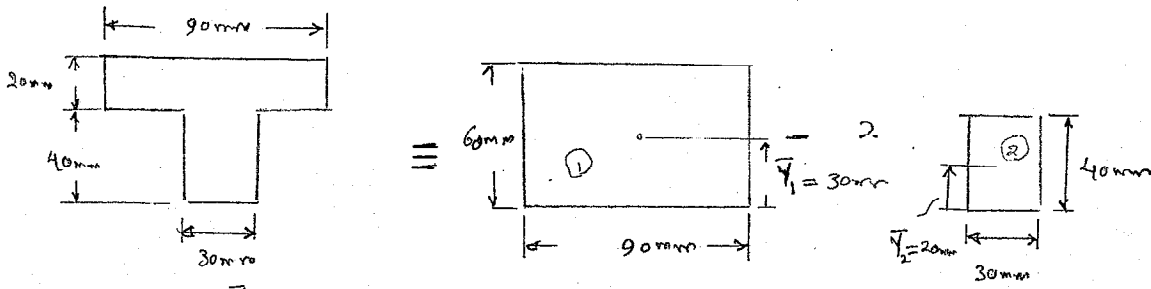
$$\sigma_B = -\frac{M c_B}{I} = -\frac{(3 \text{ kN.m})(0.038 \text{ m})}{868 \times 10^{-9} \text{ m}^4} \quad \sigma_B = -1313 \text{ MPa}$$

نسبت شعاع اغنای با بر سه معادله (۴-۲۱) داریم

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{3 \text{ kN.m}}{(175 \text{ GPa})(868 \times 10^{-9} \text{ m}^4)} = 19.75 \times 10^{-9} \text{ m}^{-1}$$

$$\rightarrow \rho = 50.6 \text{ m}$$

صنعت ۱۰۸



$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{Y}_i A_i}{\sum A_i}$$

$$A_1 = 90 \times 60 = 5400 \text{ mm}^2$$

$$\bar{Y}_1 = 30 \text{ mm}$$

$$A_2 = -30 \times 40 = -1200 \text{ mm}^2$$

$$\bar{Y}_2 = 20 \text{ mm}$$

$$\bar{Y} = \frac{A_1 \bar{Y}_1 + 2A_2 \bar{Y}_2}{A_1 + 2A_2} = \frac{(5400)(30) + 2(-1200)(20)}{5400 + 2(-1200)}$$

$$\bar{Y} = 38 \text{ mm}$$

$$\bar{I} = \sum \bar{I}_i = \bar{I}_1 - 2\bar{I}_2$$

$$\bar{I}_1 = \frac{1}{12} (90)(60)^3 + (90 \times 60)(38 - 30)^2 = 1.9656 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

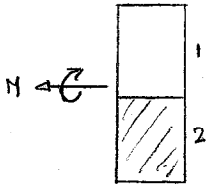
$$\bar{I}_2 = \frac{1}{12} (30)(40)^3 + (30 \times 40)(38 - 20)^2 = 0.5488 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\bar{I} = 0.868 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

(مصل ۴)

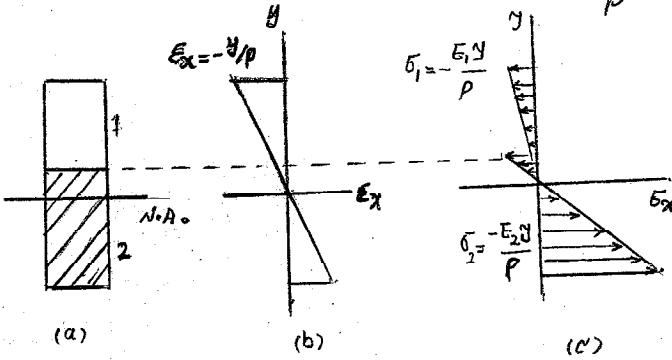
۴-۲) Bending of Members Made of Several Materials

اگر ماده تحت تأثیر خمش خاص از دو ماده با خواص مکانیکی متفاوت تشکیل شده باشد، در صورتی که در یک مقطع ایستاده تقویت گردد.



در مقدار خمیدگی سلب در سمت چپ و مثبت در سمت راست. اما در مقادیر مختلف به یکدیگر را مطابق شکل در نظر بگیرید. بار یک مطابق بخش (۴-۳) تغییر شکل فراموش است. بنابراین هر مقطع به صورت ایستاده و متساوی در صورتی که (۴-۳) استقل از نوع ماده بی‌اثر نباشد. بنابراین کرنش عمودی ϵ_x به طور خطی با فاصله از محور خنثی مقطع (شکل ۴-۲۱a، b، c) مطابق رابطه (۴-۸) تغییر میکند.

$$\epsilon_x = -\frac{y}{\rho} \quad (4-8)$$



در این حالت نمی‌توان فرض کرد که محور خنثی از مرکز سطح مقطع مرکب عبور کند و یکی از اهداف آنالیز است.

تعیین موقعیت این محور است. و متساوی کردن کرنش ϵ_x در دو ماده متفاوت در این صورت بین کرنش عمودی در هر ماده متفاوت خواهد بود. در آن صورت:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= E_1 \epsilon_x = -\frac{E_1 y}{\rho} \\ \sigma_2 &= E_2 \epsilon_x = -\frac{E_2 y}{\rho} \end{aligned} \quad (4-24)$$

در دو انتهای سطحی توزیع تنش در هر بخش تغییرات خطی است (شکل ۴-۲۱c) که ثابت است. در ادامه معادله (۴-۲۴) مقدار نیروی dF_1 روی یک سطح dA در سمت بالای مقطع را بدست می‌دهد.

$$dF_1 = \sigma_1 dA = -\frac{E_1 y}{\rho} dA \quad (4-25)$$

معادله به صورتی dF_2 روی سطح dA در سمت پایینی است که این

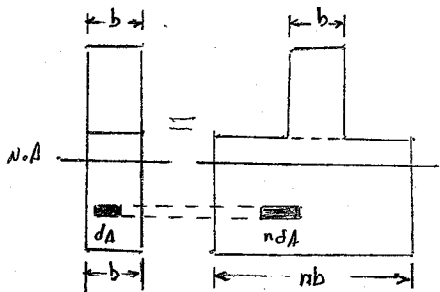
$$dF_2 = \sigma_2 dA = -\frac{E_2 y}{\rho} dA \quad (4-26)$$

با نسبت E_2/E_1 برای dF_2 خواهیم داشت

$$dF_2 = -\frac{n E_1 y}{\rho} dA = -\frac{E_1 y}{\rho} (n dA) \quad (4-27)$$

(فصل ۴)

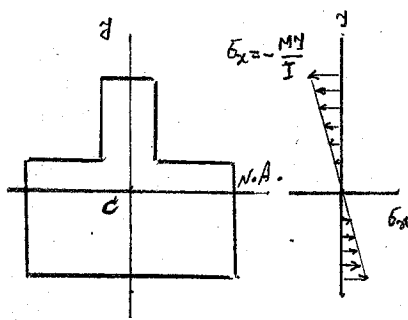
ابعاد مقاطع (۴-۲۵) و (۴-۲۷) در یک سازه تحت نیروی dF_2 روی الی از ماده اولیه با سطح ndA اعمال می شود. در صورت دیگر مقادیر n را نسبت به آن خواهد دادند اگر هر دو سمت از یک ماده تشکیل شده باشد و در آن صورت n همیشه برابر ۱ است.



(۴-۲۲) مقطع تبدیل یافته برای ماده مرکب

توجه شود که این تغییر در ضخامت (انزلیش) برای $n > 1$ و کاهش برای $n < 1$ است. در عین حال موازات محور خنثی مقطع انجام گیرد. در شکل اندازه n در اول از محور خنثی است. بدون تغییر باقی ماند. مقطع در صورت عدول مقطع n تبدیل یافته (transformed section) عنصر فزاینده می شود (شکل ۴-۲۲) و شکل در مقطع تبدیل یافته یک ماده ممکن یا مواد گسسته E_1 استفاده شده است.

است. با توجه به روش عین (۴-۴) مقدار مرتبه تغییر در خنثی مقطع و توزیع تنش عمود بر نقاط مختلف مقطع را بدست آورد. محور خنثی از مرکز جابجایی تبدیل یافته (شکل ۴-۲۳) عبور می کند. در تنش σ_x در هر نقطه برای یک مقطع همگن از رابطه زیر بدست می آید:



$$\sigma_x = -\frac{MY}{I} \quad (4-23)$$

در هر یک از نواحی از محور خنثی و I محاسبه از مقطع تبدیل یافته نسبت به محور مرکزی c است (centroidal axis).

(۴-۲۳) توزیع تنش در مقطع انتقال یافته

برای بدست آوردن σ_x در نقطه k در جمله c بالای میلگرد اولی

با بدست آوردن مقدار σ_x را در نقطه مورد نظر مقطع تبدیل یافته بدست می آوریم. اگر چه برای تعیین σ_x در نقطه k

در جواب است. یعنی مقطع نرم n را نسبت به σ_x ضرب نمود که در نقطه مورد نظر از مقطع تبدیل یافته محاسبه

می شود. همچنین توضیح دارد که در dF_2 در مقطع ndA مقطع تبدیل یافته dA مقطع اولیه اعمال

می شود. بنابراین σ_x در جواب نقطه k از مقطع اولیه است. n برابر بزرگتر از ۱ در نقطه منفرجه از مقطع تبدیل یافته است.

تغییر شکل عنصر مرکب همچنین توسط مقطع تبدیل یافته تعیین می شود. در نظر بگیرید که مقطع تبدیل یافته از ماده E_1

همگن یا مواد E_1 تشکیل شده است که همانند عنصر مرکب تغییر شکل می آید. بنابراین از رابطه معادله (۴-۲۱)

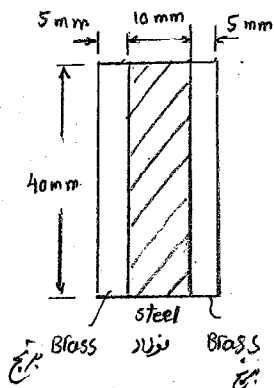
بروی محاسبه انحنای ماده مرکب فرمایم در است:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E_1 I}$$

در هر یک از I محاسبه از مقطع تبدیل یافته نسبت به محور خنثی در این مقطع می آید.

(فصل ۴)

سوال ۴-۳. میل‌های لوله‌آلوده فولاد که در برنج مطابق شکل تشکیل شده است. مطلوب است حداکثر تنش در فولاد و برنج و میل‌دکته که در برنج $M = 2 \text{ kN}\cdot\text{m}$ قرار گیرد.



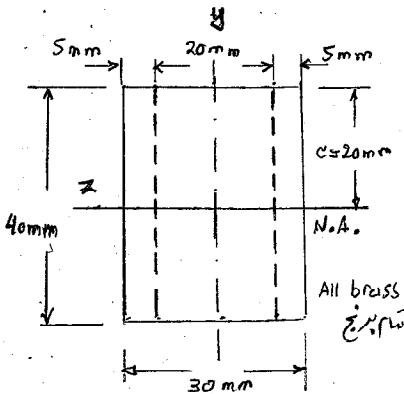
پایه (ساخت) مقطع تبدیل یافته بر حسب میل که در برنج شکل است مطابق شکل می باشد در صورتیکه:

$$n = \frac{E_s}{E_b} = \frac{200 \text{ GPa}}{100 \text{ GPa}} = 2$$

پهنای متراکز که در برنج می‌گردد بر حسب میل اندازه اولیه (10 mm) در میل‌دکته 2 است. قابل توجه است که این تغییر در اندازه میل در برنج رخ می‌دهد.

مکان این مقطع تبدیل یافته حول مرکزگرایی عبارت است از:

$$I = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} (30 \times 10^{-3} \text{ m}) (40 \times 10^{-3} \text{ m})^3 = 160 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$



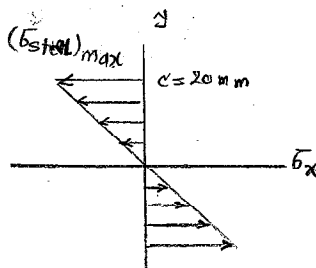
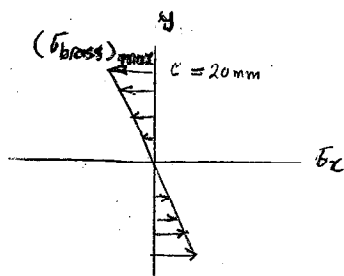
حداکثر تنش فولاد در برنج $c = 20 \text{ mm}$ است. استفاده از معادله (۴-۱۵) حداکثر تنش در مقطع تبدیل یافته 8 کلمه می‌گردد.

$$\sigma_m = \frac{M c}{I} = \frac{(2 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}) (20 \times 10^{-3} \text{ m})}{160 \times 10^{-9} \text{ m}^4} = 250 \text{ MPa}$$

مقاومت آمده هم‌چنین حداکثر تنش در سمت برنجی میل‌ریز اولیه است. مقدار تنش فولاد در سمت فولادی دو برابر مقدار برنج آمده از مقطع تبدیل یافته است. در نتیجه مقاومت مرکزگرای استی به اندازه فولاد $n = 2$ کوچک شود و در صورتیکه به مقطع اولیه بازگردیم. در این صورت:

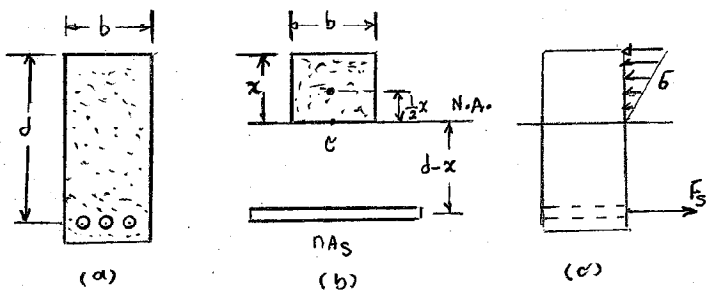
$$(\sigma_{\text{brass}})_{\text{max}} = 250 \text{ MPa}$$

$$(\sigma_{\text{steel}})_{\text{max}} = 500 \text{ MPa}$$



(فصل ۴)

یک مثال مهم اعضای سفت شده از دربار سفت است
تیرها بین سطح ^{beams} (reinforced-concrete)
این تیرها و ستیکه تحت یک تنش مثبت قدری گیرند
در سینه میلدها که فولادگی کمی بالاتر از سطح میانی
تیر و سطح گیرند. (شکل ۴-۲۶a) و ستیکه متین
بسیار ضعیف در گشتی است زیر سطح خنثی



تک همزمان در فولادگی بار گشتی در محله سفت خواهد بود. در سفت است الای بار را تحمل می‌آید
در مقطع تبدیل یافته تیر بین سطح، سطح مقطع فولادگی A_s میلدها که فولادگی با سطح معادل $n A_s$
همگرا می‌باشد در سفت $n = E_s / E_c$ نسبت مدول الاستیته فولاد به بتن است (شکل ۴-۲۶b). از جانب دیگر
و ستیکه بتن در سینه معادل سفت در بار گشتی است، سفت استی از مقطع الای همگرا می‌باشد در مقطع تبدیل یافته
منظر شود.

موقعیت همگرا می‌باشد تعیین حاصل x از سطح الای تیر تا مرکز سطح x در برابر سطح تبدیل یافته سفت است x .
با اینست x چون x سفت و x معادل حاصل از سطح الای تیر x چهار گره میلدها که فولادگی، نگه‌دارن سطح تبدیل یافته
راست به همگرا می‌باشد لازم است معادل $n A_s$ و ستیکه نگه‌دارن هر سطح از جانب معادل سطح آن سفت در
نماید مرکز سطح آن سفت تا محور گشتی سفت است x ، حاصل است

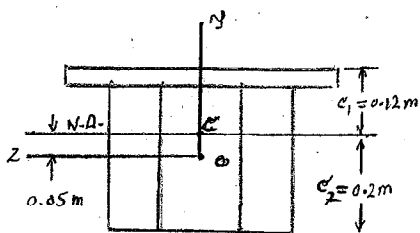
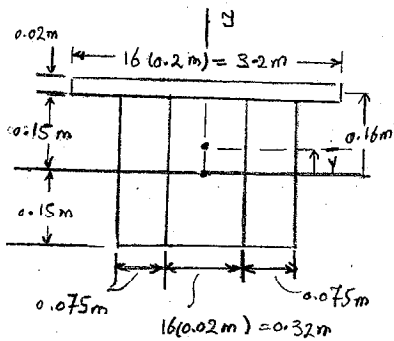
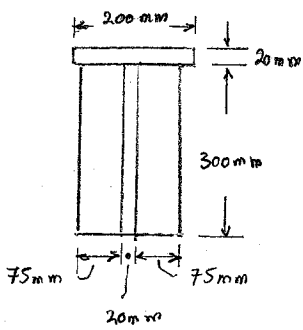
$$(bx) \frac{x}{2} - nA_s (d-x) = 0$$

$$\frac{1}{2} bx^2 + nA_s x - nA_s d = 0 \quad (4-28)$$

بهر این معادله درجه دوم برای x هر دو سمت همگرا می‌باشد برای تیر سفت است x و سفت سطح مقطع تیر سفتی که سفت
موازی است. تعیین سفت در مقطع تبدیل یافته مطابق روشی است امیدوار است x (مثال سفت ۴-۲۶c) مطالعه سفت
تدریس سفت فاک در بتن و سفت F_s سفتی که در سینه فولادگی در سفت (۴-۲۶c) سفت داده سفت

(مسئله ۴)

شکل زیر (۴-۳) یک تیر فولادی به شکل T بر پایه دو الوارز از جنس فولاد که در دو سطح میخ در تیر فولاد متصل شده اند، تقویت شده است. جدول مشخصات مواد: $E_s = 200 \text{ GPa}$ و $E_c = 12.5 \text{ GPa}$ در برپول فولاد. $M = 50 \text{ kNm}$ به تیر در یک اعمال گردد. مطلوب است: الف) حداکثر تنش در میخ و ب) تنش در فولاد در حال لبه بالایی



پایه) مقطع تبدیل یافته است. ابتدا است: راست بر کنیم

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200 \text{ GPa}}{12.5 \text{ GPa}} = 16$$

ابعاد واقعی فولاد را در $n=16$ ضربه کنیم. در این صورت مقطع تبدیل یافته از جنس فولاد است.

معمدهایی از مرکز سطح مقطع تبدیل یافته عبور می کند. در نتیجه

مقطع در دسترس شکل گرفته است، داریم:

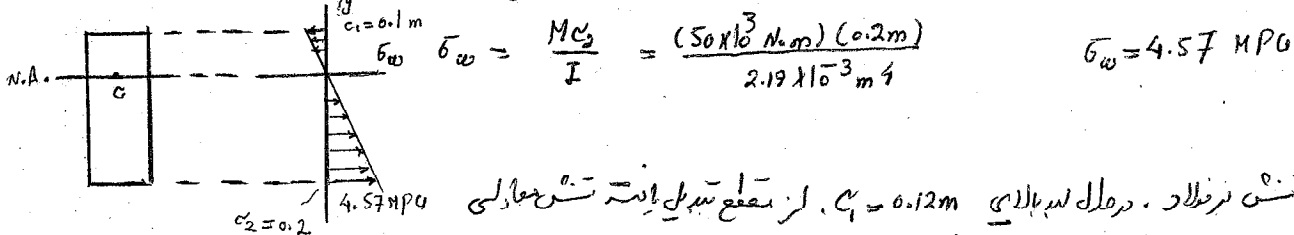
$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{Y}A}{\sum A} = \frac{(0.16m)(3.2m \times 0.02m) + 0}{3.2m \times 0.02m + 0.47m \times 0.3m} = 0.05m$$

محاسبه آنژی رگستر - الف) مسافت از قفسه فولاد مولز که ضامن در است

$$I = \frac{1}{12} (0.47) (0.02)^3 + (0.47 \times 0.02) (0.05)^2 + \frac{1}{12} (3.2) (0.02)^3 + (3.2 \times 0.02) (0.16 - 0.05)^2$$

$$I = 2.19 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

الف) حداکثر تنش در میخ. در درین نقطه میخ از فولاد لبه بالایی است. P حساب می شود.

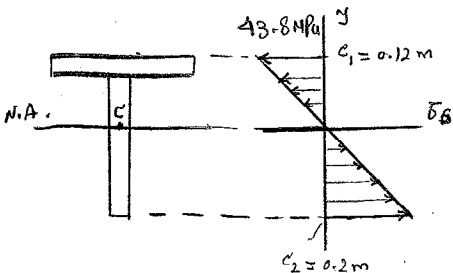


ب) تنش در فولاد. در حال لبه بالایی از مقطع تبدیل یافته تنش محاسبی

در میخ است که با آن می توانیم محاسبه کنیم. برای فولاد ضربه کرده

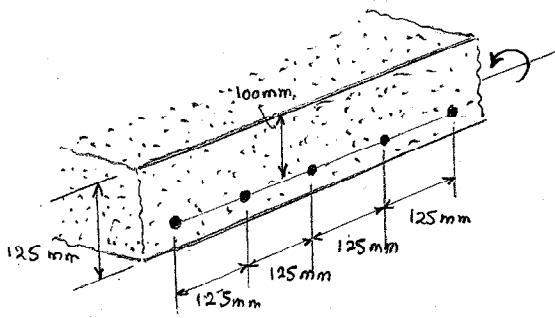
$$\bar{\sigma}_s = n \frac{M c_1}{I} = 16 \frac{(50 \times 10^3 \text{ Nm}) (0.12 \text{ m})}{2.19 \times 10^{-3} \text{ m}^4}$$

$$\bar{\sigma}_s = 43.8 \text{ MPa}$$

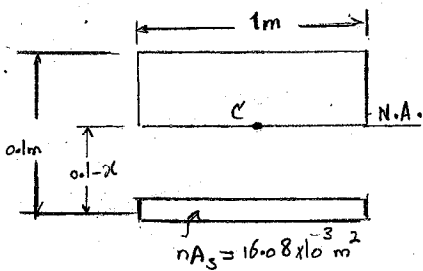


(مسئله ۴)

شکل ضمیمه ۴-۴



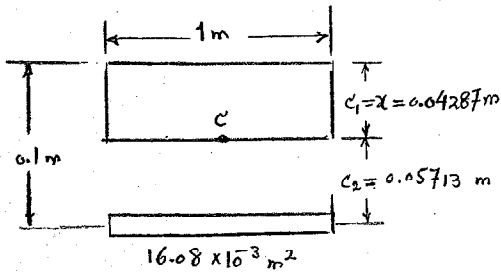
یک مقطع کف بتونی بر سبیل میله های فولادی به قطر 16 mm که در 25 mm الای کف قرار گرفته بر سبیل ها هر کدام به اندازه 125 mm از یکدیگر میل درازند، ساخته است. مدول الاستیته 20 GPa برای بتون و 200 GPa برای فولادی است. در این مقطع برای هر یک متر تقاطع کف در 12 kN.m اعمال می گردد. مطابق الف) محاسبات تنش در بتون و استن در فولاد



مقطع تبدیل یافته هستی از تقاطع کف را به چپینای 1 m در نظر بگیرید در این شکل هست میل 16 mm در لای سطح تقاطع زیر باشد

$$A_s = 8 \left[\frac{1}{4} \pi (0.016 \text{ m})^2 \right] = 1.608 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

وقتی که بتون سخت در برابر کار کننده آسانتر خواهد گشتی بر سبیل میل ها محال می گشته و مقطع تبدیل یافته است در سطح بتون داده شده است. می رود به



بت بتون در برابر (الای گورخنی) و دیگره مقطع تبدیل یافته بر سبیل فولادی nAs می باشد. در این

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200 \text{ GPa}}{20 \text{ GPa}} = 10$$

$$nA_s = 10 (1.608 \times 10^{-3} \text{ m}^2) = 16.08 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

گورخنی. گورخنی تقاطع از مرکز سطح تقاطع تبدیل یافته گذرد. حجم گشته در سطح های تبدیل یافته را حول گورخنی محاسبه می کنیم:

$$(1 \text{ m}) x \left(\frac{x}{2} \right) + (16.08 \times 10^{-3} \text{ m}^2) (0.1 \text{ m} - x) = 0 \rightarrow x = 0.04287 \text{ m}$$

گشته در از سطح - محاسبه انحراف مرکزی سطح تبدیل یافته عبارت است از

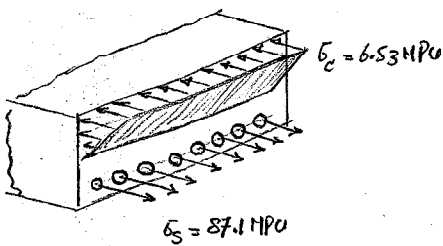
$$I = \frac{1}{3} (1) (0.04287)^3 + (16.08 \times 10^{-3}) (0.1 - 0.04287)^2 = 78.75 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

الف) محاسبات تنش در فولاد. برای فولاد $c_2 = 0.1 \text{ m} - x = 0.05713 \text{ m}$ ، $n = 10$

$$\sigma_s = n \frac{M c_2}{I} = 10 \frac{(12 \text{ kN}\cdot\text{m}) (0.05713 \text{ m})}{78.75 \times 10^{-6} \text{ m}^4} \quad \sigma_s = 87.1 \text{ MPa}$$

ب) محاسبات تنش در بتون. در بتون در بالای آن $c_1 = 0.04287 \text{ m}$

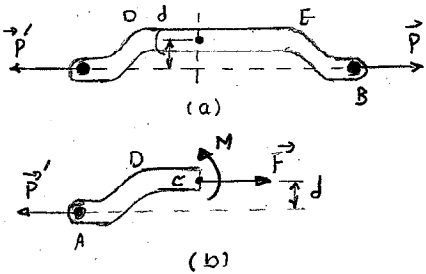
$$\sigma_c = \frac{M c_1}{I} = \frac{(12 \text{ kN}\cdot\text{m}) (0.04287 \text{ m})}{78.75 \times 10^{-6} \text{ m}^4} \quad \sigma_c = 6.53 \text{ MPa}$$



(شکل ۴)

۴-۱۲) Eccentric Axial Loading In A Plane of Symmetry بارگذاری محوری خارج از مرکز در یک صفحه تقارن

در شکل ۴-۱۲ دیدیم که توزیع تنش در مقطع یک عضو تحت بارگذاری محوری متعامد بر روی بلندی است که فرضاً عمود سیرهای P و P' از مرکز سطح (Centroid) مقطع عبور نماید. این نوع بارگذاری مرکزی (centric) خوانده می شود. اکنون توزیع تنش را در یک عضو تحت سیرهای خارج از مرکز سطح مقطع عبور می آید به عبارتی بارگذاری خارج از مرکزی (eccentric) می باشد. در این بخش آنالیز ما محدود به اعضای میانی در یک صفحه تقارن می باشد.

