



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی عمران

طراحی سازه های بتنی II

پروفسور علیرضا خالو

طراحی سازه های بتنی II

مراجع:

- 1- Reinforced Concrete Design, Wang & Salmon, Harper & Row.
- 2- Practical Design of Reinforced Concrete, Fling, Mc Graw-Hill.
- 3- Design of Reinforced Concrete, Mc Cormac, Harper & Row.
- 4- Reinforced Concrete Design, Everad & Tanner, Schaum's Outline Series.
- 5- Reinforced Concrete Design, by Leet.
- 6- Reinforced Concrete Structures, by Park & Pauley.
- 7- Design of Concrete Structures, Winter & Nilson-Darwin.
- 8- Simplifies Reinforced Concrete, Nawy.
- 9- Notes on ACI 318.

آیین‌نامه:

از آخرین ویرایش آیین‌نامه ACI-318 در درس استفاده می‌شود.

رئوس مطالب:

۱ - مروری بر دال‌های یک‌طرفه (آنالیز و طراحی)

۲ - دال‌های دوطرفه (کلیات و چهارچوب آنالیز و طراحی)

۱-۲- انواع دال‌ها

۲-۲- پارامترهای تأثیرگذار بر رفتار دال‌ها

۳-۲- پارامترهای تأثیرگذار دال‌ها بر سازه‌ها

۴-۲- کنترل تغییرمکان

۵-۲- روش طرح مستقیم

۶-۲- روش ACI-63

۷-۲- روش قاب معادل

۸-۲- جزئیات طراحی دال‌ها

۹-۲- مثال‌های آنالیز و طراحی

۳ - پیچش (آنالیز و طراحی)

۱-۳- روش آنالیز

۲-۳- جزئیات طراحی

۳-۳- طراحی حالت پیچش + برش + خمش

۴-۳- مثال‌های طراحی

۴ - آنالیز و طراحی پی‌های منفرد

۱-۴- انواع پی‌ها

۲-۴- آنالیز پی‌های منفرد (مربع، مستطیل و دایره)

۳-۴- طراحی پی‌های منفرد (مربع، مستطیل و دایره)

۵ - پی‌های مرکب

۱-۵- دلیل استفاده از پی‌های مرکب

۲-۵- روش آنالیز و طراحی

۳-۵- مثال طراحی و آنالیز

- ۶- پی دیوارها (مسلح و غیرمسلح)
 ۶-۱- آنالیز و طراحی پی‌های غیرمسلح (مثال)
 ۶-۲- آنالیز و طراحی پی‌های مسلح (مثال)

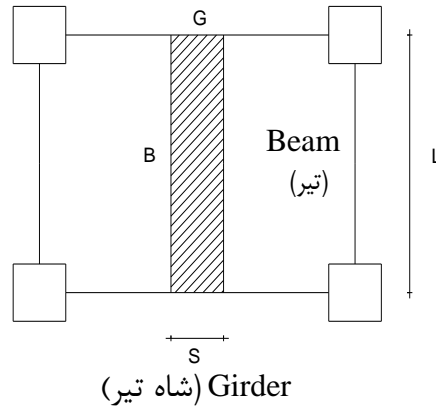
- ۷ - پی‌های شمعی و سرپوش شمع
 ۷-۱- موارد استفاده از پی‌های شمعی
 ۷-۲- نحوه آنالیز شمع‌ها
 ۷-۳- طراحی سرپوش (مثال)

- ۸ - دیوارهای حائل (آنالیز و طراحی)
 ۸-۱- انواع دیوارهای حائل
 ۸-۲- نیروهای وارده بر دیوارهای حائل
 ۸-۳- نحوه آنالیز دیوارهای حائل
 ۸-۴- طراحی و آنالیز دیوار حائل (مثال)

- ۹ - طراحی و آنالیز پله‌ها
 ۹-۱- کلیات طراحی و آنالیز
 ۹-۲- طراحی و آنالیز (مثال)

- ۱۰- طراحی دیوارها

سیستم‌های دوطرفه کف Two-Way Floor Systems



$$\text{if } \frac{L}{S} \geq 2$$

تقریباً تمام بار کف را تیرها (Beams) حمل می‌کنند و مقدار خیلی کمی به شاتیرها (Girders) منتقل می‌شود و همچنین بار در حاشیه شاتیرها به شاتیرها منتقل می‌شود. در این حالت، دال یک‌طرفه خواهد بود. میلگردهای اصلی موازی شاتیرها و میلگردهای جمع‌شدگی و حرارت (Shrinkage & Temperature) موازی تیرها طراحی می‌شوند و خمش دال عمدتاً بصورت تک‌انحنایی (Single Curvature) خواهد بود. با داشتن لنگر اعمالی، مقدار آرماتور (با فرض مقدار ضخامت) بدست می‌آید.

حداکثر فاصله آرماتورها: 18" (45 cm)

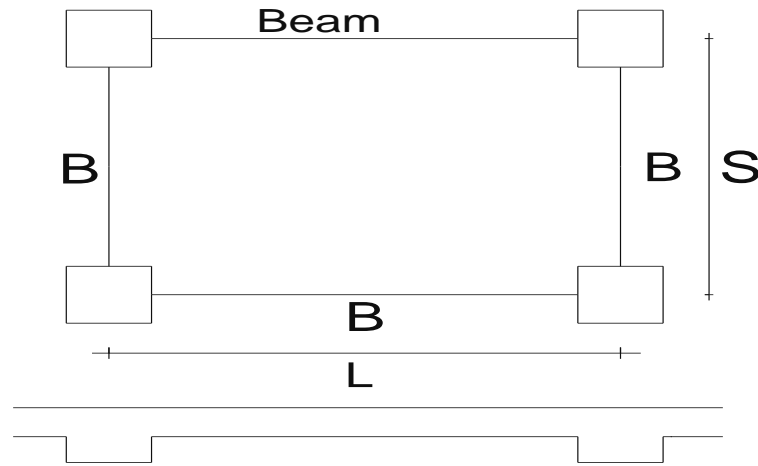
معمولاً فاصله‌ها حدود 25-30 cm است.

حداقل مقدار آرماتورها: ACI 7-12

$$A_s = 0.0020 b.h$$

$$A_{s, \min} = 0.0014 b.h$$

- در جهت عمود بر آرماتورهای خمشی، از آرماتورهای حرارت و جمع‌شدگی (ACI 7-12) استفاده می‌شود.

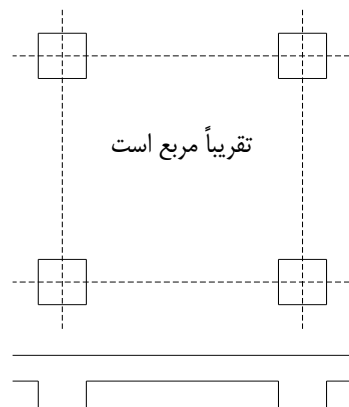
۱- دال دوطرفه روی تیر **Two-Way Slab on Beams**:

$$\text{if } \frac{L}{S} \geq 2$$

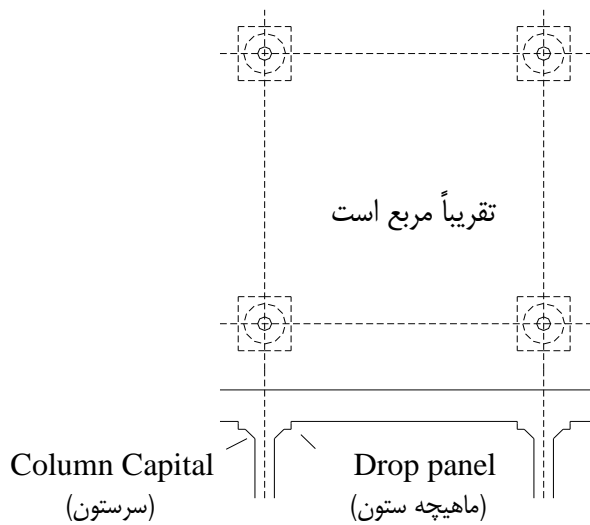
خمش دال بصورت دو انحنایی (Double Curvature) خواهد بود و بار کف به هر چهار تیر منتقل می شود و بنابراین دال دوطرفه (Two-Way Slab) خواهیم داشت.
 اگر $L=S$ ← نتیجتاً، هر چهار تیر باید یکسان باشند و برای مواردی غیر از این تیرهای طولتر بار بیشتری در مقایسه با تیرهای کوتاهتر حمل می کنند.

۲- کف صفحه‌ای تخت **Flat Plate Floor**:

در این دال بین ستون‌ها، تیری وجود ندارد و فقط تیر ممکن است در کناره‌های خارجی کف (Exterior Edges Of The Floor) استفاده شود. ضخامت دال کف یکنواخت است و مقاومت برشی آن بوسیله قراردادن خاموت‌های U چندتایی (Multiple-U Stirrups) یا بوسیله گل‌میخ‌های برشی Shear stud-Reinforcement در دال فراهم می شود.



۳- کف دالی تخت Flat Slab Floor:



این نوع کف شامل "Waffle Slab" (دال شبکه‌ای) نیز می‌شود. در این نوع دال نیز بین ستون‌ها تیری وجود ندارد و فقط ممکن است در کناره‌های خارجی کف استفاده شوند. کف دالی تخت از کف صفحه‌ای تخت مقاومت برشی بیشتری بوسیله پهنه (Drop Panel) یا، و or/and سرستون (Column Capital) فراهم می‌آورد. در مقایسه این دو کف می‌توان گفت که Flat Slab (دال تخت) برای پانل‌های بزرگ یا بارهای سنگین از Flat Plate (صفحه تخت) مناسب‌تر است.

۴- دال‌های پنجره‌ای Waffle Slab:

در هر چهار حالت ۱، ۲، ۳ و ۴ عمل دوطرفه وجود دارد. ACI در فصل ۱۳ دال‌ها را به دو سیستم دال دوطرفه با و یا بدون تیر بررسی می‌کند.

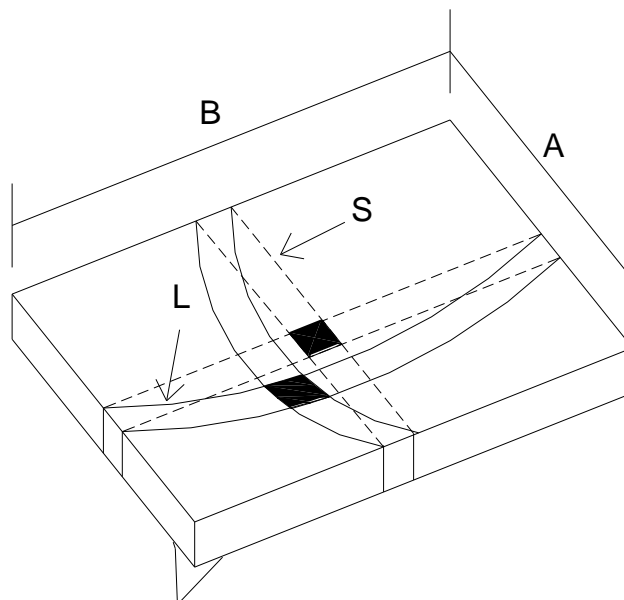
دال‌های دوطرفه Two-Way Slab

رفتار دال‌های دوطرفه Behavior of Two-Way Slab:

دال‌های یک‌طرفه ← در یک جهت انحنای خواهیم داشت و گشتاور فقط در یک جهت وجود دارد که در آن جهت آرماتور طراحی می‌کنیم و عمود بر آن آرماتور Shrinkage & Temp قرار می‌دهیم.

دال‌های دوطرفه ← انحنای در دو جهت خواهد بود، چون ممان‌های خمشی با انحنای متناسبند، ممان خمشی در دو جهت وجود خواهد داشت و آرماتورگذاری در دال بصورت عمود بر یکدیگر و موازی با کناره‌ها انجام می‌شود. چون در دو جهت عمود بر هم آرماتور قرار داده می‌شود، لیکن دیگر به آرماتور Shrinkage & Temp احتیاجی نیست.

دال‌هایی که روی دیوارهای تسلیم‌ناپذیر قرار دارند (دیوار ساده): **Two-Way Slabs on unyielding walls:**



تکیه‌گاه‌های ساده در چهار لبه

خمش نوارهای میانی دال

فرض: دال از یک سری نوارهای عمود بر هم در دو جهت تشکیل یافته است.

w (kg/m^2) بصورت یکنواخت روی دال عمل می‌کند، مقدار تغییرمکان در مرکز دال برای هریک از نوارهای میانی از قرار

زیر است و با هم برابرند:

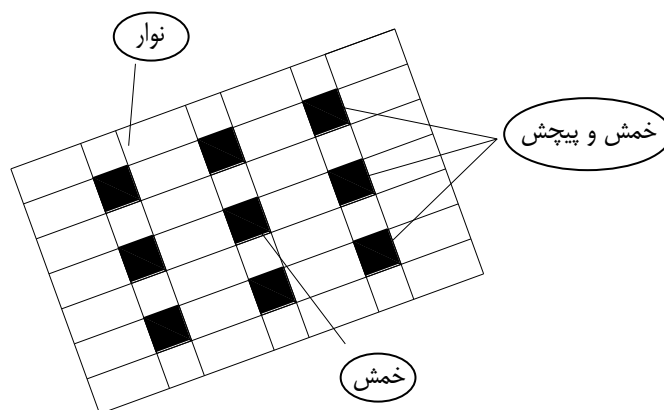
قسمتی از بار که در جهت l حمل می‌شود $w_l =$

قسمتی از بار که در جهت s حمل می‌شود $w_s =$

$$w_s = \left(\frac{B}{A}\right)^4 w_l \qquad \frac{5w_s A^4}{384EI} = \frac{5w_l B^4}{384EI}$$

مقدار باری که در جهت بلند (l) حمل می‌شود، کمتر از مقدار باری است که در جهت کوتاه (s) حمل می‌شود. این نسبت تقریبی است، زیرا رفتار یک دال خیلی پیچیده‌تر از آن است که بتوان با دو نوار عمود بر هم آن را نمایش داد. برای نشان دادن رفتار صحیح دال، آن را به نوارهای زیادی تقسیم می‌کنیم. تحت تأثیر بار، نوارهای کناری علاوه بر خمش مقداری پیچش هم متحمل می‌شوند.

تنش‌های پیچشی و گشتاورهای پیچشی در کناره‌های دال بیشتر از وسط‌های آن می‌باشند.



مدل شبکه‌ای دال روی تکیه‌گاه‌های ساده

بعلت وجود ممان‌های پیچشی، ممان واقعی که در یک دال الاستیک (با استفاده از تئوری صفحات) محاسبه می‌شوند

کمتر از آن خواهد بود که از طریق فرض یک سری نوارهای مجزا از هم که w_l و w_s را حمل می‌کنند، بدست می‌آید.

برای مثال: برای یک دال مربع با شرایط حدی ساده:

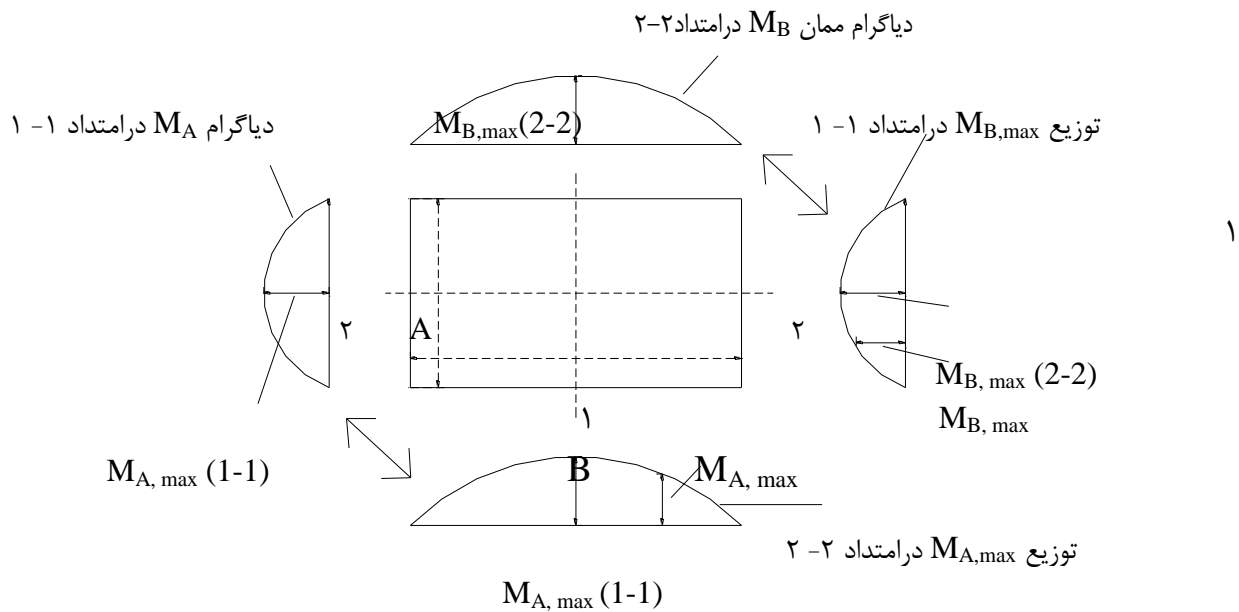
$$w_s = w_l = w/2 \rightarrow M_{\max} = \frac{(w/2)A^2}{8} = 0.0625wA^2$$

$$\text{تئوری الاستیسیته} \rightarrow M_{\max} = 0.048wA^2$$

نتیجه می‌شود ممان‌های پیچشی مقدار قابل ملاحظه‌ای از ممان‌های خمشی را تقلیل می‌دهد (حدود ۲۵٪).

ممان‌ها برای دال با تکیه‌گاه‌های ساده با بار یکنواخت:

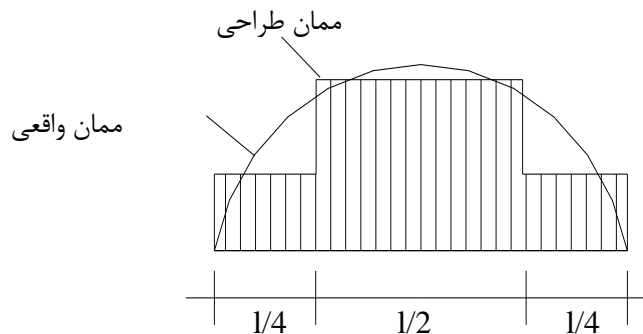
شکل زیر نشان می‌دهد که مقدار ممان در ۱-۱ (در نوار کوتاه) بیشترین در دال است.



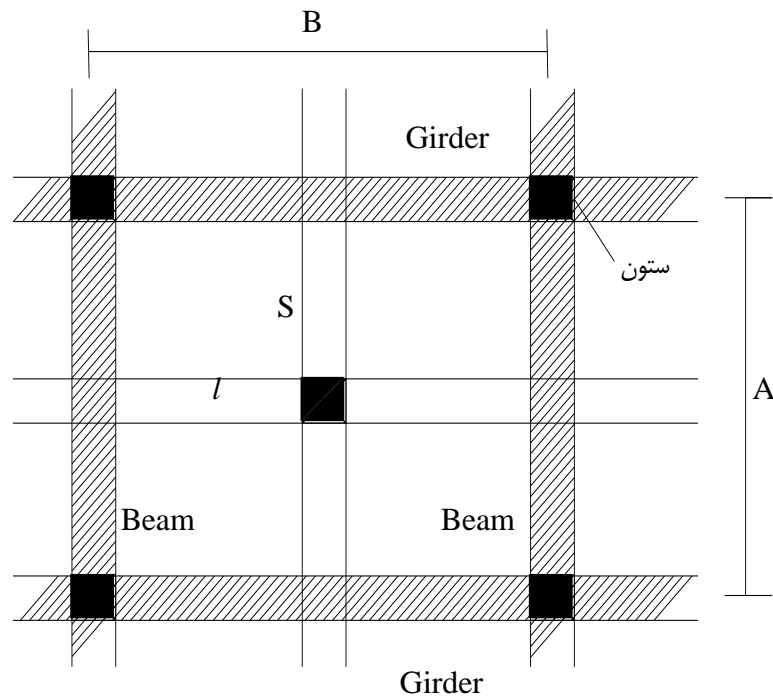
همچنین، شکل ممان‌های ماکزیمم و تغییرات آن‌ها را در دو جهت بلند و کوتاه نشان می‌دهد. (هرچقدر که انحنا سطحی دال بیشتر باشد، همان اندازه ممان هم بیشتر خواهد شد).
تغییرات در ممان ماکزیمم در طول و عرض دال سبب می‌شود قسمت‌های کناره‌ای دال برای ممان‌های کمتری طرح شوند.

نتیجه‌گیری:

چون رفتار دال در اثر بار بصورت نواری نیست و بصورت یکپارچه عمل می‌کند، پس کافی است که دال برای حد متوسطی از ممان طراحی شود. توزیع میلگرد در دال را می‌توان بطریق 1/4 انجام داد.

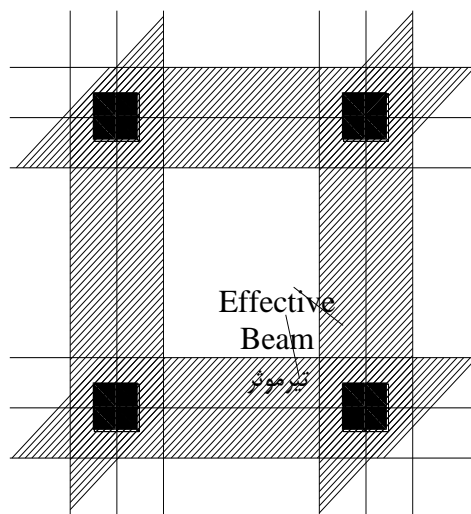


دال‌هایی که روی ستون‌ها قرار دارند :Two-Way Slabs Supported by Columns



شکل ۱: دال دوطرفه با تیرهای پیرامونی و ستون‌ها

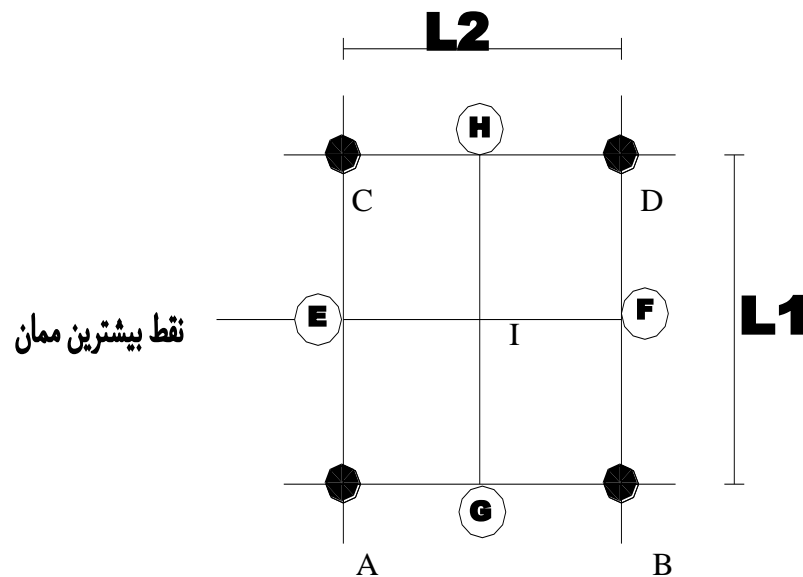
در این حالت، دال‌ها روی تیرهای پیرامونی قرار گرفته و تیرها روی ستون‌ها، و بار دال از طریق تیرها به ستون‌ها انتقال می‌یابد. سیستم دال دوطرفه با تیرهای کناری خیلی نامعین (Very Complex) است و در این حالت، تیرها و دال مشترکاً عمل می‌کنند و در این حالت نیز می‌توانیم از روش نوارهای میانی، با توجه به عملکرد مشترک تیر و دال استفاده نمود.



شکل ۲: دال دوطرفه بدون تیرهای پیرامونی

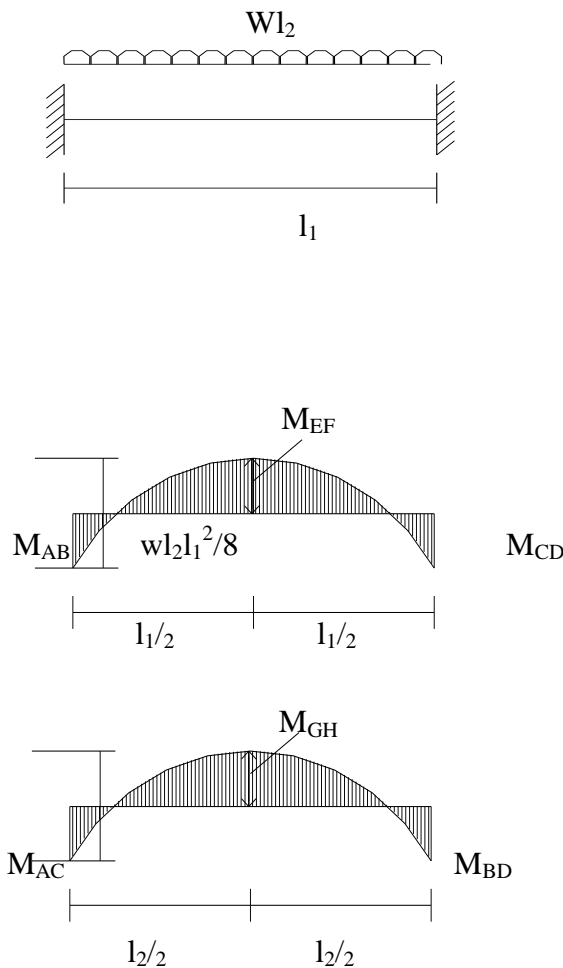
برای دال‌های تخت با در نظر گرفتن نوارهای عریضی از دال بعنوان تیرهای مؤثر، سیستم کف همانند تیرهای کناری در دالهای دوطرفه (در شکل ۱) عمل می‌کند. این رفتار برای دال تخت با سرستون و ماهیچه ستون نیز صادق است. وقتی که نواری از دال دوطرفه تحت تنش زیاد از حد قرار گیرد، اگر این نوار قادر نباشد که بار وارده را تحمل کند، آن را نه تنها به نوارهای موازی مجاور خود شیفت می‌دهد، بلکه به نوارهای عمودی هم شیفت خواهد داد و (Moment Redistribution) این توزیع ممانی نشان می‌دهد که آرماتورگذاری لزومی ندارد دقیقاً طبق دیاگرام‌های ممان صورت گیرد، ولی در هر صورت از ایجاد ترک تحت بارهای سرویس باید جلوگیری کرد.

بررسی دیاگرام ممان برای دال تخت (بدون تیر):



شکل ۳: تغییرات ممان برای دال تخت در امتداد دهانه‌ها (بدون تیر)

مقدار کل بار $w = \text{kg/m}^2$
 بار درجهت $wl_2 = l_1$

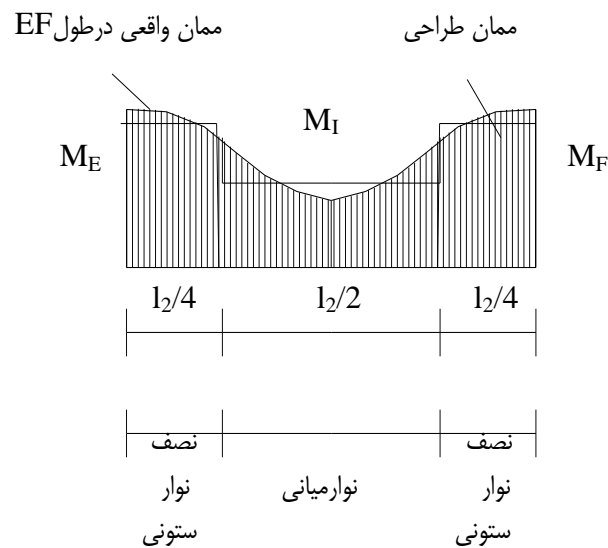
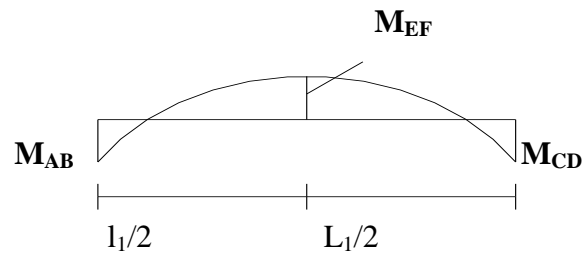


یادآوری: در هر تیر پیوسته، مجموع ممان مثبت و میانگین ممان‌های منفی در تکیه‌گاه‌ها مساوی ممان مثبت وسط یک تیر ساده مطابق آن تیر می‌باشد.

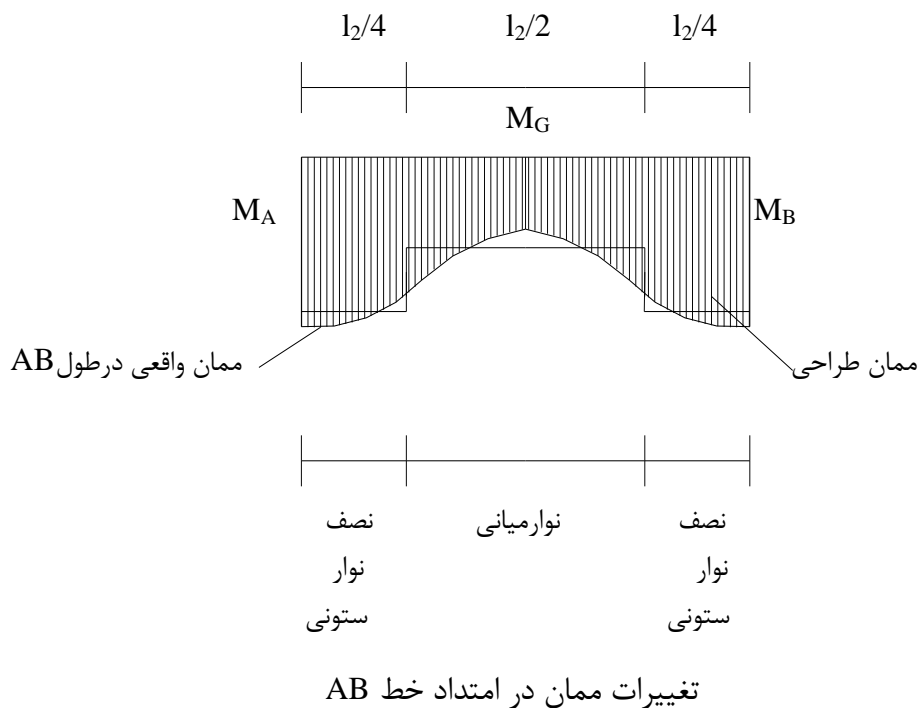
$$\left\{ \begin{array}{l} l_1 \text{ دهانه} \rightarrow (M_{AB} + M_{CD})/2 + M_{EF} = wl_2l_1^2/8 \\ l_2 \text{ دهانه} \rightarrow (M_{AC} + M_{BD})/2 + M_{GH} = wl_2l_2^2/8 \end{array} \right.$$

با روابط بالا نمی‌توان مقادیر ممان‌ها را در تکیه‌گاه‌ها و در دهانه بدست آورد. با دانستن محل ممان‌های بحرانی با استفاده از آنالیز الاستیک که سختی نسبی (Relative Stiffness) دهانه‌ها، وضع بارگذاری و سختی نسبی ستون‌ها و سختی نسبی تیرها (اگر وجود داشته باشند) می‌توان ممان‌ها را محاسبه نمود که کار دشواری است. بطور آلترناتیو می‌توان از روش‌های تجربی (Empirical Methods) که مورد اطمینان تشخیص داده شده‌اند استفاده کرد.

تغییرات ممان در امتداد خط ستون و در امتداد خط وسط پانل (ادامه قسمت قبل):



تغییرات ممان در امتداد خط وسط پانل (EF)



با توجه به شکل‌های بالا ملاحظه می‌شود که برای طراحی دال، تغییرات ممان برای عرض‌هایی از دال ثابت در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب که دال را به دو قسمت نوار میانی (middle strip) و نوار ستونی (column strip) تقسیم می‌نماییم و در عرض نوارها مقدار ممان‌ها ثابت فرض می‌شود و فولاد لازم در هر قسمت محاسبه می‌گردد.

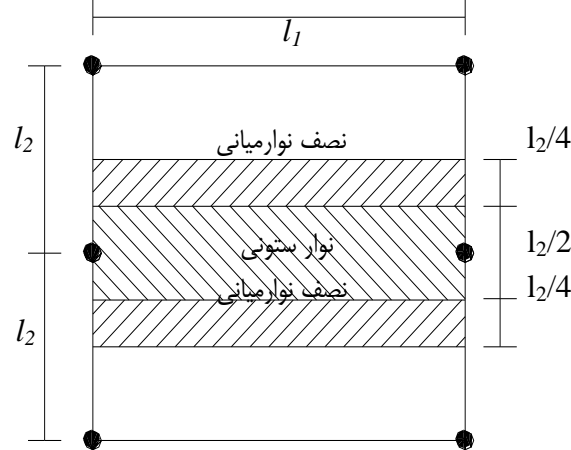
در صورت وجود تیرهای پیرامونی بین ستون‌ها، مقدار ممان با توجه به نسبت سختی نسبی بین دال و تیر میان آن‌ها توزیع می‌شود و در این حالت تیرهای پیرامونی قسمت عمده بار وارده را تحمل می‌کنند. اگر روش نوار ستونی و نوار میانی برای این حالت نیز در نظر گرفته شود، مسلماً مقدار گشتاور دال‌ها بعلت وجود تیرها در مقایسه با حالت دال‌های تخت کمتر خواهد بود.

مهم: اگر دال‌های تخت (بدون تیرهای پیرامونی) مربع نباشند، مقدار ممان در جهت بلند بیشتر از جهت کوتاه خواهد بود این برعکس دال‌هایی است که از هر چهار طرف روی تکیه‌گاه (تیر) قرار گرفته باشند.

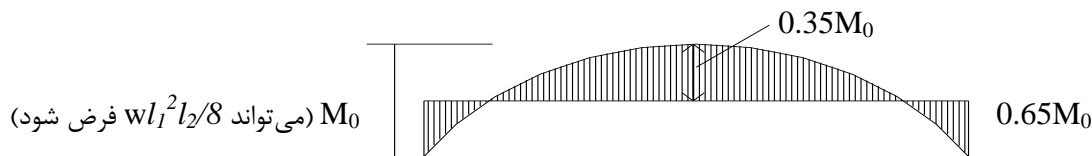
نتیجه: برای طراحی یک دال دیاگرام‌های ممان در نواحی مختلف باید بدست آورده شوند و آرماتورگذاری بر اساس آن دیاگرام‌ها انجام شود.

چون تغییرات ممان در دال زیاد است، در قسمتی از دال ممان ثابت فرض شده و برای آن آرماتورگذاری محاسبه می‌شود و این روش بدلیل یکپارچگی دال (Monolithic Action of Slabs) و نتیجتاً توزیع ممانی (Moment Redistribution) قابل قبول است. نهایتاً طرح دال‌ها براساس آنالیزهای تئوری و نتایج تجربی و ملاحظات سهولت قراردادن میلگردها انجام می‌گیرد.

مثال: با استفاده از کد ACI ممان‌های لازم برای طراحی دال در جهت l_1 را برای یک پانل داخلی تخت (Interior Span) بدست آورید؟



حل:



ACI 13.6.3.2

کل ممان استاتیکی برای یک پانل داخلی $M_0 =$

$$ACI13.6.3.2 \rightarrow \begin{cases} \rightarrow M^- = 0.65M_0 & \text{ممان منفی پانل} \\ \rightarrow M^+ = 0.35M_0 & \text{ممان مثبت پانل} \end{cases}$$

ممان‌های + و - نیز باید بین نوارهای ستونی (Column Strips) و نوارهای میانی (Middle Strip) توزیع شوند.

$$ACI13.6.4.1 \rightarrow [M^-] \rightarrow \begin{cases} 75\% * M^- = \text{نوارهای ستونی} \\ 25\% * M^- = \text{نوارهای میانی} \end{cases}$$

$$(\alpha_1 l_2 / l_1 = 0)$$

$$\alpha_1 = \frac{E_{beam} I_{beam}}{E_{slab} I_{slab}}$$

در این حالت صفر است، زیرا تیر وجود ندارد.

$$ACI13.6.4.4 \rightarrow [M+] \rightarrow \begin{cases} 60\% \times M_+ = \text{نوارهای ستونی} \\ 40\% \times M_+ = \text{نوارهای میانی} \end{cases}$$

ممانها در جهت l_1 برای یک پانل داخلی تخت	{	ممان منفی نوار ستونی = $0.75 \times 0.65 M_0 = 0.49 M_0$
		ممان منفی نوار میانی = $0.25 \times 0.65 M_0 = 0.16 M_0$
		ممان مثبت نوار ستونی = $0.6 \times 0.35 M_0 = 0.21 M_0$
		ممان مثبت نوار میانی = $0.4 \times 0.35 M_0 = 0.14 M_0$

برای جهت l_2 نیز تقسیمات مشابه l_1 باید انجام شود.

تعیین ممان در دال‌های دوطرفه بوسیله کد ACI

Moment Determination in Two-Way Slabs by the ACI Code:

فصل ۱۳ کد ACI مربوط به دال‌هایی می‌شود که روی دیوارها، تیرها و یا مستقیماً روی ستون‌ها با و یا بدون سرستون یا ماهیچه ستون قرار گرفته‌اند و همچنین دال‌های دوطرفه شبکه‌ای (Grid slabs). طبق ACI 71 دال‌ها را می‌توان به دو طریق طراحی نمود:

1 – Direct Design Method = روش طرح مستقیم

2 – Equivalent Frame Method = روش قاب معادل

ACI ذکر می‌کند طرح دال‌ها را به هر روشی می‌توان انجام داد در صورتی که تعادل و همسازی هندسی (Geometrical Compatibility) فراهم شده باشد و دارای حداقل مقاومت درمقابل بارهای وارده (ACI 9.2 & 9.3) و تغییر مکانش تحت بارهای سرویس قابل قبول باشد.

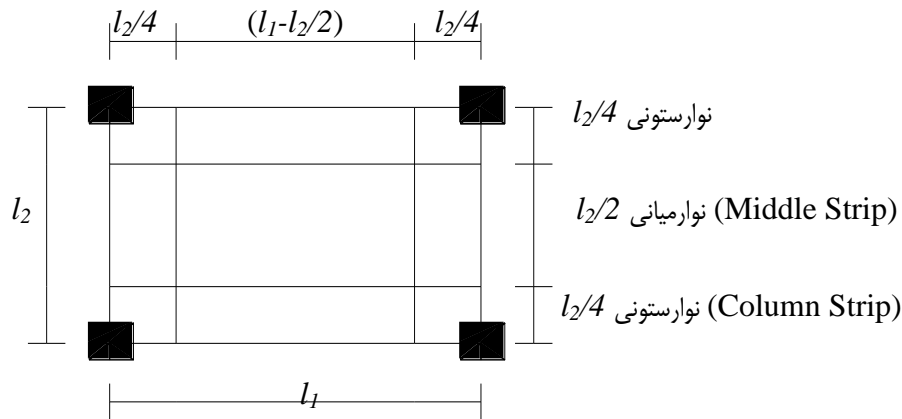
ACI 63 ← (آنالیز) طراحی برای دال‌های دوطرفه‌ای که روی تیر در چهار طرف قرار دارند و برای دال‌هایی که تخت هستند بطور مجزا انجام می‌شد (فصل‌های ۲۰ و ۲۱ - ACI 63)

طرح دال بر اساس آزمایشات وسیع براساس یک روش کلی و عمومی انجام می‌گیرد و برای طراحی (آنالیز) بر اساس ACI 71 فرقی نمی‌کند که مثلاً دال تخت باشد یا در چهار طرف آن تیر قرار گرفته باشد. ACI 71-83-89-95-99-02-05.

روش طرح مستقیم ← نیمه تجربی است
روش قاب معادل ← زیربنایش آنالیز الاستیکی است

در هر دو روش هدف بدست آوردن ممان‌ها و توزیع آن‌ها به قسمت‌های مختلف دال می‌باشد.

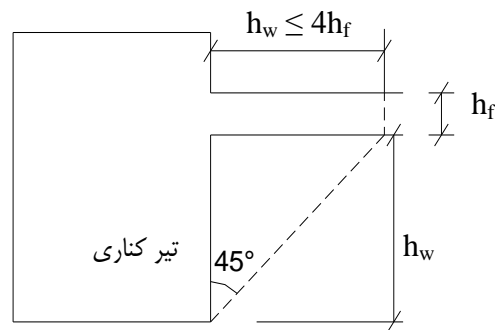
تقسیمات نوارهای ستونی و میانی:



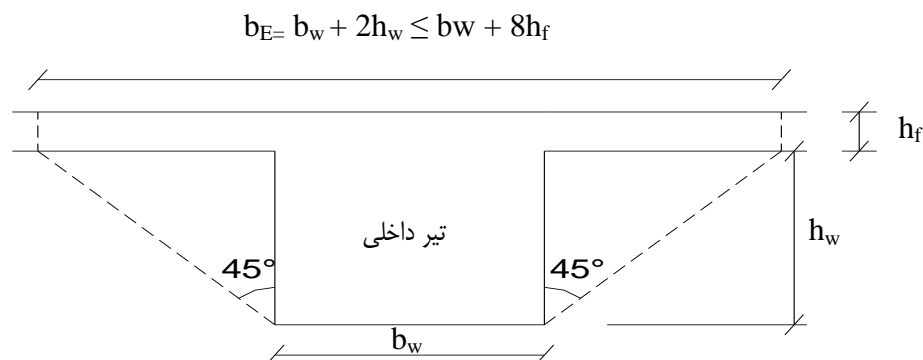
در هر دو روش هر پانل را به نوارهای ستونی و میانی تقسیم می‌کنیم (که ممکن است شامل تیرها نیز باشد).
 ACI 13.2 هر عرض نوار ستونی در هر جهت پانل برابر است با $1/4$ عرض پانل l_1 و l_2 هرکدام که کوچکتر است و نوار میانی بین دو نوار ستونی قرار دارد. (ACI 13.2)

Read ACI 13.1

اگر تیرهایی در امتداد خط ستون‌ها قرار گرفته باشد، چون تیر و دال بطور یکپارچه ساخته شده (Monolithic) قسمت معینی از دال مثل با تیر عمل خواهد کرد. (ACI 13.2.4)



تیر موثر کناری Effective Beam (Exterior)



تیر موثر داخلی Effective Beam (Interior)

روش طرح مستقیم (D.D.M) Direct Design Method**Read ACI 13.3**

با این روش طرح مستقیم نیمه تجربی (Semi Empirical) است و دارای محدودیت‌های زیر است :

Limitations: (محدودیت‌ها) ACI 13.6.1

۱- حداقل دهانه‌های پیوسته در هر جهت باید سه عدد باشد.

(دلیل اصلی این محدودیت مقدار ممان‌های منفی است که برای تکیه‌گاه داخلی یک سازه دودهانه‌ای می‌تواند وجود داشته باشد. این روش بطور ضمنی فرض می‌کند که دال در اولین قسمت ممان منفی نه می‌تواند چرخشی نداشته باشد و نه اینکه ناپیوسته (Discontinuous) باشد).

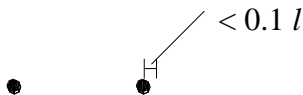
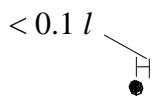
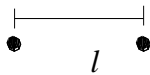
۲- باید $(l/w) < 2$ (l =long span, w =short span) باشد، l, w از مرکز تا مرکز تکیه‌گاه اندازه‌گیری می‌شوند.

۳- تفاوت در اندازه‌های مجاور در هر جهت نباید بیش از $\frac{1}{3}$ دهانه درازتر باشد (چون ممکن است ممان منفی‌ای ایجاد شود

در جایی که میلگردها قطع شده‌اند).

$$\times \times \frac{2/3 \geq 3/3 \leq 4/3}{\times \times \times \times}$$

۴- ستون‌ها می‌توانند در هر جهت، نسبت به محور ردیف ستون‌های متوالی، خروج از ردیفی برابر با حداکثر ۱۰٪ طول دهانه در همان جهت داشته باشند. (ستون‌ها می‌توانند تا ۱۰٪ طول دهانه خارج از خط باشند).



۵- کلیه بارها باید تنها در اثر وزن (gravity) باشند و در هر پانل بطور یکنواخت پخش شده باشند.

$$ACI 89 \leftarrow \frac{w_l}{w_d} \leq 3$$

$$ACI 95 \& 99 \leftarrow \frac{w_l}{w_d} \leq 2$$

شاید به دلیل حذف افزایش ممان + در ACI 95 فرض شده است

برای بارهای باد و زلزله باید frame analysis (آنالیز قاب) انجام داد.

۶- برای یک پانل که دارای تیرهای کناری (پیرامونی) باشد، سختی نسبی تیرها در هر دو جهت عمود بر هم نباید از ۰/۲ کمتر و از ۵/۰ بیشتر باشد.

$$0.2 \leq \text{سختی نسبی تیرها} = \frac{\alpha_1 l_2^2}{\alpha_2 l_1^2} \leq 5.0$$

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s} = \frac{\text{سختی خمشی مقطع تیر}}{\text{سختی خمشی پهنایی ازدال که بین وسط‌های دوپانل مجاور قرار گرفته است}}$$

$\alpha_1 = l_1$ در جهت α طول وسط تا وسط دهانه مورد نظر $l_1 =$

$\alpha_2 = l_2$ در جهت α طول وسط تا وسط دهانه عمود بر طول مورد نظر $l_2 =$

I_b ممان اینرسی تیر موثر =

در غیر این صورت توزیع الاستیک، ممان‌ها (با فرضیاتی که در روش DDM شده است) بسیار متفاوت خواهد بود.

۷- باز توزیع ممان را با استفاده از ACI 8-4 نباید روی دال‌هایی که با این روش (DDM) طراحی می‌شود اعمال کرد. براساس ACI 13.6.1.8 می‌توان از محدودیت‌های بالا صرف نظر کرد بشرط اینکه (ACI 13.3) در طراحی و آنالیز تعادل و سازگاری هندسی (Equilibrium & Geometric Compatibility) را در نظر گرفت.

محاسبه ممان‌ها (ACI 13.6.3):

جمع مطلق ممان‌های مثبت و میانگین ممان‌های منفی در هر جهت (factored 1.4, 1.7) باید از M_0 بزرگتر باشد.

$$M_0 \geq \frac{w l_2 l_n^2}{8} \quad \text{eqn. ACI 13.3}$$

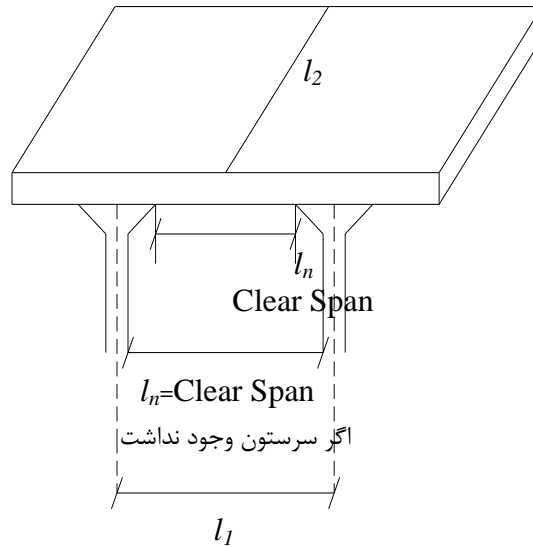
$l_2 =$ جهت عمود بر جهتی که ممان‌ها محاسبه می‌شود

$l_1 =$ جهتی که ممان‌ها محاسبه می‌شود

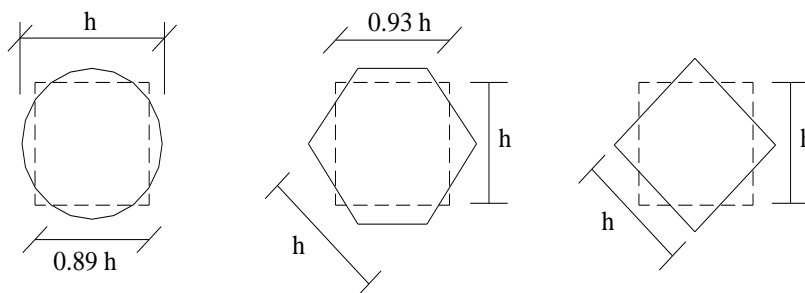
$l_n = l_1$ دهانه آزاد در امتداد

$$l_n \geq 0.65 l_1$$

ACI 13.6.2 برای پانل‌های کناری، مقدار l_2 برابر خواهد بود با فاصله مرکز پانل تا کنار پانل.



ACI 13.6.3.2 ← مقاطع دایره‌ای و چندضلعی را به مربع هم مساحت تبدیل می‌کنیم تا اینکه l_n را محاسبه نماییم.



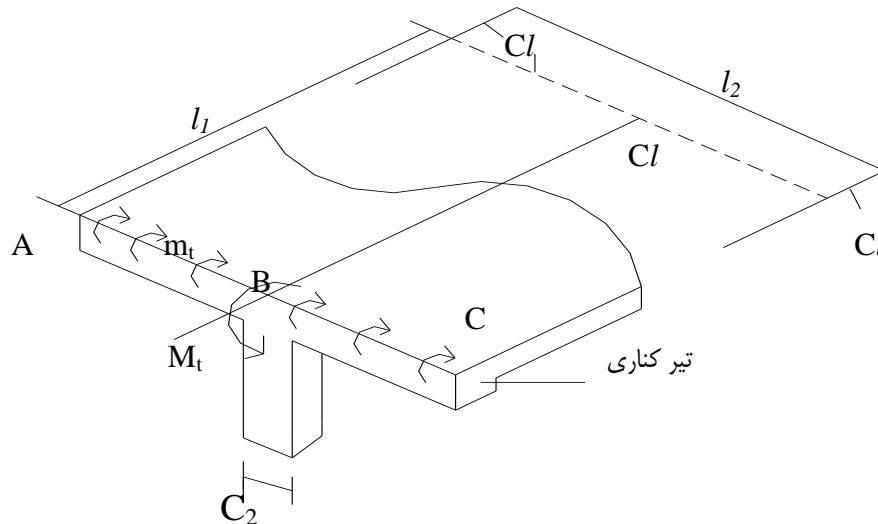
برای پانل‌های داخلی For Interior Panels

$$M- = 0.65M_0$$

$$M+ = 0.35M_0$$

برای پانل‌های خارجی For Exterior Panels

ACI 13.6



پیچش در تیر کناری Torsion of Edge Beam

(At The face of Support) گشتاور در صورت تکیه‌گاه مستطیلی در پانل‌های خارجی، تیرکناری نه تنها باید در مقابل ممانهای خمشی، بلکه ممان پیچشی را نیز متحمل شود. با پیچش توزیع شده (m_t) ایجاد شده بوسیله دال و پیچش مقاوم فراهم آمده بوسیله ستون M_t ، تیرکناری در A و C بیش از B چرخش خواهد داشت. بنابراین، از یک ستون معادل (Equivalent Column) که Flexibility آن مجموع Flexibilities ستون و تیرکناری است استفاده میشود.

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{K_t} \quad \text{ستون معادل:}$$

K_{ec} = سختی خمشی ستون معادل	} واحد آنها مساوی ممان‌ها در واحد پیچش است	
K_c = سختی خمشی ستون واقعی		$\alpha EI/l = F \cdot L / M / \theta$
K_t = سختی پیچشی تیرکناری		Moment/unit rotation

($\sum K_c$) سختی خمشی (flexural stiffness) را با استفاده از معادلات مکانیک برای ستون‌های بالا و پایین دال می‌توان با استفاده از $K = \frac{4EI}{l}$ محاسبه نمود. I (بدون در نظر گرفتن آرماتورها) و بدون در نظر گرفتن سرستون و ماهیچه ستون.

