



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی عمران

# طراحی سازه‌های بتنی I

پروفسور علیرضا خالو



@StructuralEngineering

**References:**

- 1- Reinforced Concrete Design, Wang & Salmon, 5<sup>th</sup> edition**
- 2- Practical Design of R/C, Fling**
- 3- Notes on ACI 318**
- 4- Design of R/C, MC Cormac**
- 5- R/C Design, Everard & Tanner**
- 6- R/C Design, Leet**
- 7- R/C structure, Park & Paulay**
- 8- Design of Concrete Structures, Darwin & Nilson**
- 9- Simplified Design of R/C, Nawy**
- 10- Code ACI 318**

## فهرست مطالب

### مقدمه و خواص مواد

انواع سازه ها

بتن مسلح (بتن + فولاد)

آیین نامه های طراحی

بارها

مقاومت بتن ( $f'_c$ )

مقاومت کششی بتن

مقاومت خمشی (مدول گسیختگی)

مدول الاستیسیته

اثرات وابسته به زمان (خزش و جمع شدگی)

جمع شدگی

کنترل کیفیت

فولاد (آرماتور)

مقاومت فولاد و مدول الاستیسیته

منحنی واقعی تنش- کرنش فولاد و منحنی پیشنهادی ACI، منحنی الاستیک - پلاستیک ACI 10.2.4

### روشهای طراحی

فرضیات روش WSD

محدودیتهای روش WSD

معادله الاستیک خمش

روش USD (مقاومت نهایی)

توزیع تنش مستطیلی ویتنی *Whitney rectangular stress distribution*

انواع شکست در مقاطع بتن مسلح

فرضیات روش USD (ACI 10.2)

ضرایب اطمینان برای بار یا ضرایب بار (ACI 9.2)

ضرایب کاهش مقاومت (ACI 9.3 *Strength Reduction Factors*)

ابعاد و رواداری‌ها (*Dimensions & Tolerances*) در تغییرات ابعاد مقطع *ACI 11.7*

آنالیز تیر مستطیلی تحت خمش (حالت بالانس)

### مقاومت خمشی طراحی مقطع مستطیلی

محدودیت مقطع از نظر درصد فولاد

آنالیز مقطع مستطیل

سیستم یکپارچه دال - تیر - شاتیر *Monolithic system of slab - beam - girder*

طراحی دال یکطرفه

حداقل ضخامت دال یکطرفه و تیرها

### تیرهای $T$ شکل

آنالیز مقاطع  $T$  شکل

### آنالیز تیرهای مستطیل دوبله آرمه

محدودیت بیشترین مقدار فولاد کششی در مقاطع با فولاد فشاری

شرط تسلیم فولاد فشاری *wang & salmon*

### طراحی تیرها به روش *USD*

مراحل طراحی

فاصله بین آرماتورها

طراحی اعضای خمشی تک‌آرمه

طراحی تیرهای دوبله آرمه

### کنترل ترک‌های خمشی در تیرها و دال‌ها

عوامل ایجاد ترک

خلاصه کنترل ترک بر اساس *ACI 318-02 (10.6)*

### طول گیرایی *Development length*

چسبندگی (*Bond*) بین میلگرد و بتن

رابطه چسبندگی با طول گیرایی

طول گیرایی برای آرماتورهای کششی

طول گیرایی اصل میلگردهای تحت فشار *ACI 12.3*



طول گیرایی برای گروه میلگردها (*Bundled bars*)

قلاب‌های استاندارد

وصله کردن میلگردها (*tension lap splice*)

**روش WSD: روش تنش مجاز (*ACI 99 (appendix A)*) و ماقبل**

تبدیل مقطع مرکب بتن و فولاد به یک مقطع معادل بتنی:

نحوه شکست تیرهای طراحی شده به روش WSD

تیرهای دوبله آرمه (روش WSD)

**تغییر مکان (*deflection*)**

**برش و مقاومت برشی**

رفتار تیرهای بدون فولاد برشی

توزیع دوباره مقاومت برشی پس از تشکیل ترک شیب‌دار:

انواع میلگردهای برشی

مقاومت برشی تیرهای خاموت‌دار

حداقل و حداکثر مقدار میلگرد برشی

ضوابط و پیشنهادات *ACI*

طراحی خاموت‌ها

مقاومت برشی اعضای تحت خمش و بارهای محوری

**پیوستگی در ساختمانهای بتنی *continuity in concrete construction***

سیستم کف - دال - تیر - شاتیر - ستون

محل‌های قرار دادن بار زنده برای به دست آوردن بیشترین ممان مثبت و منفی

**ستون‌ها**

انواع ستون‌ها

رفتار ستونهای تنگ‌دار یا مارپیچ‌دار

ظرفیت ستون کوتاه تحت اثر بار محوری

دیاگرام اندرکنش ستون‌های کوتاه تحت اثر بار محوری و ممان

خاموت‌های عرضی

محدودیت میلگردهای طولی

فاصله بین میلگردها و گام‌های مارپیچ

بیشترین مقاومت فشاری محوری مجاز بر اساس *ACI*

حداقل  $e$  ستون‌ها

ظرفیت ستون کوتاه در حالت بالانس

محاسبه بار نهایی ستون‌های مستطیل برای شکست فشاری

بار نهایی ستون کوتاه مستطیل برای شکست کششی

روش *Whitney* برای ستون‌های دایره

اثرات طول *Length Effect*

تعریف قاب بدون حرکت جانبی و یا با حرکت جانبی

روش افزایش ممان بر اساس *ACI*

شکل منحنی اندرکنش طراحی ستون

تنگ‌گذاری ستون‌ها

مرکز پلاستیک

خمش دو محوری و فشار *Biaxial Bending & Compression*

روش بار معکوس برزله *Bresler Reciprocal Load Method*

روش بار منحنی تراز - برزله *Load Contour Method – Bresler approach*

روش بار منحنی تراز - پارمه *Load contour Method – Parme Approach*

نمودارهای طراحی ستون براساس **ACI 318-08**

## مقدمه و خواص مواد

### انواع سازه‌ها

- ۱- بتن غیر مسلح ۲- بتن مسلح ۳- بتن پیش تنیده ۴- فولادی ۵- چوبی
- ۶- مرکب (پروفیل فولاد و بتن) ۷- مرکب (فایبرگلاس، یا پلاستیک مسلح به فیبر)
- ۸- بتن مسلح به الیاف ۹- فروسیمان

### بتن مسلح (بتن + فولاد)

بتن در کشش ضعیف و در فشار قوی عمل می‌کند و فولاد در هر دو به یک اندازه مقاومت می‌کند.  
بتن و فولاد با یکدیگر ترکیب خوبی به جهت مقاومت بتن در فشار و مقاومت فولاد در کشش تشکیل می‌دهند.

- چسبندگی مناسب بین فولاد و بتن
- نفوذناپذیری مناسب بتن جهت حفظ فولاد در برابر خوردگی
- انبساط حرارتی نزدیک به هم (تغییر طول همسان)

$$\text{فولاد} = 65 \frac{\text{in}}{\text{in}/^\circ F} \quad ; \quad \text{بتن} = (55-75) \times 10^{-7} \frac{\text{in}}{\text{in}/^\circ F}$$

چون بتن مسلح ماده‌ای غیر هموزن است که ترک می‌خورد، خزش می‌کند و آب می‌رود، تنش‌های آن را نمی‌توان به‌طور دقیق از روش‌های معمولی (بر اساس مکانیک جامدات) برای مواد ارتجاعی هموزن به دست آورد. نتیجتاً، اکثر معادلات طراحی بتن تجربی هستند. معادلات طراحی و روش‌های آنالیز بر اساس آزمایش و نتایج طولانی‌مدت به همراه تئوری به‌دست آمده‌اند.

آئین‌نامه‌های طراحی*ACI – American Concrete Institute**AISC – American Institute of Steel Construction Specification**AASHTO – American Association of State Highway & Transportation Officials**AREA – American Railroad Engineering Association**IBC – International Building Code**SEAOC – Structural Engineering Association of California (E/Q Code)*

آیین‌نامه بتن انگلیس - CP-110

بارها

۱- بار مرده، ۲- بار زنده، ۳- بار باد، ۴- بار برف، ۵- بار زلزله، ۶- فشار جانبی برای مخازن، ۷- بارهای ضربه‌ای و سیکلی.

مقاومت بتن ( $f'_c$ )

بر اساس آزمایش روی استوانه  $6" \times 12"$  ( $15cm \times 30cm$ ) یا مکعب  $15cm \times 15cm \times 15cm$  یا  $20cm \times 20cm \times 20cm$  پس از ۲۸ روز با به عمل‌آوری در حرارت ثابت  $78^\circ F (25^\circ C)$  و  $100\%$  رطوبت نسبی حاصل می‌گردد.

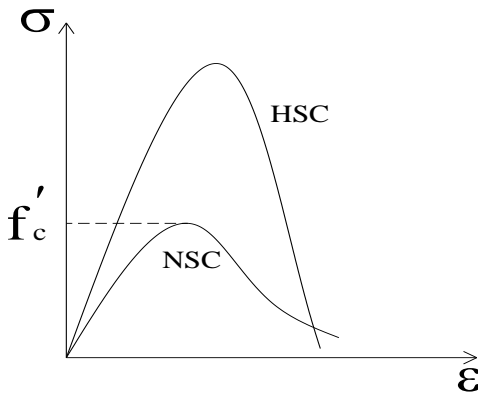
(مقاومت مکعب ۲۰)  $= 0.80$  = مقاومت سیلندر(مقاومت مکعب ۱۵)  $= 0.83$  = مقاومت سیلندر

منحنی کامل تنش - کرنش بتن

بستگی دارد به نوع سنگ‌دانه (ریزی، درشتی، شکل ظاهری، وزن)، سیمان، مقاومت ( $f'_c$ )، نحوه به عمل آوردن بتن، عمر بتن هنگام آزمایش، آهنگ بار، نسبت‌های اجزای بتن، شکل و اندازه نمونه بتنی، نحوه اندازه‌گیری تغییر طول و روش آزمایش.

بتن معمولی: مقاومت تا  $420 \frac{kg}{cm^2}$

بتن با مقاومت بالا: مقاومت بالاتر از  $420 \frac{kg}{cm^2}$



در سازه‌های بلند از بتن با مقاومت بالاتر از  $600 \frac{kg}{cm^2}$  در ستون‌ها و بین  $400 - 600 \frac{kg}{cm^2}$  در تیرها و دال‌ها استفاده می‌شود.

مقاومت کششی بتن

برای به‌دست آوردن مقاومت کششی بتن از آزمایش کششی برزیلی استفاده می‌شود.

روش آزمایش برزیلی روی سیلندر  $f_t = \frac{2P}{\pi dL}$ : تنش کششی عمود بر قطر

$$f_t = (0.07 - 0.12) f'_c$$

بتن معمولی - تحقیق  $f_t = 1.59\sqrt{f'_c} - 1.86\sqrt{f'_c}$

بتن سبک‌وزن - تحقیق  $f_t = 1.59$  (ضریب وزن 0.85)

بتن سبک‌وزن - تحقیق  $f_t = 1.32\sqrt{f'_c} - 1.59\sqrt{f'_c}$

$$ACI\ 11.2 \begin{cases} f_t = 1.78\sqrt{f'_c} \dots\dots NW \\ f_t = (0.75 - 0.85)[1.78\sqrt{f'_c}] \dots\dots LW \end{cases}$$

Normal weight = N.w بتن با وزن معمولی

Light weight = L.w بتن سبک

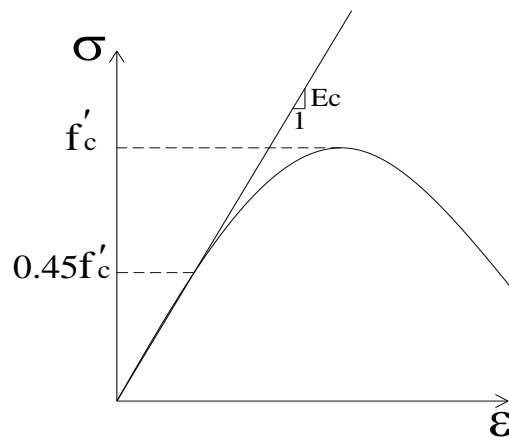
لیکن در طراحی از مقاومت کششی بتن صرف نظر می‌شود. ACI 10.2

### مقاومت خمشی (مدول گسیختگی)

$$f = \frac{MC}{I}$$

$$ACI\ 9.5.2.3 \begin{cases} f_{cr} = 2\sqrt{f'_c} \dots\dots NW \\ f_{cr} = (0.75 - 0.85)2\sqrt{f'_c} \dots\dots LW \end{cases}$$

### مدول الاستیسیته



$$ACI\ 8.5.1\ W = 1500 - 2500 \frac{kg}{m^3} \quad E_c = 0.137W^{1.5} \sqrt{f'_c} \frac{kg}{cm^2}$$

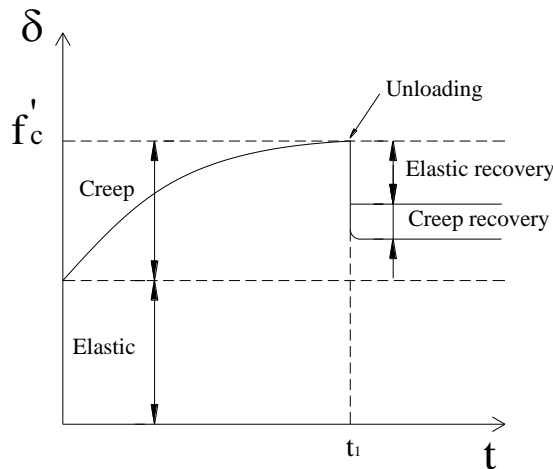
$$\underline{\underline{E_c = 15100\sqrt{f'_c} \dots\dots(NW)}}$$

**اثرات وابسته به زمان (خزش و جمع شدگی)**

بتن تحت بار دائمی طی زمان تغییر شکل می‌دهد.

خزش = تغییر طول تحت بار ثابت طی زمان

ضریب خزش از تقسیم کرنش خزش بر کرنش الاستیک اولیه به دست می‌آید.



$$C_t = \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} C_u$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{initial} (1 + C_t)$$

$$C_u = 2.35 \text{ بر حسب روز و } t$$

**جمع شدگی**

تغییر حجمی است که به بار بستگی ندارد و به از دست رفتن رطوبت وابسته است.

$$\varepsilon_{sh,t} = \frac{t}{35 + t} \varepsilon_{shu} \quad t = \text{بر حسب روز}$$

$$\varepsilon_{shu} = 800 \mu s$$

$$\text{ضریب اصلاحی} \begin{cases} 1.40 - 0.01H & -40\% \leq H < 80\% \\ 3.00 - 0.03H & 80\% \leq H \leq 100\% \end{cases}$$

$H$  = رطوبت نسبی به صورت درصد

### کنترل کیفیت

میانگین مقاومت ۳ نمونه متوالی باید از  $f'_c$  (طراحی، لازم) بیشتر باشد و مقاومت هیچ‌یک از آزمایش‌ها نباید بیش

$$\text{از } 35 \frac{kg}{cm^2} \text{ از } f'_c \text{ (طراحی، لازم) کمتر باشد. (ACI 5.6.2.3)}$$

### فولاد (آرماتور)

بتن مسلح - ساده و آجدار

- میله‌های جوش شده *Welded Wire Fabric*

بتن پیش‌تنیده - *Wires* (سیم و تاندن‌های رشته‌ای)

$$\text{اندازه میله (آرماتور) - آجدار } (9.5mm - 57mm) \quad \frac{3}{8}'' - 2\frac{1}{4}''$$

ساده - اندازه کوچکتر از 9.5mm و در برخی موارد بزرگتر برای پیش‌تنیدگی و بتن معمولی مسلح

$$\text{بر اساس } ASTM, \text{ (آرماتور نمره ۳ آمریکایی) } \frac{5}{8}'' = \#5, \frac{1}{2}'' = \#4, \frac{3}{8}'' = \#3$$

### مقاومت فولاد و مدول الاستیسیته

$$Grade 50 (f_y = 3500 \frac{kg}{cm^2}) \quad Grade 40 (f_y = 2800 \frac{kg}{cm^2})$$

$$Grade 75 (f_y = 5250 \frac{kg}{cm^2}) \quad Grade 60 (f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2})$$

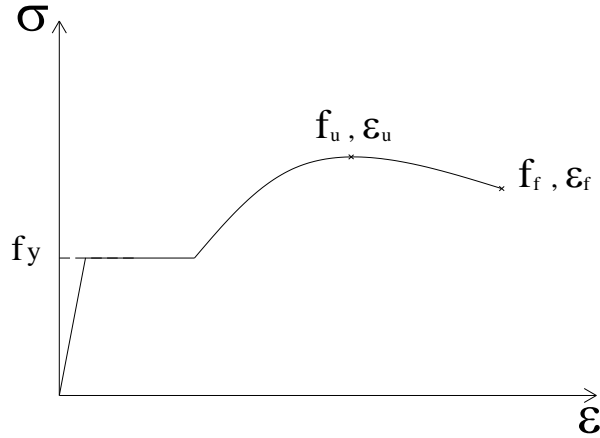
$$(Japan) Grade 90 (f_y = 6300 \frac{kg}{cm^2})$$

$$ACI 8.5.2 \quad E_s = 2.04 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2} (29,000 ksi)$$

$$W.W.F..... f_y < 70 Ksi (4900 \frac{kg}{cm^2})$$

$$\text{فولاد پیش‌تنیدگی: } f_t = 250 Ksi (17500 \frac{kg}{cm^2}), 270 ksi (18900 \frac{kg}{cm^2})$$

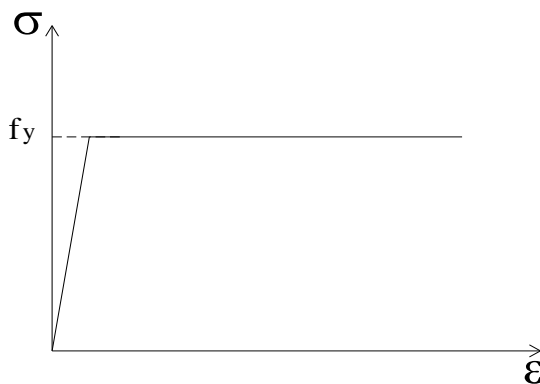


منحنی واقعی تنش - کرنش فولاد

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Grade 60} \left( 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \\ f_u = 7200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \varepsilon_u \cong 0.07 \\ f_f = 6500 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \varepsilon_f \geq 0.2, \varepsilon_{sh} \cong 0.009 \end{array} \right.$$

منحنی پیشنهادی ACI: منحنی الاستیک - پلاستیک ACI 10.2.4

سختی کرنش فولاد در نظر گرفته نشده است.  $E = 2.04 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$



## روش‌های طراحی

۱- روش WSD (*Working stress design*: تنش‌های مجاز)- روش محافظه کارانه- غیر اقتصادی ۱۹۰۰-۱۹۶۰

۲- روش USD (*Ultimate stress design*: مقاومت نهایی) - روش اقتصادی- بارها ضریب دارند.