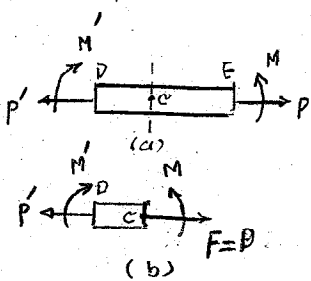


۴-۱۲

در فرض اولین بارگذاری در صفحه تقارن اعمال می گردد. (شکل ۴-۱۳)

سیرهای داخلی که در یک مقطع اثر می کنند ممکن است شامل سیرهای F اعمالی در مرکز سطح مقطع و گشتاور M در صفحه تقارن عضو اثر می کنند (شکل ۴-۱۳). وضعیت تعادل تدریجاً آزاد AC استخراج در بارگذاری F برابر با حالت P' و M برابر با حالت گشتاور P حول C است. با این حال ناممکن است که سطح AB سیرهای P و P' و فواصل d را

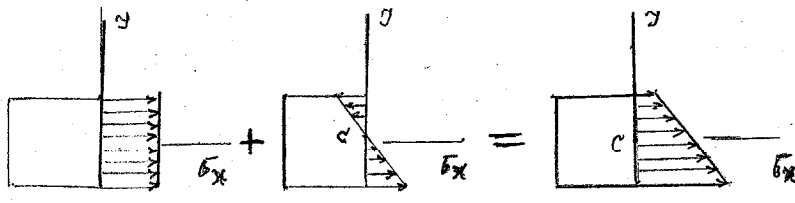
$$F = P \quad \text{and} \quad M = Pd \quad (4-14)$$



(شکل ۴-۱۳)

در بند DE بر اثر سیرهای AB سیرهای داخلی شامل سیرهای P و P' گشتاور M و M' می باشد (شکل ۴-۱۳). بنابراین توزیع تنش ناشی از خارج از مرکز اثر می آید که همانند سیرهای جمع می شود. توزیع تنش یکدست ناشی از بارگذاری محوری مرکزی P و P' در توزیع خطی (یعنی گشتاور M و M') است. (شکل ۴-۱۴) در این صورت داریم

$$\sigma_x = (\sigma_x)_{centric} + (\sigma_x)_{bending}$$



(شکل ۴-۱۴)

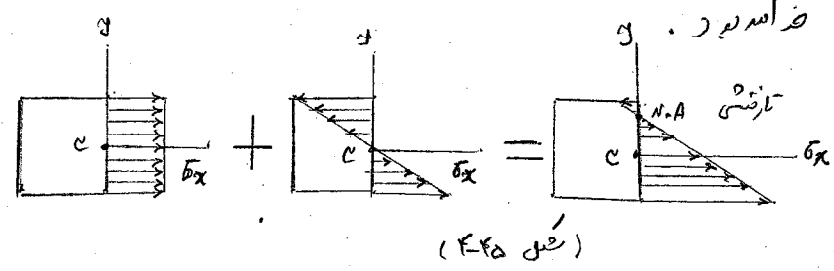
با یکدیگر از روابط (۱۰۱) و (۴-۱۶) داریم:

$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{My}{I} \quad (4-15)$$

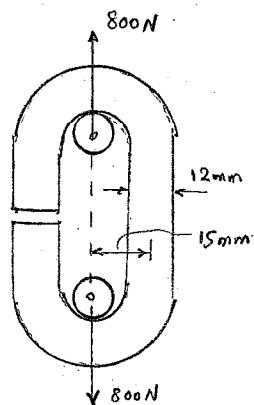
در بند A است. مقطع I گشتاور اینرسی مرکزی در y ناممکن است که مرکز سطح مقطع باشد.

(فصل ۴)

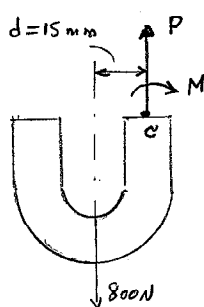
را به عبارت آسانتر که دهنده همایون توزیع تنش در مقطع I است و این غیر یکنواخت (Linear but not uniform) است.
 در این مورد هندسه مقطع I در شکل ۴-۴۲ نشان داده شده تا با هم علامت مطابق شکل ۴-۴۲ یا
 برخی سبب در این شکل منحنی است که در شکل ۴-۴۵ در مقطع I وجود فرامورد است که در حال آن $\sigma_x = 0$ است
 این خط $\sigma_x = 0$ محور فرضی (neutral axis) مقطع I است. به گونه ای که محور فرضی بر محور مرکزگرمایه مقطع منطبق نخواهد بود
 در صورتیکه برای $\sigma_x = 0$ و $\sigma_x \neq 0$ فرامورد.



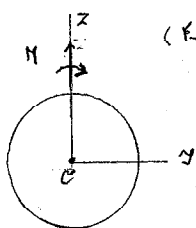
نتیجه فرامورد است که در صورتیکه برای کاربرد اصل جمع اثرها در بخش ۱۲-۲۲ در بردار شده
 است و همچنین اصل سنی در بخش ۱۶-۲ رعایت گردد. این برای محاسبات که در بخش ۱۶-۲۲ در
 است و تغییر شکل ناشی از ضربه و تغییر در هندسه مقطع I در شکل ۴-۴۲ اثرگذار است. در مقطع که در
 آن σ_x نسبت به σ_x از اندازه D و E نزدیک نباشد. واضح است که اصل جمع اثرها برای محاسبات تغییر
 شکل معمول قابل کاربرد است.



(شکل ۴-۴۶)



(شکل ۴-۴۷)



(مسئله ۴)
 مثال ۴-۷ یک حلقه از زنجیر به سینه کردن یک سینه فلزی کم کردن
 به قطر ۱۲ mm است آمده است. همانند زنجیر نیروی ۸۰۰ N
 را تحمل می کند. مطلوب است الف) حداکثر تنش کششی در حلقه
 مستقیم حلقه ب) ناصبه بین مرکز سطح و محور خنثی در مقطع

الف) حداکثر تنش کششی و فشرده کششی. نیروی دافعی و جذب نیروی
 مرکزی P و ممان خنثی M (شکل ۴-۴۷) را تعیین

$P = 800 \text{ N}$ $M = Pd = (800 \text{ N})(0.015 \text{ m}) = 12 \text{ N}\cdot\text{m}$

توزیع تنش ناشی از نیروی مرکزی در سطح «a» و «b» بر دوام شکل (۴-۴۸) نشان داده شده است. توزیع تنش ناشی
 از نیروی مرکزی P یکدست و برابر $\sigma_0 = P/A$ است. در سطح

$A = \pi c^2 = \pi (0.006 \text{ m})^2 = 113.1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

$\sigma_0 = \frac{P}{A} = \frac{800 \text{ N}}{113.1 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 7.07 \text{ MPa}$

توزیع تنش ناشی از ممان خنثی و حداکثر آن $\sigma_m = \frac{Mc}{I}$ است

$I = \frac{1}{4} \pi c^4 = \frac{1}{4} \pi (0.006 \text{ m})^4 = 1.018 \times 10^{-9} \text{ m}^4$

$\sigma_m = \frac{Mc}{I} = \frac{(12 \text{ N}\cdot\text{m})(0.006 \text{ m})}{1.018 \times 10^{-9} \text{ m}^4} = 70.7 \text{ MPa}$

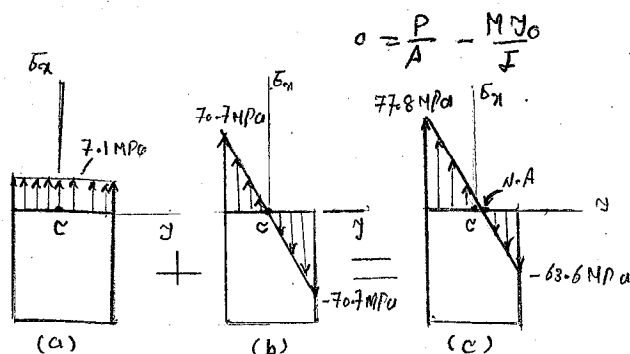
جمع اثرها در توزیع تنش، توزیع تنش بر دوام بارگذاری خارج از مرکز است. (۴-۴۸c) حداکثر تنش کششی
 در سطح در مقطع بعد از زیر پست کشش است.

$\sigma_t = \sigma_0 + \sigma_m = 7.1 + 70.7 = 77.8 \text{ MPa}$

$\sigma_c = \sigma_0 - \sigma_m = 7.1 - 70.7 = -63.6 \text{ MPa}$

ب) ناصبه بین نیروی مرکزی و خنثی. ناصبه y_0 از مرکز و محور خنثی بر سه تراز بودن $\sigma_x = 0$ در معادله (۴-۵۰)
 و حل برای y_0 است که می شود

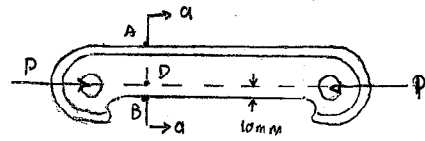
$y_0 = \left(\frac{P}{A}\right) \left(\frac{I}{M}\right) = (7.07 \text{ MPa}) \frac{1.018 \times 10^{-9} \text{ m}^4}{12 \text{ N}\cdot\text{m}} = 0.6 \text{ mm}$



(شکل ۴-۴۸)

(مسئله ۱)

شکل نمونه (۴-۸) در راستی که برای بارهای عمودی است داده شده است. شما می‌توانید با معادله‌های 30 MPa (کشش) و 120 MPa درشتی، مطلوب است بزرگترین نیروی P که می‌تواند به بار اعمال گردد. (توجه: در شکل سطح مقطع I شکل نیز قبلاً در مسئله شماره ۲-۴ در نظر گرفته شده بود)

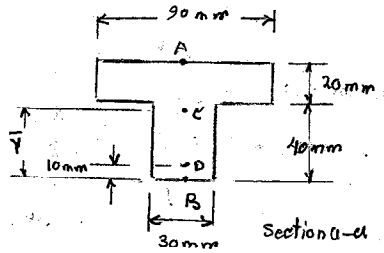


برای مقطع T-شکل، توجه داشته باشید که $4-2$ در این مسئله:

$$A = 30 \text{ cm}^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \quad \bar{Y} = 3.8 \text{ cm} = 0.038 \text{ m}$$

$$I = 868 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$d = (0.038 \text{ m}) - (0.01 \text{ m}) = 0.028 \text{ m} \quad \text{اندکین چتریسیم}$$



نیروی درشت در درجه ۱ باعث بزرگترین P است. نیروی درشت در درجه ۲ در مرکز سطح است.

$$P = P \quad M = Pd = P(0.028 \text{ m}) = 0.028 P$$

نیروی P عمل کننده در مرکز سطح باعث توزیع تنش می‌گردد. بنابراین تنش M باعث یک توزیع تنش خطی در مقطع می‌گردد.

$$\sigma_0 = \frac{P}{A} = \frac{P}{3 \times 10^{-3}} = 333 P \quad (\text{compression})$$

$$\sigma_1 = \frac{Mc_A}{I} = \frac{(0.028 P)(0.022)}{868 \times 10^{-9}} = 710 P \quad (\text{Tension})$$

$$\sigma_2 = \frac{Mc_B}{I} = \frac{(0.028 P)(0.038)}{868 \times 10^{-9}} = 1226 P \quad (\text{Compression})$$

جمع اثرها: توزیع تنش M (کشش) در سلبه جمع توزیع تنش ناشی از نیروی مرکزی P در کلین M می‌باشد. وقتی که کشش مثبت است و درشتی منفی داریم.

$$\sigma_A = -\frac{P}{A} + \frac{Mc_A}{I} = -333 P + 710 P = +377 P \quad (\text{Tension})$$

$$\sigma_B = -\frac{P}{A} - \frac{Mc_B}{I} = -333 P - 1226 P = -1559 P \quad (\text{Compression})$$

حالت نیروی مجاز: مقدار P برابر است با آنکه تنش کششی در نقطه A برابر تنش کششی مجاز

30 MPa باشد داریم:

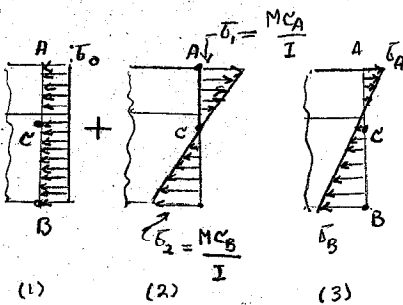
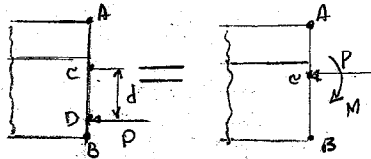
$$\sigma_A = 377 P = 30 \text{ MPa} \quad P = 79.6 \text{ kN}$$

همچنین مقدار نیروی P برابر است با آنکه درشتی در B برابر درشتی مجاز

$$\sigma_B = -1559 P = -120 \text{ MPa} \quad P = 77.0 \text{ kN}$$

مقدار P برابر است با آنکه درشتی مجاز در نقطه B کمتر از درشتی مجاز

$$P = 77 \text{ kN}$$

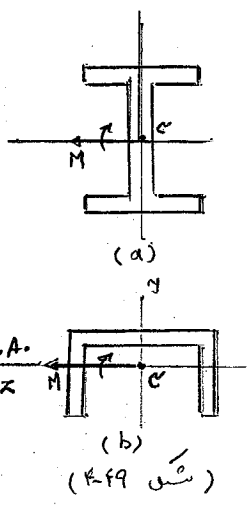


(فصل ۴)

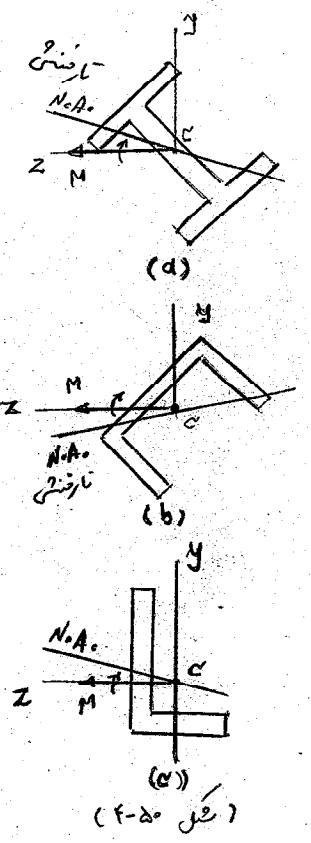
4.13. Unsymmetric Bending

(۴-۱۳) منحنی نامتوازن

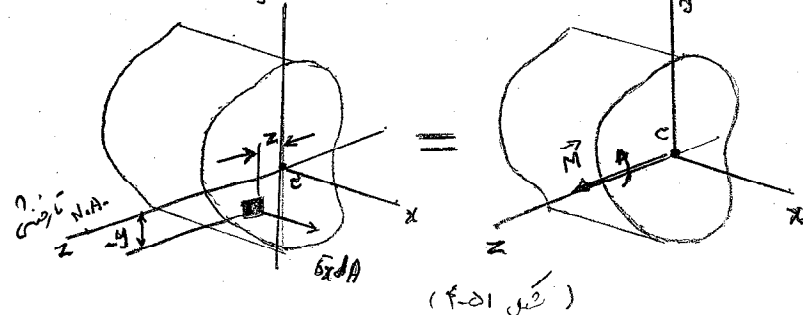
آنالیز از آنکه برای حین خالص محروم از تنشهای کششی و فشرده در مقطع عنصر حاد در یک عنصر قرار می‌گیرد و تغییراتی اعمال شده در آن صحنه اعمال می‌گردد.
 بدلیل تقارن آن عنصر در اکثر موارد تغییرات در عنصرها نسبت به صحنه در یک تقارن است که همانند و نیز این در آن صحنه خم می‌گردد. (بخش ۴-۳). این موضوع در شکل ۴-۴۹ نشان داده شده است در سمت چپ مقطع در عنصر تقارن افقی و عمودی قرار داده و در سمت راست یک عنصر تقارن عمودی است.
 در هر دو حالت کوچک در عنصر تقارن عمودی اعمال می‌گردد و در هر دو حالت افقی M نشان داده شده است. در هر دو حالت فرضیه منطبق بر مگر اعمال کوچک منطبق بر است که می‌باشد.



اگر فرض کنیم برادر نظر کنیم که کوچک افقی در عنصر تقارن عمودی عمل می‌کند یا بخاطر این عنصر در این عنصر تقارن نمی‌باشد و در این صورت حاصل می‌گردد که در این صورت در عنصر کوچک عمل می‌گردد. این موضوع در شکل ۴-۵۰ نشان داده شده است. در هر دو حالت کوچک در عنصر عمودی اعمال می‌گردد و در هر دو حالت M نشان داده شده است. هر چند وقتی که عنصر عمودی یک عنصر تقارن نیست این نوع در نظر گرفتن عنصر در آن صحنه خم می‌گردد. در مگر عنصر تقارن منطبق بر است.
 اکنون بررسی کنیم که در چه حالتی فرضیه منطبق بر است که بر مگر کوچک M شامل نیروها جزو مرکز مقطع، منطبق می‌گردد.



همچنین نقطه در شکل ۴-۵۱ نشان داده شده است فرض بر این است که بردار M در محوری در جهت محور y امتداد دارد. باید به بخش ۴-۲ اگر نیروها داخلی اولیه $\sigma_x dA$ در نظر گرفته شود. خواهیم داشت:



$$\int \sigma_x dA = 0 \quad (۴-۱)$$

مؤلفه x

$$\int x \sigma_x dA = 0 \quad (۴-۲)$$

نقطه در جهت محور x

$$\int (-y \sigma_x dA) = M \quad (۴-۳)$$

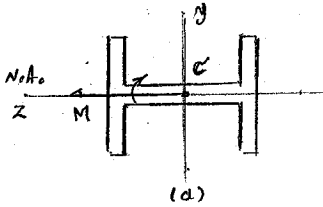
نقطه در جهت محور y

(فصل ۴)

همانطور که قبلاً بحث داشتیم چون چرخه آنتیما داخل گردیده خطی قرار گیرند، اولین معادله
 سنجیده این نکته ضامن است که محور خنثی بر مرکز سطح منطبق می باشد. از این معادله سنجیده این
 معادله که $\bar{x}_c = -\frac{My}{I}$ در بخش ۴-۲ فرض شده بود که مقطع متقارن است به
 محور y می باشد در اینصورت معادله (۴-۲) بدون تأثیر می گذرد. اکنون برای مقطعی

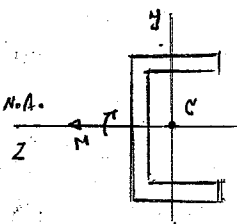
به شکل افقی که این رابطه برقرار است می باشد. اکنون فرض می کنیم تنگی در محور
 تناسباتی باشند در اینصورت حاصل می شود $\bar{x}_c = -\bar{x}_m$ در معادله (۴-۲) داریم

$$\int z(-\frac{\bar{x}_m}{z}) dA = 0$$



(a)

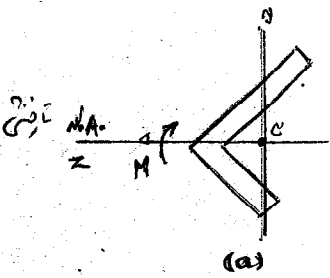
$$\int yz dA = 0 \quad (4-51)$$



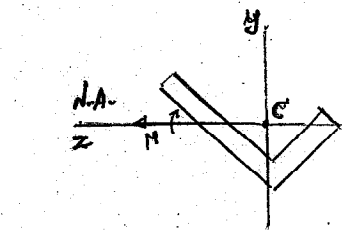
(b)

شکل ۴-۵۲

اگرچه معادله (۴-۵۱) حاصل ضرب استرسی (Product of Inertia) P_{yz} مقطع است
 به محورهای y و z می باشد. در صورت ضامن بود این محورها اصیل محورها اصلی مرکزی
 مقطع باشند (Principal centroidal axes of the cross section).
 بنابراین سنجیده می شود که محور خنثی سطح مقطع بر محور مرکزی M و N منطبق می شود.
 مقطع منطبق می باشد. اگر تنگی در M در راسته M یک یکی از محورها مرکزی اصلی
 مقطع استوار داشته باشد.



(a)



(b)

شکل ۴-۵۳

تصمیم نگه در شکل (۴-۴۹) یک دایره شده. مقابله متقارن می باشد. در نتیجه محوری از محورها
 قرار دارند. در اینصورت هر دو از مرکز y و z محورها مرکزی اصلی مقطع باشند
 و تنگی بر در M در راسته M یکی از محورها اصلی مرکزی است. در اینصورت محور خنثی بر
 محور مرکزی منطبق می باشد. همچنین توجه شود که اگر سطح مقطع 90° دوران کند
 در شکل (۴-۵۲) بر در M در راسته M یکی از محورها اصلی مرکزی است. در صورتی
 گردا بر محورها یکی منطبق خواهد بود. هر چند در حالت 90° در بعضی نقاط عضو عمل می کند
 در شکل (۴-۵۳) از جانب دیگر هر چه محورها متقارن مقطع می باشد. همچنین محورها اصلی
 مقطع نیز می باشد. در اینصورت بر در M در راسته M یکی از محورها اصلی استوار خواهد داشت
 و در اینصورت محور خنثی بر استوار استوار منطبق خواهد بود. هر چند هر مقطع دایره شده

(فصل ۴)

گورها که اصلی تابع راستای هر یک است. هر گاه این مقطع غیر متقارن باشد مانند مقطع
 رگن ۴-۵۴ و این گورها ممکن است تغییرات را ضعیف یا با بارش در این
 محور است. اگر بردار گشت در M برای این گورها اصلی مقطع منطبق است
 گور ضعیف بر محور کردن منطبق خواهد بود (شکل ۴-۵۳) معادلات این گورها
 در بخش ۴-۳ ، ۴-۴ برای موارد متقارن برای تعیین تنش تابع کاربرد است
 همین که خواهیم دید تا آنجا که برای تعیین تنش در کلی ترین حالت تنش
 ناسymmetric bending (تغییر نامتقارن) تابع کاربرد است. ابتدا با مفروضات
 عمود که در نظر میگیریم. بدقت تا شیب درجه کوچک M و M' در نظر در صفر شکل
 دهند زاویه θ با محور عمود (شکل ۴-۵۴) بردار گشت در M شکل شیب
 شکل در یک مقطع زاویه θ را با محور اصلی شکل خواهد داد. (شکل ۴-۵۵)
 با تجزیه بردار M به مؤلفه M_y و M_z در همان گورها x و y ترتیب داریم

$$M_z = M \cos \theta \quad M_y = M \sin \theta \quad (4-52)$$

و شکل I_z گورها را نیز که اصلی مقطع است با استفاده از معادله ۴-۱۶
 برای تعیین تنش نتیجه از کاربرد درجه کوچک M_y و M_z ارقام خواهیم
 کرد M_z در صحن عمود عمل کند و عمودا در آن صحن عمل کند.

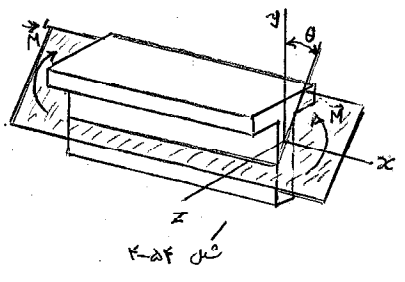
(شکل ۴-۵۶) تنشها نتیجه غیر متساوی

$$\sigma_x = - \frac{M_z y}{I_z} \quad (4-53)$$

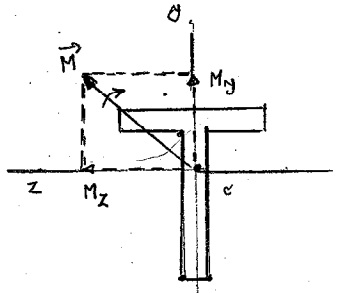
در صحن I_y که این مقطع حول محور اصلی x است. حالات
 منحنی ناشی از این موضوع است که وضعیت I_y و I_z صحن x
 (۷۶) و (۷۷) زیر (۷۷) آن دیده دارند. از طرف دیگر کوپل
 M_y در صحن عمود عمل کند و عمودا در این صحن عمل کند. (شکل ۴-۵۷)

تنشها نتیجه غیر متساوی

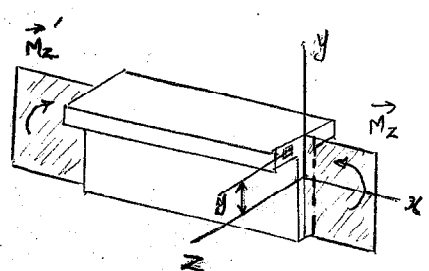
$$\sigma_x = + \frac{M_y z}{I_y} \quad (4-54)$$



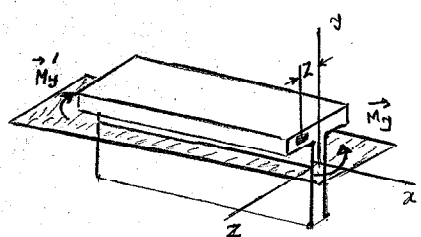
شکل ۴-۵۳



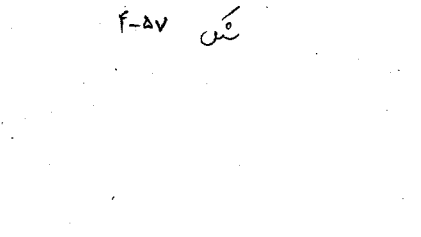
شکل ۴-۵۴



شکل ۴-۵۵



شکل ۴-۵۶



شکل ۴-۵۷

(فصل ۴)

در شکل ۴-۵۸ محل انحنای مقطع حول محور اصلی مرکز لایه را با علامت مثبت نتیجه این موضوع می‌باشد که نشانی درست می‌باشد. σ_x را با (z, y) در سمت راست $(z < 0)$ توزیع تنش را می‌توانیم به ازای M در مقطع توزیع تنش در مقطع $(4-54)$ و $(4-54)$ به دست می‌آوریم. داریم:

$$\sigma_x = -\frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y z}{I_y} \quad (4-55)$$

وقتی بخواهیم بدانیم که در یک مقطع غیر مستطیل نیز بزرگ‌ترین و کمترین تنش در کجا در مقطع $(4-58)$ است (دایره‌ای است) در صورتی که محورهای اصلی مرکز لایه σ_x مشخص شوند. از حالت دیگر معادله $(4-55)$ می‌تواند به صورتی ساده کار بردی باشد که

تاثیر اصل جمع اثرها قابل استفاده است. به عبارت دیگر اگر تنش در یک مقطع از دو جانب ماده عبور نماید (مثلاً در تقاطع دو محور اصلی مرکز لایه) از آنجا که تنش در یک طرف مثبت و در طرف دیگر منفی است.

معادله $(4-55)$ نشان می‌دهد که توزیع تنش در مقطع خطی است. هر چه به نشانی داریم در این بخش که هر قسمتی از مقطع در حالت کلی بر محور مرکز لایه خطی منطبق می‌باشد. و تنش

تنش عمودی در هر نقطه از محور تنش صفر می‌باشد معادله $\sigma_x = 0$ در معادله $(4-55)$ به دست می‌آید.

$$-\frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y z}{I_y} = 0$$

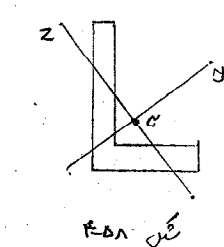
با حل این معادله z در حد M_x, M_y از معادله $(4-56)$ داریم:

$$z = \left(\frac{I_x}{I_y} \tan \theta \right) y \quad (4-56)$$

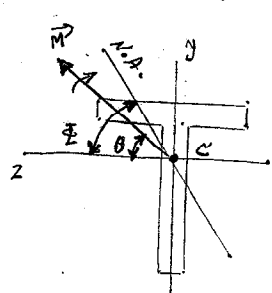
معادله $m = (I_x/I_y) \tan \theta$ را می‌توانیم به این زاویه Φ که هر قسمتی از محور z را از مرکز لایه در مقطع را از مرکز لایه به دست می‌آید

$$\tan \Phi = \frac{I_x}{I_y} \tan \theta \quad (4-57)$$

در شکل ۴-۵۹ زاویه Φ در مرکز لایه M به مرکز لایه است. در شکل I_x و I_y هر دو مثبت می‌باشند $\Phi > 0$ است. علامت Φ در این رابطه نیز. علامت $\Phi > 0$ است و علامت $\Phi < 0$ است. در شکل $I_x < I_y$ است. در این صورت Φ در این رابطه نیز. علامت $\Phi > 0$ است و علامت $\Phi < 0$ است. در این صورت Φ در این رابطه نیز.