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs} C}{l_2 (1 - C_2 / l_2)^3} \quad \text{ACI 13.7.5}$$

E_{CS} = مدول الاستیسیته دال بتنی

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3} \quad \text{ACI 13.7.5}$$

C_2 = (Size of column) به شکل صفحه قبل توجه کنید

بعد از محاسبه K_{ec} ، ممان‌ها در داخل (Interior-)، در دهانه (Positive+) و در خارج (Exterior-) محاسبه می‌شود. (ACI 1977)

$$\begin{aligned} \text{Interior - design Moment: } M - &= \left(0.75 - \frac{0.10}{1 + \frac{1}{\alpha_{ec}}}\right) M_0 \\ \text{Positive + design Moment: } M + &= \left(0.63 - \frac{0.28}{1 + \frac{1}{\alpha_{ec}}}\right) M_0 \\ \text{Exterior - design Moment: } M - &= \left(\frac{0.65}{1 + \frac{1}{\alpha_{ec}}}\right) M_0 \end{aligned} \quad \text{in which } \alpha_{ec} = \frac{K_{ec}}{\sum (K_s + K_b)}$$

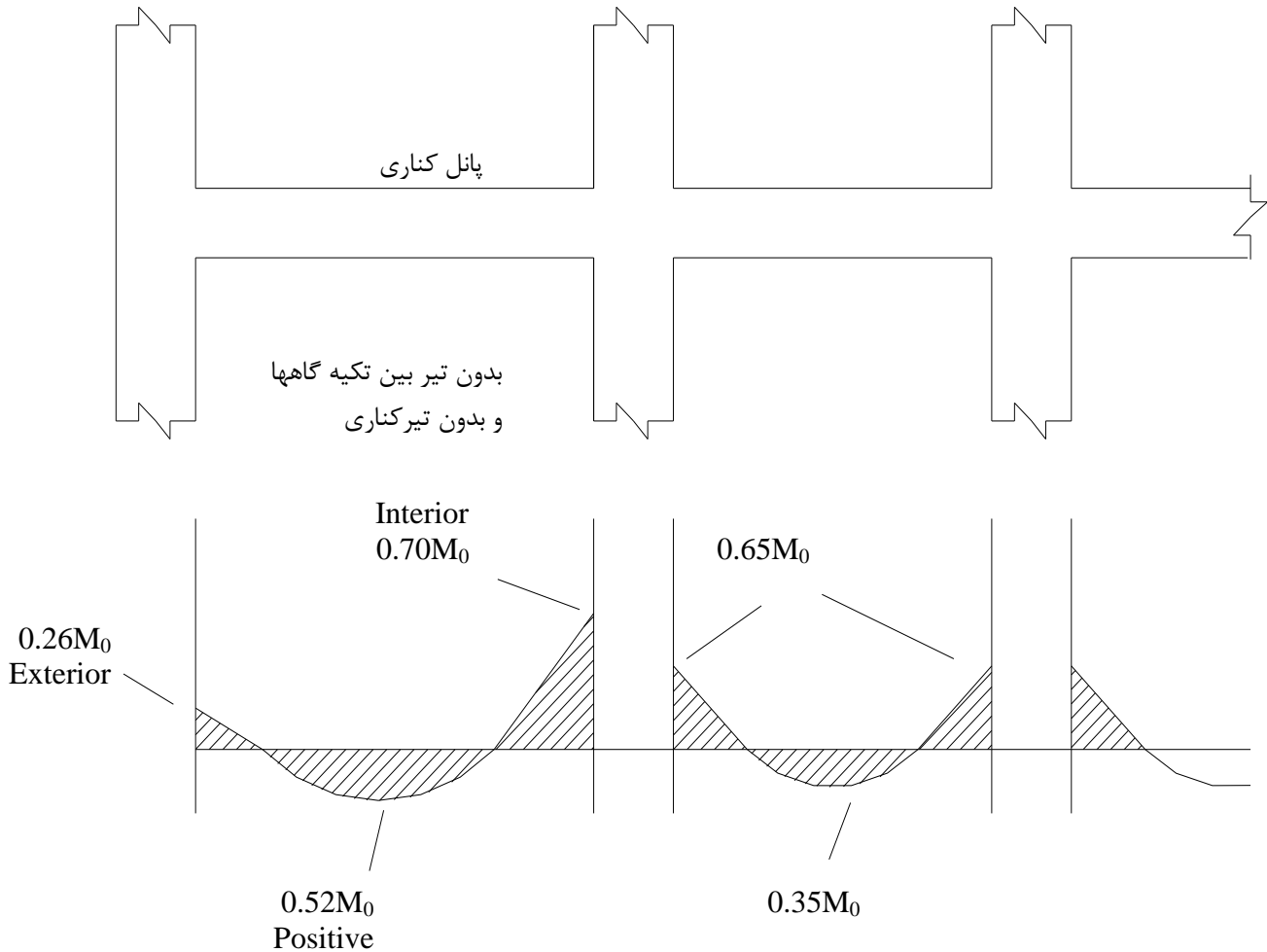
توضیحات راجع به K_b ، K_s ، K_{ec} :

$4EI_s / l_1 = K_s = l_1$ دهانه h و عمق l_2 با عرض l_1 و عمق h دهانه

$4E_{cb}I_b / l_1 = K_b = l_1$ سختی خمشی تیر در جهت l_1 (ACI 13.2.4)

- توضیحات راجع به K_b و K_s ، K_{ec} در روش قاب معادل ACI 13.7 داده شده است (ACI 77).
- تمام این روش با ارائه یک جدول در ACI 2005، ACI 99، خلاصه و آسان شده است.
- در این جدول اثر پیچش بر اساس فرمول‌های ACI 77 در ACI 13.6.3.3 (Table) وارد شده است.

مثال: مقادیر لنگر در پانل میانی و پانل کناری را برای سیستم دال بدون تیر بین ستون‌ها، براساس جدول ACI تعیین کنید.



- بین $0.65M_0$ و $0.70M_0$ براساس ACI 13.6.3.4 برای بیشترین طراحی می‌کنیم.
- توجه: برای سایر موارد به ACI 13.6.3.3 مراجعه شود.

توزیع لنگر کل دهانه در دهانه خارجی (پانل کناری)

(۵)	(۴)	(۳)	(۲)	(۱)	
لبه خارجی کاملاً گیردار	دال بدون تیر بین ستون‌های داخلی با تیر کناری	دال بدون تیر کناری	دال با تیر بین کلیه تکیه گاه‌ها	لبه خارجی غیر مقید (ساده)	
۰/۶۵	۰/۷۰	۰/۷۰	۰/۷۰	۰/۷۵	لنگر- ضریب‌دار داخلی
۰/۳۵	۰/۵۰	۰/۵۲	۰/۵۷	۰/۶۳	لنگر+ ضریب‌دار
۰/۶۵	۰/۳۰	۰/۲۶	۰/۱۶	۰/۰۰	لنگر- ضریب‌دار خارجی

ممان‌ها در نوارهای ستونی Factored Moments in Column Strips**ACI 13.6.4.1**

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s} = \frac{\text{سختی خمشی مقطع تیر}}{\text{سختی خمشی پهنایی از دال که بین وسط‌های دو پانل مجاور قرار گرفته است}}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{cb} = \text{مدول الاستیسیته تیربتنی} \\ E_{cs} = \text{مدول الاستیسیته دال} \end{array} \right\} \text{معمولاً یکی هستند}$$

$$I_b = \text{ممان اینرسی تیر مؤثر ACI 13.2.4}$$

$$\alpha_1 = l_1 \text{ درجهت } \alpha$$

$$\alpha_2 = l_2 \text{ درجهت } \alpha$$

$$I_s = (h^3/12) = I_s = \text{ممان اینرسی دال (با عرض } l_2 \text{) ACI Notation}$$

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s} \leftarrow C = \sum (1 - 0.63 \frac{x}{y}) \frac{x^3 y}{3}$$

$$\text{Shear Modulus (مدول برشی)} = E_{cb}/2$$

مهم: با داشتن α و β_t ممان‌های منفی [داخلی (ACI 13.6.4.1) و خارجی (ACI 13.6.4.2)] و مثبت (ACI 13.6.4.4) را در نوارهای ستونی و در تیرها (ACI 13.6.5) و نوارهای میانی (ACI 13.6.6) می‌توان بدست آورد.

Column-Strip moment, % of Total Design Moment

		l_2/l_1			
		0.5	1.0	2.0	
Interior – design Moment پانل‌های داخلی و خارجی	$\alpha_1 l_2/l_1 = 0$	75	75	75	ACI 13.6.4.1
	$\alpha_1 l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45	
Exterior – design Moment پانلهای خارجی	$\alpha_1 l_2/l_1 = 0$	$\beta_t = 0$	100	100	ACI 13.6.4.2
		$\beta_t \geq 2.5$	75	75	
	$\alpha_1 l_2/l_1 \geq 1.0$	$\beta_t = 0$	100	100	
		$\beta_t \geq 2.5$	90	75	
+ design Moment پانل‌های داخلی و خارجی	$\alpha_1 l_2/l_1 = 0$	60	60	60	ACI 13.6.4.4
	$\alpha_1 l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45	

برای مقادیر ما بین اینترپلاسیون خطی انجام می‌شود. $l_1 =$ جهتی که ممان برای آن محاسبه می‌شود.

مهم: در مواردی که در ردیف ستون‌ها از دیوار استفاده می‌شود، تیر بسیار سخت و $\alpha_1 l_2 / l_1$ بزرگتر از یک است. در مواردی که تکیه‌گاه خارجی دیواری آجری و بدون مقاومت پیچشی است (عمود بر جهت تغییر ممان است) $\beta_t = 0$ است. برای دیوار بتنی با مقاومت پیچشی بالا که با دال بصورت Monolithic است $\beta_t = 2.5$ می‌باشد.

توزیع ممان بین نوار ستونی و تیرهای بین تکیه‌گاه‌ها (تیرهای کناری) ACI 13.6.5:

$$\text{If } \frac{\alpha_1 l_2}{l_1} \geq 1.0$$

گشتاور نوار ستونی $\times 0.85 =$ گشتاور تیرها $= M$ مقدار گشتاور برای طراحی تیرها

$$\text{If } 0 < \frac{\alpha_1 l_2}{l_1} < 1.0 \rightarrow \text{بین } 0 \text{ و } 0.85 \text{ اینترپولاسیون خطی میکنیم}$$

همچنین برای بارهای متمرکزی که مستقیماً به تیر وارد می‌شود باید بطور جداگانه گشتاور را محاسبه کرده و با گشتاور بدست آمده در بالا برای طراحی در نظر گرفت.

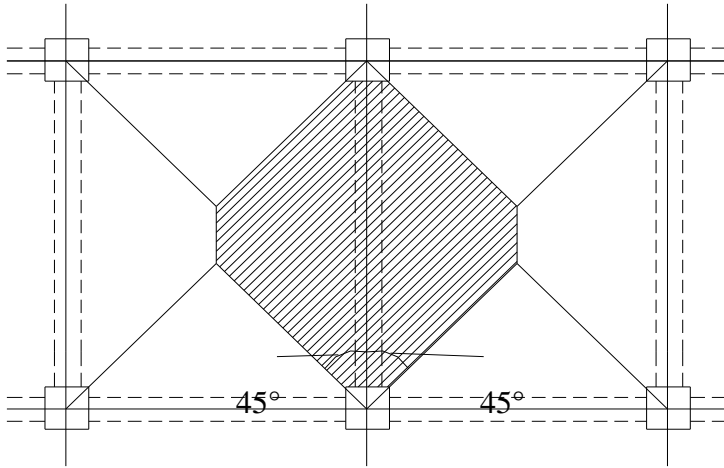
ممان در نوارهای میانی ACI 13.6.6:

مقدار ممان طراحی که بوسیله نوار ستونی حمل نمی‌شود، به نوار میانی داده می‌شود و باید برای آن ممان‌ها طراحی انجام داد. ممان‌های + و - (ضریب دار Factored) را می‌توان 10٪ اصلاح نمود بشرطی که مقدار آن از $M_0 = \frac{W_u l_2 l_n^2}{8}$ کمتر نباشد.

مقاومت برشی ACI 13.6.8:

مقاومت برشی تیرها: (تیرهای داخلی Interior Beams) ACI 13.6.8.1

← تیر بایستی طوری طرح شود که بتواند در برابر بارهای قسمت هاشورخورده دال مقاومت برشی لازم را داشته باشد. $If \frac{\alpha_1 l_2}{l_1} \geq 1.0$



← مقدار بار تیر از اینترپلاسیون خطی بدست می‌آید. در $\alpha=0$ فرض می‌شود که تیر باری را حمل

نمی‌کند. تیرهای کناری همچنین باید مقاومت لازم جهت حمل بارهایی را که مستقیماً به آنها اعمال می‌شود را داشته باشند. مقاومت برشی دال را می‌توان با فرض اینکه مطابق ACI 13-6-8-1,2 به تیرهای اطراف دال پخش می‌شود، محاسبه نمود که بوسیله دال بار به چهار ستون منتقل می‌شود و باید مقاومت برشی (Punching Shear) را داشته باشد.

طراحی ستون‌ها (ACI 13.6.9): Design of Columns

ستون‌ها در سازه‌های دال‌های دوطرفه باید در برابر ممان‌هایی که از آنالیز سیستم دال-تیر بدست می‌آید مقاومت نمایند، و ستون‌هایی که تیرهای کناری را نگه می‌دارند، باید برای ممان‌هایی که از دال (بارثقلی) نتیجه می‌شود طرح شوند (ACI 13.6.3.3).

در پانل‌های داخلی، ممان‌های منفی دال با فرض اینکه بار مرده و تمام بار زنده عمل می‌کنند بدست آمده است، در صورتی که برای طراحی ستون‌های داخلی، بارگذاری وقتی بحرانی است که قسمتی از بار زنده برداشته شود.

(بر اساس آیین‌نامه ACI 13.6.9, 2, ACI 13.6.91)

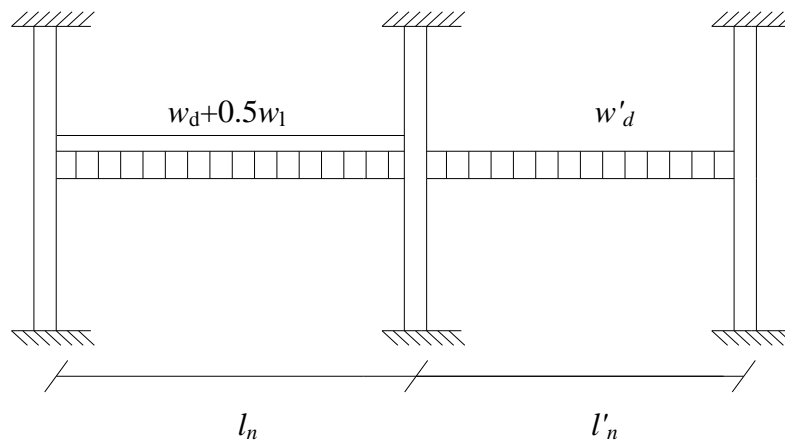
Moments in Columns:

(Due to Unbalanced loads on adjacent panels)

$$M = 0.07[(w_d + 0.5w_l)l_2l_n^2 - w'_dl'_2(l'_n)^2] \quad \text{ACI eqn.13.4}$$

برای دهانه‌های کوتاه‌تر هستند.

و l'_2, w'_d عمود بر l_n از مرکز تا مرکز دو دال مجاور است. ACI 13.6.9.2



ستون‌های داخلی:

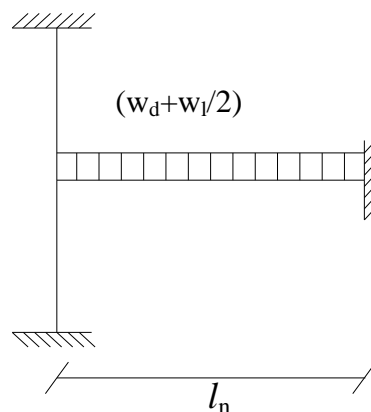
$$M = 0.07(0.5w_l l_2 l_n^2) \quad \leftarrow \text{برای دهانه های مساوی}$$

ستون‌های کناری:

Use ACI 13.6.3.6 or

$$ACI 89 \rightarrow M = 0.07[(w_d + 0.5w_l)l_2l_n^2]$$

$$ACI 95 \rightarrow M = 0.3M_0 \quad (ACI 13.6.3.6)$$



اثر بارگذاری شطرنجی (Effects of Pattern Loading): ACI 13.6.10 89

این در ACI 95,99 آورده نشده است

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{When } \beta_a = w_d/w_l \text{ (بدون ضرایب)} < 2 \\ \alpha_c = \frac{\sum K_c}{\sum (K_s + K_b)} \end{array} \right. \quad \text{اثر بار زنده در بارگذاری روی ستون بیشتر می‌شود.}$$

مجموع سختی‌های خمشی ستون‌های بالا و پایین دال (α_c) باید از Table ACI 13.6.10 بیشتر باشد.

$$K_b, K_s, K_c = \text{سختی‌های خمشی ستون، دال و تیر}$$

در غیر این صورت، یعنی اگر $\alpha_c < \alpha_{\min}$ باشد:

به جهت افزایش نرمی در اتصال تیر(دال) به ستون، ممان منفی کاهش یافته و ممان مثبت افزایش می‌یابد.

ممان‌های مثبت ضریب‌دار در پانل‌هایی که بوسیله این ستون‌ها حمل می‌شوند باید در δ_s ضرب شوند:

$$\delta_s = 1 + \frac{2 - \beta_a}{4 + \beta_a} \left(1 - \frac{\alpha_c}{\alpha_{\min}} \right)$$

می‌توان آن‌ها را با استفاده از مکانیک سازه‌ها بدست آورد $\leftarrow K_c, K_s, K_b$

$$K = \frac{4E_c I_g}{l} \left\{ \begin{array}{l} \text{Beams} \rightarrow I_g = \text{ACI 13.2.4 (تیر مؤثر)} \text{ و } l=l_1 \\ \text{Slabs} \rightarrow I_g = bh^3/12=l_2h^3/12, l=l_1 \\ \text{Columns} \rightarrow I_g = \text{فاصله بین دو کف طبقه (بالا و پایین)} = l, \text{ برای ستون} \end{array} \right.$$

انتقال ممان و برش در محل تماس دال و ستون:

Transfer of Moment & Shear @ Junction of Slab & Column

@ Monolithic Joints → Moment & Shear transfer btn Slabs & Column ends.

Moment & Shear → (بر اثر ۱ و ۲ ایجاد می‌شوند)

$\left\{ \begin{array}{l} 1- \text{ بارهای جانبی} \\ 2- \text{ انتقال از دال به ستون} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{زلزله} \\ \text{باد} \end{array} \right.$	انتقال از ستون به دال
	انتقال از دال به ستون ← بارهای unbalanced ثقلی روی پانل‌های مجاور	

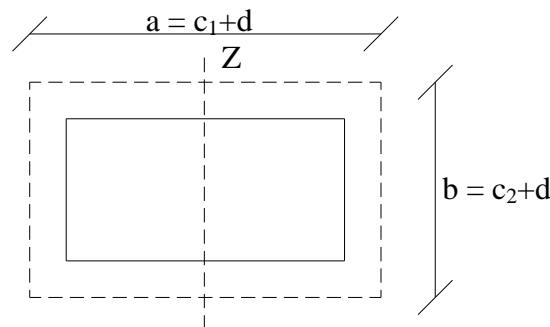
انتقال ممان و برش در محل تماس دال و ستون در طراحی دال‌های تخت بسیار حائز اهمیت است و تحقیقات زیادی در این رابطه انجام شده است.

Mu = کل ممان ضریب‌دار که برای انتقال به دو انتهای ستون‌ها وجود دارد

$\left\{ \begin{array}{l} \text{انتقال توسط خمش} \rightarrow \text{حدود } 60\% \\ \text{انتقال توسط برش} \rightarrow \text{حدود } 40\% \end{array} \right.$	تحقیقات آزمایشگاهی
	درفاصله $d/2$ از صورت ستون

ACI 13.5.3
ACI 11.12.6

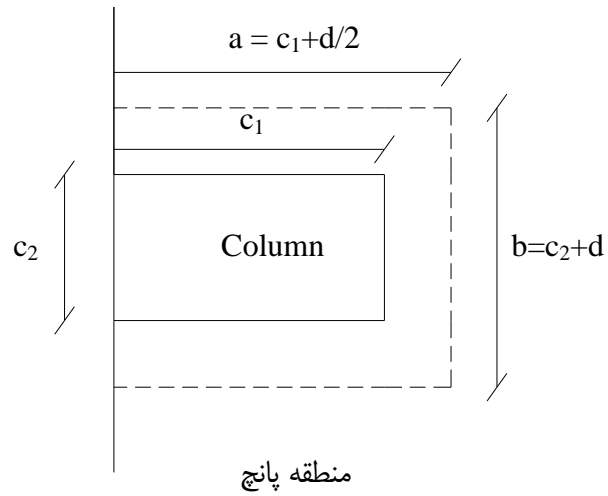
$$\left\{ \begin{array}{l} M_b = \frac{M_u}{1 + 2/3 \sqrt{\frac{C_1 + d}{C_2 + d}}} \quad \text{خمش} \\ M_v = M_u - M_b \quad \text{برش} \end{array} \right.$$



Z

منطقه پانچ

Flexure caused by eccentricity of shear

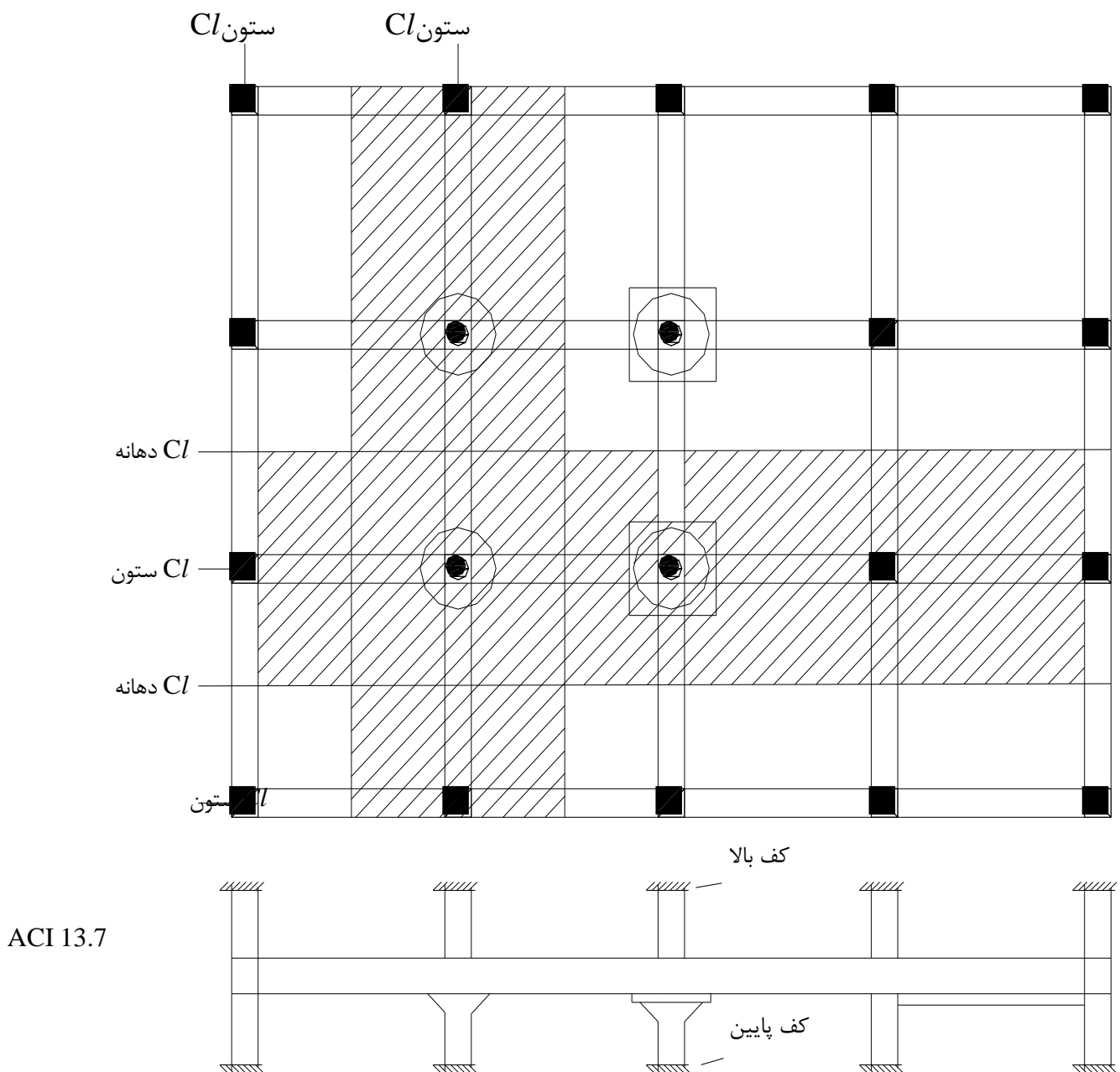


در این حالت، مازاد بر ممان حاصل از نوار ستونی، ممان دیگری ناشی از خروج از مرکزیت برش است که باید با آن جمع شود.

روش قاب معادل Equivalent Frame Method:

روش طرح مستقیم برای وقتی که ۶ محدودیت روی بار و هندسه سازه وجود داشته باشد به کار می‌رود. در موارد دیگر باید از روش دیگری استفاده کرد.

روش Peabody (1948) طراحی بوسیله «آنالیز الاستیک» است که فرم اصلاح شده آن در ACI-99 بعنوان روش قاب معادل ذکر شده است.



با استفاده از روش قاب معادل سیستم ساختمانی به قسمت‌های طولی و عرضی به شکل نوارهایی که در طرفین خط ستونی در هر جهت قرار گرفته‌اند تقسیم، و قاب حاصله آنالیز می‌شود. بدین صورت که **نصف پانل** در هر طرف خط ستونی، در محاسبه سختی و بارگذاری در نظر گرفته می‌شود.

ممان اینرسی **ACI 13.7 Slab-beams**:

برای محاسبه سختی از سطح مقطع کل (Gross Concrete Area) بدون در نظر گرفتن آرماتورها) برای بدست آوردن I_g استفاده می‌شود، ولی تغییرات در مقطع در طول عضو (سرستون و ماهیچه) را باید در نظر گرفت.

Slab-beams: برای ممان اینرسی ACI 13.7

$$I = \frac{I_{\text{دال}} - \text{تیر در بر ستون، پهنه یا سرستون}}{\left(1 + \frac{C_2}{l_2}\right)^2}$$

کلاً روش‌های مختلفی برای در نظر گرفتن I_g بخصوص در آنالیز ماتریسی می‌توان اتخاذ کرد.

همچنین به جداول A.13a و A.13b برای ضرایب دال با I_g متغیر در کتاب Winter & Nilson مراجعه کنید.

اعضای پیچشی Torsional Members

ACI 13.7.2 & ACI 13.7.5

با استفاده از روش قاب معادل، سیستم سه بعدی به یک سیستم دو بعدی تبدیل می‌شود و سپس آنالیز می‌گردد.

فرض:

۱- ستون‌ها در طبقات بالا و پایین Fix هستند.

۲- دو دهانه مجاور هم، برای بدست آوردن ممان منفی ماکزیمم با بار زنده بارگذاری می‌شود.

۳- برای بدست آوردن ممان مثبت ماکزیمم دهانه‌ها بطور یک در میان بارگذاری می‌شوند.

۴- برای قاب، دو پانل دورتر از نقطه مورد نظر Fix در نظر گرفته می‌شود. (ACI 13.7.2.5)

ترتیب بارهای زنده ACI 13.7.6:

اگر $W_l \leq 3/4W_d$ ← ممان ماکزیمم را بوسیله قرارداد تمام بار زنده (به اضافه بار مرده) در کلیه پانل‌ها بدست می‌آوریم.

در غیر این صورت ← ACI 13.7.6.3

ستون معادل The Equivalent Column:

همان‌طور که در روش طرح مستقیم گفته شد، به همان صورت از ستون معادل استفاده می‌نماییم (ACI 13.7.5.2) ستون معادل که در روش طرح مستقیم برای اثرات ناشی از تغییرشکل‌های پیچشی تیر کناری در طرح پانل‌های خارجی دال بکار میرفته، در اینجا برای تمام ستون‌ها استفاده می‌شود.

آنالیز ممان‌ها ACI 13.7.7.5:

بعد از انجام آنالیز به روش قاب معادل و بدست آوردن ممان‌های + و - باید ممان‌ها در عرض دال توزیع شوند. برای این کار، دال همانند روش D.D.M، به نوارهای ستونی و نصف نوار میانی تقسیم و سپس ممان‌های بدست آمده براساس ACI 13.6.4، 13.6.5 و ACI 13.6.6 بین آن‌ها (همانند D.D.M) تقسیم می‌شود.
ممان‌های بدست آمده از طریق آنالیز نیز برای طراحی ستون‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

آنالیز بوسیله روش ضرایب Analysis By the Coefficient Method:

در روش ACI که تمام دال‌های دوطرفه را بطور یکسان (با و بدون تیرکناری، با و بدون ماهیچه و سرستون) آنالیز می‌نماید. محدودیت‌هایی که در روش D.D.M. وجود دارند و همچنین پیچیده بودن و کلی بودن روش آنالیز، بعضی اوقات سبب می‌شود که از روش ۳، آنالیز ACI 63 برای موارد دال‌های دوطرفه‌ای که در چهار طرف پانل روی تیرهای کناری عمیق و سخت (Deep & Rigid) قرار گرفته‌اند، استفاده شود.

روش ۳ ACI 63:

این روش برای دال‌هایی که روی دیوارها (Walls)، تیرهای فولاد (Steel Beams)، یا تیرهای بتنی یکپارچه (monolithic concrete beams) که ضخامت آن‌ها مساوی و یا بزرگتر از ۳ برابر ضخامت دال است استفاده می‌شود. هنوز از این روش استفاده می‌شود، زیرا که حتی بر اساس ACI 318 جدید، اگر روش تعادل و سازگاری هندسی و مقاومت لازم در برابر بارها و تغییرمکان (Serviceability) را فراهم آورد، از آن می‌توان استفاده نمود. آنالیز الاستیک است و توزیع دوباره غیرالاستیکی را نیز در نظر می‌گیرد و جدول استفاده می‌شود.

گشتاور در هر دو جهت با استفاده از ضرایبی بدست می‌آید:

$$\begin{cases} M_a = C_a w A^2 \\ M_b = C_b w B^2 \end{cases}$$

w = بار یکنواخت

A, B = طول آزاد دهانه در جهت کوتاه و بلند

C_a, C_b = ضرایب ممان‌ها در جداول

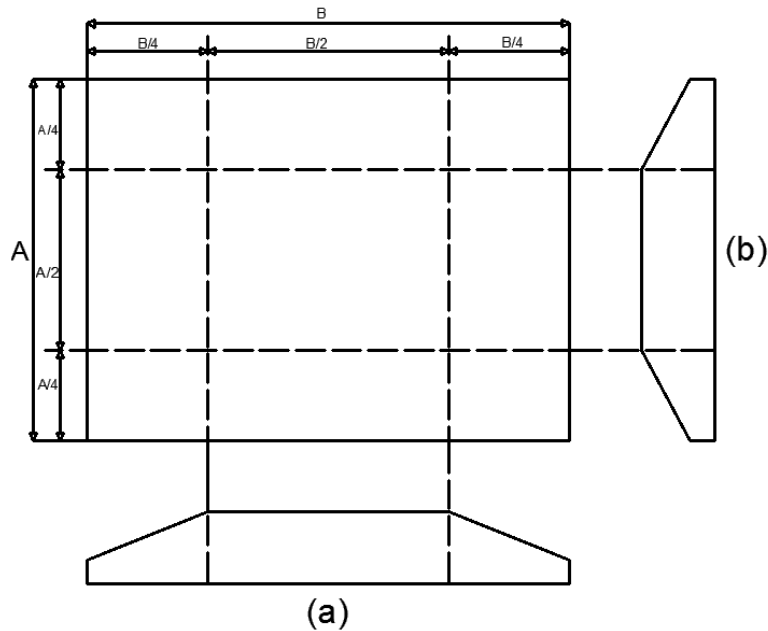


fig 1. variation of moments across width of critical section assumed for design

در این روش، پانل در هر دو جهت به یک نوار میانی به عرض نصف طول دهانه و دو نوار ستونی به عرض یک چهارم طول دهانه تقسیم می‌شود. مقدار لنگر در دو جهت در وسط بیشتر از گوشه‌هاست. نوار میانی کل لنگر طراحی را تحمل می‌کند ولی این مقدار در نوار کناری در گوشه‌ها به یک سوم می‌رسد. این بحث برای پانل با تکیه‌گاه ساده در چهار طرف است. در شکل زیر دال دو طرفه‌ای نشان داده شده است. پانل A دارای دو لبه خارجی ناپیوسته و دو لبه پیوسته با پانل‌های کناری است. پانل B دارای یک لبه خارجی ناپیوسته و سه لبه پیوسته با پانل‌های کناری است. پانل داخلی C دارای چهار لبه پیوسته با پانل‌های کناری است. در گوشه‌های پیوسته لنگر منفی است. اندازه ممان مثبت به شرایط پیوستگی چهار لبه بستگی دارد.

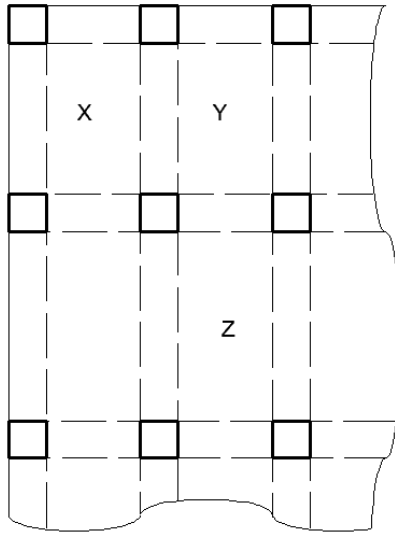


fig 2. plan of typical two-way slab floor with beams on column lines

جدول ۱: ضرایب لنگر منفی در گوشه‌های پیوسته را نشان می‌دهد. حداکثر مقدار لنگر منفی لبه‌ها زمانی به وجود می‌آیند که هر دو پانل در مجاورت لبه‌ای قرار گیرند که تمام بار مرده و زنده را حمل کند. لنگرهای منفی در لبه‌های ناپیوسته یکسوم ممان‌های مثبت در همان جهت در نظر گرفته شده‌اند.

حداکثر بار زنده لنگرهای مثبت وقتی بدست می‌آیند که بار زنده روی پانل خاص قرار گرفته باشد و روی پانل‌های مجاور نباشد. لذا تأثیر بارگذاری شطرنجی باید در نظر گرفته شود. از این رو، دو جدول یکی برای بار مرده (جدول ۲) که همواره ثابت است و دیگری برای بار زنده (جدول ۳) ارائه گردیده که لنگرهای نهایی از مجموع اخذ شده از دو جدول حاصل می‌گردد.










برای محاسبه برش در دال و بار در تیرهای تکیه‌گاهی جدول ۴ ضرایبی را تقسیم بار منتقل شده در دو جهت ارائه می‌کند.

Tables 13.4, 13.5, 13.6 and 13.7 contain coefficients for slab moments and beam shears for Method 3. These tables are reproduced with permission of the ACI.

Table 1

METHOD 3 — COEFFICIENTS FOR NEGATIVE MOMENTS IN SLABS*










$$\left. \begin{aligned} M_{A \text{ neg}} &= C_{A \text{ neg}} \times w \times A^2 \\ M_{B \text{ neg}} &= C_{B \text{ neg}} \times w \times B^2 \end{aligned} \right\} \text{ where } w = \text{total uniform dead plus live load}$$

Ratio $m = \frac{A}{B}$	Case 1 	Case 2 	Case 3 	Case 4 	Case 5 	Case 6 	Case 7 	Case 8 	Case 9 
1.00		0.045		0.050	0.075	0.071		0.033	0.061
		0.045	0.076	0.050			0.071	0.061	0.033
0.95		0.050		0.055	0.079	0.075		0.038	0.065
		0.041	0.072	0.045			0.067	0.056	0.029
0.90		0.055		0.060	0.080	0.079		0.043	0.068
		0.037	0.070	0.040			0.062	0.052	0.025
0.85		0.060		0.066	0.082	0.083		0.049	0.072
		0.031	0.065	0.034			0.057	0.046	0.021
0.80		0.065		0.071	0.083	0.086		0.055	0.075
		0.027	0.061	0.029			0.051	0.041	0.017
0.75		0.069		0.076	0.085	0.088		0.061	0.078
		0.022	0.056	0.024			0.044	0.036	0.014
0.70		0.074		0.081	0.086	0.091		0.068	0.081
		0.017	0.050	0.019			0.038	0.029	0.011
0.65		0.077		0.085	0.087	0.093		0.074	0.083
		0.014	0.043	0.015			0.031	0.024	0.008
0.60		0.081		0.089	0.088	0.095		0.080	0.085
		0.010	0.035	0.011			0.024	0.018	0.006
0.55		0.084		0.092	0.089	0.096		0.085	0.086
		0.007	0.028	0.008			0.019	0.014	0.005
0.50		0.086		0.094	0.090	0.097		0.089	0.088
		0.006	0.022	0.006			0.014	0.010	0.003

*A cross-hatched edge indicates that the slab continues across or is fixed at the support; an unmarked edge indicates a support at which torsional resistance is negligible.

Table 2
METHOD 3 — COEFFICIENTS FOR DEAD LOAD
POSITIVE MOMENTS IN SLABS*










$$\left. \begin{aligned} M_{A \text{ pos DL}} &= C_{A \text{ DL}} \times w \times A^2 \\ M_{B \text{ pos DL}} &= C_{B \text{ DL}} \times w \times B^2 \end{aligned} \right\} \text{ where } w = \text{total uniform dead load}$$

Ratio $m = \frac{A}{B}$	Case 1 	Case 2 	Case 3 	Case 4 	Case 5 	Case 6 	Case 7 	Case 8 	Case 9 
1.00	$C_{A \text{ DL}}$ 0.036	$C_{A \text{ DL}}$ 0.018	$C_{A \text{ DL}}$ 0.018	$C_{A \text{ DL}}$ 0.027	$C_{A \text{ DL}}$ 0.027	$C_{A \text{ DL}}$ 0.033	$C_{A \text{ DL}}$ 0.027	$C_{A \text{ DL}}$ 0.020	$C_{A \text{ DL}}$ 0.023
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.036	$C_{B \text{ DL}}$ 0.018	$C_{B \text{ DL}}$ 0.027	$C_{B \text{ DL}}$ 0.027	$C_{B \text{ DL}}$ 0.018	$C_{B \text{ DL}}$ 0.027	$C_{B \text{ DL}}$ 0.033	$C_{B \text{ DL}}$ 0.023	$C_{B \text{ DL}}$ 0.020
0.95	$C_{A \text{ DL}}$ 0.040	$C_{A \text{ DL}}$ 0.020	$C_{A \text{ DL}}$ 0.021	$C_{A \text{ DL}}$ 0.030	$C_{A \text{ DL}}$ 0.028	$C_{A \text{ DL}}$ 0.036	$C_{A \text{ DL}}$ 0.031	$C_{A \text{ DL}}$ 0.022	$C_{A \text{ DL}}$ 0.024
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.033	$C_{B \text{ DL}}$ 0.016	$C_{B \text{ DL}}$ 0.025	$C_{B \text{ DL}}$ 0.024	$C_{B \text{ DL}}$ 0.015	$C_{B \text{ DL}}$ 0.024	$C_{B \text{ DL}}$ 0.031	$C_{B \text{ DL}}$ 0.021	$C_{B \text{ DL}}$ 0.017
0.90	$C_{A \text{ DL}}$ 0.045	$C_{A \text{ DL}}$ 0.022	$C_{A \text{ DL}}$ 0.025	$C_{A \text{ DL}}$ 0.033	$C_{A \text{ DL}}$ 0.029	$C_{A \text{ DL}}$ 0.039	$C_{A \text{ DL}}$ 0.035	$C_{A \text{ DL}}$ 0.025	$C_{A \text{ DL}}$ 0.026
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.029	$C_{B \text{ DL}}$ 0.014	$C_{B \text{ DL}}$ 0.024	$C_{B \text{ DL}}$ 0.022	$C_{B \text{ DL}}$ 0.013	$C_{B \text{ DL}}$ 0.021	$C_{B \text{ DL}}$ 0.028	$C_{B \text{ DL}}$ 0.019	$C_{B \text{ DL}}$ 0.015
0.85	$C_{A \text{ DL}}$ 0.050	$C_{A \text{ DL}}$ 0.024	$C_{A \text{ DL}}$ 0.029	$C_{A \text{ DL}}$ 0.036	$C_{A \text{ DL}}$ 0.031	$C_{A \text{ DL}}$ 0.042	$C_{A \text{ DL}}$ 0.040	$C_{A \text{ DL}}$ 0.029	$C_{A \text{ DL}}$ 0.028
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.026	$C_{B \text{ DL}}$ 0.012	$C_{B \text{ DL}}$ 0.022	$C_{B \text{ DL}}$ 0.019	$C_{B \text{ DL}}$ 0.011	$C_{B \text{ DL}}$ 0.017	$C_{B \text{ DL}}$ 0.025	$C_{B \text{ DL}}$ 0.017	$C_{B \text{ DL}}$ 0.013
0.80	$C_{A \text{ DL}}$ 0.056	$C_{A \text{ DL}}$ 0.026	$C_{A \text{ DL}}$ 0.034	$C_{A \text{ DL}}$ 0.039	$C_{A \text{ DL}}$ 0.032	$C_{A \text{ DL}}$ 0.045	$C_{A \text{ DL}}$ 0.045	$C_{A \text{ DL}}$ 0.032	$C_{A \text{ DL}}$ 0.029
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.023	$C_{B \text{ DL}}$ 0.011	$C_{B \text{ DL}}$ 0.020	$C_{B \text{ DL}}$ 0.016	$C_{B \text{ DL}}$ 0.009	$C_{B \text{ DL}}$ 0.015	$C_{B \text{ DL}}$ 0.022	$C_{B \text{ DL}}$ 0.015	$C_{B \text{ DL}}$ 0.010
0.75	$C_{A \text{ DL}}$ 0.061	$C_{A \text{ DL}}$ 0.028	$C_{A \text{ DL}}$ 0.040	$C_{A \text{ DL}}$ 0.043	$C_{A \text{ DL}}$ 0.033	$C_{A \text{ DL}}$ 0.048	$C_{A \text{ DL}}$ 0.051	$C_{A \text{ DL}}$ 0.036	$C_{A \text{ DL}}$ 0.031
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.019	$C_{B \text{ DL}}$ 0.009	$C_{B \text{ DL}}$ 0.018	$C_{B \text{ DL}}$ 0.013	$C_{B \text{ DL}}$ 0.007	$C_{B \text{ DL}}$ 0.012	$C_{B \text{ DL}}$ 0.020	$C_{B \text{ DL}}$ 0.013	$C_{B \text{ DL}}$ 0.007
0.70	$C_{A \text{ DL}}$ 0.068	$C_{A \text{ DL}}$ 0.030	$C_{A \text{ DL}}$ 0.046	$C_{A \text{ DL}}$ 0.046	$C_{A \text{ DL}}$ 0.035	$C_{A \text{ DL}}$ 0.051	$C_{A \text{ DL}}$ 0.058	$C_{A \text{ DL}}$ 0.040	$C_{A \text{ DL}}$ 0.033
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.016	$C_{B \text{ DL}}$ 0.007	$C_{B \text{ DL}}$ 0.016	$C_{B \text{ DL}}$ 0.011	$C_{B \text{ DL}}$ 0.005	$C_{B \text{ DL}}$ 0.009	$C_{B \text{ DL}}$ 0.017	$C_{B \text{ DL}}$ 0.011	$C_{B \text{ DL}}$ 0.006
0.65	$C_{A \text{ DL}}$ 0.074	$C_{A \text{ DL}}$ 0.032	$C_{A \text{ DL}}$ 0.054	$C_{A \text{ DL}}$ 0.050	$C_{A \text{ DL}}$ 0.036	$C_{A \text{ DL}}$ 0.054	$C_{A \text{ DL}}$ 0.065	$C_{A \text{ DL}}$ 0.044	$C_{A \text{ DL}}$ 0.034
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.013	$C_{B \text{ DL}}$ 0.006	$C_{B \text{ DL}}$ 0.014	$C_{B \text{ DL}}$ 0.009	$C_{B \text{ DL}}$ 0.004	$C_{B \text{ DL}}$ 0.007	$C_{B \text{ DL}}$ 0.014	$C_{B \text{ DL}}$ 0.009	$C_{B \text{ DL}}$ 0.005
0.60	$C_{A \text{ DL}}$ 0.081	$C_{A \text{ DL}}$ 0.034	$C_{A \text{ DL}}$ 0.062	$C_{A \text{ DL}}$ 0.053	$C_{A \text{ DL}}$ 0.037	$C_{A \text{ DL}}$ 0.056	$C_{A \text{ DL}}$ 0.073	$C_{A \text{ DL}}$ 0.048	$C_{A \text{ DL}}$ 0.036
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.010	$C_{B \text{ DL}}$ 0.004	$C_{B \text{ DL}}$ 0.011	$C_{B \text{ DL}}$ 0.007	$C_{B \text{ DL}}$ 0.003	$C_{B \text{ DL}}$ 0.006	$C_{B \text{ DL}}$ 0.012	$C_{B \text{ DL}}$ 0.007	$C_{B \text{ DL}}$ 0.004
0.55	$C_{A \text{ DL}}$ 0.088	$C_{A \text{ DL}}$ 0.035	$C_{A \text{ DL}}$ 0.071	$C_{A \text{ DL}}$ 0.056	$C_{A \text{ DL}}$ 0.038	$C_{A \text{ DL}}$ 0.058	$C_{A \text{ DL}}$ 0.081	$C_{A \text{ DL}}$ 0.052	$C_{A \text{ DL}}$ 0.037
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.008	$C_{B \text{ DL}}$ 0.003	$C_{B \text{ DL}}$ 0.009	$C_{B \text{ DL}}$ 0.005	$C_{B \text{ DL}}$ 0.002	$C_{B \text{ DL}}$ 0.004	$C_{B \text{ DL}}$ 0.009	$C_{B \text{ DL}}$ 0.005	$C_{B \text{ DL}}$ 0.003
0.50	$C_{A \text{ DL}}$ 0.095	$C_{A \text{ DL}}$ 0.037	$C_{A \text{ DL}}$ 0.080	$C_{A \text{ DL}}$ 0.059	$C_{A \text{ DL}}$ 0.039	$C_{A \text{ DL}}$ 0.061	$C_{A \text{ DL}}$ 0.089	$C_{A \text{ DL}}$ 0.056	$C_{A \text{ DL}}$ 0.038
	$C_{B \text{ DL}}$ 0.006	$C_{B \text{ DL}}$ 0.002	$C_{B \text{ DL}}$ 0.007	$C_{B \text{ DL}}$ 0.004	$C_{B \text{ DL}}$ 0.001	$C_{B \text{ DL}}$ 0.003	$C_{B \text{ DL}}$ 0.007	$C_{B \text{ DL}}$ 0.004	$C_{B \text{ DL}}$ 0.002

*A cross-hatched edge indicates that the slab continues across or is fixed at the support; an unmarked edge indicates a support at which torsional resistance is negligible.

Table 3
**METHOD 3 — COEFFICIENTS FOR LIVE LOAD
 POSITIVE MOMENTS IN SLABS***










$$\left. \begin{aligned} M_{A \text{ pos LL}} &= C_{A \text{ LL}} \times w \times A^2 \\ M_{B \text{ pos LL}} &= C_{B \text{ LL}} \times w \times B^2 \end{aligned} \right\} \text{ where } w = \text{total uniform live load}$$

Ratio $m = \frac{A}{B}$	Case 1 	Case 2 	Case 3 	Case 4 	Case 5 	Case 6 	Case 7 	Case 8 	Case 9 	
1.00	$C_{A \text{ LL}}$	0.036	0.027	0.027	0.032	0.032	0.035	0.032	0.028	0.030
	$C_{B \text{ LL}}$	0.036	0.027	0.032	0.032	0.027	0.032	0.035	0.030	0.028
0.95	$C_{A \text{ LL}}$	0.040	0.030	0.031	0.035	0.034	0.038	0.036	0.031	0.032
	$C_{B \text{ LL}}$	0.033	0.025	0.029	0.029	0.024	0.029	0.032	0.027	0.025
0.90	$C_{A \text{ LL}}$	0.045	0.034	0.035	0.039	0.037	0.042	0.040	0.035	0.036
	$C_{B \text{ LL}}$	0.029	0.022	0.027	0.026	0.021	0.025	0.029	0.024	0.022
0.85	$C_{A \text{ LL}}$	0.050	0.037	0.040	0.043	0.041	0.046	0.045	0.040	0.039
	$C_{B \text{ LL}}$	0.026	0.019	0.024	0.023	0.019	0.022	0.026	0.022	0.020
0.80	$C_{A \text{ LL}}$	0.056	0.041	0.045	0.048	0.044	0.051	0.051	0.044	0.042
	$C_{B \text{ LL}}$	0.023	0.017	0.022	0.020	0.016	0.019	0.023	0.019	0.017
0.75	$C_{A \text{ LL}}$	0.061	0.045	0.051	0.052	0.047	0.055	0.056	0.049	0.046
	$C_{B \text{ LL}}$	0.019	0.014	0.019	0.016	0.013	0.016	0.020	0.016	0.013
0.70	$C_{A \text{ LL}}$	0.068	0.049	0.057	0.057	0.051	0.060	0.063	0.054	0.050
	$C_{B \text{ LL}}$	0.016	0.012	0.016	0.014	0.011	0.013	0.017	0.014	0.011
0.65	$C_{A \text{ LL}}$	0.074	0.053	0.064	0.062	0.055	0.064	0.070	0.059	0.054
	$C_{B \text{ LL}}$	0.013	0.010	0.014	0.011	0.009	0.010	0.014	0.011	0.009
0.60	$C_{A \text{ LL}}$	0.081	0.058	0.071	0.067	0.059	0.068	0.077	0.065	0.059
	$C_{B \text{ LL}}$	0.010	0.007	0.011	0.009	0.007	0.008	0.011	0.009	0.007
0.55	$C_{A \text{ LL}}$	0.088	0.062	0.080	0.072	0.063	0.073	0.085	0.070	0.063
	$C_{B \text{ LL}}$	0.008	0.006	0.009	0.007	0.005	0.006	0.009	0.007	0.006
0.50	$C_{A \text{ LL}}$	0.095	0.066	0.088	0.077	0.067	0.078	0.092	0.076	0.067
	$C_{B \text{ LL}}$	0.006	0.004	0.007	0.005	0.004	0.005	0.007	0.005	0.004

*A cross-hatched edge indicates that the slab continues across or is fixed at the support;
 an unmarked edge indicates a support at which torsional resistance is negligible.

Table 4

METHOD 3 — RATIO OF LOAD W IN A AND B DIRECTIONS FOR SHEAR IN SLAB AND LOAD ON SUPPORTS*

Ratio $m = \frac{A}{B}$	Case 1 	Case 2 	Case 3 	Case 4 	Case 5 	Case 6 	Case 7 	Case 8 	Case 9 	
1.00	W_A	0.50	0.50	0.17	0.50	0.83	0.71	0.29	0.33	0.67
	W_B	0.50	0.50	0.83	0.50	0.17	0.29	0.71	0.67	0.33
0.95	W_A	0.55	0.55	0.20	0.55	0.86	0.75	0.33	0.38	0.71
	W_B	0.45	0.45	0.80	0.45	0.14	0.25	0.67	0.62	0.29
0.90	W_A	0.60	0.60	0.23	0.60	0.88	0.79	0.38	0.43	0.75
	W_B	0.40	0.40	0.77	0.40	0.12	0.21	0.62	0.57	0.25
0.85	W_A	0.66	0.66	0.28	0.66	0.90	0.83	0.43	0.49	0.79
	W_B	0.34	0.34	0.72	0.34	0.10	0.17	0.57	0.51	0.21
0.80	W_A	0.71	0.71	0.33	0.71	0.92	0.86	0.49	0.55	0.83
	W_B	0.29	0.29	0.67	0.29	0.08	0.14	0.51	0.45	0.17
0.75	W_A	0.76	0.76	0.39	0.76	0.94	0.88	0.56	0.61	0.86
	W_B	0.24	0.24	0.61	0.24	0.06	0.12	0.44	0.39	0.14
0.70	W_A	0.81	0.81	0.45	0.81	0.95	0.91	0.62	0.68	0.89
	W_B	0.19	0.19	0.55	0.19	0.05	0.09	0.38	0.32	0.11
0.65	W_A	0.85	0.85	0.53	0.85	0.96	0.93	0.69	0.74	0.92
	W_B	0.15	0.15	0.47	0.15	0.04	0.07	0.31	0.26	0.08
0.60	W_A	0.89	0.89	0.61	0.89	0.97	0.95	0.76	0.80	0.94
	W_B	0.11	0.11	0.39	0.11	0.03	0.05	0.24	0.20	0.06
0.55	W_A	0.92	0.92	0.69	0.92	0.98	0.96	0.81	0.85	0.95
	W_B	0.08	0.08	0.31	0.08	0.02	0.04	0.19	0.15	0.05
0.50	W_A	0.94	0.94	0.76	0.94	0.99	0.97	0.86	0.89	0.97
	W_B	0.06	0.06	0.24	0.06	0.01	0.03	0.14	0.11	0.03

*A cross-hatched edge indicates that the slab continues across or is fixed at the support; an unmarked edge indicates a support at which torsional resistance is negligible.

The use of Tables 13.1 through 13.7 will be demonstrated in the solved problems.

The solved problems have been selected to demonstrate the specific requirements in this chapter. Usually the detailed proportioning and determination of stresses will not be discussed.

آرماتورگذاری برای ممان خمشی در دال‌ها Flexural Reinforcement:

میلگردها عمود بر هم و موازی کنارهای پانل در دال‌های دو طرفه قرار داده می‌شوند. برای فراهم آوردن بارهای متمرکز و اینکه ترک‌های کششی باریک پخش شده باشند، فاصله بین میلگردها:

$$\text{ACI 13.4.2} \quad S (\text{فاصله بین میلگردها}) < 2t \quad t = \text{ضخامت دال}$$

حداقل سطح میلگردها در هر دو جهت باید از میلگردهای حرارتی و جمع شدگی (ACI 7.12) بیشتر باشد ←
ACI 13.4.1

$$\text{ACI 7.7.1} \rightarrow \text{حداقل پوشش} = 3/4" \approx 2 \text{ cm}$$

جهت استفاده بهینه در نحوه قراردادن میلگردها در دال‌های دوطرفه، چون در جهت کوتاه گشتاور بیشتر است (برای حالتی که بین ستون‌ها تیر وجود دارد) از این رو میلگردهای جهت کوتاه را در پایین و میلگردهای جهت بلند را در بالای آن قرار می‌دهیم، زیرا در جهت بلند به d (Effective depth) کمتری در مقایسه با جهت کوتاه احتیاج است.