از سال ۱۹۶۰ به بعد براساس آیین‌نامه ACI

## فرضیات روش WSD

۱. صفحات مستوی قبل و بعد از خمش به طور مستوی باقی می‌مانند.

۲. بتن و فولاد هر دو از قانون هوک متابعت می‌کنند. (رابطه بین تنش و کرنش بتن خطی نیست)

۳. مقاومت بتن در برابر کشش صفر است.

۴. چسبندگی کامل بین بتن و فولاد وجود دارد.

۵. کرنش به طور خطی است در طول عمق مقطع.

(تنش‌های مجاز)  $f_{all} \leq f$  (طراحی)

بار زنده + بار مرده = بارهای سرویسی

$$SL = D.L. + L.L.$$

حد ارتجاعی روی منحنی  $\sigma - \epsilon$  بتن  $f_c \leq 0.45 f'_c$  App.A ACI

برای فولاد Grade 40 یا  $50 \text{ Ksi}$  یا  $20 \text{ Ksi}$   $f_s \leq 1400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

برای فولاد Grade 60 و بالاتر از آن  $f_s \leq 1680 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

## محدودیت‌های روش WSD

➤ خزش و جمع‌شدگی را به سادگی با محاسبات ارتجاعی تنش‌ها نمی‌توان تعیین نمود.

➤ منحنی  $\sigma - \epsilon$  بتن غیر خطی است.

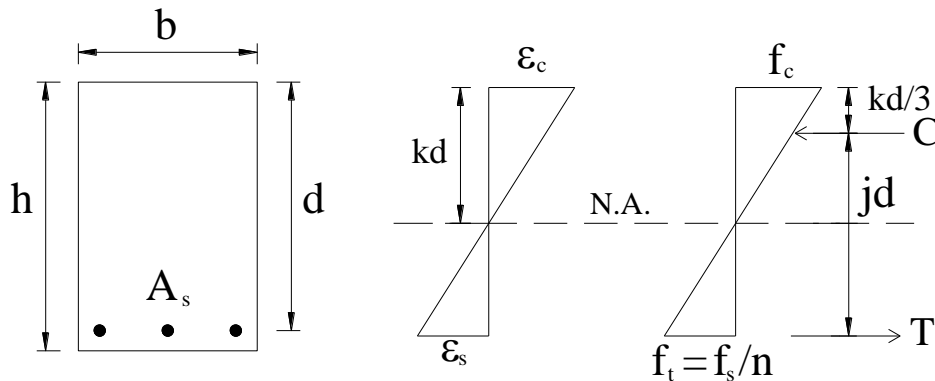
➤ روش کلاً غیر اقتصادی است (اعضای با مقطع بزرگتر نتیجه می‌دهد)

\* از روش WSD جهت کنترل ترک و تغییر مکان تحت بارهای سرویسی و طراحی سازه‌های حساس در رابطه با

ترک (همانند مخازن مایعات) استفاده می‌شود.

### معادله الاستیک خمش

$$n = \frac{E_s}{E_c}, \quad f = \frac{MC}{I}$$



### روش USD (مقاومت نهایی)

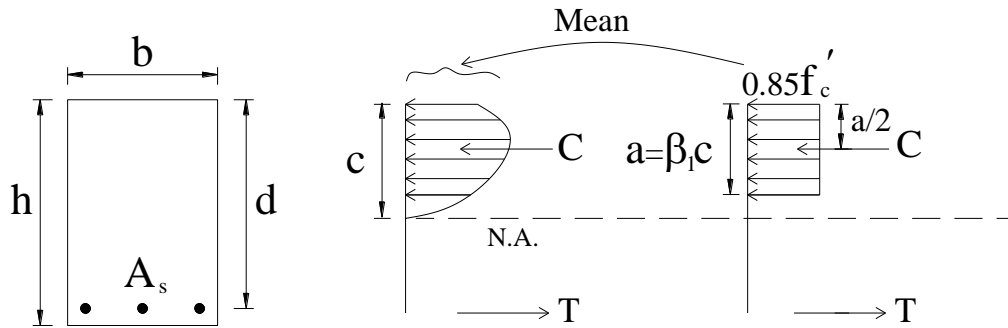
طراحی سازه برای بیشترین مقاومت یعنی  $f'_c$  بتن است، لیکن به بارها ضرایب اطمینان داده می‌شود.

$$\phi M_n \geq M_u \text{ (مقاومت لازم)}$$

مقاومت لازم جهت حمل بارهای ضریبدار  $\geq$  مقاومت فراهم شده

$\phi$  = ضریب کاهش

$M_n$  = (مقاومت طراحی) مقاومت اسمی (موجود)

**توزیع تنش مستطیلی ویتنی Whitney rectangular stress distribution**

توزیع تنش مستطیلی ویتنی      توزیع تنش واقعی

در سال (۱۹۳۰) *whitney* «نظریه توزیع تنش ساده» را مطرح کرد.

❖ تعیین  $\beta$ :

$$a = \beta_1 c \quad \text{ACI 10.2.7.3}$$

$$\begin{cases} \beta_1 = 0.85 & f'_c \leq 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\ \beta_1 = 0.85 - 0.05 \left( \frac{f'_c - 280}{70} \right) \geq 0.65 \end{cases}$$

▪ در مقاومت  $f'_c = 560 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  بتن،  $\beta_1 = 0.65$  می‌شود که حداقل مقدار آن است.

$$\text{نیروی فشاری: } C = 0.85 f'_c ab$$

$$\text{نیروی کششی: } T = A_s f_y$$

$$\text{عمق بلوک تنش ویتنی (1) } \Rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad C = T \text{ تعادل}$$

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (2)$$

مقاومت خمشی اسمی

$$M_n = A_s f_y \left( d - 0.59 \frac{A_s f_y}{f'_c b} \right)$$

جایگزینی ۱ در ۲

$d$ : عمق مؤثر،  $C$ : کل نیروی فشاری و  $T$ : کل نیروی کششی

$h$ : عمق مقطع  $b$ : عرض مقطع  $c$ : فاصله  $N.A$  از تار فشاری نهایی

$\beta_1$ : ضریب مربوط به مقاومت بتن برای بلوک ویتنی  $(\beta_1 = \frac{a}{c})$  ACI 10.2.7

حداقل پوشش لازم ACI 7.7

### انواع شکست در مقاطع بتن مسلح:

۱- **تیر بالانس:** در این حالت فولاد کششی به تنش تسلیم خود ( $f_y$ ) همزمان با بتن در بخش فشاری به تغییر طول

نسبی نهایی (شکست از دید کرنش) خود یعنی ۰/۰۰۳ (بر اساس ACI) می‌رسد.

❖ طراحی به این صورت انجام نمی‌گیرد.

۲- **تیر کم‌آرمه:** در این حالت، مقدار فولاد تیر از مقدار فولاد لازم برای حالت بالانس کمتر است و نوع شکست

کششی است. فولاد قبل از اینکه بتن به کرنش ۰/۰۰۳ برسد به تنش تسلیم رسیده است.

❖ این نوع طراحی متداول است.

۳- **تیر پرآرمه:** در این حالت، مقدار فولاد تیر از حالت بالانس بیشتر است. در این حالت شکست فشاری ترد رخ

می‌دهد که باعث فرو ریختن آنی می‌شود که برای طراحی مناسب نیست.

شکست ترد: بتن قبل از اینکه فولاد به  $f_y$  برسد به کرنش ۰/۰۰۳ رسیده است. ACI 10.2, 10.3

**فرضیات روش USD (ACI 10.2)**

۱. تغییر طول نسبی در بتن و فولاد هر دو با فاصله از محور خنثی متناسب است و به صورت خطی می‌باشد.
۲. حداکثر کرنش بتنی در فیبر نهایی فشاری ۰/۰۰۳ است.
۳. از مقاومت کششی بتن صرف نظر می‌شود. (مقاومت کشش بتن صفر است)
۴. تنش کمتر از  $f_y$  در فولاد برابر با حاصل ضرب  $E_s$  در کرنش فولاد است و برای کرنش‌های بزرگتر از کرنش تسلیم ( $\epsilon_y$ ) مقدار تنش فولاد را مساوی  $f_y$  در نظر می‌گیریم.
۵. توزیع تنش فشاری بتن را به صورت مستطیل، دوزنقه، سهمی و هر شکل دیگر که منتج به مقاومت حاصل از آزمایش تیر خمشی شود می‌توان در نظر گرفت.

**ضرایب اطمینان برای بار یا ضرایب بار (ACI 9.2)**

باید ترکیبات بارهای زیر را محاسبه کرده و بیشترین مقدار را به عنوان بار وارده در نظر بگیریم.

$$u = 1.4D \quad (1)$$

$$u = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R) \quad (2)$$

$$u = 1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1.0L \text{ or } 0.8W) \quad (3)$$

$$u = 1.2D + (1.6W \text{ or } 1.3W) + 1.0L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } E) \quad (4)$$

$$u = 1.2D + (1.0E \text{ or } 1.4E) + 1.0L + 0.2S \quad (5)$$

$$u = 0.9D + (1.6W \text{ or } 1.3W) \quad (6)$$

$$u = 0.9D + (1.0E \text{ or } 1.4E) \quad (7)$$

$D$ : بارهای مرده و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه

$L$ : بارهای زنده و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه

$L_r$ : بارهای زنده بام و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه

$S$ : بار برف و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه

$R$ : بار باران و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه

$W$ : بار باد و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه

$E$ : بار زلزله و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه

برای دیگر بارها ضرایب مربوطه در  $ACI 9.2$  ارائه شده است.

برای منظور نمودن بار باد بسته به این که بار باد در آیین‌نامه بارگذاری بر چه اساسی محاسبه شده باشد، از ضرایب متفاوتی باید استفاده نمود. اگر در برآورد نیروی باد از ضریب تعیین جهت باد برابر  $0.85$  استفاده شده باشد، باید در روابط ۴ و ۶ از عبارت  $I.6 W$  استفاده شود و اگر از ضریب تعیین جهت باد استفاده نشده است باید از عبارت

$$I.3W \text{ استفاده شود. } \left(\frac{1.3}{0.85} = 1.53 \rightarrow 1.6\right)$$

برای منظور کردن بار زلزله بسته به نحوه ارزیابی بار زلزله در آیین‌نامه بارگذاری مورد استفاده باید از ضرایب متفاوتی استفاده نمود.

اگر تعیین بار زلزله مبتنی بر نیروهای زلزله تراز بهره‌برداری باشد (آیین‌نامه ۲۸۰۰ ایران) در روابط ۵ و ۷ از عبارت  $I.4E$  باید استفاده شود.

و اگر تعیین بار زلزله مبتنی بر نیروهای لرزه‌ای تراز مقاومت باشد، (آیین‌نامه  $UBC$ ) باید از عبارت  $I.0E$  استفاده شود.

ضریب بار  $L$  در روابط ۳ و ۴ و ۵ را می‌توان به  $0.5$  کاهش داد، مگر در بارگذاری پارکینگ‌ها، بارگذاری محل

ازدحام عمومی و محلهایی که میزان بار زنده در آنها بیش از  $500 \frac{kg}{m^2}$  باشد.

❖ با یک ساده‌سازی محافظه کارانه می‌توان ترکیبات بارگذاری را مطابق جدول زیر در نظر گرفت.

در این ساده‌سازی بار زنده بام ( $L_r$ ) در بار زنده ( $L$ ) ادغام شده و ضرایب بزرگتر مربوطه به  $L$  یا  $L_r$  در معادلات مربوطه در نظر گرفته شده است.

کلیه ترکیبات دربردارنده اثرات باد یا زلزله، خود به دو ترکیب بارگذاری با منظور کردن  $\pm W$  یا  $\pm E$  تبدیل می‌شوند. (به منظور اعمال تغییر جهت بار باد یا زلزله)

همچنین از بین ترکیبات دربردارنده اثرات باد و زلزله هر کدام که اثرات بحرانی‌تری ایجاد کنند، در نظر گرفته می‌شوند.

ترکیبات بارگذاری	بار
1) $1.4D$ 2) $1.2D + 1.6L$	- بارهای قائم
3) $1.2D + 1.6L + 0.8W$ 4) $1.2D + 1.0L + (1.6W \text{ or } 1.3W)$ 5) $0.9D + (1.6W \text{ or } 1.3W)$	- بارهای قائم و باد
6) $1.2D + 1.0L + (1.0E \text{ or } 1.4E)$ 7) $0.9D + (1.0E \text{ or } 1.4E)$	- بارهای قائم و زلزله



**ضرایب کاهش مقاومت (ACI 9.3 Strength Reduction Factors)**۱- مقاطع تحت کنترل کشش:  $\phi = 0.9$ 

۲- مقاطع تحت کنترل فشار:

الف- اعضای دارای آرماتور مارپیچ:  $\phi = 0.7$ ب- سایر اعضای مسلح:  $\phi = 0.65$ ۳- برش و پیچش:  $\phi = 0.75$ ۴- بتن تکیه گاهی (اتکا روی بتن):  $\phi = 0.65$ 

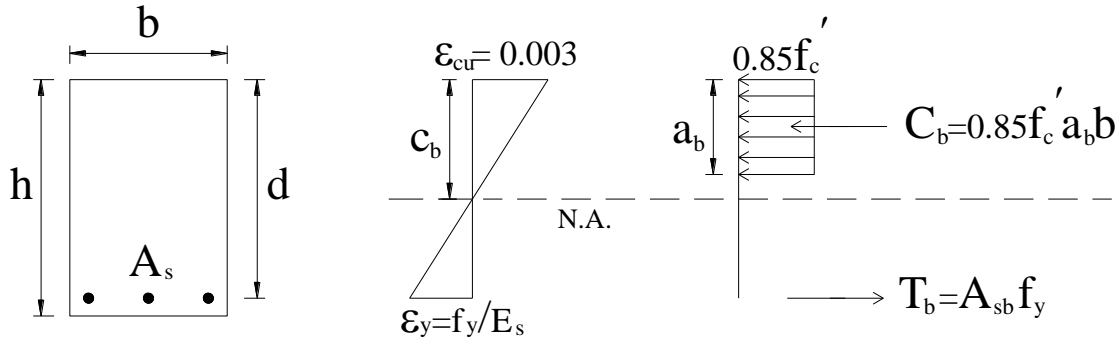
ضریب ایمنی (Safety Factor)  $\frac{u}{\phi} = [(1.2 + 1.6) / 2] / (0.9 \text{ or } 0.65) = 1.56 - 2.15$

**ابعاد و رواداری‌ها (Dimensions & Tolerances) در تغییرات ابعاد مقطع ACI 11.7**- تیرها، ستون‌ها، دال و دیوار  $+12.5mm, -6.3mm$ - بتن پی‌ها  $+50mm, -12.5mm$ - ضخامت بتن پی‌ها (ضخامت)  $-5\%$ 

در رابطه با آرماتورها و محل قطع آن‌ها به ACI 7.5 مراجعه شود.

آنالیز تیر مستطیلی تحت خمش (حالت بالانس)

تیر بالانس کاربرد ندارد، لیکن از مفهوم آن به عنوان پایه در روش USD استفاده می‌شود.



با استفاده از مثلث‌های متشابه:

$$\frac{0.003}{c_b} = \frac{0.003 + \varepsilon_y}{d} \quad \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$$

$$\rightarrow c_b = \frac{0.003d}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} = \frac{6120}{6120 + f_y} d$$

$$\text{تعریف: } \rho_b = \frac{A_s}{bd}, \quad a_b = c_b \times \beta_1 \rightarrow \text{ACI 10.2.7.3}$$

$$C_b = T_b \rightarrow 0.85 f'_c a_b b = A_s b f_y = (\rho_b \times bd) f_y$$

$$\rho_b = \frac{0.85 f'_c a_b}{f_y d} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{c_b}{d}$$

$$\rightarrow \rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{6120}{6120 + f_y}$$

❖ با به دست آوردن  $\rho$  و مقایسه آن با  $\rho_b$  می‌توان تعیین نمود که شکست نرم است یا ترد.

## مقاومت خمشی طراحی مقطع مستطیلی

مقاومت خمشی نهایی مقطع یا مقاومت طراحی آن از حاصل ضرب ضریب کاهش مقاومت در مقاومت اسمی مقطع به دست می‌آید و به صورت  $\phi M_n$  نمایش داده می‌شود. مقاومت خمشی مورد نیاز مقطع که از آنالیز سازه تحت بارهای با ضریب به دست آمده است با  $M_u$  نمایش داده می‌شود. مقطع خمشی باید طوری طراحی شود که

$$M_u \leq \phi M_n$$

یعنی: مقاومت طراحی آن بیشتر از مقاومت مورد نیاز باشد

در *ACI 318-02* برای تعیین  $\phi$ ، مقاطع خمشی به سه دسته تقسیم می‌شوند.

### ۱- مقاطع کنترل شده با فشار

مقاطعی به صورت کنترل شده با فشار محسوب می‌شوند که در زمان رسیدن بتن تحت فشار به حد کرنش مفروض برابر با  $0.003$ ، کرنش کشش خالص در دورترین فولاد کششی برابر یا کوچکتر از حد کرنش تحت کنترل فشار باشد، حد کرنش تحت کنترل فشار، مقدار کرنش کشش خالص در آرماتور در حالت بالانس (برابر با کرنش تسلیم فولاد) می‌باشد. برای فولاد *Grade 4200* حد کرنش تحت کنترل فشار برابر با  $0.002$  در نظر گرفته می‌شود. ضریب کاهش مقاومت برای مقاطع کنترل شده با فشار در تیرها به صورت  $\phi = 0.65$  تعیین می‌شود. در صورتی که از آرماتور مارپیچ استفاده شود (احتمالاً در عضو ستون) برای مقطع کنترل شده با فشار از  $\phi = 0.7$  استفاده می‌شود.

### ۲- مقاطع کنترل شده با کشش

مقاطعی هستند که در آن همزمان با رسیدن بتن تحت فشار به حد کرنش مفروض برابر با  $0.003$ ، کرنش کشش خالص در دورترین فولاد کششی برابر یا بزرگتر از  $0.005$  باشد. ضریب کاهش مقاومت خمشی برای این مقاطع برابر با  $\phi = 0.9$  تعیین می‌شود.