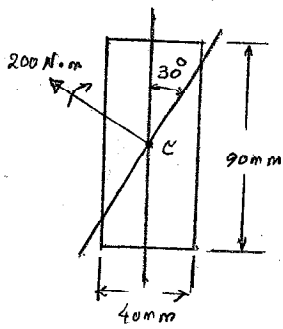


شکل ۴-۵۸



شکل ۴-۵۹

(مسئله ۴)



شکل (۴-۹۰)

مثال (۴-۸) $200 \text{ N}\cdot\text{m}$ در یک پرتو عمود بر مقطع 40 mm در 90 mm در عمود از زاویه 30° نسبت به امتداد قائم اعمال گردد (شکل (۴-۹۰) مطلوب است: محادلات تنش در پرتو AB زاویه θ ضعی نسبت به صورت افقی

انت محادلات تنش: مؤلفه‌ها بر دایره تنش در راستای محور z و y (۴-۹۱)

$$M_x = (200 \text{ N}\cdot\text{m}) \cos 30^\circ = 173.2 \text{ N}\cdot\text{m} \quad M_y = (200 \text{ N}\cdot\text{m}) \sin 30^\circ = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$$

محادلات تنش در مقطع را می‌توانیم نسبت به محورهای z و y در

$$I_z = \frac{1}{12} (0.04 \text{ m}) (0.09 \text{ m})^3 = 2.43 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_y = \frac{1}{12} (0.09 \text{ m}) (0.04 \text{ m})^3 = 0.48 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

محادلات تنش ناشی از M_x در یک امتداد AB در وجه AD ضامند (رابطه):

$$\sigma_1 = \frac{M_x y}{I_z} = \frac{(173.2 \text{ N}\cdot\text{m}) (0.045 \text{ m})}{2.43 \times 10^{-6} \text{ m}^4} = 3.21 \text{ MPa}$$

محادلات تنش ناشی از M_y در طول AD انتن را اند:

$$\sigma_2 = \frac{M_y z}{I_y} = \frac{(100 \text{ N}\cdot\text{m}) (0.02 \text{ m})}{0.48 \times 10^{-6} \text{ m}^4} = 4.17 \text{ MPa}$$

محادلات تنش ناشی از M_y در گذری رکت AB در این در A انتن ضامند (رابطه):

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_2 = 3.21 + 4.17 = 7.38 \text{ MPa}$$

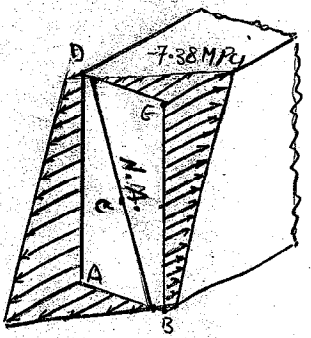
محادلات تنش σ در یک مقدار در نقطه E ضامند (رابطه):

(زاویه θ نسبت به محور افقی z)

زاویه Φ بین σ و z زاویه θ نسبت به محور افقی z (شکل (۴-۹۲) از رابطه (۴-۵۷) می‌توانیم

$$\tan \Phi = \frac{I_z}{I_y} \tan \theta = \frac{2.43 \times 10^{-6} \text{ m}^4}{0.48 \times 10^{-6} \text{ m}^4} \tan 30^\circ = 2.92$$

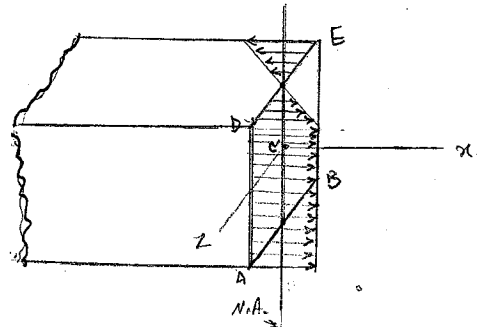
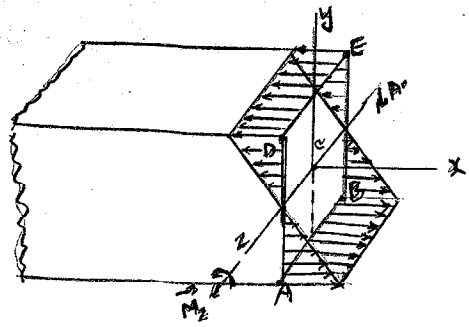
$$\Phi = 71.1^\circ$$



شکل (۴-۹۳)

$$\sigma_B = \sigma_1 - \sigma_2 = -0.96 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = -\sigma_1 + \sigma_2 = +0.96 \text{ MPa}$$

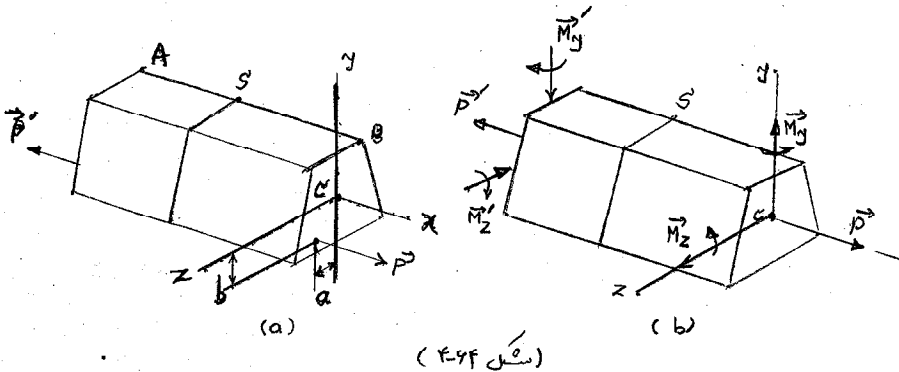


(محل ۴)

۴-۱۴ حالتی که بارگذاری خارج از مرکز است:

در شبیه ۴-۱۲ توزیع تنش در مقطع تحت بارگذاری غیر مرکزی محور در صفحه تقارن عمود بود بررسی قرار است. در اینجا حالتی که بارگذاری مثل بارگذاری محور در صفحه تقارن بررسی می‌گردد.

مقطع AB را تحت تأثیر دو نیروی برابر و مخالف محوری \vec{P} در نقطه P در نظر بگیریم. در شکل (۴-۶۴a) و a و b را به عنوان فاصله نیروها تا محورها مرکزی اصلی مقطع عمود معرفی کنیم. بار خارج از مرکز \vec{P} از لحاظ استاتیکی برابر سیستم مثل نیروی مرکزی \vec{P} و دو گزیده \vec{M}_y و \vec{M}_z به مقدارها $M_z = P \cdot b$ و $M_y = P \cdot a$ می‌گردد که در شکل ۴-۶۴b نشان داده شده است. به عبارت دیگر بار خارج از مرکز \vec{P} برابر بار مرکزی \vec{P} در گزیده \vec{M}_y و \vec{M}_z می‌گردد.



با توجه به اصل سن وین (بخش ۲-۶) جایگزینی سیستم نیروی (۴-۶۴a) به جای نیروی توزیع تنش در مقطع S که بیش از اندازه به «انتقال اعمال بار نزدیک باشد» مناسب خواهد بود. علاوه بر توزیع تنش ناشی از بارگذاری (۴-۶۴b) در سلبه اصل جمع اثرها را در نظر می‌گیریم. بارگذاری مرکزی محوری \vec{P} در بارگذاری گزیده در حقیقت \vec{M}_y و \vec{M}_z است که به آن‌ها استاتیکی قابل کاربرد بدون اصل جمع اثرها ارفعا می‌گردد. (بخش ۲-۱۲) تنش نتیجه از بارگذاری محوری \vec{P} در سلبه معادله (۱-۱) است که آید. تنش بارگذاری گزیده در حقیقت در سلبه معادله (۲-۵۵) در سلبه بردارها گزیده در بر گزیده مرکزی اصلی مقطع سفلی که است. به عبارت دیگر، در این صورت هم‌ترازی است:

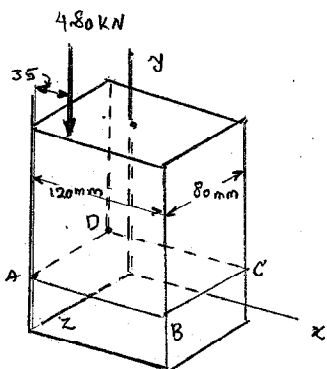
$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} \quad (۴-۵۸)$$

در سلبه σ_x از گزیده مرکزی اصلی مقطع اندازه گیری می‌گردد. با عبارت آمده نشک دهنده این دو ضمیمه است که در توزیع تنش روی مقطع حقیقی می‌باشد. به منظور ساده‌تر شدن فرآیند (۴-۵۸) با برقرار صحیح علامت هم‌ترازی در سمت راست عبارت هم‌ترازی می‌باشد.

(مسئله ۱۴)

علیربطه که برآیند است و با منفی است و در سمت راست مرکز جرم اعمال کرده می شود که \vec{P} در سمت چپ مرکز اصلی مقطع از کجایی برآید و همچنین سمت این نیز همان است که در توزیع تنش که در آن برآید و آنجا که هم علامت در این برین نقاط ثابت و برای این برین در نظر می آید. در حالت در \vec{P} معادله اصل مقطع و بعد از واردات این تنش بر یک آن صفر خواهد بود. برای این منظور با قرار دادن $\sigma_x = 0$ در معادله (۴-۵۸) معادله خطی است ضابطه این است که در نقطه هر بخشی مقطع ظاهر شود

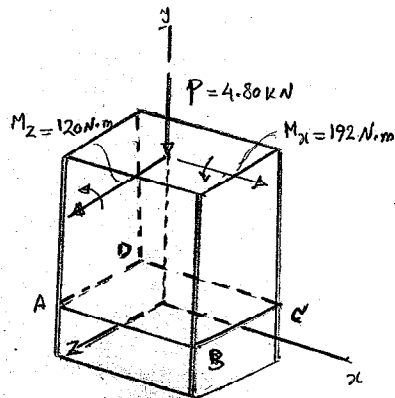
مثال ۹-۴



(شکل ۴-۴۵)

بار عمودی 4.80 kN روی یک مقطع چوبی با مقطع مستطیلی با ابعاد 80 در 120 mm اعمال می گردد (شکل ۴-۴۵) مطلوب است تعیین تنش در نقاط A، B، C و D (یعنی موقعیت هر بخشی در مقطع)

اقت (تنش) بار ضایع از مرکز \vec{P} است نیروی عمل نیروی مرکز \vec{P} در راسته M_x و M_z که در محورهای مرکز اصلی مقطع عمودی است و با یکدیگر میگردند (شکل ۴-۴۶) مطلوب است:



(شکل ۴-۴۶)

$$M_x = (4.80 \text{ kN}) (40 \text{ mm}) = 192 \text{ Nm}$$

$$M_z = (4.80 \text{ kN}) (60 \text{ mm} - 35 \text{ mm}) = 120 \text{ Nm}$$

همچنین با مقطع در کت درها استریم مرکز مقطع را میسر می آید:

$$A = (0.08 \text{ m}) (0.12 \text{ m}) = 9.60 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$I_x = \frac{1}{12} (0.12 \text{ m}) (0.08 \text{ m})^3 = 5.12 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{12} (0.08 \text{ m}) (0.12 \text{ m})^3 = 11.52 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

تنش ناشی از بار مرکزی \vec{P} منفی در این مقطع میگذارد و در این راسته:

$$\sigma_0 = \frac{P}{A} = \frac{-4.80 \text{ kN}}{9.60 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = -0.5 \text{ MPa}$$

تنش ناشی از کت درها همگی M_x و M_z به بار ضعیف داخل مقطع توزیع می شوند.

که در اکثر آن عمده استنداز:

$$\sigma_1 = \frac{M_x z_{max}}{I_x} = \frac{(192 \text{ Nm}) (40 \text{ mm})}{5.12 \times 10^{-6} \text{ m}^4} = 1.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{M_z z_{max}}{I_z} = \frac{(120 \text{ Nm}) (60 \text{ mm})}{11.52 \times 10^{-6} \text{ m}^4} = 0.625 \text{ MPa}$$

(فصل ۴)

تشریح در گوشه های مقطع غیرمستطیل:

$$\sigma_y = \sigma_0 \pm \sigma_1 \pm \sigma_2$$

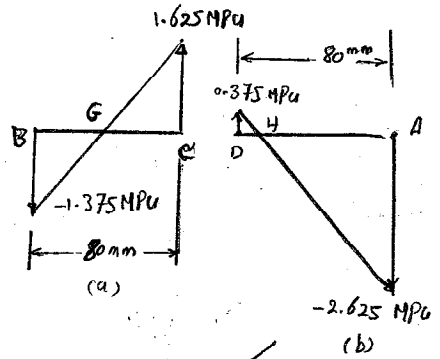
در شکل علامت بارها بر مبنای شکل (۴-۴۷) استخراج شوند. باید حساب کنید تنش های ناشی از M_x در نقاط C و D و نیز M_y در A و B. همچنین تنش های ناشی از M_x در B و C و نیز M_y در A و D را مشخص کنید.

$$\sigma_A = -0.5 - 1.5 - 0.625 = -2.625 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = -0.5 - 1.5 + 0.625 = -1.375 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = -0.5 + 1.5 + 0.625 = +1.625 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = -0.5 + 1.5 - 0.625 = +0.375 \text{ MPa}$$



(شکل ۴-۴۷)

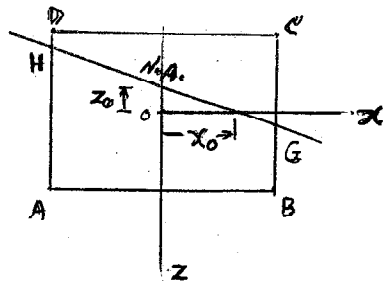
(b) موقعیت مرکز ثقل. در گوشه های D و H و نیز در وسط (B و C) و (A و D) مشخص کنید. در شکل (۴-۴۷) درجه توزیع تنش خوانده شود.

$$\frac{\overline{BG}}{80 \text{ mm}} = \frac{1.375}{1.625 + 1.375}$$

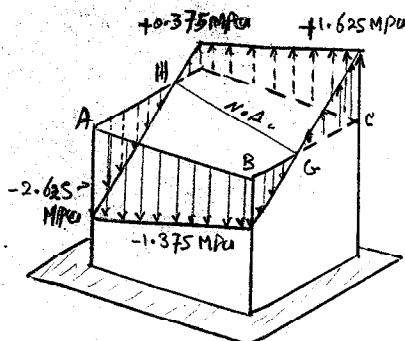
$$\frac{\overline{HA}}{80 \text{ mm}} = \frac{2.625}{2.625 + 0.375}$$

$$\overline{BG} = 36.7 \text{ mm}$$

$$\overline{HA} = 70 \text{ mm}$$



(شکل ۴-۴۸) موقعیت از نقاط G و H و نیز در وسط (B و C) و (A و D) مشخص کنید در این صورت.



شکل ۴-۴۹

در اصل مقطع مطابق شکل (۴-۴۹) را

$$\sigma_x = -\frac{P}{A} + \frac{M_z x}{I_z} - \frac{M_y z}{I_y}$$

درجه توزیع تنش در گوشه های A و B و C و D

$$A(x = -60, z = +40)$$

$$B(x = +60, z = +40)$$

$$C(x = +60, z = -40)$$

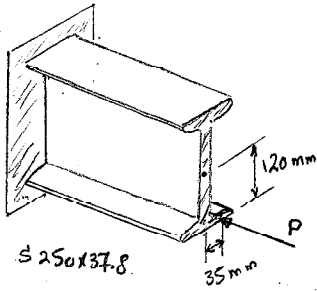
$$D(x = -60, z = -40)$$

مکان مرکز ثقل در معادله درجه اول است. برای تعیین موقعیت مرکز ثقل

$$z=0 \rightarrow \frac{M_z x_0}{I_z} = \frac{P}{A} \quad \Rightarrow \quad x_0 = \frac{P I_z}{A M_z}$$

$$x=0 \rightarrow \frac{M_y z_0}{I_y} = -\frac{P}{A} \quad \Rightarrow \quad z_0 = -\frac{P I_y}{A M_y}$$

(فصل ۴)



شماره ۹-۴ بار افقی P بر یک مقطع تیر فولادی S 250x38 اعمال میگردد. در این تنش تیر در عین حال 80 MPa مجاز است. این مطلب حرکت تیر را تعیین نماید.

حقیقت مقطع: ابتدا به جنبه بی املات، بر حسب گام ۱

Area: $A = 4806 \text{ mm}^2 = 4.806 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

Section moduli: $S_x = 406 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 406 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

$S_y = 48.0 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 48.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

تیر در این درجه از مایلترین P با سطح معادل که در تیر در مرکز سطح مقطع داریم:

$M_x = (0.12 \text{ m}) P$

$M_y = (0.035 \text{ m}) P$

با توجه به اینکه تنش درجه M_x و M_y در طول تیرها، اصلی مقطع است و اینها در این درجه است

$\sigma_1 = \frac{P}{A} = \frac{P}{4.806 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 20801 P$

$\sigma_2 = \frac{M_x}{S_x} = \frac{(0.12 \text{ m}) P}{406 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 2956 P$

$\sigma_3 = \frac{M_y}{S_y} = \frac{(0.035 \text{ m}) P}{48.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 729.2 P$

اصل جمع اینها:

تنش کل در هر نقطه با بسط جمع اینها، \vec{P} ، M_x و M_y است. برای تعیین علامت تنش در هر نقطه، محوره تاثير گذار که تیر در آن در رادی مقطع در نظر بگیریم:

$\sigma_A = -\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = -20801 P + 2956 P + 729.2 P = +816.7 P$

$\sigma_B = -\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 = -20801 P + 2956 P - 729.2 P = -641.7 P$

$\sigma_D = -\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = -20801 P - 2956 P + 729.2 P = +225.5 P$

$\sigma_E = -\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 = -20801 P - 2956 P - 729.2 P = -1232.9 P$

محوره اثر بارها:

حرکت تنش تیر در نقطه E ورود دارد. ا. مایلترین $\sigma_{all} = -80 \text{ MPa}$ است

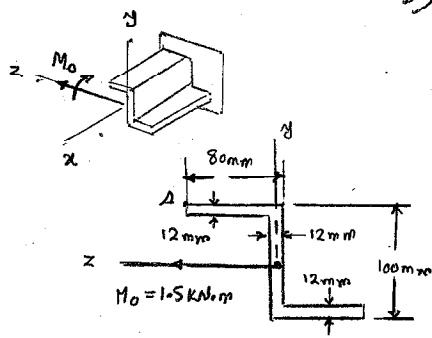
$\sigma_{all} = \sigma_E$

$-80 \text{ MPa} = -1232.9 P$

$\rightarrow P = 64.9 \text{ kN}$

(مسئله ۴)

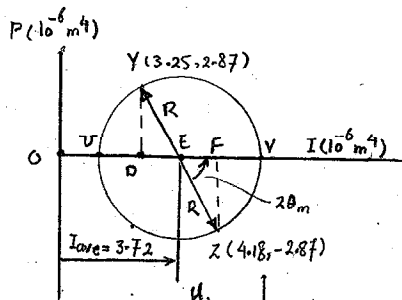
شکل هندسی (۴-۱) یک ضلعی $M_0 = 150 \text{ KN}\cdot\text{m}$ در یک صفحه عمودی در یک شکل I تعریف شده است. منظور از (۱) است، یعنی در نقطه A زاویه ای که فرضی با محور افقی دارد.



محورهای اصلی I و Z عبارتند از:

$$I_y = 3.25 \times 10^{-6} \text{ m}^4 \quad I_z = 4.18 \times 10^{-6} \text{ m}^4 \quad P_{yz} = 2.87 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

محورهای اصلی: رسم دایره مور (Mohr's circle) در محورهای اصلی و محاسبه مختصات آنرا میسر است.



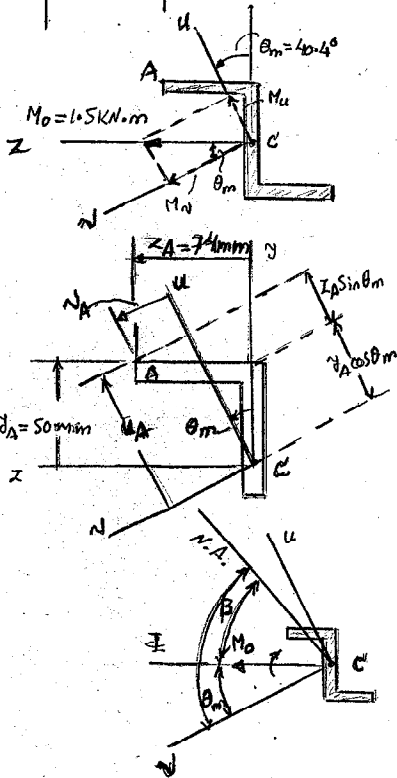
$$\tan 2\theta_m = \frac{\bar{P}_{yz}}{\bar{I}_z - \bar{I}_y} = \frac{2.87}{0.465} \quad 2\theta_m = 80.8^\circ \rightarrow \theta_m = 40.4^\circ$$

$$R^2 = (\bar{I}_y - \bar{I}_z)^2 + \bar{P}_{yz}^2 = (0.465)^2 + (2.87)^2 \rightarrow R = 2.91 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_u = I_{min} = \bar{I}_y - R = 3.72 - 2.91 = 0.810 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_v = I_{max} = \bar{I}_z + R = 4.18 + 2.91 = 6.63 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

با گذری که در محاسبه M_0 در یک صفحه xy قرار میگیرد.



$$M_u = M_0 \sin \theta_m = 1500 \sin 40.4^\circ = 972 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_v = M_0 \cos \theta_m = 1500 \cos 40.4^\circ = 1142 \text{ N}\cdot\text{m}$$

در این مسئله در A زاویه ای که فرضی با محور افقی دارد.

$$\sigma_A = y_A \cos \theta_m + z_A \sin \theta_m = (50) \cos 40.4^\circ + 74 \sin 40.4^\circ = 86 \text{ mm}$$

$$y_A = -y_A \sin \theta_m + z_A \cos \theta_m = 50 \sin 40.4^\circ + 74 \cos 40.4^\circ = 23.9 \text{ mm}$$

هرگاه در این بارها با توجه به نظر کنیم. با توجه به اینکه در نقطه A یک نیرو در آن است که در آنجا گسترده M_0 است و در آنجا M_u و M_v است.

$$\sigma_A = + \frac{M_u y_A}{I_u} - \frac{M_v y_A}{I_v} = \frac{(972 \text{ N}\cdot\text{m})(0.0239 \text{ m})}{0.810 \times 10^{-6} \text{ m}^4} - \frac{(1142 \text{ N}\cdot\text{m})(0.0860 \text{ m})}{6.63 \times 10^{-6} \text{ m}^4}$$

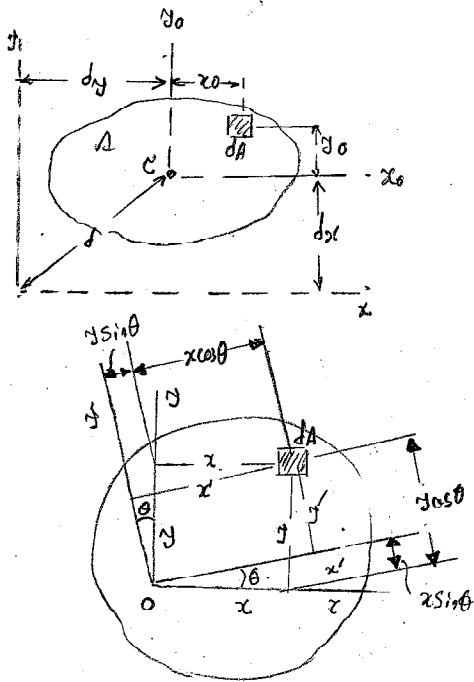
$$= + (28.68 \text{ MPa}) - (14.81 \text{ MPa}) \rightarrow \sigma_A = +13.87 \text{ MPa}$$

محورهای اصلی: با استفاده از معادله (۴-۵) موقعیت فرضی نسبت به محور xy نسبت به محور xy است.

$$\tan \Phi = \frac{I_v}{I_u} \tan \theta_m = \frac{6.63}{0.810} \tan 40.4^\circ \quad \Phi = 81.8^\circ$$

زاویه β بین فرضی و محور افقی نسبت به محور xy است.

$$\beta = \Phi - \theta_m = 81.8^\circ - 40.4^\circ = 41.4^\circ$$



(مقاله ۴)

مسئله شماره ۱۰-۴) جدول گورها مولر

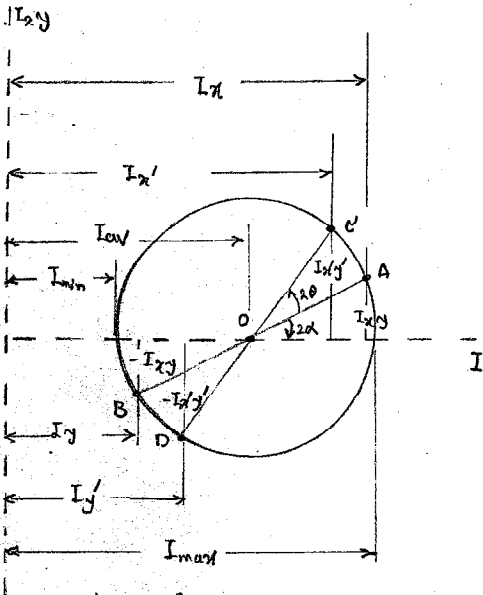
$$I_{xy} = \bar{I}_{xy} + d_x d_y A$$

حرفش گورها:

$$I'_x = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\theta - I_{xy} \sin 2\theta$$

$$I'_y = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\theta + I_{xy} \sin 2\theta$$

$$I_{x'y'} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\theta + I_{xy} \cos 2\theta$$



$$I_x + I_y = I'_x + I'_y = J_x$$

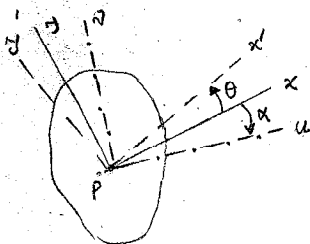
حالت متار I'_x و حالت متار I'_y

$$\frac{dI'_x}{d\theta} = (I_y - I_x) \sin 2\theta - 2I_{xy} \cos 2\theta = 0$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$$

$$I_{max} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}$$

$$I_{min} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}$$



$$\frac{1}{2} (I_x + I_y) = I_{ave}$$

میانگین

دایره مورانز (Mohr's circle of Inertia)

$$R = \frac{1}{2} (I_{max} - I_{min}) = \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}$$

$$I_{max} = I_{ave} + R$$

$$I_{min} = I_{ave} - R$$

A (I_x, I_{xy})

B ($I_y, -I_{xy}$)

C (I'_x, I'_{xy})

D ($I'_y, -I'_{xy}$)

دایره مورانز

« فصل ۴ »

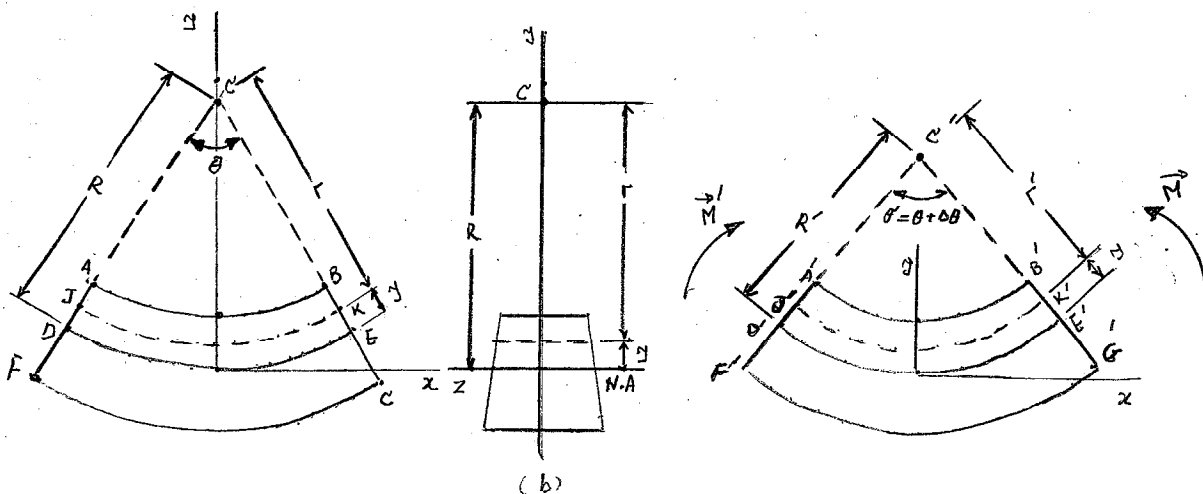
4.15. Bending of curved Members

۴-۱۵) خمش عضوهای منحنی شکل

آنالیز تنش ناشی از خمش آنگون مربوط به ابعاد و تنظیم صورت گرفته است. در این خمش تنشهای ناشی از کاربرد گشت درها برابر در حالت دره اعضا که در ابتدا منحنی که باشد، بررسی می گردد. تحت تا محدود به ابعاد منحنی شکل با مقطع یکدست است و منصف تقارن که در طول عضو منحنی در آنجا اعمال می گردد در تنشها زیر حد تسلیم باقی می ماند. اگر ابعاد اولی و بعدی عضو یکدست باشد بعد از آنکه سطح مقطع در نقاط با اندازه مقطع بزرگ است. در ابتدا در این شرایط نیز مستقیم، تقریب مناسبی برای این منظور بدست می آید. در هیزه اگر اندازه ابعاد درجه با ابعاد مقطع بزرگ نباشد لذا است روش دیگری بزرگ آنالیز به کار برده شود. که برای اولین بار توسط مهندس آلمانی E. Winkler (1835-1888) انجام گرفته است.