بعلت این که در روش D.D.M. (طرح مستقیم) منحنی‌های ممان و نقاط عطف (I.P.) صریحاً معین نمی‌شوند و همچنین در اغلب موارد در روش قاب معادل، از این رو در ACI در شکل Fig. 13.3.8 محل خم کردن و حداقل امتداد طول آرماتورها را در دال‌های بدون تیر فراهم آورده است.

COMMENTARY

CODE

STRIP	LOCATION	MINIMUM - A_s AT SECTION	WITHOUT DROP PANELS	WITH DROP PANELS
COLUMN STRIP	TOP	50% REMAINDER		
	BOTTOM	100%		
MIDDLE STRIP	TOP	100%		
	BOTTOM	50% REMAINDER		

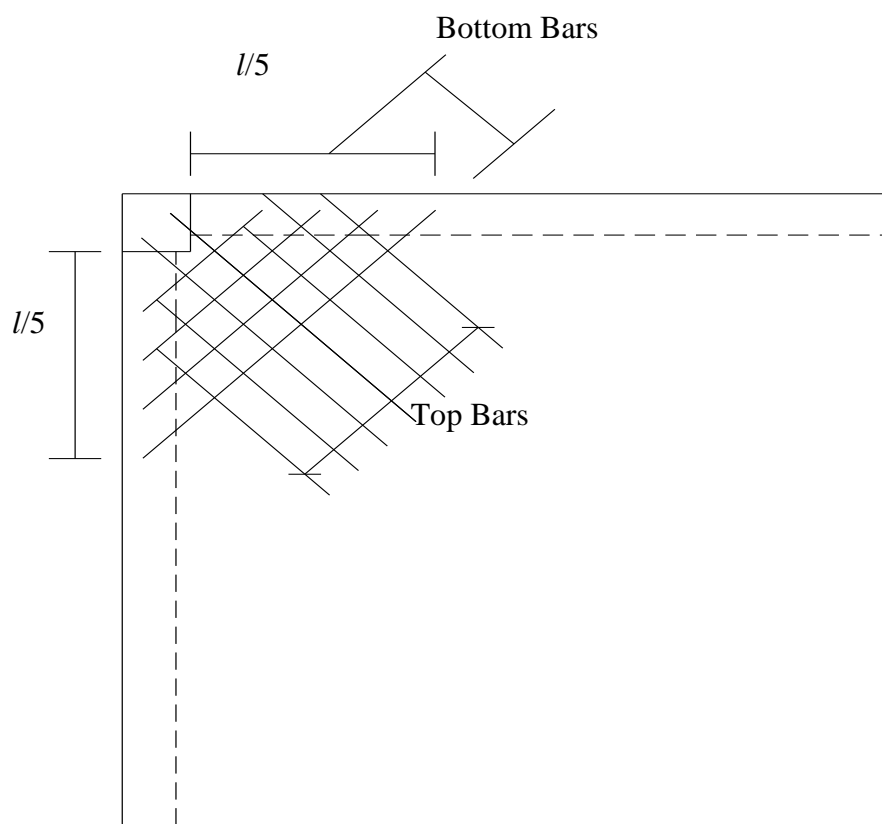
Fig. 13.3.8—Minimum extensions for reinforcement in slabs without beams. (See 12.11.1 for reinforcement extension into supports).

برای دال‌های دو طرفه با تیر بین ستون‌ها ACI 13.4.6

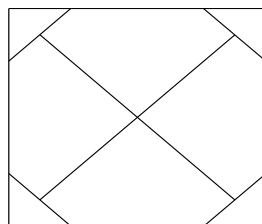
در این نوع دال‌ها، چون دال پیوسته است، در گوشه‌ها (Corners) بعلت وجود ممان ترک‌هایی در بالا و پایین ایجاد می‌گردد. از این‌رو، بر اساس آرماتورگذاری ACI 13.4.6 باید انجام شوند.

$$\text{If } \alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s} > 1 \rightarrow$$

باید آرماتورگذاری در هر جهت تا $l/5$ (طول دهانه بلند پانل = l) ادامه یابد.

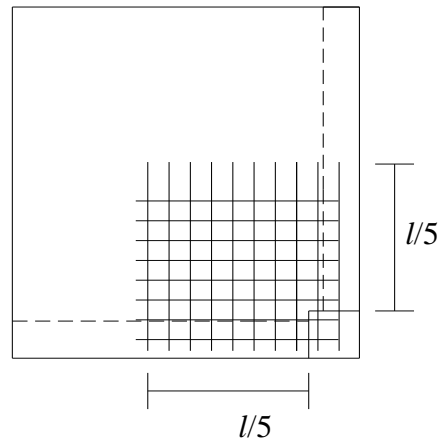


$l = \text{longer clear Span}$



نحوه ترک‌خوردگی دال (لولاهای گسیختگی)

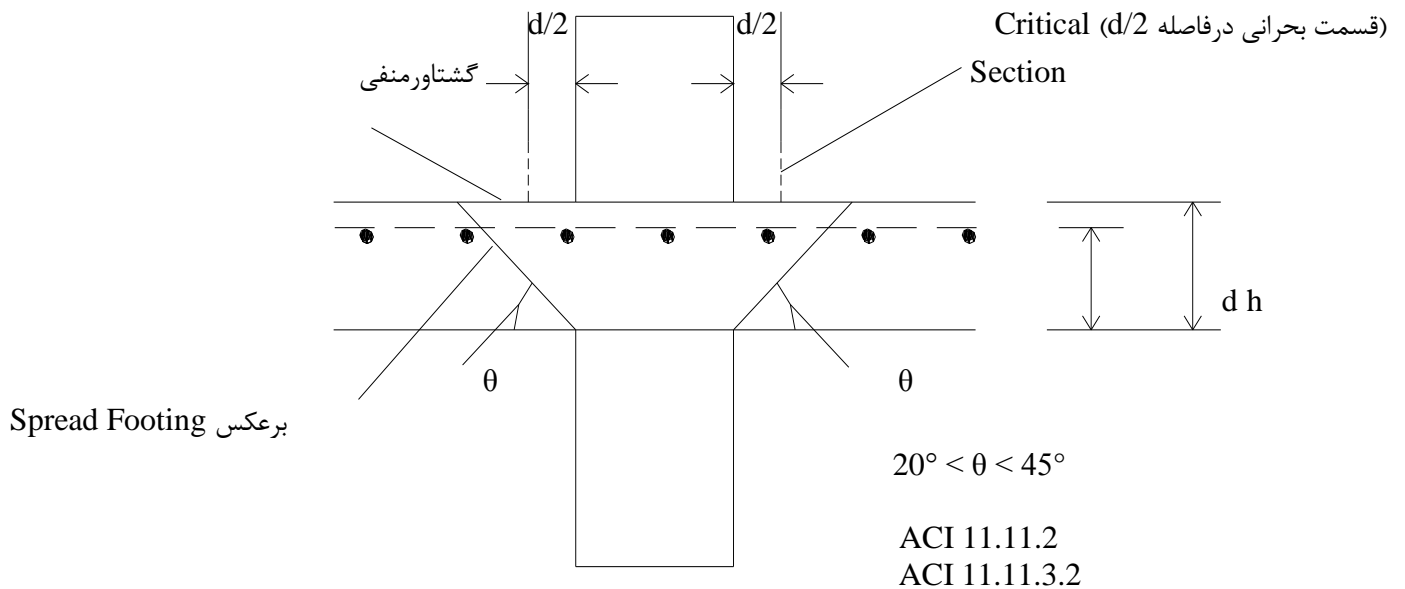
این آرماتورها را باید برای (عرض M_{max}^+) طراحی نمود و همچنین بطور آلترناتیو، می‌توان از دو ردیف میلگرد در دو جهت عمود برهم و موازی کناره‌ها برای $l/5$ استفاده نمود. بدین جهت این موضوع فقط برای دال‌های با تیر مطرح است که با توجه به آرماتوربندی نسبتاً بالای تیر و Transition ناگهانی بین سختی تیر و دال باید از آرماتورهای تقویتی در $l/5$ استفاده شود. در دال‌های بدون تیر سختی یکنواخت است و تغییر عمده‌ای در سختی به جهت عدم حضور تیر وجود ندارد.



برش در دال‌ها Shear in Slabs:

قبلاً گفته شد که در دال‌هایی که بین ستون‌ها، تیر وجود دارد می‌توان خطوط قطری (45°) برای بدست آوردن مقدار برشی که تیر حمل می‌کند استفاده نمود. برشی که در دال‌ها ایجاد می‌شود بسیار کم است و دال تحمل آن را دارد.

دو نوع برش در دال‌ها مطرح است که معمولاً یکی از آنها کنترل‌کننده است. ACI 11.11.1 (a) برش بحرانی در فاصله d از تیر یا دیوار، باید کنترل شود (همانند تیرها برای برش) 11.5 تا ACI 11.1 (diagonal tension) (b) معمولاً در دال‌های دوطرفه‌ای اتفاق می‌افتد که روی تیر یا دیوار قرار ندارند و دال‌ها تخت هستند، برش اطراف و نزدیک ستون‌ها بحرانی است و در اثر Punching Shear در فاصله $d/2$ از ستون اتفاق می‌افتد. ACI 11.11.1.2 از این‌رو از سرستون و ماهیچه در اطراف ستون‌های این نوع دال‌ها استفاده می‌شود.



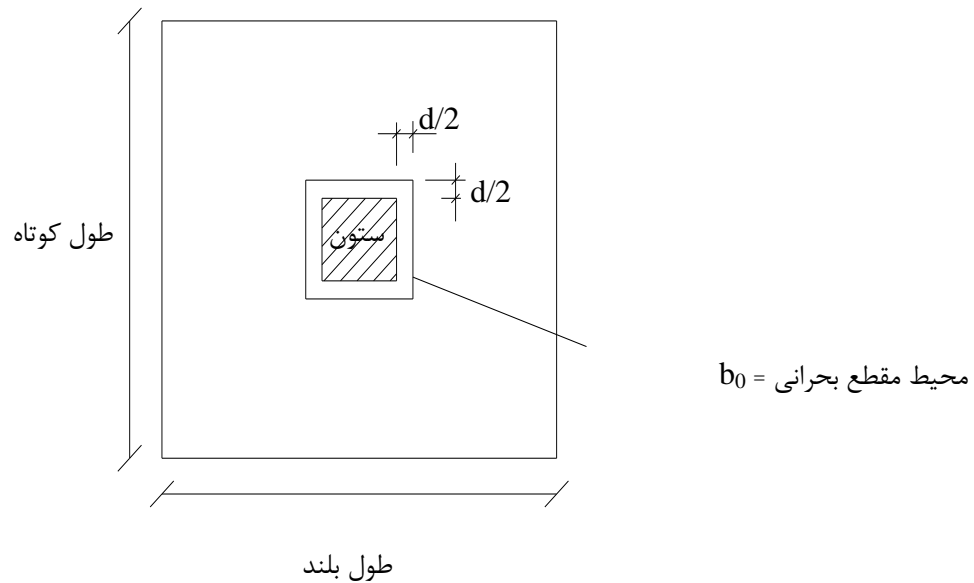
ACI 11.11

A) Beam Action of Slabs:

در فاصله d از لبه ستون (معادل مربع) و یا پهنه (سرستون) drop panel

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{ACI 11.3.1.1} \quad \text{بدون میلگرد برشی}$$

B) Two-way Action of Slabs: ACI 11.12.2



$$V_c = 0.53\left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right)\sqrt{f'_c} b_0 d \leq 1.06\sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$\beta_c = \frac{\text{طول جهت بلند مستطیل}}{\text{طول جهت کوتاه مستطیل}} = \frac{\text{بعد بلند ستون}}{\text{بعد کوتاه ستون}} = \frac{\text{بعد بلند باد متمرکز}}{\text{بعد کوتاه بار متمرکز}}$$

توجه شود که β_c برای دال‌های دوطرفه که همیشه کمتر از ۲ است، بستگی به نسبت ابعاد ستون دارد و معمولاً مساوی ۲ است. زیرا که برای حالت غیر دال‌های دوطرفه (به جهت کلی بودن فرمول) که β_c از ۲ بیشتر می‌شود مقدار $1.06\sqrt{f'_c} b_0 d$ دیگر محافظه کارانه نیست و بایستی کمتر شود.

$$ACI 11.12.3.2 \rightarrow V_n = V_c + V_s \leq 1.60\sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$ACI 11.12.3.1 \leftarrow V_c \leq 0.53\sqrt{f'_c} b_0 d \quad \text{برای طراحی میلگرد برشی}$$

اگر از Shear Reinforcement (کلاهک‌های برشی) استفاده شود، مقدار V_n بصورت زیر: ACI 11.12.4.8 ←

$$V_n = V_c + V_s \leq 1.85\sqrt{f'_c} b_0 d$$

حداقل ضخامت در دال‌های دوطرفه: (ACI 9.5.3)

برای کنترل تغییرمکان (افت)، حداقل ضخامت دال براساس نتایج آزمایش تعیین شده است.

دال‌های بدون تیر بین ستون‌ها: (ACI 9.5.3.2 & 9.5.3.4)

- دال‌های بدون پهنه براساس ACI 13.3.7.1 & 13.3.7.2 12.0 cm

- دال‌های با پهنه براساس ACI 13.3.7.1 & 13.3.7.2 10.0 cm

- جدول 9.5(c)

جدول 9.5(c) - حداقل ضخامت در دال‌های بدون تیر داخلی

با پهنه		بدون پهنه		تنش تسلیم فولاد (f_y)	kg/cm ²	
پانلهای داخلی	پانلهای خارجی	پانلهای داخلی	پانلهای خارجی			
	با تیرهای کناری	بدون تیرهای کناری	با تیرهای کناری	بدون تیرهای کناری		
$l_n/40$	$l_n/40$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/33$	3000
$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/30$	4200
$l_n/34$	$l_n/34$	$l_n/31$	$l_n/31$	$l_n/31$	$l_n/28$	5200

Footnote

- برای مقادیر f_y از اینترپلاسیون خطی استفاده می‌شود.

- به پهنه‌ها در بندهای 13.3.7.1 و 13.3.7.2 اشاره شده است.

- برای تیرهای کناری مقدار α نباید از 0.8 کمتر باشد.

دال‌های با تیر بین ستون‌ها: (ACI 9.5.3.3 & 9.5.3.4)

- برای $\alpha_m \leq 0.2$ از جدول 9.5(c) استفاده می‌شود.

- برای $0.2 < \alpha_m \leq 2.0$

$$h = \frac{l_n (800 + 0.071f_y)}{36000 + 5000\beta(\alpha_m - 0.12)} \quad \text{ACI Eqn. (9.11)}$$

$$h \geq 12 \text{ cm}$$

- برای $\alpha_m > 2.0$

$$h = \frac{l_n (800 + 0.071f_y)}{36000 + 9000\beta} \quad \text{ACI Eqn. (9.12)}$$

$$h \geq 9 \text{ cm}$$

$$\alpha_m = \left[\alpha = \frac{(EI)_b}{(EI)_s} \right]_{av} \quad \text{میانگین } \alpha \text{ با در نظر گرفتن تیرهای روی لبه پانل}$$

صورت تا صورت تکیه‌گاه، دهانه آزاد در جهت بلند $l_n =$

$$\beta = \frac{\text{دهانه آزاد در جهت بلند}}{\text{دهانه آزاد در جهت کوتاه}}$$

در کناره‌های ناپیوسته، تیرکناری باید شرایط $\alpha \geq 0.8$ را دارا باشد، در غیراین صورت، ضخامت حاصل از فرمول‌های 9-11 و 9-12 را باید حداقل ۱۰ درصد افزایش داد.

ضخامت دال می‌تواند کمتر از مقادیر فوق باشد، بشرطی که افت از مقادیر مندرج در جدول 9.5(b) تجاوز نکند. ACI 9.5.3.4

Opening & Corner Connections in Flat slabs (حفره ها)

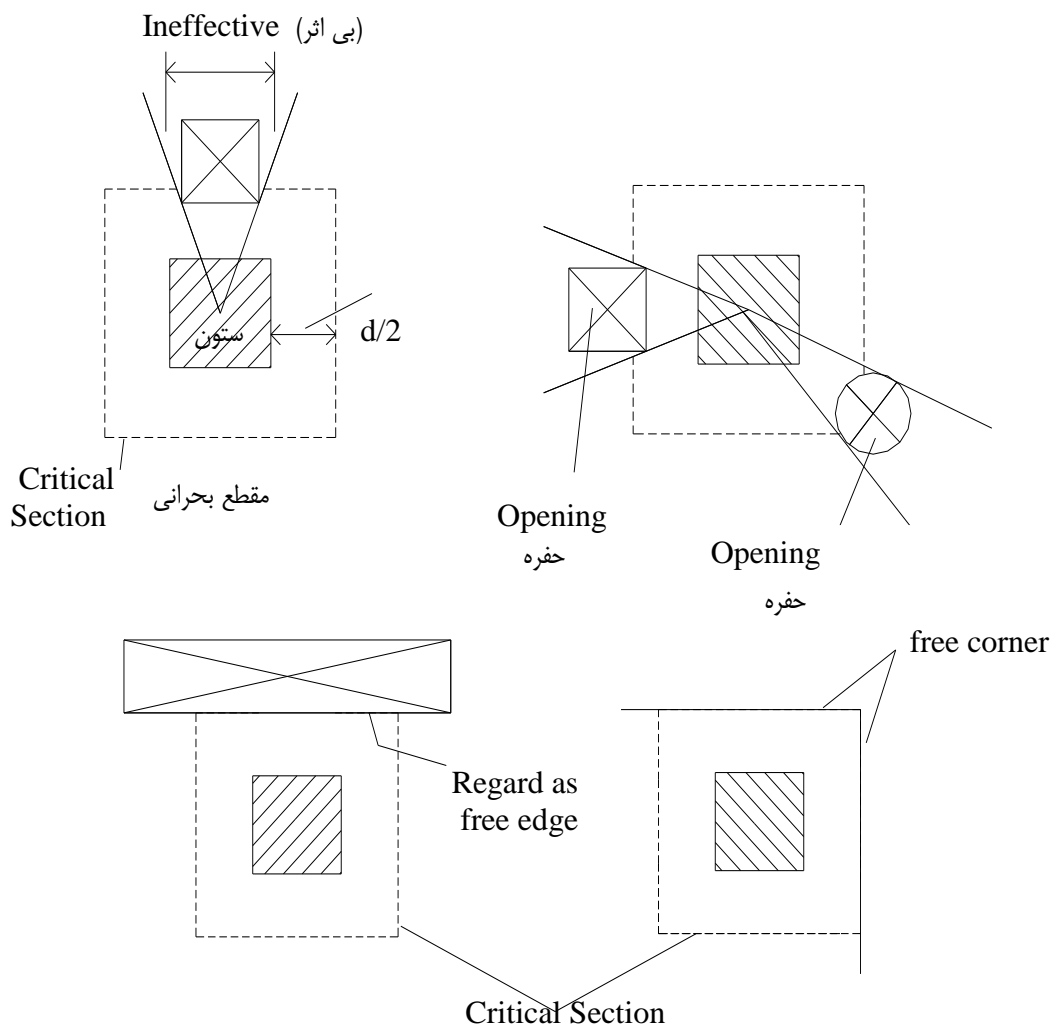
بعلت وجود وسائل تأسیساتی (تهویه، لوله و برق...)، پله‌ها، آسانسور و... حفره‌ها در دال‌ها وجود دارند. اگر این حفره‌ها بزرگ باشند، باید بوسیله تیرهای لازم اسکلت‌بندی شوند. این تیرها علاوه بر بار دال، باید بارهایی را که بطور مستقیم به آنها وارد می‌شود حمل نمایند.

برای حفره‌های کوچک، مقدار میلگردی را که بخاطر وجود حفره‌ها از بین می‌رود، باید درکناره‌های حفره قرارداد. همچنین، در گوشه‌ها باید مقداری آرماتور جهت جلوگیری از ترک در گوشه‌ها قرارداد.

اگر حفره‌ها در دال‌های تخت (بدون تیرهای پیرامونی) قرار گرفته باشند، بحرانی بودن شرایط ناشی از آن بستگی به محل حفره‌ها در دال دارد.

اگر حفره در وسط دال و در نواحی میانی باشد معمولاً بهتر خواهد بود، ولی غالباً به دلایل آرشیتکتی حفره‌ها در کناره‌های دال و در نواحی ستونی قرار می‌گیرند که این باعث می‌شود که تنش‌های برشی بحرانی‌تر از آن باشد که معمولاً در دال‌های تخت در کنار ستون‌ها وجود دارد. بنابراین باید مقدار متناسبی از b_0 را کم کرد.

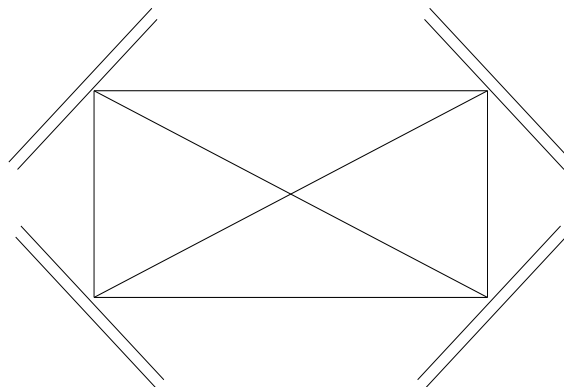
ACI 11.12.5 Also Commentary



طبق آیین‌نامه ACI، حفره می‌توانند به هر اندازه در دال باشند، بشرطی که آنالیز نشان دهد که این کار باعث کاهش مقاومت دال نشده و محدودیت‌های مشخص شده برای تغییر مکان‌ها، تأمین شود.

ACI 13.4

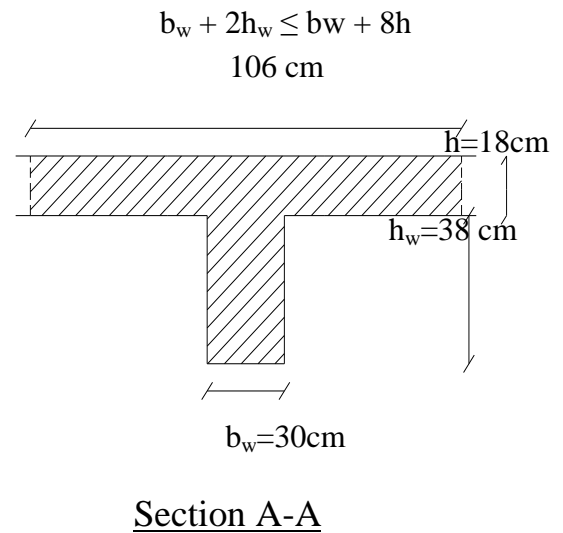
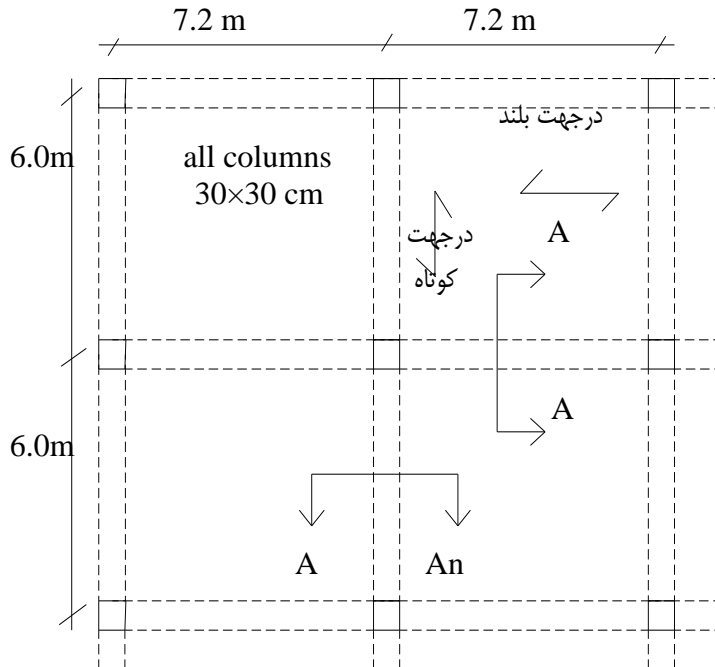
- بجای یک آنالیز خاص می‌توان مطابق شرایط زیر قسمت‌های باز (حفره‌ها) را در سیستم‌های دال بدون تیر در نظر گرفت.
- حفره‌ها به هر اندازه‌ای که باشند اگر در نوارهای میانی قرار داشته باشند، مقدار کل آرماتور که بدون در نظر گرفتن حفره برای یک پانل لازم است برای پانل با حفره در نظر گرفته می‌شود.
- اگر حفره در نوارهای ستونی باشد، نباید بیش از $\frac{1}{8}$ پهنای نوار ستون در هر یک از دو دهانه قرار داشته باشد. مقدار فولاد معادل که بوسیله حفره قطع شده است باید به اطراف آن قسمت باز اضافه شود.
- در ناحیه بین نوار ستونی و نوار میانی بیش از $\frac{1}{4}$ آرماتور در هر نوار نباید توسط حفره حذف گردد. مقدار آرماتور معادل باید در کناره‌های حفره قرار داده شود.
- بهتر است یک یا دو آرماتور در گوشه‌های حفره اضافه شود تا از ترک‌های گوشه‌ای و آن‌هایی که از انقباض بتن نتیجه می‌شود، جلوگیری بعمل آید.



برای حفره‌های نسبتاً بزرگتر در دال باید از تیر در بین دال (در کنار حفره) استفاده شود و مقاومت خمشی و تغییر مکان تیر برای بارهای متمرکز (اگر وجود داشته باشند) نیز آنالیز و طراحی شود.

مثال:

برای دال دوطرفه نشان داده شده در شکل، ضخامت 18 cm در مقطع A-A شکل، فرض شده است، فرمول‌های ACI را برای ملزومات ضخامت پانل داخلی کنترل کنید. $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$



$$30 + 2 \times 38 = 106 \text{ cm} \leq 30 + 8 \times 18 = 174 \text{ cm}$$

Solution:**Computing α_1 for long direction**

$$I_s = \frac{1}{12} (600)(18)^3 = 291,600 \text{ cm}^4$$

$$y = \frac{(106)(18)(9) + (30)(38)(37)}{(106)(18) + (30)(38)} = 19.47 \text{ cm}$$

$$I_b = \frac{1}{12} (106)(18)^3 + \frac{1}{12} (30)(38)^3 + (106)(18)(10.47)^2 + (30)(38)(17.53)^2 = 748,176 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_1 = \frac{EI_b}{EI_s} = \frac{748,176}{291,600} = 2.57$$

Computing α_2 for short direction

$$I_s = \frac{1}{12} (720)(18)^3 = 349,920 \text{ cm}^4$$

$$I_b = 748,176 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_2 = \frac{EI_b}{EI_s} = \frac{748,176}{349,920} = 2.14$$

Computing α_m

$$\alpha_m = \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{4} = \frac{2.57 + 2.14}{2} = 2.36 > 2.0$$

use ACI Eqn.9.12

$$h = \frac{l_n(800 + 0.071f_y)}{36000 + 9000\beta} = \frac{(720 - 30)(800 + 0.071 * 4200)}{36000 + 9000(1.21)} = 16.2 \text{ cm}$$

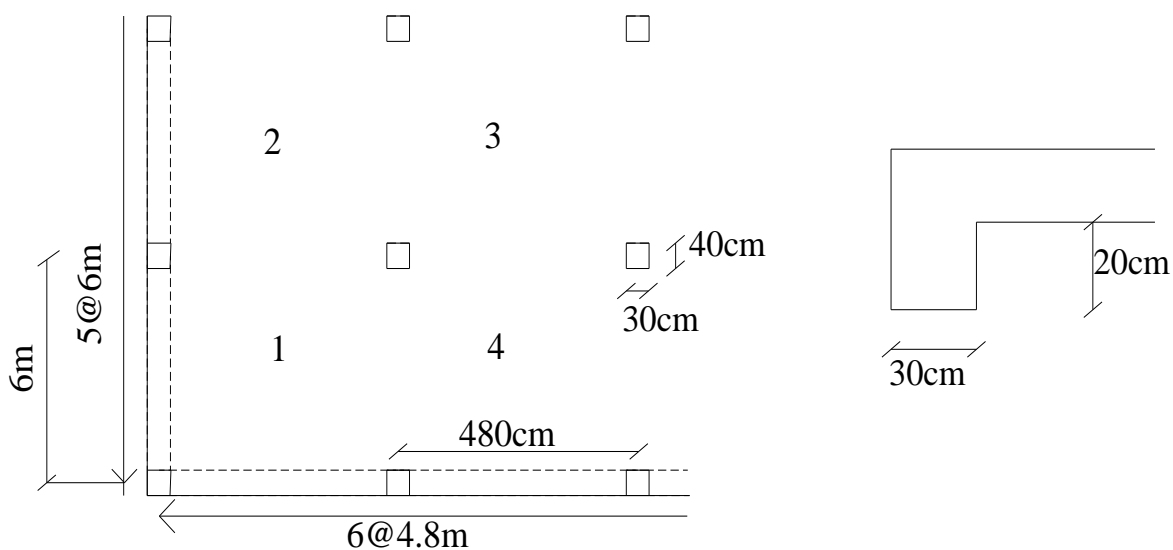
$$\beta = \frac{720 - 30}{600 - 30} = 1.21$$

h = 18 cm is O.K.

- اگر اختلاف زیاد بود، مثلاً به بیش از 3 cm می‌رسید، لازم بود تا ضخامت مفروض را کمتر از 18 cm می‌گرفتیم. و اگر مقدار فاصله مثلاً 20 cm بود، همان 20 cm را استفاده می‌کردیم. اگر مثلاً 23 cm بدست می‌آمد، مقدار حدود 20 cm را از ابتدا فرض می‌کردیم.

مثال:

با استفاده از آیین نامه ACI، حداقل ضخامت لازم برای دال‌های پانل‌های ۲ و ۳ برای سیستم کف با تیرهای کناری در محیط ساختمان را تعیین کنید. تیرهای کناری دارای عرض 30 cm و 20 cm از زیر دال امتداد می‌یابند. از پهنه (drop panel) در ستون‌ها استفاده نشده و بتن دال همانند بتن تیراست. $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



Solution:**For Interior Panel 3**

$$\alpha = 0; l_n = 600 - 40 = 560 \text{ cm}$$

$$\text{(با تیر کناری)} \text{ Min. } h \text{ (Table 9.5c)} \rightarrow = l_n/33 = 560/33 = 16.97 \text{ cm} > 12 \text{ cm}$$

Say 17 cm

For Exterior Panel 2

Assume $h = 17 \text{ cm}$, then compute α ;

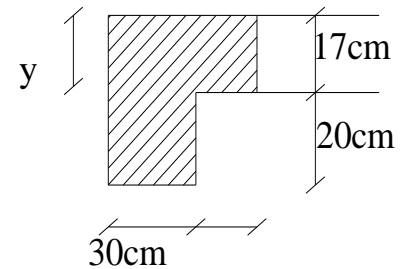
$$\frac{-}{y} = \frac{(50)(17/2)(17) + (30)(20)(27)}{(50)(17) + (30)(20)} = \frac{23425}{1450} = 16.16 \text{ cm}$$

$$I_{b(\text{eff.})} = \frac{1}{12}(50)(17)^3 + \frac{1}{12}(30)(20)^3 + (17)(50)(7.66)^2 + (30)(20)(10.84)^2$$

$$= 160,848.5$$

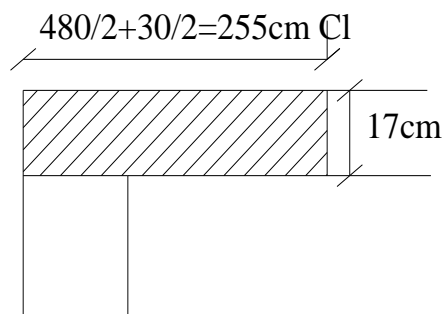
$$I_s = \frac{1}{12}(255)(17)^3 = 104,401.2 \text{ cm}^4$$

$$\alpha = \frac{(IE)_b}{(IE)_s} = \frac{160,848.5}{104,401.2} = 1.54 > 0.8 \text{ (Footnote of Table 9.5c)}$$



$$h_w \leq 4h$$

use 20cm

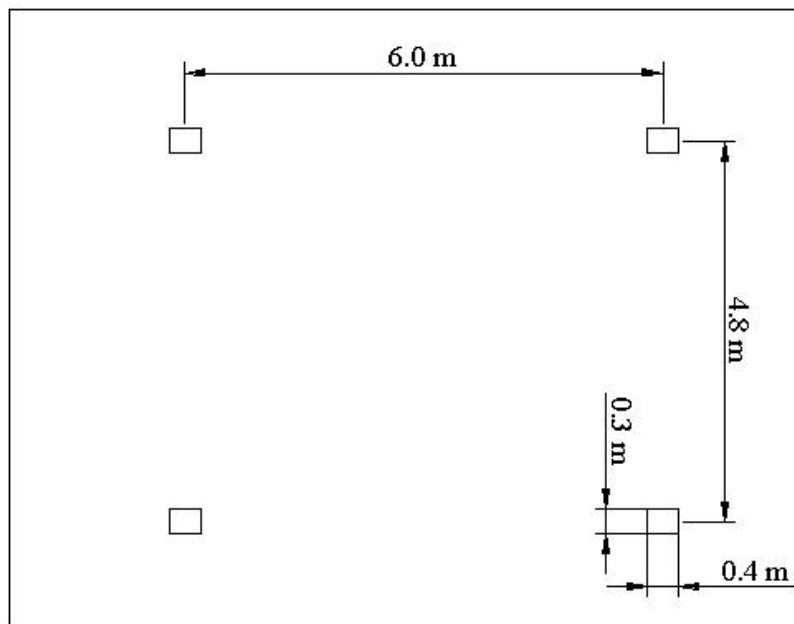


براین اساس فقط باید α تیر کناری بررسی شود، لذا نیاز به بررسی درجهت دیگر که فاقد تیر است، نیست.

$$\text{Min. } h = l_n/33 = 560/33 = 16.97 \quad \text{Say } 17 \text{ cm}$$

مثال:

یک دال تخت داخلی (Interior flat slab) با ضخامت ۱۹ سانتی‌متر طراحی نمایید.



$$W_d = 550 \text{ kg/m}^2 \text{ (+Slab weight)}$$

$$W_l = 400 \text{ kg/m}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

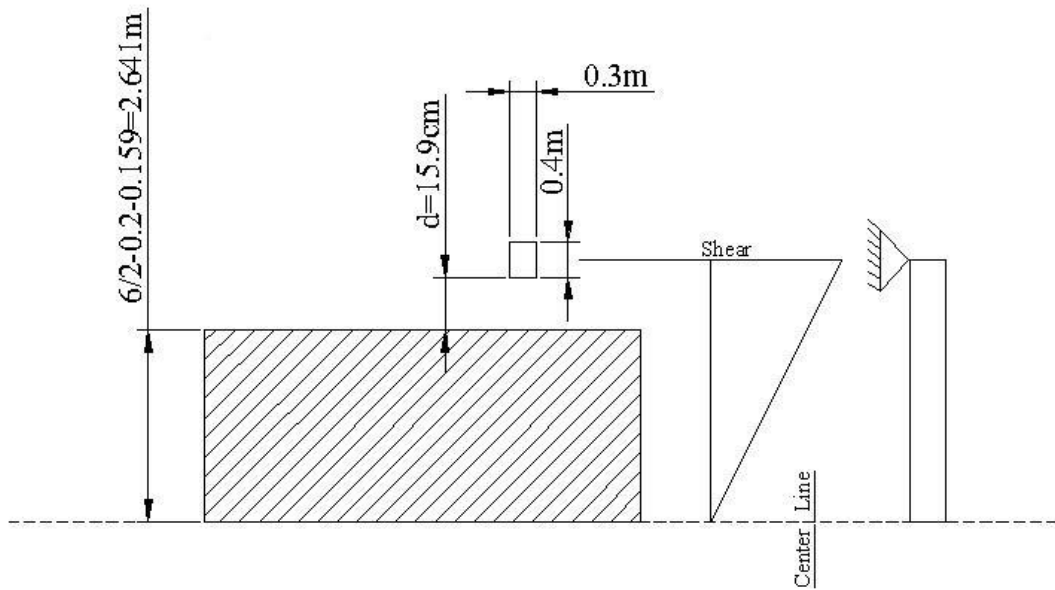
در مواردی که تیر بین ستون‌ها وجود دارد و α مقدارش صفر نیست برای محاسبه α یک ضخامت مناسب فرض می‌نماییم و ممان اینرسی تیر کناری را $1/5$ برابر ممان اینرسی مستطیل بزرگ و ممان اینرسی تیر میانی را 2 برابر ممان اینرسی مستطیل بزرگ در نظر می‌گیریم و به ممان اینرسی دال که روی تیر قرار دارد، تقسیم می‌نماییم. سپس مقدار h را با استفاده از فرمول‌های مربوطه محاسبه کرده و با h فرض شده مقایسه می‌کنیم. اگر این h با اختلاف حداکثر 2cm کمتر از h فرض شده بود h فرض شده را به عنوان h نهایی در نظر می‌گیریم. در غیر این صورت h نتیجه را به عنوان h نهایی در نظر می‌گیریم. در صورتی که اختلاف بیشتر باشد، h مفروض جدید را چند سانتی‌متر متفاوت با مقدار اولیه در نظر می‌گیریم.

از مثال قبل داریم $h = 19\text{cm}$

Calculation of depth for shear:

$$d(\text{average value in 2 direction}) = 19.0 - 1.875(\text{cover}) - 1.2(\phi 12) = 15.9\text{cm}$$

$$W_u = 1.2(550) + 1.6(400) = 1300 \text{ kg/m}^2$$



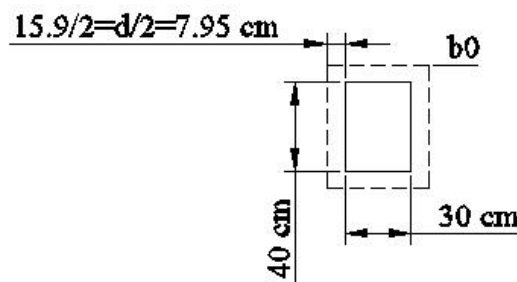
Checking one-way or beam shear:

این برش کمتر چک می‌شود، چون در اغلب موارد کنترل کننده نیست.

$$V = 2.64m \times 1300 \frac{kg}{m^2} = 3432 \frac{kg}{m} \quad \text{For 1m width}$$

$$\phi V_c = \phi(0.53)\sqrt{f'_c} b_w d = 0.75 \times 0.53 \sqrt{210} (100cm)(15.9cm) = 9159 \frac{kg}{m} > 3432 \frac{kg}{m} \quad O.K.$$

Checking two-way or punching shear around the column:



$$b_0 = 2(40 + 15.9) + 2(30 + 15.9) = 203.8cm$$

$$V_u = \left[(6.00)(4.80) - \left(\frac{40 + 15.9}{100} \right) \left(\frac{30 + 15.9}{100} \right) \right] (1300) = 37106 \text{ kg}$$

$$\phi V_c = 0.75(1.06)\sqrt{f'_c} b_0 d = 0.75(1.06)\sqrt{210} (203.8)(15.9) = 37332 \text{ kg} > 37106 \text{ kg} \quad O.K.$$

$$USE \quad h = 19.0cm$$

ضخامت دال کافی است. همانند اکثر دال‌های با دهانه متوسط به میلگرد برشی (خاموت) احتیاجی نیست. ولی بهتر است در دالهای فاقد تیر بین ستون‌ها از پهنه Drop panel و یا کلاهک برشی Shear Head استفاده کنیم.

Calculation of static moments:

$$M_{0l}(\text{Long Direction}) = \frac{W_u l_2 l_n^2}{8} = \frac{(1.3)(4.8)(6.0 - 0.4)^2}{8} = 24.5 \text{ ton-m}$$

$$M_{0s}(\text{Short Direction}) = \frac{W_u l_1 l_n^2}{8} = \frac{(1.3)(6.0)(4.8 - 0.3)^2}{8} = 19.7 \text{ ton-m}$$

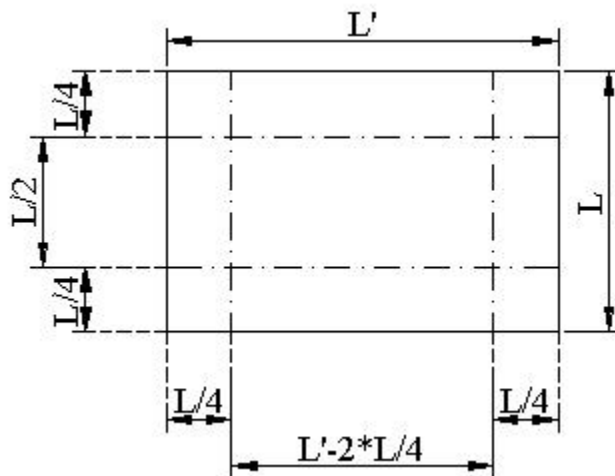
Proportion the static moments to the column and middle strips:

توضیحات:

چون در جهت بلند ممان بیشتر است، میلگردهای موازی ۶/۰ متر را با d بیشتر و میلگردهای موازی کناره ۴/۸ متر را با d کمتر قرار می‌دهیم.

Short direction:

$$\frac{l}{4} + \frac{l}{4} = \frac{l}{2} = \frac{4.8}{2} = 2.4m(\text{column \& middle strip})$$



Long direction:

$$\frac{l}{4} + \frac{l}{4} = 2.4m(\text{column strip})$$

$$6.0 - 2.4 = 3.6m(\text{middle strip})$$

Positive & Negative moments:

M (-) = 0.65	M (+) = 0.35
$\frac{\alpha l_2}{l_1} = 0$ ACI 13.6.4.1	$\frac{\alpha l_2}{l_1} = 0$ ACI 13.6.4.4
Column strip = 0.75	Column strip = 0.60
Middle strip = (1 - 0.75)	Middle strip = (1 - 0.60)

اختلاف درصد نوار ستونی به نوار میانی داده می‌شود.

Calculation of required steel:

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{4200}{0.85 \times 210} = 23.53$$

$$R_u = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{11.94 \times 1000}{[0.9 \times 1m \times (16.5)^2] \times 2.4} = 20.31 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_u = \phi (A_s = \rho b d) f_y d \left[1 - \frac{1}{2 \times 0.85} \frac{\rho f_y}{f'_c} \right]$$

$$\frac{M_u}{\phi b d^2} = \rho f_y \left(1 - 0.59 \frac{\rho f_y}{f'_c} \right)$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_u}{f_y}} \right) = 0.00515$$

$$A_s = \rho b d \times (\text{width of strip}) = (0.00515)(100)(16.5)(2.4) = 20.39 \text{ cm}^2 / 2.4m$$

$$ACI 7.12.2.1 \quad (A_s (\text{min}) = 0.0018bh \times (\text{width of strip})) \quad \text{cm}^2 / (\text{width of strip})$$

$$A_s (\text{min}) = 0.0018(100)(19)(2.4) = 8.21 \text{ cm}^2 / 2.4m$$

$$\phi 12 \text{ was assumed at the beginning} \rightarrow A_s = 1.13 \text{ cm}^2$$

$$\text{Number of bars} \rightarrow \frac{20.39}{1.13} = 18.04 \quad \text{Say } 18 \Rightarrow \text{USE } 18\phi 12$$

Check the distance between the bars:

$$\text{Spacing} \leq 2t = 2 \times 19 = 38 \text{ cm}$$

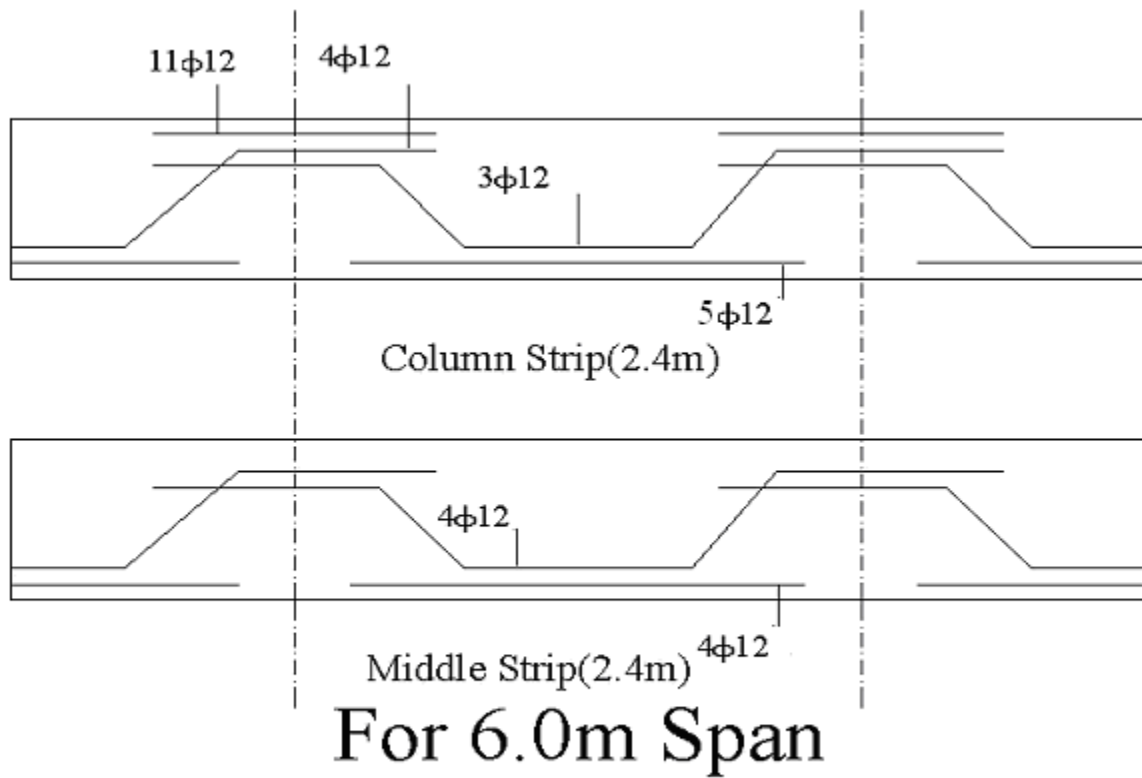
$$S_{\max} = 38 \text{ cm}$$

$$S = \frac{240 \text{ cm}}{18} \cong 13.3 \text{ cm} < 38 \text{ cm} \quad O.K.$$

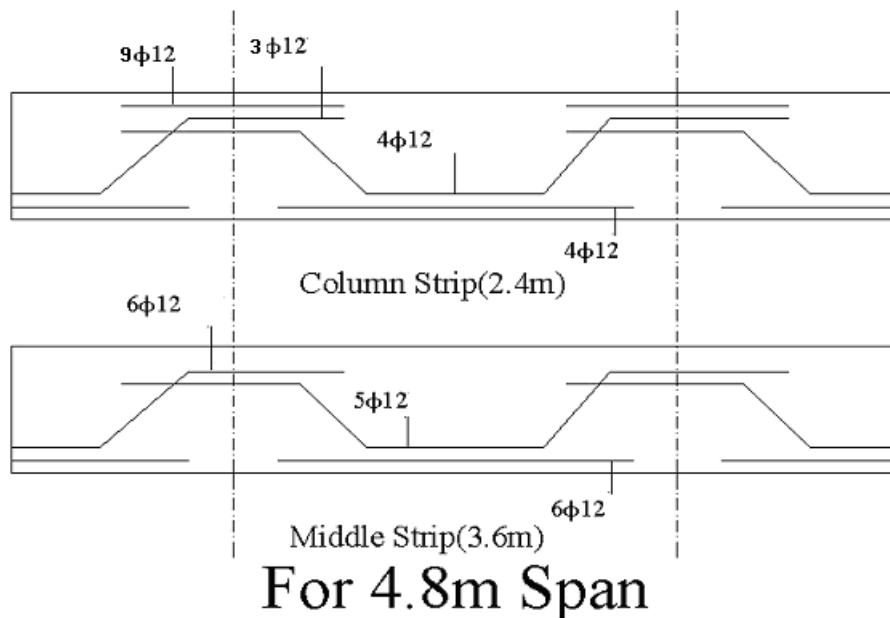
نکات:

۱- در این حالت نمی‌توانستیم از میلگرد ۱۴ استفاده کنیم، چون فاصله بین میلگردها در بعضی نوارها از ۳۸ سانتی‌متر بیشتر می‌شد.

۲- در این مسئله، می‌توانستیم از میلگرد ۱۰ استفاده کنیم که می‌بایست d را از اول برای این میلگرد محاسبه می‌کردیم که بیش از ۱۶/۵ سانتی‌متر در جهت بلند و ۱۵/۳ سانتی‌متر در جهت کوتاه می‌شد ولی مقدار نهائی A_s تقریباً نزدیک به مقادیر بدست آمده برای d , $\phi 12$ می‌باشد.



* معمولاً طراحان بیشتر از میلگردهای مستقیم استفاده می‌کنند.



* خم آرماتورها بر اساس ACI-83 تعیین شده است. به عبارت دیگر، تعداد آرماتورهای خم شده بر اساس ACI-83 است. توجه شود که ACI-89 و بعد از آن الزام خم نمودن آرماتورها را روا نمی‌دارد.

	Long Span (d= 15.9+0.6=16.5cm)				short Span (d= 15.9-0.6=15.3cm)			
	Column Strip(2.4m)		Middle Strip(2.4m)		Column Strip(2.4m)		Middle Strip(3.6m)	
	-	+	-	+	-	+	-	+
$M_u(t-m)$	0.65*0.75 *24.5= -11.94	0.35*0.6 *24.5= 5.15	0.65*(1-0.75) *24.5= -3.98	0.35*(1-0.60) *24.5= 3.43	0.65*0.75 *19.7= -9.64	0.35*0.6 *19.7= 4.14	0.65*(1-0.75) *19.7= -3.2	0.35*(1-0.6) *19.7= 2.76
R_u	20.3	8.76	6.77	5.83	18.99	8.19	4.22	3.64
ρ	0.00514	0.00214	0.00164	0.00141	0.00479	0.002	0.00102	0.00088
$A_s(cm^2)$	20.35	8.47	6.49	5.58	17.59	7.34	5.62	4.85
$A_{s,min}(cm^2)$	8.21	8.21	8.21	8.21	8.21	8.21	12.31	12.31
Bars $\Phi 12$	18 $\Phi 12$	8 $\Phi 12$	8 $\Phi 12$	8 $\Phi 12$	16 $\Phi 12$	8 $\Phi 12$	11 $\Phi 12$	11 $\Phi 12$
Spacing (cm)	13.3	30	30	30	15	30	33	33
Bars $\Phi 10$	26 $\Phi 10$	11 $\Phi 10$	11 $\Phi 10$	11 $\Phi 10$	23 $\Phi 10$	11 $\Phi 10$	16 $\Phi 10$	16 $\Phi 10$

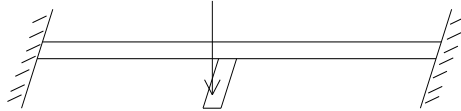


فصل دوم

پیچش (آنالیز و طراحی)

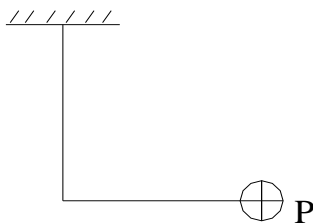
پیچش

پیچش معمولاً با برش همراه است و سعی می‌شود تا از ایجاد پیچش در سازه‌ها جلوگیری شود. به تیرهای انتهایی (Spandrel Beams) پیچش اعمال می‌شود.

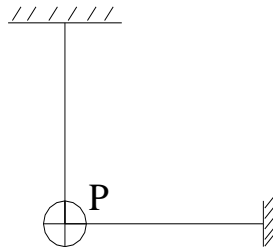


انواع پیچش

۱- معین استاتیکی: بوسیله استاتیک مقدار پیچش بدست می‌آید.



۲- نامعین استاتیکی: مستقل از اینکه طول تیرها و سختی آنها یکی باشند، پیچش در هر تیر موجود است.

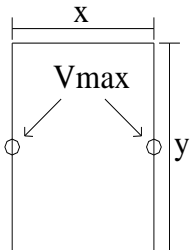


تغییر شکل، مقدار پیچش بدست می‌آید. → چون بخش خطچین وجود ندارد، لذا پیچش داریم. بوسیله استاتیک و سازگاری

در این حالت، پیچش در هر عضو بسته به سختی پیچشی (Torsional Stiffness) عضو در رابطه با سختی اعضای متصل به آن وجود دارد.

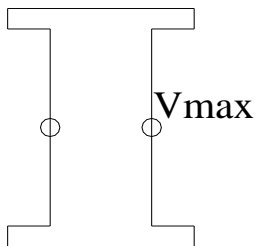
تنش پیچشی

$$(v_t)_{\max} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad \text{(a) مقاطع دایره ای:}$$



$$(v_t)_{\max} = \frac{T}{\alpha x^2 y} \quad \text{(a) مقاطع مستطیلی:}$$

α	0.208	0.219	0.231	0.246	0.256	0.267	0.29	0.333
y/x	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	5.0	∞



$$(v_t)_{\max} = \frac{T x_m}{\sum \frac{1}{3} x^3 y} \quad \text{(c) مقاطع L، I، T: (روش تقریبی } \alpha=1/3 \text{)}$$

x_m = ضخامت جان یا بال هر کدام که بیشتر است و معمولاً جان است.