برای بررسی این که آیا مقطع کنترل شده با کشش هست یا نه، می‌توان کرنش خالص کشش در دورترین فولاد کششی مقطع را با  $0.005$  مقایسه کرد. همچنین، اگر ارتفاع بلوک فشاری تنش متناظر با حد کنترل کشش با  $a_{tcl}$  نمایش داده شود از شرایط سازگاری کرنش‌ها و تشابه مثلث‌ها داریم:

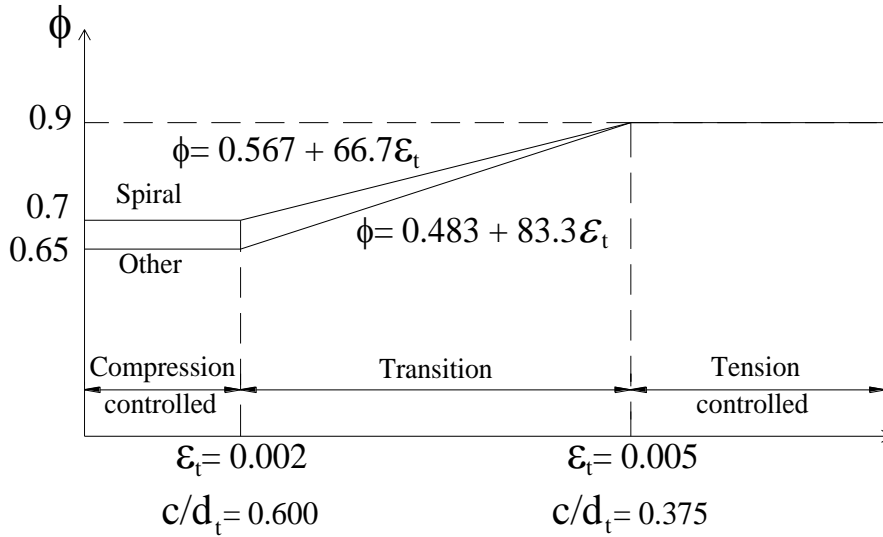
$$\frac{a_{tcl}}{d_t} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + 0.005} \beta_1 = \frac{3}{8} \beta_1 = 0.375 \beta_1$$

$d_t$ : فاصله دورترین فولاد کششی از دورترین تار فشاری مقطع

حال اگر  $\frac{a}{d_t} \leq \frac{a_{tcl}}{d_t}$  باشد، مقطع کنترل شده با کشش بوده در غیر این صورت مقطع کنترل شده با کشش نخواهد بود.

### ۳- مقاطع در ناحیه انتقال

آن دسته از مقاطع خمشی که همزمان با لحظه گسیختگی ( $\epsilon_{cu} = 0.003$ ) کرنش خالص کششی در دورترین فولاد کششی آنها بین حد کرنش کنترل شده با فشار ( $=0.002$  کرنش تسلیم) و  $0.005$  قرار می‌گیرد در یک ناحیه انتقال واقع می‌شوند. برای این مقاطع ضریب کاهش مقاومت  $\phi$  با درون‌یابی بین حالت قبلی محاسبه می‌شود. شکل صفحه بعد تغییرات  $\phi$  نسبت به تغییرات کرنش کششی خالص در دورترین فولاد کشش مقطع برای آرماتور Grade 4200 را نشان می‌دهد.



همچنین در ناحیه انتقالی مقادیر  $\phi$  بر حسب  $\frac{c}{d_t}$  برای آرماتور *Grade 4200* به صورت زیر است:

$$\phi = 1.317 - 1.11\left(\frac{c}{d_t}\right) \quad \text{بدون آرماتور مارپیچ}$$

$$\phi = 1.233 - 0.89\left(\frac{c}{d_t}\right) \quad \text{با آرماتور مارپیچ}$$

در حالت کلی برای هر نوع فولاد با  $f_y < 4200 \frac{kg}{cm^2}$ ، می‌توان ضریب کاهش مقاومت را در یک مقطع خمشی

که در ناحیه انتقالی قرار گرفته است، از روابط زیر تعیین کرد:  $(E_s = 2.04 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2})$ .

$$\phi = 0.65 + \frac{E_s \varepsilon_t - f_y}{4(10,200 - f_y)} \quad \text{بدون آرماتور مارپیچ}$$

$$\phi = 0.7 + \frac{E_s \varepsilon_t + f_y}{5(10,200 - f_y)} \quad \text{با آرماتور مارپیچ}$$

**مثال:** ممان نهایی بالانس را برای یک مقطع مستطیلی با مشخصات زیر به دست آورید.

$$f'_c = 280 \frac{kg}{cm^2} \text{ و } f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$c_b \text{ به دست آوردن } : c_b = \frac{6120}{6120 + f_y} d = \frac{6120}{6120 + 4200} d = 0.593d$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad : \quad a_b = \beta_1 c_b = 0.85 \times 0.593d = 0.504d$$

$$C_b = 0.85 f'_c \quad a_b b = 0.85 \times 280 \times 0.504d \times b = 120bd$$

$$\rho_b = 0.85 \times \beta_1 \times \frac{f'_c}{f_y} \times \frac{6120}{6120 + f_y} = 0.85 \times 0.85 \times \frac{280}{4200} \times \frac{6120}{6120 + 4200}$$

$$= 0.0285$$

$$T_b = A_s f_y = \rho_b \times bd \times f_y = 4200 \times bd \times \rho_b = 4200 \times 0.0285 \times bd$$

$$= 120bd$$

$T_b = C_b$  چون  $\rho_b$  از تعادل  $T$  و  $C$  به دست آمده بود.

ممان اسمی: (Nominal moment)

$$M_b = T_b \times \left(d - \frac{a_b}{2}\right) = 120bd \left(d - \frac{0.504d}{2}\right) = 89.8bd^2$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{4200}{2.04 \times 10^6} = 0.002 \rightarrow \phi = 0.65 \rightarrow \text{مقطع تحت کنترل فشار است.}$$

حداکثر ممان جهت بارگذاری

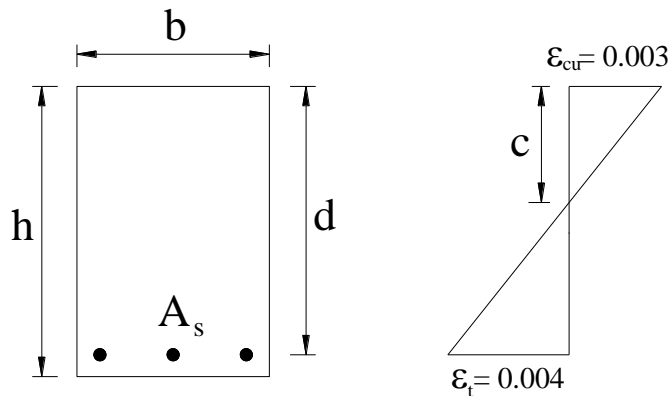
$$\rightarrow M_u = \phi M_b = 0.65 \times 89.8bd^2 = 58.4bd^2$$

محدودیت مقطع از نظر درصد فولاد

جهت داشتن نرمی کافی و شکست از نوع کششی، حداکثر  $\rho$  محدود شده است. *ACI 10.3.5*

ماکزیم مقدار فولاد کششی در *ACI 318-02* به این صورت محدود می‌شود که کرنش کششی خالص در

دورترین فولاد کششی مقطع ( $\epsilon_f$ ) در لحظه محاسبه مقاومت اسمی مقطع، کمتر از 0.004 نباشد. ( $\epsilon_f > 0.004$ )



$$\frac{c}{d} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_t} \quad a = \beta_1 c$$

$$a_{\max} = \frac{0.003}{0.003 + 0.004} \beta_1 d$$

$$a_b \text{ از طرفی} = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_y} \beta_1 d$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_{\max}}{\rho_b} = \frac{a_{\max}}{a_b} = \frac{0.003 + \epsilon_y}{0.007}$$

$$\Rightarrow \rho_{\max} = \frac{6120 + f_y}{14280} \rho_b = \frac{6120 + f_y}{14280} \left\{ 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{6120}{6120 + f_y} \right\}$$

$$\Rightarrow \rho_{\max} = 0.364 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y}$$

در صورتی که فولادهای کششی در چند لایه قرار گرفته باشند، رابطه محاسبه شده به صورت زیر تصحیح می‌شود:

$$\rho_{\max} = 0.364\beta_1 \frac{d_t}{d} \frac{f'_c}{f_y}$$

$d$ : فاصله دورترین تار فشاری از مرکز سطح آرماتورهای کششی.

$d_t$ : فاصله دورترین تار فشاری از مرکز سطح دورترین آرماتور کششی.

حداقل مقدار فولاد از شکست ترد در عضو خمشی جلوگیری می‌کند.

ACI 10.5.1, 2

$$\rho_{\min} = \frac{0.794\sqrt{f'_c}}{f_y} \geq \frac{14}{f_y}$$

$$A_{s\min} = \frac{0.794\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \geq \frac{14}{f_y} b_w d$$

$b_w$ : عرض جان (در مقاطع T شکل)

**مثال:** ممان ماکزیمم تیرهای مستطیل شکل را با استفاده از حداکثر مقدار فولاد مجاز برای

$$f_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, f'_c = 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ محاسبه کنید.}$$

$$\rho_{\max} = 0.364\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} = 0.020627 \quad \beta_1 = 0.85 \text{ for } f'_c = 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\rho_b = 0.85\beta \frac{f'_c}{f_y} \frac{6120}{6120 + f_y} = 0.0285$$

$$T_{\max} = A_{s\max} f_y = \rho_{\max} b d f_y = 0.020627 b d \times 4200 = 86.6 b d$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{A_s}{b d} \frac{f_y d}{0.85 f'_c} = \rho \frac{f_y d}{0.85 f'_c} = 0.020627 \frac{4200 \times d}{0.85 \times 280} = 0.364 d$$



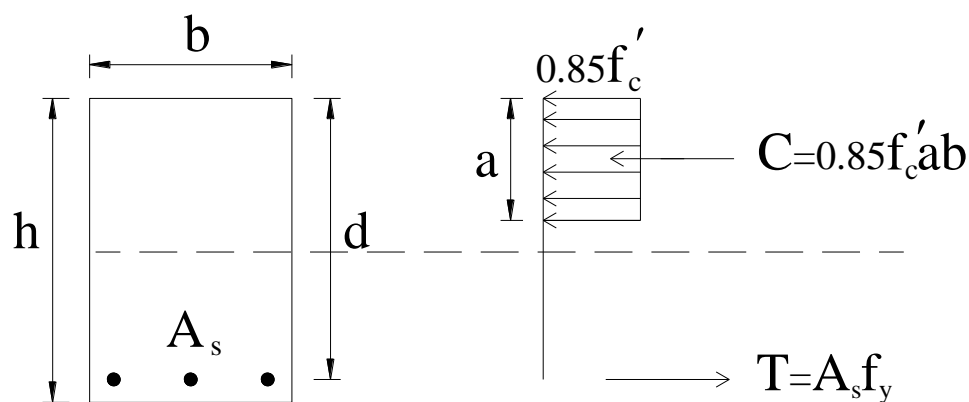
$$M_{\max}(M_n) = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = 86.6bd \left(d - \frac{0.364d}{2}\right)$$

$$= 70.86bd^2$$

برای مقطع بدون مارپیج  $\phi = 0.483 + 83.3\varepsilon_t = 0.483 + 83.3(0.004) = 0.8162$

$$M_n = 70.86bd^2 \quad \rightarrow M_u = \phi M_n = 57.84bd^2$$

### آنالیز مقطع مستطیل



$$C = T \quad C = 0.85 f'_c \cdot b \cdot a$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = A_s f_y \left[ d - \frac{A_s f_y d}{2(0.85 f'_c)(bd)} \right]$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad \rightarrow \quad M_n = A_s f_y \left(d - 0.59 \rho \frac{f_y d}{f'_c}\right)$$

$$w = \rho \frac{f_y}{f'_c} \quad \text{اندیس فولاد}$$

$$M_n = A_s f_y (d - 0.59wd) = A_s f_y d (1 - 0.59w)$$

$$M_n = A_s \left( f_y = \frac{w f'_c}{\rho} \right) d (1 - 0.59w) = A_s \frac{w f'_c}{\frac{A_s}{bd}} d (1 - 0.59w)$$

$$M_n = f'_c b d^2 w (1 - 0.59w)$$

$$M_u = \phi M_n = \phi [f'_c b d^2 w (1 - 0.59w)]$$

$$= \phi [A_s f_y d (1 - 0.59w)]$$

**مثال:** ممان نهایی را برای تیری مستطیلی با ابعاد  $A_s = 15.93 \text{ cm}^2$ ,  $d = 50 \text{ cm}$ ,  $b = 28 \text{ cm}$  و  $f_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ ,  $f'_c = 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  به دست آورید.

**حل:**

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200} = 0.00333 > \frac{0.794 \sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.00316$$

$$\rho_{\max} = 0.364 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} = 0.020627$$

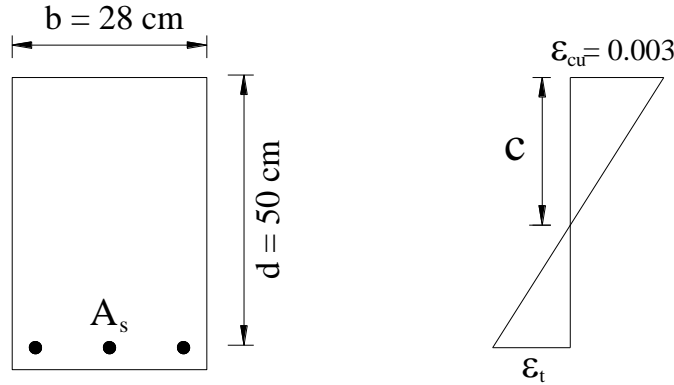
$$\rho \text{ موجود} = \frac{A_s}{bd} = \frac{15.93}{28 \times 50} = 0.0114 \quad \rho_{\min} < \rho < \rho_{\max}$$

$$\rho_{\min} = 0.00333 < \rho = 0.0114 < \rho_{\max} = 0.020627$$

$$T = A_s f_y = 15.93 \times 4200 = 66.906t$$

$$C = 0.85 f'_c b a = 0.85 \times 280 \times 28 \times a = 6.664a$$

$$T = C \quad \rightarrow a = 10.04 \text{ cm}$$

محاسبه  $\phi$ 

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{10.04}{0.85} = 11.81 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{d-c} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_t} \Rightarrow \frac{11.81}{38.19} = \frac{0.003}{\varepsilon_t}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_t = 0.0097 > 0.005 \Rightarrow \text{مقطع تحت کنترل کشش است} \Rightarrow \phi = 0.9$$

روش دوم برای پی بردن به این که مقطع تحت کنترل کشش است یا خیر:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_{tcl}}{d_t} = 0.375\beta_1 = 0.3187 \\ \frac{a}{d_t} = \frac{10.04}{50} = 0.2008 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{d_t} \leq \frac{a_{tcl}}{d_t} \Rightarrow \text{مقطع تحت کنترل کشش است.}$$

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = 15.93 \times 4200 \times \left( 50 - \frac{10.04}{2} \right) = 3009.4 \text{ t-cm}$$

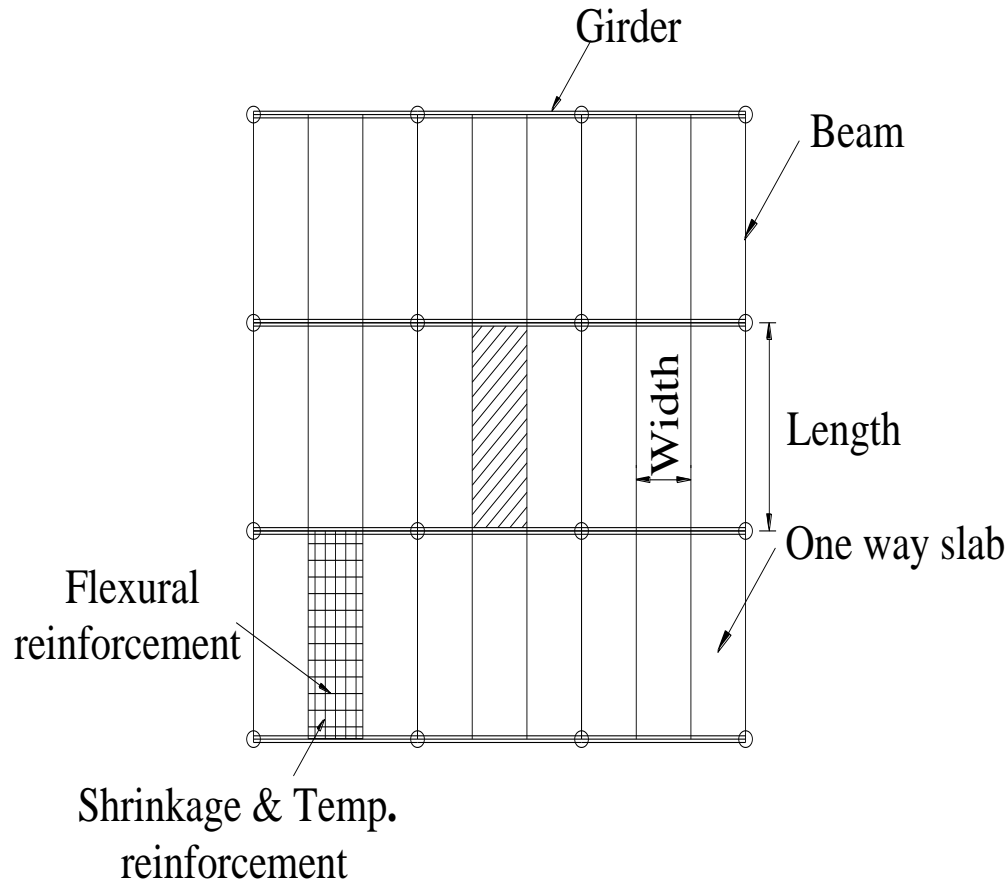
$$= 30.1 \text{ t-m}$$

$$M_u = \phi M_n = 0.9 \times 30.1 = 27.08 \text{ t-m}$$

**سیستم یکپارچه دال - تیر - شاتیر - Monolithic system of slab - beam - girder**

متداول‌ترین سیستم سازه‌های بتن مسلح است؛ که به دو صورت ممکن است وجود داشته باشد.

(a) دال‌های یک‌طرفه (one-way slabs)

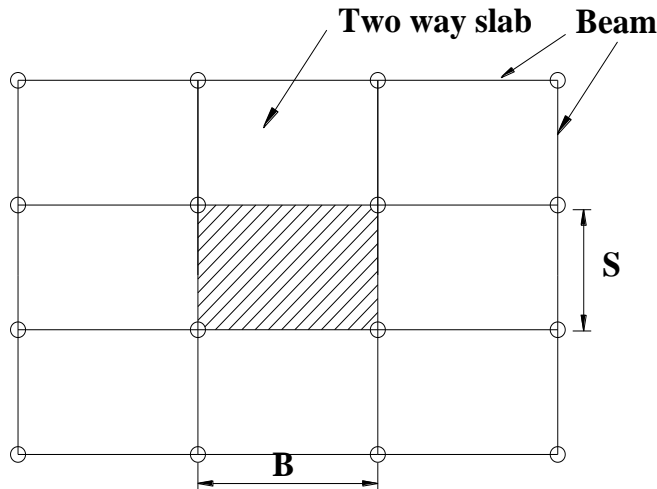


در دال‌های یک‌طرفه بار کف توسط دال‌ها به تیرهای مجاور انتقال داده می‌شود و با توجه به اینکه عرض  $2 \times$  طول

است، لذا خمش حول ۱ محور عمدتاً ایجاد می‌گردد و تیرهای عمود بر جهت بلند بار اندکی را تحمل می‌کنند.