عضو منحنی شکل با مقطع یکدست شکل ۴-۷۰ را در نظر بگیرید. مقطع عرضی آن نسبت به محور z متقارن می باشد. شکل (۴-۷۰b) در حالت مبدل تنشی سطح بالار و پائین صاف عمودی است چرا در طول آنجا AB و FG را که نسبت به مقطع z است. در شکل (۴-۷۰a) آنگون دوگشت در برابر در حالت M را در صحن تقارن عضو در نظر بگیرید. در شکل (۴-۷۰c) با منطقتی بد بخش ۴-۳ که در آن یکدیگر در تقاطع عرضی z در مرکز ابعاد z بعد از خمش صاف باقی می ماند و در این شکل همواره نیز به مرکزیت z خواهد بود. بجز آنکه اگر گشت درها M و M' مطابق شکل اعمال شوند آنجا z که گمانه دایره انزایشی خواهد داشت بطوریکه $AC < AB$. همچنین گشت درها حساب می شود که طول سطح بالای عضو کاهش یابند $(AB' < AB)$ و طول سطح پائینی افزایش یابند $(FG' > FG)$. در اینصورت نتیجه گیری می شود در سطح منحنی در عضو وجود ضامدد است و طول آن نسبت به z است. تقاطع سطح منحنی با صفا z در شکل ۴-۷۰a بر سطح DE به ارتفاع R در شکل ۴-۷۰c DE' در سطح R' نسبت R دارد که است. با این θ زاویه θ' که در برابری کمانه DE و DE' برای این طول سطح منحنی ضامدد است و

$$R\theta = R'\theta' \quad (4-79)$$



(فصل ۴)

الذکر آن دایره JK در فاصله y بالای سطح خنثی را در نظر بگیرید و بر سطح JK شعاع این دایره را در نظر بگیرید و تغییرات طولی آن را در نظر بگیرید:

$$\epsilon = r' - r \quad (4-60)$$

با توجه به شکل ۴-۷۰

$$r = R - y \quad r' = R' - y' \quad (4-61)$$

با جایگزینی این عبارات در معادله (۴-۶۰) مقدار جزئی طولی

$$\epsilon = (R' - y') - (R - y)$$

با در نظر گرفتن معادله (۴-۵۹) و جایگزینی

$$\epsilon = -y \Delta \theta \quad (4-62)$$

گشتی عمودی ϵ_x در آن JK بر سطح تغییر طولی که طول اولیه آن r است که در حالت اولیه در آن

$$\epsilon_x = \frac{\epsilon}{r} = - \frac{y \Delta \theta}{R - y}$$

$$\epsilon_x = - \frac{\Delta \theta}{\theta} \frac{y}{R - y} \quad (4-63)$$

را به افتخار آن است که در هر نقطه مقطع عرضی صفی آنی مانند JK در گشتی عمودی ϵ_x عبارتی از این صدها است که از محور خنثی تغییر می نماید.

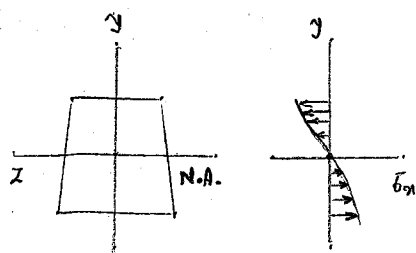
تغییر عمودی ϵ_x با استفاده از قانون هوک $\sigma_x = E \epsilon_x$ و با جایگزینی ϵ_x از معادله فوق بصورت زیر می نویسیم:

$$\sigma_x = - \frac{E \Delta \theta}{\theta} \frac{y}{R - y} \quad (4-64)$$

با جایگزینی از معادله (۴-۶۱)

$$\sigma_x = - \frac{E \Delta \theta}{\theta} \frac{R - y}{r} \quad (4-65)$$

معادله (۴-۶۴) نشان می دهد که مانند ϵ_x در گشتی عمودی σ_x عبارتی تغییر می نماید. با این σ_x در هر y است یعنی در هر y از فضا تغییر می نماید. در شکل (۴-۷۱)



(شکل ۴-۷۱)

در نظر گرفتن مرتبه سطح خنثی در عقد و مقدار $E \Delta \theta / \theta$ الذکر از این نکته

استفاده کنیم که نیروها که در هر مقطع عرضی استی عبارتی است که برابر است در خنثی

است. عبارات در مقطع تیری مستقیم مجموع نیروها که اولیه عمل کننده روی مقطع استی

صدها است و مجموع این مسافتها حول محور عرضی Z استی برابر است خنثی M است

(مسل ۴)

$$\int \bar{x} dA = 0 \quad (4-1)$$

$$\int (-y \bar{x} dA) = M \quad (4-3)$$

در معادله (۴-۲) در (۴-۱) ضرب کنیم

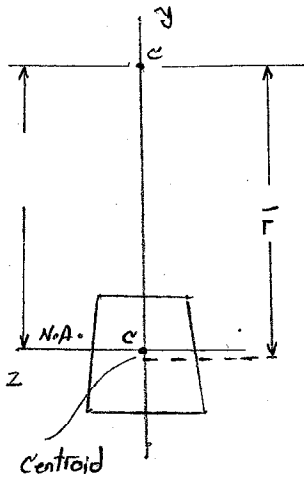
$$-\int \frac{E \delta \theta}{\theta} R \frac{r}{r} dA = 0$$

$$\int \frac{R-r}{r} dA = 0$$

$$R \int \frac{dA}{r} - \int dA = 0$$

در این صورت حاصل R بین پرزها و $\int \frac{dA}{r}$ در سطح منتهی

$$R = \frac{A}{\int \frac{dA}{r}} \quad (4-4)$$



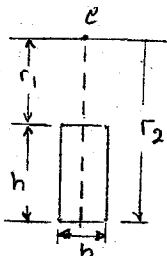
(شکل ۴-۷۲)

تعیین شود که مقدار ثابت آمده برای R برابر حاصل \bar{r} از نقطه c روی محور مرکز سطح منتهی است در هر یک از

$$\bar{r} = \frac{1}{A} \int r dA \quad (4-4')$$

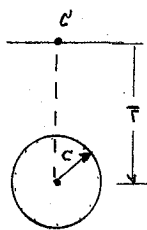
میان این نتیجه گیری که در یک محض منحنی شکل، محور منتهی در یک مقطع عمومی از مرکز سطح منتهی گذرد (شکل ۴-۷۲)

عمودت سطح R سطح منتهی روی محور منتهی از مقاطع در شکل ۴-۱۰، مشخص شکل ۴-۱۷۸ تا ۴-۱۸۰ به ترتیب آورده شده است. برای استفاده این عبارات در شکل ۴-۷۳ بیان شده اند.



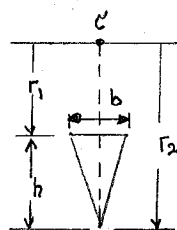
Rectangle

$$R = \frac{h}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$



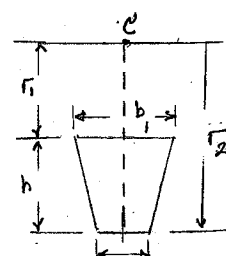
Circle

$$R = \frac{1}{2} (\bar{r} + \sqrt{\bar{r}^2 + c^2})$$



Triangle

$$R = \frac{\frac{1}{2} h}{\frac{r_2}{h} \ln \frac{r_2}{r_1} - 1}$$

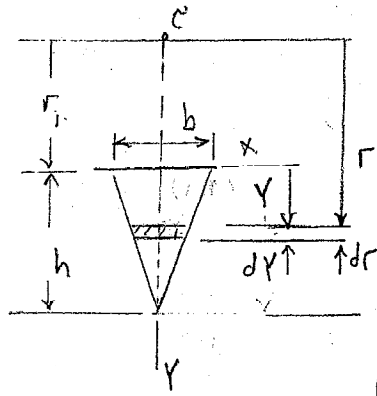


Trapezoid

$$R = \frac{\frac{1}{2} h^2 (b_1 + b_2)}{(b_1 r_2 - b_2 r_1) \ln \frac{r_2}{r_1} - h(b_1 - b_2)}$$

(شکل ۴-۷۳) - سطح سطح منتهی برای مقاطع مختلف

صفحه ۱۳۴



$$\int \frac{dA}{r}$$

$$dA = 2x dY$$

$$x = -\frac{b}{2} \left(\frac{Y}{h} - 1 \right)$$

$$r = r_1 + Y$$

$$\int \frac{dA}{r} = \int_0^h \frac{2 \left[-\frac{b}{2} \left(\frac{Y}{h} - 1 \right) \right] dY}{r_1 + Y}$$

$$= -\frac{b}{h} \int_0^h \frac{Y - h}{r_1 + Y} dY$$

$$r_1 + Y = u \quad \rightarrow \quad dY = du \quad uY = u - r_1$$

$$\int \frac{dA}{r} = -\frac{b}{h} \int \frac{u - r_1 - h}{u} du = -\frac{b}{h} [u - (r_1 + h) \ln u]$$

$$= -\frac{b}{h} [(r_1 + Y) - (r_1 + h) \ln(r_1 + Y)]_0^h$$

$$= -\frac{b}{h} [(r_1 + h) - (r_1 + h) \ln(r_1 + h) - r_1 + (r_1 + h) \ln(r_1)]$$

$$= -\frac{b}{h} [h - (r_1 + h) \ln \frac{r_1 + h}{r_1}]$$

$$R = \frac{A}{\int \frac{dA}{r}} = \frac{\frac{1}{2}bh}{-\frac{b}{h} [h - (r_1 + h) \ln \frac{r_1 + h}{r_1}]} = \frac{\frac{1}{2}h}{\frac{r_1 + h}{h} \ln \frac{r_1 + h}{r_1} - 1}$$

(محل ۴)

جابجایی \bar{u}_x از (۴-۶۵) به معادله (۴-۶۳) می‌دهد که می‌شود:

$$\int \frac{E \Delta \theta}{\theta} \frac{R-r}{r} y dA = M$$

در یک دایره $y = R-r$

$$\frac{E \Delta \theta}{\theta} \int \frac{(R-r)^2}{r} dA = M$$

با استفاده از

$$\frac{E \Delta \theta}{\theta} \left[R^2 \int \frac{dA}{r} - 2RA + \int r dA \right] = M$$

با توجه به معادلات (۴-۶۴) و (۴-۶۷)

$$\frac{E \Delta \theta}{\theta} (RA - 2RA + \bar{r}A) = M$$

حل برای $\frac{E \Delta \theta}{\theta}$

$$\frac{E \Delta \theta}{\theta} = \frac{M}{A(\bar{r} - R)} \quad (۴-۶۸)$$

با توجه به شکل (۴-۷۰) مقدار $\Delta \theta > 0$ برای $M > 0$ است. در این صورت $\bar{r} - R > 0$ یا $R < \bar{r}$ است. شکل مقطع نیز این فرضی که مقطع عرضی همواره بین مرکز جاذب در مرکز اجزاء عصبه قرار بگیرد (شکل ۴-۷۲) است. جابجایی $\bar{u}_x = 0$ در سطح

$$\frac{E \Delta \theta}{\theta} = \frac{M}{Ae} \quad (۴-۶۹)$$

جابجایی \bar{u}_x از (۴-۶۹) در معادله (۴-۶۴) و معادله زیر برای تنش σ_x در یک تیر خمیده است:

$$\sigma_x = - \frac{My}{Ae(R-y)} \quad (۴-۷۰)$$

$$\sigma_x = \frac{M(\bar{r} - R)}{Ae\bar{r}} \quad (۴-۷۱)$$

الزاماً در یک است که با راستی در محاسبات الایک مقدار در یک از تقاطع در محله تا بل تقاطع است. به سغف تقیین σ_x یک در سطح تقاطع از دست با راستی R در محور تقی می‌شود. محضوز زائیل در دو با راستی R بزرگ می‌شود بقید اجزاء عصبه در یک است. گرچه در همین حالتی استاده از فرمول تیرهاستقیم به استفاده از فرمول $\sigma_x = - \frac{My}{I}$ تغییر بسیار خواهد کرد.

(معمل ۲)

اگرچه تغییر شکل در سنجش منحنی در سنجش مستقیم M را می‌تواند کمی کند. با عمل معادله (۴-۶۹) برای انحنای $\frac{1}{R}$ محرز می‌گردد. در صورت تغییر شکل با سمت داریم:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} \frac{\theta'}{\theta}$$

با در نظر گرفتن $\theta' = \theta + \Delta\theta$ معادله (۴-۶۹)

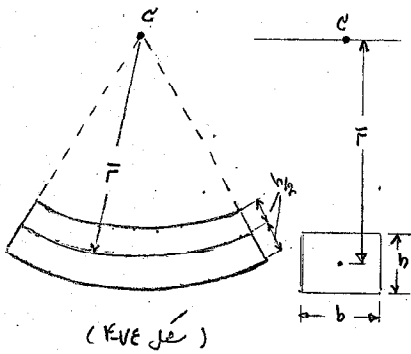
$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} \left(1 + \frac{\Delta\theta}{\theta} \right) = \frac{1}{R} \left(1 + \frac{M}{EAe} \right)$$

در این صورت تغییر در انحنای $\frac{1}{R}$ منحنی عبارت است از:

$$\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} = \frac{M}{EAeR} \quad (۴-۷۲)$$

شکل (۴-۱۰)

یک تیر مستطیلی منحنی شکل دارای شعاع متوسط $\bar{r} = 100 \text{ mm}$ و سطح مقطعی $b = 50 \text{ mm}$ و عمق $h = 25 \text{ mm}$ (شکل ۴-۷۴) می‌باشد. منظور از e بین مرکز سطح مقطع و انتهای عمود برای شعاع R منحنی است. با این فرضیات:



شعاع R را می‌توان از رابطه (۴-۷۳) با استفاده از معادله (۴-۶۹) بدست آورد.

$$R = \frac{A}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{dA}{r}} = \frac{bb}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{b dr}{r}} = \frac{h}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}}$$

$$R = \frac{h}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (۴-۷۳)$$

با درجه‌بندی اطلاعات داده شده داریم:

$$r_1 = \bar{r} - \frac{1}{2}h = 100 - 12.5 = 87.5 \text{ mm}$$

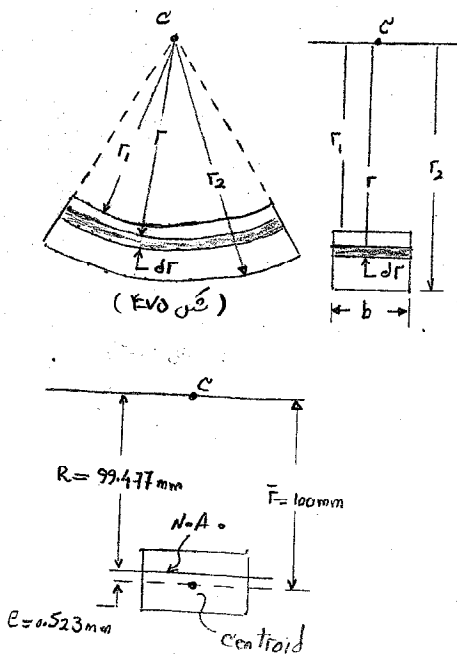
$$r_2 = \bar{r} + \frac{1}{2}h = 100 + 12.5 = 112.5 \text{ mm}$$

$$R = \frac{h}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{25 \text{ mm}}{\ln \frac{112.5}{87.5}} = 99.477 \text{ mm}$$

$$e = \bar{r} - R = 100 - 99.477 = 0.523 \text{ mm}$$

توجه شود که اگر R با درجه‌بندی شعاع \bar{r} برابر باشد، مقدار e نیز به همین ترتیب با درجه‌بندی شعاع \bar{r} برابر می‌گردد.

توجه شود که اگر R با درجه‌بندی شعاع \bar{r} برابر باشد، مقدار e نیز به همین ترتیب با درجه‌بندی شعاع \bar{r} برابر می‌گردد.



(فصل ۴)

شکل ۴-۱۱

برای تیر مثال (۴-۱۰) مطابق حدالاستیسی تیر کششی در این صورت که در تیر برابر $M = 500 \text{ N}\cdot\text{m}$ است

ع

در صورت استاندارد (۴-۷۱) با زاویه θ شکل

$$M = 500 \text{ N}\cdot\text{m} \quad A = bh = (50 \text{ mm})(25 \text{ mm}) = 1250 \text{ mm}^2$$

در صورت استاندارد (۴-۱۰) برای R و e

$$R = 99.48 \text{ mm} \quad e = 0.523 \text{ mm}$$

با جایگزینی در معادله (۴-۷۱) داریم:

$$\bar{\sigma}_{\max} = \frac{M(e_2 - R)}{Ae_2} = \frac{(500 \text{ N}\cdot\text{m})(112.5 - 99.48) \times 10^{-3} \text{ m}}{(1250 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(0.523 \times 10^{-3} \text{ m})(112.5 \times 10^{-3} \text{ m})}$$

$$\bar{\sigma}_{\max} = 88.5 \text{ MPa}$$

با جایگزینی در معادله (۴-۷۱) داریم:

$$\bar{\sigma}_{\min} = \frac{M(R - e_1)}{Ae_1} = \frac{(500 \text{ N}\cdot\text{m})(87.5 - 99.48) \times 10^{-3} \text{ m}}{(1250 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(0.523 \times 10^{-3} \text{ m})(87.5 \times 10^{-3} \text{ m})}$$

$$\bar{\sigma}_{\min} = -104.7 \text{ MPa}$$

توجه: مقدار مقادیر مثبت آمده برای $\bar{\sigma}_{\min}$ را برای یک تیر کششی شکل را با مقادیر مربوطه یک تیر

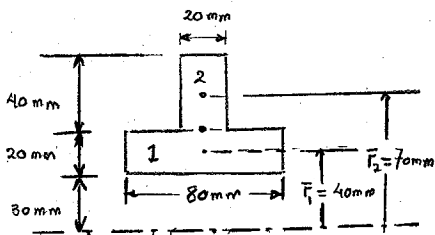
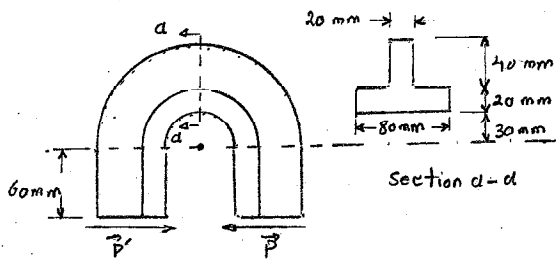
ستیم تا به نزد در این صورت برای یک تیر کششی

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\max, \min} &= \pm \frac{Mc}{I} \\ &= \pm \frac{(500 \text{ N}\cdot\text{m})(12.5 \times 10^{-3} \text{ m})}{\frac{1}{12}(50 \times 10^{-3} \text{ m})(25 \times 10^{-3} \text{ m})^3} = \pm 96 \text{ MPa} \end{aligned}$$

در این صورت تیر همواره کاملاً کششی خواهد بود.

(مسئله ۴)

شکل شده (۴-۱) یک جزء استیل در یک مقطع T شکل است
 این قطعه تحت بار کششی P قرار می‌گیرد. در این تنش σ یک بار 50 MPa
 مطلوب است حداکثر نیروی P که می‌تواند به این عضو اعمال کرد.

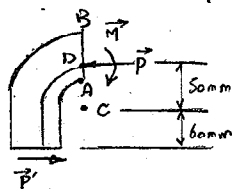


	A (mm ²)	\bar{r} (mm)	$\bar{r}_i A_i$ (mm ³)
1	(20)(80) = 1600	40	64×10^3
2	(40)(20) = 800	70	56×10^3
	$\Sigma A_i = 2400$		$\Sigma \bar{r}_i A_i = 120 \times 10^3$

$$\bar{r} \Sigma A_i = \Sigma \bar{r}_i A_i$$

$$\bar{r} (2400) = 120 \times 10^3$$

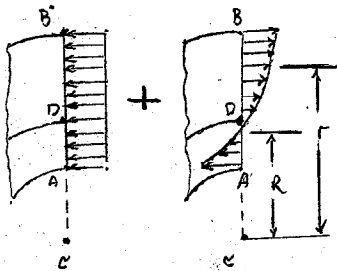
$$\bar{r} = 50 \text{ mm} = 0.050 \text{ m}$$



نیروهای داخلی در مقطع a-a برابر با نیروی P در D است و در M

$$M = P(50 \text{ mm} + 60 \text{ mm}) = (0.11 \text{ m})P$$

اصل جمع اثرها - نیروی مرکز P به سمت راست که با نیروی P در D در M است
 M به توزیع تنش متغیر در مقطع $a-a$ می‌گردد (شکل ۴-۷) هر آنکه که M در M تغییر می‌افزاید
 این دو عضو در دو جهت بر این سبب است (مطابق شکل ۴-۷) تنش یکی در مقطع $a-a$
 در سمت راست از مرکز این عضو است و دیگری در سمت چپ آن است:



$$\sigma = -\frac{P}{A} + \frac{M(r-R)}{AeI} \quad (1)$$

تغییر سطحی - برای تعیین سطح فرضی R استفاده از معادله (۴-۹) داریم

$$R = \frac{A}{\int \frac{dA}{r}} = \frac{2400 \text{ mm}^2}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{(80 \text{ mm}) dr}{r} + \int_{r_2}^{r_3} \frac{(20 \text{ mm}) dr}{r}}$$

$$= \frac{2400}{80 \ln \frac{50}{30} + 20 \ln \frac{90}{50}} = \frac{2400}{40.866 + 11.756} = 45.61 \text{ mm} = 0.04561 \text{ m}$$

$$e = \bar{r} - R = (0.05 \text{ m}) - (0.04561 \text{ m}) = 0.00439 \text{ m}$$

بار مجاز، مشخصه می‌شود که بزرگترین تنش σ در نقطه A باشد که $\sigma = 0.03 \text{ m}$ است. در نتیجه $\sigma_{all} = 50 \text{ MPa}$ است.

از معادله (۱) می‌توان نوشت:

$$-50 \times 10^6 \text{ Pa} = -\frac{P}{2.4 \times 10^{-3} \text{ m}^2} + \frac{(0.11P)(0.03 \text{ m} - 0.04561 \text{ m})}{(2.4 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(0.00439 \text{ m})(0.03 \text{ m})}$$

$$-50 \times 10^6 = -417P - 5432P \rightarrow P = 8.55 \text{ kN}$$

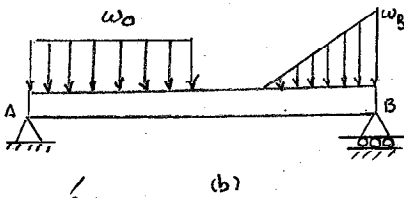
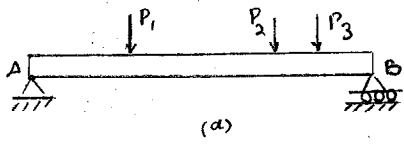
فصل پنجم

بارگذاری عرضی

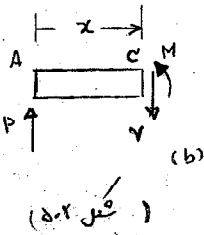
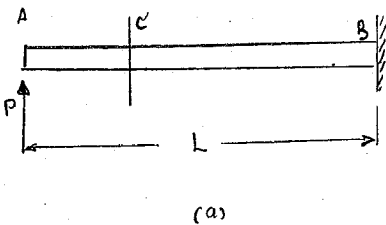
(فصل ۵)

Transverse Loading

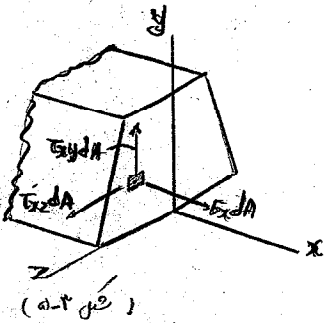
بارگذاری عرضی



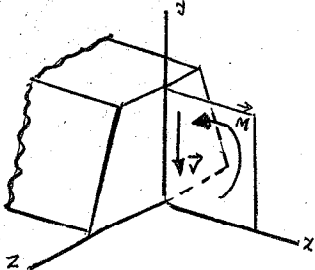
(شکل ۵-۱)



(شکل ۵-۲)



(شکل ۵-۳)



=

۵-۱ - مقدمه : در این فصل تنش را به یک تیر تحت بارگذاری عرضی بررسی میکنیم و در تیر که عنصر افقی را بر عسردگی است ، عنصر است عمود بر تیر (beam) خوانده می شود بارگذاری مطلق است مستوی (concentrated) (شکل ۵-۱) و یا توزیع شده (distributed) (شکل ۵-۱-ب) است ، بار ترکیبی از این دو

ابتدا از تیر طبر گیریم در AB را در نظر بگیریم . که تیری با استخوان است B است که در انتهای آزاد آن نقطه A نیروی به سمت بالا P اعمال شده است (شکل ۵-۲) فرض میکنیم که تیر در این یک عنصر طولی عمود که تعادل می باشد و نیروی P در آن محل اعمال می گردد ، مقطعی در تیر از محل C عبور می کنیم . و تیر را آزاد است AC را در نظر بگیریم . (شکل ۵-۲) ، تیر در C که نیروی P را در آنجا اعمال می کنیم $V = P$ ، و گشتاور $M = PL$ است

در AC در هر یک از x و y صدها تیر آزاد A تیری است . با توجه به علامت انتخاب شده در بخش (۴-۱) $M = PL$ است . جدار راست را مثبت می باشد و برای V در نظر بگیریم . برای V مقدار مثبت را اعتبار می کنیم چون تیر V مطابق شکل ۵-۲-ب است ، جدار چپ که نیروی P را اعمال کرده درستی از مقطع که سمت چپ مقطع است به سمت راست جهت دارد .