مدول الاستیسیته برشی :

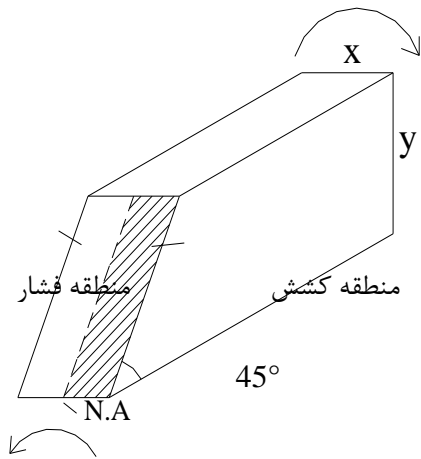
$$J = \sum \frac{1}{3} x^3 y \quad \text{برای مقاطع L، I، T}$$

ACI 8.6, 11.6

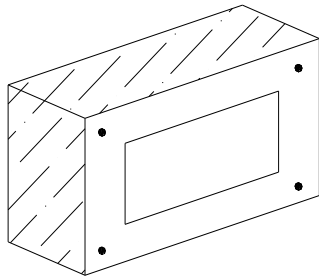
$$J = \sum \frac{1}{3} x^3 y \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \quad \text{برای دالهای دو طرفه}$$

روش‌های تعیین مقاومت پیچشی بتن و فولاد در مقطع

(روش تئوری خمش اریب) Skew Bending Theory (a)

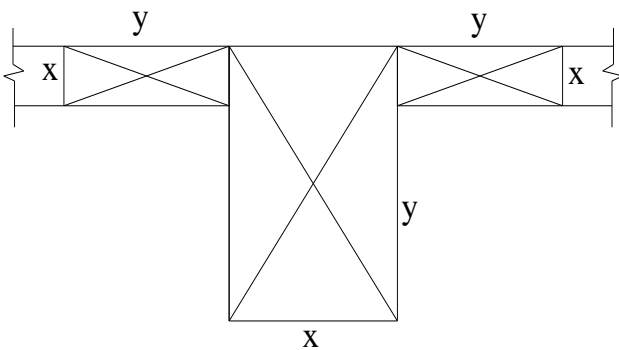


(روش قیاسی خرپای فضایی) Space Truss Analogy (b)

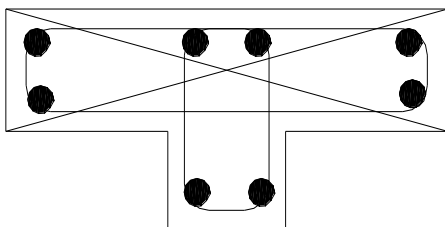


محاسبه $\sum x^2 y$

باید بزرگترین مستطیل بصورت یک عضو استفاده شود.



در مستطیل‌های کوچکتر نیز باید میلگرد حلقوی بکار برده شود.



آنالیز و طراحی بتن مسلح برای پیچش (بر اساس ACI-318R-95 و بعد از آن)

در آیین‌نامه ACI 95 برای اولین بار و بعد از آن طراحی برای پیچش بر اساس قیاس با قوطی جداره‌نازک و قیاس خرپای فضایی مطرح شده است.

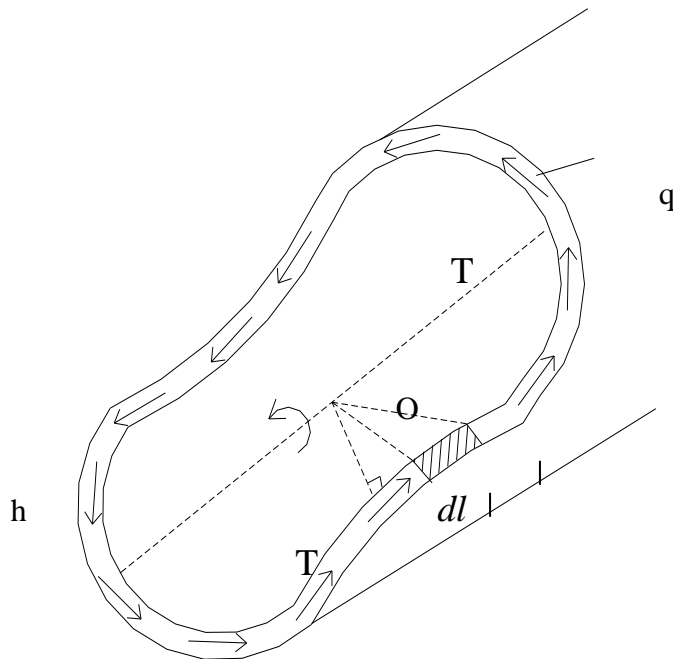
تیر تحت پیچش همانند یک قوطی جداره نازک است که از هسته توپر بتنی آن صرف‌نظر می‌شود. مقاومت پیچشی تیر بتنی مسلح در لحظه ترک‌خوردگی ناشی از پیچش، عمدتاً از خاموت‌های بسته و آرماتورهای طولی واقع در نزدیکی سطح عضو فراهم می‌گردد. در روش قوطی جداره‌نازک، مقاومت، توسط پوسته خارجی مقطع با مرکز واقع شدن تقریبی خاموت بسته در آن تأمین می‌شود. مقاطع توخالی و توپر، هر دو بصورت قوطی‌های جداره‌نازک قبل و پس از ترک‌خوردگی در نظر گرفته می‌شوند.

در یک قوطی جداره‌نازک بسته، جریان برشی بصورت حاصل‌ضرب تنش برشی در ضخامت جداره ایجاد می‌گردد. مقدار جریان برشی ناشی از پیچش در تمامی نقاط اطراف محیط قوطی ثابت بوده و مسیر عملکرد آن در اطراف محیط و در وسط ضخامت جداره قوطی امتداد می‌یابد.

در آیین‌نامه ACI 95 از اندرکنش بیضوی قبلی، بین برش V_c و پیچش قابل تحمل توسط بتن، صرف‌نظر شده است و همواره، همانند هنگامی که پیچش وجود ندارد V_c مقداری ثابت دارد و پیچش قابل تحمل توسط بتن همیشه صفر منظور می‌گردد. کلیه زیر بخش‌های مبحث مقاومت توأم برش و پیچش برای اعضای غیرپیش‌تنیده با مقاطع مستطیلی یا بالدار آیین‌نامه ACI 89، با توجه به تغییر اساسی در تئوری طراحی که شامل فرمول‌ها، فرضیات و علائم اختصاری می‌باشد، تغییر یافته و تحت عنوان مبحث طراحی برای پیچش در ACI 95 مطرح گردیده است. در بخش‌های زیر، روش ACI 95 برای پیچش، بطور جامع ارائه شده است.

۱- مقدمه

مقاطع بتن مسلح تحت پیچش را می‌توان بر مبنای قیاس با یک قوطی جدار نازک تحلیل کرد. اگر یک مقطع بسته جدار نازک تحت تأثیر لنگرپیچشی (T) قرار گیرد، در دیواره‌های مقطع جریان برش یکنواخت (q) ایجاد می‌شود (شکل ۱).



شکل ۱ - جریان برشی در قوطی جدار نازک

بر اساس جریان برش ایجادشده، مقدار T از انتگرال زیر بدست می‌آید:

$$T = \int q \cdot h \cdot dl \quad (1)$$

با توجه به ثابت بودن مقدار q روی مسیر انتگرال داریم:

$$T = q \int h \cdot dl \quad (2)$$

از طرفی با توجه به شکل ۱ مشاهده می‌شود که $\int h \cdot dl$ دو برابر مجموع مساحت‌های مثلث‌های ایجاد شده به قاعده dl در

دور تا دور مقطع و بعبارت دیگر دو برابر سطح محصور در مسیر جریان برش می‌باشد. بدین صورت که:

$$\int h \cdot dl = 2A_0 \quad (3)$$

A_0 سطح محصور داخل مسیر جریان برش q است و به عبارت دیگر:

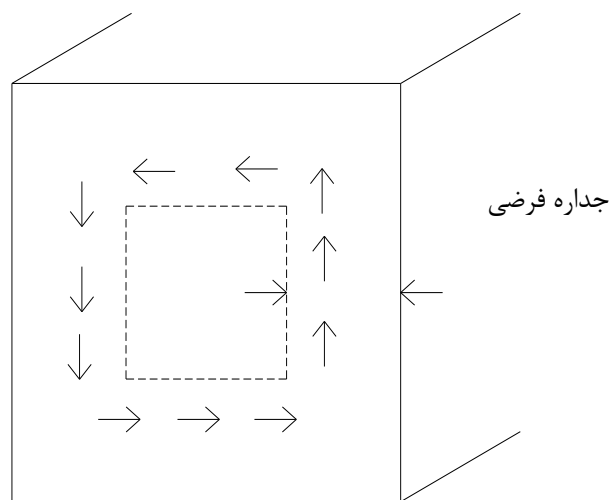
$$T = 2 A_0 q \quad (4)$$

تنش برشی در هر نقطه از دیواره را می‌توان از خارج قسمت جریان برش (q) و ضخامت دیواره در نقطه مورد نظر بصورت زیر

$$\tau = \frac{q}{t} = \frac{T}{2A_0 t} \quad (5) \quad \text{دست آورد:}$$

روابط فوق اساس محاسبات پیچش قبل و بعد از ترک خوردگی می‌باشد، که اساس طراحی پیچش در آیین‌نامه ACI 318R-95 است.

در مورد یک مقطع توپر، از بخش داخلی مقطع صرف نظر می‌شود. مقطع بصورت شکل (۲) با یک جداره فرضی و جریان برشی که مرکز آن در نیمه ضخامت دیواره قرار دارد، در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۲- جریان برشی در مقطع توپر

معمولاً ضخامت جداره را نیز می‌توان بصورت نسبی از سطح مقطع به محیط مقطع فرض نمود. لذا مقاطع توپر و توخالی بصورت قوطی‌های جداره نازک قبل و بعد از ترک خوردگی در آیین‌نامه ACI 95 فرض شده‌اند.

۲- لنگر پیچشی ترک خوردگی (T_{cr})

لنگر پیچشی ترک خوردگی هر مقطع بتنی تحت پیچش خالص را می‌توان با جایگزین کردن مقطع واقعی با یک قوطی جدار نازک معادل به ضخامت دیواره (t) تقریبی $0.75A_{cp}/P_{cp}$ و سطح محصور به خط مرکزی دیواره (A_0) تقریباً با $2/3A_{cp}$ محاسبه نمود. در این صورت تنش پیچشی:

$$\tau = \frac{T P_{cp}}{2 \times (2/3) \times 0.75 A_{cp}^2} = \frac{T P_{cp}}{A_{cp}^2} \quad (6)$$

بدست می‌آید که تنش کششی اصلی به همین مقدار در زاویه 45° ایجاد خواهد کرد. در رابطه فوق:

A_{cp} : سطح کل مقطع شامل حفرات داخلی

Pcp: محیط پیرامونی مقطع

در مقاطع بالدار مجزا کل بال‌ها در محاسبه Acp و Pcp در نظر گرفته می‌شود. در مقاطع بالدار درجا که دال کف، بال تیر را تشکیل می‌دهد می‌توان بخشی از دال در هر طرف جان تیر به اندازه کوچکترین از دو مقدار چهار برابر ضخامت بال و ارتفاع قسمت بیرون‌زده جان از بال یعنی $\min(4hf, hw)$ را در محاسبه Acp و Pcp وارد نمود [ACI 11.6.1].

اگر تنش کششی اصلی در هنگام ترک خوردگی $1.06\sqrt{f'_c}$ در نظر گرفته شود، مقاومت پیچشی ترک خوردگی بتن برابر خواهد

$$T_{cr} = 1.06\sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \quad (7) \quad \text{بود با:}$$

در مقاطع واقعی که تحت اثر ترکیبی از برش، پیچش و خمش قرار دارند چنانچه لنگر پیچشی وارده به مقطع از $\frac{1}{4}T_{cr}$ تجاوز، ضمن اینکه شکست پیچشی ایجاد نخواهد شد، در هیچیک از مقاومت‌های خمشی و برشی مقطع نیز کاهش قابل ملاحظه‌ای بوجود نخواهد آمد. از این‌رو چنانچه لنگر پیچشی از این مقدار کمتر باشد می‌توان از اثرات لنگر پیچشی صرف نظر نمود.

$$T_{u \min} = \phi 0.265\sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \quad (8) \quad [\text{ACI 11.6.1}]$$

در صورت تجاوز لنگر پیچشی از مقدار فوق و به دلیل سایر عوامل ایجادکننده ترک در عضو از قبیل خمش و برش و آبرفتگی، امکان ایجاد ترک پیچشی و شکست پیچشی وجود خواهد داشت و مقطع باید برای پیچش مسلح شود. می‌توان فرض کرد که بعد از ایجاد ترک پیچشی، بتن کل مقاومت پیچشی خود را از دست می‌دهد ($T_c=0$). لیکن این فرض در مورد مقاومت برشی صادق نیست و بتن بعد از ترک خوردگی مقاومت برشی خود را حفظ خواهد کرد. بدین صورت که برای برش و پیچش توأم V_c از روابط برش، بدون در نظر گرفتن اثر پیچش، بدست می‌آید.

۳- پیچش همسازی

لنگر پیچش ایجاد شده در اعضای بتن مسلح را می‌توان به دو دسته زیر تقسیم نمود:

دسته اول: لنگرهای پیچشی که وجود آن‌ها برای حفظ تعادل سازه لازم است و نمی‌توانند در اثر بازتوزیع نیروهای داخلی کاهش یابند. این نوع پیچش که پیچش تعادل نامیده می‌شود، به کمک روابط تعادل محاسبه می‌شود و اعضای سازه را باید برای تحمل کل لنگر پیچشی تعادل طراحی نمود.

دسته دوم: لنگرهای پیچشی که می‌توانند در اثر بازتوزیع نیروهای داخلی کاهش یابند. تحت این گونه پیچش که پیچش همسازی نامیده می‌شود، سازه نامعین بوده و لنگر پیچشی در اعضا را نمی‌توان تنها از روابط تعادل محاسبه نمود و برای محاسبه آن نیاز به تأمین روابط همسازی تغییرشکل‌ها در سازه می‌باشد.

در این گونه پیچش، چنانچه عضو نرمی پیچشی کافی داشته باشد بطوری که بتواند با حفظ مقاومت پیچشی دوران نماید پیچش وارده به عضو کم خواهد بود. دوران پیچشی قابل ملاحظه در اعضای بتن مسلح تنها پس از ایجاد ترک پیچشی

امکان‌پذیر خواهد بود. لذا می‌توان کاهش لنگر پیچشی را تنها در اعضایی که حداقل در حد تحمل پیچش ترک‌خوردگی (Tcr) مسلح شده باشند، مجاز دانست. بر اساس آئین نامه ACI 95 چنانچه پیچش وارده به عضو از نوع همسازی باشد لازم نیست عضو برای پیچش بزرگتری از مقدار زیر طراحی گردد [ACI 11.6.2.2]:

$$T_{u\min} = \phi 1.06 \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \quad (9)$$

البته در صورتی که لنگر پیچشی عضو تا مقدار فوق‌الذکر کاهش یابد، لازم است بازتوزیع لازم در سایر نیروهای داخلی اعضای متصل به عضو پیچشی شامل لنگر خمشی و برش جهت تأمین تعادل انجام پذیرد.

۴- حداکثر مقاومت مقطع در برابر پیچشی

چنانچه پیچش وارده به مقطع (که معمولاً با برش توأم است) زیاد باشد می‌تواند مشکلاتی از قبیل ایجاد ترک‌های پیچشی و برشی باز و بدنما و امکان خرد شدن بتن در اثر تنش‌های مورب ناشی از برش و پیچش را باعث شود. لذا جهت پیشگیری از اشکالات فوق، آیین‌نامه حداکثر تنش‌های برشی و پیچشی توأم ایجاد شده در مقطع را محدود می‌نماید. ابعاد سطح مقطع باید بگونه‌ای باشد که تنش‌های برشی و پیچشی حداکثر که از روابط زیر محاسبه می‌شوند از مقادیر مجاز داده شده تجاوز نکنند [ACI 11.6.3.1].

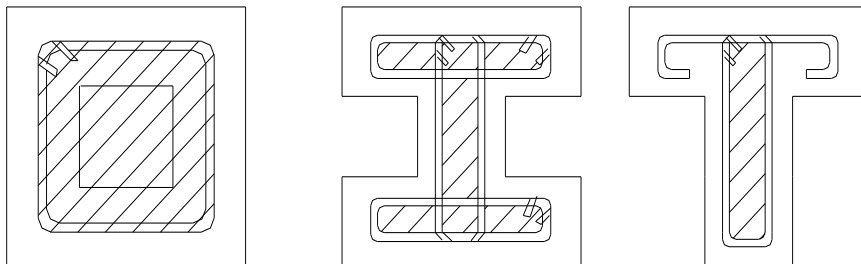
الف) برای مقاطع توپر

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d} \right)^2 + \left(\frac{P_h T_u}{1.7 A_{oh}^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12 \sqrt{f'_c} \right) \quad (10)$$

الف) برای مقاطع توخالی

$$\left(\frac{V_u}{b_w d} \right) + \left(\frac{P_h T_u}{1.7 A_{oh}^2} \right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12 \sqrt{f'_c} \right) \quad (11)$$

در روابط فوق P_h و A_{oh} به ترتیب محیط و سطح محصور بوسیله خط مرکزی دورترین خاموت‌های بسته مقاوم در برابر پیچش هستند. در شکل (۳) سطح A_{oh} با هاشور مشخص شده است.



شکل ۳ - تعریف A_{oh} (سطح هاشور خورده)

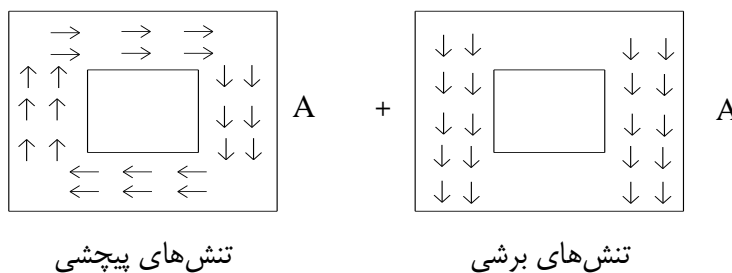
در رابطه (۱۱) از ضخامت معادل $\frac{A_{oh}}{P_h}$ به جای ضخامت واقعی مقطع (t) استفاده شده است که چنانچه t از $\frac{A_{oh}}{P_h}$ کمتر باشد، باید t را

در رابطه قرارداد. بدین صورت که ترم $\left(\frac{T_u \cdot P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)$ به $\left(\frac{T_u}{1.7 A_{oh} t}\right)$ تبدیل می‌شود [ACI 11.6.3.3].

ضمناً ضریب ۲ در رابطه تنش پیچشی ($\tau = T/2A_0t$) در جهت اطمینان به ۱.۷ تبدیل شده است.

با توجه به روابط فوق‌الذکر مشاهده می‌شود که برای مقاطع قوطی شکل، تنش‌های برشی و پیچشی مستقیماً جمع زده می‌شوند، درحالی‌که برای مقاطع توپر تنش‌ها بوسیله ریشه دوم جمع مربعات ترکیب می‌گردند. در مقاطع قوطی شکل، تنش‌های برشی و پیچشی بطور مشابه روی دیواره مقطع ایجاد می‌گردند، لیکن در مقاطع توپر، تنش‌های برشی در کل مقطع گسترش یافته‌اند (بویژه در قسمت‌های میانی) درحالی‌که تنش‌های پیچشی عمدتاً در پوسته خارجی مقطع ایجاد می‌شوند. بنابراین، آیین‌نامه طریقه جمع زدن تنش‌ها را برای مقاطع توپر متفاوت از مقاطع قوطی در نظر گرفته است. در مورد مقاطع قوطی شکل با ضخامت دیواره متغیر آیین‌نامه تأکید دارد که رابطه (۱۱) باید در محل حداکثر تنش ارزیابی شود [ACI 11.6.3.2].

درمقاطع قوطی شکل معمولاً تنش‌های حداکثر مطابق شکل (۴) در یکی از دووجه جانبی قوطی اتفاق می‌افتد (نقطه A)



شکل ۴ - روش جمع تنش‌های برشی و پیچشی

لیکن چنانچه ضخامت دیواره متغیر باشد ممکن است حداکثر تنش در نقطه دیگری از مقطع اتفاق افتد. مثلاً اگر ضخامت دیواره‌های فوقانی و تحتانی کمتر از دیواره‌های جانبی باشد. تنش پیچشی حداکثر، در آن نقاط ایجاد خواهد شد که البته در این نقاط معمولاً تنش‌های برشی ناچیز هستند. به‌هرحال، با اعمال محدودیت‌های گفته شده روی تنش‌ها می‌توان اطمینان داشت که از نظر ترک‌خوردگی و احتمال خردشدن بتن تحت تنش‌های فشاری مورب مشکلی نخواهیم داشت.

۵- آرماتور پیچشی

پس از ایجاد ترک پیچشی در عضو، وظیفه آرماتورهای پیچشی تحمل کل لنگر پیچشی وارده به مقطع و جلوگیری از گسترش و بازشدن دهانه ترک پیچشی می‌باشد. برای این منظور به یک شبکه سه بعدی متشکل از آرماتور طولی و آرماتور

عرضی بسته نیاز خواهیم داشت. آرماتور عرضی باید بسته باشد، چون ترک خوردگی مایل ناشی از پیچش می‌تواند روی تمام وجوه عضو رخ دهد. آرماتور پیچشی باید از آرماتور طولی و یک یا چند مورد زیر تشکیل شده باشد [ACI 11.6.4.1].

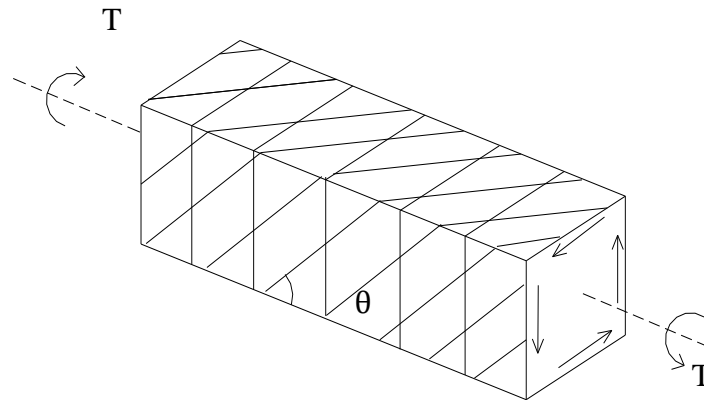
الف : خاموت‌های بسته یا تنگ‌های بسته عمود بر محور عضو

ب : یک قفس بسته از شبکه سیمی جوش شده

ج : آرماتور مارپیچ

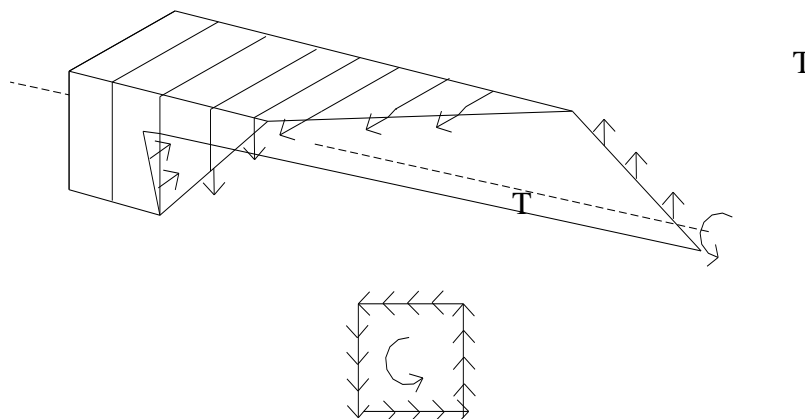
۵-۱- مقاومت پیچشی آرماتور پیچشی

یک مقطع بتنی مسلح به آرماتور طولی و عرضی بسته را بعد از ترک خوردن میتوان بصورت شکل (۵) نشان داد. ترک‌های پیچشی با زاویه θ (حدود 45°) مقطع را دور می‌زنند و مقاومت پیچشی توسط آرماتورهای عرضی بسته، آرماتورهای طولی و قطری‌های فشاری بتنی ایجاد می‌گردد. معمولاً پوسته بتنی روی خاموت‌ها پس از ترک خوردگی نقش چندانی در مقاومت پیچشی ندارد و در شکل (۵) این پوسته حذف شده است.



شکل ۵- مقطع ترک‌خورده تحت پیچش

با توجه به اینکه شکست پیچشی به هر حال در محل یکی از ترک‌های مورب ایجاد شده رخ می‌دهد، اگر عضو را در محل ترک به دو بخش مجزا تفکیک نماییم، محل شکست بصورت نشان داده شده در شکل (۶) در می‌آید. معمولاً طول ترک پیچشی به اندازه یک دور کامل ترک خواهد بود.



شکل ۶- وضعیت نیروهای خاموت در محل ترک

مقاومت پیچشی نهایی جمع لنگرهای پیچشی ناشی از n خاموت قطع شده در محل ترک خواهد بود. در شکل (۶) اگر از مقطع به تیر نگریسته شود، n نیروی کششی هرکدام مساوی حاصل ضرب سطح مقطع خاموت پیچشی در تنش تسلیم خاموت ($A_t f_{yv}$) خواهیم داشت که روی محیط مقطع پخش شده‌اند، بگونه‌ای که می‌توان اظهار داشت جریان برش معادل $q = n A_t f_{yv} / P_h$ را روی محیط مقطع ایجاد می‌کنند. در این رابطه، f_{yv} تنش تسلیم فولاد خاموت بسته است که نباید از 4200 kg/cm^2 بیشتر در نظر گرفته شود [ACI 11.6.3.4].

در اثر جریان برش فوق‌الذکر مقاومت پیچشی به اندازه :

$$T_n = 2A_0 q = \frac{2A_0 n A_t f_{yv}}{P_h} \quad (12)$$

ایجاد خواهد شد، تعداد خاموت‌های قطع شده (n) را می‌توان با تقسیم طول ترک در امتداد آرماتورهای طولی بر فاصله خاموت‌ها (s) بدست آورد. اگر ترک پیچشی به زاویه θ باشد طول ترک معادل $P_h \cot \theta$ خواهد بود. یعنی:

$$n = \frac{P_h}{s} \cot \theta$$

با جایگذاری مقدار n در رابطه T_n به رابطه مقاومت پیچشی اسمی خاموت پیچشی می‌رسیم که در آیین‌نامه ارائه شده است

$$T_n = \frac{2A_0 A_t f_{yv}}{s} \cot \theta \quad (13) \quad \text{[ACI 11.6.3.6]}$$

θ زاویه ترک پیچشی است که مقدار آن نباید از 30° درجه کمتر و از 60° درجه بیشتر در نظر گرفته شود و برای اعضای غیر پیش‌تنیده می‌توان مقدار آن را 45° درجه در نظر گرفت. مقدار A_0 را آیین‌نامه در جهت اطمینان $0.85 A_{oh}$ پیشنهاد می‌نماید.

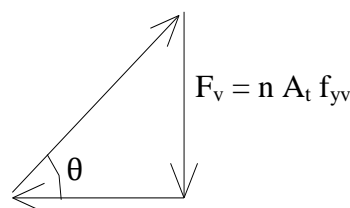
برای اینکه عضو ظرفیت پیچشی اسمی T_n را از رابطه فوق دارا باشد، علاوه بر آرماتورهای عرضی بسته به آرماتور طولی نیز

نیاز است که مقدار آن بر اساس تعادل نیروها در محل ترک پیچشی تعیین می‌شود. جمع نیروهای عمود بر محور پیرامونی

در محل ترک پیچشی کامل را می‌توان بصورت $F_v = n A_t f_{yv}$ نشان داد که این نیروها در قیاس خرپای فضایی با یک سری

نیروهای فشاری مورب در بتن به زاویه θ و یک سری نیروهای افقی در آرماتورهای طولی در تعادل هستند و بصورت زیر

نشان داده می‌شوند:



$$F_l = F_v \cot \theta = n A_t f_{yv} \cot \theta = P_h A_t f_{yv} \cot^2 \theta / s$$

از طرفی، چنانچه سطح آرماتورهای طولی پیچشی را با A_l نشان دهیم و f_{yl} تنش تسلیم طراحی آرماتور طولی باشد، روابط

زیر صادق است:

$$F_l = A_l f_{yl}$$

$$F_l = A_l f_{yl} = \frac{P_h A_t f_{yv}}{S} \cot^2 \theta \quad \text{یعنی:}$$

که روابط آیین نامه برای آرماتور طولی نتیجه می‌شود [ACI 11.6.3.7].

$$A_l = \frac{A_t}{S} P_h \left(\frac{f_{yv}}{f_{yl}} \right) \cot^2 \theta \quad (14)$$

مقدار A_t/S در این رابطه برابر با مقدار A_t/S لازم محاسبه شده از رابطه (۱۳) باشد. آرماتور پیچشی محاسبه شده (طولی یا عرضی) باید به آرماتورهای لازم برای برش، خمش و نیروی محوری (که همزمان با پیچش اعمال می‌شوند) اضافه گردد. ضمناً مفیدترین ضوابط آرماتوربندی و فاصله‌گذاری باید برآورده شود [ACI 11.6.3.8].

در ناحیه فشار حاصل از خمش به علت اینکه فشار حاصله از نیروی کششی ایجاد شده در آرماتور طولی می‌کاهد، می‌توان سطح آرماتور طولی پیچشی را به اندازه مقدار $M_u/0.9df_y$ کاهش داد بشرط آنکه آرماتور طولی پیچشی باقی مانده از مقادیر حداقل داده شده برای آرماتور طولی پیچشی کمتر نشود [ACI 11.6.3.9].

۵-۲- محدودیت‌های آرماتور پیچشی

۵-۲-۱- حداقل آرماتور پیچشی

در تمام مقاطعی که بر طبق رابطه (۸) اثر پیچش قابل صرف نظر نیست، یک حداقل آرماتور پیچشی باید تأمین گردد. حداقل سطح خاموت‌های بسته برشی و پیچشی توأم، معادل حداقل سطح مقطع خاموت برشی تنها بوده و از رابطه زیر

$$(A_{tv})_{\min} = \frac{3.5b_w S}{f_{yv}} \quad \text{تعیین می‌شود [ACI 11.6.5.2]} \quad (15)$$

که A_{tv} سطح دوشاخه خاموت بسته برشی و پیچشی توأم می‌باشد ($A_{tv} = A_v + 2A_t$).

حداقل مساحت آرماتورهای طولی پیچشی نیز از رابطه زیر تعیین می‌شود [ACI 11.6.5.3].

$$A_{l \min} = \frac{1.33\sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_{yl}} - \left(\frac{A_t}{S} \right) P_h \frac{f_{yv}}{f_{yl}} \quad (16)$$

در رابطه فوق (A_t/S) مقدار لازم بدست آمده از رابطه (۱۳) است، ولی نباید کمتر از $1.75b_w/f_{yv}$ انتخاب شود.

۵-۲-۲- محدودیت فاصله

برای اینکه آرماتورهای بسته پیچشی کاملاً مؤثر باشند، فواصل آن‌ها نباید از هیچ‌یک از دو مقدار $P_h/8$ و 30 cm تجاوز نماید [AI11.6.6.1].

آرماتورهای طولی باید به فواصل حداکثر 30 cm روی محیط داخلی خاموت‌های بسته قرار گیرند. ضمناً در هر گوشه خاموت بسته باید حداقل یک آرماتور طولی قرار گیرد. قطر آرماتور طولی نباید از $1/24$ فاصله خاموتها و 10 mm کمتر باشد [ACI 11.6.6.2].

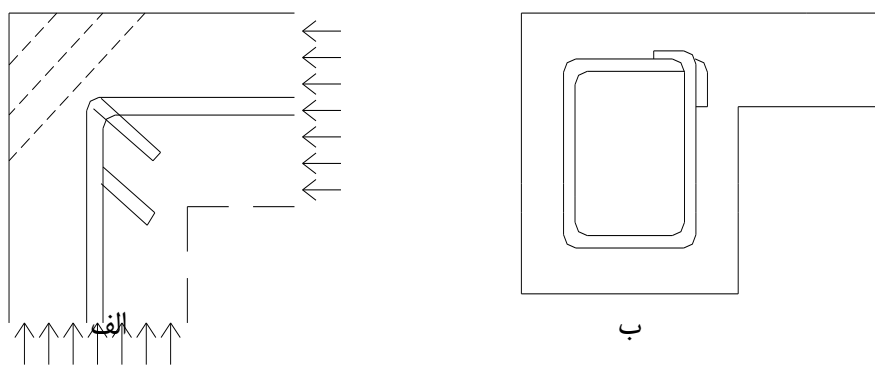
محدودیت‌های فوق برای آرماتورهای پیچشی بدلائیل ذیل انتخاب شده است:

- کنترل موثر عرض ترک‌های پیچشی
 - جلوگیری از افت بیش از حد سختی پیچشی پس از ترک خوردگی
 - رساندن عضو به مقاومت پیچشی نهایی موردنظر
- ضمناً وجود آرماتور طولی گوشه از نظر مهار مناسب خاموت‌های پیچشی نیز حائز اهمیت است.

۵-۳- جزئیات آرماتوربندی پیچشی

در مقاطعی که عمدتاً تحت اثر پیچش قرار می‌گیرند، در پیچش‌های زیاد پوشش بتنی جانبی روی سطح خاموت‌ها کنده خواهد شد. بنابراین، در این‌گونه مقاطع نباید از وصله پوششی خاموت (متشکل از دو خاموت U شکل) استفاده نمود. در قیاس خرابایی برای یک مقطع مستطیلی، گوشه‌های مقطع محل‌هایی هستند که جهت نیروهای فشاری قطری تغییر می‌کند. در اثر برآیند نیروهای فشاری قطری در گوشه‌ها، امکان کنده‌شدن بتن روی گوشه خاموت وجود خواهد داشت. به همین دلیل، قلاب ۹۰ درجه انتهایی خاموت در گوشه مقطع مستطیلی مناسب نخواهد بود و آیین‌نامه قلاب ۱۳۵ درجه حول آرماتور طولی را لازم می‌داند [ACI 11.6.4.2] (شکل ۸-الف).

با این وجود، اگر بتن اطراف محل قلاب انتهایی خاموت در مقابل کنده‌شدن محافظت شده باشد (مثلاً در اثر وجود بال یا دال مجاور و ... قلاب ۹۰ درجه نیز قابل قبول خواهد بود (شکل ۸-ب)).



برای مقاطع توخالی فاصله خط مرکزی خاموت پیچشی تا وجه داخلی دیواره مقطع نباید از $0.5A_{oh}/P_h$ کمتر باشد [ACI.11.6.4.4]. این ضابطه به این دلیل مطرح است که در روابط مربوط به پیچش، معمولاً ضخامت معادل A_{oh}/P_h در نظر گرفته می‌شود و برای تأثیر بیشتر خاموت پیچشی لازم است که خاموت در نیمه خارجی ضخامت دیواره مؤثر پیچشی قرار گیرد. در مورد آرماتور طولی پیچشی، باید به مهار مناسب انتهای آرماتور که معمولاً در نزدیکی منطقه پیچش حداکثر قرار می‌گیرد توجه نمود [ACI 11.6.4.3].

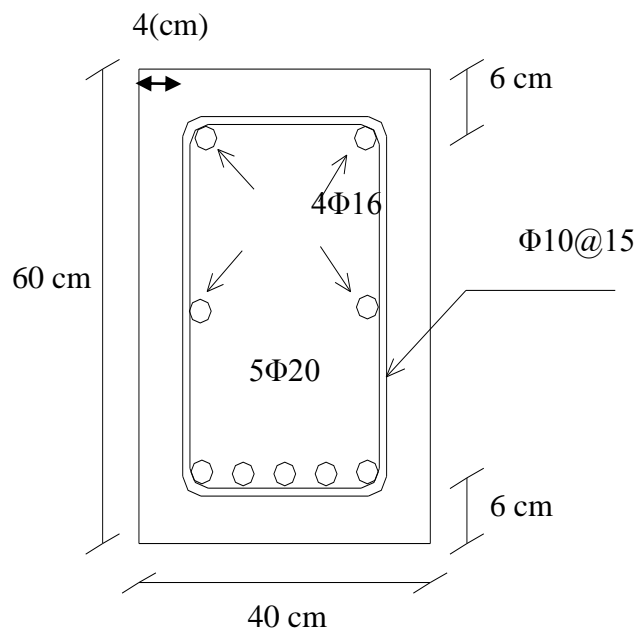
۶- آنالیز پیچشی مقاطع

در این بخش با ارائه مثال نحوه محاسبه مقاومت پیچشی یک مقطع با آرماتورگذاری داده شده (که می‌تواند تحت تأثیر برش و خمش نیز قرار داشته باشد) نشان داده می‌شود. این محاسبات شامل کنترل محدودیت‌های آرماتور پیچشی، کنترل کفایت آرماتور طولی، تفکیک خاموت‌های برشی و پیچشی و کنترل تنش‌های حداکثر برشی و پیچشی خواهد بود. به‌ویژه کنترل محدودیت‌های آرماتور پیچشی حائز اهمیت خواهد بود، چون در صورت عدم رعایت این موارد مقطع از نظر آیین‌نامه هیچ‌گونه ظرفیت پیچشی نخواهد داشت.

مثال :

مقاومت پیچشی نهایی مقطع نشان داده شده را در صورتی که بطور همزمان تحت اثر برش $V_u = 20 \text{ ton}$ و لنگر خمشی مثبت $M_u = 16 \text{ t-m}$ قرار داشته باشد، تعیین کنید.

سایر مشخصات: $f'_{yv} = f_{yl} = 3000 \text{ kg/cm}^2$ $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$



شکل ۹

حل :

ابتدا کنترل‌های اولیه را روی فواصل و مقدار آرماتورهای موجود انجام می‌دهیم.

$$S = 15 \text{ cm} \leq \begin{cases} \frac{d}{2} = 27 \text{ cm} & \text{مرکز تا مرکز خاموت ها به} \\ 30 \text{ cm} & \text{صورت افقی و عمودی} \\ \frac{P_h}{8} = \frac{2(31+51)}{8} = \frac{164}{8} = 20.5 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\frac{A_{tv}}{S} = \frac{1.57}{15} = 0.105 \geq \frac{3.5 b_w}{f_{yv}} = 0.047$$

$$\text{فواصل آرماتور طولی} \leq 30 \text{ cm}$$

$$\text{قطر آرماتور طولی} \geq \begin{cases} 10 \text{ mm} \\ \frac{S}{24} = 6 \text{ mm} \end{cases}$$

حال مقدار خاموت لازم برای برش را محاسبه و از خاموت موجود کسر می‌کنیم.

$$V_c = 0.53 \sqrt{200} \times 40 \times 54 = 16190 \text{ kg}$$

$$\phi V_s = V_u - \phi V_c = 20000 - 0.75 \times 16190 = 7858 \text{ kg} \rightarrow V_s = 10477 \text{ kg}$$

$$\text{لازم} \left(\frac{A_v}{S} \right) = \frac{V_s}{d f_{yv}} = \frac{10477}{54 \times 3000} = 0.0647$$

$$2 \left(\frac{A_t}{S} \right) = \left(\frac{A_{tv}}{S} \right) - \left(\frac{A_v}{S} \right) = \frac{1.57}{15} - 0.0647 = 0.04 \rightarrow \frac{A_t}{S} = 0.02$$

$$T_n = \frac{2 A_0 f_{yv}}{S} A_t \cot \theta \quad \text{ظرفیت پیچشی اسمی از رابطه روبرو بدست می‌آید.}$$

که θ را ۴۵ درجه در نظر می‌گیریم و مقدار A_0 طبق پیشنهاد آیین‌نامه بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$A_0 = 0.85 A_{oh} = 0.85 \times 31 \times 51 = 1344 \text{ cm}^2$$

$$T_n = 2 \times 1344 \times 0.02 \times 3000 \times 1 = 161279 \text{ kg-cm} = 1613 \text{ kg-m}$$

تأمین T_n فوق با این شرط است که آرماتور طولی کافی موجود باشد.

$$A_t = \frac{A_t}{S} P_h \left(\frac{f_{yv}}{f_{yl}} \right) \cot^2 \theta \geq A_{t \min}$$

$$A_t = 0.02 \times 164 \times 1 \times 1 = 3.28 \text{ cm}^2$$

$$A_{l\min} = \frac{1.33 A_{cp}}{f_{yl}} \sqrt{f'_c} - \left(\frac{A_t}{S} \right) \frac{f_{yv}}{f_{yl}} P_h$$

$$= \frac{1.33 \times 60 \times 40}{3000} \sqrt{200} - 0.023 \times 164 = 11.28 \text{ cm}^2$$

توجه کنید که در رابطه $A_{l\min}$ مقدار $\left(\frac{A_t}{S} \right)$ نباید کمتر از $0.023 = \frac{1.75 b_w}{f_{yv}}$ در نظر گرفته شود.

پس $A_l = 11.28 \text{ cm}^2$ لازم است. برای تعیین A_l موجود، باید سطح مقطع آرماتورخمشی لازم در ردیف پایین از آرماتورهای موجود کسر شود.

$$M_u = 16 \text{ t-m} \rightarrow M_n = 17.78 \text{ t-m} \rightarrow \text{لازم } A_s = 11.5 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 5 \times 3.14 - 11.5 = 4.2 \text{ cm}^2$$

$$A_l = 4 \times 2.01 + 4.2 = 12.24 \text{ cm}^2 > \text{لازم } A_l = 11.28 \text{ cm}^2$$

توجه کنید که A_l بطور مناسبی در ارتفاع مقطع پخش شده است. در آخر، رابطه (۱۰) را نیز کنترل می‌نماییم.

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d} \right)^2 + \left(\frac{P_h T_u}{1.7 A_{oh}^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12 \sqrt{f'_c} \right)$$

$$\sqrt{\left(\frac{20000}{40 \times 54} \right)^2 + \left(\frac{164 \times 0.75 \times 161279}{1.7 (31 \times 51)^2} \right)^2} = 10.37 \leq 0.75 \left(\frac{16190}{40 \times 54} + 2.12 \sqrt{200} \right) = 28.15$$

پس این مقطع می‌تواند لنگر پیچشی $T_u = 0.75 \times 1613 = 1209 \text{ kg-m}$ را تحمل نماید.

۶- طراحی پیچشی

مراحل طراحی کامل یک عضو تحت پیچش، که معمولاً تحت تأثیر خمش و برش نیز قرار دارد را می‌توان بصورت زیر خلاصه نمود:

الف) محاسبه نیروهای پیچشی و برشی و خمشی در طول عضو.

در این مرحله، چنانچه تیر تحت پیچش وارده از دال مجاور باشد، می‌توان توزیع پیچش وارده را یکنواخت فرض نمود. [ACI 11.6.2.3]. با این فرض، چنانچه تیر از دو انتها دارای تکیه‌گاه مقاوم در برابر پیچش باشد، در وسط تیر پیچش صفر خواهد بود و می‌توان پیچش موجود در هر مقطع از تیر را با توجه به رابطه زیر محاسبه نمود.

$$T_u = t_u \times (\text{فاصله از محل پیچش صفر}) \quad (17)$$

در رابطه فوق، t_u پیچش وارده بر واحد طول تیر (با توزیع یکنواخت) و T_u پیچش نهایی در مقطع مورد نظر است. چنانچه تیر تحت اثر بارگسترده یکنواخت با شدت W_u باشد، در مورد برش نیز می‌توان از رابطه‌ای مشابه پیچش بهره جست، یعنی

$$V_u = w_u \times (\text{فاصله از محل برش صفر}) \quad (18)$$

ضمناً، در اکثر موارد محل برش صفر و محل پیچش صفر برهم منطبق می‌باشد.

ب) محاسبه برش و پیچش وارده به مقطع بحرانی و طراحی آرماتورهای برشی و پیچشی لازم.

مقطع بحرانی در محاسبه پیچش، مشابه برش، در فاصله d از لبه تکیه‌گاه در نظر گرفته می‌شود، مگر اینکه پیچش متمرکزی در این فاصله اعمال گردد که در این صورت مقطع بحرانی لبه تکیه‌گاه خواهد بود [ACI 11.6.2.4]. در این مرحله T_u و V_u موجود در مقطع بحرانی، $T_{u \min}$ و ϕV_c در مقطع بحرانی محاسبه و بطریق زیر مقایسه می‌شوند.

$$T_u < T_{u \min} \rightarrow \text{برش برای طراحی و پیچش}$$

$$V_u \leq \phi V_c \rightarrow \text{طراحی برای پیچش}$$

$$T_u \geq T_{u \min} \rightarrow \text{کنترل روابط ۱۰ و ۱۱} \rightarrow V_u > \phi V_c \rightarrow \text{پیچش توأم}$$

در مراحل فوق چنانچه پیچش از نوع همسازی باشد، لازم نیست T_u بزرگتر از $T_{u \text{ com}}$ که در بخش ۳ بدان اشاره شد، در نظر گرفته شود.

ج) پس از تعیین آرماتورهای طولی و عرضی لازم در مقطع بحرانی در صورتی که مقدار آرماتور برشی و پیچشی مقطع بحرانی نسبتاً زیاد باشد، می‌توان آن‌ها را بطور تدریجی با حرکت به سمت محل برش صفر و پیچش صفر کاهش داد. در این مرحله تعیین مقدار خاموت حداقل و محل شروع آن می‌تواند راهنمای خوبی باشد. منظور از خاموت حداقل، کمترین خاموتی است که محدودیت‌های فاصله و حداقل خاموت را ارضا می‌نماید. خاموت حداقل برشی و پیچشی توأم از روابط زیر بدست می‌آید.

$$A_{tv} \geq \frac{3.5b_w S}{f_{yv}}$$

$$S = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{2} \\ 30 \text{ cm} \\ \frac{P_h}{8} \end{array} \right.$$

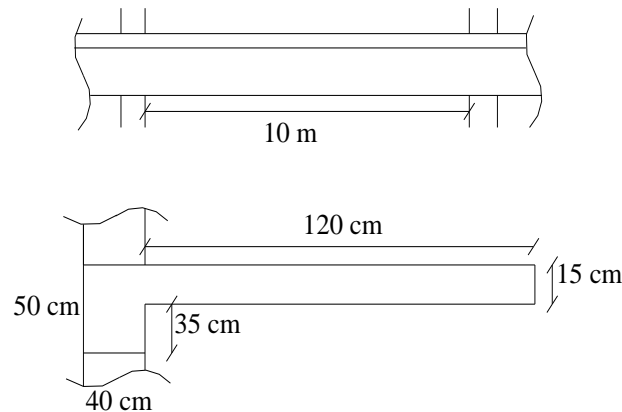
چنانچه اثر پیچش قابل صرف نظر باشد خاموت حداقل برشی عبارتست از:

$$S = \min \left(\frac{d}{2}, 60 \text{ cm} \right), A_{tv} = \frac{3.5b_w S}{f_{yv}}$$

اکنون با ارائه یک مثال کامل مراحل فوق تشریح می‌گردد.

مثال :

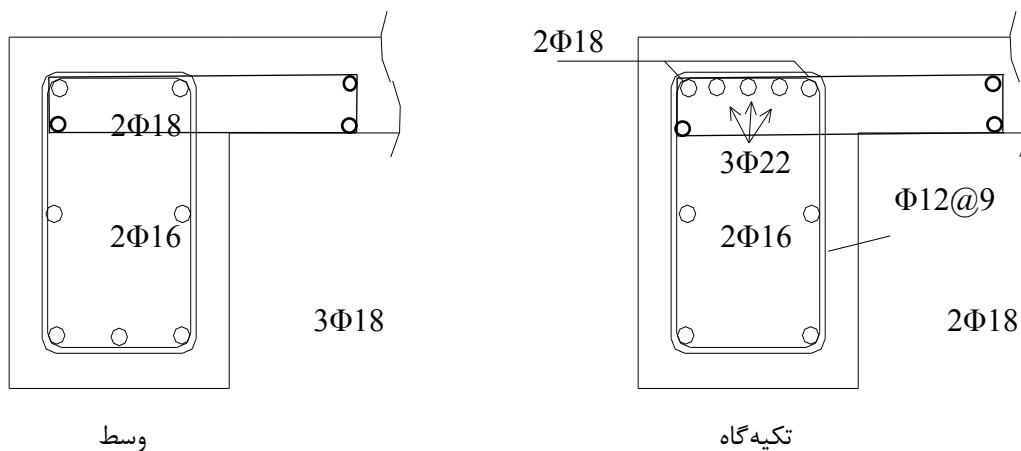
تیر سراسری زیر را که از یک طرف به یک دال کنسول متصل است برای برش و پیچش وارده بطور کامل طرح نمایید. از سیستم فوق به عنوان راهروی عبوری جهت دسترسی و تعمیرات استفاده می‌شود. بارهای وارده شامل بارمرده (وزن تیر و دال) و بارزنده 500 kg/m^2 بر واحد سطح راهرو می‌باشد.



شکل ۱۰

سایر مشخصات : $d = 44 \text{ cm}$ و $f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$ و $f_{yl} = 4000 \text{ kg/cm}^2$ و $f_{yv} = 3000 \text{ kg/cm}^2$

ضمناً، تیر قبلاً با روش ضرایب لنگر و برش ACI برای خمش طراحی شده است و آرماتورهای خمشی لازم در وسط دهانه و تکیه‌گاه بصورت زیر می‌باشند.



شکل ۱۱

حل :

با توجه به اینکه پیچش این مثال از نوع پیچش تعادل است، برش و پیچش بر اساس روابط تعادل و تقارن تیر تعیین می‌شود.

محاسبه برش در طول تیر:

$$w_d = (0.4 \times 0.5 + 0.15 \times 1.2) \times 2400 = 912 \text{ kg/m}$$

$$w_l = 500 \times 1.6 = 800 \text{ kg/m}$$

$$w_u = 1.2w_d + 1.6w_l = 2374.4 \text{ kg/m}$$

محل برش صفر در وسط تیر قرار دارد و چنانچه x از وسط اندازه‌گیری شود: $V_{u(x)} = 2374.4x$

محاسبه پیچش در طول تیر:

$$t_d = (0.15 \times 1.2) \times 2400 \times (0.2 + 0.6) = 346 \text{ kg-m/m}$$

$$t_l = 1.2 \times 500 \times (0.2 + 0.6) = 480 \text{ kg-m/m}$$

$$t_u = 1.2t_d + 1.6t_l = 1183 \text{ kg-m/m}$$

با توجه به اینکه محل پیچش صفر در وسط تیر قرار دارد و x نسبت به وسط تیر اندازه‌گیری می‌شود، داریم:

$$T_{u(x)} = 1183x$$

مقطع بحرانی به فاصله d از لبه تکیه‌گاه یا به فاصله $m(0.44-5)$ از وسط تیر قرار دارد.

$$x = 4.56 \text{ m} \rightarrow V_u = 10827 \text{ kg} \quad T_u = 5394 \text{ kg-m}$$

محاسبه $T_{u \min}$:

$$T_{u \min} = \phi 0.265 \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$$

بخشی از دال مجاور به عرض $\min(h_w, 4t) = 35 \text{ cm}$ را می‌توان در محاسبه A_{cp} و P_{cp} بکار برد.

$$A_{cp} = 40 \times 50 + 35 \times 15 = 2525 \text{ cm}^2$$

$$P_{cp} = 40 + 50 + 75 + 15 + 35 + 35 = 250 \text{ cm}$$

$$T_{u \min} = 0.75 \times 0.265 \sqrt{200} \left(\frac{2525^2}{250} \right) = 71681 \text{ kg-cm}$$

چون $T_u = 5394 \text{ kg-m} = 539400 \text{ kg-cm}$ از $T_{u \min}$ بزرگتر است، پس اثر پیچش باید منظور شود.

- کنترل رابطه ۱۰ و ۱۱:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{P_h T_u}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12 \sqrt{f'_c}\right)$$

در رابطه فوق P_h و A_{oh} بر اساس ابعاد خاموت بدست می‌آیند. اگر ضخامت پوشش روی خاموت را 4 cm و قطر خاموت را در حدود 1 cm در نظر بگیریم، ابعاد خاموت عبارت خواهد بود از:

$$x_1 = 40 - 9 = 31 \text{ cm}$$

$$y_1 = 50 - 9 = 41 \text{ cm}$$

$$A_{oh} = 31 \times 41 = 1271 \text{ cm}^2$$

$$P_h = 31 \times 2 + 41 \times 2 = 144 \text{ cm}$$

$$V_c = 0.53 \times \sqrt{200} \times 40 \times 44 = 13192 \text{ kg} \quad \text{همچنین}$$

$$\sqrt{\left(\frac{10827}{40 \times 44}\right)^2 + \left(\frac{539400 \times 144}{1.7 \times (1271)^2}\right)^2} = 28.94 \leq 0.75 \left(\frac{13192}{40 \times 44} + 2.12 \sqrt{200}\right) = 28.11 \quad \text{N.G.}$$

شایان ذکر است که در عمل خاموت بسته در دال - تیر باید استفاده شود. که در آن حالت مقدار سمت چپ از 28.94 کمتر خواهد بود. در اینجا بطور محافظه کارانه و در جهت سادگی محاسبات، از بخش خاموتی که در دال خواهد بود صرف نظر شده است.