## (b) دال‌های دو طرفه (Two-way slabs)

$$\frac{B}{S} < 2 \quad \text{عرض} < 2 \times \text{طول}$$



آنالیز دال‌های یک‌طرفه را مانند آنالیز یک تیر عریض و کم عمق می‌توان انجام داد. (به صورت یک تیر مستطیل آنالیز و طراحی نمود)

- آنالیز و طراحی برای (۱ متر عرض  $1ft$ ) انجام می‌گیرد.

فاصله آرماتورهای عرضی (اصلی یا خمشی) نباید بیش از ۳ برابر ضخامت دال یا  $46cm$  باشد.

$ACI 7.6.5 \rightarrow Spacing < 3h$  یا  $46cm$  (ضخامت)

معمولاً حداقل فولاد لازم برای دال‌های یک‌طرفه مقدار فولاد پیشنهادی  $ACI$  برای حرارت و جمع‌شدگی است.

$ACI 7.12, 8.10, 8.11$

آرماتورهای حرارت و جمع‌شدگی ( $ACI 7.12$ ) = این میلگردها عمود بر میلگردهای خمشی به کار برده می‌شود.

$ACI 7.12. 2.1$

$$a) f_y = 2800 \text{ or } 3500 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow (A_s)_{\min} = 0.0020bh$$

$$b) f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow (A_s)_{\min} = 0.0018bh$$

$$c) f_y > 4200 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow (A_s)_{\min} = \frac{0.0018 \times 4200}{f_y} bh$$

$$(A_s)_{\min} > 0.0014bh$$

$$(Spacing) < 5h \text{ or } 46cm \quad ACI7.12.2.2$$

### طراحی دال یک طرفه

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{A_s}{(b = 100cm)h}$$

s: فاصله بین میلگردها

$$n = \text{تعداد میلگردها در } 1 \text{ متر} = \frac{100cm}{s}$$

### حداقل ضخامت دال یک طرفه و تیرها

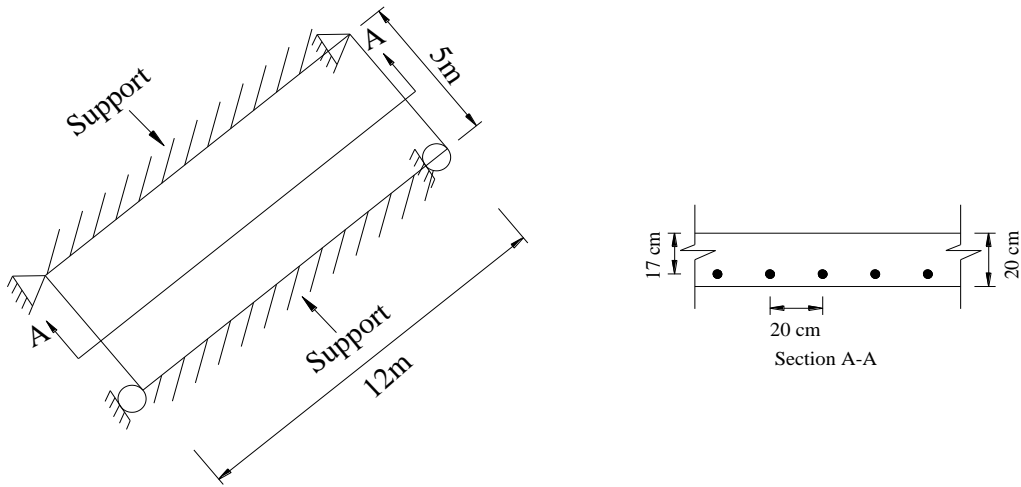
ACI. Table 9.5 (a)

مگر آنکه تغییر مکان تیر یا دال محاسبه و از مقدار مجاز آن‌ها در جدول ۹.۵(b) کمتر باشد.

دال‌های یکپارچه یک طرفه	l/20	l/24	l/28	l/10
تیر یا دال‌های یک طرفه دنده‌ای <i>Ribbed one way slab</i>	l/16	l/18.5	l/21	l/8
	تیر ساده	یک طرف گیردار	دو طرف گیردار	طره‌ای

9.5(a)

**مثال:** دال نشان داده شده در شکل را آنالیز کنید و مقدار بار قابل تحمل را بدون ضریب به دست آورید.



$$f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2}, \quad f_y = 2800 \frac{kg}{cm^2}, \quad \phi 16, \quad \gamma_c = 2400 \frac{kg}{m^3}$$

$$(A_s)_{\phi 16} = \frac{\pi(1.6)^2}{4} = 2.01 \text{ cm}^2 \text{ سطح مقطع هر آرماتور}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2.01}{20 \times 17} = 0.0059 > \rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{2800} = 0.005$$

$$\rho_{\min} = \frac{0.794\sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{0.794\sqrt{210}}{2800} = 0.0041$$

معمولاً در دال‌ها  $\rho$  از  $\rho_{\max}$  بیشتر نیست.

$$\rho_{\max} = \frac{6120 + f_y}{14280} \rho_b = 0.364\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} = 0.364(0.85) \frac{210}{2800} = 0.0232$$

$$\rho_{\min} = 0.005 < \rho = 0.0059 < \rho_{\max} = 0.0232$$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c ab$$

$$(2.01)(2800) = 0.85 \times 210 \times a \times 20 \rightarrow a = 1.58 \text{ cm}$$

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = (2.01)(2800) \left[ 17 - \frac{1.58}{2} \right] / 1000 \times 100$$

$$M_n = 0.9123 t - m / 20 \text{ cm}$$

محاسبه  $\phi$ : کنترل این که مقطع تحت کنترل کشش است یا خیر:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_{icl}}{d_t} = 0.375 \beta_1 = 0.3187 \\ \frac{a}{d_t} = \frac{1.58}{17} = 0.0929 \end{array} \right\} \frac{a}{d_t} < \frac{a_{icl}}{d_t} \Rightarrow \phi = 0.9 \text{ مقطع تحت کنترل کشش}$$

مقدار ممانی که می‌شود روی دال در  $20 \text{ cm}$  عرض اعمال نمود:

$$M_u = M_n \times 0.9 = 0.8211 \frac{t - m}{20 \text{ cm}}$$

$$M = \frac{wl^2}{8} \rightarrow w = \frac{8M}{l^2} = \frac{8 \times 0.8211 \times 1000}{(5)^2} = 262.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}(20 \text{ cm})}$$

$$w(\text{بر واحد سطح}) = 262.8 \times 5 = 1314 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

بارهای مرده (شامل وزن تیر و پوشش روی آن) و زنده با ضرایب مربوطه نباید از  $1314 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$  تجاوز نمایند.

$$1.2D + 1.6L = 1314 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

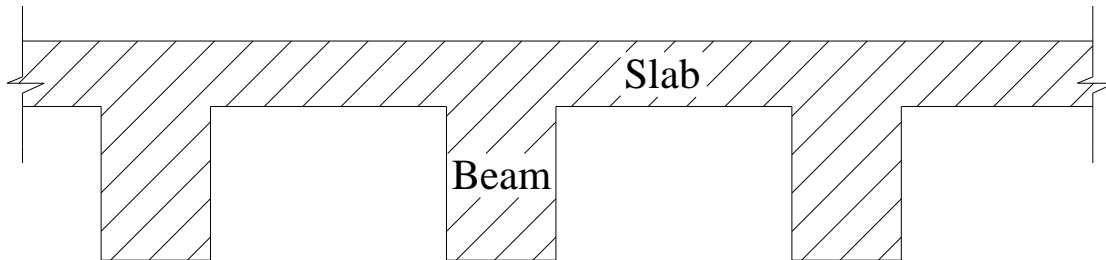
اگر بار مرده فقط وزن دال باشد بار زنده خواهد بود:

$$L = [1314 - 1.2(2400 \times 0.2 \text{ m}^3)] / 1.6 = 461.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

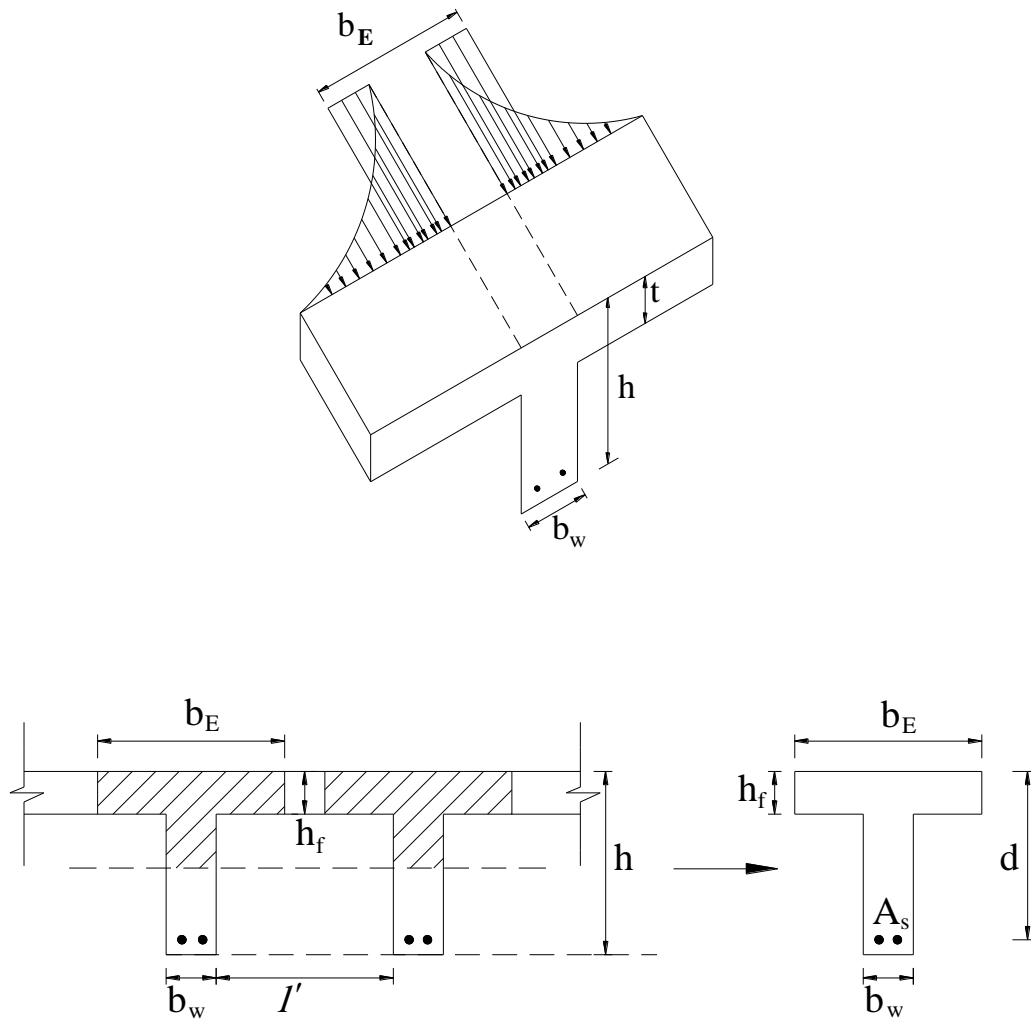


## تیرهای T شکل

معمولاً برای پوشش سقف از سیستم دال-تیر-شاتیر استفاده می‌شود که پس از کفراژبندی سیستم بتن المان یک‌جا ریخته می‌شود و به صورت یکپارچه درمی‌آید (*Monolithic*)؛ بنابراین قسمتی از دال که مستقیماً روی تیر قرار دارد، در تحمل نیروهای خمشی به تیر کمک می‌کند. در نتیجه یک تیر T شکل به وجود می‌آید که در آن دال تشکیل بال (*flange*)، و تیر زیرین تشکیل جان تیر T شکل را می‌دهند.



تنش‌های فشاری در بالای تیر ماکزیمم هستند و اگر بال‌ها تا بی‌نهایت ادامه داشتند در آنجا تنش به صفر می‌رسد، روی همین اصل فقط قسمتی از بال در تحمل نیروهای فشاری مؤثر فرض می‌شود و نتیجتاً *ACI*،  $b_E$  عرض مؤثر (*Effective width*) را پیشنهاد داده است.



برای شکل‌های یکپارچه ساخته شده ACI 8.10.2

عرض مؤثر،  $b_E$  کوچک‌ترین مقدار ذیل است:

$$a) b_E = \frac{l}{4} \quad \text{طول تیر} = l$$

$$b) b_E = b_w + 16h_f$$

$$c) b_E = b_w + l' = \text{فاصله مرکز تا مرکز تیرها}$$

برای تیرهای انتهایی به صورت T یا L شکل ACI 8.10.3

$$\begin{cases} a) b_E = b_w + \frac{l}{12} \\ b) b_E = b_w + 6h_f \\ c) b_E = b_w + \frac{l'}{2} \end{cases}$$

فاصله عرضی تا تیر بعدی =  $l'$

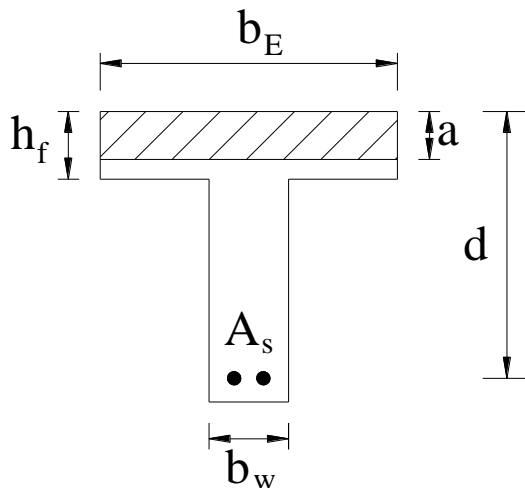
برای تیرهای T شکل مجزا ACI 8.10.4

$$b_E \leq 4b_w \quad \& \quad h_f \geq \frac{b_w}{2}$$

### آنالیز مقاطع T شکل

با توجه به موقعیت N.A. انجام می‌گیرد.

$$1) a \leq h_f$$



آنالیز همانند مقطع مستطیل است.

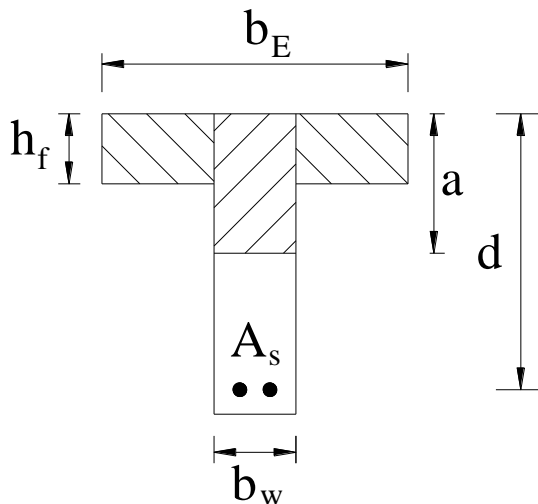
$$\begin{cases} C_c = 0.85 f'_c b_E a \\ T = A_s f_y \end{cases}$$

$$A_s \leq \frac{0.85 f'_c b_E h_f}{f_y} \quad \leftarrow a \leq h_f$$

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_E d} \leq \rho_{\max} = 0.364 B_1 \frac{f'_c}{f_y} \quad (\text{برای مقاطع مستطیلی})$$

2)  $a > h_f$



$$T = C_1 + C_2 = A_s f_y$$

$$\begin{cases} C_1 = 0.85 f'_c b_w a \\ C_2 = 0.85 f'_c (b_E - b_w) h_f \end{cases}$$

$$a = \frac{A_s f_y - 0.85 f'_c (b_E - b_w) h_f}{0.85 f'_c b_w}$$

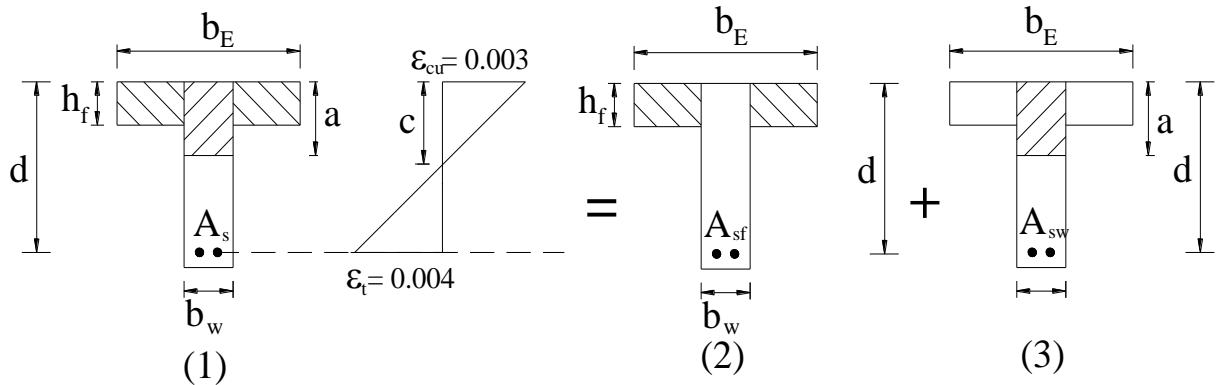
$$A_s = A_{sf} + A_{sw}$$

$$(A_{sf})f_y = 0.85f'_c(b_E - b_w)h_f \rightarrow A_{sf} = \frac{0.85f'_c(b_E - b_w)h_f}{f_y}$$

$$(A_{sw})f_y = 0.85f'_c b_w a \rightarrow a = \frac{A_{sw}f_y}{0.85f'_c b_w}$$

$$M_n = A_{sf}f_y \left(d - \frac{h_f}{2}\right) + A_{sw}f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

محاسبه  $\rho_{max}$  در حالتی که  $a > h_f$



مقدار  $A_{sf}$  بر اساس ظرفیت فشاری بال مشخص می‌شود.

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} \text{ : تعریف}$$

$\rho_{max}$  برای مقطع ۳ همانند مقطع مستطیلی می‌باشد.