شکل معادله برای z نیروی z اولی عمودی در تیری اعمال شده در مقطع برابر نیروی z در z و گشتاور M خوانده می شود (شکل ۵-۳) معادله از این معادلات $\int z dA$ تیر z هم می رسد که تیر z در بخش (۴-۲) به عنوان $\int z dA$ در معادلات (۴-۱) ، (۴-۲) ، و (۴-۳) که بیان کننده مجموع نیروی عمودی برابر صفر و مجموع مساحت حول مرکز z و y برابر مقدار M تیر است ، این M از M در z است که در حالت بارگذاری عرضی M است و جهت مقطع تغییر می کند . معادله بعدی که توسط $\int z dA$ و $\int y dA$ تیر z و y است

آنرا می توان نوشت . گوییم این معادلات $\int z dA$ در تیر z و y است که با توجه به تعادل مقطع z و y است در معادله دیگر $\int z dA$ در z است که در z است و نیز $\int y dA$ است

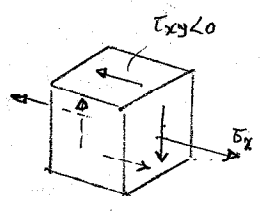
(فصل ۵)

x components : $\int \tau_{xy} dA = -V$ (۵-۱)

z components : $\int \tau_{xz} dA = 0$ (۵-۲)

اولین معادله نشان می‌دهد که در هر مقطع از تیر تنش برشی عمود بر سطح مقطع است. این معادله در تمام طول تیر برقرار است. معادله دوم نشان می‌دهد که تنش برشی در هر مقطع صاف است. هر چه بعد از قواصیم دیدیم این معادله نشان می‌دهد که تنش برشی در هر نقطه صاف خواهد بود.

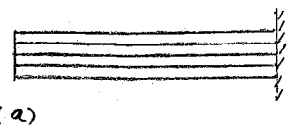
الف) شکل ۵-۴: در این شکل یک تیر عمود بر صفحه xy نشان داده شده است. تنش برشی در هر نقطه از طول تیر در جهت x عمل می‌کند. این تنش برشی در هر مقطع صاف است و در هر نقطه از طول تیر یکسان است. این معادله نشان می‌دهد که تنش برشی در هر مقطع صاف است. هر چه بعد از قواصیم دیدیم این معادله نشان می‌دهد که تنش برشی در هر نقطه صاف خواهد بود.



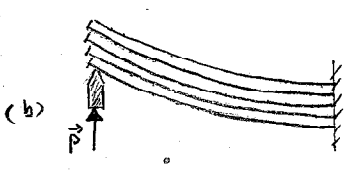
شکل ۵-۴

۵-۲) فرضیات اساسی در ارتباط با توزیع تنش برشی

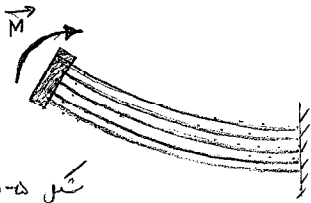
۱- مقطع تیر در هر نقطه از طول تیر یکسان است. ۲- تنش برشی در هر مقطع صاف است. ۳- تنش برشی در هر نقطه از طول تیر یکسان است. ۴- تنش برشی در هر مقطع صاف است. ۵- تنش برشی در هر نقطه از طول تیر یکسان است. ۶- تنش برشی در هر مقطع صاف است. ۷- تنش برشی در هر نقطه از طول تیر یکسان است. ۸- تنش برشی در هر مقطع صاف است. ۹- تنش برشی در هر نقطه از طول تیر یکسان است. ۱۰- تنش برشی در هر مقطع صاف است.



(a)



(b)

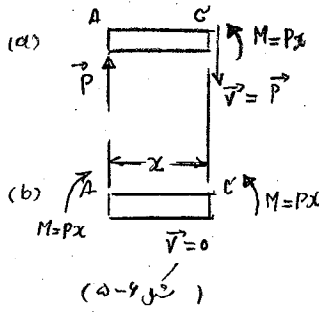


(c)

شکل ۵-۵

فصل ۵

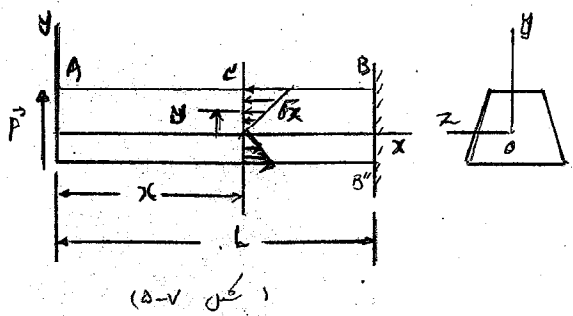
توجه شود که هر دو بارگذاری متقابل یکدیگر را میسر می‌کنند و در نتیجه مقدار بیش در مقطع متعادل می‌باشد.
 (در یک $v=P$ و در دیگر $v=0$) این موضوع روی تنش عمودی به‌عنوان ای‌اچ‌اچ به‌شیرین است. چون چگالی
 از حد مناسب تجاوز نماید در انضیقات در آن معادله (۵-۱۶) جنبش ۴ با $M=Px$ به‌تغییر می‌آید. تنش عمودی
 تحت بارگذاری عمودی را می‌توانیم تصور کنیم. اکنون مبدأ در یک نقطه معادله را روی مرکز سطح آزاد شیر قرار می‌دهیم (عبارت دیگر x
 مبدأ گرفته‌ایم). نقطه مورد نظر را با \bar{P} می‌نامیم. در این مقطع سطح فنی (شکل ۵-۷)



$$\sigma_x = -\frac{My}{I} = -\frac{Px y}{I} \quad (5-17)$$

توزیع تنش عمودی را در یک مقطع در نظر می‌گیریم ($x = \text{const}$) مانند فنی خاص بصورت خطی می‌باشد.
 تنها اگر به نسبت x از بار اعمال می‌باشد. در انضیقات حداکثر تنش تیری
 در تیر در نقطه B حاصل می‌گردد. $x=l$ می‌باشد. این همان نقطه در نقطه B.

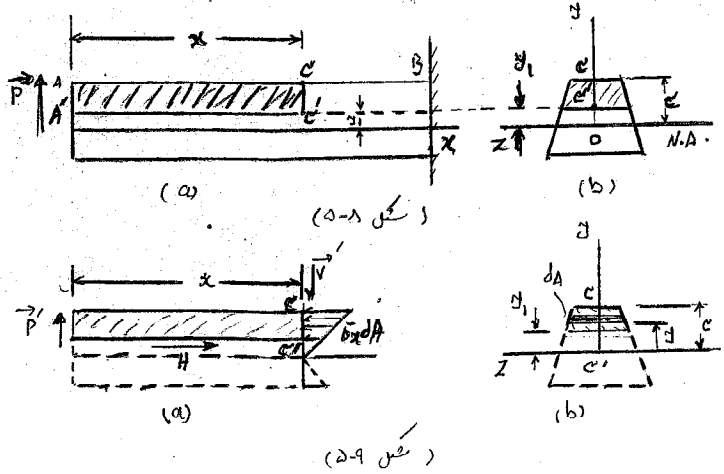
معمولاً در آن توزیع تنش عمودی در تیر اکنون که در آن توزیع تنش
 بر روی x و y استفاده می‌کنیم. این تغییر در بار است.



(۵-۱۳) تعیین نیروی برشی روی یک مقطع افقی:

در شکل (۵-۴) شکل داریم که τ_{xy} شکل (همه مؤلفه عمودی تنش برشی)

در یک مقطع عمود بر محور تیر در نقطه x می‌توانیم یک مقطع افقی می‌گیریم. در این تعیین می‌کنیم که این نیروی برشی



در یک مقطع افقی می‌باشد.

دوباره شیرین می‌گیریم که راست‌آشیرین نیروی \bar{P} در سر آزاد
 آن را در نظر می‌گیریم. (شکل ۵-۸) مت ACA' که از

عبر مقطع افقی AA' در نقطه A' می‌گذرد. بالای سطح فنی است
 آمده است و در یک مقطع AA' در نقطه A از سر آزاد

را در نظر می‌گیریم. شیرین اعمالی روی ترانس آزاد ACA'

در شکل (۵-۹) شکل داریم که این نیروی کامل

نیروی \bar{P} که در آن دقیقاً در آنجا عکس العمل در دست تیر در هر دو طرف است. شیرین بر آن $\sqrt{}$ که بصورت برش در AA'
 اعمال می‌گردد. شیرین عمودی τ_{xy} در هر یک مقطع و بر آنجا H بصورت برش در سطح AA' آزاد.

(مسئله ۵)

با استفاده از معادله (۳-۵) خواهیم داشت:

$$\bar{\sigma}_x dA = -\frac{Px y}{I} dA$$

با داشتن معادله تعادل $\sum F_x = 0$ در تریس آزاد $A'c'c'A$:

$$\sum F_x = 0: \quad H - \int \frac{Px y}{I} dA = 0$$

اجل معادله فوق برای H در انتزاع می‌آید. در مقطع x ثابت داریم:

$$H = \frac{Px}{I} \int_{y=y_1}^{y=y_2} y dA \quad (5-4)$$

انتگرال استرینگ کننده نگرانه $\int y dA$ نسبت به محور x است. برای $y=y_1$ تا $y=y_2$ این کسر

با \bar{y} هم‌تراز است:

$$Q = \int_{y=y_1}^{y=y_2} y dA \quad (5-5)$$

شماره اول شود:

$$Q = A \bar{y} \quad (5-5')$$

در صورتیکه A یک لایه باشد و عرض آن در یک x ثابت $(5-4)$ و $(5-5)$ در نتیجه Q در این سطح تا محور x است. با جایگزینی

از $(5-5)$ در $(5-4)$ هم‌تراز است:

$$H = \frac{PQ}{I} x \quad (5-6)$$

اینجا مقدار H در هر دو طرف معادله بر سر H روی سطح با این تیر $A'c'c'A$ متناسب خواهد بود. برای یک مقدار

معمول \bar{y} بر سر H در هر دو طرف H/x ثابت و برابر PQ/I است. برای سادگی که بعداً در $(5-8)$

بکار می‌رود بر سر هر دو طرف معادله H برابر q (shear flow) خوانده می‌شود و q در هر دو طرف برابر است.

$$q = \frac{PQ}{I} \quad (5-7)$$

همین نتیجه بر سر $A'c'c'A$ تیر است. در صورتیکه تیری بر سر $A'c'c'A$ تیر بر سر $A'c'c'A$ تیر بر سر $A'c'c'A$ تیر

در انتزاع است. نتیجه گیری می‌شود که q در هر دو طرف q در هر دو طرف q در هر دو طرف q در هر دو طرف

در علامت q در سمت راست با نگرانه $\int y dA$ در سمت چپ $\int y dA$ در سمت راست $\int y dA$ در سمت چپ

سطح q به محور x است که در انتزاع است. این صفت گاهی در تیر $A'c'c'A$ تیر $A'c'c'A$ تیر $A'c'c'A$ تیر

بکار می‌رود. همچنین در صورتیکه q برای $y=0$ خواهد بود. در نتیجه q در هر دو طرف q در هر دو طرف

در هر دو طرف q در هر دو طرف q در هر دو طرف q در هر دو طرف q در هر دو طرف

(محل ۵)

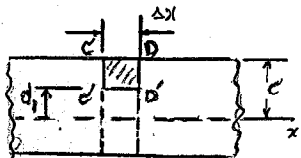
در حالتی که تیر تحت تأثیر نیروی متمرکز P در مرکز قرار گرفته باشد (شکل ۵-۱۱-ا)، اصل جمع اثرها برای تعیین جرم برش Q در نقطه x استفاده می شود. در این صورت نیروی P در معادله (۵-۷) به سبب مجموع نیروها اعمال شده در سمت چپ مقطع x نیست و در نتیجه این مجموع برابر نیروی برشی V در مقطع x است. شکل (۵-۱۱-ب) داریم:

$$Q = \frac{VQ}{I} \quad (5-8)$$

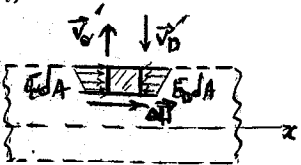
درجه بندی Q شکل اول حل مورفوسی است که در مقطع x ایجاد می شود و در حالت $x=0$ در مرکز تیر به بیشترین مقدار خود می رسد. I مساحت انحنای حول مورفوسی Q است.

اگرچه معادله (۵-۸) ساده می شود Q بین دو نیروی اعمال شده در دو طرف x است و این فرمول را می توان به صورت کلی تر نوشت. در حالت فشرده نیروی متمرکز P در مرکز قرار دارد و هم نیروی برشی V و هم برش انحنای براد طول Q معذب است.

+ معادله (۵-۸) برای شرایط بارگذاری در شکل (۵-۱۱-ا) در سبب در نظر گرفتن



(a)



(b)

تعداد قسمتی از تیر در فاصله dH در جهت عمودی dy ، D و D'

کلی (۵-۱۱-ب) است که F_A و F_B در D و D' است و F_x در D و D' است. نیروی برشی روی سطح dA می تواند نوشت:

$$\sum F_x = 0; \quad \Delta H - \int (F_B - F_A) dA = 0$$

! حل برای ΔH و استفاده از معادله (۵-۱۱-ب) برای یک قسمت عمودی برش

یک قسمتی در x و $x + \Delta x$ داریم:

$$\Delta H = \frac{M_B - M_A}{I} \int y dA$$

و استفاده از معادله (۵-۵) را این ΔM اختلاف بین $(M_B - M_A)$ مساحت قسمتی در x و $x + \Delta x$ داریم:

$$\Delta H = \frac{(\Delta M) Q}{I}$$

انتقال و این بر Δx و میل دارن Δx به سمت صفر

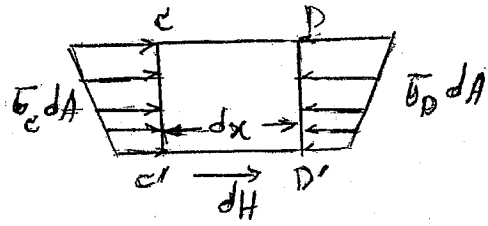
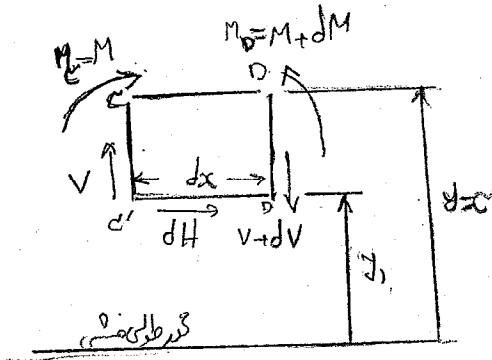
$$\frac{dH}{dx} = \frac{dM}{dx} \frac{Q}{I}$$

آن $\frac{dH}{dx}$ بیک گفته برش انحنای براد طولی Q (جرم برش Q) در نقطه x در $\frac{dM}{dx}$ که $\frac{dM}{dx}$

برابر نیروی برشی V می باشد.

$$Q = \frac{VQ}{I} \quad (5-8)$$

صفحه: ۱۴۴



$$dH + \int \sigma_c dA - \int \sigma_D dA = 0$$

$$\sigma_c = + \frac{My}{I} \quad \sigma_D = + \frac{(M+dM)y}{I}$$

$$dH = \int_{y_1}^{y_2} \frac{M+dM}{I} y dA - \int_{y_1}^{y_2} \frac{My}{I} dA = \frac{dM}{I} \int_{y_1}^{y_2} y dA$$

$$dH = \frac{dM}{I} \int y dA$$

$$dH = \frac{dM}{I} Q$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dM/dx}{I} Q$$

لرزشی مطابق است

$$V dx + M - (M+dM) = 0$$

$$V = \frac{dM}{dx}$$

$$\rightarrow \frac{dH}{dx} = q = \frac{VQ}{I}$$

(فصل ۵)

مثال (۵-۱) تیرک ساده شده از سازه چوبی با ابعاد $20 \times 100 \text{ mm}$ در سطح مقطع است

که در یک طرف میخ شده است (رنگ ۱۳-۵) چوب آن که ضخامت آن هر میخ 25 mm و طول میخ

در تیر $V = 500 \text{ N}$ است. مطلوب نیروی برشی در میخ

چوب است. ابتدا نیروی افقی بر واحد طول q را بدست آوریم که در سطح افقی سازه

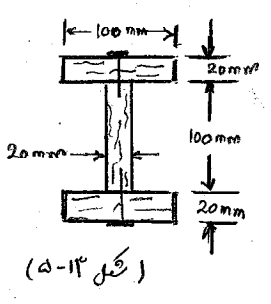
چوب اعمال می گردد. با استفاده از معادله (۵-۸) که q را بدست می آوریم

به چگالی سطح حاصل در A' بر واحد طول (۵-۱۴a) می توانیم I

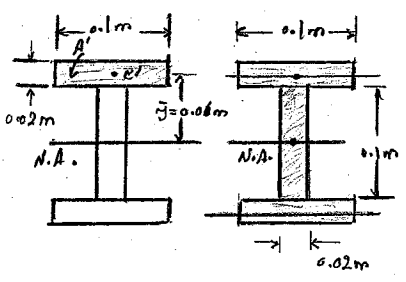
محاسبه کنیم حول محور x بر واحد طول (رنگ ۱۴b-۵)

و در نهایت با استفاده از معادله (۵-۸) می توانیم q را بدست آوریم

که در سطح افقی میخ است



(رنگ ۱۳-۵)



(a)

(b)

(رنگ ۱۴-۵)

$$A = A' \bar{y} = (0.02 \text{ m} \times 0.1 \text{ m})(0.06 \text{ m}) = 120 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$I = \frac{1}{12} (0.02 \text{ m})(0.1 \text{ m})^3 + 2 \left[\frac{1}{12} (0.1 \text{ m})(0.02 \text{ m})^3 + (0.02 \text{ m} \times 0.1 \text{ m})(0.06 \text{ m})^2 \right]$$

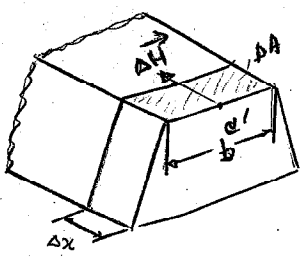
$$= 1.667 \times 10^{-6} + 2(0.0667 + 7.2) \times 10^{-6} = 16.2 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

با استفاده از معادله (۵-۸) می توانیم q

$$q = \frac{Vq}{I} = \frac{(500 \text{ N})(120 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{16.2 \times 10^{-6} \text{ m}^4} = 3704 \text{ N/m}$$

در نتیجه حاصله بین هر میخ 25 mm است. نیروی برشی در هر میخ عبارت است از

$$F = (0.025 \text{ m}) q = (0.025 \text{ m})(3704 \text{ N/m}) = 92.6 \text{ N}$$



(۵-۴) تعیین تنش τ_{xy} در یک تیر

همچون تیری با ضخامت dy و عرض b که تحت تأثیر بار گذارنده q قرار دارد در نظر می گیریم. بار گذارنده q در جهت مثبت y است. در بخش قبل دیدیم که

اگر τ نیروی برشی عمود بر سطح dx باشد، نیروی افقی q در نقطه dx

مقطع عبارت است از:

$$q = \frac{Vq}{I} \quad (۵-۸)$$

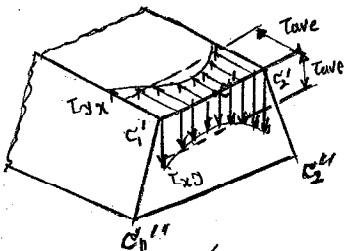
(شکل ۵)

درجه شیب α در اول طرف راجعاً (۵-۵) در I یک انحراف مقطعی بر سطح حول فرضی H است. نیروی برشی ΔH روی قسمتی به طول Δx برشی افقی عبور کرده از آن (شکل ۵-۱۵) عبور است از

$$\Delta H = \tau \Delta x = \frac{VQ}{I} \Delta x \quad (5-9)$$

انتقال (۵-۹) در سلب $\Delta A = t \Delta x$ چنانکه t چنانکه بر روی I است مقدار متوسط برشی T_{ave} عبور در برشی است

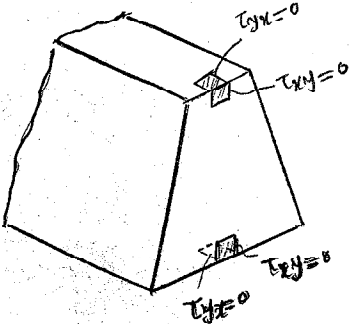
$$T_{ave} = \frac{\Delta H}{\Delta A} = \frac{VQ}{I} \frac{\Delta x}{t \Delta x}$$



(شکل ۵-۱۶)

$$T_{ave} = \frac{VQ}{It} \quad (5-10)$$

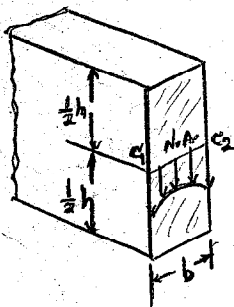
توجه داشته باشید که درجه شیب تنش برشی T_{yx} و T_{xy} روی دو وجهی به ترتیب عرضی و افقی در هر نقطه از نقطه xy برابر برشته عبور است از آن در همین یک



(شکل ۵-۱۷)

کننده تنش برشی متوسط روی مقدار xy و yx و است. (شکل ۵-۱۶) در این

نقطه xy در $T_{yx}=0$ روی صحت بالای این تیر و است زیرا هیچ نیروی روی این صحنه اعمال نمی شود. در این صورت $T_{xy}=0$ روی



(شکل ۵-۱۸)

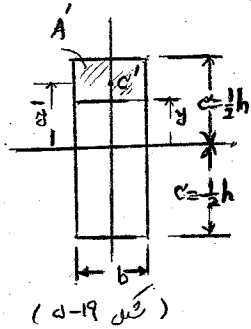
تیرها بالای این تیر در یک مقطع عرضی قرار دارد. (شکل ۵-۱۷) همیشه در نقطه xy در $y=0$ حداکثر است (بخش ۵-۳ ملاحظه شود) نه در آن نقطه که مقدار T_{xy} در طول عرضی حداکثر است زیرا T_{xy} هم در آنجا و هم در آنجا به سبب t برابر است.

در ضرایب سنج که مقطع تیر کوچک باقی ماند در مقایسه ارتفاع آن تنش برشی تغییرات تنش برشی در طول xy که به وجود می آید در معادله (۵-۱۰) قرار داد برای حالت T_{xy} در هر نقطه در طول xy در دو انتهای آن در واقعیت T_{xy} در نقاط xy و yx بزرگتر از xy است و استری الاستیته است و اگر مقدار بزرگ یک تیر با مقطع مستطیلی به سبب t در ارتفاع b بعد از آنکه $b \leq \frac{1}{4}h$ مقدار

b/h	0.25	0.5	1	2	4	6	10	20	50
T_{max}/T_{av}	1.008	1.033	1.126	1.306	1.908	2.582	3.77	6.74	15.65
T_{min}/T_{av}	0.996	0.983	0.94	0.856	0.805	0.8	0.8	0.8	0.8

(فصل ۵)

۵-۵ تنش برشی τ_{xy} در انواع معمولی تیرها
 در مبحث گذشته دیدیم که برای یک مقطع مستطیلی، باریک با ضخامت t و ارتفاع h ، $b \ll \frac{1}{4}h$ تغییرات تنش برشی τ_{xy} در طول ضخامت تیر کمتر از ۰.۸٪ تنش برشی متوسط است. بنابراین می‌توان است معادله (۵-۱۰) در عمل برای تعیین تنش برشی در هر نقطه از مقطع تیر مستطیلی باریک استفاده نمود. در گذشته نمود



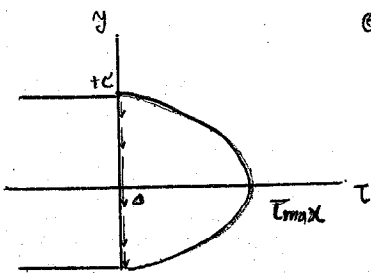
$$\tau_{xy} = \frac{V a}{I t} \quad (5-11)$$

در صورتیکه t برابر ضخامت تیر b و a بزرگتر از نصف ضخامت تیر c باشد، هرگز نمی‌توان از این معادله استفاده کرد. در شکل (۵-۱۹) A

که در هر نقطه از مقطع تیر مستطیلی تا مرکز سطح A' عبارت است از $\bar{y} = \frac{1}{2}(c+y)$ در گذشته معادله (۵-۵) که در آن نوشت:

$$Q = A' \bar{y} = b c (c-y) \frac{1}{2}(c+y) = \frac{1}{2} b (c^2 - y^2) \quad (5-12)$$

$$I = \frac{b b^3}{12} = \frac{2}{3} b c^3 \quad \text{معمولاً}$$



$$\tau_{xy} = \frac{V Q}{I b} = \frac{3}{4} \frac{c^2 - y^2}{b c^3} V$$

$$A = 2 b c$$

$$\tau_{xy} = \frac{3}{2} \frac{V}{A} \left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right) \quad (5-13)$$

معادله (۵-۱۳) نشان می‌دهد که توزیع تنش برشی در مقطع عرضی یک تیر مستطیلی معمولی در شکل (۵-۲۰) همانند یک دایره در بخش قبلی بود. در طول بالا و پایین تنش برشی متوسط است $(y = \pm c)$ اصل بر این است که در معادله (۵-۱۳) حداکثر تنش برشی در یک مقطع تیر مستطیلی باریک بر روی سطح $A-A'$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A} \quad (5-14)$$

را به دست آمده است که در حدود حداکثر مقدار تنش برشی در یک تیر مستطیلی ۵۰٪ بزرگتر از مقدار V/A است که به طور غلطاً فرض توزیع تنش یکسان است در روی مقطع فرض می‌شود.

در حالت تیر I تیر W معادله (۵-۱۰) برای تعیین مقدار متوسط تنش برشی τ_{xy} روی مقطع aa' و bb' مقطع عرضی تیر در شکل (۵-۲۱) به کار برده می‌تواند نوشت:

$$\tau_{av} = \frac{V a}{I t} \quad (5-15)$$

در صورتیکه V نیروی برشی عمود بر t ضخامت مقطع در ارتفاع a باشد و I و c به مرکز جرم aa' و bb'

(مفصل ۵)

مکانیسمی سطح مقطع حول xy می باشد. اگر τ_{ave} متوسط تنش عمودی xy و τ_{xy} تنش عمودی در xy باشد در $ABGD$ و $ABGD'$ در xy $E'F'E$ می باشد.