و مقدار خاموت برشی لازم عبارتست از:

$$V_u > \phi V_c = 9894 \rightarrow \phi V_s = 10827 - 9894 = 933 \text{ kg} \rightarrow V_s = 1244 \text{ kg}$$

$$\text{لازم} \left(\frac{A_v}{S}\right) = \frac{V_s}{d f_{yv}} = \frac{1244}{44 \times 3000} = 0.0094$$

و همچنین خاموت پیچشی لازم:

$$T_n = \frac{T_u}{\phi} = \frac{5394}{0.75} = 7192 \text{ kg-m} = 719200 \text{ kg-cm}$$

$$\text{لازم} \left(\frac{A_t}{S}\right) = \frac{T_n}{2 A_0 f_{yv} \cot \theta} = \frac{719200}{2 \times (0.85 \times 1271) \times 3000 \times \cot 45^\circ} = 0.111$$

$$\text{لازم} \left(\frac{A_{tv}}{S}\right) = \left(\frac{A_v}{S}\right) + 2 \left(\frac{A_t}{S}\right) = 0.232$$

$$A_{tv} = 2.26 \text{ cm}^2$$

اگر خاموت $\Phi 12$ انتخاب شود:



$$S = \frac{2.26}{0.232} = 9.74 \text{ cm} \leq \begin{cases} \frac{d}{2} = 22 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \\ \frac{P_h}{8} = \frac{144}{8} = 18 \end{cases}$$

(انتخاب خاموت $\Phi 12$ به جای $\Phi 10$ که در محاسبات اولیه فرض شده بود، تأثیر چندانی روی P_h و A_{oh} نخواهد داشت). می‌توان در مقطع بحرانی $S = 9 \text{ cm}$ را انتخاب نمود.

ضمناً، $A_{tv} = 2.26 \text{ cm}^2 > A_{tv \min} = 3.5 \times 40 \times 9 / 3000 = 0.43 \text{ cm}^2$ علاوه بر خاموت، آرماتور طولی نیز مورد نیاز

است.

$$A_t = \frac{A_t}{S} P_h \left(\frac{f_{yv}}{f_{yl}} \right) \cot^2 \theta = 0.111 \times 144 \times \frac{3000}{4000} \times 1 = 11.98 \text{ cm}^2$$

$$A_{t \min} = \frac{1.33 A_{cp}}{f_{yl}} \sqrt{f'_c} - \left(\frac{A_t}{S} \right) \frac{f_{yv}}{f_{yl}} P_h = \frac{1.33 \times 2525}{4000} \sqrt{200} - 0.111 \times 144 \times \frac{3000}{4000} = -0.11 \text{ cm}^2$$

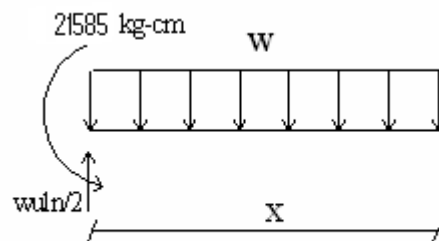
با توجه به اینکه فاصله آرماتورهای طولی نباید از 30 cm تجاوز کند، در این مقطع آرماتورهای طولی باید حداقل در سه ردیف ۲ تایی قرار گیرند که سطح آرماتور طولی هر ردیف برابر $11.98/3 = 3.99 \text{ cm}^2$ خواهد بود. با توجه به اینکه در مقطع لنگر خمشی نیز وجود دارد، آرماتورهای آن باید با آرماتور طولی پیچشی ترکیب شود. با توجه به نزدیکی مقطع بحرانی به تکیه‌گاه، لنگر خمشی وارده منفی خواهد بود که با روش ضرایب لنگر ACI به طریق زیر محاسبه می‌شود.

$$M_u = - (w_u l_n^2) / 11 = -2374.4 \times 10^2 / 11 = -21585 \text{ kg-cm}$$

و معادله لنگر خمشی در فاصله x از تکیه‌گاه عبارتست از:

$$M_{u(x)} = -21585 - w_u x^2 / 2 + w_u l_n x / 2$$

$$M_{u(x)} = -21585 - 1187x^2 + 11872x$$



$$M_u = -17972 \text{ kg-cm} \quad \text{در فاصله } x=d \text{ لنگر خمشی عبارتست از:}$$

و مقدار آرماتور خمشی لازم عبارتست از $A_s = 12 \text{ cm}^2$ که در ردیف بالا قرار خواهد گرفت. در این صورت، کل آرماتور خمشی و پیچشی در ردیف بالا عبارتست از: $12 + 3.99 = 15.99 \text{ cm}^2$ که تقریباً معادل با آرماتور موجود جهت لنگر خمشی منفی در لبه تکیه‌گاه خواهد بود. $(3\Phi 22, 11.4 \text{ cm}^2) + (2\Phi 18, 5.09 \text{ cm}^2) = 16.49 \text{ cm}^2 > 15.99 \text{ cm}^2$

یعنی چنانچه همان آرماتورها را تا مقطع بحرانی ادامه دهیم، برای مجموع خمش و پیچش کفایت خواهد کرد. در ردیف وسط آرماتور خمشی نداریم، بنابراین معادل 3.99 cm^2 آرماتور طولی اضافه می‌کنیم که برای این منظور $2\Phi 16$ مناسب است.

در ردیف پایین که بتن مقطع بحرانی تحت فشار است، می‌توان به اندازه $M_u/(0.9df_y) = 11.35 \text{ cm}^2$ از سطح آرماتور طولی پیچشی کم کرد. البته به شرط اینکه آرماتور باقیمانده از حداقل لازم کمتر نشود که در این مسئله نیز همان حداقل لازم خواهد بود. با توجه به اینکه در پایین مقطع $2\Phi 18$ تا تکیه‌گاه امتداد داده شده است، همین آرماتورها کاملاً کفایت خواهد کرد.

نهایتاً، برای مقطع بحرانی کفایت $2\Phi 16$ در وسط ارتفاع مقطع به آرماتورهای طولی موجود اضافه شده و از خاموت $\Phi 12@9 \text{ cm}$ استفاده گردد.

حال چنانچه بخواهیم در بقیه طول دهانه هم از همین خاموت $\Phi 12$ منتها با تغییر فاصله استفاده نماییم، باید توجه داشت که حداکثر فاصله خاموت برشی و پیچشی عبارتست از:

$$S_{\max} = \min \begin{cases} \frac{d}{2} = 22 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \\ \frac{P_h}{8} = \frac{144}{8} = 18 \text{ cm} \end{cases}$$

یعنی فاصله خاموت‌های برشی و پیچشی را تنها تا $S=18 \text{ cm}$ می‌توان افزایش داد.

همچنین، مشاهده می‌شود که با کمی دور شدن از مقطع بحرانی، V_u کمتر از V_c شده و حدوداً از $\phi V_c/2$ نیز کمتر خواهد بود و خاموت‌ها تنها بر اساس پیچش محاسبه خواهند شد. در محل شروع خاموت حداقل، یعنی $\Phi 12@18 \text{ cm}$ داریم:

$$\left(\frac{A_{tv}}{S}\right) = 2\left(\frac{A_t}{S}\right) = \frac{T_n}{A_0 f_{yv} \cot \theta}$$

$$\frac{2.26}{18} = \frac{T_n}{(0.85 \times 1271) \times 3000 \times \cot 45^\circ}$$

$$\rightarrow T_n = 406930 \text{ kg} - \text{cm} \rightarrow T_u = 345,890 \text{ kg} - \text{cm}$$

و با توجه به اینکه $T_{u(x)} = 1183x$ فاصله x برابر 2.92 m بدست می‌آید. یعنی از فاصله 2.92 m از وسط دهانه می‌توان فاصله خاموت‌ها را به 18 cm افزایش داد. در این فاصله آرماتور طولی لازم عبارتست از:

$$A_t = \frac{1.13}{18} \times 144 \times \frac{3000}{4000} \times 1 = 6.78 \text{ cm}^2$$



$$A_{l \min} = \frac{1.33 \times 2525}{4000} \sqrt{200} - \frac{1.13}{18} \times 144 \times \frac{3000}{4000} = 5.1 \text{ cm}^2$$

ضمناً، در این فاصله لنگر خمشی مثبت بوده و مقدار A_s لازم خمشی در ردیف پایینی برابر 4.5 cm^2 خواهد بود. بنابراین، لازم است در ردیف پایینی $A_l = 4.5 + 6.78/3 = 6.76 \text{ cm}^2$ موجود باشد که $3\Phi 18$ (7.63 cm^2) برای این منظور مناسب خواهد بود. در وسط از همان $2\Phi 16$ قبلی استفاده می‌کنیم و در ردیف بالا هم $2\Phi 18$ ادامه داده شده کفایت خواهد کرد. در نهایت، آرماتورگذاری زیر برای تیر انتخاب شده است.

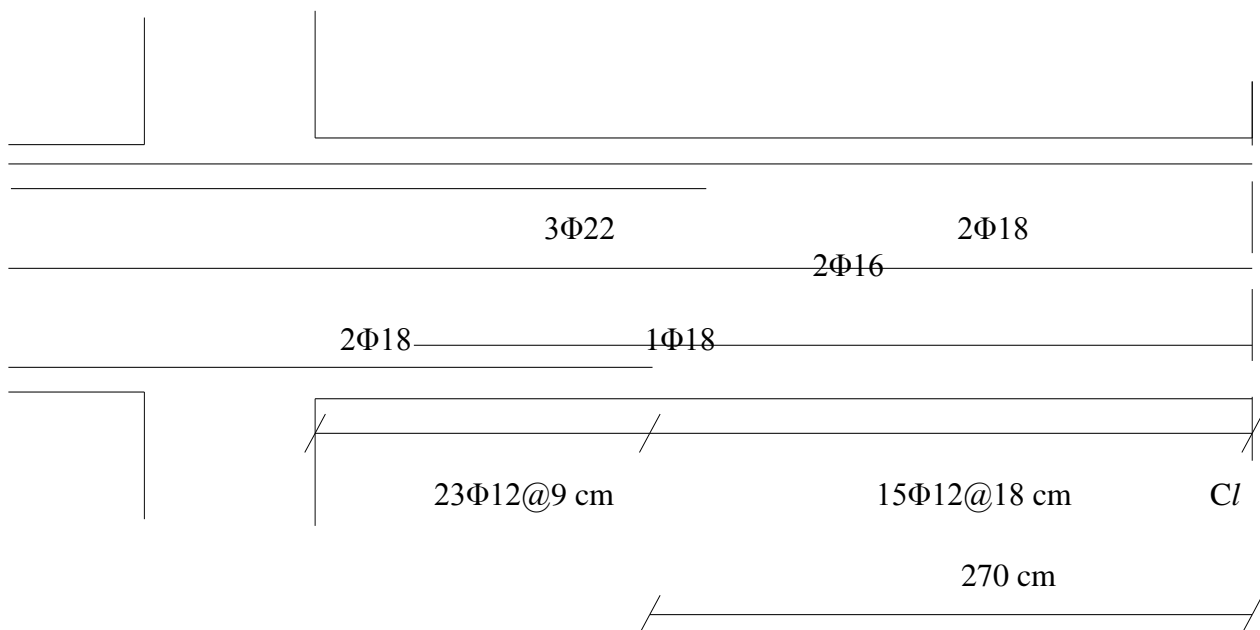
باید این نکته را اضافه نمود که از نظر تئوری می‌توان اظهارداشت که از فاصله $x=0.61 \text{ m}$

($T_{u(x)} = 1183 x$, $T_{u \min} = 71681 \text{ kg-cm}$, $x = 71681/1183 = 61 \text{ cm}$) نسبت به وسط دهانه که T_u کمتر از $T_{u \min}$

خواهد شد، به آرماتور پیچشی نیاز نخواهد بود، لیکن اگر ضابطه [ACI 11.6.6.3] را که بیان می‌دارد:

لازم است آرماتور پیچشی از جایی که از نظر تئوری لازم است حداقل به اندازه $d + b_t$ ادامه یابد را در نظر بگیریم، در کل طول تیر نیاز به آرماتور پیچشی خواهد بود (b_t عرض مستطیلی است که آرماتور پیچشی در آن قرار گرفته است).

$$40 + 44 = 84 \text{ cm} > 61 \text{ cm}$$



شکل ۱۲

فصل سوم

پی‌ها

پی‌ها

وظیفه پی‌ها

۱- تحمل بار قائم، نشست

دو نوع نشست در زیر سازه ممکن است بیافتد: نشست یکنواخت و نشست غیریکنواخت. اگر نشست در زیر سازه یک نشست یکنواخت باشد، چندان مشکل خاصی در اعضای سازه به وجود نمی‌آورد، اما اگر نشست غیریکنواخت باشد، اعضای سازه را دچار مشکل می‌کند.

۲- تحمل بارهای جانبی و جلوگیری از واژگونی و لغزش

وجود بارهای جانبی ممکن است سازه را دچار واژگونی کند یا باعث ایجاد لغزش شود. پی باید از بروز چنین حوادثی جلوگیری کند.

اولویت بندی در نوع خاک

وقتی در منطقه‌ای سازه‌ای بنا می‌شود، دانستن وضعیت خاک آن منطقه مهم است. تغییرات جنس خاک خیلی زیاد است و باید با آزمایش نوع خاک معلوم شود. حال اگر بخواهیم خاک‌ها را بر اساس مناسب بودن آنها برای زیر سازه دسته‌بندی کنیم، می‌توان به یک دسته‌بندی به شکل زیر رسید.

۱- سنگ: بهترین مکان برای یک سازه روی یک بستر سنگی است. اما معمولاً این حالت وجود ندارد و به‌دورت پیش می‌آید که این اتفاق بیافتد.

۲- ماسه با دانه‌های مختلف و شن رودخانه‌ای: می‌توان گفت اکثر زمین‌های تهران این حالت را دارند.

۳- دانه‌های ریز ماسه ولای: این دسته از خاک‌ها سؤال‌برانگیز هستند. در این خاک‌ها علاوه بر اینکه تراکم مشکل است. امکان روی دادن پدیده Liquefaction نیز وجود دارد.

۴- خاک رس: رفتار خاک‌رسی بسیار پیچیده است و بدترین مصالح برای استفاده در زیر سازه و بنای سازه روی آن است. یکی از بزرگترین معایب خاک رس عدم پایداری حجمی در برابر رطوبت است. در مکان‌هایی که باید بر روی خاک رس سازه بنا شود، سعی می‌کنند تا با تزریق آهک یا دوغاب آهک تا حد زیادی مقاومت خاک را بالا ببرند.

مقاومت مجاز خاک:

از دید سازه‌ای مقاومت خاک در محدوده زیر قرار دارد:

$$10000 \text{ kg/m}^2 < q_{\text{all}} < 60000 \text{ kg/m}^2$$

$$1 \text{ kg/cm}^2 < q_{\text{all}} < 6 \text{ kg/cm}^2$$

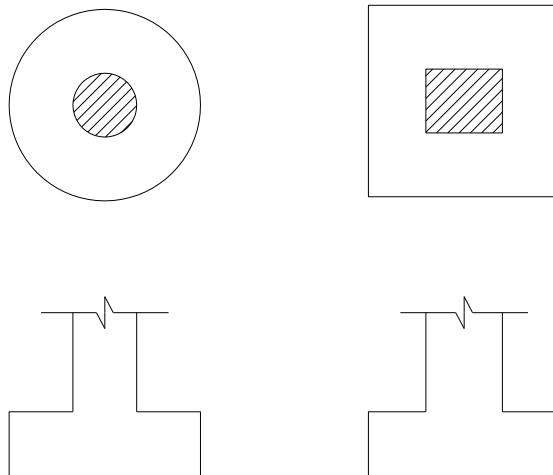
اگر قرار بود سازه بر روی خاکی بنا شود که مقاومت آن از 1 kg/cm^2 کمتر باشد. باید از شمع استفاده کرد. (شمع گذاری در مواردی که پدیده روانگرایی وجود دارد لازم است).

همچنین در مواردی که سطح آب خیلی بالا نباشد می‌توان از mat (پی گسترده) استفاده کرد.

انواع پی‌ها

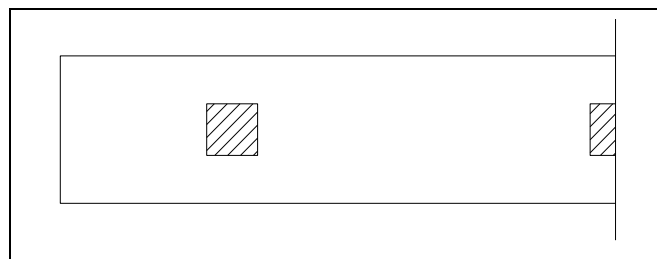
۱- پی منفرد

در پی‌های منفرد فقط یک ستون روی پی وجود دارد. در این پی‌ها برش پانچ وجود خواهد داشت. اگر برش پانچ خیلی زیاد باشد، می‌توان نقطه اتصال ستون به پی را به صورت شیبدار یا پلکانی اجرا کرد.



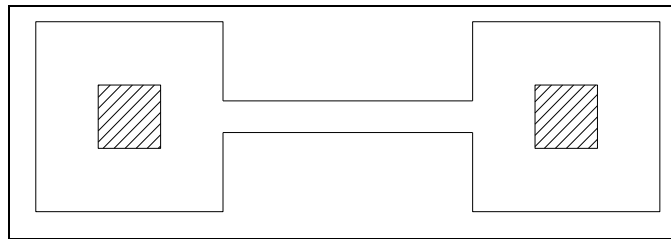
۲- پی مرکب:

در پی‌های مرکب بیش از یک ستون روی پی قرار می‌گیرد. در اکثر موارد پی‌های مرکب ستون‌های خارجی را به ستون‌های داخلی وصل می‌کنند.

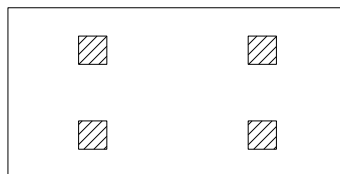


۳- پی شناژ دار

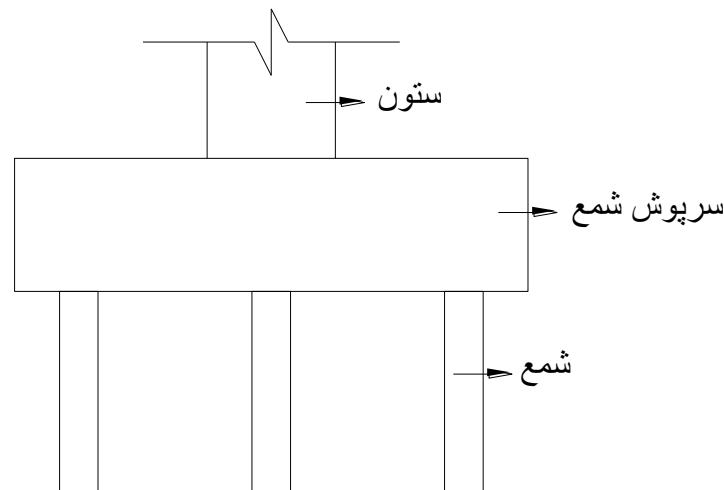
در مناطق لرزه‌خیز از شناژ جهت اتصال پی‌های منفرد به یکدیگر استفاده شود. در واقع حرکات زلزله باعث می‌شود تا پای ستون‌ها از هم دور شود، اما وجود شناژ از این اتفاق جلوگیری می‌کند. برای اینکه کشش موجود در شناژ، باعث خرابی آن نشود، معمولاً از ۴ آرماتور ۱۴، ۱۶ یا ۱۸ استفاده می‌شود. کشش موجود در شناژ را می‌توان به صورت درصدی از بار ستون در نظر گرفت. فاصله بین خاموت‌های شناژ حدود ۳۰ سانتی‌متر باید باشد.

**۴- پی گسترده**

در پی‌های گسترده کل ستون‌ها روی یک پی قرار می‌گیرند.

**۵- پی شمعی**

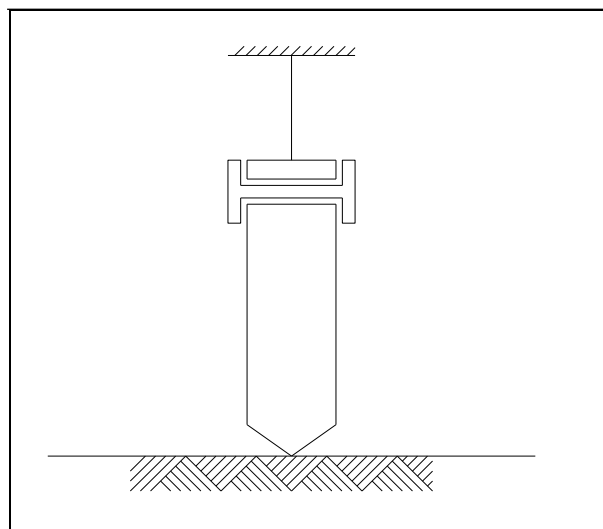
درجایی که مقاومت خاک پایین است یا سطح آب زیرزمینی بالا باشد، از پی‌های شمعی استفاده می‌شود. در سکوه‌های دریایی که دور از سواحل ساخته می‌شوند، حتماً باید از پی شمعی استفاده شود. حتی در سکوه‌های نزدیک ساحل نیز از این پی‌ها استفاده می‌شود.



طراحی شمع‌ها شبیه طراحی ستون‌ها است که در بتن (۱) به آن پرداخته شده است. شمع‌ها معمولاً تحت نیروی کششی یا فشاری طراحی می‌شوند. به ندرت پیش می‌آید که شمع‌ها در خمش قرار گیرند، اما حتی خمش در شمع‌ها نیز باعث می‌شود تا یک سری از آنها در کشش و یک سری از آنها در فشار باشند.

البته نمی‌توان خمش وارده بر شمع را صفر دانست. ضربه ناشی از برخورد کشتی‌ها، امواج دریا و ... همه می‌توانند باعث ایجاد خمش در شمع شوند.

اگر شمع کوتاه باشد می‌توان آن را به صورت درجا اجرا کرد، اما اگر شمع بلند باشد، حتماً باید در نقطه مورد نظر تزریق شود. اگر برای شمع در زمان تزریق مشکلی پیش نیاید، معمولاً در طول عمرش نیز چندان مشکلی وجود نخواهد داشت (چون در تزریق، ممکن است شمع کم‌انقباض کند، اما در درون خاک‌های اطراف ننگه داشته می‌شود).



تزریق شمع داخل زمین

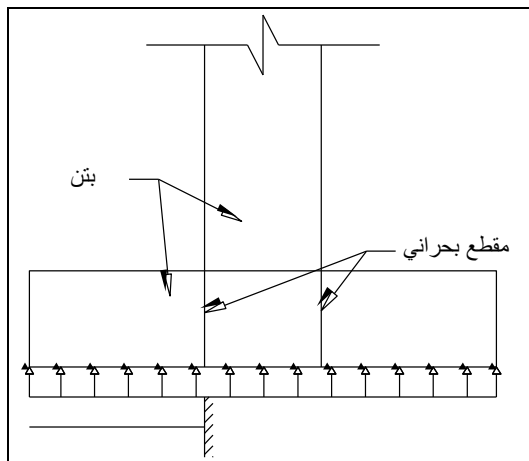
طراحی پی‌ها

پی‌ها باید برای سه پدیده طراحی شوند.

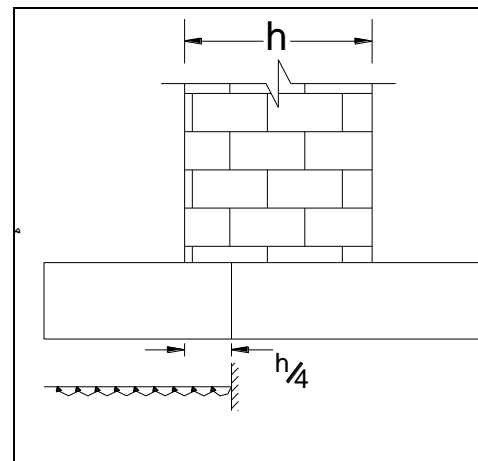
- طراحی برای برش یک طرفه
- طراحی برای برش دو طرفه
- طراحی برای خمش

طراحی برش یک طرفه همانند دال و تیر می‌باشد. برش دو طرفه را نیز همانند دال طراحی می‌کنیم. برای طراحی لنگر نیز باید محل بحرانی لنگر را پیدا کرده و لنگر را برای آن نقطه کنترل کنیم. معمولاً فشار زیر پی را به صورت ثابت فرض می‌کنیم.

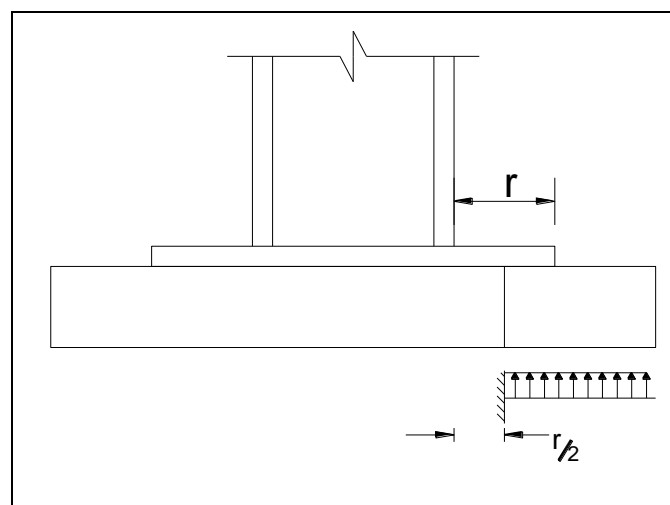
مقطع بحرانی پی:



(ب)



(الف)



(ج)

مقاطع بحرانی لنگر به صورت خط‌چین در شکل‌های بالا نشان داده شده است.

مثال:

مطلوب است آنالیز یک پی مربع برای حمل بارهای مرده ($P_D = 86 \text{ ton}$) و زنده ($P_L = 135 \text{ ton}$) به صورت محوری. فرض کنید 61 cm خاک روی پی قرار خواهد گرفت.

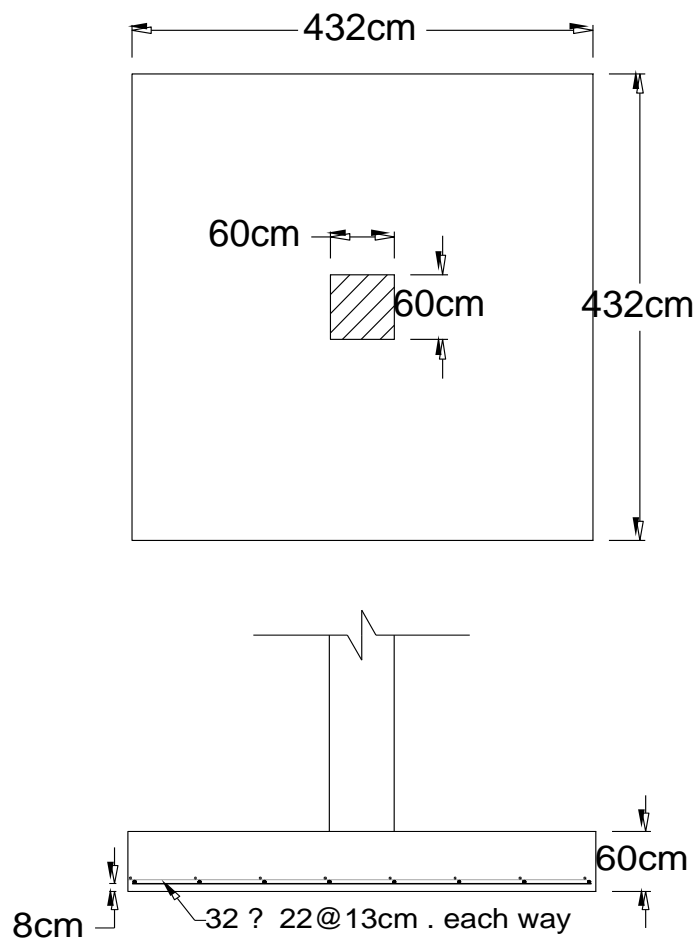
$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho_{soil,allowabl} = 24.4 \text{ ton/m}^3$$

$$\gamma_c = 2.4 \text{ ton/m}^3$$

$$\gamma_{soil} = 1.6 \text{ ton/m}^3$$



حل:

(a) کنترل فشار خاک

$$P(\text{ستون}) = 86 + 135 = 221 \text{ ton}$$

$$W_1 (\text{وزن پی}) = (4.32)^2 (0.6)(2.4) = 26.9 \text{ ton}$$

$$W_2 (\text{وزن خاک}) = [(4.32)^2 - (0.6)^2] (0.61)(1.6) = 17.9 \text{ ton}$$

$$\rightarrow \text{sum} = 265.8 \text{ ton}$$

$$P_s = \frac{265.8}{(4.32)^2} = 14.24 \text{ t/m}^2 < 24.4 \text{ t/m}^2 \rightarrow \text{O.K.}$$

اکنون ممکن است این سوال بوجود آید که چرا برای بارها در این حالت ضریب ایمنی در نظر نگرفتیم؟ در جواب این سوال می‌توان گفت چون مقاومت خاک خود دارای ضریب اطمینان است، دیگر نیازی نیست تا از بارهای ضریب دار استفاده کنیم.

(b) کنترل برش دو طرفه

می‌دانیم برش دو طرفه در فاصله $\frac{d}{2}$ از بر ستون اتفاق می‌افتد. لذا خواهیم داشت:

$$d = 60 - 8 - 2.2 = 49.8 \text{ cm}$$

$$P_u = 1.2D + 1.6L = 1.2(86) + 1.6(135) = 319.2 \text{ ton}$$

$$\rightarrow P_{\text{net}} = \frac{319.2}{(4.32)^2} = 17.1 \text{ ton/m}^2$$

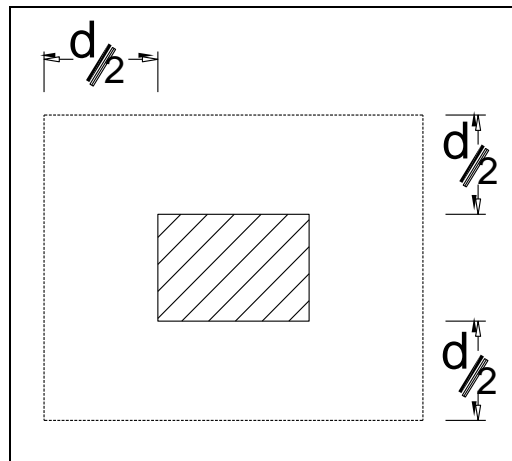
دقت کنید که چون نیروی وزن پی و خاک و ... به صورت گسترده وارد می‌شود، نیازی نیست تا در بررسی برش پانچ از آن استفاده شود.

$$V_u = (17.1) [(4.32)^2 - (0.6 + 0.498)^2] = 298.5 \text{ ton}$$

$$\phi v_c = (0.75)(1.06) \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$= (0.75)(1.06) \sqrt{210} (4 \times 109.8) (49.8) \times \frac{1}{1000} = 252 \text{ ton} < 298.5 \text{ ton} \rightarrow \text{N.G}$$

با افزایش ضخامت دال پی به مقدار 10 cm برش دو طرفه کنترل می‌گردد.

**(c) کنترل برش یک طرفه**

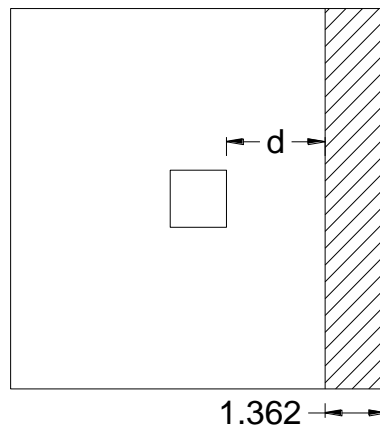
همان‌طور که در شکل نیز نشان داده شده است برش یک‌طرفه را در فاصله d از بر ستون در نظر می‌گیریم.

$$V_u = (17.1)(1.362)(4.32) = 100.6 \text{ ton}$$

$$\phi V_c = 0.75(0.53\sqrt{f'_c}bd)$$

$$= 0.75(0.53)(\sqrt{210})(4.32)(49.8)$$

$$= 123.9 \text{ ton} > 100.6 \text{ ton} \rightarrow \text{O.K.}$$



همان‌طور که مشاهده می‌شود در پی‌ها و دال‌ها بیشتر برش پانچ مشکل‌ساز است و برش یک‌طرفه معمولاً جواب می‌دهد.

(d) کنترل خمش

خمش را در بر ستون در نظر می‌گیریم، لذا خواهیم داشت:

$$M_u = \frac{(17.1)(4.32)(1.86)^2}{2} = 127.8 \text{ ton.m}$$

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{127.8}{0.9} = 142 \text{ ton.m}$$

$$\rightarrow \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{33(3.80)}{432(49.8)} = 0.00583$$

$$\rho = \rho_{\min} = 0.002 < \rho = 0.00583 < \rho_{\max} = \left[0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + 0.005} \right] = 0.0203$$

$$(0.005 < \rho < 0.01)$$

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0.85f'_c \cdot b} = \frac{(33)(3.8)(2800)}{0.85(210)(4.32)} = 4.55 \text{ cm}$$

$$M_n = A_s \cdot f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = A_s (2800) \left(49.8 - \frac{4.55}{2} \right) = 142 \times 10^5$$

$$\rightarrow A_{s, \text{reqd}} = 106.7 \text{ cm}^2 < A_s (\text{موجود}) = 125.4 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{O.K.}$$

(e) انتقال بار از ستون به پی

وقتی ستون روی پی قرار می‌گیرد، نباید از یک حدی بیشتر به تکیه‌گاه تنش وارد کند. در اینجا این مساله نیز باید کنترل شود.

$$\text{ACI 15.8, 10.17} \rightarrow \text{مقاومت نشیمنگاهی} \leq \phi(0.85f'_c)A_1$$

در صورتی که لحاظ کردن میلگرد در محل اتصال ستون به پی نیاز باشد:

$$\text{مقاومت نشیمنگاهی} \leq \phi(0.85f'_c)(A_1 - A_s) + 0.85\phi f_y A_s$$

A_1 : سطح ستون

ϕ : 0.65

$$\rightarrow P_n = 0.85 f'_c \cdot A_1 = 0.85(210)(60 \times 60) = 642.6 \text{ ton}$$

$$\phi P_n = 0.65(642.6) = 418 \text{ ton} > P_u = 319.2 \text{ ton} \rightarrow \text{O.K.}$$

حداقل آرماتور در محل نشیمن‌گاه:

همان‌طور که در مثال بالا مشاهده می‌شود، تنش به تکیه‌گاه از مقاومت نشیمن‌گاهی پی کمتر است. علاوه بر این، در نقطه اتصال ستون به پی به آرماتور نشیمن‌گاهی نیز نیاز داریم:

$$(A_s)_{\min} = 0.005 A_1$$

در خود ستون بین یک درصد تا شش درصد آرماتور وجود دارد که مقدار فوق را در برمی‌گیرد.

ستون کوتاه (Pedestal):

ستونی که نسبت ارتفاع آن به بعد کوچکش کمتر از ۳ باشد را به عنوان ستون کوتاه در نظر می‌گیریم. البته این نسبت می‌تواند بیشتر از ۳ باشد و در آنجا حداقل آرماتور در محل اتصال ستون کوتاه به پی $0.005A$ باید باشد.

آرایش آرماتورها در خود پی:

فشار خاک در زیر پی باعث می‌شود تا در تار پایینی پی کشش ایجاد شود. برای تحمل این کشش نیاز داریم تا در قسمت پائینی پی یک سفره آرماتور داشته باشیم.

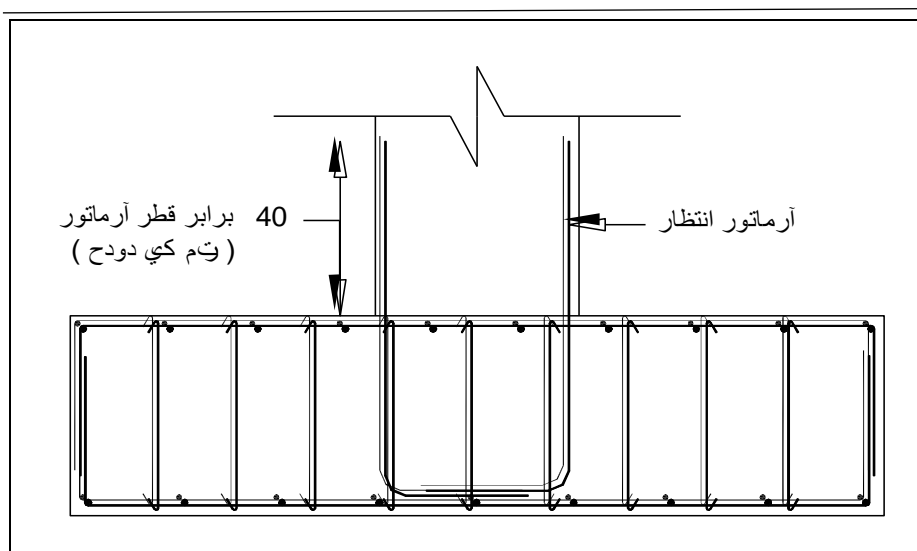
در ستون آرماتورهای قائم وجود دارد که باید به پی داخل شود تا ستون با پی به صورت یکپارچه عمل کنند. آرماتورهای ستون روی سطح پی قرار می‌گیرد. فقط باید دقت داشت که در هیچ مقطعی بیش از ۶ درصد سطح ستون آرماتور وجود نداشته باشد. بهترین نقطه برای همپوشانی آرماتورها در حال $\frac{1}{3}$ میانی ستون (بین دو طبقه) است.

برای وصل کردن آرماتورهای انتظار و ستون می‌توان آنها را همپوشانی کرد. همچنین می‌توان آنها را سر به سر قرار داد و به هم جوش داد. (البته جوش دادن به این صورت شرایط خاصی دارد و خیلی مشکل است)

همچنین می‌توان از سیستم کوبله استفاده کرد. بدین صورت که در نقطه اتصال دو آرماتور یک غلاف وجود خواهد داشت که آن‌ها را به هم وصل می‌کند.

در مناطق لرزه‌خیز بهتر است یک سفره آرماتور نیز در قسمت فوقانی پی قرار داده شود. حتی اگر این آرماتور محاسبه نیز نشود، از آرماتور حداقل استفاده کرد.

برای نگه داشتن سفره بالایی نیاز داریم تا از آرماتورهای قائم استفاده کنیم، اما در محاسبه از آن‌ها صرف نظر می‌کنیم.



در ساختمان‌های معمولی 70~120 kg فولاد در یک متر مکعب بتن استفاده می‌شود اما در برج میلاد این رقم در حدود 320 kg است. لذا چشمه‌ها خیلی ریز می‌شد و از دانه‌های کوچکتر از 19 mm با اسلامپ 15 cm برای بتن برج میلاد استفاده شد.

طراحی پی در حالتی که به آن لنگر وارد می‌شود:

در این قسمت دو حالت را در نظر می‌گیریم:

- لنگر ستون می‌تواند ناشی از اعمال بار P خارج از مرکز باشد و یا ناشی از اثر بار جانبی F باشد. در این حالت توزیع تنش زیر پی به صورت زیر درمی‌آید.

$$e < \frac{b}{6}$$

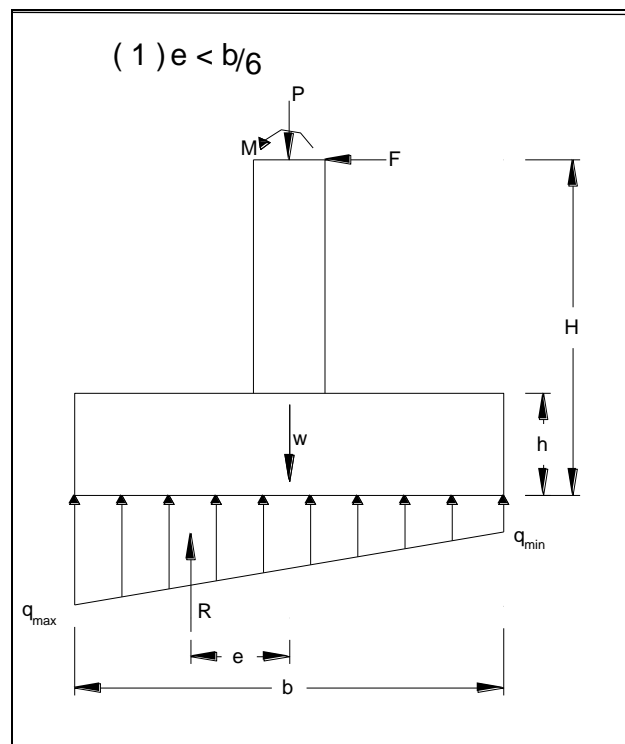
لذا می‌توان نوشت:

$$R = P + W$$

$$e = \frac{M + HF}{R}$$

$$q = \frac{R}{A} \pm \frac{MC}{I}, C = \frac{b}{2}$$

$$I = \frac{Lb^3}{12}$$



L: بعد داخل صفحه پی

$$A = b \times L$$

$$q_{\max} = \frac{R}{A} + \frac{6}{Ab}(M + HF)$$

$$q_{\min} = \frac{R}{A} - \frac{6}{Ab}(M + HF)$$

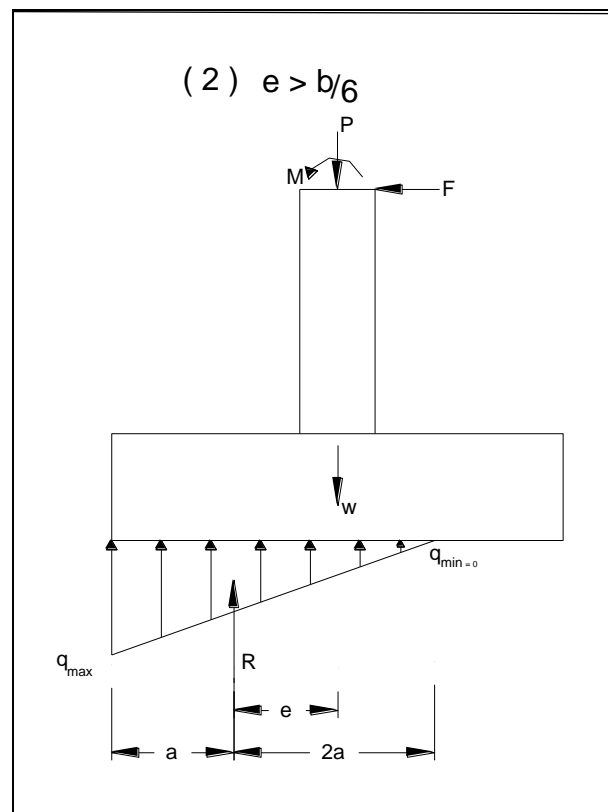
- اگر ممان وارده خیلی زیاد باشد توزیع تنش در زیر پی ممکن است به صورت نشان داده شده شود. در این حالت ممکن است واژگونی پیش آید. برای جلوگیری از این مشکل می‌توان پی را بزرگ کرد و یا از شمع استفاده نمود.

$$e > \frac{b}{6}$$

$$q_{\max} = \frac{4R}{3b(b-2e)}$$

$$q_{\min} = 0$$

$$a = \frac{b}{2} - e$$



مثال: مثال قبل را با خروج از مرکزیتی برابر 0.1 h کنترل کنید.

$$e = 0.1h = 0.1(60) = 6 \text{ cm}$$

$$q_{\max} = \frac{86+135}{(4.32)^2} \left(1 + \frac{6(0.06)}{4.32}\right) = 12.8 \text{ ton/m}^2$$

$$q_{\min} = \frac{86+135}{(4.32)^2} \left(1 - \frac{6(0.06)}{4.32}\right) = 10.8 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{وزن پی } q_1 = \frac{26.9}{(4.32)^2} = 1.44 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{وزن خاک } q_2 = \frac{17.9}{(4.32)^2} = 0.96 \text{ ton/m}^2$$

$$\rightarrow q_{\text{total}} = 12.8 + 1.44 + 0.96 = 15.2 \text{ ton/m}^2 < 24.4 \text{ ton/m}^2 \rightarrow \text{O.K.}$$

$$P = 1.2D + 1.6L = 1.2(86) + 1.6(135) = 319.2 \text{ ton}$$

$$P_{\text{net}} = \frac{319.2}{(4.32)^2} = 17.1 \text{ ton/m}^2$$

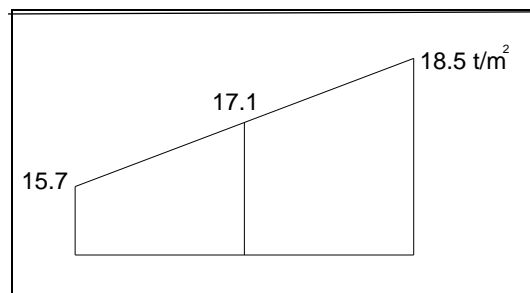
$$\frac{1.2D + 1.6L}{D + L} = \frac{319.2}{221} = 1.444$$

حال با ضرب کردن این ضریب، مقادیر q_{\max} و q_{\min} را برای بارهای ضریب‌دار به دست می‌آوریم.

$$q_{\max} = 1.444(12.8) = 18.5 \text{ ton/m}^2$$

$$q_{\min} = 1.444(10.8) = 15.7 \text{ ton/m}^2$$

برای کنترل برش دو طرفه و برش یک‌طرفه و لنگر نیاز داریم تا q ها را با بار ضریب‌دار استفاده کنیم.



کنترل‌ها را برای سمت راست انجام می‌دهیم، اگر قسمت سمت راست جواب بدهد، برای قسمت چپ مشکلی نخواهد بود.

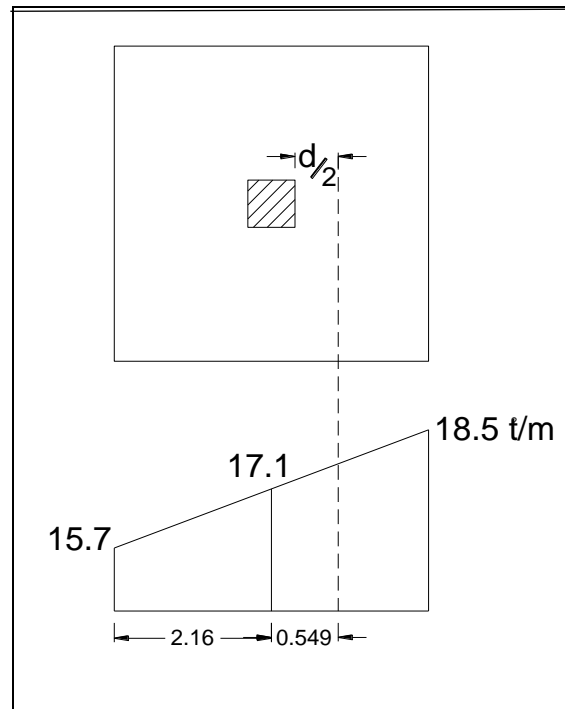
(a) کنترل برش دو طرفه

$$18.5 - 17.1 = 1.4 \text{ ton/m}^2$$

$$\frac{(1.4)(0.549)}{2.16} = 0.356$$

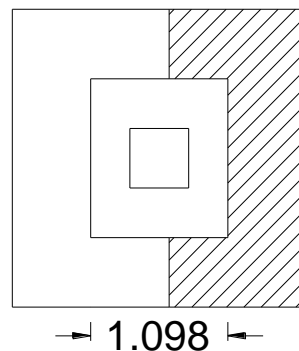
$$17.1 + 0.356 = 17.46 \text{ ton/m}^2$$

برش در فاصله $\frac{d}{2}$ از بر ستون 17.46 است.



$$V_u = \left(\frac{17.1+18.5}{2}\right)\left(\frac{4.32}{2}\right) - \left(\frac{17.1+17.46}{2}\right)\left(\frac{1.098}{2}\right) = 155.7 \text{ ton}$$

$$\begin{aligned} \phi V_c &= 0.75(1.06\sqrt{f'_c}b_0d) \\ &= (0.75)(1.06)(\sqrt{210})(109.8 \times 2)(49.8) \\ &= 126 \text{ ton} < 155.7 \text{ ton} \rightarrow \text{N.G.} \end{aligned}$$



(b) برش یک طرفه

$$d = 49.8$$

$$\frac{(1.4)(0.498 + 0.3)}{2.16} = 0.517 \text{ ton/m}^2$$

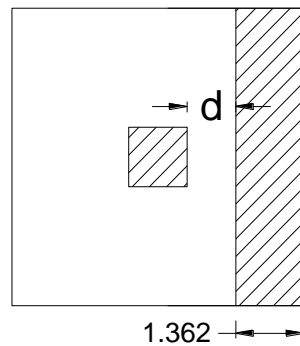
$$d \text{ در فاصله } P = 17.1 + 0.517 = 17.62 \text{ t/m}^2$$

$$V_u = \frac{17.62 + 18.5}{2} (1.362)(4.32) = 106.3 \text{ ton}$$

$$\phi V_c = 0.75(0.53\sqrt{f'_c}bd)$$

$$= 0.75(0.53)(\sqrt{210})(432)(49.8)$$

$$= 124 \text{ ton} > 106.3 \text{ ton} \rightarrow OK$$

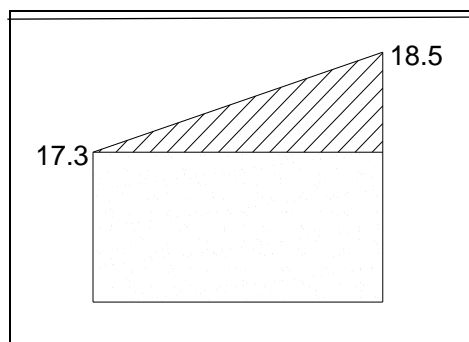


(c) کنترل خمش

$$\frac{1.4(0.3)}{2.16} = 0.194 \text{ ton/m}^2$$

$$\rightarrow \text{در بر ستون } P = 17.1 + 0.194 = 17.3 \text{ ton/m}^2$$

$$\rightarrow M_u = (18.5 - 17.3)\left(\frac{1.86}{2}\right)(4.32)\left(\frac{2}{3}(1.86)\right) + (17.3)(1.86)(4.32)\left(\frac{1}{2}(1.86)\right) = 135.3 \text{ ton.m}$$



$$M_n = \frac{135.3}{0.9} = 150.3 \text{ ton.m}$$

$$A_{s,reqd} = \frac{M_n}{f_y(d - \frac{a}{2})} = \frac{150.3 \times 10^5}{2800(47.53)} = 113 \text{ cm}^2 < 125.4 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{O.K.}$$

در مثال قبل کنترل یک پی را که تحت اثر بار محوری خارج از مرکز بود دیدیم. اگر پی داده شده به جای مربعی دارای شکل مستطیلی بود، باید همه این مراحل را برای دو جهت کنترل کنیم. البته می‌توان از قضاوت‌های مهندسی نیز کمک گرفت به این صورت که اگر مثلاً لنگر برای طول بزرگتر جواب دهد، مسلماً برای طول کوچکتر نیز جواب خواهد داد. برش در دو جهت تفاوتی نمی‌کند. قدم بعد از کنترل طراحی است.

ضخامت دال توسط برش پانچ کنترل می‌شود. امروزه برنامه‌های کامپیوتری به صورت Loop مسائل را حل می‌کنند. به این صورت که ابعاد داده شده و مساله به صورت آنالیز کنترل می‌شود اگر جواب داد که همان مقادیر را در نظر می‌گیرند، در غیر اینصورت مقادیر را تغییر داده و این حلقه را دوباره تکرار می‌کنند.

مثال:

یک پی مربعی برای حمل بارهای $D=83 \text{ ton}$ و $L=68 \text{ ton}$ طراحی کنید. ستون دارای ابعاد 60×60 می‌باشد.

$$f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$q_s = 19.5 \text{ ton/m}^2$$

$$\gamma_c = 2.4 \text{ ton/m}^3$$

حل:

فرض می‌کنیم ضخامت پی $t=60$ cm باشد.

$$W \text{ (وزن پی)} = (2.4)(0.6) = 1.44 \text{ ton/m}^2$$

$$P_n = 19.5 - 1.44 = 18.06 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{سطح مقطع مورد نیاز } A = \frac{83+68}{18.06} = 8.36 \rightarrow \text{ضلع} = 2.89 \text{ m}$$

$$\text{Try } 2.9 \times 2.9 \times 0.6$$

$$d = 60 - 8 - 2.2 = 49.8 \text{ cm}$$

$$P_u = 1.2(83) + 1.6(68) = 208.4 \text{ ton}$$

$$P_{\text{net}} = \frac{208.4}{(2.9)^2} = 24.8 \text{ ton/m}^2$$

حال برش پانچ را کنترل می‌کنیم:

$$V_u = 24.8((2.9)^2 - (1.098)^2) = 178.7 \text{ ton}$$

$$\phi V_c = 0.75 (1.06)(\sqrt{210})(4 \times 109.8)(49.8) \\ = 252 \text{ ton} > 178.7 \text{ ton} \text{ O.K.}$$

کنترل برش یکطرفه

$$V_u = 24.8(2.9)(0.652) = 46.9 \text{ ton}$$

$$\phi V_c = 0.75(0.53)\sqrt{210}(290)(49.8) = 83.2 \text{ ton} > 46.9 \text{ ton} \text{ O.K.}$$

کنترل انتقال بار از ستون به پی (تنش نشیمن‌گاهی)

$$P_u = 208.4 \text{ ton}$$

$$\phi P_n = 0.65(0.85 \times 210)(60 \times 60) = 418 \text{ ton} > 208.4 \text{ ton} \rightarrow \text{O.K.}$$

محاسبه آرماتور خمشی

$$M_u = (24.8)(1.15)(2.9)\left(\frac{1}{2} \times 1.15\right) = 47.6 \text{ ton.m}$$

$$R_{n,\text{reqd}} = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{47.6 \times 10^5}{0.9(290)(49.8)} = 7.35 \text{ kg/cm}^2$$

$$m = \frac{0.85 f'_c}{f_y} = \frac{0.85(210)}{2800} = 15.7$$

$$\rightarrow \rho = \frac{1}{m} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}}\right) = \frac{1}{15.7} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2(15.7)(7.35)}{2800}}\right) = 0.0027$$

$$\rightarrow A_{S, reqd} = \rho b d = (0.0027)(290)(49.8) = 39 \text{ cm}^2$$

$$(A_S)_{min} = 0.002bh = 0.002(290)(60) = 34.8 \text{ cm}^2$$

→ use 11φ22 @ 25 cm, Each – way

مشاهده می‌شود طراحی نیز شبیه آنالیز کردن است، تنها آرماتورها باید طراحی شوند.