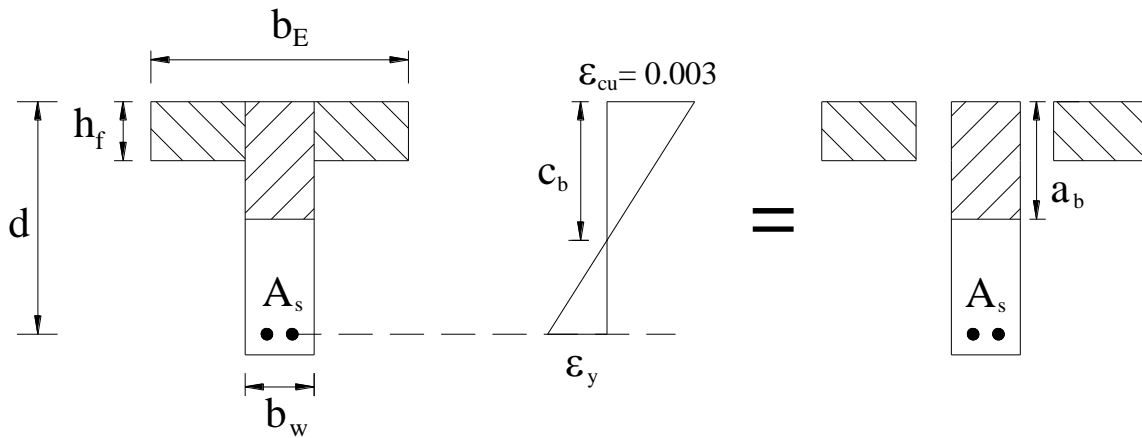
$$\Rightarrow \rho_{max,T} = \rho_{max} + \rho_f = 0.364\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} + \rho_f$$

راه حل متفاوت برای کنترل  $\rho_{\max}$ :

$$\frac{c_{\max}}{d_t} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_t} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{a_{\max}}{d_t} = \frac{3}{7} \beta_1$$

اگر  $\frac{a}{d_t} \leq \frac{a_{\max}}{d_t} \Rightarrow \varepsilon_t \geq 0.004, \rho < \rho_{\max}$

### Balance condition in T beams



$$\frac{c_b}{d} = \frac{6120}{6120 + f_y} = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} = \frac{F_y}{E}$$

$$C_{fb} = 0.85 f'_c (b_E - b_w) h_f \quad ; \quad C_{wb} = 0.85 f'_c b_w a_b$$

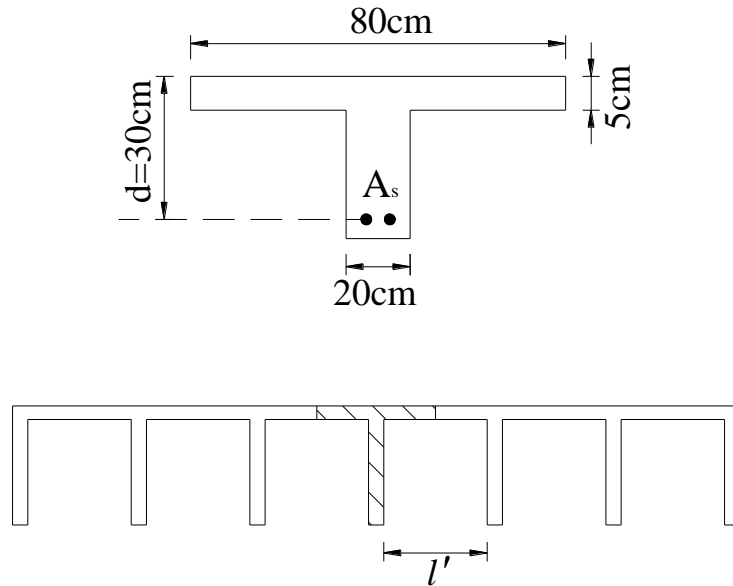
$$T_{fb} = A_{fb} f_y \quad ; \quad T_{wb} = A_{wb} f_y = \rho_{bw} b_w d f_y$$

$$\rho_b = \frac{A_s}{b_w d} \rightarrow T_b = \rho_b b_w d f_y = 0.85 f'_c b_w a_b + 0.85 f'_c (b_E - b_w) h_f$$

$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left[ \frac{a_b}{d} + \frac{(b_E - b_w) h_f}{b_w d} \right]$$

**مثال:** ممان نهائی تیر  $T$  شکل یکپارچه  $f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$ ,  $f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2}$ ,  $A_s = 19.5 cm^2$

برای تیر ساده با  $l = 3.2m$ ,  $l' = 60cm$  را به دست آورید.



**حل:** ACI 8.10.2

$$a) b_E = b_w + 16h_f = 20 + 16(5) = 100cm$$

$$b) b_E = \frac{l}{4} = \frac{320}{4} = 80cm$$

$$c) b_E = b_w + l' = 20 + 60 = 80cm \quad \rightarrow \quad b_E = 80cm$$

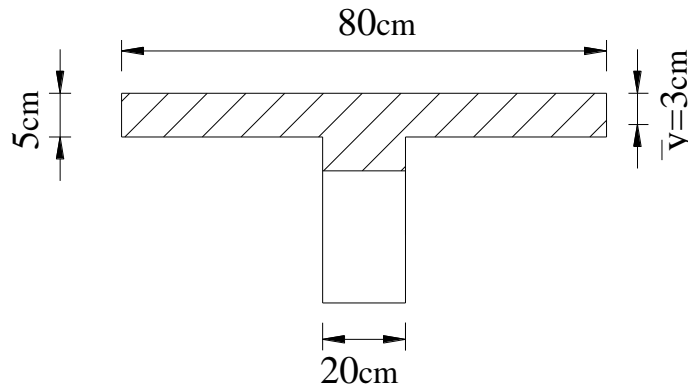
$$\begin{cases} T = A_s f_y = 19.5(4200) = 81900 kg \\ C(flange) = 0.85 f'_c b_E h_f = 0.85(210)(80)(5) = 71400 kg \end{cases}$$

$$C < T \quad \rightarrow \quad a > h_f$$

$$T = C_w + C_f \quad 81900 = 0.85(210)[(60)(5) + 20a]$$

$$a = 7.94cm$$

$$\bar{y} = \frac{(80)(5)(2.5) + (20)(2.94)\left[5 + \frac{2.94}{2}\right]}{(80)(5) + (20)(2.94)} = 3\text{cm}$$



$$M_n = A_s f_y (d - \bar{y}) = 81900(30 - 3)/10^5 = 22\text{t-m}$$

Check ACI limits:

$$\rho_{\min} = \frac{0.794\sqrt{f'_c}}{f_y} > \frac{14}{f_y}$$

$$\rho_{\min} = \frac{0.794\sqrt{210}}{4200} = 0.00247; \frac{14}{4200} = 0.0033 \rightarrow \rho_{\min} = 0.0033$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{19.5}{(20)(30)} = 0.0325 > \rho_{\min} \quad o.k.$$

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} = \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E}} = \frac{0.003}{0.003 + \frac{4200}{2.04 \times 10^6}} = 0.593$$

$$c_b = 0.593d = 0.593 \times 30 = 17.8\text{cm}$$

$$a_b = \beta_1 c_b = 0.85(17.8) = 15.1\text{cm}$$



$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left[ \frac{a_b}{d} + \frac{(b_E - b_w)}{b_w d} h_f \right]$$

$$\rho_b = 0.85 \frac{210}{4200} \left[ \frac{15.1}{30} + \frac{(80 - 20)5}{20 \times 30} \right] = 0.0426 \Rightarrow \rho < \rho_b$$

• فرض جاری شدن تمام آرماتورهای کششی صحیح می‌باشد.

$$\rho_{\max, T} = 0.364 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} + \rho_f$$

$$A_{sf} f_y = 0.85 f'_c (b_E - b_w) (h_f) \Rightarrow A_{sf} = \frac{0.85 \times 210 \times 60 \times 5}{4200} = 12.75 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} = \frac{12.75}{20 \times 30} = 0.02125$$

$$\rho_{\max, T} = 0.364 \times 0.85 \times \frac{210}{4200} + 0.02125 = 0.03672$$

$$\rho = 0.0325 < \rho_{\max} = 0.03672$$

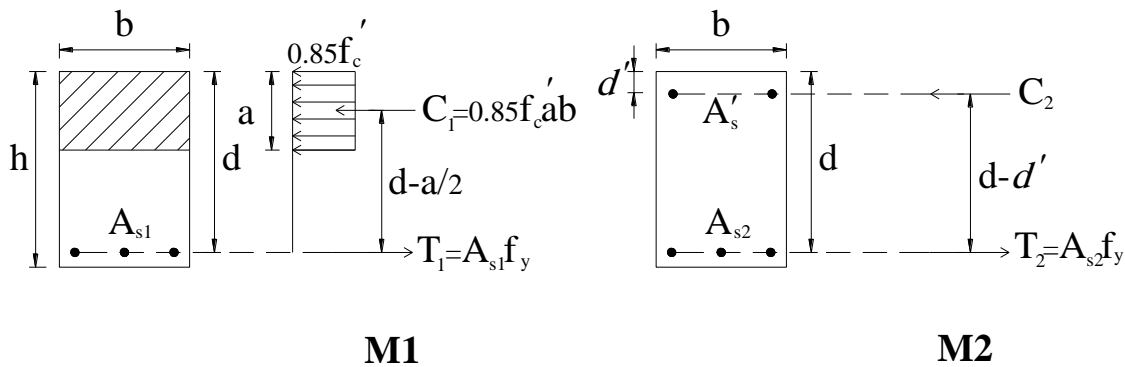
$$\rho_{\max} \text{ روش دیگر کنترل: } \frac{a}{d_t} = \frac{7.94}{30} = 0.2647 \leq \frac{3}{7} \beta_1 = 0.3643 \rightarrow \rho \leq \rho_{\max}$$

## آنالیز تیرهای مستطیل دوبله آرمه

در تیرها از آرماتور فشاری برای ۱- کاهش سطح مقطع و تغییر مکان (ناشی از خزش و جمع شدگی) استفاده می‌شود.

۲- برای افزایش نرمی اعضا به ویژه برای مناطق زلزله خیز استفاده از فولاد فشاری حائز اهمیت است.

۳- همچنین برای نگهداری خاموت برشی.



$$M = M_1 + M_2$$

فرض  $f'_s > f_y$  فولاد فشاری تسلیم شده:

$$M_2 = [A'_s f_y - 0.85 f'_c A'_s] (d - d') = A'_s (f_y - 0.85 f'_c) (d - d')$$

$$T_2 = A_{s2} f_y, \quad C_2 = A'_s (f_y - 0.85 f'_c), \quad C_2 = T_2$$

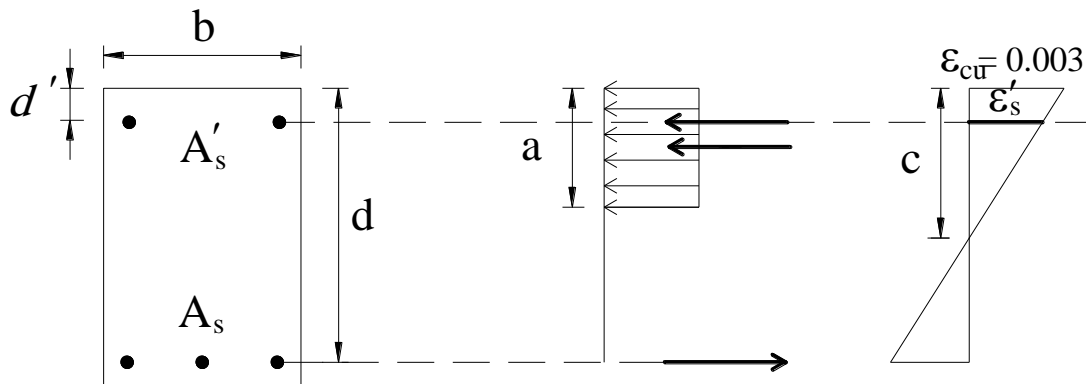
$$A'_s (f_y - 0.85 f'_c) = A_{s2} f_y \quad \rightarrow \quad A_{s2} = \frac{A'_s (f_y - 0.85 f'_c)}{f_y}$$

$$A_{s2} = A_s - A_{s1} \quad A_{s1} f_y = 0.85 f'_c b a \quad \rightarrow \quad a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$M = M_1 + M_2 \rightarrow \boxed{M = A_{s1} f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s (f_y - 0.85 f'_c) (d - d')}$$

فرض اگر فولاد فشاری تسلیم نشده باشد  $(f'_s < f_y)$ :

به طریق زیر می‌شود تعیین کرد که آیا فولاد فشاری تسلیم شده است یا خیر.



$$\frac{0.003}{c} = \frac{\varepsilon'_s}{c - d'}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{c - d'}{c} (0.003)$$

میلگرد بالانس برای تیرهای دوبله آرمه

$(-0.85A'_s f'_c) \rightarrow$  این مقدار قابل صرف نظر کردن است.

$$0.85 f'_c ab + A'_s f'_s = A_s f_s \quad (1)$$

$$0.85 f'_c \beta_1 cb + A'_s f'_s = A_s f_s$$

$$0.85 f'_c \beta_1 cb + A'_s f'_s = A_s f_y \quad (1a) \text{ برای حالت بالانس}$$

$$\varepsilon_s = \frac{0.003}{c} (d - c) \quad (2) \text{ از دیاگرام کرنش}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{0.003}{(0.003 + \varepsilon_s)}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} \quad \leftarrow \varepsilon_s = \varepsilon_y \text{ برای حالت بالانس}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_s}{E_s}}, \quad E_s = 2.04 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{6120}{6120 + f_y} \quad (3)$$

دو طرف بخش بر  $d$

$$(1a) \& (3) \rightarrow [0.85 f'_c \beta_1 c b + \rho' b d f'_s = \rho b d f_y] / d$$

$$0.85 f'_c \beta_1 \frac{c}{d} b + \rho' b f'_s = \rho b f_y$$

$$\rho = \frac{0.85 f'_c \beta_1 (\frac{c}{d}) + \rho' \frac{f'_s}{f_y}}{f_y}$$

با جایگزینی  $\frac{c}{d}$ :

$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) + \rho' \frac{f'_s}{f_y}$$

### محدودیت بیشترین مقدار فولاد کششی در مقاطع با فولاد فشاری

در ACI 318-14 در مقاطع با فولاد فشاری هم حداکثر فولاد کششی، به صورتی محدود می‌شود که کرنش

کششی خالص در دورترین فولاد کشش مقطع، کمتر از 0.004 نباشد. ( $\varepsilon_t \geq 0.004$ )

$$\varepsilon_t = 0.004 \xrightarrow{\text{سازگاری کرنشها}} \frac{a_{\max}}{d_t} = \frac{3}{7} \beta_1 \rightarrow a_{\max} = \frac{3}{7} \beta_1 d_t$$

تا سال ۱۹۹۹  $\rho < 0.75 \rho_b$  بود.

$$\text{تادل نیروها: } A_s \max f_y = 0.85 f'_c a_{\max} b + A'_s f'_{st}$$

$A'_s$ : سطح مقطع فولاد فشاری

$f'_{st}$ : تنش فولاد فشاری

$$\Rightarrow A_s \max = 0.364 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} b d_t + A'_s \frac{f'_{st}}{f_y}$$

$$\rho_{\max} = 0.364 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} + \rho' \frac{f'_{st}}{f_y} \Rightarrow \text{حداکثر آرماتور کششی در تیرهای دوبله:}$$

$$\rho_{\max} = 0.364 \beta_1 \frac{d_t}{d} \frac{f'_c}{f_y} + \rho' \frac{f'_{st}}{f_y} \quad \text{اصلاح } \frac{d_t}{d} \text{ برای بیش از ۱ لایه فولاد کششی}$$

$$\frac{\varepsilon'_s}{0.003} = \frac{c - d'}{c} = 1 - \frac{d'}{c}, \quad c = \frac{3}{7} d_t, \quad \varepsilon'_s = \frac{f'_{st}}{E_s}$$

$$\Rightarrow f'_{st} = 6120 \left(1 - \frac{7 d'}{3 d_t}\right)$$

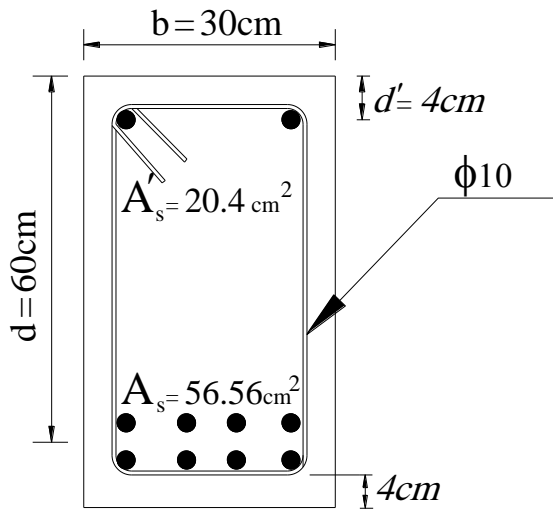
### شرط تسلیم فولاد فشاری wang & salmon

$$\rho - \rho' \left(1 - \frac{0.85 f'_c}{f_y}\right) \geq 0.85 \beta_1 \left(\frac{f'_c d'}{f_y d}\right) \left(\frac{6120}{6120 - f_y}\right)$$

یا می‌شود با استفاده از توزیع کرنش و دانستن مقدار  $c$  آن را تعیین نمود.

اگر نامساوی wang & salmon برقرار باشد فولاد فشاری تسلیم شده است.

مثال: ممان نهائی تیر مستطیل دوبله آرمه را به دست آورید.