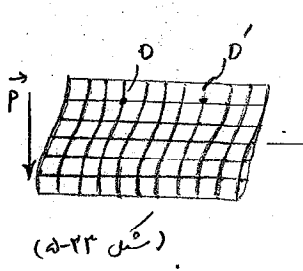
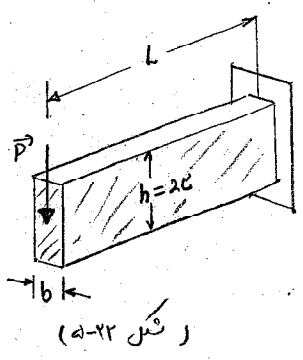
در حالت ساق، تنش برشی τ_{xy} مقدار جزئی روی مقطع bb' تغییر می کند و مسکن است. مقدار τ_{ave} ملک در نظر گرفته شود. این موضوع برای آسانی صحیح می باشد. در $DEFG$ در نظر بگیریم تنش عمودی τ_{xy} بین $(E$ و $D)$ و $(F$ و $G)$ همواره است و تنش این دو قسمت متناسبی از سطح آزاد برشی است. از آنجا که مقدار τ_{xy} بین E و F برابر $t = EF$ در معادله (۵-۱۵) است می آید. در عمل فرض می شود که بار برشی دافعی بر سطح ساق عمل می کند و تقریباً برای حداکثر تنش برشی در مقطع بر سطح تقسیم τ_{xy} بر سطح مقطع ساق ثابت می باشد. لازم است که در xy تنش برشی در xy در نظر گرفته شود و تنش عمودی τ_{xy} در xy مقدار صاف دارد.

۵-۶. بحثی در مورد توزیع تنش در یک تیر مستطیلی باریک

of stresses in a narrow Rectangular Beam

تیر مستطیلی باریک با ارتفاع h و تحت تأثیر نیروی P در سر آزاد در نظر بگیریم (رنگ ۵-۲۲) و تنش عمودی τ_{xy} در تیر است و برابر در xy P می باشد معادله (۵-۱۴) بصورت زیر می آید

$\tau_{xy} = \frac{3}{2} \frac{P}{A} (1 - \frac{y^2}{c^2})$ (۵-۱۵)



معادله (۵-۱۵) که در xy در نظر گرفته شده است. آنجا در xy تنش عمودی τ_{xy} در xy در نظر گرفته شده است و در xy در xy در نظر گرفته شده است. این موضوع برای آسانی صحیح می باشد. در $DEFG$ در نظر بگیریم تنش عمودی τ_{xy} بین $(E$ و $D)$ و $(F$ و $G)$ همواره است و تنش این دو قسمت متناسبی از سطح آزاد برشی است. از آنجا که مقدار τ_{xy} بین E و F برابر $t = EF$ در معادله (۵-۱۵) است می آید. در عمل فرض می شود که بار برشی دافعی بر سطح ساق عمل می کند و تقریباً برای حداکثر تنش برشی در مقطع بر سطح تقسیم τ_{xy} بر سطح مقطع ساق ثابت می باشد. لازم است که در xy تنش برشی در xy در نظر گرفته شود و تنش عمودی τ_{xy} در xy مقدار صاف دارد.

$\tau_{xy} = + \frac{Pcy}{I}$ (۵-۱۶)

(مصل ۵)

تایید کاربرد بورد این جمله در نتیجه مهندسی استوار است. اگر معادله

(۵-۱۵) در هر دو جهت ورود در این صورت بار P استی بصورت سهموی روی

استوار آزاد توزیع گردد. معادله تکلیف گاه استوار استوار طبیعی در نتیجه است

که اصابه تغییر شکل برشی در شکل ۵-۲۳ و ۵-۲۴ نمودن شده (شکل ۵-۲۴)

بسیار غیر عملی است. گویا باید اصل سوزن برای سایر موارد بارگذاری

در سایر انواع تکلیف گاه استوار استوار معادلات (۵-۱۵) و (۵-۱۶) می توانند

توزیع تنش خمشی را مشخص کنند. در این بخش در محاسبه نزدیک در استوار استوار

و متکی بر تقاطع مستطیلی تحت تأثیر همین بارگذاری معتدل تر از شکل (۵-۲۵)

اصل حجم از آنجا برای تعیین تنش عمودی در برشی در تقاطع بین نقاط کاربرد بار

تایید کاربرد استوار. در نتیجه و متکی بر شکل P_3 و P_2 و غیره روی سطح استوار عمل می کنند

منتهای وزن توزیع سهموی روی سطح استوار عمل می کند. در نتیجه استوار استوار

که در آن صدها بار عمل می کنند. تایید کاربرد استوار استوار. در نتیجه استوار استوار

و اگر در نتیجه استوار (شکل ۵-۲۶) بر روی استوار استوار استوار علاوه بر تغییر

تنش در سطح استوار. تغییر شکل استوار استوار استوار استوار استوار استوار

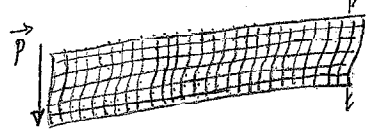
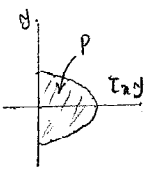
سطح مقطع مختلف مانند D_1 و D_2 استوار استوار استوار استوار استوار استوار

مقطع صغیر استوار استوار استوار استوار استوار استوار استوار استوار استوار

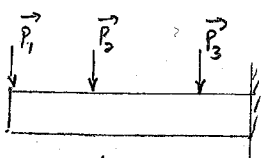
تفسیر آید. خطای ایجاد شده در استوار استوار استوار استوار استوار استوار

لازم است ذکر است که در نتیجه استوار استوار استوار استوار استوار استوار

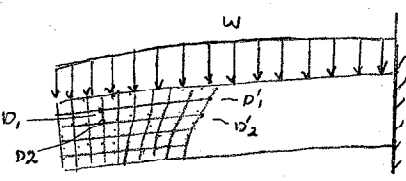
مطابق ماده علاوه بر تنش σ_{xy} در شکل (۵-۲۷) عمل می گردد. که در نتیجه استوار استوار



شکل (۵-۲۴)

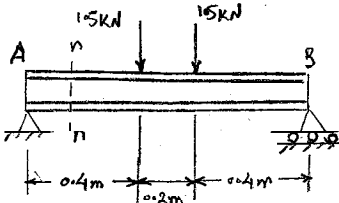


شکل (۵-۲۵)



شکل (۵-۲۶)

(فصل ۵)



سؤال ۱-۵) تیر AB از سه تک مقطع بهم شکل به دست در محددات
طابق شکل تحت بارگذاری فوق داره قرار گیرد. صیقل پهنای انتقال صیقل
۲۰ mm است. مطالب متداول مشهوری در انتقال در مقطع n-n تیر
موضعی مرکز سطح مقطع مطابق شکل است و مرکز سطح عبارت از

$$I = 863 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

بخش

برش عمودی در مقطع n-n. با توجه به تبارک هندسی تیر و بارگذاری

با فرض گرفتن قسمت سمت چپ n-n صیقل پهنای انتقال داریم

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \quad 1.5 \text{ kN} - V = 0 \quad V = 1.5 \text{ kN}$$

تنش برشی در انتقال a-a. با عبور مقطع a-a از اتصال صیقل

و حذف کردن سطح مقطع به دست متعلقه را از این قسمت در اول سطح

سبب همگرفتنی برای سطح بالای مقطع a-a می شود

$$Q = A\bar{y} = [(0.1 \text{ m})(0.02 \text{ m})](0.0417 \text{ m}) = 83.4 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

با فرض گرفتن صیقل انتقال صیقل t = 0.02 m در استفاده از معادله (۵-۱۰)

برای حاصل به تنش برشی متوسط در انتقال داریم

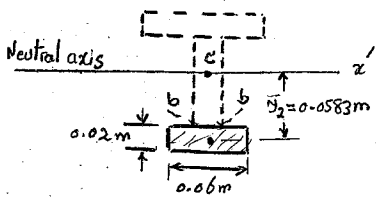
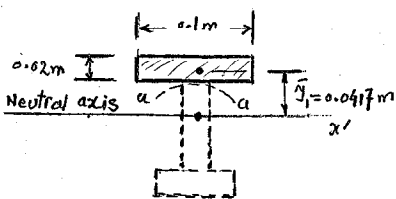
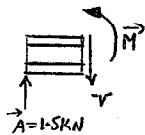
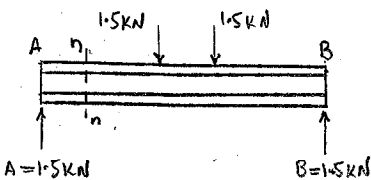
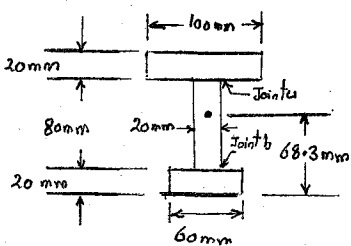
$$\tau_{ave} = \frac{VQ}{It} = \frac{(1500 \text{ N})(83.4 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(86.3 \times 10^{-6} \text{ m}^4)(0.02 \text{ m})} = 725 \text{ kPa}$$

تنش برشی در انتقال b-b. با عبور مقطع b-b در اتصال صیقل

زیر مقطع داریم:

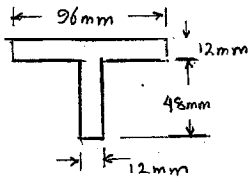
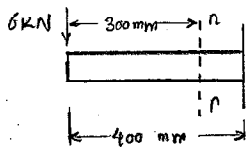
$$Q = A\bar{y}_2 = [(0.06 \text{ m})(0.02 \text{ m})](0.0583 \text{ m}) = 70 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\tau_{ave} = \frac{VQ}{It} = \frac{(1500 \text{ N})(70 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(86.3 \times 10^{-6} \text{ m}^4)(0.02 \text{ m})} = 608 \text{ kPa}$$



(مسئله ۵)

مسئله ۵-۲) یک قطعه از آهن دلا، مقطع I شکل را در شکل زیر در یک تکیه نیز در صورتی که در آن نیروی عمودی وارد می شود. مطلوب است: حداکثر تنش برشی در مقطع n-n.



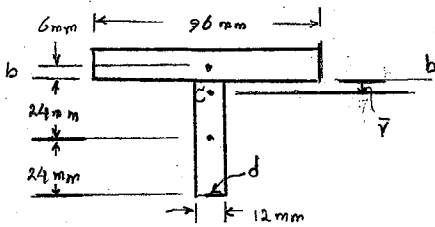
(باخ)

محور فرضی - فرضی از مرکز جرم به مقطع عبور می آید. با استفاده از b-b می توانیم یک محور مرجع را انتخاب کنیم. ابتدا نسبت به سمت پایین داریم:

$$\bar{Y} = \frac{\sum AY}{\sum A} = \frac{(96 \text{ mm})(12 \text{ mm})(-6 \text{ mm}) + (48 \text{ mm})(12 \text{ mm})(24 \text{ mm})}{(96 \text{ mm})(12 \text{ mm}) + (48 \text{ mm})(12 \text{ mm})}$$

$$= \frac{6912 \text{ mm}^3}{1728 \text{ mm}^2} = 4.0 \text{ mm}$$

نسبت این مرکز - با استفاده از قضیه پارالل (مولر)



$$I = \frac{1}{12} (96 \text{ mm})(12 \text{ mm})^3 + (96 \text{ mm})(12 \text{ mm})(6 \text{ mm} + 4 \text{ mm})^2$$

$$+ \frac{1}{12} (12 \text{ mm})(48 \text{ mm})^3 + (12 \text{ mm})(48 \text{ mm})(24 \text{ mm} - 4 \text{ mm})^2$$

$$I = 470 \times 10^3 \text{ mm}^4 = 470 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

الف) تنش در حداکثر. در مقطع n-n حداکثر تغییرات است.

$$M = (6 \text{ kN})(0.3 \text{ m}) = 1800 \text{ N}\cdot\text{m}$$

حداکثر تنش در درجه d. چون در این نقطه d = 48 mm - 4 mm = 44 mm

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I} = \frac{(1800 \text{ N}\cdot\text{m})(0.044 \text{ m})}{(470 \times 10^{-9} \text{ m}^4)} \quad \sigma_m = 166.5 \text{ MPa}$$

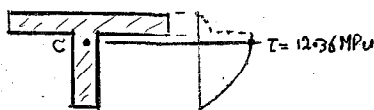
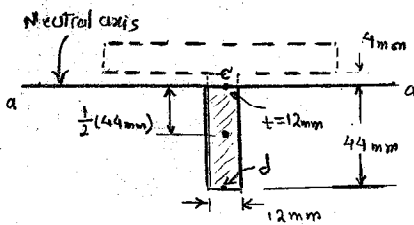
ب) تنش برشی حداکثر. حداکثر تنش برشی در مرکز جرم است. در این مقطع چنانچه در مرکز جرم داریم. حداکثر تنش برشی در این مقطع است. به عبارت دیگر در مرکز جرم به مقطع a-a در مرکز جرم به مقطع را بدو

تقسیم می کنیم. با انتخاب سمت زیر مقطع a-a داریم:

$$Q = [(44 \text{ mm})(12 \text{ mm})] \frac{44 \text{ mm}}{2} = 11.62 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 11.62 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

با توجه به اینکه $V = 6 \text{ kN}$ و $t = 12 \text{ mm}$ داریم:

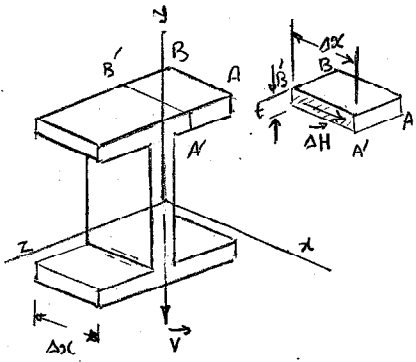
$$\tau_m = \frac{VQ}{It} = \frac{(6000 \text{ N})(11.62 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(470 \times 10^{-9} \text{ m}^4)(0.012 \text{ m})} = 12.36 \text{ MPa}$$



distribution of shearing stresses

(فصل ۵)

۵-۸. Shearing stresses in thin-walled Members



ش ۵-۲۱

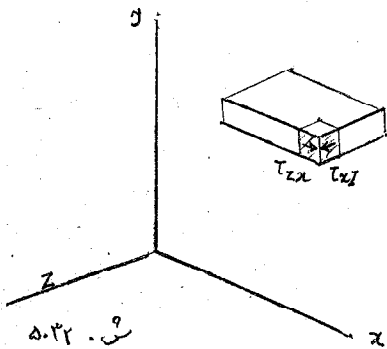
۵-۸. تنش برشی در عضوهای نازک و پهن. معادله (۵-۸) برای تعیین تنش برشی q در برشی طولی از عضو تحت تأثیر بارگذاری عرضی در مقطع تقارن عمودی و یک برود. این بیان معنی است که کاربرد معادله (۵-۱۰) بطور ویژه بر آن گسست می آید. در مقدار مثال همزیستی بر طول Δx یک ستبر با این معادله (ش ۵-۲۱) در نظر گرفته می شود. τ نیروی برشی عمودی در مقطع عرضی می باشد. از نظر گشتش تک $ABBA$ در یک برشی Δx و نیروی برشی انقی ΔH روی برشی (ش ۵-۲۱) بصورت زیر بیان می شود:

$$\Delta H = q \Delta x \quad (5-17)$$

در چنانچه q در یک برشی در امتداد بریده شده می باشد. q بصورت $q = \tau \Delta x$ معادله (۵-۸) در تقسیم و این معادله بر سطح $\Delta A = t \Delta x$ حاصل می شود:

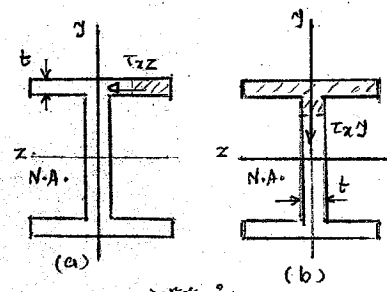
$$\tau_{ave} = \frac{VQ}{It} \quad (5-10)$$

در حین آنکه τ_{ave} یک گشتش متساوی است تنش برشی τ_{xz} روی لبه عمودی برشی است. بنابراین در حین ضخامت t یک گشتش τ_{xz} بصورت متغیر است. در نظر گرفتن $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ (ش ۵-۲۲) با استفاده از اصل بقا می توان گفت که تنش برشی در هر نقطه از مقطع عرضی یک برشی معادله (۵-۱۰) است. q در یک برشی q مقدار اول سطح حاصل از زده شده حول گشتش (ش ۵-۳۳) است.

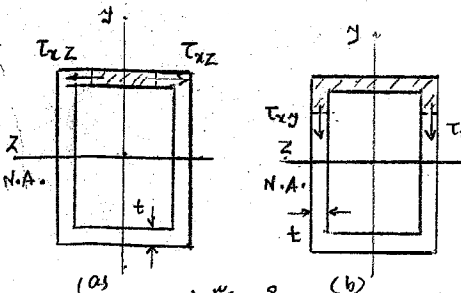


ش ۵-۲۲

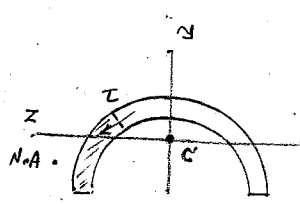
تغییرات نسبی در بخش ۵-۱۰ که بر روی مؤلفه عمودی q تنش برشی در یک برشی است (ش ۵-۳۳). معادله (۵-۱۰) برای تعیین تنش برشی در دیگر اعضا و حدانزک مانند تیر خمیده (ش ۵-۳۴) و نیم دایره (ش ۵-۳۵) می تواند به کار رود. در هر یک از آن اعضا در صورتی که تقارن محض حاصل می شود. در حالت برشی استی عمود بر سطح عضو است. معادله (۵-۱۰) مؤلفه تنش برشی در جهت مسک بر سطح را مشخص می کند. (در هر یک از این موارد از اصل بقا در هر یک از این موارد استفاده می شود.)



ش ۵-۲۳



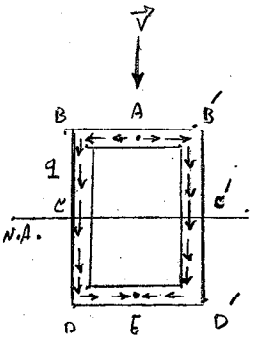
ش ۵-۲۴



معادله معادلات (۵-۸) و (۵-۱۰) در هر یک از این موارد حاصل می شود. تنش برشی q در یک نقطه بصورت $q = \tau \Delta x$ در هر یک از این موارد استفاده می شود.

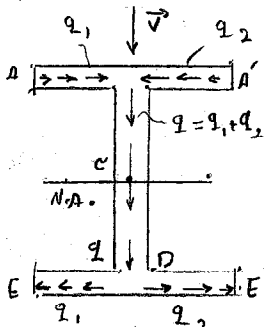
(فصل ۵)

نسبت α مقدار لغزش است که در اندامی حاصل شود. در حالت تیر صیقلی که مقدار لغزش در دو سر آن صفر است (رنگ ۵-۳۶) تیر بود که از مقدار صغیر در A حاصل شود در C روی تیر فشرده افزایش می یابد و در نقطه E به مقدار کافی می رسد. توجه داشته باشید که تغییرات ناگهانی در مقدار q در غیر الزامی است. ما B, D, B, D را به عنوان آرپی جی q در سمت راستی مقطع ملاحظه می کنیم که برامتی لغزش متغیری را در هر دو سر ما است. در حالت



(ش ۵-۳۶) تغییرات q در مقطع تیر صیقلی

یک تک چین (رنگ ۵-۳۷) مقدار q در سمت AB و CD یک بالای عبارت q تغییر می یابد. همچنین در نقطه B بر روی تیر مقدار q از ترکیب دو مقدار q یک است که $q = q_1 + q_2$ است. به مقدار حاصل که در C روی تیر q حاصل می شود در D مجدداً به سمت برعکس می آید. به همین جهت می شود. q در هر دو سر بر واحد طول است. q در این افقی به جهت برین جهت است و در یک کانال به این جهت است. در صورتی که در هر دو سر q در هر دو سر اعمال هر دو جهت در آن عضو بود. در حالت عضوی در هر دو سر q مانند مقطع تیر q یک چین (رنگ ۵-۳۳) q تیر مقطع توطی شکل (۵-۳۴) در

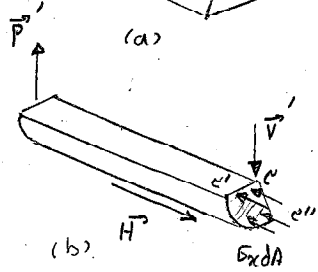
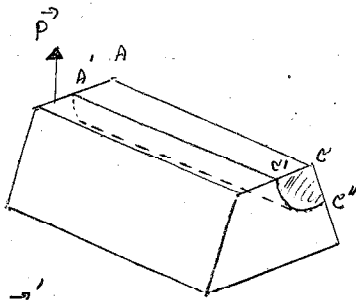


(ش ۵-۳۷) تیر تک چین

باری که بار از سطح عبور کند به دو طرف در حال در هر دو طرف مقطع توزیع می شود. هر دو جهت می باشد که عضو در هر دو طرف آن متناسب خواهد بود و تنش برین متناسب با بار q است. همانطوریکه در بخش ۵-۱۰ خواهیم دید اصل جمع انرژی ما برای تعیین تنش q بسیار مهم بود.

در صورتی که عضو q در هر دو طرف متناسب با این دلایلی که گفته شد است که نیرو وارد بر این سطح از آن عبور نماند. در هر دو طرف q در هر دو طرف متناسب با این دلایلی که گفته شد است که نیرو وارد بر این سطح از آن عبور نماند. تعیین q در هر دو طرف متناسب با این دلایلی که گفته شد است که نیرو وارد بر این سطح از آن عبور نماند. تعیین q در هر دو طرف متناسب با این دلایلی که گفته شد است که نیرو وارد بر این سطح از آن عبور نماند.

(شکل ۵)



(شکل ۵-۲۷)

۵-۷ نیروی برشی در یک برش افقی

در بخش ۵-۴ تیر را که گیردار AB تحت تأثیر بار P در سر آزادش درجه اول قرار دادیم. آن نیروی برشی H در یک مقطع افقی تحت AC تیر برسی شد. اکنون برش افقی را در تیر A'C'E' قرار می‌دهیم.

در شکل ۵-۲۷ (الف) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۷ (ب) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم.

تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۷ (الف) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۷ (ب) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم.

$$b_x dA = - \frac{Pxy}{I} dA$$

با در نظر گرفتن $\sum F_x = 0$ در معادله بخش (۵-۳) را می‌توانیم به دست آوریم:

$$H - \int \frac{Pxy}{I} dA = 0 \quad (5-4)$$

پس برای H داریم:

$$H = \frac{PQ}{I} x \quad (5-4)$$

در شکل ۵-۲۸ تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۸ (الف) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۸ (ب) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم.

در شکل ۵-۲۸ (الف) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۸ (ب) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۸ (ج) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم.

$$q = \frac{VQ}{I} \quad (5-8)$$

در شکل ۵-۲۸ (ج) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۸ (د) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم.

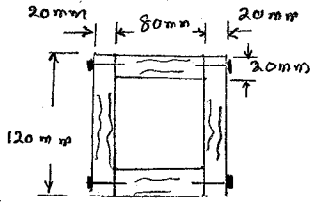
مثال ۵-۲ یک تیر با مقطع مستطیلی از دوختن چوب ۲۰x۸۰mm و دوختن چوب ۲۰x۱۲۰mm که به هم چسبانده شده اند

شکل ۵-۲۹ (الف) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۹ (ب) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۹ (ج) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم.

در شکل ۵-۲۹ (الف) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۹ (ب) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۹ (ج) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم.

در شکل ۵-۲۹ (د) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم. در شکل ۵-۲۹ (ه) تیر را که گیردار است در تیر آزادیم.

مسئله ۵



(شکل - ۱۵۹)

اندامه اول (۱-۲) $A = \bar{A} = (0.02m)(0.08m)(0.05m) = 80 \times 10^{-6} m^3$

با توجه به اینکه مساحت اینتره بر روی یک ضلع q حول محور فرضی مرکز A $I = \frac{1}{12} a^4$ قرار می‌گیرد، مقدار q را

$I = \frac{1}{12} (0.12m)^4 - \frac{1}{12} (0.08m)^4 = 13.87 \times 10^{-6} m^4$

با جایگزینی در معادله (۱-۸) مقدار q را

$q = \frac{V A}{I} = \frac{(1200N)(80 \times 10^{-6} m^3)}{13.87 \times 10^{-6} m^4} = 6920 N/m$

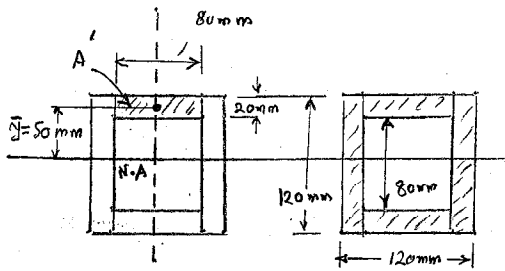
در سیکل هم تیر و هم تخته بالایی نسبت به هم عمودیکه با یکدیگر متعام هستند

در این صورت تیرها را برابر کرده و در تخته اعمال می‌شود. تیرها بر دایره قرار

دارند. برابر $q = \frac{1}{2} (6920 N/m) = 3460 N/m$ خواهد بود. در سیکل متعام

بین میوه $30 mm$ است، تیرها بر روی هم در میخ

$F = (0.03m)(3460 N/m) = 103.8 N$

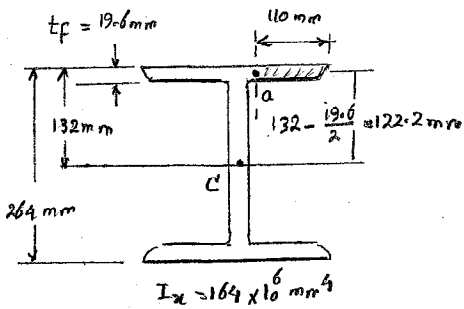


(a)

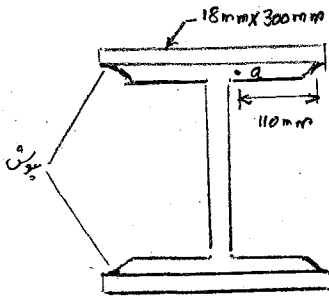
(شکل - ۱۶۰)

(b)

(فصل ۳)

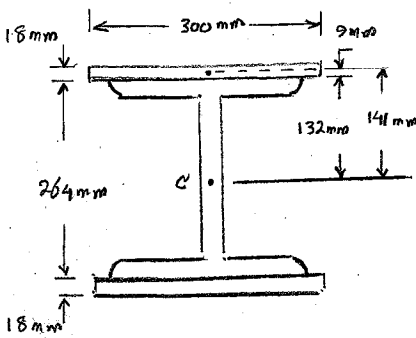


شکل سازه ۳-۵) نیروی برشی ۲۵۰ kN در یک W250x10 تیر فولادی
نورد شده مطرب نشی برشی آنست در بانک بالای در یک نقطه a در
موقعیت ۱۱۰ mm از لبه تیر. مشخصه هندسی مقطع در زمینه C به صورت
پایخ (ت) حاصل کرده شده بانک را بر سینه برشی طولی خواصین در نقطه a
یگزدرد حدای لیست.



$$Q = (110 \text{ mm}) (19.6 \text{ mm}) (122.2 \text{ mm}) = 263.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 263.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{(250 \text{ kN}) (263.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(164 \times 10^{-6} \text{ m}^4) (0.0196 \text{ m})} \quad \tau = 20.5 \text{ MPa}$$



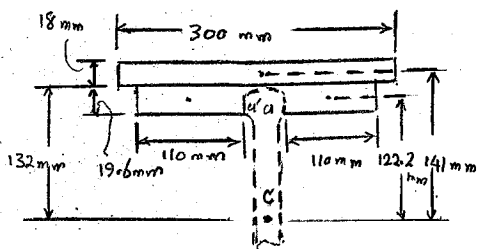
شکل سازه ۴-۵) همانند ۳-۵ در فرض باشد که در تیر به اینر ۱۸x300 mm
به بالای پایش تیر در گوشه ها جوش زده است.