اگر ستون مستطیلی بود پی را نیز نسبت به ابعاد ستون مستطیلی در نظر گرفته و طراحی می‌کردیم.

برای ستون‌های دایره‌ای، از پی‌های دایره‌ای استفاده می‌شود. اما به دلیل مشکلی که در قالب‌بندی پی‌های دایره‌ای وجود دارد سعی می‌شود از این پی حتی‌الامکان کمتر استفاده شود.

مثال:

کفایت بتن غیر مسلح در پی دیوار را برای حمل 30 t/m بار مرده (شامل وزن دیوار) و 12 t/m بار زنده تعیین کنید.

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

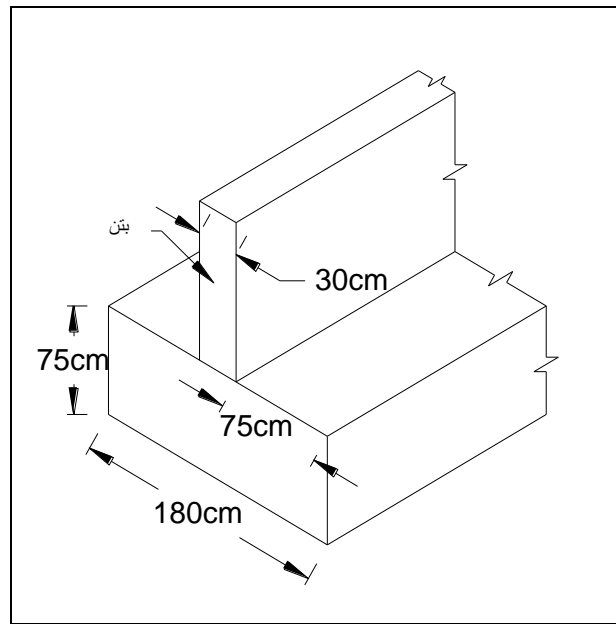
$$q_{S-all} = 30 \text{ t/m}^2$$

$$\gamma_c = 2350 \text{ kg/m}^3$$

چون پی پیوسته است، محاسبات را برای عرض یک متر آنالیز را انجام می‌دهیم.

$$\text{کل بار سرویس} = 30 + 12 + (0.75)(1.8)(2.35) = 45.2 \text{ t/m}$$

$$\rho = \frac{45.2}{1.8} = 25.1 \text{ t/m}^2 < 30 \text{ t/m}^2 \text{ O.K.}$$



$$W_u = 1.2(30) + 1.6(12) = 55.2 \text{ ton/m}$$

$$P = \frac{55.2}{1.8} = 30.7 \text{ t/m}^2$$

$$M_u = (30.7) \frac{(0.75)^2}{2} = 8.64 \text{ ton.m}$$

$$I_g = \frac{1}{12} (75 - 5)^3 (100) = 2,860,000 \text{ cm}^4$$

در محاسبه I_g ، ۵ سانتی متر زیرین پی را (بتن مگر) در نظر نمی‌گیریم.

$$\phi M_n = \frac{\phi F_t I_g}{\frac{h}{2}}$$

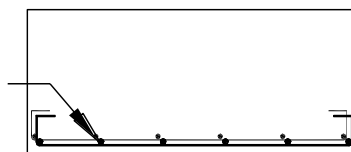
$$= \frac{(0.55)(1.33\sqrt{210})(2860000)}{\frac{70}{2} \times 10^5}$$

ACI 9.3.5 : $\phi = 0.55$ (برای بتن سازه‌ای غیر مسلح)

$$8.66t.m > 8.64t.m \rightarrow OK$$

نیازی به آرماتور خمشی احساس نمی‌شود. البته چون در منطقه لرزه‌خیز هستیم آرماتور می‌خواهد.

افت و حرارت



چون بار متمرکز وارد نمی‌شود، پس برش پانچ نداریم.

برای محاسبه برش یک‌طرفه نیاز داریم تا به اندازه d از صورت ستون (دیوار) دور شویم. در اینجا که d مشخص نیست این فاصله را به صورت ضریبی از ارتفاع در نظر می‌گیریم.

$$d = \frac{5}{6}(75) \text{ cm} = 62.5$$

$$V_u = 0.53 \times 0.75 \sqrt{210} \left(\frac{5}{6} \times 75\right) (100) = 36 \text{ ton/m}$$

$$(100 \text{ cm}) \left(\frac{1}{6} \times 75\right) \frac{30.7 \text{ ton/m}^2}{10^4} = 3.8 \text{ t/m} < 36 \text{ t/m} \rightarrow \text{O.K.}$$

البته ضخامت پی زیاد است. 0.5% سطح ستون هم در نقطه وصل پی و دیوار آرماتور می‌خواهیم.

$$A_{s, \text{reqd}} = \frac{0.5}{100} (30 \times 1) = 10 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2 / 1 \text{ m}$$

مثال:

یک پی مسلح برای دیواری به عرض 30 cm (آجری) با بار مرده 15 ton/m (شامل وزن دیوار) و بار زنده 7.5 ton/m طراحی کنید.

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma_c = 2.35 \text{ ton/m}^3$$

$$q_{s, \text{all}} = 20 \text{ ton/m}^2$$

حل:

ابتدا باید ضخامتی را برای پی فرض کنیم. با توجه به قضاوت مهندسی، فرض می‌کنیم ضخامت پی ۲۵ سانتی‌متر باشد. در این صورت خواهیم داشت:

$$2350(0.25) = 600 \text{ kg/m}^2 = 0.6 \text{ ton/m}^2$$

$$20 - 0.6 = 19.4 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{عرض پی} = \frac{(15 + 7.5) \text{ t/m}}{(19.4) \text{ t/m}^2} = 1.16 \text{ m}$$

$$\rightarrow \text{say } b = 120 \text{ cm}$$

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2(15) + 1.6(7.5) = 30 \text{ ton/m}$$

$$\text{فشار زیر پی } P = \frac{30 \text{ t/m}}{1.20 \text{ m}} = 25 \text{ ton/m}^2$$

کنترل برش یک طرفه

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

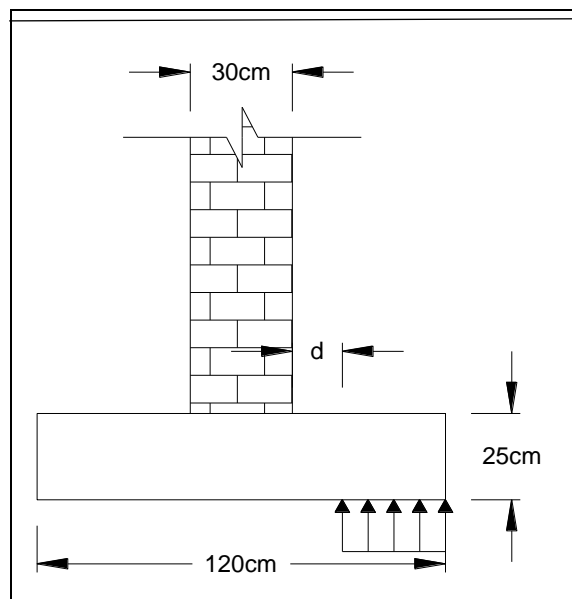
$$= 0.53\sqrt{210}(100)(d)$$

$$V_u = 25 \times 10^3 \left(\frac{1.2 - 0.3}{2} - d \right) (1\text{m})$$

$$\phi V_c = V_u$$

$$\rightarrow (0.75)(0.53)(\sqrt{210})(100)d = 25000(0.45 - d)(1)$$

$$\rightarrow 2.3d = 0.43 - d \rightarrow d = 0.13 \text{ m}$$



برای به دست آوردن این مقدار فرض شده است که همه برش یک طرفه را خود بتن بدون استفاده از فولاد تحمل می‌کند.
 $21.7 \text{ cm} < 25 \text{ cm}$ O.K. (پوشش) $+1.2(\phi 12) = 13 + 7.5$ کل ضخامت لازم برای برش

یعنی ضخامت فرض شده پذیرفته می‌باشد.

$$\rightarrow t = 25 \text{ cm} , d = 15 \text{ cm}$$

کنترل خمش

$$M_u = \frac{1}{2}(25) \left(\frac{1.2 - \left(\frac{0.3}{2}\right)}{2} \right)^2 = 3.45 \text{ ton.m/m}$$

$$R_{n,reqd} = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{3.45 \times 10^5}{0.9(100)(15)^2} = 17.0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right], \quad m = \frac{f_y}{0.85f'_c}$$

$$\rightarrow m = 15.7$$

$$\rightarrow \rho = \frac{1}{15.7} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2(15.7)(17)}{2800}} \right] = 0.0064 > \rho_{\min}$$

برای مقدار ρ_{\min} در این حالت دو نظر وجود دارد.

عده‌ای آرماتور افت و حرارت را به عنوان حداقل آرماتور مورد نیاز در نظر می‌گیرند و عده‌ای آرماتور حداقل تیر ($\rho_{\min} = \frac{14}{f_y}$) را به عنوان حداقل آرماتور مورد نیاز به کار می‌برند. احساس می‌شود مورد دوم نتیجه مناسبتری داشته باشد.

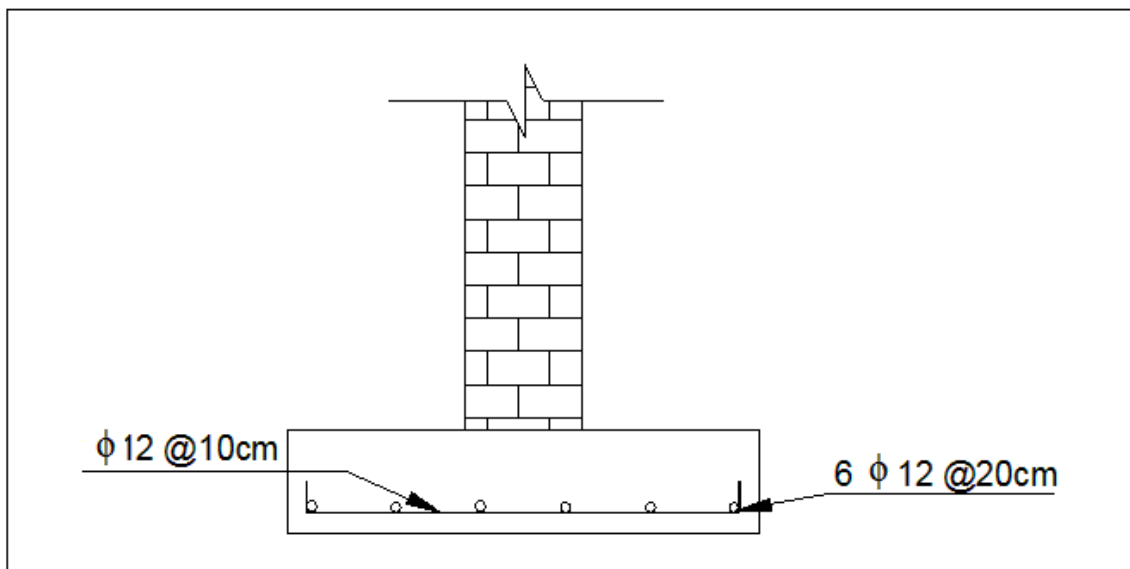
$$\rho_{\min} = \frac{14}{F_y} = 0.005 \rightarrow \text{O.K.}$$

$$\rightarrow A_{s,\text{req}} = (0.0064)(100)(15) = 9.6 \text{ cm}^2$$

Try $\phi 12 @ 11 \text{ cm}$ ($A_s = 10.3 \text{ cm}^2 / \text{m}$)

در عمل بهتر است فاصله آرماتورها را 10 cm بدهیم تا از نظر اجرایی راحت تر باشد.
در راستای طولی دیوار نیز از آرماتور افت و حرارت استفاده می‌کنیم.

$$A_s = (0.002)(120)(25) = 6 \text{ cm}^2$$



فصل چهارم

پی مرکب

مثال: پی مرکبی برای حمل بار دو ستون طراحی کنید.

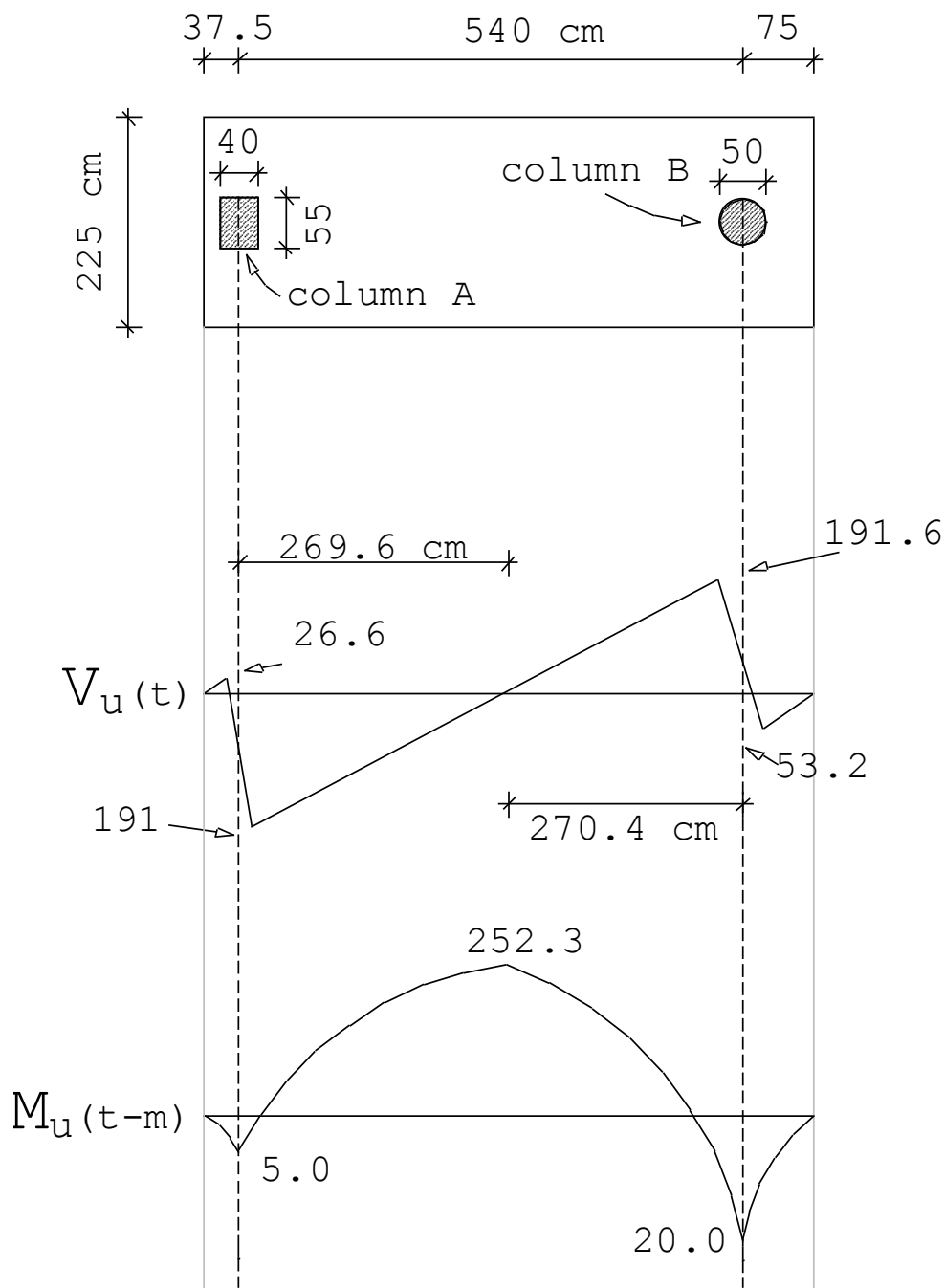
(60% بار مرده) $p_A = 160 \text{ ton}$

(60% بار مرده) $p_B = 180 \text{ ton}$

$f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2, f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

ستون A از حد زمین 37.5 cm و ستون B، 577.5 cm فاصله دارد.

(فشار خاک ماکزیمم) $q_{s(max)} = 25 \text{ t/m}^2$



(a) طول و عرض پی:

ACI-15.2.2

$$\bar{x} \text{ (از خط حد زمین)} = \frac{160(37.5) + 180(577.5)}{160 + 180} = 323.4 \text{ cm}$$

$$\text{طول پی، } L = 323.4 \times (2) = 646.8 \text{ cm}$$

این کار از نشست غیریکنواخت جلوگیری می‌شود.

(ناشی از خود وزن پی، لنگری وارد محاسبات نمی‌شود)

USE 652.5 cm

$$0.75\text{m} \times 2400 \text{ kg/m}^3 = 1800 \text{ kg/m}^2$$

فرض ضخامت پی = 75 cm

$$\text{Net Soil pressure} = 25 - 1.8 = 23.2 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{عرض پی} = \frac{160 + 180}{(23.2)(6.525)} = 2.246 \text{ m}$$

Try 225 cm

(b) برش‌ها و ممان‌های ضریب‌دار طولی:

$$\text{A ستون, } P_u = 160(60\%)(1.2) + 160(40\%)(1.6) = 217.6$$

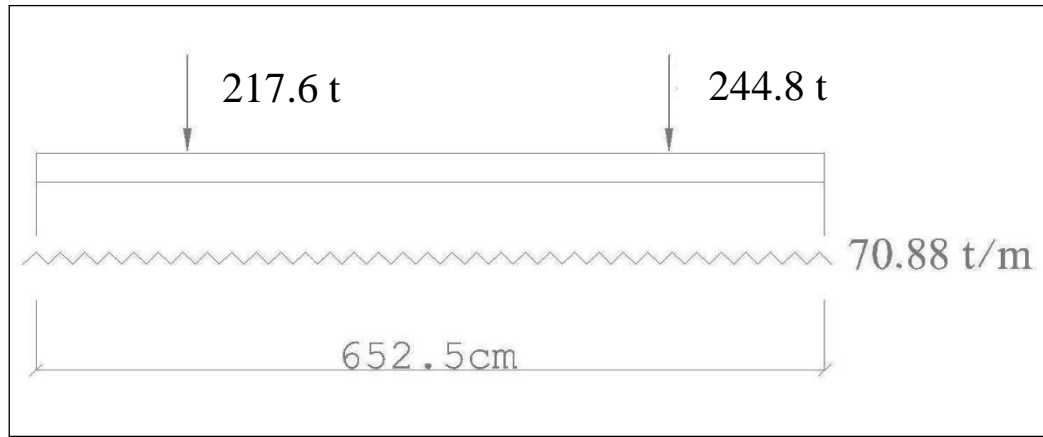
$$\text{B ستون, } P_u = 180(60\%)(1.2) + 180(40\%)(1.6) = 244.8$$

$$\text{فشار خاک خالص بر اثر بار ضریب‌دار} = \frac{462.4}{(2.25)(6.525)} = 31.5 \text{ t/m}^2$$

- برای ستون با قطر 50 cm آن را با مربعی با بعد 44.3 cm بر اساس ACI 15.3 در نظر می‌گیریم.

$$\frac{\pi \times (50)^2}{4} = a^2 \rightarrow a = 44.3 \text{ cm}$$

$$\text{فشار یکنواخت خالص به طرف بالا} : (2.25) \times (31.5) = 70.88 \text{ t/m}$$



$$V_u @ \phi \text{ of column } A = 70.9(37.5) = 26.6 \text{ t}$$

$$26.6 - 217.6 = -191 \text{ t}$$

$$V_u @ \phi \text{ of column } B = 70.9(0.75) = 53.2 \text{ t}$$

$$-53.2 + 244.8 = +191.6 \text{ t}$$

$$\text{نقطه برش صفر (محل Max لنگر)} : 540 \left(\frac{191}{191 + 191.6} \right) = 269.6$$

$$M_{u \max} = \frac{70.9(2.695 + 0.375)^2}{2} - 217.6 \times 2.695 \text{ m} = -252.3 \text{ t-m}$$

(از طرف چپ محاسبه شده است)

$$M_{u \max} = \frac{70.9(6.525 - 3.071)^2}{2} - 244.8 \times 2.705 = -239 \text{ t-m}$$

(از طرف راست محاسبه شده است)

مقدار ممان‌های محاسبه شده با هم مساوی نیستند زیرا طول پی به جای 646.8 cm ، 652.5 cm در نظر گرفته شده است.

(C) ضخامت دال (Thickness of Slab):

(ACI-2005)

$$\rho_{\max} = \frac{0.85 \cdot f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{0.003}{0.003 + 0.005} = 0.0203$$

$$\left[\beta_1 = 0.85, f'_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2 \right]$$

برای کنترل تغییر مکان، تقریباً $\frac{2}{3} \rho_{\max}$ را به کار می‌بریم:

$$\rho = 0.014$$

$$R_n = \rho f_y \left(1 - \frac{1}{2} \rho m\right)$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = 15.7$$

$$R_n = (0.014)(2800) \left[1 - \frac{0.014}{2} (15.7)\right] = 34.9 \text{ kg/cm}^2$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} \Rightarrow d_{req} = \sqrt{\frac{M_u}{\phi R_n b}} = \sqrt{\frac{252.3 \times 10^5}{0.9(34.9)(255)}} = 59.8 \text{ cm}$$

برای محاسبه برش، پی را همانند یک تیر در نظر می‌گیریم. برش یک‌طرفه کنترل کننده در فاصله d است.

$$V_u (44.5 \text{ cm} \text{ ضلع به ضلع } B \text{ معادل مربع}) = 191.6 - \left(\frac{\frac{44.5}{2} + d}{100}\right) \times 70.9 = 175.8 - 0.71 d \text{ ton}$$

برای حالتی که از میلگرد برشی استفاده نشود:

$$V_n = V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$V_u = \phi V_c \rightarrow V_u = 0.75(0.53 \times \sqrt{210} \times 225 \times \frac{d}{1000}) = 1.30d$$

$$175.8 - 0.71d = 1.30d \Rightarrow d = 87.4 \text{ cm}$$

- می‌توانیم با استفاده از $d = 59.8 \text{ cm}$ برای خمش ضخامت پی را محاسبه نماییم و لزومی نیست که ضخامت آن را $87.4 - 59.8 = 27.6 \text{ cm}$ افزایش دهیم تا اینکه از خاموت استفاده نماییم.

- اگر ضخامت پی را افزایش دهیم حجم بتن لازم، خاک‌برداری و ... زیاد می‌شود. اگر ضخامت را 100 cm بگیریم که بیشتر از ۳ فوت است، بتن حجیم تلقی می‌شود و تمهیدات ویژه‌ای برای جلوگیری ترک در آن لازم است. پس همان ضخامت کمتر با خاموت را در نظر می‌گیریم.

$$\text{Total depth} = 59.8 \text{ cm} + 7.0 \text{ cm (پوشش)} + 1.0 \text{ cm } (\phi 10 \text{ خاموت}) + 1.8(\phi 36) = 69.6 \text{ cm}$$

Use 70 cm

وزن را دوباره کنترل نمایید:

$$(0.70 \text{ m})(2400) = 1680 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{ماکزیمم فشار مجاز خاک} = \frac{160+180}{6.525 \times 2.25} + 1.68 = 24.84 < 25.0 \text{ t/m}^2 \text{ O.K.}$$

(d) میلگردهای طولی اصلی: (Main Longitudinal Reinforcement)

$$d_{req} = 59.8 \text{ cm}$$

$$R_{n req.d} = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{252.3 \times 10^5}{0.9 \times 225 \times 59.8^2} = 34.84 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = \rho b d = 0.014 \times \frac{34.84}{34.90} \times 225 \times 59.8 = 188 \text{ cm}^2$$

$$\text{Try } 19\phi 36 \left(\frac{255}{19} = 11.84 = \text{spacing} \right) A_s = 193.4 \text{ cm}^2 \text{ O.K.}$$

ACI 12.2.2

$$\phi 36 > 22 \Rightarrow L_d = \frac{0.19 \cdot f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b$$

با رعایت فاصله آزاد میلگردها و حداقل پوشش

ACI 2005 12.2.4

$$\lambda = 1 \quad \text{بتن معمولی}$$

$$\psi_e = 1 \quad \text{آرماتور بدون روکش}$$

$$\psi_t = 1.3 \quad \text{بیشتر از 30 cm بتن تازه زیر آرماتور}$$

$$\phi 22 \text{ آرماتور بزرگتر از } L_d = 0.19 \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \psi_t \cdot \lambda \cdot d_b$$

$$L_d = \frac{0.19 \times 2800}{\sqrt{210}} \times 3.6 = 132.16 \text{ cm}$$

$$L_d = 1.3 \times 132.16 = 171.8 \text{ cm}$$

طول گیرایی O.K. است.

(e) میلگرد طولی برای در زیر پی آن سوی مرکز ستون‌ها:

$$M_u (\text{column B}) = \frac{1}{2} (70.9) \left(0.75 - \frac{0.445}{2} \right)^2 = 9.9 \text{ t-m}$$

به علت مقدار کم ممان به میلگرد احتیاجی نیست. با نادیده گرفتن 5cm زیر پی از کل ضخامت داریم.

$$I_g = \frac{1}{12} \times (225)(70-5)^3 = 5,150,000 \text{ cm}^4$$



ACI 9.3.5

بتن غیر مسلح $\Phi = 0.55$

$$\phi M_n = \frac{\phi(f_r \cdot I_g)}{\frac{h}{2}}$$

$$f_r = 1.325\sqrt{f'_c} = 19.2$$

$$\phi M_n = \frac{0.55 \times 19.2 \times 5,150,000}{\frac{(70-5)}{2} \times 10^5} = 16.74 \text{ t-m}$$

$$\phi M_n > M_u = 9.9 \text{ t-m} \quad O.K.$$

به میلگرد طولی برای مقاومت در پایین دو طره از ستون A و از ستون B احتیاجی نیست.

(F) میلگردهای عرضی**بررسی پی در جهت عرضی**

فاصله نسبتاً زیاد بین ستون‌ها سبب می‌شود که در بین ستون‌ها فقط خمش طولی وجود داشته باشد و در نزدیکی ستون‌ها خمش در دو جهت می‌باشد.

- نواری که برای خمش عرضی گرفته می‌شود برابر عرض ستون بعلاوه دو برابر d است.

$$A \text{ نوار عرضی ستون } W_A = 37.5 + 20 + (d = 60.0) = 117.5 \text{ cm}$$

$$\text{فشار خالص بار ضربیدار در جهت عرضی} : \frac{217.6}{2.25} = 96.7 \text{ t/m}$$

$$M_u = \frac{1}{2} \times 96.7 \times \left(\frac{2.25 - 0.55}{2}\right)^2 = 35 \text{ t-m}$$

$$d = 70 \text{ cm} - 7.5 \text{ cm} - \frac{2.2}{2} = 61.4 \text{ (برای آرماتور عرضی در قسمت تحتانی)}$$

$$R_{req,d} = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{35 \times 10^5}{0.9 \times 117.5 \times 61.4^2} = 8.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}}\right)$$

$$\rho = \frac{1}{15.7} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 15.7 \times 8.8}{2800}}\right) = 0.0032 > \rho_{min} = 0.002 \quad O.K.$$

$$A_{sreq,d} = 0.0032 \times (117.5 \times 61.4) = 23.3 \text{ cm}^2$$

$$\text{Try } 7\phi 22 \quad (A_s = 26.6 \text{ cm}^2)$$

$$(\text{طول گیرایی } \phi 22) = \frac{0.19 f_y}{\sqrt{f'_c}} \times d_b = 80.7 \text{ cm} < 85 \text{ cm} \quad O.K.$$

Check Strength:

$$C = 0.85 \times 210 \times 117.5 a = 21000a$$

$$T = 26.6 \times 2800 = 74,480$$

$$\Rightarrow a = 3.55 \text{ cm}$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 74,480 \times \left[61.4 - \frac{3.55}{2}\right] / 100 = 40.0 \text{ t-m} > 35 \text{ t-m} \quad O.K.$$

use $7\phi 22 @ 17 \text{ cm}$

$$B \text{ نوار عرضی ستون } W_B = 75 + \frac{44.5}{2} + d = 157.5 \text{ cm}$$

$d = 60 \text{ cm}$ (در جهت طولی)

$$\text{فشار خالص بار ضریب‌دار} = \frac{244.8}{2.25} = 108.8 \text{ t-m}$$

$$M_u = \frac{1}{2}(108.8)\left(\frac{2.25 - 0.445}{2}\right)^2 = 44.3 \text{ t-m}$$

$$d = 61.4 \text{ (در جهت عرضی)}$$

$$R_{u_{req,d}} = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \frac{44.3 \times 10^5}{(0.9)(158.7)(61.4)^2} = 8.23 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = \frac{1}{15.7} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 15.7 \times 8.23}{2800}}\right) = 0.003 > \rho_{min} \quad O.K.$$

$$A_{s_{req,d}} = 0.003 \times 157.5 \times 61.4 = 29.0 \text{ cm}^2$$

$$\text{Try } 8\Phi 22 (A_s = 30.4 \text{ cm}^2)$$

Check Strength:

$$C = 0.85 \times 210 \times 157.5 a = 28,114 a$$

$$T = 30.4 \times 2800 = 85,120$$

$$\Rightarrow a = 3.03 \text{ cm}$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 85.12 \times \left[61.4 - \frac{3.03}{2}\right] / 100 = 45.9 \text{ t-m} > 44.3 \text{ t-m} \quad O.K.$$

$$\phi 22 \text{ طول گبرایی} = 80.7 \text{ cm} < 90.25 \text{ cm} \quad O.K.$$

use $8\phi 22 @ 20 \text{ cm}$

(g) میلگردهای برشی (Shear Reinforcement):

فرض اثر برش در عرض 2.25 یکسان است.

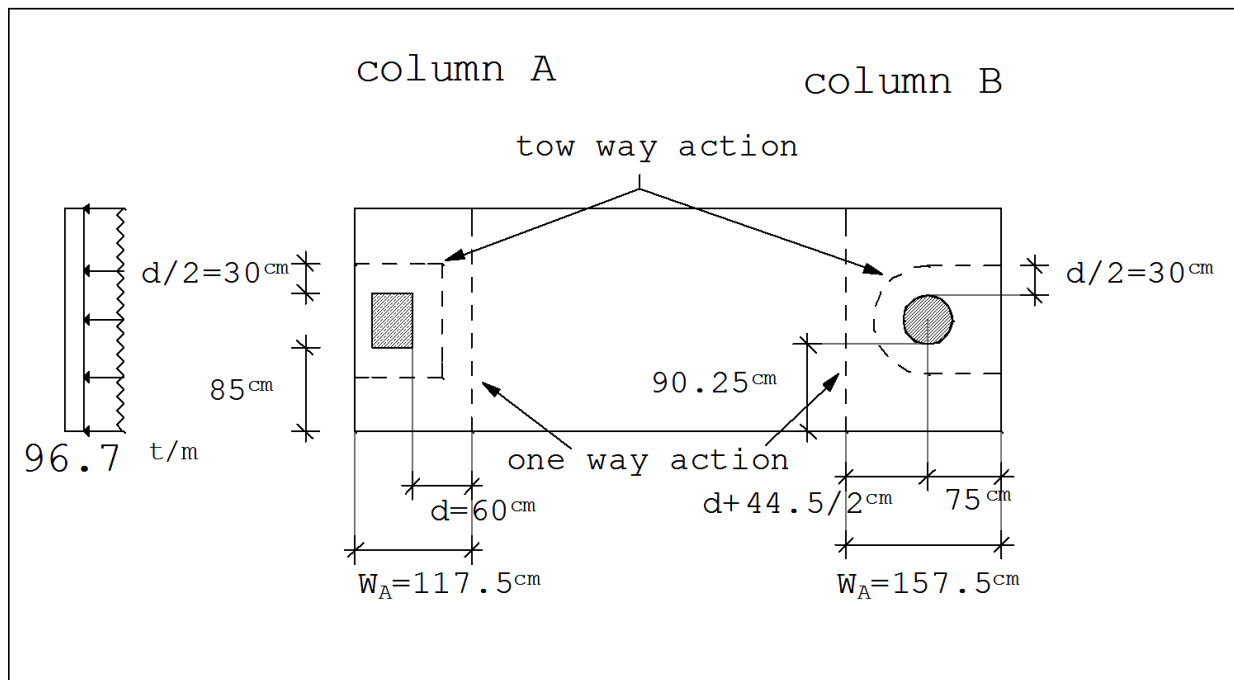
Fig. page 1 $\rightarrow V_u = 129 \text{ ton}$ (B از ستون d در فاصله)

(1) برش یک طرفه:

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times \sqrt{210} \times 225 \times 59.8 \times 10^{-3} = 77.5 \text{ t}$$

$$\phi = 0.75$$

$$\phi V_s = V_u - \phi V_c = 129 - 77.5 = 51.5 \text{ t}$$



$$(\phi V_s)_{\min} = (3.5 \times 225 \times 59.8) \times 10^{-3} \times 0.75 = 35.32 \text{ t} < 51.5 \text{ t}$$

$$\rightarrow \phi V_s = 51.5 \text{ t}$$

$$\frac{A_v}{S} = \frac{\phi V_s}{\phi_f \cdot d} = \frac{51.5 \times 10^3}{0.75 \times 2800 \times 59.8} = 0.41 = \frac{A_s \cdot N}{S}$$

$$\phi = 0.75$$

A_s = تعداد شاخه‌های خاموت که N.A. را قطع می‌کند و N = و سطح خاموت (Multiple-loop stirrup)

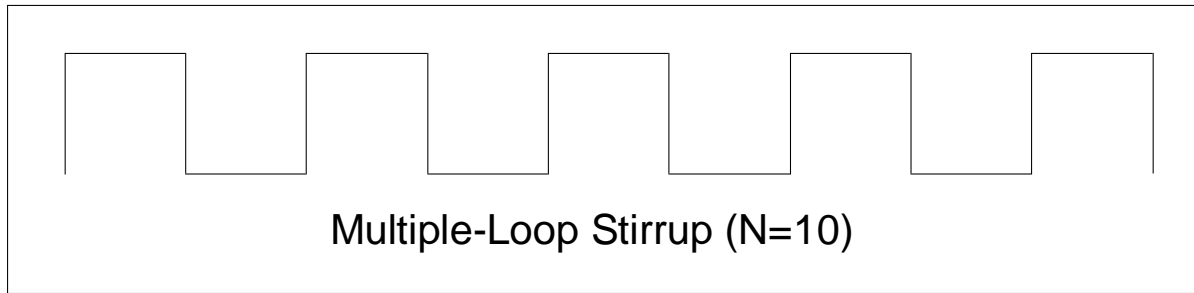
use $\Phi 12, N = 10 @ 27 \text{ cm}$

$$\frac{A_v}{s} \text{ (فراهم شده)} = \frac{(1.13)(10)}{27} = 0.42 > 0.41 \text{ O.K.}$$

$$S_{\max} < 30 \text{ cm O.K.}$$

خاموت اول را در فاصله 15 cm ($\frac{S}{2} = 13.5 \text{ cm}$) از صورت ستون و آخری در فاصله 15 cm از $V_u = \frac{\phi V_c}{2}$ و قرار می‌دهیم.

ترتیب خاموت‌ها را برای هر دو ستون یکی قرار می‌دهیم. (چون برش‌ها بسیار به هم نزدیک است). همچنین، از چند میلگرد در پایین پی برای نگهداشتن خاموت‌ها در محل خود، و نگهداشتن میلگردهای عرضی استفاده می‌کنیم.

**(2) برش دو طرفه:**

$$A \text{ ستون} \Rightarrow b_o = \left[2\left(\frac{59.8}{2}\right) + 55 \right] + 2\left[37.5 + 20 + \frac{59.8}{2} \right] = 289.6 \text{ cm}$$

به علت اینکه برش حول ستون تقارن ندارد، نتیجتاً توزیع برش یکسان نیست و Eccentricity برش باید در نظر گرفته شود. (ACI 11.12.2) در این مثال چون ممان در پایه ستون در نظر گرفته نشده (وجود ندارد) و ممان در دال در لبه ستون کم است. بنابراین اثر Eccentric را در نظر نمی‌گیریم.

$$V_u = 217.6 - 31.5 \left[\frac{(59.8 + 55) \times (37.5 + 20 + \frac{59.8}{2})}{10^4} \right] = 186 \text{ t}$$

$$\phi V_c = 0.75 \left[\frac{1.06 \sqrt{210} (289.6) (59.8)}{1000} \right] = 199.5 \text{ t}$$

با نادیده گرفتن هر گونه سهمی از خاموت‌هایی که برای برش یک طرفه استفاده شد، داریم:

$$\phi V_n = \phi V_c = 199.5 \text{ t} > V_u = 186 \text{ t}$$

برای ستون B نیز به خاموت احتیاجی نیست و ضخامت پی‌ها کفایت می‌کند.

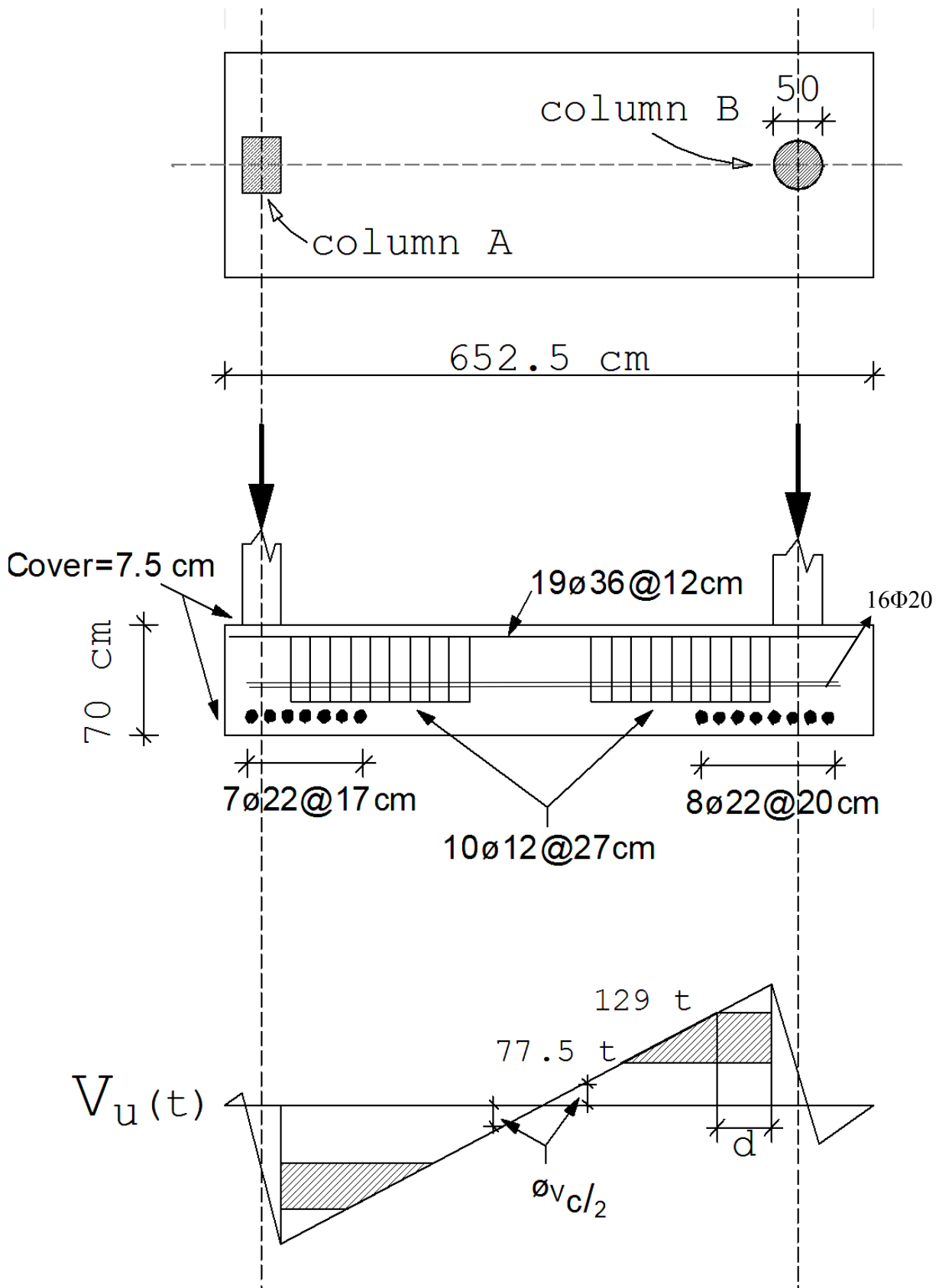
* برش یک‌طرفه در جهت کوتاه:

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \sqrt{f'_c} \times b_w \cdot d$$

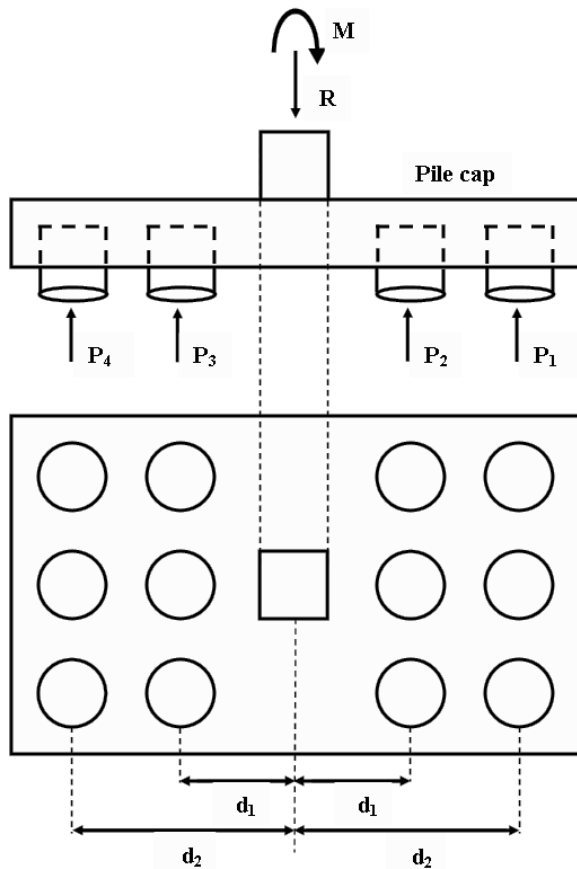
$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times \sqrt{210} \times 90 \times 59.8 = 31.0 \text{ t}$$

$$V_u = 96.7 \times (0.85 - 0.598) = 24.4 < 31.0$$

Shear reinforcement is not needed



پی‌های شمعی (Pile Foundation)



ACI 15,2 15,5 15,7

شمع‌ها به دو صورت کار می‌کنند. در یک حالت، همانند ستون تحت فشار هستند و عمدتاً تحت فشار می‌باشند و برشی را تحمل نمی‌کنند، مگر تحت اثر نیروی زلزله و... ممکن است حالتی رخ دهد که شمع در کشش باشد که در آن صورت، عملاً اصطکاک بین شمع و خاک حائز اهمیت است و از بیرون کشیده شدن شمع جلوگیری می‌کند. پس طراحی شمع، بحث جدیدی نیست و تنها نکته جدید، طرح Pile Cap (سرپوش شمع) است. شمع‌ها معمولاً پیش‌ساخته هستند و در محل در داخل زمین قرار می‌گیرند (به زمین تزریق می‌گردند) و در برخی موارد به صورت درجا اجرا می‌شوند. بیشترین نیرویی که شمع‌ها تحمل می‌کنند، در هنگام تزریق در زمین است. چون احتمال کمزش وجود دارد.

حداقل ضخامت سرپوش = ۳۰ cm

$$P = \frac{R}{N}$$

$$q_i = \frac{R}{NA_p} \pm \frac{Md_i}{I}$$

میانگین تنش در شمع i

$$I \cong \sum (A_p d^2)$$

$$q_i = \frac{R}{NA_p} \pm \frac{Md_i}{A_p \sum d^2}$$

$$q_i \cdot A_p = p_i = \frac{R}{N} \pm \frac{Md_i}{\sum d^2}$$

نیروی شمع

$$P_i = \frac{R}{N} \pm \frac{M_y \cdot d_{ix}}{\sum d_x^2} \pm \frac{M_x \cdot d_{iy}}{\sum d_y^2}$$

برای خمش در دو جهت



مثال : یک سرپوش برای اطلاعات داده شده طراحی نمایید.

$$P_1 = 77 \text{ t}, P_d = 68 \text{ t}, f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2, f'_c = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

ستون 45×45cm

$$\phi_p = 30 \text{ cm (قطر شمع)}$$

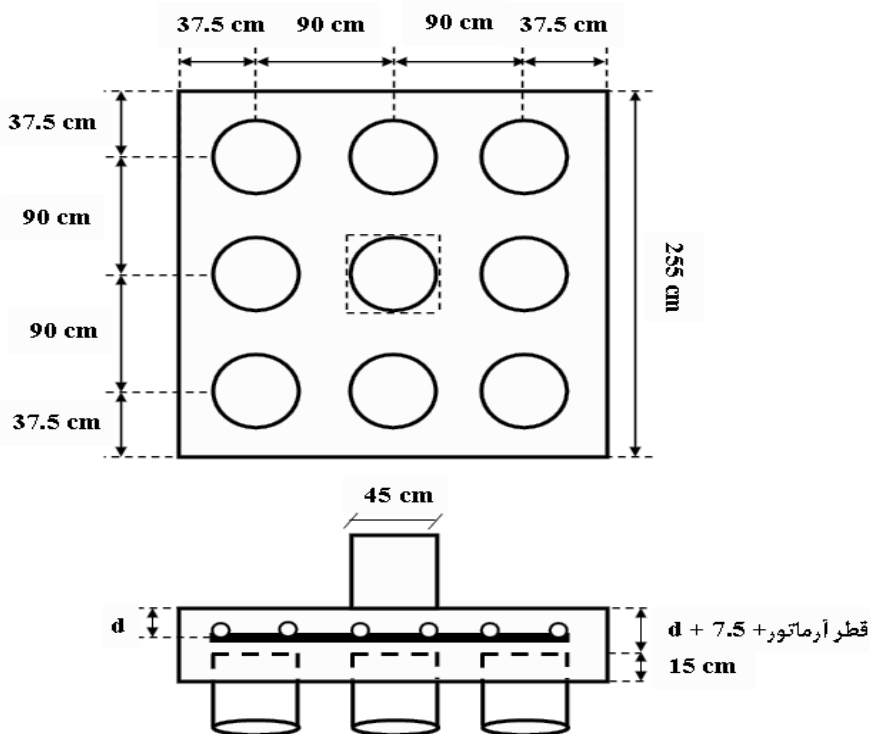
بر اساس آزمایش، مقدار ماکزیمم حمل بار هر شمع 32 t و مقدار مجاز آن 18 t است.

Solution:

تعداد شمع‌ها را نداریم، پس ابتدا N را محاسبه می‌کنیم:

فرض: در ابتدا مقدار وزن سرپوش روی هر شمع را 1.4 t فرض می‌کنیم.

$$N = \frac{66 + 77}{18 - 1.4} = 8.7 \rightarrow \text{Say 9 piles}$$



چون لنگر در جهت X,Y نداریم، بهترین سرپوش در این مثال، سرپوش مربعی است. وقتی مستطیلی طراحی می‌کنیم که در یک جهت، لنگر بیشتری نسبت به جهت دیگر داشته باشیم.

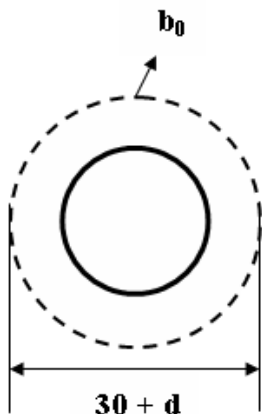
اگر فاصله شمع‌ها روی سرپوش از هم زیاد باشد، خود سرپوش ممکن است دچار خمش گردد. در شکل مقابل ۱۵ سانتی‌متر عمق نفوذ برای آن است که سرپوش و شمع‌ها به صورت یکپارچه عمل کنند. غیر از عمق نفوذ، سطح بتن در تماس با سرپوش شمع باید ناهموار باشد و تعدادی آرماتور هم برای عملکرد یکپارچه به کار می‌بریم.

$$W = 1.2(68) + 1.6(77) = 204.8 \text{ t}$$

$$P_u = 204.8 / 9 = 22.76 \text{ t / Pile} < 32 \text{ t / Pile} \quad \text{O.K.}$$

تعیین ضخامت بر اساس برش پانچ:

(۱) پانچ شمع:

بعد از چندین با سعی و خطا $d = 49 \text{ cm}$

$$b_0 = (30 + d)\pi = 248.2 \text{ cm}$$

$$\phi V_n = \phi V_c = 0.75 \times 1.06 \times \sqrt{210} \times 248.2 \times 49 / 1000 = 140.1t \geq 22.76t$$

O.K.

(۲) پانچ ستون:

$$15 + 49 + (\phi 20 = 2\text{cm}) + 7.5 = 73.5 \text{ cm}$$

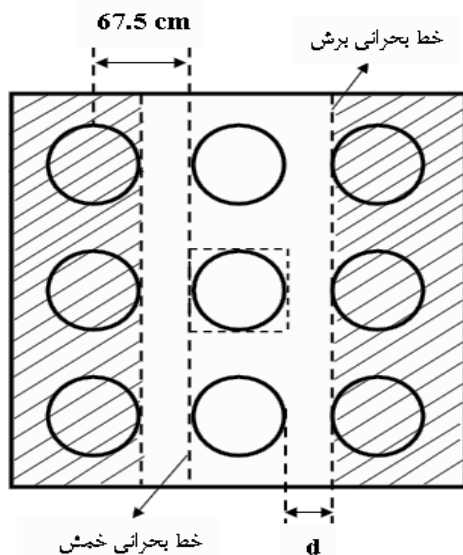
$$\text{Say } 75 \text{ cm} \longrightarrow d = 50.5 \text{ cm}$$

$$b_0 = 4(45 + d) = 4(45 + 50.5) = 382 \text{ cm}$$

$$\phi V_n = \phi V_c = 0.75 \times 1.06 \times \sqrt{210} \times 382 \times 50.5 / 1000 = 222.26 \text{ ton} \geq 22.76 \times (8 \text{ Pile}) = 182.08t$$

O.K.

برش یک طرفه:



اگر فاصله d را در نظر بگیریم و این فاصله مرکز به بعد شمع‌های ردیف‌های کناری را قطع کند، در این صورت دیگر نیازی به در نظر گرفتن فاصله d نمی‌باشد و فاصله را تا جایی که کل شمع‌های ردیف کناری را در بر بگیرد، ادامه می‌دهیم.

$$V_u = (22.76)(3) = 68.28t$$

$$\phi V_n = \phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times \sqrt{210} \times 255 \times 50.5 / 1000 = 74.2t \geq 68.28t$$

O.K.

خمش:

$$M_u = (68.28 \text{ t})(0.675) = 46.1 \text{ t-m}$$

$$R_u = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{46.1 \times 10^5}{0.9 \times 255 \times (50.5)^2} = 7.88 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_u}{f_y}} \right] = \frac{1}{15.7} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 15.7 \times 7.88}{2800}} \right] = 0.0029$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{2800}{0.85 \times 210} = 15.7$$

$$A_{s, req} = \rho b d = 0.0029 \times 255 \times 50.5 = 37.34 \text{ cm}^2$$

$$A_{s, min} = (0.002) \times 255 \times 75 = 38.3 \text{ cm}^2$$

USE 14 $\phi 20$ @ 18 cm / Each Way

کنترل انتقال بار از ستون به سرپوش:

$$\text{تنش تکیه‌گاهی مجاز} = \phi(0.85 f'_c) = 0.65(0.85 \times 210) = 125 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{تنش تکیه‌گاهی روی سرپوش} = \frac{204.8 \times 1000}{45^2} = 101.14 \text{ Kg/cm}^2 < 125 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

کنترل وزن سرپوش اعمال شده فرض شده روی هر شمع:

$$W = (0.75\text{m}) \times (2.55\text{m})^2 \times (2.4 \text{ t/m}^3) = 11.7\text{t}$$

$$11.7\text{t}/9\text{Pile} = 1.3 \text{ t/pile} < \text{assumed} = 1.4 \text{ t/pile}$$

O.K.