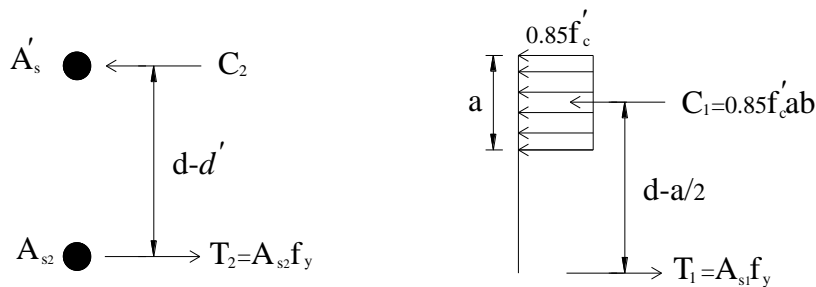
$$b = 30\text{cm} \quad A_s = 56.56\text{cm}^2 (8\phi 30)$$

$$d = 60\text{cm} \quad A'_s = 20.4\text{cm}^2 (2\phi 36)$$

$$d' = 4\text{cm} \quad f'_c = 210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad f_y = 2800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$h = 60 + 4 + 1.0 + 3 + 1.5 = 69.5\text{cm}$$

تیر نسبتاً عمیق است و امکان تسلیم شدن فولاد فشاری زیاد است. لذا فرض  $f'_s = f_y$



$$C_2 = T_2 \rightarrow A'_s (f_y - 0.85f'_c) = A_{s2} f_y$$

$$A_{s2} = \frac{20.4(2800 - 0.85 \times 210)}{2800} = 19.1 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_s - A_{s2} = 56.56 - 19.1 = 37.46 \text{ cm}^2$$

$$C_1 = T_1 \rightarrow a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{(37.46)(2800)}{0.85(210)(30)} = 19.6 \text{ cm}$$

$$\text{عمق N.A } c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{19.6}{0.85} = 23 \text{ cm}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{c - d'}{c} (0.003) = \frac{23 - 4}{23} (0.003) = 0.0025$$

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{2800}{2.04 \times 10^6} = 0.0014 < \varepsilon'_s = 0.0025 \rightarrow f'_s = f_y \quad \text{فرض ok است.}$$

روش ۲) با استفاده از فرمول wang-salmon برای بررسی اینکه آیا  $f'_s = f_y$  است یا خیر

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{56.56}{30 \times 60} = 0.03142$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{20.4}{30 \times 60} = 0.01133$$

$$\rho - \rho' \left( 1 - \frac{0.85 f'_c}{f_y} \right) \geq 0.85 \beta_1 \left( \frac{f'_c d'}{f_y d} \right) \left( \frac{6120}{6120 - f_y} \right) \leftarrow f'_s = f_y$$

$$0.03142 - 0.01133 \left( 1 - \frac{0.85 \times 210}{2800} \right) \geq 0.85 \times 0.85 \left( \frac{210 \times 4}{2800 \times 60} \right) \left( \frac{6120}{6120 - 2800} \right)$$

$$0.0208 \geq 0.0067 \text{ ok} \rightarrow f'_s = f_y$$

$$\begin{cases} M_2 = A'_s (f_y - 0.85 f'_c)(d - d') = 20.4(2800 - 0.85 \times 210)(60 - 4) / 10^5 \\ \qquad \qquad \qquad = 30t - m \\ M_1 = A_{s1} f_y (d - \frac{a}{2}) = (37.46)(2800)(60 - \frac{19.6}{2}) / 10^5 = 52.7t - m \end{cases}$$

$$M_n = 30 + 52.7 = 82.7t - m$$

$$\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{cu}} = \frac{d_t - c}{c} = \frac{\beta_1 d_t - a}{a} \quad d_t = 60 + 1.5 + 1.5 = 63$$

$$\Rightarrow \varepsilon_t = \varepsilon_{cu} \frac{\beta_1 d_t - a}{a} = 0.003 \times \frac{0.85 \times 63 - 19.6}{19.6} = 0.005196$$

$$\varepsilon_t = 0.005196 > 0.005 \Rightarrow \phi = 0.9 \Rightarrow M_u = \phi M_n = 0.9 \times 82.7 = 74.7t.m$$

$$\varepsilon_t = 0.005196 > 0.004 \Rightarrow \text{حداکثر فولاد مجاز در مقطع } \rho_{\max} \text{ رعایت شده است}$$

حال اگر مساحت بتنی را که فولاد فشاری جای آن را گرفته در نظر نگیریم خواهیم داشت:

$$M_2 = A'_s f_y (d - d') = 20.4(2800)(60 - 4) / 10^5 = 32t - m$$

$$A_{s2} = A'_s = 20.4 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{s1} = A_s - A_{s2} = 56.56 - 20.4 = 36.16 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{36.16 \times 2800}{0.85 \times 210 \times 30} = 18.91 \text{ cm}$$

$$M_1 = A_{s1} f_y (d - \frac{a}{2}) = 36.16(2800)(60 - \frac{18.91}{2}) / 10^5 = 51.2t - m$$

$$M_n = 51.2 + 32 = 83.2t - m$$

$$\varepsilon_t = 0.003 \times \frac{0.85 \times 63 - 18.91}{18.91} = 0.005496 > 0.005 \Rightarrow \phi = 0.9$$

$$\Rightarrow M_u = \phi M_n = 0.9 \times 83.2 = 74.9 t.m \text{ . اختلاف کمتر از ۱ درصد است.}$$



## طراحی تیرها به روش USD

آنالیز: ابعاد مقطع و مقدار فولاد داده شده‌اند و ظرفیت نهایی محاسبه می‌شود.

طراحی: بارها و خواص فولاد و بتن و بعضی از ابعاد مشخص شده‌اند و طراح باید سایر ابعاد مقطع و فولاد را محاسبه کند.

### مراحل طراحی

۱. انتخاب نوع مقطع و ابعاد آن.
۲. محاسبه مقدار فولاد و انتخاب اندازه و تعداد میلگردها در نقطه یا نقاط ممان ماکزیمم.
۳. تعیین نقاطی که میلگردها تا آنجا باید ادامه یابد. (طول گیرایی و طول وصله در صورت لزوم)
۴. کنترل نیروی برشی.
۵. کنترل ترک.
۶. کنترل تغییر مکان.

تیرهای مستطیل شکل: مجهولات معمولاً  $A_s, d, b \leftarrow$

$$\text{معلومات} \leftarrow M_n = \frac{M_u}{\phi}, f_y, f'_c$$

دال‌ها:  $b = 100\text{cm}$  داده شده و  $d, A_s$  مجهول هستند.

$T$  شکل:  $h_f, b_E$  بر اساس جزئیات طرح (طراحی) دال معین می‌شوند و محاسب بایستی  $A_s, d, b_w$  را محاسبه می‌کند.

چند نکته مهم برای طراحی:

$la$ : اگر یک ردیف فولاد به کار برده شود .....  $h = d + (6 - 7\text{cm})$

1b: اگر دو ردیف فولاد به کار برده شود ..... ( $h = d + (\cong 9cm)$ )

2- مقدار  $\rho$  به تغییر مکان علاوه بر ممان اعمالی بستگی دارد.

$\rho \cong 0.6(\rho_{max}) \cong 0.4\rho_b (0.375\rho_b)$  (محاسبات اولیه) preliminary design

معمولاً  $0.5\rho_{max}$  تا  $0.6\rho_{max}$  در نظر گرفته می‌شود.

3- ضخامت " $h$ " عضو را برای محاسبات اولیه از جدول 9.5a آیین نامه ACI به دست می‌آوریم؛ که در این صورت نیازی به کنترل تغییر مکان نمی‌باشد.

4- برای  $h, b$  از اعداد کامل بر حسب سانتی متر استفاده می‌شود.  $41cm$

5-  $d$  معمولاً با اعشار همراه است  $46.73cm$

6- سطح مقطع مستطیلی معمولاً دارای نسبت طول به عرض  $1.5$  تا  $2.5$  است.  $1.5 < \frac{h}{b} < 2.5$

7- در مقاطع  $T$  شکل، ضخامت بال معمولاً  $20\%$  تمام ارتفاع سطح مقطع است.

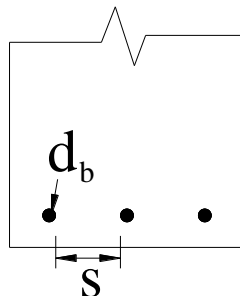
8- وزن مرده تیر معمولاً بین  $600 - 1000 \frac{kg}{m}$  و برای دال  $250 - 600 \frac{kg}{m^2}$ ،  $\gamma_c = 2400 \frac{kg}{m^3}$

### فاصله بین آرماتورها

ACI 7.6.6

ACI 7.6.1

ACI 7.6.2



ACI 3.3.3

(بزرگ‌ترین درشت دانه)  $\frac{4}{3}$  و  $25mm$  و  $S \geq d_b$

طراحی اعضای خمشی تک آرمه

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} \quad \text{تعداد مجهولات} = 3 \quad b, d, A_s \quad \text{معلومات}$$

$$(1) \quad \rightarrow C = T$$

$$(2) \quad \rightarrow M_n = (C = T)(d - \frac{a}{2})$$

دو معادله و سه مجهول داریم، بنابراین از نظر ریاضی جواب‌های زیادی داریم.

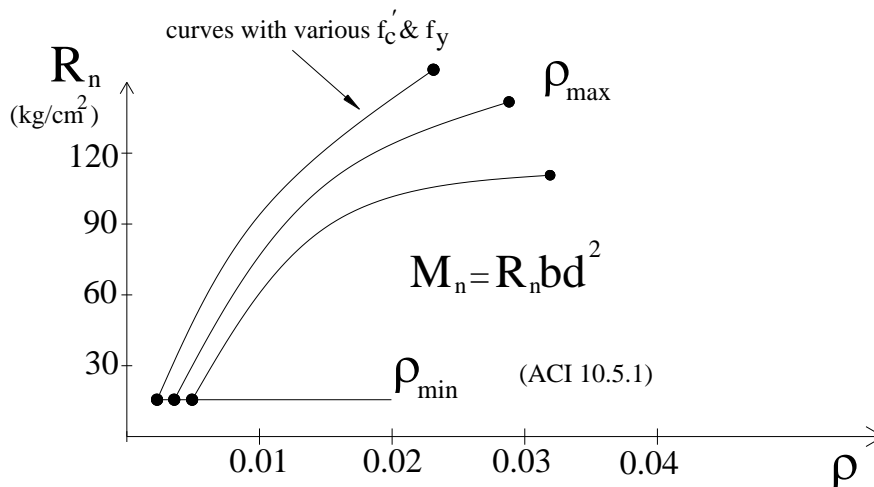
اگر  $\rho$  Preset باشد. (مثلاً  $0.6\rho_{\max}$ )

$$0.85 f'_c b a = \rho b d f_y \rightarrow a = \rho \left( \frac{f_y}{0.85 f'_c} \right) d$$

$$M_n = \rho b d f_y \left[ d - \frac{\rho}{2} \frac{f_y}{0.85 f'_c} d \right]$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} \rightarrow M_n = \rho b d f_y \left[ d - \frac{\rho}{2} m d \right] = \rho b d^2 f_y \left[ 1 - \frac{m\rho}{2} \right]$$

$$\boxed{\frac{M_n}{d^2 b} = \rho f_y \left[ 1 - \frac{1}{2} \rho m \right] = R_n} \quad R_n \left( \frac{kg}{cm^2} \right): \text{ضریب مقاومت}$$



$$\frac{M_n}{bd^2} = R_n = \rho f_y \left(1 - \frac{1}{2} \rho m\right)$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right]$$

اگر مقادیر  $d$  و  $b$  از قبل مشخص باشند، (یعنی  $R_n$  مشخص باشد) پس  $\rho$  را از فرمول به دست می‌آوریم و بالعکس اگر  $\rho$  از قبل مشخص باشد  $R_n$  را به دست می‌آوریم.

**مثال:** یک تیر مستطیلی برای ممان‌های سرویس  $M_d = 6.9t - m$  (شامل وزن تیر)  $M_l = 13.8t - m$  طراحی کنید.

$$f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}, \quad f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2}$$

$$M_u = 1.2D + 1.6L$$

**حل:**

$$= 1.2(6.9) + 1.6(13.8) = 30.36t - m$$

به فرض آن که مقطع تحت کنترل کشش طراحی شود ( $\epsilon_t \geq 0.005$ )،  $\phi = 0.9$  خواهد بود. بنابراین:

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{30.36}{0.9} = 33.73t - m$$

$$\rho_b = \frac{0.85\beta_1 f'_c}{f_y} \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) = \frac{0.85 \times 0.85 \times 210}{4200} \left( \frac{6120}{6120 + 4200} \right) = 0.0214$$

$$\rho_{\min} = \frac{0.794\sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{0.794\sqrt{210}}{4200} = 0.00274 < \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200} = 0.00333$$

$$\rho_{\max} = 0.364\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} = 0.364(0.85) \frac{210}{4200} = 0.01547$$

جهت کنترل تغییر مکان  $\rho \cong 0.375 \rho_b \cong \frac{1}{2} \rho_{\max} \Rightarrow \rho = 0.008$  Assume

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{4200}{0.85 * 210} = 23.53$$

$$R_n = \rho f_y \left(1 - \frac{1}{2} \rho m\right) = 0.008 \times 4200 \left[1 - \frac{1}{2} \times 0.008 \times 23.53\right] = 30.44 \frac{kg}{cm^2}$$

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2} \rightarrow bd^2 (\text{لازم}) = \frac{M_n}{R_n} = \frac{33.73 \times 10^5}{30.44} = 110819 cm^3$$

b	d	
20	74.4	N.G. $\frac{h}{b} > 2.5$
25	66.6	N.G. $\frac{h}{b} > 2.5$
30	60.8	
35	56.3	O.K. use $b = 35cm, d \cong 60cm$

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2} = \frac{33.73 \times 10^5}{35 \times (60)^2} = 26.77 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}}\right] = \frac{1}{23.53} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 23.53 \times 26.77}{4200}}\right] = 0.00694$$

به جهت افزایش  $d$  از  $56.3 cm$  به  $60cm$ ، نتیجتاً  $\rho$  از  $0.008$  به  $0.00694$  کاهش یافته است.

$$A_s = \rho b d = 0.00694 \times 35 \times 60 = 14.58 cm^2$$

$$\text{select} \rightarrow 4\phi 22 \rightarrow A_s = 15.20 cm^2$$

$$3\phi 25 \rightarrow A_s = 14.72 cm^2$$

$$2\phi 32 \rightarrow A_s = 16.085 cm^2$$

بهتر است از آرماتورهای ریزتر استفاده شود تا اینکه روی ترک کنترل داشته باشیم. لذا از

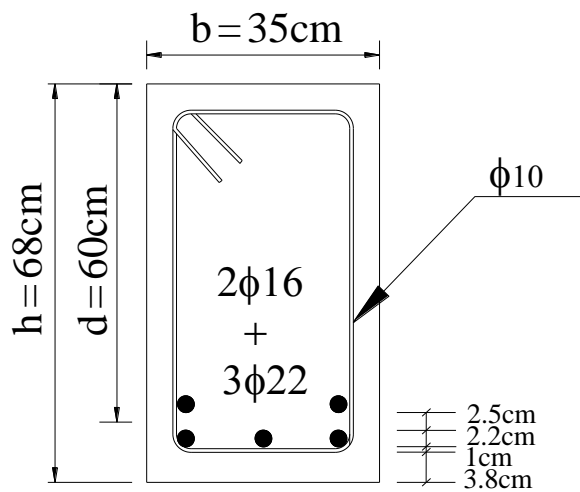
$$3\phi 22 + 2\phi 16 \rightarrow A_s = 15.42 \text{ cm}^2$$

11.4 4.02

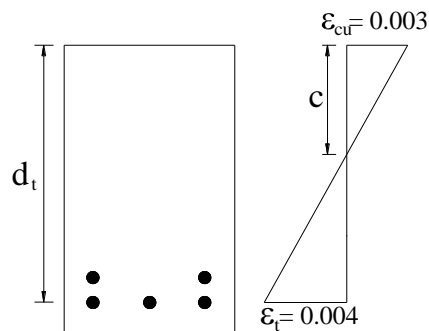
$$\text{check design: } T = A_s f_y = 15.42 \times 4200 = 64779 \text{ kg}$$

$$a = \frac{C \text{ or } T}{0.85 f'_c b} = \frac{64779}{0.88 \times 210 \times 35} = 10.37 \text{ cm}$$

$$M_n = 64779 \left( 60 - \frac{10.37}{2} \right) / 10^5 = 35.51 \text{ t-m} > 33.73 \text{ t-m o.k.}$$



کنترل این که آیا مقطع تحت کنترل کشش است یا خیر؟



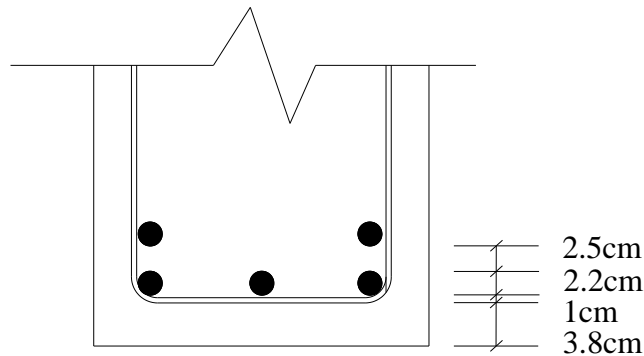
$$d_t = 60 + 1.25 + 1.1 = 62.35 \text{ cm} \quad , \quad c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{10.37}{0.85} = 12.2 \text{ cm}$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_t} = \frac{c}{d_t - c} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_t = \frac{62.35 - 12.2}{12.2} \times 0.003 = 0.0123$$

$\varepsilon_t = 0.0123 > 0.005$  مقطع تحت کنترل کشش است.

روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_{icl}}{d_t} = 0.375\beta_1 = 0.3187 \\ \frac{a}{d_t} = \frac{10.37}{62.35} = 0.1663 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{d_t} = 0.1633 < \frac{a_{icl}}{d_t} = 0.3187 \Rightarrow \text{مقطع تحت کنترل کشش است.}$$



$$\bar{y} = \frac{(A_s(3\phi 22) = 11.40)(3.8 + 1.0 + 1.1) + (A_s(2\phi 16) = 4.02)(3.8 + 1.0 + 2.2 + 2.5 + 0.8)}{11.40 + 4.20}$$

$$\bar{y} = 7.05 \text{ cm}$$

$$h = 60 + \bar{y} = 67.05 \text{ cm} \rightarrow \text{say } 68 \text{ cm}$$

$$\text{پوشش} = 3.8 + 0.95 = 4.75 \text{ cm}$$

خلاصه طراحی

۱. تعیین  $M_n$
۲. محاسبه  $R_n$  بر اساس  $\rho$  مفروض
۳. تعیین  $d, b$  از رابطه  $bd^2 = \frac{M_n}{R_n}$  (استفاده از جدول  $ACI 9.5(a)$  برای حدس اول)؛ یا محاسبه  $\rho$  بر اساس  $d$  و  $b$  موجود (مفروض) در مسأله
۴. محاسبه  $A_s$  و تعیین میلگردها
۵. انجام کنترل‌های لازم (تغییر مکان)، ترک، برش و جزئیات فولاد و بتن، طول گیرایی و طول وصله

طراحی تیرهای دوبله آرمه

دلیل استفاده از  $\rho'$  = کاهش تغییر مکان در اثر بار خزش، جمع‌شدگی (در طولانی مدت) و افزایش نرمی، نگهداشت خاموت.

- فرض بر این است که آرماتور فشاری به تنش تسلیم برسد، در غیر این صورت،  $f'_s$  متناسب با کرنش فشاری بتن محاسبه می‌شود.

**مثال:** مطلوب است  $A'_s, A_s$  برای حمل بارهای سرویسی

$$f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}, f'_c = 350 \frac{kg}{cm^2}, d' = 7.5cm, d = 65cm, b = 35cm$$

(وزن تیر در بار مرده)

(منظور شده است).

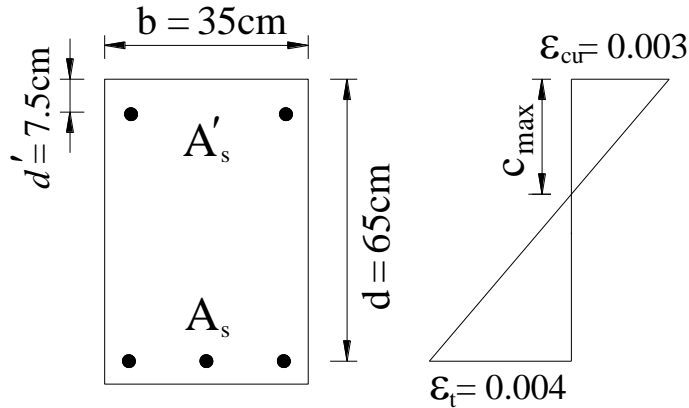


$$M_u = 1.2(28) + 1.6(54) = 120t - m$$

حل: محاسبه لنگر کل برای طراحی:

ابتدا ماکزیمم مقاومت و آرماتور لازم را برای تیر تک آرمه بر اساس ACI 318-08 محاسبه می‌کنیم.

$$c_{\max} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_t} d = \frac{0.003}{0.003 + 0.004} (65) = 27.86 \text{ cm}$$



$$C_{\max} = 0.85 f'_c b \beta_1 c_{\max}$$

$$= 0.85 \times 350 \times 35 \times 0.8 \times 27.86 / 10^3 = 232.07$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left( \frac{350 - 280}{70} \right) = 0.8$$

$$A_{s \max} = (\text{در مقطع تک آرمه}) = \frac{232.07}{4.200} = 55.25 \text{ cm}^2$$

$$M_{n \max} = 232.07 \left( 65 - \frac{0.8 \times 27.86}{2} \right) / 100 = 125t - m$$

$$\varepsilon_y < \varepsilon_t = 0.004 < 0.005 \rightarrow \text{مقطع در ناحیه انتقالی قرار دارد}$$

$$\Rightarrow \phi = 0.483 + 83.3 \varepsilon_t = 0.483 + 83.3 \times 0.004 = 0.8162 \text{ ضریب کاهش}$$

$$M_n (\text{لازم}) = \frac{M_u}{\phi} = \frac{120}{0.8162} = 147.02t - m > M_{n_{\max}} (\text{آر مه}) = 125t - m$$

بنابراین نیاز به فولاد فشاری است.