پایخ (ت) برای محاسبه بانک تیر گشت در اینر به عبارت است که:

$$I = 164 \times 10^6 \text{ mm}^4 + 2 \left[\frac{1}{12} (300 \text{ mm}) (18 \text{ mm})^3 + (300 \text{ mm}) (18 \text{ mm}) (141 \text{ mm})^2 \right]$$

$$I = 379 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 379 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

دقیقه صرفت بالای پایش به بانک در محل جوش متصل باشند برای تعیین نشی برشی
در a مقطعی در بانک در محل a بین بانک و سینه عبور داره که در دو بعبار تقارن
از محل a در بانک گزدرد.



برای کرده حاصل سینه برشی حدای به دلریم:

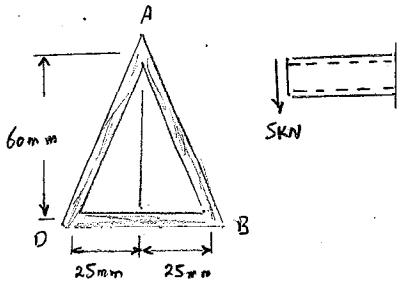
$$t = 2 t_f = 2 (19.6 \text{ mm}) = 39.2 \text{ mm} = 0.0392 \text{ m}$$

$$Q = 2 [(110 \text{ mm}) (19.6 \text{ mm}) (122.2 \text{ mm})] + (300 \text{ mm}) (18 \text{ mm}) (141 \text{ mm})$$

$$Q = 1.288 \times 10^6 \text{ mm}^3 = 1.288 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

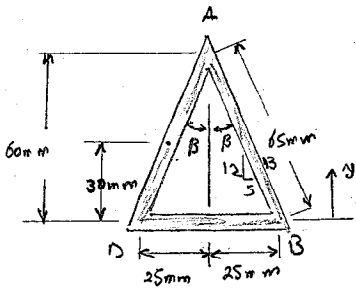
$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{(250 \text{ kN}) (1.288 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{(379 \times 10^{-6} \text{ m}^4) (0.0392 \text{ m})} \quad \tau = 21.7 \text{ MPa}$$

(فصل ۹)



ساده سوزن ۵-۵) یک تیر با دهانه نامرکز از جنس آلومینیوم در آن حالت
 یک $33 \times 3 \text{ mm}$ که در آنست که نیروی برشی در تیر 5 kN است مطابق
 البته استن برشی در A - حد اکثر استن برشی در تیر

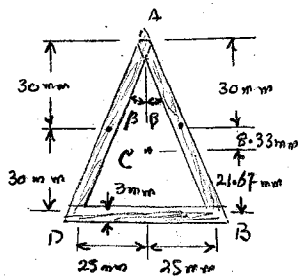
توی: ابعاد دهانه سه بر حسب این سطح دایره ای سطح دایره ای تیر است



$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}A}{\sum A} = \frac{2[(65 \text{ mm})(3 \text{ mm})(30 \text{ mm})]}{2[(65 \text{ mm})(3 \text{ mm})] + (50 \text{ mm})(3 \text{ mm})}$$

$$\bar{y} = 21.67 \text{ mm}$$

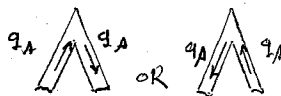
توی استن برشی - در ضلع تیر چنانچه دهانه نامرکز از جنس آلومینیوم در آن
 برای محاسبه I_{nn} دهانه سه $I_{nn} = bh^3/12$ در راسته محور مرکز جرم سه



$$b = (3 \text{ mm}) / \cos \beta = (3 \text{ mm}) (12/13) = 3 \times 25 \text{ mm}$$

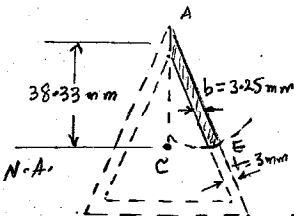
$$I = \sum (\bar{I} + A d^2) = 2 \left[\frac{1}{12} (3 \times 25 \text{ mm}) (60 \text{ mm})^3 + (3 \times 25 \text{ mm}) (60 \text{ mm}) (8 \times 33)^2 \right]$$

$$+ \left[\frac{1}{12} (50 \text{ mm}) (3 \text{ mm})^3 + (50 \text{ mm}) (3 \text{ mm}) (21.67 \text{ mm})^2 \right]$$



$$I = 214.6 \times 10^3 \text{ m}^4$$

$$I = 0.2146 \times 10^6 \text{ m}^4$$



آنها استن برشی در A - اگر استن برشی τ_A در A است و چون عبارت از برشی دهانه

$\tau_A = \tau_A +$ دلایل است در یک دهانه سه سه. اما سطح تجمع را از آنجا

حرکت خطی عمود کنتر A که در مقادیر آن سه و بر این جهت برشی نیز استی معادل است

تقسیک در این جهت معادل سه است در سه صورت نتیجه آنست که $\tau_A = 0$

() تقسیک ضعیف برآورد سه سه، حداکثر استن برشی در هر جهتی انتقال است که τ_{max} است. تقسیک دهانه

تسن برشی در A صفر است معقول در ابتدای خط زمین ک (اره سه برشی در سن سه وقت خط زمین را حد و نظر که سن سه

بمنظر تقسین حداکثر استن برشی در یک جهتی برشی عمود بر ضلع در نظر که سن سه که $t = 3 \text{ mm}$

$$Q = [(3 \times 25 \text{ mm})(38 \times 33 \text{ mm})] \left(\frac{38 \times 33 \text{ mm}}{2} \right) = 2387 \text{ mm}^3$$

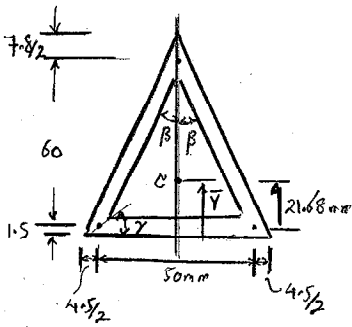
$$Q = 2.387 \times 10^3 \text{ m}^3$$

$$\tau_E = \frac{VQ}{It} = \frac{(5 \text{ kN})(2.387 \times 10^3 \text{ m}^3)}{(0.2146 \times 10^6 \text{ m}^4)(0.003 \text{ m})}$$

$$\tau_{max} = \tau_E = 18.54 \text{ MPa}$$

(فصل ۵)

حل مسئله شماره ۵-۵ روش رسم تعیین مرکز سطح



$$\bar{Y} = \frac{A_1 \bar{Y}_1 - A_2 \bar{Y}_2}{A_1 - A_2}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} (60 + 5 \cdot 4) (50 + 4 \cdot 5) = 1782.15 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{1}{2} (60 - 5 \cdot 4) (50 - 4 \cdot 5) = 1242.15 \text{ mm}^2$$

$$\bar{Y}_1 = \frac{(60 + 5 \cdot 4)}{3} = 21.8 \text{ mm}$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{(60 - 5 \cdot 4)}{3} + 3 = 21.2 \text{ mm}$$

$$\rightarrow \bar{Y} = 23.18 \text{ mm} \quad \text{نقطه مرکز سطح} \quad \rightarrow \bar{Y} = 23.18 - 1.5 = 21.68 \text{ mm} \quad \text{نقطه مرکز سطح کوچک}$$

$$\tan \beta = \frac{25}{60} \rightarrow \beta = 22.62^\circ$$

$$\gamma = \frac{90 - \beta}{2} = 33.69^\circ$$

تعیین مرکز سطح استریک مرکز

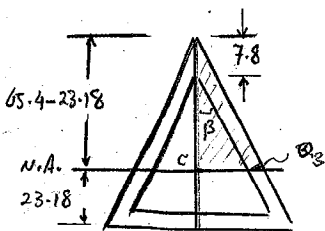
$$I = I_1 - I_2$$

$$I_1 = \frac{1}{36} (54 \cdot 5) (65 \cdot 4)^3 + \frac{1}{2} (54 \cdot 5) (65 \cdot 4) (23.18 - 21.8)^2 = 426.395 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = \frac{1}{36} (50 \cdot 4 \cdot 5) (60 - 5 \cdot 4)^3 + \frac{1}{2} (50 \cdot 4 \cdot 5) (60 - 5 \cdot 4) (23.18 - 21.2)^2 = 210.538 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$\rightarrow I = 0.215857 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

تعیین نگرش سطح



$$Q = Q_1 - Q_2 - Q_3$$

$$Q_1 = \frac{1}{2} (65.4 - 23.18) [(65.4 - 23.18) \tan \beta] \left[\frac{1}{3} (65.4 - 23.18) \right]$$

$$Q_2 = \frac{1}{6} (65.4 - 23.18)^3 \tan \beta$$

$$Q_3 = \frac{1}{6} [(65.4 - 23.18) - 7.8]^3 \tan \beta$$

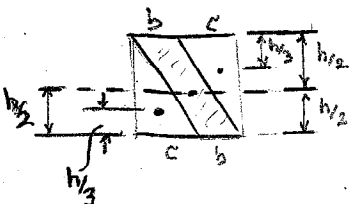
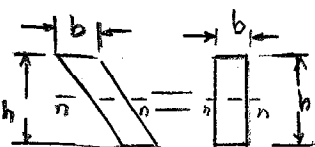
$$Q_3 = \frac{1}{6} (3)^3 \tan \beta \sin \beta = 0.733 \text{ mm}^3$$

$$Q = 2.415 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

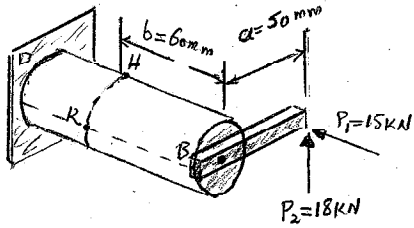
* منتهی در صورتی که دادند:

$$I = \frac{1}{12} (b+c) h^3 - 2 \left[\frac{1}{36} c h^3 + \frac{1}{2} c h \left(\frac{h}{2} - \frac{h}{3} \right)^2 \right]$$

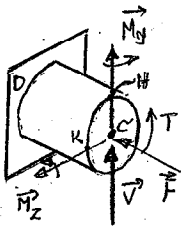
$$\rightarrow I = \frac{1}{12} b h^3$$



فصل ۳



مثال ۲-۵) نیروهای P_1 و P_2 به مقدار $P_1 = 15kN$ و $P_2 = 18kN$ به انتهای A میل AB مطابق شکل اعمال می‌گردد. در انتهای A عضو استوارده شکل BD به ارتفاع $a = 20mm$ جوش زده است. در راستای ناصبه A تا محور عضو BD برابر $BD = 50mm$ باشد. مطلوب است: محاسبه عسره و برشی در نقاط H و K مقطع عرضی عضو BD در محل ناصبه $60mm$ از انتهای B و فرض شود که آنتها زیر حد تسلیم بار نباشند.



پاسخ: نیروها دافعی در بخش HK استوارند. ابتدا نیروهای P_1 و P_2 را بر میل بسته معادله نیروی دگرگونی و اوج در نقاط H (بر مرکز جابجایی) و K (به مرکزین H کنیم). این بسته گذشت میل نیروها را دافعی و تقاطع H است.

۱- نیروی محور مرکز F برابر P_1 است.

$$F = P_1 = 15kN$$

۲- نیروی برشی V برابر P_2 است.

$$V = P_2 = 18kN$$

۳- گوی بیجه T برابر گشت در P_2 حول محور عضو BD :

$$T = P_2 a = (18kN)(50mm) = 900 N \cdot m$$

۴- گوی فیزی M_y و M_x استوار M_y برابر گشت در P_1 حول محور عمودی در H است:

$$M_y = P_1 a = (15kN)(50mm) = 750 N \cdot m$$

۵- گوی فیزی M_z استوار M_z برابر گشت در P_2 حول محور افقی در H است:

$$M_z = P_2 b = (18kN)(60mm) = 1080 N \cdot m$$

هریک از این نیروها در گویها تولید گشتها که عمود بر برشی در نقاط H و K از تقاطع H استوارند. در H با حساب معادله حرکت از گشتها M_y و M_z در جهت گشتها عمود با هم رشتها برشی V و T در هر یک از این دو نقطه H استوارند. ابتدا محاسبه هندسی مقطع را به شکل زیر می‌کنیم:

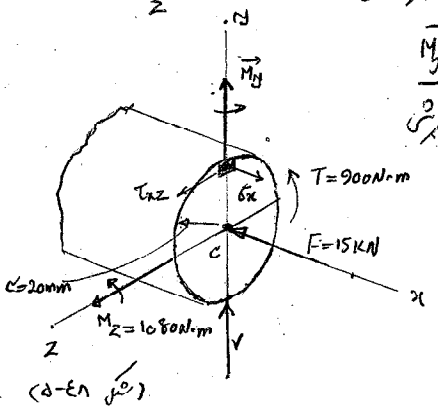
$$A = \pi c^2 = \pi (0.02m)^2 = 1.257 \times 10^{-3} m^2$$

$$I_y = I_x = \frac{1}{4} \pi c^4 = \frac{1}{4} \pi (0.02m)^4 = 125.7 \times 10^{-9} m^4$$

$$I_c = \frac{1}{2} \pi c^4 = \frac{1}{2} \pi (0.02m)^4 = 251.3 \times 10^{-9} m^4$$

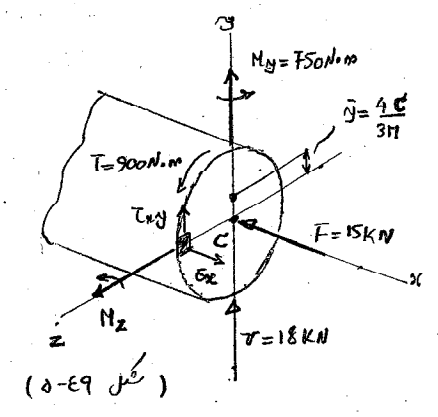
(مسئله ۵)

اطلاعات (۳-۲) شامل: تنش در نقطه H در راستای عمودی σ_x در H در سطح عمودی برکلی F در راستای M_z وجود دارد. تنش برشی τ_{xy} در نقطه H در سطح عمودی T در راستای M_y از زوایای دیگر است در M_y هیچ نوع تنش عمودی ایجاد نمی‌شود. در یک نقطه H روی محور فنی ستانم در سطح عمودی T تنش برشی در H ایجاد نمی‌شود. در H در M_z مقطع در سطح عمودی. برای تعیین علامت در هر راستای باید از شکل نشان گرفت:



$$\sigma_x = (\sigma_x)_{centric} + (\sigma_x)_{bending} = -\frac{F}{A} + \frac{M_z c}{I_z}$$

$$= -\frac{15kN}{1.257 \times 10^{-3} m^2} + \frac{(1080 N \cdot m)(0.02 m)}{125.7 \times 10^{-9} m^4} = -11.9 MPa - 171.9 MPa = -183.8 MPa$$

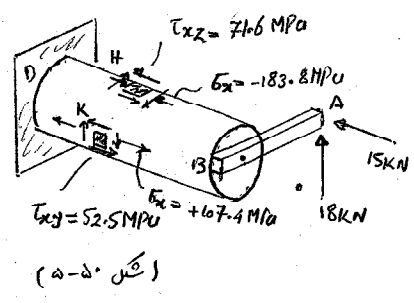


$$\tau_{xz} = (\tau_{xz})_{twist} = \frac{Tc}{J} = \frac{(900 N \cdot m)(0.02 m)}{251.3 \times 10^{-9} m^4} = 71.6 MPa$$

تنش در K - تنش در سطح عمودی σ_x در نقطه K ایجاد می‌شود. F در سطح عمودی M_y و تنش برشی τ_{xy} ایجاد می‌شود. T در سطح عمودی M_z در سطح عمودی (شکل ۴-۲)

$$\sigma_x = -\frac{F}{A} + \frac{M_y c}{I_y} = -11.9 MPa + \frac{(750 N \cdot m)(0.02 m)}{125.7 \times 10^{-9} m^4}$$

$$= -11.9 MPa + 119.3 MPa = +107.4 MPa$$



بنابراین تنش برشی ناشی از T به سمت σ_x در سطح a تغییر می‌کند. τ_{xy} ایجاد می‌شود.

نقطه H یک نیم دایره $J = \frac{4c^3}{3\pi}$

$$\alpha = A' J = \left(\frac{1}{2} \pi c^2\right) \left(\frac{4c^3}{3\pi}\right) - \frac{2}{3} c^3 = \frac{2}{3} (0.02 m)^3 = 5.33 \times 10^{-6} m^3$$

$$t = 2c = 2(0.02 m) = 0.04 m$$

$$(\tau_{xy})_y = +\frac{V \alpha}{I_z t} = +\frac{(18 \times 10^3 N)(5.33 \times 10^{-6} m^3)}{(125.7 \times 10^{-9} m^4)(0.04 m)} = +19.1 MPa$$

با توجه به تنش برشی ناشی از پیوسته داریم:

$$\tau_{xy} = (\tau_{xy})_y - (\tau_{xy})_{twist} = +19.1 MPa - 71.6 MPa = -52.5 MPa$$

این تنش برشی H و K روی سطح عمودی برکلی نشان داده شده‌اند. تنش در نقطه H در سطح عمودی T در سطح عمودی M_z در سطح عمودی.

(فصل ۹)

مثال ۲-۵) سازه پیرامون در نقاط A، B، C، D یک عضو گدازه صغیری اتصال می‌گردد. هر این مقطع افقی معتمد 40x40 mm در صورت تطبیق در ملاحظات تنش‌های عمودی در برشی در نقطه H.

پایه (سخت) نیز در آن‌ها دافعی در مقطع EFG. سازه در این سازه در این مقطع در مرکز این سطح (C) حداکثرین می‌باشد. داریم:

$$N_x = -30 \text{ kN} \quad P = 50 \text{ kN} \quad N_z = -75 \text{ kN}$$

$$M_x = (50 \text{ kN})(0.13 \text{ m}) - (75 \text{ kN})(0.2 \text{ m}) = -8.5 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_z = (30 \text{ kN})(0.1 \text{ m}) = 3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

حوله محور Z در این محاسبه وجود ندارد. خصوصیت هندسی مقطع تطبیق عبارتند از:

$$A = (0.04 \text{ m})(0.14 \text{ m}) = 5.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$I_x = \frac{1}{12} (0.04 \text{ m})(0.14 \text{ m})^3 = 9.15 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{12} (0.14 \text{ m})(0.04 \text{ m})^3 = 0.747 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

تنش عمودی در H: در این نقطه تنش عمودی و یک نیروی برشی در آن P در سازه در آن

مغز Mx و My در محور Z نیز. برای تعیین علامت هر دو در وقت سازه در این سازه در آن

$$\begin{aligned} \sigma_y &= +\frac{P}{A} + \frac{M_z a}{I_z} - \frac{M_x b}{I_x} \\ &= \frac{50 \text{ kN}}{5.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2} + \frac{(3 \text{ kN}\cdot\text{m})(0.02 \text{ m})}{0.747 \times 10^{-6} \text{ m}^4} - \frac{(8.5 \text{ kN}\cdot\text{m})(0.025 \text{ m})}{9.15 \times 10^{-6} \text{ m}^4} \\ \sigma_y &= 893 \text{ MPa} + 80.3 \text{ MPa} - 230.2 \text{ MPa} \quad \sigma_y = 66 \text{ MPa} \end{aligned}$$

تنش برشی در H: ابتدا سازه برشی Vx را در نظر می‌گیریم. در صورت وجود σ = 0 است.

همه Z در سطح H روی لبه مقطع است. بنابراین Vx هیچگونه تنش برشی در H ایجاد نمی‌کند.

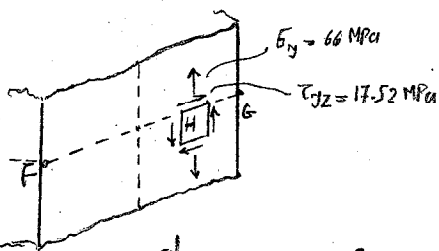
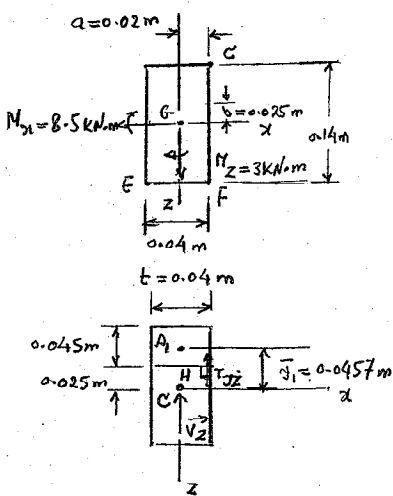
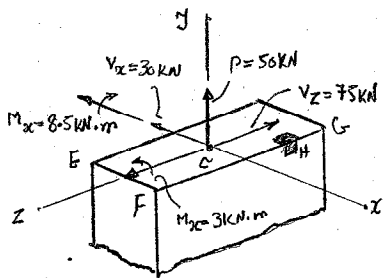
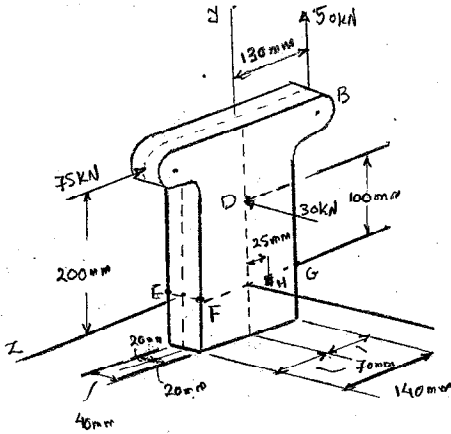
سازه برشی Vx تنش برشی در H صورت زنگ ایجاد می‌کند.

$$Q = A_1 \bar{y}_1 = [(0.04 \text{ m})(0.045 \text{ m})](0.0475 \text{ m}) = 85.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\tau_{yz} = \frac{V_x Q}{I_x t} = \frac{(75 \text{ kN})(85.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(9.15 \times 10^{-6} \text{ m}^4)(0.04 \text{ m})} \quad \tau_{yz} = 17.52 \text{ MPa}$$

خطای آن در آن نقطه بر H هم در H هم در H وجود است. در صورت وجود Vx تنش برشی روی لبه بالا ایجاد می‌کند.

تنش برشی Vx تنش برشی در H اتصال روی سطح ایجاد می‌کند.



(مسئله ۵)

شکل سزید ۷-۵ نیروی افقی ۲۰۵ kN در نقطه D میلک AB که در حالت اول

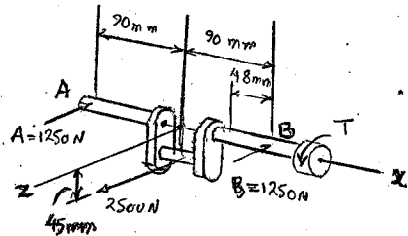
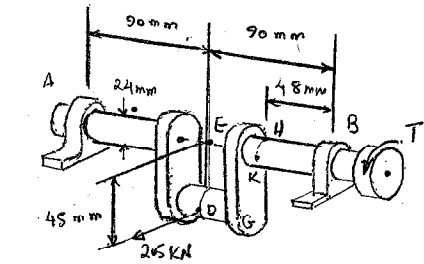
استای می باشد اثر آن بر نیروها عکس العمل در تکیه گاه A و B در جهت T

تعداد استای جسم را بخاطر ما می رسد اینم که در آنجا خود تنظیم می باشد

در اینجا در تکیه گاه را روی محور حاصل نش اینم. مطلوب است که عمود بر برشی در نقطه

H و K و J و I در امتداد قطرهای افقی و عمودک مقطع عرضی در ۴۸ mm از مرکز B

ترسب آزاد. ابعاد مترسب آزاد چگونگی میلک داریم:

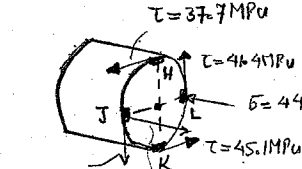
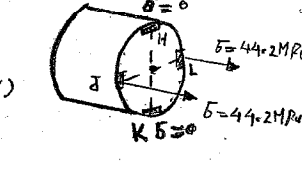
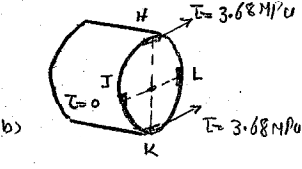
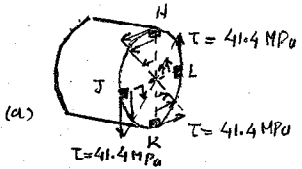
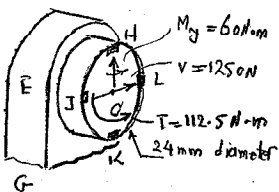


$$A = B = 1250 \text{ N}$$

$$\sum M_x = 0 : (-2500 \text{ N})(0.045 \text{ m}) + T = 0 \rightarrow T = 112.5 \text{ N.m}$$

نیروها در افقی در مقطع عرضی. ابعاد بزرگی نیروی B در جهت برشی استای نیرو کوپل

معادل در مرکز سطح مقطع عرضی H و J و K و L



$$V = B = 1250 \text{ N} \quad T = 112.5 \text{ N.m} \quad M_y = (1250 \text{ N})(0.045 \text{ m}) = 60 \text{ N.m}$$

حاصل شده هندسی ۲۴ mm قطر ۲۴ mm

$$A = \pi(0.012 \text{ m})^2 = 452 \times 10^{-6} \text{ m}^4 \quad I = \frac{1}{4} \pi(0.012 \text{ m})^4 = 16.29 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$c = 12 \text{ mm} = 0.012 \text{ m} \quad J = \frac{1}{2} \pi(0.012)^4 = 32.6 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

تجهه که نشی از کوپل پیچشی T. درجه به معادل (3.8) مطلوب است که برشی در نقطه H و K و J

$$\tau = \frac{Tc}{J} = \frac{(112.5 \text{ N.m})(0.012 \text{ m})}{32.6 \times 10^{-9} \text{ m}^4} = 41.4 \text{ MPa}$$

تجهه که در تکیه گاه بر پایه نیروی برشی V - نیروی برشی T استای برشی در نقطه J

در این ابعاد می باشد. در نقطه H و K لازم است ابتدا مقدار Q برای یک بند اولیه حول

قطر عمودک باشد که در دو جهت برشی تولید شده بر پایه نیروی V = 1250 N می باشد که در

این نشی در شکل (ط) استای داده شده است.

$$Q = \left(\frac{1}{2} \pi c^2\right) \left(\frac{4c}{3\pi}\right) = \frac{2}{3} c^3 = \frac{2}{3} (0.012 \text{ m})^3 = 1.152 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{(1250 \text{ N})(1.152 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(16.29 \times 10^{-9} \text{ m}^4)(0.024 \text{ m})} = 3.68 \text{ MPa}$$

نشی که تولید شده بر پایه کوپل چشی M. وقتی که کوپل در یک صفر افقی عمل می باشد این عامل نشی در H و K ایجاد کند

استفاده از معادله (کامپ) نشی که عمودک در نقطه J و I ایجاد می شود که در شکل (ط) داده شده است

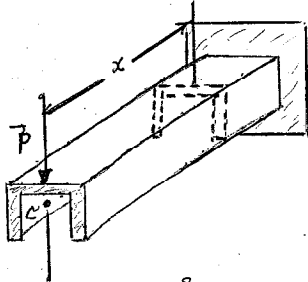
$$\sigma = \frac{Myc}{I} = \frac{(60 \text{ N.m})(0.012 \text{ m})}{16.29 \times 10^{-9} \text{ m}^4} = 44.2 \text{ MPa}$$

خطا. هیچ نشی که در داده شده است نشی که برشی عمودک می باشد را به دست آوریم. اکنون (د)

(مفصل ۵)

۵-۱۱) بارگذاری غیرمتقارن اجزای نازک جدار نازک، مرکز جرم و مرکز ثقل (Shear center) members, shear center

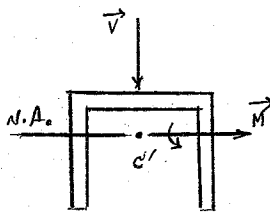
آنانچه تأثیر بارگذاری عرضی در بخش ۱-۵، ۹-۵ به اعضای با ضخیم تقارن عمودی محل اعمال بار مورد توجه کردیم. نتایج که در زیر بحث می‌کنیم در صورتی که بارگذاری غیرمتقارن (شکل ۵-۱۱) و هر مقطع که در شکل ۵-۱۱، ۵-۱۲ و شکل ۵-۱۳) به شکل یک پروفیل دوجوهری که در زیر بحث می‌کنیم، این دو پروفیل را می‌توانیم به شکل زیر در نظر بگیریم.



$$\bar{x} = -\frac{My}{I} \quad (4-14)$$

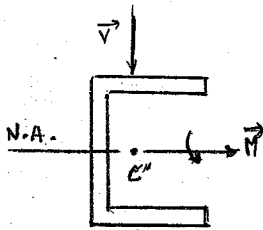
$$\tau_{ave} = \frac{VQ}{It} \quad (5-10)$$

(شکل ۵-۱۱)



$$(V=P, M=Px)$$

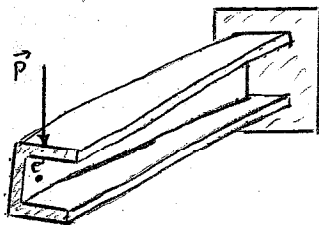
(شکل ۵-۱۲)



$$(V=P, M=Px)$$

(شکل ۵-۱۳)

در این بخش تأثیر بارگذاری عرضی در یک عضو نازک جدار نازک را بررسی می‌کنیم که در این بخش به صورت تقارن عمودی است. به عنوان مثال عضو کانالی شکل ۵-۱۱ که در شکل ۵-۱۱ در آن کرده است را در نظر می‌گیریم. خط عملکرد \vec{P} هم‌پوشانی از مرکز جرم مقطع است. در محل \vec{V} به صورت عمودی. بزرگترین M در محل \vec{V} در تقاطع دارد. به هم‌پوشانی در امتداد یکی از محورهای اصلی مقطع است (شکل ۵-۱۳). در فرضی برای محور مستقیم که در بخش ۳-۴ (۴-۱۴) معادله (۴-۱۴) به این شکل کار می‌گیرد و قابل استفاده برای تعیین تنشی عمودی در مقطع است. اگرچه معادله (۵-۱۰) برای تعیین تنشی در مقطع قابل استفاده نیز است. در اینجا این معادله برای عضو تقارن عمودی به دست آمده است. (بخش ۵-۸) در واقع عضو دوجوهری هم‌پوشانی تحت بارگذاری افکار شده می‌گردد. (شکل ۵-۱۴) و توزیع تنشی برشی نتایج کاملاً متفاوت از معادله (۵-۱۰) خواهد بود.