دیوارهای حائل

Retaining Walls

Cantilever Retaining Walls

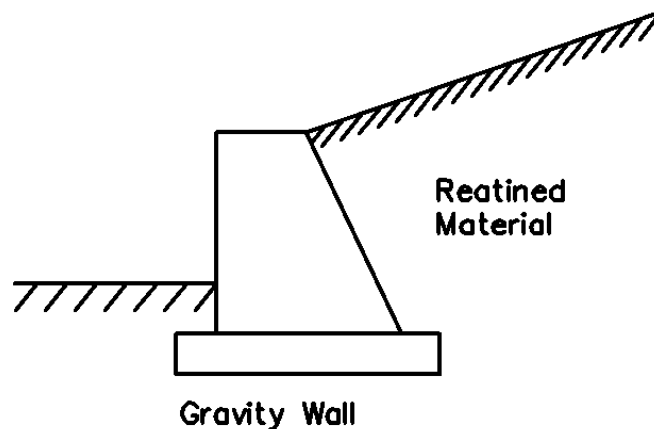
دیوارهای حائل

انواع سازه‌های حائل:

سازه‌های حائل، خاک یا مواد دانه‌ای را به عقب نگه می‌دارند و از قرار گرفتن در زاویه طبیعی آن‌ها جلوگیری می‌نمایند. هنگامی که اختلاف فاحشی در ارتفاع سطح وجود دارد، مواد پشت دیوار حائل به سازه فشار می‌آورند و سعی بر آن دارند که آن را واژگون نمایند یا بلغزانند و یا نیز هر دو.

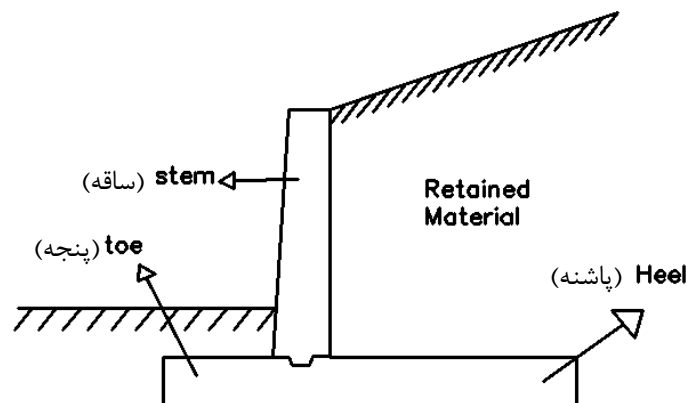
۱. دیوار وزنی (Gravity wall):

معمولاً از بتن غیرمسلح است و برای پایداری (Stability) به وزن آن بستگی دارد. معمولاً حداکثر ارتفاع آن به ۳ متر می‌رسد.

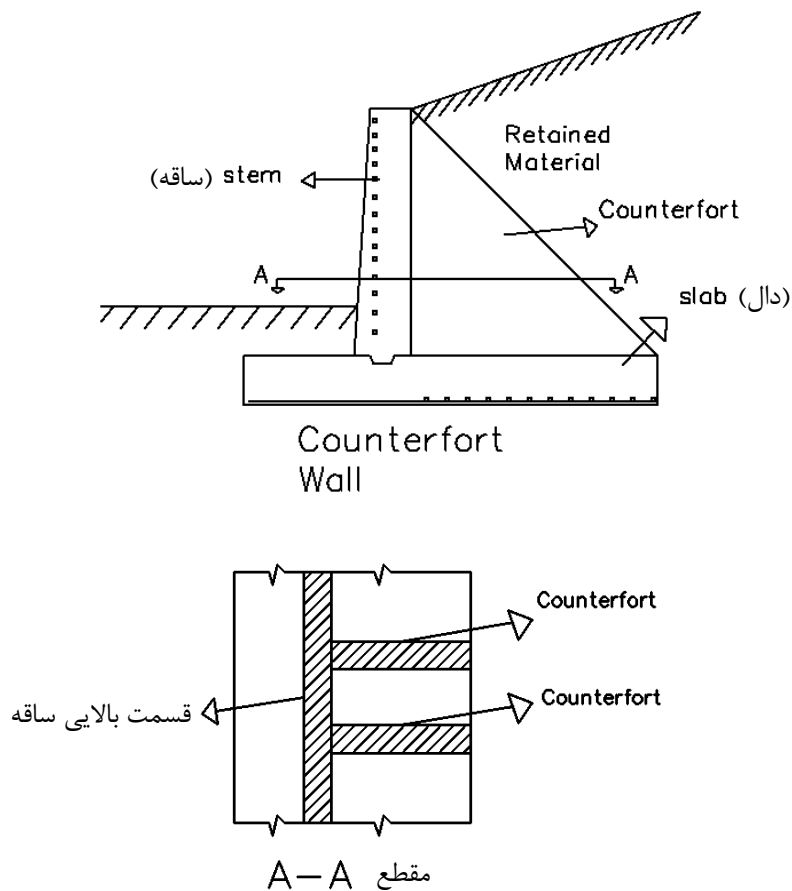


۲. دیوار حائل طره‌ای (Cantilever Retaining Wall):

بسیار معمول است و برای دیوارهایی به ارتفاع ۳ تا ۷/۵ متر استفاده می‌شود. ساقه (stem)، پاشنه (heel) و پنجه (toe) این دیوارها بصورت یک تیر کنسول عمل می‌کنند.

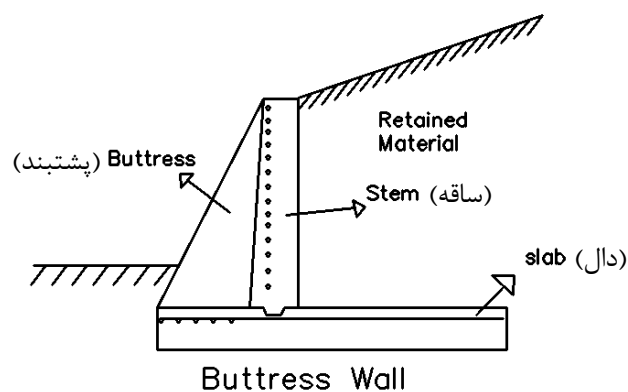


۳. دیوار تقویتی (Counterfort Wall):



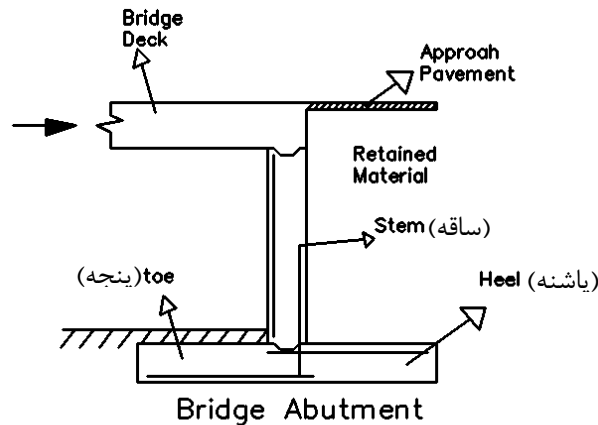
در دیوار تقویتی ساقه و دال به وسیله ی counterfort به هم متصل هستند که در فاصله ی لازم و معینی از هم این کانترفورته‌ها قرار داده می شوند و به صورت کششی عمل می کنند و از واژگونی ساقه جلوگیری می نمایند. معمولاً برای دیوارها بلندتر از ۷/۵ متر اقتصادی هستند.

۴. دیوار پشتبند (Buttress Wall):



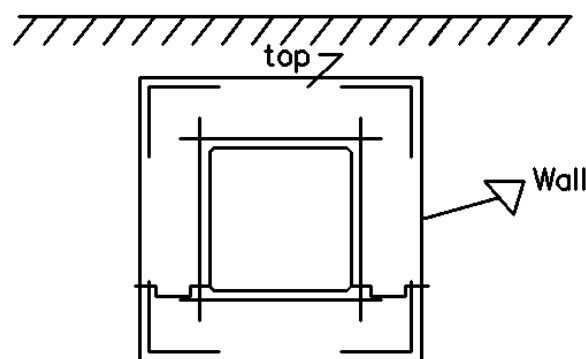
همانند دیوار تقویتی هستند، بجز اینکه در طرف مقابل ساقه (stem) قرار دارند تا اینکه مواد را نگهدارند و به صورت فشاری عمل می‌کنند. از نظر اقتصادی بهتر از counterfort برای ارتفاع‌های یکسان هستند ولی از counterfort بیشتر استفاده می‌شود، زیرا زیر مواد پنهان است. در حالی که، buttres فضای جلوی دیوار را که از آن می‌توان استفاده نمود اشغال می‌کند. در ایران معمول است.

۵. پایه کناری پل (Bridge Abutment):



شبهه یک دیوار حائل طره‌ای عمل می‌کند، بجز اینکه کف پل (bridge deck) گیرداری (restraint) اضافه افقی در قسمت فوقانی ساقه فراهم می‌آورد. بنابراین، این پایه (abutment) به صورت یک تیر که در پایین گیردار (fix) و در بالا به صورت جزئی گیردار (partially restrained) عمل می‌کند، طراحی می‌شود.

۶. مجرای آب صندوقه‌ای (Box Culvert):



به صورت تک‌سلولی و یا چندسلولی است و به صورت قاب سخت بسته (closed rigid frame) عمل می‌کند که نه تنها فشارهای عرضی زمین، بلکه بار عمودی خاک و بارهای وسائط نقلیه جاده را نیز حمل می‌کند.

Forces on Retaining Walls

نیروهای وارده بر دیوار حائل:

مقدار و جهت فشار خاک برای واژگونی و لغزاندن دیوار حائل می‌تواند بوسیله اصول مکانیک خاک (Terzaghi & Peck) به دست آورد. فشاری که خاک ایجاد می‌کند، همانند عملکرد در سیالات (fluid) است.

فشار در فاصله h از سطح زمین $p =$

وزن مخصوص مواد $w =$

ضریب خواص فیزیکی مواد $C = \text{coefficient of physical properties of the material}$

$$p = Cwh$$

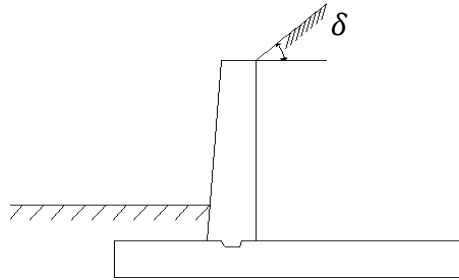
فشار خاک Earth Pressure:

۱. فشار فعال (active pressure) = فشار اعمال شده از خاک در جهتی که سازه حائل خم می‌شود. (deflects)

۲. فشار غیرفعال (passive pressure) = مقاومت ایجاد شده هنگامی که ساز بر علیه خاک حرکت می‌کند.

Passive pressure is several time larger than active pressure

فشارهای فعال و غیرفعال را می‌توان به وسیله فرمول ۱ نشان داد.



$C_a =$ ضریب فشار فعال خاک (Active Pressure Coefficient)

$C_p =$ ضریب فشار غیرفعال خاک (Passive Pressure Coefficient)

$$\left. \begin{aligned} C_a &= \cos \delta \left(\frac{\cos \delta - \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}}{\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}} \right) \\ C_p &= \cos \delta \left(\frac{\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}}{\cos \delta - \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$\varphi =$ زاویه اصطکاک داخلی خاک (Angle of Internal Friction)

اگر $\delta = 0$ که معمولاً این‌طور است:

$$\left. \begin{aligned} C_a &= \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} && \text{فعال (Active)} \\ C_p &= \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} && \text{غیرفعال (Passive)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

μ	ϕ°	$W (kg / m^3)$	خاک
0.55	33-40	1760-1920	ماسه یا شن بدون لای
0.45	25-35	1920-2080	ماسه یا شن با لای
0.35	23-50	1760-1920	لای و ماسه (silty sand)
0.3	25-35(*)	1600-1920	خاک رس متوسط یا سخت
0.25	20-25(*)	1440-1760	خاک رس نرم، لای
0.6	45-50	بالاتر از 2400 معمولاً به نوع سنگ بستگی دارد.	سنگ (با سطوح ناصاف)
(*) برای حالت اشباع ϕ برای خاک رس و لای نزدیک به صفر است.			

$\mu =$ ضریب اصطکاک بین خاک و بتن

نیروی P_a سبب شده بوسیله فشار فعال روی دیوار در ارتفاع h

$$P_a = C_a W \frac{h^2}{2}$$

نیروی P_p سبب شده بوسیله فشار غیرفعال

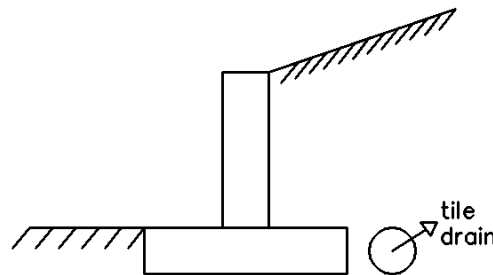
$$P_p = C_p W \frac{h^2}{2}$$

$C_a W$ و $C_p W$ را می‌توان (معادل) فشار مایع تلقی کرد.

مقادیر معمول که با جایگزین کردن $\phi = 30^\circ$ برای شن و ماسه در معادله‌های ۲ نتیجه می‌شود:

$$C_a = 0.3, C_p = 3.3, C_p \cong \frac{1}{C_a}$$

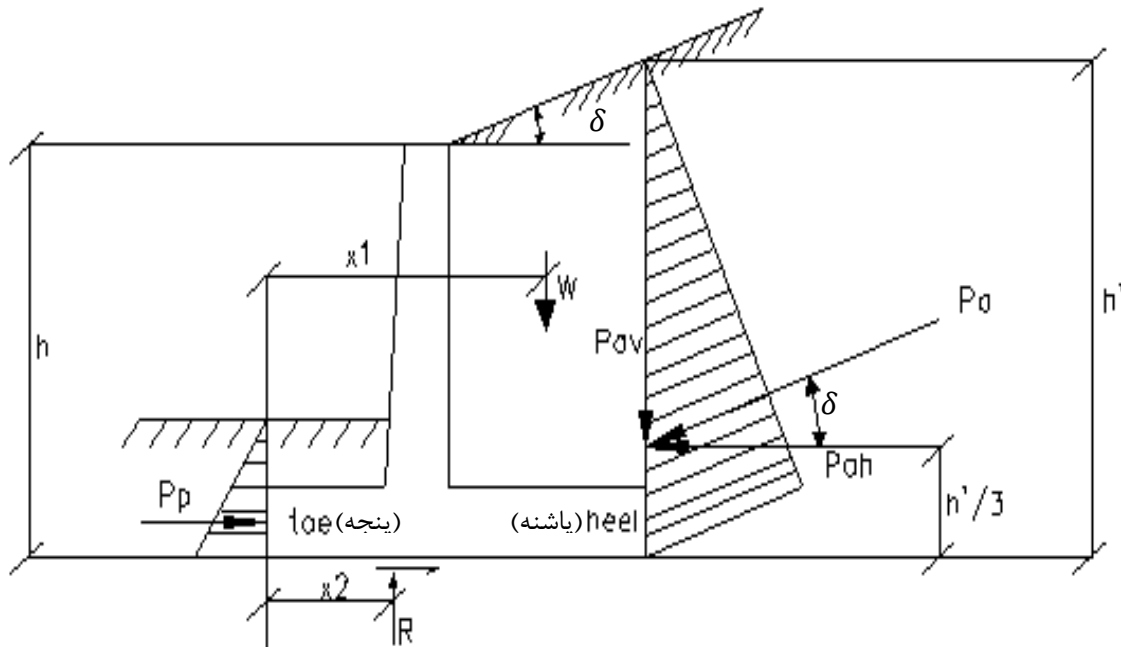
فاکتورهای مؤثر در فشار فعال (Active Pressure) روی دیوار:



۱. نوع خاک.
۲. حالت خاک (خشک، خیس، یخ زده).
۳. زهکشی خاک.
۴. backfill overload همانند تراکتور و وسائل دیگر نزدیک دیوار.
۵. دقت در back filling.
۶. مقدار گیرداری چرخشی بین اعضای سازه حائل.
۷. امکان ویراسیون نزدیک به دیوار، به ویژه اگر جنس خاک از ماسه باشد.
۸. نوع مواد زیر پی سازه حائل.
۹. سطح (level of water table) مهمترین است و باید زهکشی لازم (proper drainage) فراهم گردد.

- اگر بار ماشین یا ساختمان کنار دیوار وجود داشته باشد، باید آن را به صورت چند متر اضافه مواد بکفیل (backfill material) در نظر گرفت.

ملزومات پایداری (Stability Requirement):



ملزومات شامل:

1. باید ممان واژگون کننده (overturning moment) $P_{ah} \times \frac{h'}{3}$ از ممان مقاوم $W \times x_1 + P_{av} \times l$ کمتر باشد. ضریب ایمنی معمولاً حدود ۲ است.
2. مقاومت اصطکاکی کافی F و هر مقدار قابل اطمینان (reliable) مقاومت غیر فعال P_p روی پنجه باید ضریب ایمنی کافی (حدود ۱/۵) در مقابل لغزش بر اثر P_{ah} فراهم آورد.
3. مقدار L برای توزیع کافی بار R روی خاک پی بدون اینکه نشست یا چرخشی (rotation) بیش از اندازه ایجاد شود. الف) ضریب ایمنی برای واژگونی (از شکل فوق می‌توان نوشت):

$$F.S. = \frac{\text{restraining moment}}{\text{overturning moment}} = \frac{W \times x_1 + P_{av} \times l}{P_{ah} \times \frac{h'}{3}}$$

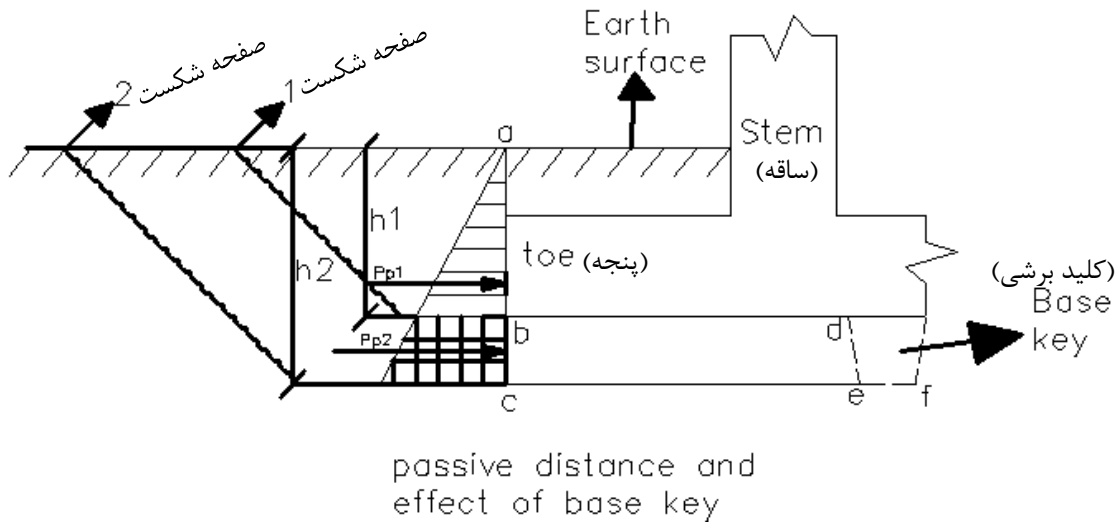
و اگر مؤلفه عمودی P_a را نادیده بگیریم (معمولاً مقدارش کم است):

$W =$ وزن دیوار بتنی + وزن پی + خاک روی پی

$$F.S. = \frac{W \times x_1}{P_{ah} \times \frac{h'}{3}}$$

(ب) ضریب ایمنی برای لغزش:

$$F.S. = \frac{\mu \times R + P_p}{P_{ah}}$$



معمولاً از P_p می‌توان صرف‌نظر نمود. اگر بنا باشد که P_p در نظر گرفته شود، باید بتن پنجه، بدون استفاده کردن از قالب ریخته شود (بدون اینکه خاک دست‌خورده شود).

$$P_{p1} = \frac{1}{2} C_p W h_1^2$$

مقاومت غیرفعال معمولی که غالباً نادیده گرفته می‌شود.

اگر ضریب ایمنی برای لغزش کافی نباشد، می‌توان از Base key (Shear key) کلید برشی استفاده نمود که در این صورت، شکست از صفحه ۱ به صفحه ۲ منتقل می‌شود و یک نیروی برشی اضافی P_{p2} خواهیم داشت.

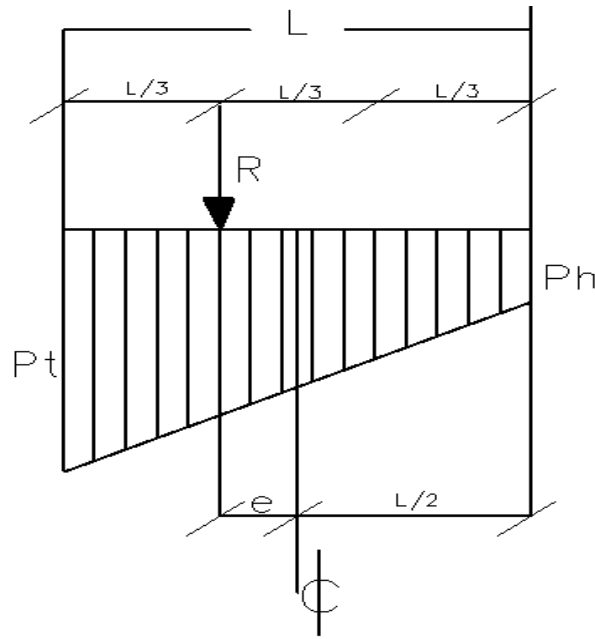
$$P_{p2} = \frac{1}{2} C_p W (h_2^2 - h_1^2)$$

در این حالت صفحه ی اصطکاک از bd به ce منتقل می‌شود و $F = R \tan \varphi$

$$\varphi = \text{زاویه اصطکاک داخلی خاک که معمولاً } \tan \varphi > \mu$$

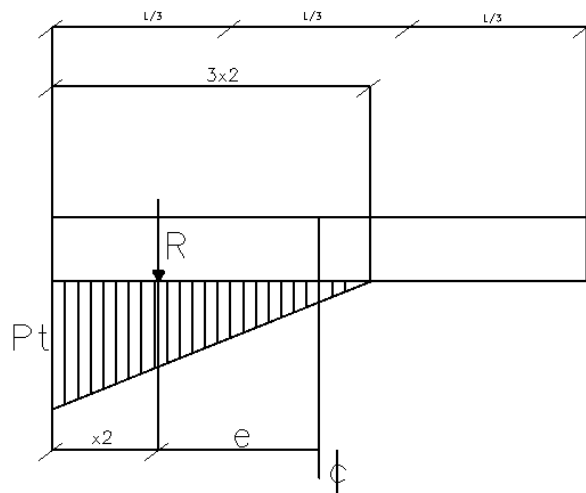
بهتر است برای ماسه و شن R در $\frac{1}{3}$ وسط L باشد و برای سنگ در $\frac{1}{2}$ وسط L باشد.

نیروی برآیند R در $\frac{1}{3}$ وسط L: فقط فشار زیر پی است.



$$P \text{ (در ۱ متر نوار در طول دیوار)} = \frac{R}{L} \pm \frac{R_e \left(\frac{L}{2} \right)}{\frac{L^3}{12}} = \frac{R}{L} \left(1 \pm \frac{6e}{L} \right)$$

(b) نیروی برآیند در خارج از $\frac{1}{3}$ وسط L:



$$R = \frac{1}{2} P_t (3x_2)$$

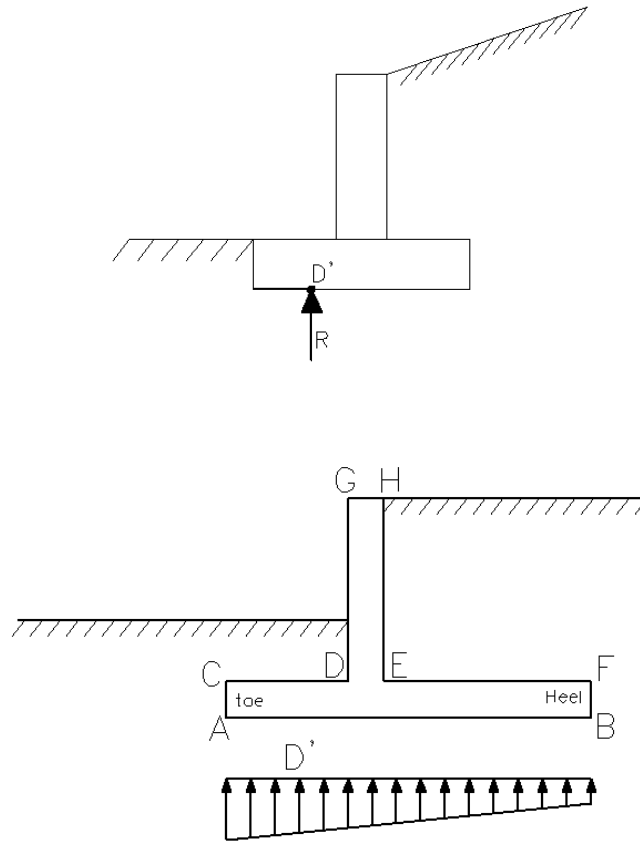
$$P_t = \frac{2R}{3x_2} \text{ for } 0 < 3x_2 < L$$

Preliminary Proportioning of Cantilever Walls: متناسب نمودن مقدماتی ابعاد دیوار حائل (بطور تقریبی):

(a) ارتفاع دیوار: (حدود ۱ متر در نواحی سرد) عمق نفوذ یخبندان + اختلاف ارتفاع بین سطح خاک‌ها h=

(b) محل ساقه در پایه پی (position of stem on the base footing):

حداقل "L" وقتی بدست می‌آید که برآیند عمودی فشار خاک "R" در نقطه D' عمل می‌کند.



اگر $\frac{1}{2}DF = CD$ باشد، دیاگرام توزیع فشار حاصله از R در D' مثلی خواهد بود.
اگر $\frac{1}{2}DF < CD$ باشد، دیاگرام توزیع فشار حاصله از R در D' دوزنقه‌ای خواهد بود.

(c) طول پایه (L): *P 290-291/everard* & *p381/w & s*

$$L^2 \cong \frac{3}{4}c_a h^2$$

(d) ضخامت پی (base thickness of the stem) Thickness of footing

$$t_f = \text{ضخامت پی} \cong t_b = (7\% - 10\%)h \geq 30\text{cm}(1\text{ft})$$

(e) ضخامت ساقه (Thickness of Stem)

معمولاً $25-30\text{cm}$ (no Minimum by Aci code is prescribed) > ضخامت ساقه در بالای دیوار

ضخامت پایه ساقه بوسیله برش و ممان تعیین می‌شود:

(ارتفاع دیوار بدون ضخامت پی) $\times (10\% - 12\%) \cong L (12\% - 16\%) =$ ضخامت پایه ساقه

پیشنهاد می شود که شیب (batter of the wall) $(\frac{2.1cm}{m})(\frac{0.25inch}{ft})$ در جلوی دیوار فراهم شود تا از تغییر مکان افقی یا شیب شدن (tilting) سازه جلوگیری شود.

مثال:

یک دیوار حائل طره‌ای برای حمل فشار خاک 4.8m بالاتر از سطح خاک روی پنجه دیوار، طراحی کنید. خاکریز (backfill) مسطح خواهد شد، لیکن سازه‌ای روی آن ساخته خواهد شد. فرض کنید که 2.4m سربار (Surcharge) تقریباً مساوی اثر فشار عرضی خاک (lateral earth pressure) خواهد بود.

اطلاعات شامل: وزن مواد نگهداشته شده $retained\ material = 1900\ kg/m^3$ [فشار معادل سیال equivalent (fluid pressure) $C_a W \cong 515\ kg/m^3$ ، ضریب اصطکاک بین بتن و خاک 0.40، [فشار غیرفعال با استفاده از فشار معادل سیال $= 6400\ kg/m^3$ ، $f'_c = 210\ kg/cm^2$ ، $f_y = 2800\ kg/cm^2$ و ماکزیمم فشار خاک $= 25\ t/m^2$ و زاویه اصطکاک داخلی (angle of internal friction) $= 35^\circ$]

Solution:

(a) اطلاعات طراحی: برای کنترل تغییر مکان دیوار طره‌ای

$$\rho_{max} = (0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + 0.005})$$

$$\rho = 0.7 \times \rho_{max} = (0.85 \times 0.85 \times \frac{210}{2800} \times \frac{0.003}{0.003 + 0.005}) = 0.0142$$

$$R_n = \rho \times f_y \times (1 - \frac{1}{2} \rho \times m) = 0.0142 \times 2800 \times [1 - \frac{1}{2} \times 0.0142 \times \frac{2800}{0.85 \times 210}]$$

$$= 34.68\ kg/cm^2$$

(b) طول ارتفاع دیوار: عمق نفوذ یخبندان = 1.2 m

$$h = 4.8\ m + 1.2 = 6.0\ m$$

(c) ضخامت پی:

$$t_b = (7 - 10\%)h = (10\%)(6) = 0.6\ m$$

(d) طول پایه:

با استفاده از 1m طول و قرار دادن $W = 1900\ kg/m^3$ برای مواد بین a, b, c و d خواهیم داشت:

$$C_a W = (W = 1900\ kg/m^3) (\frac{1 - \sin 35}{1 + \sin 35}) \rightarrow C_a W \cong 515\ kg/m^3$$

$$p = C_a W(h + 2.4) = (515 \text{ Kg/m}^3)(8.4 \text{ m}) = 4326 \text{ Kg/m}^2$$

$$p = C_a Wh = 515 \times 6 = 3090 \text{ Kg/m}^2$$

$$P_1 = \frac{(4326 - 3090)(6\text{m})(1\text{m})}{1000} = 7.416 \text{ t}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \times \frac{(3090)(6\text{m})(1\text{m})}{1000} = 9.27 \text{ t}$$

$$W = 1.900(6 + 2.4)x(1\text{m}) = 15.96x$$

$$\Sigma M_b = 0 \rightarrow W\left(\frac{x}{2}\right) = P_1(3) + P_2\left(\frac{6}{3}\right)$$

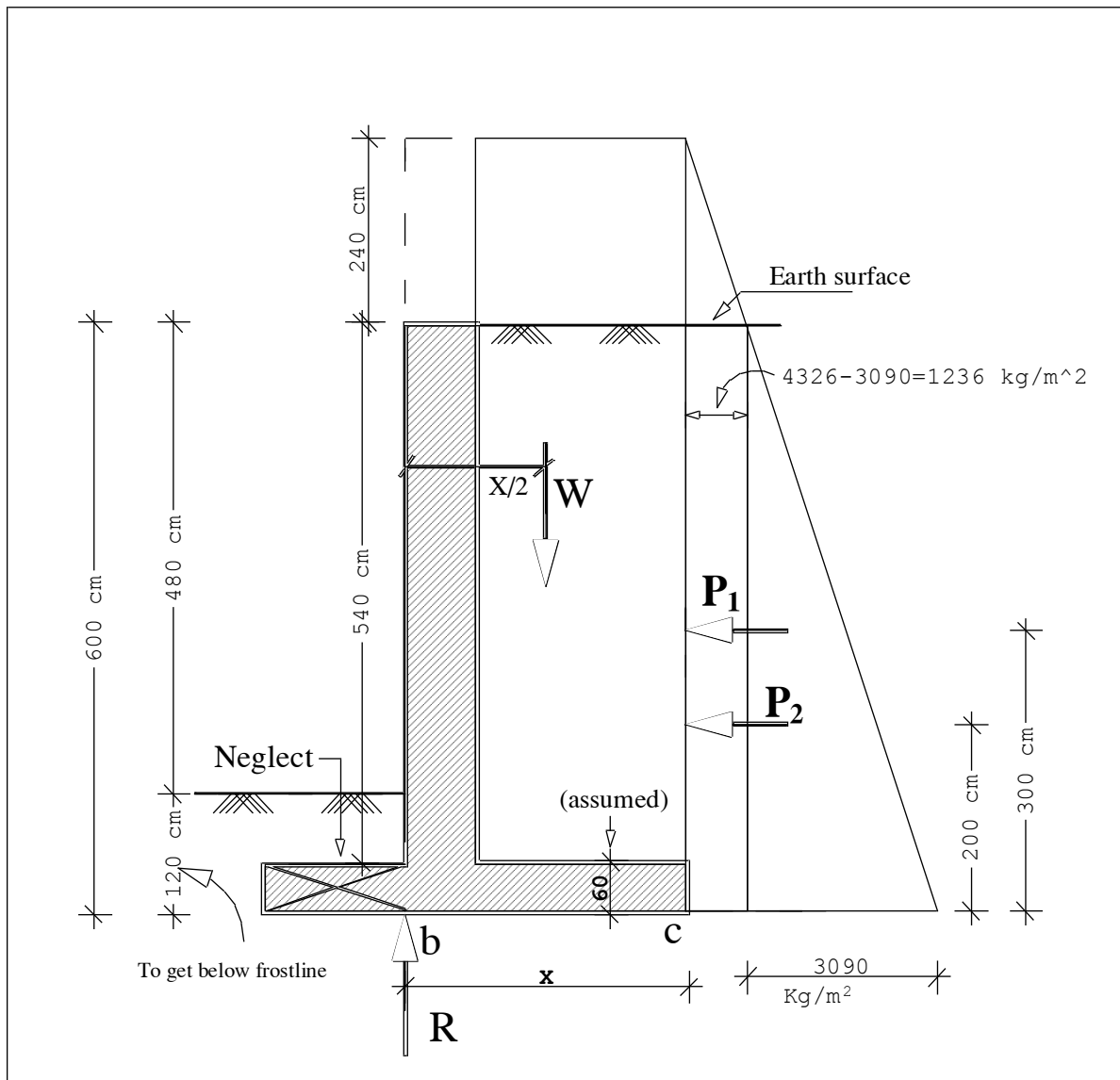
$$\frac{15.96x^2}{2} = 7.416(3) + 9.27(2.0) \rightarrow x^2 = 5.11$$

$$x = 2.261 \text{ m}$$

به علت اینکه می‌خواهیم برآیند فشار خاک در لبه خارجی یک سوم داخلی پی باشد، بنابراین:

$$\text{Base Length} = \text{طول پایه} = 1.5x = 1.5(2.261) = 3.39 \text{ m}$$

$$\text{Try } L = 3.40 \text{ m}$$



"متناسب نمودن مقدماتی ابعاد دیوار حائل"

$$L^2 \cong \frac{3}{4} C_a h^2$$

$$L^2 \cong \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{1 - \sin 35}{1 + \sin 35}\right) (6 + 2.4)^2 \Rightarrow L \cong 3.79 \text{ m}$$

این حدود طول پایه‌ای است که به روش دقیق بدست آمد.

(e) ضخامت ساقه (stem thickness):

ضخامت ساقه بر اساس ملزومات خمش و برش انتخاب و تعیین می‌شود.

(e₁) Bending Moment: معمولاً خمش کنترل کننده است.

$$M_y = (1.236) \frac{y^2}{2} + (0.515) \frac{y^3}{6}$$

$$M_y (h=5.4 \text{ m ساقه در پایین گشتاور در بالای دیوار اندازه گیری می شود}) = \left[1.236 \times 5.4 \times \frac{5.4}{2} \right] + \left[\frac{0.9 \times 3.090}{2} \times 5.4 \times \frac{5.4}{3} \right]$$

$$= 18.02 + 13.52 = 31.54 \text{ t-m}$$

$$M_u = [1.6 = \text{ضریب بار}] \times 31.54 = 50.46 \text{ t-m}$$

$$R_n = 34.68 \text{ kg/cm}^2$$

$$d_{\text{req}} \sqrt{\frac{M_u}{\phi R_n b}} = \sqrt{\frac{50.46 \times 10^5}{0.9 \times 34.68 \times (100 \text{ cm})}} = 40.2 \text{ cm} \rightarrow \text{Say } 40.5$$

$$\text{ضخامت کل} = 40.5 + 6 (\text{پوشش}) + 1.3 (\phi 26) = 47.8 \text{ cm}$$

base thickness Try 52.5 cm = (ضخامت پایه ساقه)

(practical) 30.0 cm = Top of the wall (ضخامت ساقه در بالای دیوار)

(e₂) برش (Shear):

محل بحرانی برای برش در فاصله d از پایین ساقه می باشد.

$$y = 5.4 - d (\text{approximately}) = \left(\frac{5.4 \times 100 - 45}{100} \right) = 4.95 \text{ m}$$

$$V_y = 1.236 y + \frac{1}{2} (0.515) y^2 = 1.236 y + 0.2575 y^2$$

$$V_u = [1.6 = \text{ضریب بار}] \times [1.236 \times 4.95 + 0.2575 \times (4.95)^2] = 21.13 \text{ t}$$

$$\phi V_c = 0.75 \left[\frac{0.53 \sqrt{210} (100) (d \cong 45)}{1000} \right] = 25.92 > 21.13 \text{ t} \quad \text{O.K.}$$

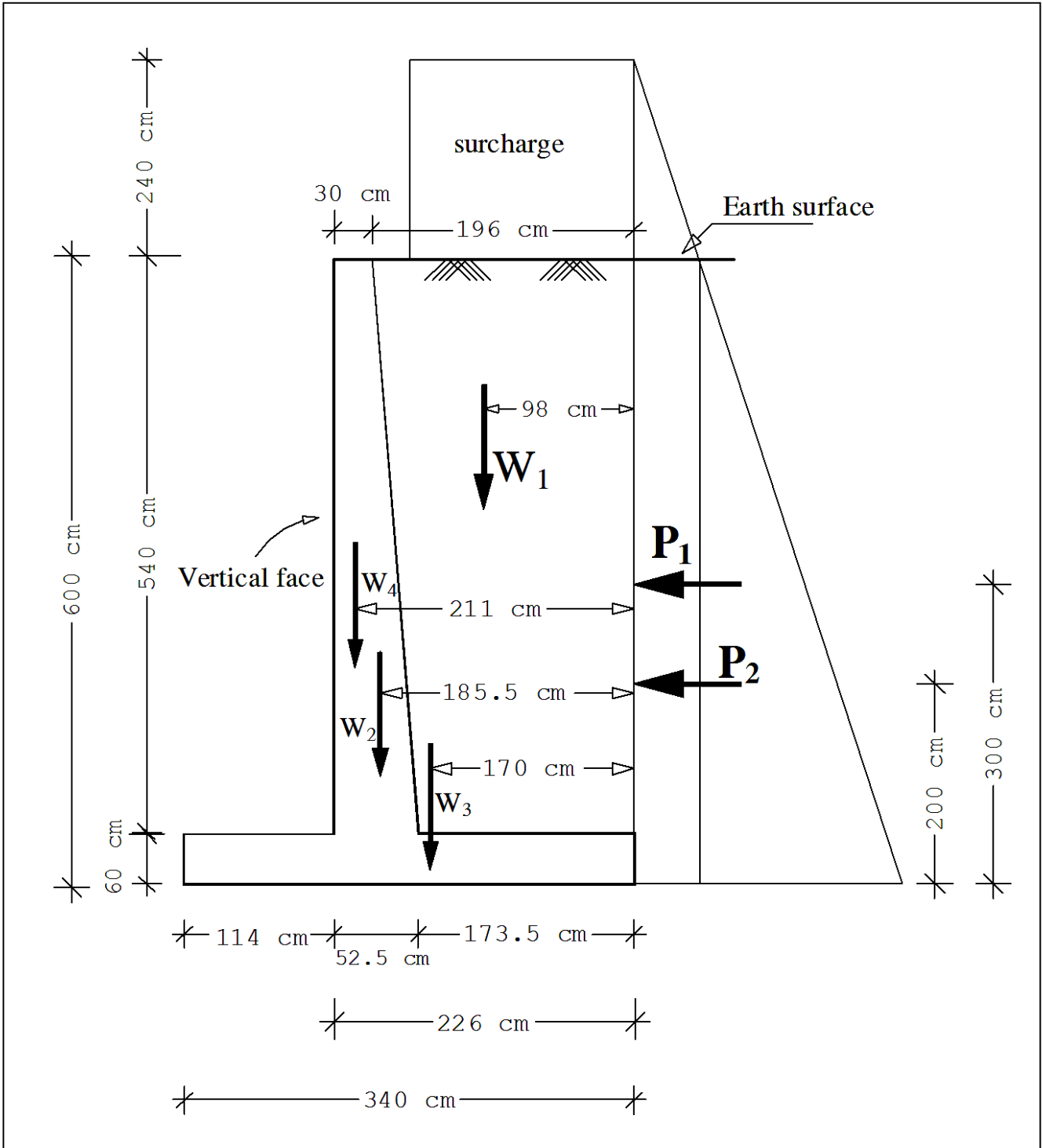
به خاموت در دال‌ها احتیاجی نیست.

کنسول را بصورت یک دال بر اساس ACI بررسی می کنیم.

ضخامت = 52.5 cm (برای محدود نمودن تغییر مکان (deflection))

$$\text{حد اقل شیب دیوار برای کنترل تغییر مکان} = \frac{2.1 \text{ cm}}{\text{m}} \times 5.4 = 11.34 \text{ cm} < 52.5 - 30 = 22.5 \text{ cm O.K.}$$

(f) ضریب ایمنی برای ممانعت از واژگونی (Factor of Safety against over turning):



Force (t)	ARM (m)	Moment (t-m)
$W_1 = 1.9(5.4 + 2.4)(1.96) = 29.05$	0.98	28.5
$W_2 = (2.4 - 1.9)\left(\frac{1}{2}\right)(5.4)(0.225)$	1.88	0.57
$W_3 = 2.4(3.4)(0.6) = 4.896$	1.70	8.32
$W_4 = 2.4(0.3)(5.4) = 3.888$	2.11	8.2
$\Sigma \leftarrow$	R=38.4	45.59

در جدول فوق گشتاور حول کناره پاشنه محاسبه شده است.

$$\text{بازوی نیروی عکس العمل در پاشنه} = \frac{45.59}{38.4} = 1.195 \text{ m}$$

$$\text{Resisting Moment (ممان مقاوم) (گشتاور از کناره پنجه)} = (38.4)[3.40 - 1.195] = 84.1 \text{ t-m}$$

$$\text{Overturning Moment (ممان واژگون کننده)} = P_1(3) + P_2(2) = 7.416(3) + 9.27(2) = 40.79 \text{ t-m}$$

$$\text{F.S. against overturning} = \frac{84.1}{40.79} = 2.06 > 2.0 \text{ O.K.}$$

Alternatively: بطور آلترناتیو:

$$U = 0.9D + 1.6H \rightarrow \text{ACI 9.2.4 (H=فشار خاک بطور افقی)}$$

$$\text{Resisting Moment} > \text{Overturning Moment (ممان واژگونی)}$$

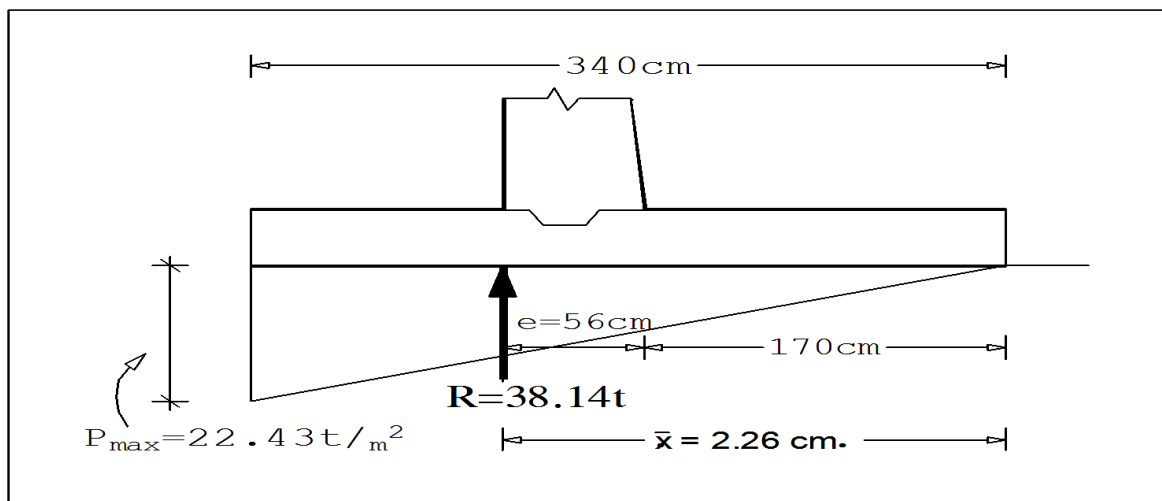
$$0.9(84.1) \geq 1.6(40.79)$$

$$75.7 \geq 65.3 \text{ O.K.}$$

در حقیقت $F.S. = \frac{1.6}{0.9} = 1.78$ بر اساس ACI که خیلی از مقدار 2.0 که معمولاً در این مورد استفاده می‌شود، فاصله ندارد.

(g) محل برآیند و فشارهای خاک زیر پی:

از بارهای سرویس استفاده می‌کنیم زیرا محدودیت برای ماکزیمم فشار خاک در نظر گرفته شده است.



$$\bar{x} = \frac{45.59 + 40.79}{38.4} = 2.26 \text{ m}$$

$$e = 2.26 - \frac{3.4}{2} = 0.56 \text{ m}$$

$$\frac{6e}{L} = \frac{6(0.56)}{3.4} = \frac{3.36}{3.4} = 0.99 < 1.0$$

برآیند در $\frac{1}{3}$ داخلی قرار دارد (نزدیک $3.4 \times \frac{1}{3}$)

$$R = 38.4 = \frac{1}{2} p_{\max} (3.4) \rightarrow p_{\max} = 22.43 \text{ t/m}^2 < 25 \text{ t/m}^2 = q_{s,all} \quad \text{O.K.}$$

(h) ضریب ایمنی برای ممانعت از لغزش (factor of safety against sliding):

با صرف نظر از فشار غیرفعال روی پنجه

$$\text{(force causing sliding)} = P_1 + P_2 = 7.416 + 9.27 = 16.686 \text{ t}$$

$$\text{نیروی اصطکاک} = \mu R = 0.4(38.4) = 15.26 \text{ t}$$

$$\text{ضریب ایمنی} = \frac{15.26}{16.686} = 0.914 < 1.5 \text{ N.G.}$$

همچنین می توان مقاومت لغزشی را با $U = 0.9D + 1.6L$ کنترل نمود.

نیروی لغزش \geq نیروی مقاوم

$$0.9(15.26) \geq 1.6(16.686)$$

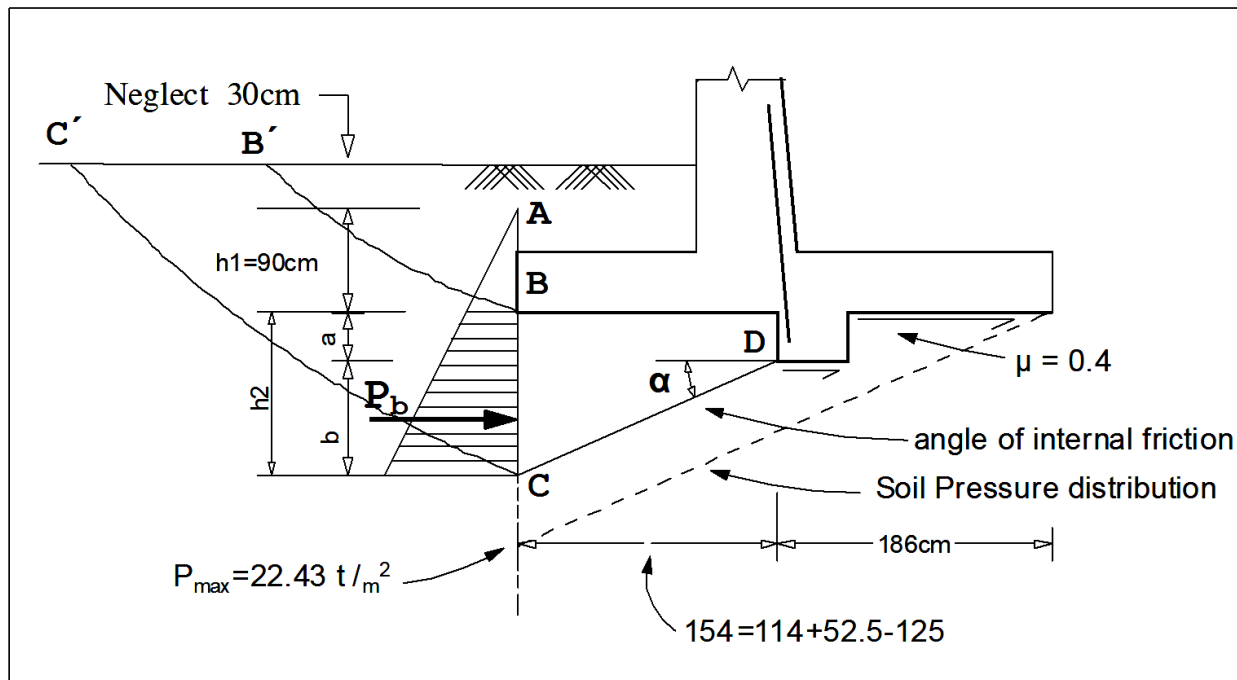
$$13.7 \text{ t} < 26.7 \text{ t} \quad \text{N.G.}$$

ACI-9.2.4 پیشنهاد می دهد که ضریب ایمنی برای لغزش همانند واژگونی $\frac{1.6}{0.9} = 1.78$ می باشد که بیش از مقدار معمول

برای ضریب ایمنی لغزش یعنی 1.5 است.

در هر صورت، به یک کلید برشی (shear key) احتیاج است تا اینکه فشار غیرفعال در جلو و زیر پی ایجاد نماید. معمولاً صورت جلویی کلید را حدود 12.5 cm (5") در جلوی صورت پشتی ساقه قرار می دهند که این خود اجازه می دهد تا میلگرد ساقه در کلید قلاب (anchor) شود.

روش اول:



شکست در 'CC' اتفاق می افتد.

بر اساس شکل بالا با حذف نیروی اصطکاک در جلوی کلید و با در نظر گرفتن مقاومت غیرفعال در پایین پنجه مقدار عمق کلید محاسبه می شود.

$$b = 154 \tan \alpha = 154 \tan 35 = 154 \times 0.7 = 107.8 \text{ cm}$$

$$P_p = \left(\frac{6400 \text{ kg/m}^3}{1000} \right) \left[\frac{(h_1 + a + b)^2}{2} - \frac{(h_1)^2}{2} \right] = 3.2(a^2 + 3.94a + 3.1)$$

$$h_1 = 0.9 \text{ m}$$

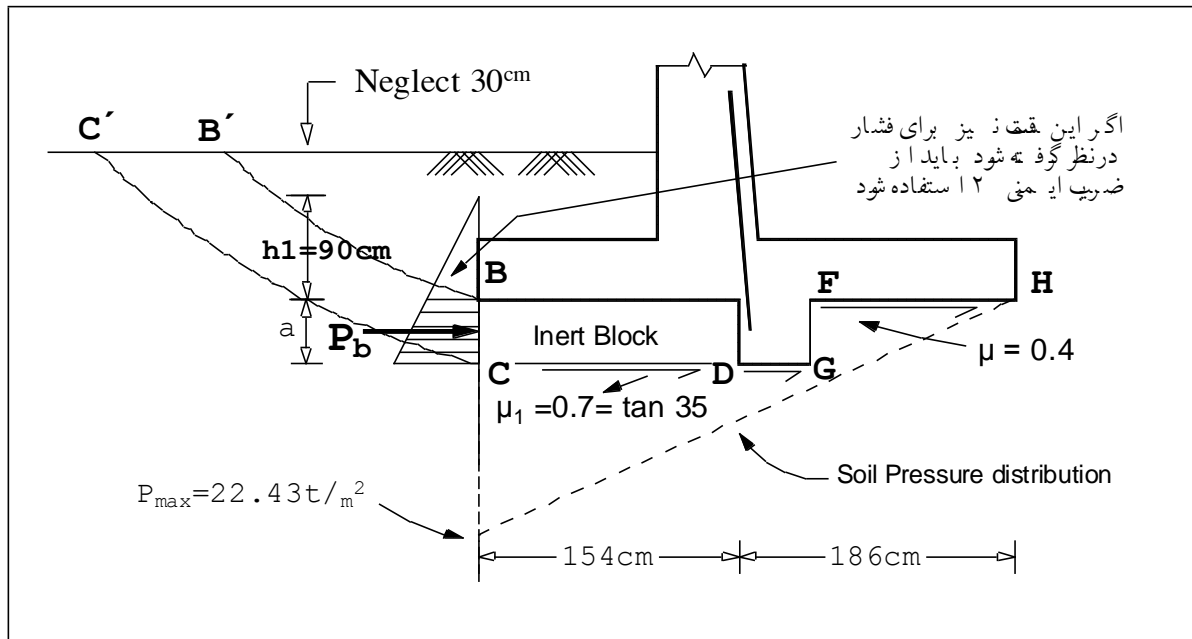
با استفاده از ضریب ایمنی 1.5 و تعادل نیروها:

$$(P_1 + P_2) \times 1.5 \leq P_p + \mu_2 R_2$$

$$[7.416 + 9.27] \times 1.5 = 3.2(a^2 + 3.94a + 3.1) + 0.4 \left(\frac{1}{2} \right) (12.3)(1.86)(1)$$

$$a^2 + 3.94a - 3.29 = 0 \rightarrow a = 0.71 \text{ m}$$

روش دوم: (inter-block concept) [روش بلوک بی‌اثر]



شکست در C'DGFG اتفاق می‌افتد.