ابتدا حداقل فولاد فشاری لازم را تعیین می‌کنیم با ثابت نگه‌داشتن  $c = c_{\max}$ .

$$M_{n_2} = M_n - M_{n_1} = 147.02 - 125 = 22.02t - m: \text{ لنگر بر اساس آرماتور فشاری}$$

$$M_2 = (C_2 = T_2)(d - d') \quad T_2 = C_2 = \frac{22.02 \times 10^2}{(65 - 7.5)} = 38.3t$$

باید معادل آرماتور فشاری در پایین هم آرماتور کششی ایجاد کنیم تا کوپل ایجاد کند.

$$c_{\max} = 27.86 \text{ cm} \quad \text{آیا } f'_s = f_y \text{ است (فولاد فشاری تسلیم می‌شود؟)}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{c - d'}{c} \times 0.003 = \frac{27.86 - 7.5}{27.86} (0.003) = 0.00219$$

$$\varepsilon'_s = 0.00219 > \varepsilon_y = \frac{4200}{2.04 \times 10^6} = 0.00206$$

$$C_2 = A'_s (f_y - 0.85 f'_c) = 38.3 \Rightarrow A'_s (\text{لازم}) = \frac{38.3 \times 10^3}{4200 - 0.85 \times 350} = 9.81 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_2} = \frac{A'_s (f_y - 0.85 f'_c)}{f_y} = \frac{T_2}{f_y} = \frac{38.3}{4.2} = 9.12 \text{ cm}^2$$

$$A_s = A_{s_1} + A_{s_2} = 55.25 + 9.12 = 64.4 \text{ cm}^2$$

این مقدار فولاد کششی دقیقاً بیشترین مقدار مجاز بر اساس ACI 318-08 است.

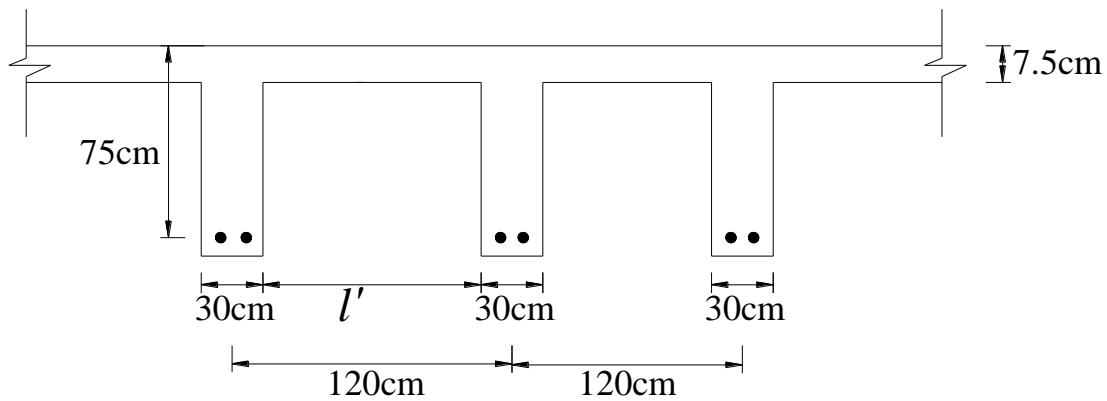
در مناطق لرزه خیز مقدار فولاد فشاری نباید کمتر از حداقل فولاد کششی مجاز  $\left( \frac{0.794 \sqrt{f'_c}}{f_y}, \frac{14}{f_y} \right)$  باشد. (برای بارهای

معکوس)

**مثال:** مقدار فولاد لازم برای هر یک از تیرهای T- شکل را به دست آورید.

$$f_y = 3500 \frac{kg}{cm^2} \quad , \quad f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2} \quad , \quad L = 6.1m \text{ تیر ساده}$$

$$M_d = 34.6t - m \quad , \quad M_L = 45t - m$$



**حل:**

$$M_u = 1.2(34.6) + 1.6(45) = 113.52t - m$$

$$\begin{cases} b_E \leq \frac{l}{4} = \frac{610}{4} = 152.4cm \\ b_E \leq b_w + 16h_f = 30 + 16(7.5) = 150cm \\ b_E \leq b_w + l' = 30 + 90 = 120cm \quad \text{it controls} \end{cases}$$

فرض می‌کنیم مقطع تحت کنترل کشش است:  $\phi = 0.9$

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{113.52}{0.9} = 126.13t - m$$

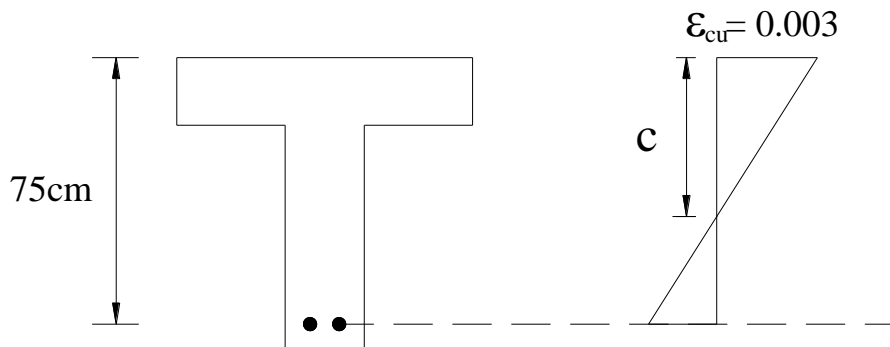
فرض:  $N.A$  در بال می افتد.  $M_n = 0.85 f'_c ab_E(d - \frac{a}{2})$

$$126.13 \times 10^5 = 0.85 \times 210 \times a \times 120(75 - \frac{a}{2})$$

$$a^2 - 150a = -1177.7 \quad \rightarrow (a - 75)^2 = -1177.7 + (75)^2$$

$$a - 75 = \pm 66.7 \quad \rightarrow a = 8.3 \text{ cm} > 7.5 \text{ cm}$$

کنترل این که مقطع تحت کنترل کشش است یا خیر؟



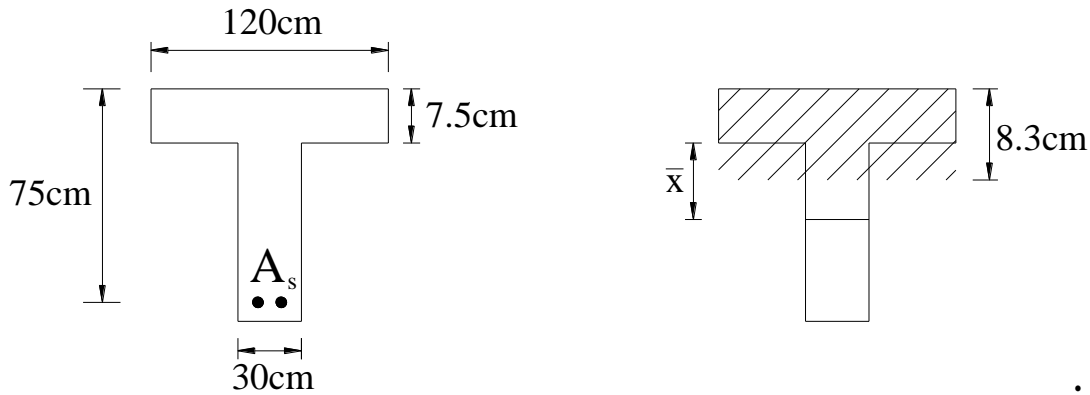
$$a = 10.7 \Rightarrow c = \frac{a = 10.7}{\beta_1 = 0.85} = 12.59 \text{ cm}$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_t} = \frac{c}{75 - c}$$

$$\varepsilon_t = \frac{75 - 12.59}{12.59} \times 0.003 = 0.0145 > 0.005$$

مقطع تحت کنترل کشش است.  $\phi = 0.9$

سطح مقطع T شکل را باید به صورت T بررسی نمود (i.e.  $a > h_f$ )

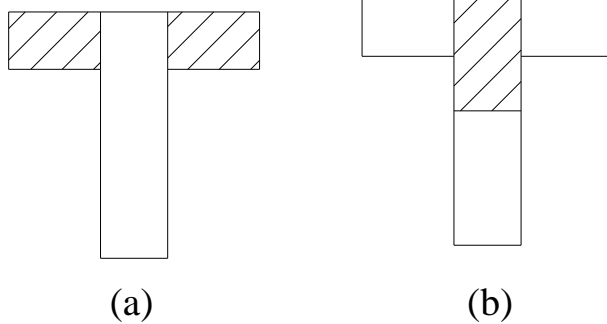


روش اول:

$$A_c = 8.3 \times 120 = 996 \text{ cm}^2$$

$$A_f = 7.5 \times 120 = 900 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Delta = 96 \text{ cm}^2 = (8.3 - 7.5)(120)$$

$$x = \frac{96}{30} = 3.2 \text{ cm}$$



روش دوم:

$$(a) A_f = 7.5(120 - 30) = 675 \text{ cm}^2$$

$$(b) A_w = 996 - 675 = 321 \text{ cm}^2$$

$$A_w = ab_w = 321 \rightarrow a = \frac{321}{30} = 10.7 \text{ cm} \rightarrow x = 10.7 - 7.5 = 3.2 \text{ cm}$$

$$(a) A_{sf} f_y = 0.85 f'_c ab \rightarrow A_{sf} = \frac{0.85 \times 210(120 - 30)(7.5)}{3500} = 34.43 \text{ cm}^2$$

$$(b) A_{sw} f_y = 0.85 f'_c (321) \rightarrow A_{sw} = \frac{0.85 \times 210 \times 321}{3500} = 16.37 \text{ cm}^2$$

فولاد کششی لازم برای بال و جان:  $A_s = A_{sf} + A_{sw} = 50.8 \text{ cm}^2$

$$\rho_{\min} = \frac{0.794 \sqrt{f'_c}}{f_y} < \frac{14}{f_y} = \frac{14}{3500} = 0.004 < \frac{A_s}{b_w d} = \frac{50.8}{30 \times 75} = 0.0225$$

$$c_b = \frac{6120d}{6120 + f_y} = \frac{6120}{6120 + 3500} (75) = 47.71 \text{ cm}$$

$$\alpha_b = \beta_1 c_b = 0.85(47.71) = 40.55 \text{ cm}$$

$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left[ \frac{a_b}{d} + \frac{(b_E - b_w)}{b_w d} h_f \right]$$

$$\rho_b = 0.85 \frac{210}{3500} \left[ \frac{40.55}{75} + \frac{90 \times 7.5}{30 \times 75} \right] = 0.0429 \rightarrow \rho = 0.0225 < \rho_b = 0.0429$$

فرض جاری شدن آرماتورهای کششی صحیح است.

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} = \frac{34.43}{30 \times 75} = 0.0153$$

$$\rho_{\max} = 0.364 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} + \rho_f = 0.364 \times 0.85 \times 210 / 3500 + 0.0153 = 0.03387$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{50.8}{30 \times 75} = 0.0225 < \rho_{\max} = 0.03387 \text{ o.k.}$$

اگر ok نبود بایستی ابعاد مقطع تغییر یابد.

$$A_s = 50.8 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{use } 5\phi 36 \text{ یا } 8\phi 30$$

بکارگیری  $\phi 24$  بهتر از  $\phi 30$  یا  $\phi 36$  است.

## کنترل ترک‌های خمشی در تیرها و دال‌ها

### عوامل ایجاد ترک

۱. تغییرات حجمی (انقباض، خزش، تنش‌های حرارتی، ناهمگونی فعالیت‌های شیمیایی بتن (فعالیت‌های قلیایی))
۲. تغییر مکان طولانی مدت (به علت خزش بتن در طول زمان) اختلاف حرکت (*differential movement*) در سازه‌ها.

۳. تنش ناشی از خمش

### ضرائب اطمینان:

*USD*: ابعاد المان‌ها کوچکتر ← احتمال ترک خوردگی بیشتر

$$F.S = (1.2 + 1.6) / 2 / (0.9 \text{ or } 0.65) = 1.56 - 2.15$$

$$F.S = \frac{1}{0.45} = 2.22 \quad :WSD$$

- ضریب ایمنی در روش *WSD* بیشتر از روش *USD* است. لذا امکان ایجاد ترک در طراحی به روش *WSD* کمتر از روش *USD* است.

افزایش عرض ترک: محیط جهت خوردگی فولاد آماده می‌شود. (رطوبت، نمک (هوا-آب)، خشک و خیس شدن، آب‌شدن و یخ‌زدن)

جلوی ترک را نمی‌شود گرفت: ولی بهتر است تعداد زیادی ترک‌های مویی داشته باشیم به جای داشتن چند ترک عریض.

کنترل ترک با پخش میلگردها و استفاده از میلگردهای کوچکتر به جای بزرگتر انجام می‌گیرد.

تحقیقات آزمایشگاهی نشان می‌دهد که: ترک به  $f_s$ ، پوشش و سطح کشش بتن در محل آرماتورها بستگی دارد.

*ACI 318-02*: برای کنترل ترک، ضوابطی برای فاصله‌گذاری آرماتورها ارائه کرده است. *ACI 10.6.4*

فاصله گذاری  $S$  بین نزدیک‌ترین آرماتورها به وجه کششی نباید از مقدار زیر تجاوز کند:

$$S_{\max} = \frac{95000}{f_s} - 2.5C_c \leq 30\left(\frac{2520}{f_s}\right)$$

$S_{\max}$ : حداکثر فاصله بین آرماتورها را به صورت افقی مشخص می‌کند.

$C_c$ : پوشش آزاد بتن روی فولادهای خمشی = cover

$f_s$ : تنش محاسباتی در فولادها تحت بارهای بدون ضریب است که می‌توان آن را برابر با  $0.6f_y$  در نظر گرفت.

### خلاصه کنترل ترک بر اساس ACI 318-02 (10.6)

۱. میلگردها باید آجدار باشند.

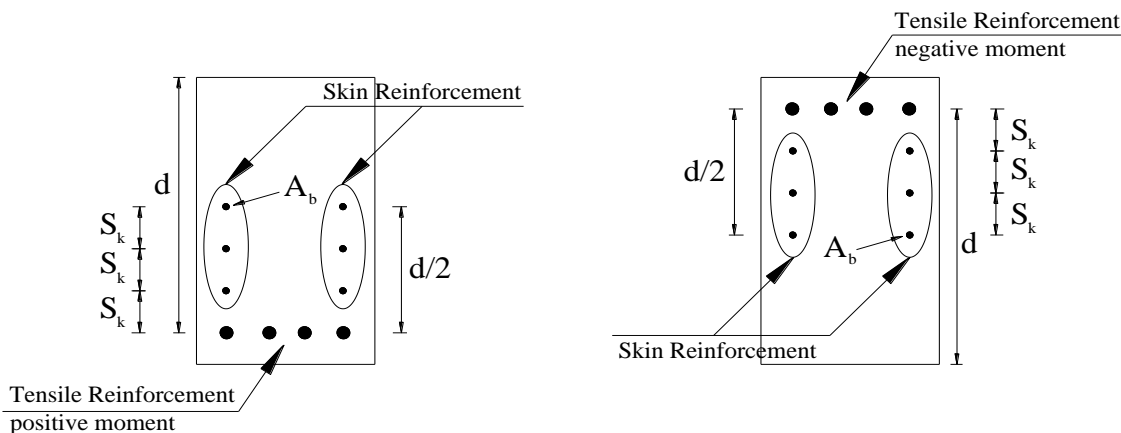
۲. میلگردها باید در قسمت بیشترین کشش به طور مناسبی پخش شوند (کنترل  $S$ )

۳. باید  $f_y < 5600 \frac{kg}{cm^2}$  باشد (ACI 9.4)

۴. برای تیرهای عمیق (*deep girders*)  $d > 90cm$  ← (ACI 10.6.7)

در تیرهای عمیق به جهت کنترل بازشدگی ترک‌ها در عمق تیر، از فولادهای جلدی (*Skin reinforcement*) با

توزیع یکنواخت در دو وجه تیر و در محدوده  $\frac{d}{2}$  از فولادهای کششی خمشی استفاده می‌شود.



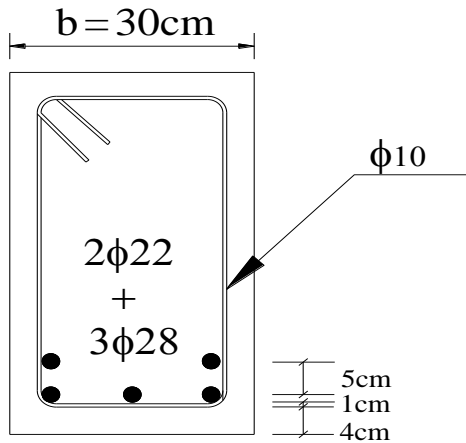


$$S_k \leq \min \left\{ \frac{d}{6}, 30\text{cm}, \frac{1000A_b}{d-75} \right\}$$

می‌توان چنین آرماتورهایی را در محاسبات مقاومت منظور نمود. به شرطی که یک آنالیز همسازی کرنش‌ها برای تعیین تنش در تک‌تک میلگردها انجام شود. (بهتر است منظور نشود، دکتر خالو)

کل مساحت آرماتور جلدی طولی در هر دو وجه نباید از نصف آرماتور کششی خمشی مورد نیاز بیشتر شود.

**مثال:** مقطع را برای ترک کنترل کنید.



$$A_s \begin{cases} 2\phi 22 \rightarrow A = 7.6\text{cm}^2 \\ 3\phi 28 \rightarrow A = 18.48\text{cm}^2 \end{cases}$$

$$f_y = 3500 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 5600$$

$$\text{cover} = C_c = 4 + 1 = 5\text{cm}$$

$$f_s \text{ : ماکزیمم } f_s = 0.6f_y = 0.6 \times 3500 = 2100$$

$$S_{\max} = \frac{95000}{f_s} - 2.5C_c = 32.74\text{cm} \leq 30\left(\frac{2520}{2100}\right) = 36\text{cm}$$

$$S = \frac{30 - 2(4+1) - 3 \times 2.8}{2} = 11.6 \ll S_{\max}$$

در نزدیکترین آرماتورها به وجه کششی

$$S_{\max} = \frac{95000}{2100} - 2.5C_c = 30\left(\frac{2520}{f_s}\right) = 30\left(\frac{2520}{2100}\right) = 36$$

پوشش آزاد بتن کمتر از  $3.7\text{cm}$  مجاز نیست. زیرا احتمال ترک‌های عریض وجود دارد.