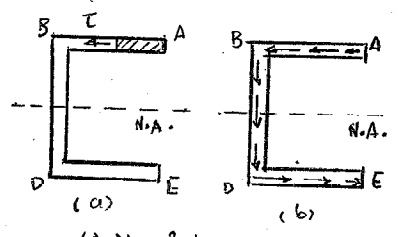


(شکل ۵-۱۴)

اینکه در این پروفیل به این دلیل که بار عمودی \vec{P} در جرم تقارن اعمال می‌گردد که تقارن جرمی بدون پیچش و لغزش می‌گردد. اگر فرض کنیم که \vec{P} اعمال می‌گردد؟ اگر عضو بدون پیچش هم‌پوشانی در امتداد معادله (۵-۱۰) برای تعیین توزیع تنشی داخل مقطع قابل استفاده خواهد بود. در اینجا \vec{V} از محل تقاطع تیغه به سمت جرم جرمی است (شکل ۵-۱۵). حالت بارگذاری کلی در بخش ۵-۱۰ بررسی می‌گردد. اما در اینجا ما از مرکز ثقل در تقارن به سمت جرم جرمی در امتداد معادله (۵-۱۰) در امتداد جرم تقارن تعیین می‌کنیم.

(فصل ۵)

و توزیع تنش مطابق شکل (۵-۵۵) است. $T=0$ در A و E
 توجه شود که نیروی برشی روی الیاف که مقطع $dA = t ds$ (رنگ روشن ۵-۵۵)
 برابر $dF = t dA = \tau ds$ است. $q = \tau t = \frac{VQ}{I}$ در طول برشی
 در نقطه مورد نظر است. برای نیروی برشی روی حبه یک بار AB



(شکل ۵-۵۵)

عضد نیروی برشی F (رنگ ۵-۵۶) معتدل می‌گردد

$$F = \int_A^B q ds \quad (۵-۲۱)$$

با افتادن سطح مقطع عضو حول محور فشرقی نیروی برشی یک پهن F'
 باعث معتدل نیروی F در حلال محبت این نیروی است. نتیجه آنست که

تجه نیروها برشی روی سطح BD برابر V در مقطع است

$$V = \int_B^D q ds \quad (۵-۲۲)$$

توجه شود که نیروی F و F' یک اندازه Fh در صورتیکه h
 فاصله بین خطارکزها یک باشد (رنگ ۵-۵۷) اگر این
 این دو خط از مرکز نیروی برشی V به سمت چپ یا راست باشد

رنگ در V در B برابر Fh است (رنگ ۵-۵۷) داریم

$$Ve = Fh \quad e = \frac{Fh}{V} \quad (۵-۲۳)$$

نتیجه می‌گیریم که وقتی F در فاصله e در سمت چپ خطارکز BD اعمال می‌گردد
 عضو در یک صفحه عمود بر صفحه بیضی خم می‌گردد (رنگ ۵-۵۸)

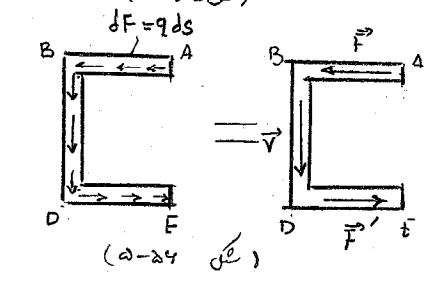
نقطه e خطارکز P محل تلاقی خطارکز در مقطع است که مرکز برش

(shear center) مقطع می‌باشد. توجه شود که در وضعیت اعمال بارهای P

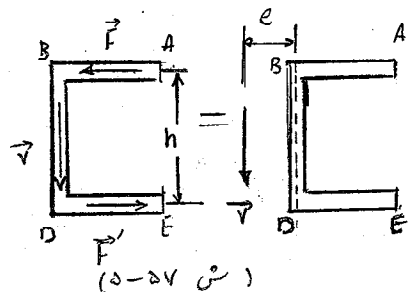
(رنگ ۵-۵۹) عضو می‌گردد پیچیده آزاد است اگر بار P در مرکز برش

مقطع اعمال گردد. علاوه بر P می‌تواند در P' (رنگ ۵-۵۹)

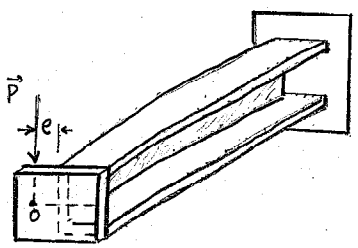
تجه می‌گردد در صورتیکه بار P در P' قرار گیرد (رنگ ۵-۵۸) می‌تواند از سبب پیچیده عضو می‌گردد.



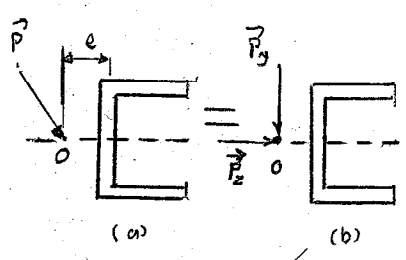
(شکل ۵-۲۴)



(شکل ۵-۲۷)



(شکل ۵-۵۸)



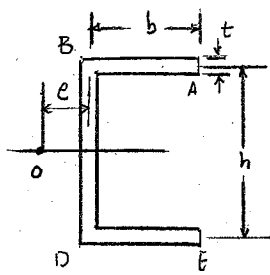
(شکل ۵-۵۹)

(مفصل ۵)

مسئله ۵-۴) مطلوب است که در بخش ۵ مقطع کانالی شکل مشخصات

رنگ ۵-۶) در این که $t = 3 \text{ mm}$, $h = 150 \text{ mm}$ و $b = 100 \text{ mm}$

پایه - عرض کانال که عمق آن به سبب ۱ است. اگر در بخش ۲ را در یک AB در یک در یک در یک
 بی از لبه A . رنگ ۵-۶) است. معادله معادله (۵-۸) در یک در یک در یک در یک در یک در یک در یک



(رنگ ۵-۶)

نسبت به محور خشی عمود است از $Q = (t)(h/2)$ می نویسیم

$$Q = \frac{VQ}{I} = \frac{Vsth}{2I} \quad (5-24)$$

در صورتیکه V برش عمود و I به ازای این مقطع است. اگر فرض کنیم که

در استوار از معادله (۵-۲۱) متغیر نیروی F را با یک AB استوار از یک در یک در یک در یک در یک در یک

$$F = \int_0^b q ds = \int_0^b \frac{Vsth}{2I} ds = \frac{Vth}{2I} \int_0^b s ds$$

$$F = \frac{Vthb^2}{4I} \quad (5-25)$$

نمونه از خط مرکز BD تا مرکز برش e در یک معادله (۵-۲۳) در یک در یک

$$e = \frac{Fb}{V} = \frac{Vthb^2}{4I} \frac{b}{V} = \frac{th^2b^2}{4I} \quad (5-26)$$

این (نیز) I مقطع کانالی شکل در یک معادله در یک در یک در یک

$$I = I_{web} + 2I_{flange}$$

$$= \frac{1}{12} th^3 + 2 \left[\frac{1}{12} bt^3 + bt \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right]$$

در وقت نرم t^3 که بسیار کوچک است. داریم

$$I = \frac{1}{12} th^3 + \frac{1}{2} tbb^2 = \frac{1}{12} th^2(6b + h) \quad (5-27)$$

با جایگزینی این معادله در (۵-۲۶) داریم

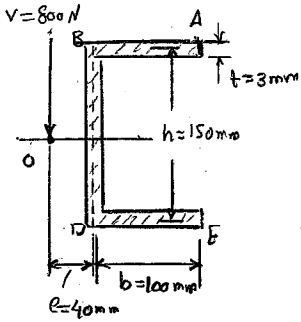
$$e = \frac{3b^2}{6b + h} = \frac{b}{2 + \frac{h}{3b}} \quad (5-28)$$

ملاحظه شود که مقدار e مستقل از t است و به سبب ۱ است. $\frac{h}{3b}$ از e $\frac{1}{2}$ تغییر می کند. برای
 مقطع داده شده

$$\frac{h}{3b} = \frac{150 \text{ mm}}{3(100 \text{ mm})} = 0.5$$

$$e = \frac{100 \text{ mm}}{2 + 0.5} = 40 \text{ mm}$$

(فصل ۵)



(شکل ۵-۴۲)

مثال ۵-۵) برای مقطع گانالی شکل در شکل ۵-۴۲ مطلوب است توزیع تنش کمر برشی شیب
 نیروی ۸۰۰ نیوتن عمود که در مرکز برش اعمال شده است (شکل ۵-۴۲)
 پاسخ - تنش در مرکز برش اعمال شده است و به دلیل وجود زوایا در کنار آنک AB
 به سبب معادله (۵-۲۶) مثل ۵-۴۲ را هم باید در نظر بگیریم

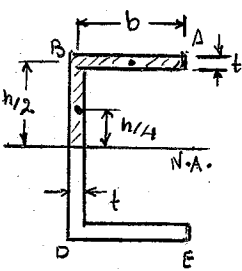
$$\tau = \frac{q}{E} = \frac{VQ}{It} = \frac{Vh}{2I} s \quad (۵-۲۹)$$

در این رابطه هم چون در مرکز برش در آنک AB است. در نظر گرفتن $s = b$ و
 همگونی برای I از معادله (۵-۲۷) معادله برشی در B است که داریم:

$$\tau_B = \frac{Vhb}{2(\frac{1}{12}th^2)(6b+h)} = \frac{6Vb}{th(6b+h)} \quad (۵-۳۰)$$

با جایگزینی $V = 800$ و استفاده از ابعاد داده شده داریم

$$\tau_B = \frac{6(800)(0.003)}{(0.003)(0.15)(6 \times 0.1 + 0.15)} = 1.422 \text{ MPa}$$



(شکل ۵-۳۱)

توزیع تنش در آن BD همگونی است و در مرکز برش در مرکز برشی شیب وجود دارد.
 برای به نظر آوردن به بالای مقطع به همگونی در مرکز برشی در شکل ۵-۴۳ داریم:

$$Q = bt(\frac{1}{2}h) + \frac{1}{2}ht(\frac{1}{4}h) = \frac{1}{8}ht(4b+h) \quad (۵-۳۱)$$

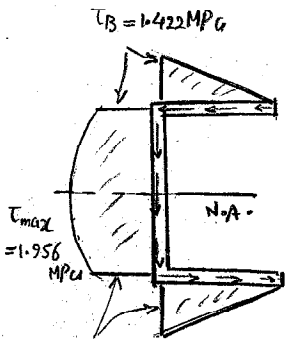
با جایگزینی برای I از معادله (۵-۲۷) در معادله (۵-۳۱) در معادله برشی داریم:

$$\tau_{max} = \frac{VQ}{It} = \frac{V(\frac{1}{8}ht)(4b+h)}{\frac{1}{12}th^2(6b+h)t} = \frac{3V(4b+h)}{2th(6b+h)}$$

با استفاده از ابعاد داده شده:

$$\tau_{max} = \frac{3(800)(4 \times 0.1 + 0.15)}{2(0.003)(0.15)(6 \times 0.1 + 0.15)} = 1.956 \text{ MPa}$$

توزیع تنش برشی در مقطع در شکل (۵-۴۴) شکل داده شده است.



$\tau_B = 1.422 \text{ MPa}$

(شکل ۵-۴۴)

(محل ۵)

مسئله ۵-۶) برای مقطع کانال ۴-۵، با محورهای موازی مرکز ثقل

مطابقت محاوره‌ای تنش برشی یکدیگر ۸۰۰ نیوتن بر متر عمودی

در مرکز سطح مقطع (شکل ۵-۴۵)

با ضخامت برش ۵ mm و شعاع ۴-۵ برابر با شعاع ۴۰ mm

سه وجه عمود بر یکدیگر است. با ضخامت برش ۵ mm (شکل ۵-۴۶)

در سطح مقطع عمود بر محور ۵-۶ در مرکز برش ۵ mm (شکل ۵-۴۷)

شکل برش ۵ mm، $V = 800 \text{ N}$ ، ترکیبی با مقدار

$$T = V(\bar{y}_C) = (800 \text{ N})(40 \text{ mm} + 29 \text{ mm}) = 55.2 \text{ N}\cdot\text{m}$$

برش ۵ mm، $V = 800 \text{ N}$ ، برش ۵ mm در مرکز برش ۵ mm

(شکل ۵-۴۸) که در مرکز ۵-۶ است. محاوره موازی مرکز ثقل

یکدیگر است.

$$(\tau_{\max})_{\text{bending}} = 1.956 \text{ MPa}$$

تورک T به وسیله محاسبه کردیم و توزیع تنش برشی در آن در شکل ۵-۴۹

نشان داده شده است. با توجه به این که این مقطع یک مقطع با ضخامت

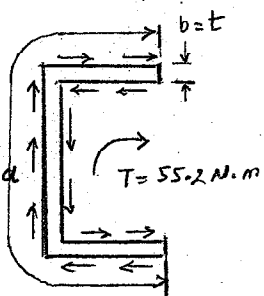
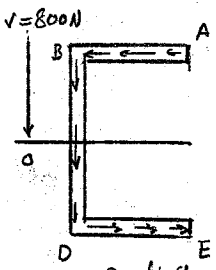
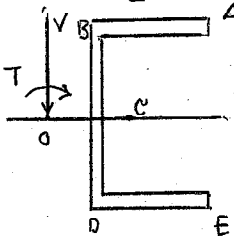
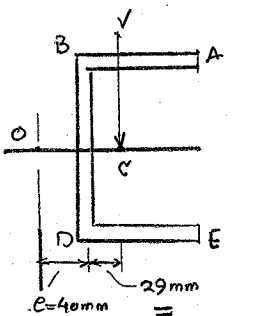
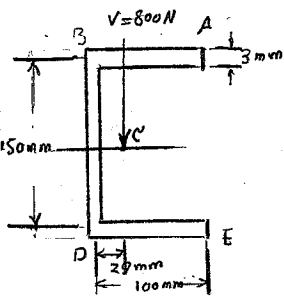
مساوی (membrane analogy) محاوره موازی مرکز ثقل است.

در این مقطع (۴-۵) در مرکز ۴-۵، در مرکز ۴-۵، در مرکز ۴-۵

$$a = 0.1 \text{ m} + 0.15 \text{ m} + 0.1 \text{ m} = 0.35 \text{ m}$$

$$b = t = 0.003 \text{ m}$$

$$(\tau_{\max})_{\text{Torsion}} = \frac{T}{c_1 a b^2} = \frac{55.2 \text{ N}\cdot\text{m}}{(0.333)(0.35 \text{ m})(0.003 \text{ m})^2} = 52.6 \text{ MPa}$$



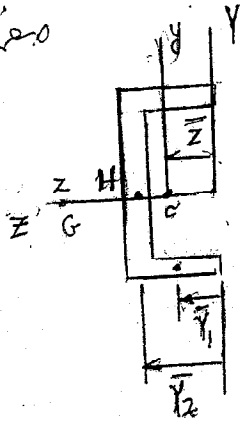
Torsion

(d)

محاوره موازی مرکز ثقل است. در این مقطع (۴-۵) در مرکز ۴-۵، در مرکز ۴-۵، در مرکز ۴-۵

$$\tau_{\max} = 1.956 \text{ MPa} + 52.6 \text{ MPa} = 54.6 \text{ MPa}$$

مسئله: ۱۹۹



$$\bar{Z} = \frac{2A_1\bar{Y}_1 + A_2\bar{Y}_2}{2A_1 + A_2}$$

کلمه دستگیر

$$\bar{Y}_1 = \frac{101.5}{2} \text{ mm}$$

$$A_1 = (101.5)(3)$$

$$\bar{Y}_2 = 100 \text{ mm}$$

$$A_2 = (150)(3)$$

$$\rightarrow \boxed{\bar{Z} = 71.19 \text{ mm}}$$

$$\rightarrow c_H = 28.81 \text{ mm}$$

$$\bar{Y}_1 = \frac{100}{2} \text{ mm}$$

$$A_1 = (100)(3)$$

کلمه دستگیر

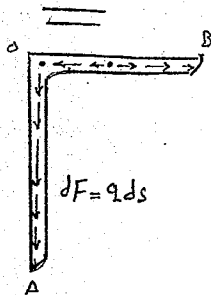
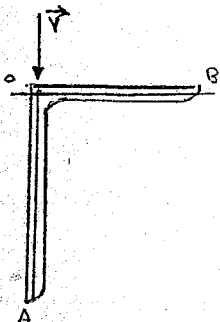
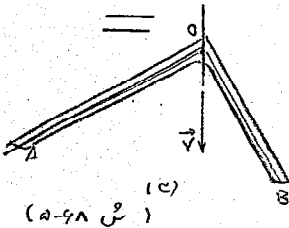
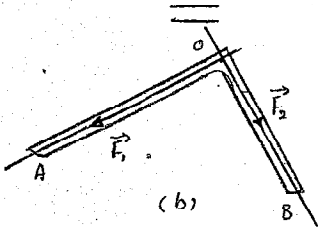
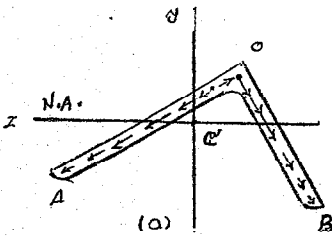
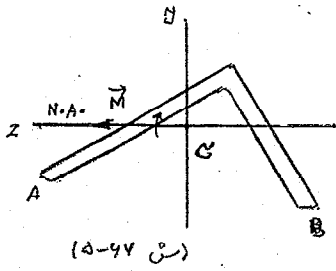
$$\bar{Y}_2 = 100 \text{ mm}$$

$$A_2 = (150)(3)$$

$$\boxed{\bar{Z} = 71.429 \text{ mm}}$$

$$\rightarrow c_H = 28.571$$

(مفصل ۵)



(شکل ۵-۶۹)

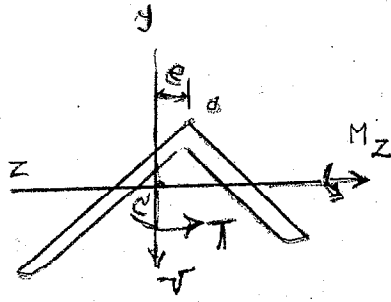
التمس که در هر دو طرف عضوها قرار نماند، محسوب می‌کنیم که در هر دو طرف عضو قرار نماند
برای این منظور، عضو را به سمت راست یا چپ از مرکز P در نظر بگیریم. اگر عضو
آنقدر دور از P باشد که نیروی P بر یکی از طرفه اصلی مرکزی (CZ) مقطع عمود شود
که در M و N مکان ضعیف (دفعه‌ها در امتداد این محور (CZ) قرار می‌گیرد. شکل ۵-۷۰)
و هر فرضی بر این محور منطبق قرار دارد (بخش ۳-۴-۵-۶-۷-۸-۹) در این صورت معلوم
(۱۷-۱۶) است که در این روش، می‌تواند برای تعیین توزیع تنش عمودی در مقطع استفاده شود
التمس بر این اساس است که نیروی P در یکجا است و اعمال کرده است. توزیع تنش بر این مطابق رابطه
(۵-۱۰) بیان کرد. به عبارتی، عضو دچار تنش شد و تغییر شکل کرد.

التمس فرض کنیم که تنش برشی در مقطع بر سبب معادله (۵-۱۰) بیان کرد. همانند عضوهای کش
تنش شد، چیزی که در هر دو طرفه اصلی مرکزی در مقطع بر سبب $dF = q ds$ در جایی که $q = \frac{V A}{I}$ و
که شکل اول سطح است. هر فرضی که است، بیان کرد. شکل ۵-۶۸. توزیع تنش
بر این نیز می‌تواند بر این صورت است. مقطع برابر نیروی F_1 در حال OA و بر این نیز می‌تواند
بر OB برابر F_2 است. شکل ۵-۶۸. و تنش F_1 و F_2 هر دو در نقطه O
در گوشه زاویه‌ها که در دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است. که بیان کرد
شکل ۵-۶۸. در این صورت می‌توانیم که عضو دچار تغییر شکل می‌شود. اگر فرض کنیم که
از نقطه O به مقطع عمود نماند، و در نتیجه P عمود بر دیگر محور اصلی مرکزی (۵-۱۰)
و است. با این حال، بیان کرد. و تنش F_1 هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است. که بیان کرد
هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است. که بیان کرد. و تنش F_1 هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است.
به این ترتیب، مرکز بر این مقطع است.

شکل ۵-۶۹. متوجه شدیم که تنش عمودی در یک طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است. در این صورت مطابق
در نتیجه، این مقدار V در هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است. اگر فرض کنیم که در هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است
عمود که عمود اعمال کرد، با این $q = \frac{V A}{I}$ بر این نیز می‌تواند بر این صورت است. که بیان کرد
مقطع دارد. که برابر V در هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است. که بیان کرد

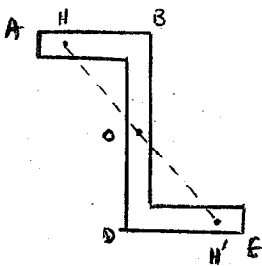
$$\int_A^B q ds = V \quad \int_0^B q ds = 0$$

این به این معنی است که در هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است. که بیان کرد
عمود بر هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است. که بیان کرد. و تنش F_1 هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است.
نقطه O در B هر دو طرفه اصلی مرکزی V در مقطع است. که بیان کرد



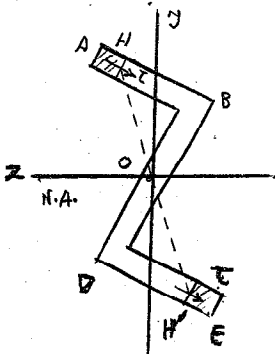
(فصل ۵)

نوع دیگری از عضوهای چهار بازگردد عمل استفا (در شکل ۵-۷۰) است.
 در شکل ۵-۷۰ نوعی از عضو چهار بازگردد در صورتی که در دو سر آن یک مرکز ثقل
 O باشد. (شکل ۵-۷۰) این مرکز ثقل است که در مرکز هندسی H از سطح
 نقطه H و در مرکز ثقل H' از H عبور نماید. واضح است که مرکز ثقل
 O نیز مرکز سطح مقطع منطبق است. همچنین در ادامه خواهیم دید که نقطه O



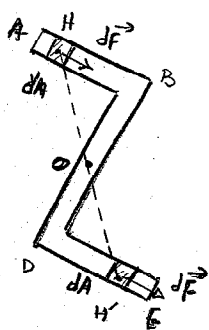
(شکل ۵-۷۰)

همچنین مرکز ثقل منطبق نیز است. همچنین نکند در مورد یک عضو است که فرض کنیم سبزی در صورتی که مرکز ثقل
 اصلی مقطع از مرکز ثقل هندسی جداگانه است (شکل ۵-۷۱) همچنین فرض کنیم
 مرکز ثقل هندسی H در مقطع باشد (شکل ۵-۷۱) این مرکز ثقل هندسی را
 عضو در یک بیضی همگردد. بنابراین H نگردد اول حل فرضی است AH
 مقطع، و H' نگردد اول است EH' درجه H که $H = -H'$ بنابراین



(شکل ۵-۷۱)

توجه کنیم که در H و H' هم مقدار و هم جهت را دلالا است و سبزی که سبزی
 در یک چیز اول dA در H و H' دلالا سبزی برابر داشته در عکس حول O است
 (شکل ۵-۷۲) در نتیجه بین مرفوع برای هر صفت این مقدار صفر است نتیجه شود که
 برای سبزیها که سبزی اعمال است در دو مقطع دلالا است در صفر حول O است.



(شکل ۵-۷۲)

این بدان معناست که سبزی $\int dA$ در طول یک امتداد که از نقطه O عبور نکند، عمل
 نماید. در نتیجه این سبزی در عمل می تواند برای هر یک از صفتها که سبزی در هر یک از صفتها
 عمل نماید تکرار گردد، نتیجه می گیریم که مرکز ثقل منطبق است.