(در صورت مسأله داده شده است) 6.4 t/m^3 = فشار معادل سیال برای فشار غیرفعال خاک

$$P_p = \frac{6.4(h_1 + a)^2}{2} - \frac{6.4(h_1)^2}{2}$$

$$h_1 = 0.9 \text{ m}$$

$$P_p = 3.2(a^2 + 1.8a)$$

$$\mu_1 = \tan \alpha = \tan 35 = 0.7$$

$$\text{مقاومت اصطکاکی} = F = \mu_1 R_1 + \mu_2 R_2$$

$$= 0.7\left(\frac{1}{2}\right)[22.43 + 12.3](1.54) + 0.4\left(\frac{1}{2}\right)(12.3)(1.86)$$

$$= 18.72 + 4.58 = 23.29 \text{ t}$$

با در نظر گرفتن تعادل و ضریب ایمنی 1.5:

$$(P_1 + P_2) \times 1.5 = P_p + F$$

$$16.686 \times 1.5 = 3.2(a^2 + 1.8a) + 23.29$$

$$a^2 + 1.8a - 0.54 = 0 \quad \rightarrow \quad a = 0.26 \text{ m}$$

روش اول بسیار محافظه‌کارانه‌تر از روش دوم است. CRSI Handbook عمق کلید برشی را $\frac{2}{3}$ ضخامت پی در نظر می‌گیرد.

$$\text{CRSI} \rightarrow \frac{2}{3} \times 0.6 \text{ m} = 0.4 \text{ m} = \text{عمق کلید}$$

با در نظر گرفتن روش‌های اول و دوم و روش CRSI عمق کلید برشی = 45 cm (مربع 45×45) در کلید معمولاً به آرماتور احتیاجی نیست، ولی معمولاً مقداری از فولاد ساقه در کلید برشی امتداد داده می‌شود.

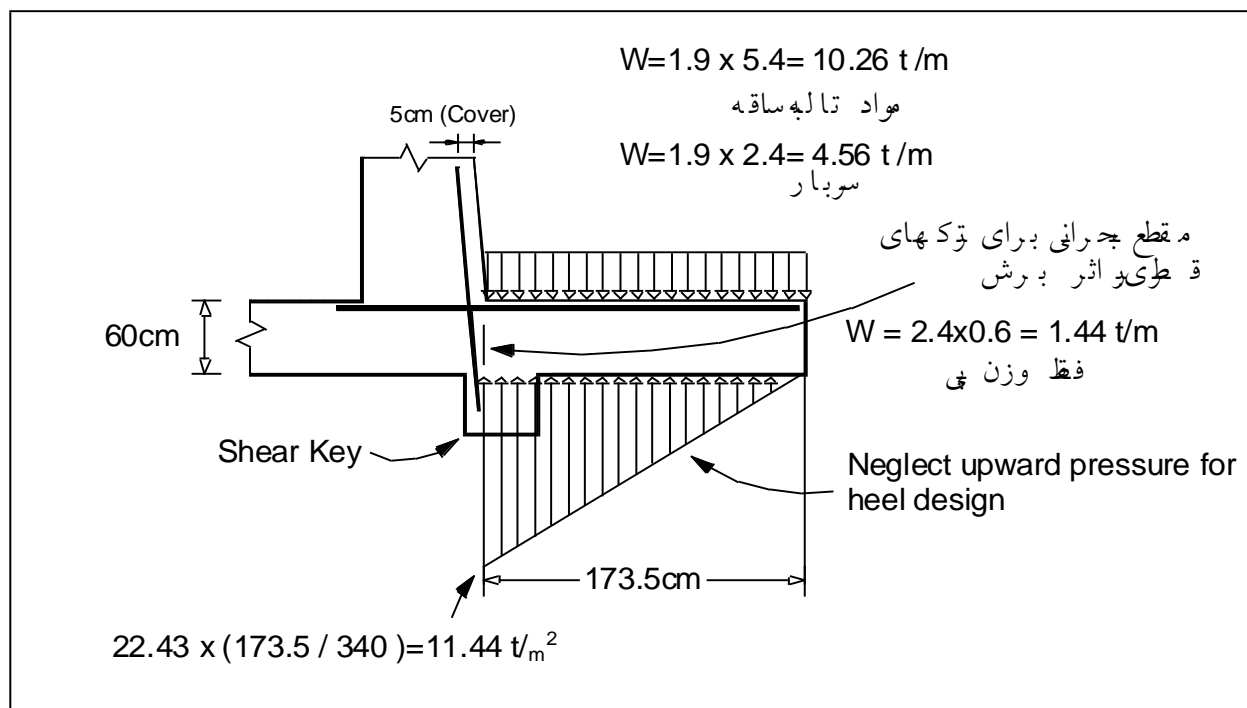
(i) طراحی کنسول پاشنه (Design of Heel Cantilever):

از اثر کلید برشی صرف نظر می‌شود.

$$W_u = 1.2(10.26 + 1.44) + 1.6(4.56) = 21.34 \text{ t/m}$$

مقطع بحرانی برای خمش = مرکز آرماتور ساقه

$$\text{(downward): } M_u = \frac{1}{2}(21.34) \frac{(173.5 + 5 + 1.3)^2}{1000} = 37.5 \text{ t-m}$$



فشار به طرف بالای خاک که ممکن است حتی خطی نباشد، در نظر گرفته نمی‌شود و حتی با در نظر گرفتن (فشار خاک افقی) 1.6 L و (بار مرده ثقیلی) 0.9D، یعنی همان فشار زیر پاشنه در نظر گرفته نمی‌شود. (ACI 9.2.4). برای برش ACI 11.1.2 (a) بعلت ایجاد شدن کشش در بتن در محل تماس پاشنه و ساقه و نبودن فشار در این منطقه نمی‌توانیم مقطع بحرانی برای برش را در فاصله d در نظر بگیریم.

$$V_u = 21.34 \left(\frac{173.5}{100} \right) = 37.0 \text{ t}$$

$$\phi V_c = 0.75 (0.53) \sqrt{210} (100) \left(\frac{d = 60 - 5 - 1.3}{1000} \right) = 30.9 \text{ t} < 37.0 \text{ N.G.}$$

برش کنترل کننده است ← بنابراین آن را با نسبت $\frac{37.0}{30.9}$ افزایش باید دهیم، مگر اینکه خاموت استفاده شود.

$$d_{\text{reqd}} = \frac{(60 - 5 - 1.3)(37.0)}{30.9} = 64.3 \text{ cm}$$

Use heel thickness of 75 cm ($d \cong 68.7 \text{ cm}$)

افزایش در ضخامت پاشنه سبب پایداری بیشتر ساقه در برابر واژگونی می‌شود.

$$t = 75 \text{ cm}$$

$$M_u (\text{پی برای پی}) = \{1.2 \times [10.26 + 2.4(0.75)] + 1.6(4.56)\} \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{173.5 + 5 + 1.3}{100}\right)^2$$

$$M_u = 35.2 \text{ t-m}$$

$$R_{n,\text{req}} = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{35.2 \times 10^5}{0.9 \times 100 \times 68.7^2} = 8.29 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right] = \frac{1}{15.7} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 15.7 \times 8.29}{2800}} \right] = 0.0030$$

$$m = \frac{f_y}{0.85f'_c} = \frac{2800}{0.85 \times 210} = 15.7$$

We have beamlike structure ACI-10.5 →

$$\rho_{\text{min}} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{2800} = 0.005 > 0.0030$$

ACI-10.5.1 → می‌توان کمتر از $\frac{14}{f_y}$ استفاده نمود به شرطی که آرماتور 33% افزایش یابد.

$$1.33 \times 0.0030 = 0.0040$$

$$A_{s,\text{req}} = (0.0040)(100)(68.7) = 27.5 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

use $\phi 26 @ 19.0 \text{ cm}$ ($A_s = 28.0 \text{ cm}^2 / \text{m}$)

طول گیرایی: ACI-12.2

$$\frac{0.06 \times 5.31 \times 2800}{\sqrt{210}} = (61.6 \text{ cm}) \times 1.4 \text{ (For Top Reinforcement)} = 86.2 \text{ cm} \times 0.8 = 69 \text{ cm}$$

طول گیرایی باید بیش از 69 cm باشد و در پنجه امتداد یابد که بعد از میلگرد ساقه اندازه گیری می‌شود.

طول گیرایی (69+5=74 cm)، 75 cm از صورت عقبی دیوار

(j) طراحی کنسول پنجه (Design of Toe Cantilever):

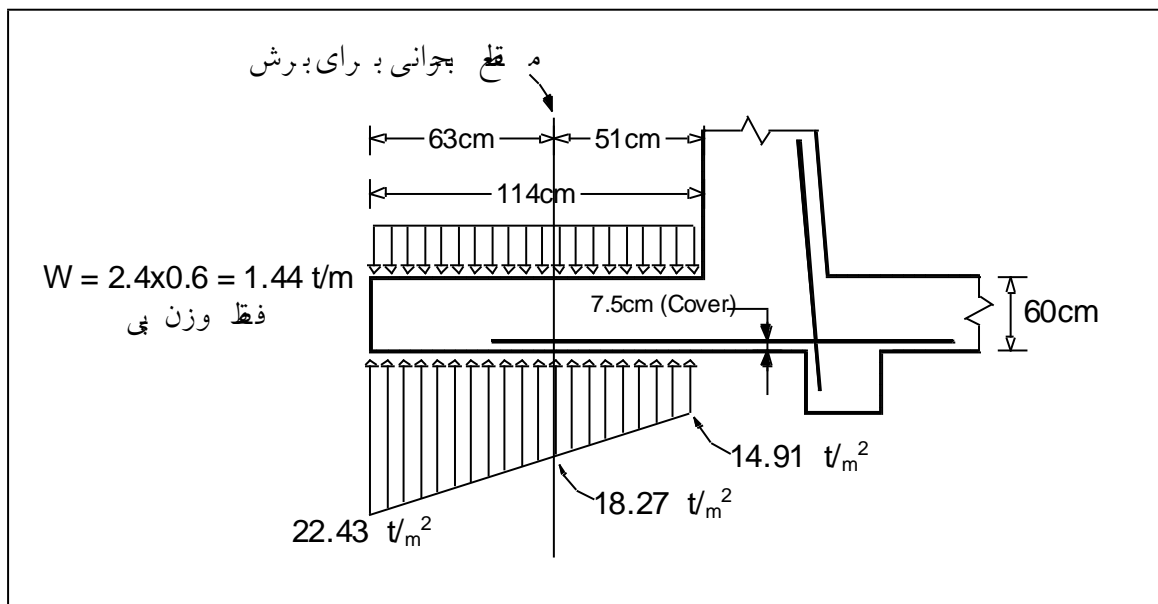
محل بحرانی برای خمش در صورت جلویی دیوار

محل بحرانی برای برش در فاصله d از صورت جلویی دیوار (d ≈ 51 cm) ACI 11.11.1.1

معمولاً برش کنترل کننده ضخامت پنجه (Toe) است.

ضخامت برای پاشنه و پنجه لزومی ندارد که یکسان باشد. اکثر مهندسين آنها را یکسان طراحی می‌کنند در این مثال بعلت سر بار زیاد، ضخامت پاشنه زیاد است.

ضخامت پاشنه = 60 cm



با صرفنظر از وزن خاک روی پنجه داریم.

$$V_u = 1.6 \left[\frac{22.43 + 18.27}{2} - 1.44 \right] \times 0.63 = 19.06 \text{ t}$$

$$M_u = 1.6 \left[\frac{1}{2} (14.9)(1.14)^2 + (22.43 - 14.9)(1.14)^2 \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} \right) (1.44)(1.14)^2 \right]$$

$$= 1.6 \left[\frac{(1.14)^2}{2} (14.9 + 5 - 1.44) \right] = 19.2 \text{ t-m}$$

بعلت اینکه فشار خاک زیر پنجه نتیجه شده از فشار خاک افقی ACI-9.2.4 است، ضریب 1.6 که محافظه کارانه نیز است اختیار گردیده است.

$$R_{n,req} = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{19.2 \times 10^5}{0.9 \times 100 \times 51^2} = 8.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = \frac{1}{15.7} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 15.7 \times 8.2}{2800}} \right] = 0.0030 < \frac{14}{F_y} = 0.005$$

$$ACI 10.5.1 \rightarrow 1.33 \times 0.0030 = 0.0040$$

$$A_{s,req} = 0.0040(100)(51) = 20.4 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

use $\phi 22 @ 18 \text{ cm}$ ($A_s = 21.12 \text{ cm}^2 / \text{m}$)

مقاومت برشی:

$$\phi V_c = \frac{0.75 \times 0.53 \sqrt{210}(100)(51)}{1000} = 29.4 \text{ t} > 19.06 \text{ O.K.}$$

طول گیرایی : ACI 12.2

$$\frac{0.06 \times 3.8 \times 2800}{\sqrt{210}} = 44 \text{ cm} \times 0.8 = 35.2 \text{ cm}$$

میلگرد را از صورت جلویی دیوار به اندازه 45cm امتداد می‌دهیم.

(K) آرماتورگذاری دیوار (Reinforcement for wall):

$$\text{طول دیوار} = 540 - 15 = 525 \text{ cm}$$

$$\text{ضخامت پایه} = 52.5 \text{ cm}$$

با استفاده از فرمول M_u در قسمت (e) داریم.

$$M_u = 1.6 \left[\frac{1.236}{2} y^2 + \frac{0.515}{6} y^3 \right] = 0.99y^2 + 0.137y^3$$

$$y = 5.25 \text{ m} \rightarrow M_u = 47.1 \text{ t-m}$$

$$y = 5.00 \text{ m} \rightarrow M_u = 41.88 \text{ t-m}$$

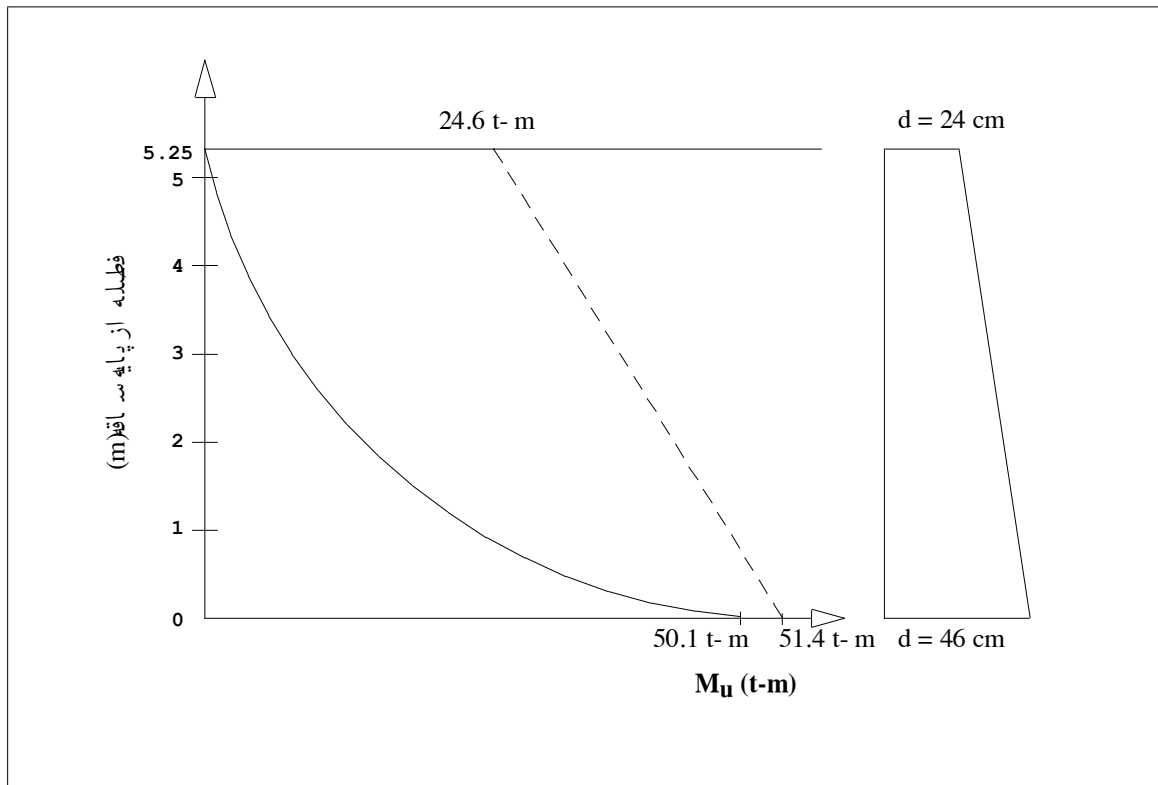
$$y = 4.00 \text{ m} \rightarrow M_u = 24.61 \text{ t-m}$$

$$y = 3.00 \text{ m} \rightarrow M_u = 12.61 \text{ t-m}$$

$$y = 2.00 \text{ m} \rightarrow M_u = 5.06 \text{ t-m}$$

$$y = 1.00 \text{ m} \rightarrow M_u = 1.13 \text{ t-m}$$

$$y = 0 \rightarrow M_u = 0 \text{ t-m}$$



$$R_{n,req} = \frac{47.1 \times 10^5}{0.9(100)(46)^2} = 24.7 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = \frac{1}{15.7} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 15.7 \times 24.7}{2800}} \right] = 0.0095$$

$$A_{s,req} = (0.0095)(100)(46) = 43.7 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

مقدار آرماتور لازم در پایه ساقه $\text{use } \phi 26 @ 11 \text{ cm} (A_s = 48.3 \text{ cm}^2 / \text{m})$

این میلگردها در پی برای طول گیرایی امتداد می‌یابند. مقدار آرماتور با نزدیک شدن به بالای ساقه کاهش می‌یابد.

$$\left. \begin{aligned} C &= 0.85 \times 210(100)a = 17850a \\ T &= 44.2(2800) = 123.760 \end{aligned} \right\} \rightarrow a = 6.93 \text{ cm}$$

At top of wall $d \cong 24 \text{ cm}$ (ضخامت = 30 cm)

$$\phi M_n = 0.9(123.760) \left[\frac{24 - \frac{6.93}{2}}{100} \right] = 22.9 \text{ t-m}$$

At Bottom of wall $d=46 \text{ cm}$ ($52.5 \text{ cm} = \text{ضخامت}$)

$$\phi M_n = 0.9(123.760) \left[\frac{46 - \frac{6.93}{2}}{100} \right] = 47.4 \text{ t-m}$$

با استفاده از این ممانها، آرماتور لازم از بالا تا پایین ساقه دیوار فراهم می‌شود.

در قسمت بالای دیوار (حدود 1.5m) از $\frac{14}{F_y}$ حداقل میلگرد به علت مقدار اندک ممان استفاده می‌نماییم. اگر دیوار را به صورت ستونی با بار فشار (وزن دیوار) و ممان در نظر بگیریم، میلگردهای فراهم شده کافی خواهند بود.

(I) میلگردهای جمع‌شدگی و حرارت (Temperature & Shrinkage Reinforcement) : ACI-14.1.2 / 14.3.3

$$A_s = 0.0025 b h_{ave} = 0.0025(100) \left(\frac{52.5 + 30}{2} \right) = 10.31 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

به علت اینکه صورت جلویی دیوار بیشتر در معرض تغییرات درجه حرارت قرار دارد از این رو $\frac{2}{3}$ را در جلو و $\frac{1}{3}$ را صورت انتهایی دیوار قرار می‌دهیم.

$$\frac{2}{3} A_s = \frac{2}{3} (10.31) = 6.88 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

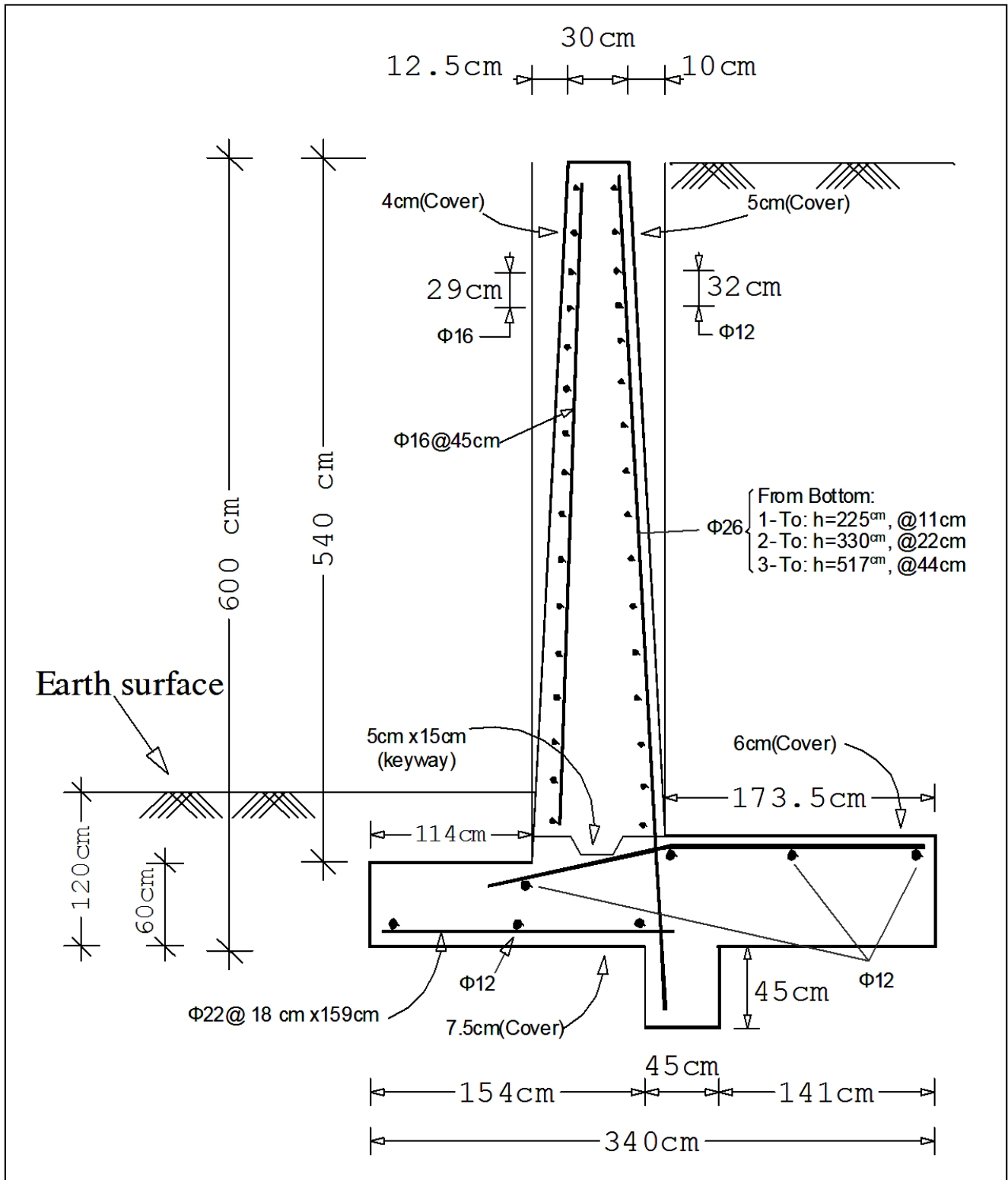
$$\frac{1}{3} A_s = \frac{1}{3} (10.31) = 3.44 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

در جلوی دیوار → use $\phi 16 @ 29 \text{ cm}$ ($A_s = 6.93 \text{ cm}^2 / \text{m}$)

در عقب دیوار → use $\phi 12 @ 32 \text{ cm}$ ($A_s = 3.53 \text{ cm}^2 / \text{m}$)

در قسمت جلویی دیوار باید فاصله میلگردهای عمودی نیز (بویژه در قسمت بالای دیوار که ممان کمتر و فاصله میلگردها ممکن است بیشتر باشد) از محدودیت‌های ACI 14.3.5 متابعت نمایند.

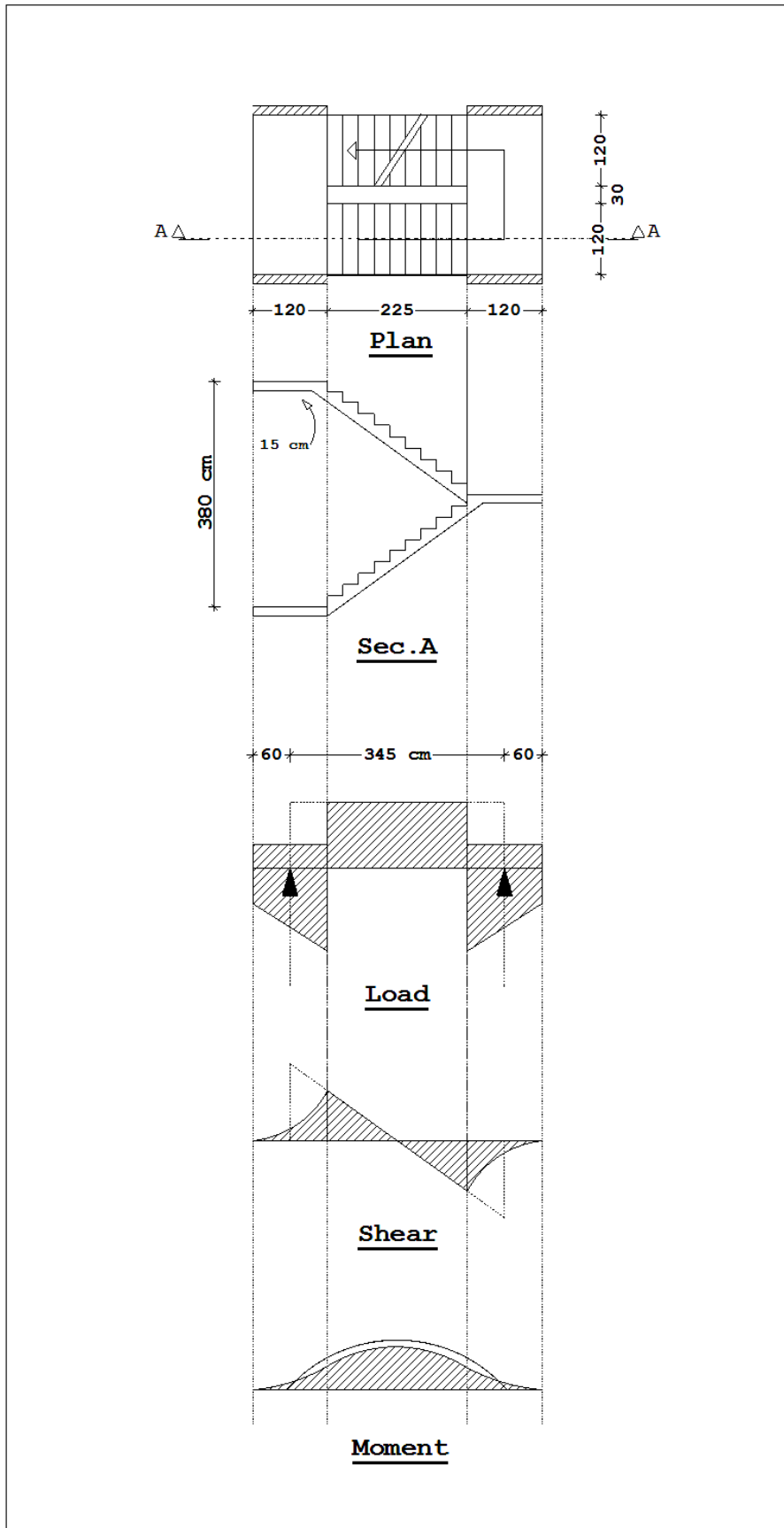
در جلوی دیوار (Vertical reinforcement) use $\phi 16 @ 45$



مثال: در یک ساختمان چند طبقه، نحوه آرماتورگذاری دال پله نشان داده شده در شکل زیر را تعیین کنید.

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2, f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Live load} = 500 \text{ kg/m}^2,$$



برای ساده‌سازی حل سؤال، فرض‌های معمول در توزیع نیرو انجام گرفته است.

دال پله:

Live load: $500 \times 1.6 = 800 \text{ kg/m}$

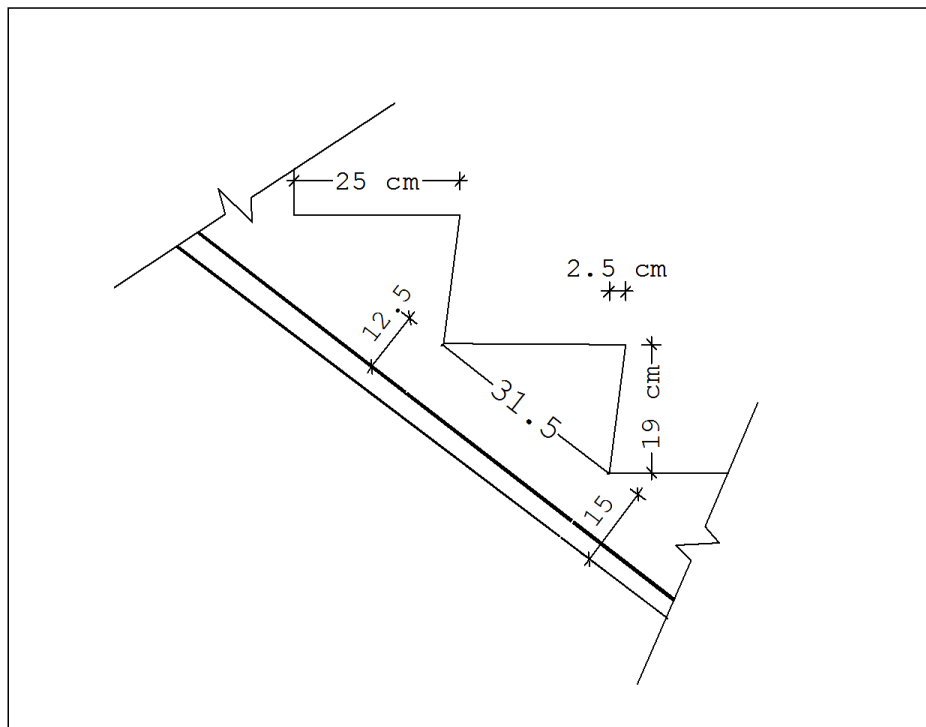
عرض پله = ۱ متر

Dead load: $(2400 \times 0.15) \times \left(\frac{31.5}{25}\right) \times 1.2 = 544.4 \text{ kg/m}$

Tread: $228 \times 1.2 = 273.6 \text{ kg/m}$

Total $W_u = 1618 \text{ kg/m}$

$$\left(\frac{(19 \times 25) / 2}{31.5}\right) (2400) \left(\frac{31.5}{25}\right) = 228$$



$$M_u = \frac{W_u l^2}{8} = \frac{1618 \times 3.45^2}{8} = 2407.3 \text{ kg-m}$$

$$R_u = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{2407.3 \times 10^2}{0.9 \times 100 \times 12.5^2} = 17.12 \text{ kg/cm}^2$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = 23.53$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_u}{f_y}}\right) = \frac{1}{23.53} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 23.53 \times 17.12}{4200}}\right)$$

$$\rho = 0.00429$$

$$\rho_{\min} = \frac{14.1}{4200} = 0.00336$$

$$\rho_{\max} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \times \frac{0.003}{0.003 + 0.005} = 0.0135$$

$$\rightarrow \rho_{\min} < \rho < \rho_{\max} \quad \text{O.K.}$$

$$A_s = \rho b d = 0.00429 \times 100 \times 12.5 = 5.36 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow \text{Number of bars } \frac{5.36}{1.13} = 4.74 \rightarrow \text{Say 5 for 1 m } \phi 12 \rightarrow A_s = 1.13 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow S = \frac{100}{5} = 20 \text{ cm} \quad \text{USE: } \phi 12 @ 20 \text{ cm}$$

طراحی دال پاگرد:

$$\text{Live load: } 500 \times 1.2 \times 1.6 = 960 \text{ kg/m}$$

$$\text{Dead load: } 2400 \times 0.15 \times 1.2 \times 1.2 = 518.4 \text{ kg/m}$$

$$\text{Stair total load: } \frac{1618 \times 2.25}{2} = 1820.25 \text{ kg/m}$$

$$\text{Total } W_u = 3298.65 \text{ kg/m}$$

$$1.2 + 1.2 + 0.3 + 0.075 + 0.075 = 2.85$$

$$M_u = \frac{W_u l^2}{8} = \frac{3298.65 \times (2.85)^2}{8} = 3349.16 \text{ kg-m}$$

$$R_u = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{3349.16 \times 10^2}{0.9 \times 100 \times 12.5^2} = 23.82 \text{ kg/cm}^2$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = 23.53$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_u}{f_y}} \right) = \frac{1}{23.53} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 23.53 \times 23.82}{4200}} \right)$$

$$\rho = 0.00611 \rightarrow \rho_{\min} = 0.00336 \leq \rho \leq \rho_{\max} = 0.0135$$

$$A_s = \rho b d = 0.00611 \times 100 \times 12.5 = 7.63 \text{ cm}^2$$

$$\phi 12 \rightarrow A_s = 1.13 \text{ cm}^2$$

$$\text{Number of bars } \rightarrow \frac{7.63}{1.13} = 6.76 \rightarrow \text{say 7 for 1 m}$$

$$S = \frac{100}{7} = 14 \text{ cm} \rightarrow$$

$$\text{USE } \phi 12 @ 14 \text{ cm}$$

Stair Slab Temperature steels:

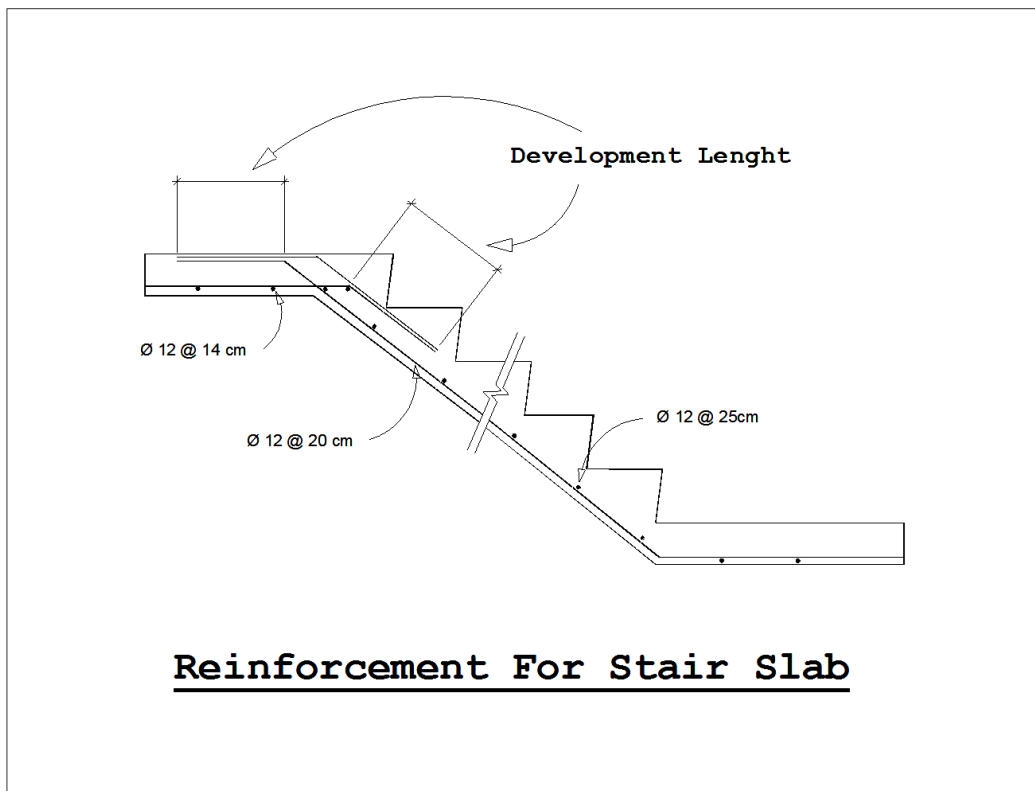
$$A_{s,temp} = 0.002 \times 100 \times \left(15 + \frac{19 \times 25}{2 \times 31.5}\right) = 4.51 \text{ cm}^2$$

$$\phi 12 \rightarrow A_s = 1.13 \text{ cm}^2$$

$$\text{Number of bars} \rightarrow \frac{4.51}{1.13} = 3.99 \rightarrow \text{say 4 bar}$$

$$s = \frac{100}{4} = 25 \text{ cm} \rightarrow$$

USE $\phi 12 @ 25 \text{ cm}$



طراحی دیوارها

تقسیم بندی به صورت

- ۱- دیوار غیر حمال (Non-load bearing wall)
- ۲- دیوار حمال (load bearing wall)
- ۳- دیوار برشی (shear wall)

انواع دیوار

- دیوارهای اطراف زیر زمین (basement wall)
 - دیوارهای حائل (retaining wall)
 - دیوارهای جداگر (partition wall)
 - دیوارهای ضد آتش (fire wall)
 - دیوارهای برشی (shear wall)
- ACI 11 و ACI 14
در خصوص دیوارها

۱- دیوار غیر حمال

- معمولاً وزن خود را و مقداری بار جانبی حمل می کنند.

ضوابط ACI

- ← (طول دیوار) $\frac{1}{30}$ یا $t > 10\text{cm}$
- ← (سطح مقطع دیوار) $\rho_{vertical} > 0.0012 A$
- $\phi \leq 16\text{mm}$
- $\phi > 16\text{mm}$ و $0.0015A$
- ← $\rho_{horizontal} > 0.002$
- $\phi \leq 16\text{mm}$
- $\phi > 16\text{mm}$ و 0.0025
- ← $s < 3t$ یا 45cm
- ← برای ضخامت‌های بیشتر از ۲۵ سانتی‌متر حتماً دو لایه آرماتور استفاده شود و برای سایر موارد توصیه می شود برای دو لایه
- ← استفاده از آرماتور در اطراف پنجره‌ها و درها و بازشوها (حداقل $2\phi 16$)

۲- دیوار حمال ACI 14.1 eqn.

فرمول برای دیوار نسبتاً کوتاه و ممان اندک (برای سایر موارد باید تحلیل دقیق انجام داد)

$$\phi \rho_{nw} = 0.55 \phi'_c A_g \left[1 - \left(\frac{kl_c}{32h} \right)^2 \right]$$

$$0.55 = \left(e = \frac{h}{6} \right) \quad \phi = 0.7$$

فاصله بین تکیه گاهها = l_c و سطح دیوار = A_g

$k =$ ضریب طول مؤثر (ACI 14.5.2)

حدافل یک انتها برای چرخش مهار شده = $k=0.8$ و ضخامت دیوار = h

هیچ یک از دو انتها برای چرخش مهار نشده = $k=1.0$

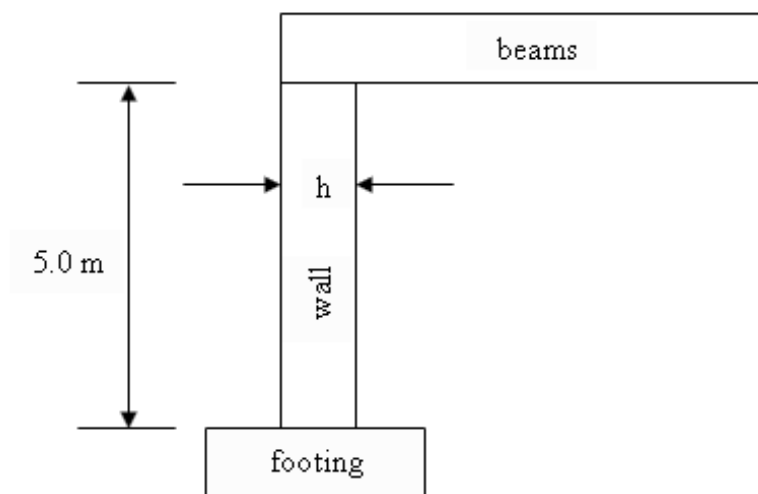
دیوار کنترل نشده برای حرکت جانبی = $k=2.0$

$$h > \frac{1}{25} (l_c \text{ یا } l_w) \text{ یا } 10\text{cm} \leftarrow \circ$$

مثال

یک دیوار حمل (باربر) بتنی بر اساس ACI برای حمل تیرهای سقف بتنی پیش ساخته در فاصله 2m مرکز تا مرکز طراحی کنید. عرض تیرها 25cm است. دیوار در بالا و پائین مهار شده است ($k=0.8$). از وزن دیوار صرف نظر شود.

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 \quad f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2 \quad L = 8 \text{ ton} , \quad D = 14 \text{ ton}$$



حل

۱- کنترل حدافل ضخامت دیوار

$$a) \quad h = \frac{1}{25} (500\text{cm}) = 20\text{cm} > 10\text{cm} \quad \mathbf{h=20 \text{ cm}}$$

$$P_u = 1.2D + 1.6L = 1.2(14) + 1.6(8) = 29.6\text{t}$$

۲- کنترل فشار نشیمن گاهی

$$\phi(0.85f'_c A_1) = (0.65)(0.85)(210)(20 \times 25) / 1000 = 58\text{t} > 29.6\text{t} \quad \text{O.K.}$$

۳- طول افقی " مؤثر " دیوار در حمل بارهای متمرکز

- مرکز تا مرکز بین تیرها = 2 m

- عرض نشیمن = 105 cm = 25 + 4(20) = 4h +

۴- مقاومت دیوار

$$\phi P_{nw} = 0.55 \phi f'_c A_g \left[1 - \left(\frac{kl_c}{32h} \right)^2 \right]$$

$$\phi P_{nw} = 0.55(0.7)(210)(20 \times 105) \left[1 - \left(\frac{0.8 \times 500}{32 \times 20} \right)^2 \right] / 1000$$

$$\phi P_{nw} = 103.5 t > 29.6 t \quad \text{O.K.}$$

۵- تعیین آرماتورها

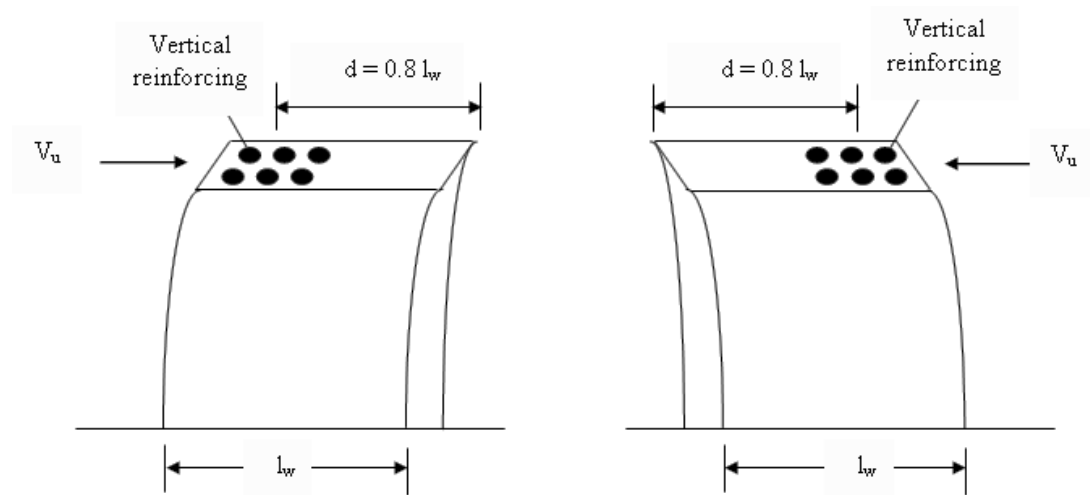
$$S_{Max} = 3h = 3(20) = 60cm \quad \text{یا} \quad 45cm$$

$$A_s \text{ (عمودی)} = (0.0012)(20)(100) = 2.4 \frac{cm^2}{1m} \rightarrow \underline{\text{use } \phi 14 @ 45cm}$$

$$A_s \text{ (افقی)} = (0.0020)(20)(100) = 4.0 \frac{cm^2}{1m} \rightarrow \underline{\text{use } \phi 14 @ 38cm}$$

۳- دیوارهای برشی

- برای سازه‌های بلند استفاده می‌شوند، هر چند در سازه‌های کوتاه و بسته به اهمیت و نوع سازه از آن نیز استفاده بعمل می‌آید.
- جهت افزایش سختی جانبی در برابر نیروهای عرضی ناشی از زلزله و باد بکار می‌روند.
- معمولاً عدم استفاده از آن‌ها نه فقط صدمات می‌تواند به سازه وارد نماید، بلکه صدمات اساسی به ناسازه‌ها و ساکنین قابل پیش‌بینی است.
- دیوارهای برشی- تیرهای عمیق قائم هستند که پایداری سازه را در برابر برش و ممان‌های خمشی ناشی از بارهای جانبی فراهم می‌آورند.
- دیوارهای برشی در سازه‌های بلند، عمدتاً مقابله در برابر خمش می‌نمایند و دیوارهای برشی در سازه‌های کوتاه، عمدتاً مقابله در برابر برش می‌نمایند.



ضوابط طراحی دیوارهای برشی (ACI)

$$V_u \leq \phi V_n \quad -1$$

$$V_u \leq \phi V_c + \phi V_s \quad -2$$

$$V_n (\text{مقطع افقی}) \leq 2.65 \sqrt{f'_c} h d \quad -3$$

$$d = 0.8 l_w \quad -4$$

روش ساده

برای حالتی که بار محوری فشاری است $V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} h d$

$$V_c = 0.53 \left[1 + 0.028 \frac{N_u}{A_g} \right] \sqrt{f'_c} b_w d$$

N_u منفی برای کشش.

۶- روش دقیق، V_c کوچکتر انتخاب می‌شود.

مثبت برای فشار و منفی برای کشش N_u

$$V_c = 0.87 \sqrt{f'_c} h d + \frac{N_u d}{4 l_w}$$

$$V_c = \left[0.16 \sqrt{f'_c} + \frac{l_w (0.33 \sqrt{f'_c} + 0.2 N_u / l_w h)}{M_u / V_u - l_w / 2} \right] h d$$

۷- برش در فرمول‌های قبلی در فاصله $l_w/2$ یا $h_w/2$ (هر کدام که کوچکتر است) محاسبه می‌شود.

۸- فولادی افقی و قائم برای برشی کمتر از $\phi V_c / 2$ نیاز نیست.

۹- برای برشی بیشتر از $\phi V_c / 2$ ، آرماتورهای برشی باید طراحی شود.

۱۰- آرماتورهای برشی افقی

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{S_2}$$

$S_2 =$ فاصله عمودی آرماتورهای برشی افقی

$$S_{\max(2)} = l_w / 5 \text{ و } 3h \text{ و } 45 \text{ cm}$$

بر اساس سطح ناخالص $\leftarrow 0.0025 \geq (\rho_h \text{ (آرماتور برشی افقی)})$

۱۱- آرماتورهای برشی قائم

$$\rho_n \geq 0.0025 + 0.5 \left(2.5 - \frac{h_w}{l_w}\right) (\rho_h - 0.0025) > 0.0025 \text{ یا } \rho_h$$

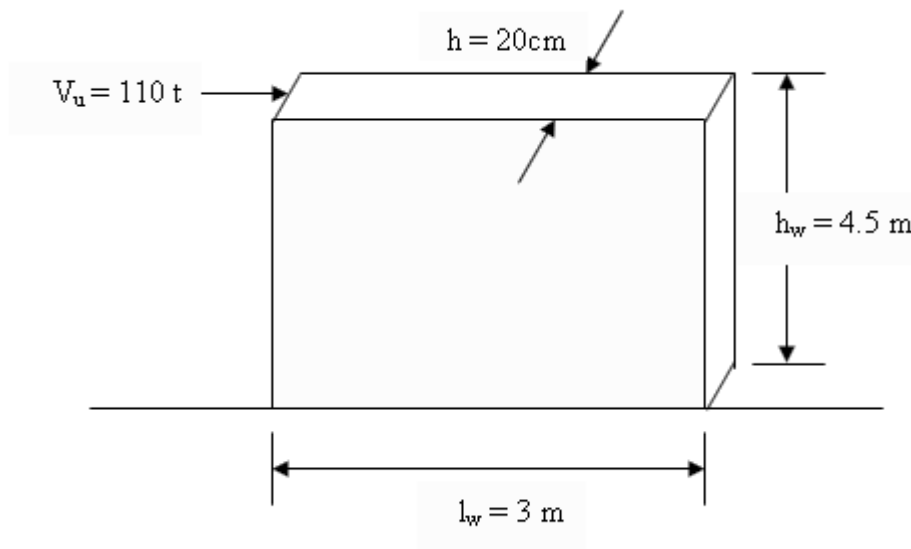
$h_w =$ Total height of wall

$$S_{\max(1)} = l_w / 3 \text{ و } 3h \text{ و } 45 \text{ cm}$$

مثال:

دیوار برشی بتن مسلح زیر را طراحی کنید.

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 \quad f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

۱- کنترل ضخامت دیوار

$$V_u = \phi(2.65)\sqrt{f'_c}hd \text{ و } d = 0.8l_w = 0.8(3) = 2.4m$$

$$V_u = 0.75(2.65)\sqrt{210}(20)(240)/1000 = 138.3 t > 110 t \text{ O.K.}$$

۲- محاسبه V_c

$$(a) V_c = 0.87\sqrt{f'_c}hd + \frac{N_u d}{4l_w} = (0.87\sqrt{210}(20)(240) + 0) / 1000 = 60.5 t$$

$$(b) V_c = \left[0.16\sqrt{f'_c} + \frac{l_w(0.33\sqrt{f'_c} + 0.2N_u / l_w h)}{M_u / V_u - l_w / 2} \right] hd$$

$$l_w / 2 = 150cm \quad h_w / 2 = 225cm \rightarrow \text{مقدار کوچکتر از دو مورد } \mathbf{150}$$

$$V_u = 110 \text{ ton}$$

$$M_u = 110(4.5 - 1.5) = 330 \text{ t-m}$$

$$V_c = \left[0.16\sqrt{210} + \frac{(300)\{(0.33)\sqrt{210} + 0\}}{\frac{330 \times 10^2}{110} - \frac{300}{2}} \right] (20)(240) / 1000 = 57 t$$

۳- کنترل نیاز به آرماتور برشی

$$\frac{\phi V_c}{2} = \frac{0.75(57)}{2} = 21.4 t < 110 t$$

نیاز به آرماتور برشی است.

۴- طراحی آرماتور برشی افقی

$$V_u = \phi V_c + \phi V_s \rightarrow V_u = \phi V_c + \phi \frac{A_v f_y d}{S_2}$$

$$\frac{A_v}{S_2} = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi f_y d} = \frac{110 - 0.75(57)}{0.75(4)(240)} = 0.0934$$

$$\text{use } \phi 14 \quad \text{و} \quad A_s = 1.54 \text{ cm}^2 \quad S_2 = \frac{(2)(1.54)}{0.0934} = 33 \text{ cm}$$

$$\text{use } \phi 12 \quad \text{و} \quad A_s = 1.13 \text{ cm}^2 \quad S_2 = \frac{2(1.13)}{0.0934} = 24 \text{ cm}$$

$$\text{Max. Spacing} = \begin{cases} l_w / 5 = \frac{300}{5} = 60cm \\ 3h = (3)(20) = 60cm \\ 45cm \end{cases}$$

Try $\phi 14 @ 30$

A_g = فاصله عمودی بین خاموت‌های افقی \times ضخامت دیوار



$$\rho_h = \frac{(2)(1.54)}{(20)(30)} = 0.00513 > 0.0025 \quad \text{O.K.}$$

use $\phi 14 @ 30$

۵- طراحی آرماتور برشی قائم

$$\rho_{n,Min} = 0.0025 + 0.5 \left(2.5 - \frac{h_w}{\ell_w} \right) (\rho_h - 0.0025)$$

$$\rho_{n,Min} = 0.0025 + 0.5 \left(2.5 - \frac{4.5}{3.0} \right) (0.00513 - 0.0025)$$

$$\rho_{n,Min} = 0.003815$$

$$\text{Try } \phi 14 \quad S_1 = \frac{(2)(1.54)}{(20)(0.003815)} = 40.4 \text{ cm}$$

$$\text{Max. Spacing} = \begin{cases} \ell_w / 3 = \frac{300}{3} = 100 \text{ cm} \\ 3h = 3(20) = 60 \text{ cm} \\ 45 \text{ cm} \end{cases}$$

برای سادگی اجرا: Use 14 @ 40 ϕ یا 14 @ 30 ϕ

۶- طراحی آرماتورهای خمشی

$$M_u = (110)(4.5) = 495 \text{ t.m}$$

$$R_{n,req} = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{495 \times 10^5}{(0.9)(20)(240)^2} = 47.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f_c'} = \frac{4000}{0.85 \times 210} = 22.4$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right) = \frac{1}{22.4} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 22.4 \times 47.8}{4000}} \right) = 0.0142$$

$$\rho_{max} = \frac{0.85 f_c'}{f_y} \beta_1 \left(\frac{0.003}{0.003 + 0.005} \right) = 0.0142$$

$$\begin{cases} f_c' = 210 \\ f_y = 4000 \\ \beta_1 = 0.85 \end{cases}$$

$$A_s = \rho b d = (0.0142)(20)(240) = 68.3 \text{ cm}^2$$

$$\text{use } 10 \phi 30 (\text{Area } \phi 30 = 7.07 \text{ cm}^2)$$