شاید این روش برای کنترل  $C_c$  صحیح نباشد،  $ACI$  چیزی در این خصوص نمی‌گوید و فقط برای محاسبه  $S_{\max}$

به صورت عددی  $input$  در فرمول استفاده می‌شود.

### طول گیرایی Development length

➤ فرض: چسبندگی کامل بین فولاد و بتن وجود دارد؛ یعنی تحت بارهای سرویس هیچ‌گونه لغزشی

(*slip*) فولاد در رابطه با بتن انجام نمی‌دهد.

➤ اگر میلگردها در بتن به اندازه کافی مهار نشوند، تحت کشش از بتن بیرون کشیده می‌شود.

**طول گیرایی:** طولی که لازم است میلگرد در بتن قرار گیرد تا تحت بار، فولاد به تنش تسلیم خود برسد.

مکانیسم انتقال تنش:

۱. *Adhesion* (چسبندگی بین میلگرد و بتن) مقدارش کم است.

محصولیت آرماتورهای کششی به وسیله خاموت‌ها یا آرماتورهای مارپیچ به صورت قابل توجهی شکست

چسبندگی را تا زمانی که چند ترک نسبتاً شدید شکل بگیرد، به تأخیر می‌اندازد.

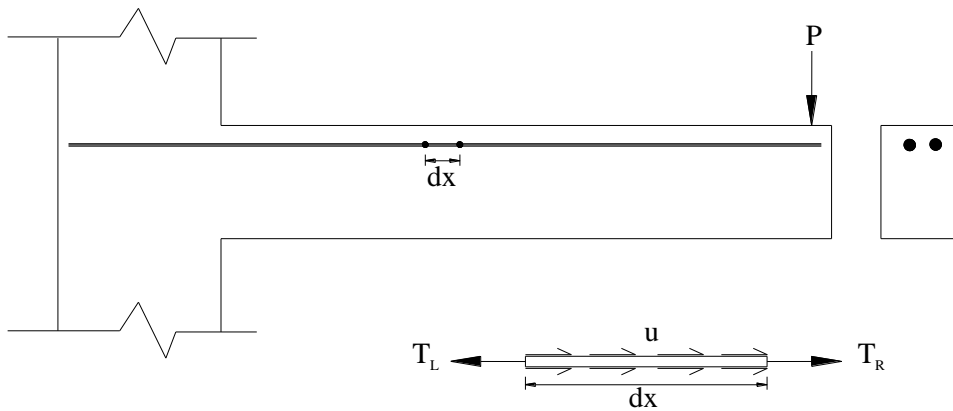
۲. *Friction* (اصطکاک بین میلگرد و بتن) که پس از شکست چسبندگی عمل می‌کند.

موارد ۱ و ۲ برای میلگردهای ساده در نظر گرفته می‌شوند و بدون قلاب انتهایی و طول نسبتاً زیاد امکان رسیدن به تسلیم آنها کم است.

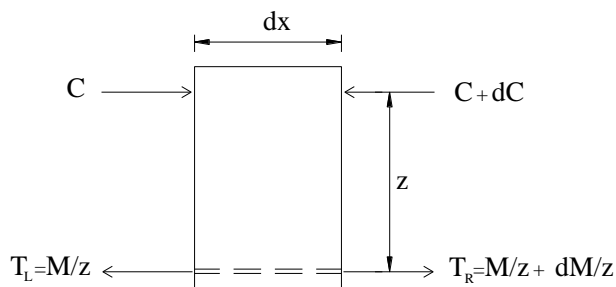
۳. عملکرد اتکایی میلگرد با بتن (برخورد آج‌ها)

بیشترین تکیه روی مورد سوم است.

### چسبندگی (Bond) بین میلگرد و بتن



میانگین تنش چسبندگی خمشی  $u =$



$$T_R = \frac{M}{z} + \frac{dM}{z}$$

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow u \pi d_b dx = T_L - T_R = dT$$

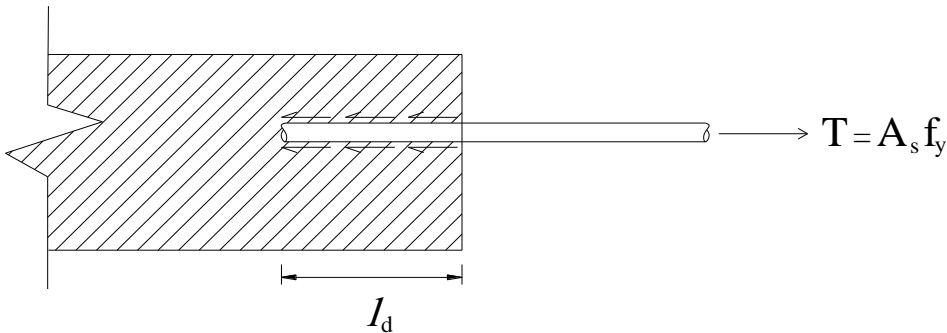
$$u = \frac{dT = \frac{dM}{z}}{\pi d_b dx} = \frac{(dM / dx)}{\pi d_b z} = \frac{V}{\pi d_b z}$$

$d_b$ : قطر میلگردها،  $u$ : تنش چسبندگی

$$u = \frac{V}{(\sum \pi d_b) z}$$

$z$ : فاصله بین دو نیرو،  $\sum \pi d_b$ : مجموع محیط میلگردها

### رابطه چسبندگی با طول گیرایی



$l_d$ : طول گیرایی:

$$T = A_s f_y$$

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow A_s f_y = u \pi d_b l_d$$

$$\left( A_s = \frac{\pi d_b^2}{4} \right) f_y = u \pi d_b l_d \quad \rightarrow l_d = \frac{d_b f_y}{4u}$$

$$u = \frac{V}{(\sum \pi d_b) z}$$

تا سال 1963، ACI تأکید روی تنش چسبندگی داشت. از سال ۱۹۷۱ به بعد ACI طول گیرایی را پیشنهاد داد.

**طول گیرایی برای آرماتورهای کششی**

رابطه اصلی برای محاسبه طول مهار  $L_d$  برای میلگردهای آجدار تحت کشش رابطه 12.1 از بند 12.2.3 می‌باشد.

$$L_d = \left[ \frac{f_y}{3.5\sqrt{f'_c}} \frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{\left(\frac{C + K_{tr}}{d_b}\right)} \right] d_b \geq 30cm \quad \left(\frac{C + K_{tr}}{d_b}\right) \leq 2.5$$

$\alpha$ : ضریب موقعیت آرماتور

$\beta$ : ضریب روکش

$\gamma$ : ضریب اندازه آرماتور

$\lambda$ : ضریب بتن دانه سبک

$C$ : می‌بینیم مقادیر ۱- فاصله مرکز میلگرد تا نزدیک‌ترین وجه بتن ۲- یک‌دوم فاصله‌گذاری مرکز به مرکز میلگردهایی که قرار است مهار شوند.

$K_{tr}$ : ضریبی است که سهم کمکی آرماتور محصورکننده و گذرنده از صفحات مستعد شکاف خوردگی را نمایانگر می‌باشد. (شاخص آرماتور عرضی)

$d_b$ : قطر اسمی میلگرد

بالحاظ کردن مقادیر  $\gamma$ ,  $\frac{C + K_{tr}}{d_b}$  روابط ساده‌تری برای محاسبه طول مهار در بند 12.2.2 آورده شده است.

**ضرایب مورد استفاده برای طول مهار میلگردهای آجدار تحت کشش:**

$\alpha$ : ضریب موقعیت آرماتور

برای میلگردهایی که حداقل  $30cm$  بتن تازه در زیر آنهاست. (میلگرد فوقانی)

$\alpha = 1.3$

آرماتور فوقانی

$$\alpha = 1$$

سایر آرماتورها: (آرماتور تختانی می‌تواند طول کمتری داشته باشد)

**$\beta$ : ضریب روکش: جلوگیری از خوردگی**

$$\beta = 1.5$$

برای میلگردهای با روکش اپوکسی با پوشش کمتر از  $3d_b$  یا فاصله آزاد کمتر از  $6d_b$

$$\beta = 1.2$$

سایر میلگردهای با روکش اپوکسی

$$\beta = 1$$

آرماتور بدون روکش

حاصلضرب  $\alpha\beta$  نیاز نیست از 1.7 بزرگتر شود.  $\alpha\beta \leq 1.7$

**$\gamma$ : ضریب اندازه آرماتور**

میلگردهای  $\phi 18$  و کوچکتر  $\gamma = 0.8$

میلگردهای  $\phi 20$  و بزرگتر  $\gamma = 1$

**$\lambda$ : ضریب بتن دانه سبک**

هرگاه از بتن دانه سبک استفاده شود.  $\lambda = 1.3$

اگر  $f_{ct}$  مشخص شده باشد.  $\lambda = 1.78 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_{ct}} \geq 1$

$f_{ct}$ : مقاومت کششی بتن آزمایشی کشش برزیلی

هرگاه از بتن معمولی استفاده شود.  $\lambda = 1$

**$k_{tr}$ : شاخص آرماتور عرضی**

$A_{tr}$ : کل مساحت سطح مقطع آرماتور عرضی  $K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{105 S n}$

$f_{yt}$ : مقاومت تسلیم آرماتور عرضی، (خاموت)

$S$ : فاصله حداکثر آرماتور عرضی در داخل  $L_d$

$n$ : تعداد میلگردهایی که قرار است وصله یا مهار شوند.

به هنگام طراحی به عنوان یک ساده‌سازی می‌توان از  $K_{tr} = 0$  استفاده کرد، حتی اگر آرماتور عرضی وجود داشته باشد.

### ضریب آرماتور مازاد:

در اعضای خمشی که فولاد بیش از فولاد لازم به کار برده شده است، طول مهاری در ضریب کاهش زیر ضرب می‌شود:

$$\frac{A_s(\text{لازم})}{A_s(\text{موجود})} \leq 1.0 \quad \frac{A_s(\text{لازم})}{A_s(\text{موجود})} \times L_d$$

### طول گیرایی اصل میلگردهای تحت فشار ACI 12.3

$$l_{dbc} = 0.0755 d_b f_y / \sqrt{f'_c} \geq 0.0043 d_b f_y$$

$$l_{dc} = [l_{dbc}] \times \left[ \frac{A_s(\text{لازم})}{A_s(\text{موجود})} \right] \times [\eta] \geq 20cm$$

برای میلگردهای محصور شده با مارپیچ ( $d_b > 6.5mm$  و  $s < 10cm$ ) یا میلگردهای محصور شده در داخل تنگ‌های

$$\phi 12 \text{ مطابق بند } 7.10.5 \text{ با فاصله حداکثر } 10cm \text{ برابر } 0.75 \text{ می‌باشد. } \eta = 0.75$$

در سایر موارد  $\eta = 1.0$

### طول گیرایی برای گروه میلگردها (Bundled bars)

بیش از ۴ میلگرد نباید به هم بسته شوند. , ACI 7.6.6, ACI 12.4

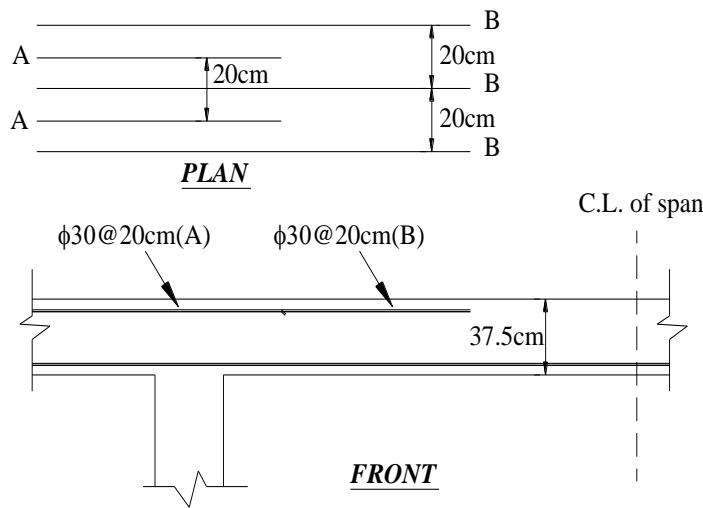
برای دو میلگرد پهلوی یکدیگر طول گیرایی برابر است با طول گیرایی یکی از میلگردها، به اندازه ۲۰٪ برای سه میلگرد و ۳۳٪ برای چهار میلگرد، طول گیرایی افزایش می‌یابد.

**مثال:** طرز قرار گرفتن آرماتورهای روی تکیه‌گاه یک دال نشان داده شده است. (پوشش = 4cm) فاصله مرکز تا

مرکز میلگردهای هم طول 20cm،  $f_y = 4900$  و بتن تمام سبک و  $f'_c = 280 \frac{kg}{cm^2}$  و

$$\frac{A_s(\text{لازم})}{A_s(\text{موجود})} = 0.95$$

مطلوب است: طول گیرایی برای میلگردهای "A"



**حل:**

$$L_d = \left[ \frac{f_y}{3.5\sqrt{f'_c}} \frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{\left(\frac{C + K_{tr}}{d_b}\right)} \right] d_b \geq 30cm$$

پوشش روی آرماتور ۴ سانتی متر می‌باشد.

$\alpha = 1.3 \Rightarrow$  ضخامت بتن پایین آرماتور بیش از 30cm است.

$\beta = 1 \Rightarrow \alpha\beta = 1.3 < 1.7 \Rightarrow$  آرماتور بدون روکش



$\phi 30 \Rightarrow \gamma = 1$  ;  $\Rightarrow$  بتن دانه سبک  $\Rightarrow \lambda = 1.3, C = 4cm + 1.5m = 5.5cm, K_{tr} = 0$

$$L_d = \left[ \frac{4900}{3.5\sqrt{280}} \frac{1.3 \times 1 \times 1 \times 1.3}{\left(\frac{5.5+0}{3}\right)} \right] \times 3 \times \left[ \frac{A_s(\text{لازم})}{A_s(\text{موجود})} = 0.95 \right] = 219.8cm$$

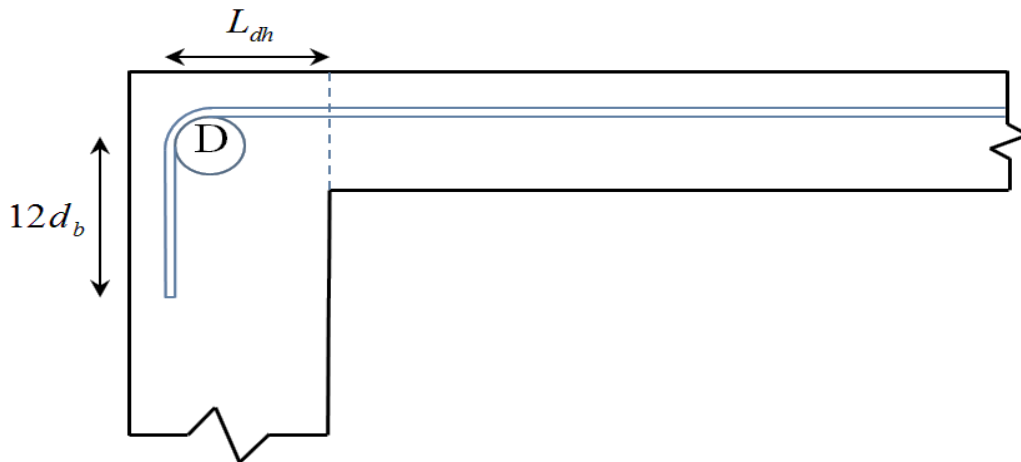
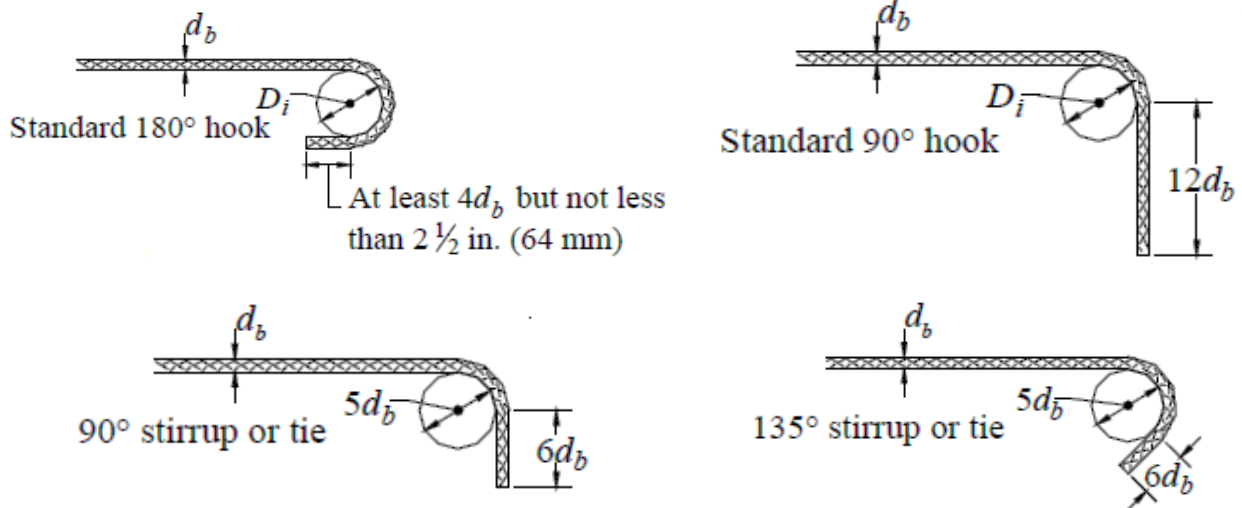
$$\approx 220cm$$

### قلاب‌های استاندارد

برای میلگردهای اصلی:

هرگاه محدودیت طول تیر برای جا دادن طول گیرایی داشته باشیم از قلاب‌های استاندارد استفاده می‌کنیم.

ACI 7.1,7.2



D = قطر چرخش میلگرد  $\leftarrow$  بستگی به قطر میلگرد دارد.

برای خاموت‌ها  $ACI 7.1.3$

$ACI 77$  ← طول گیرایی = طول گیرایی قسمت مستقیم + طول گیرایی قلاب مساوی طول گیرایی مستقیم

$ACI 83$  ← طول گیرایی = مستقل از طول گیرایی ( $l_d$ ) که  $f_y$  را ایجاد می‌کند پیشنهاد شده ( $l_{dh}$ )

طول گیرایی اصل برای ایجاد  $f_y$  در میلگرد قلابدار  $l_{dhb}$

$$L_{dhb} = (0.075 \beta \lambda f_y / \sqrt{f'_c}) d_b$$

$\lambda = 1.3 \Rightarrow$  بتن دانه سبک و  $\beta = 1.2$ : آرماتور با پوشش اپوکسی

سایر حالات  $\beta, \lambda = 1$

$$L_{dh} = (L_{dhb}) \left( \frac{b}{c} \right) \geq (15cm, 8d_b), \text{ ACI 12.5.1}$$

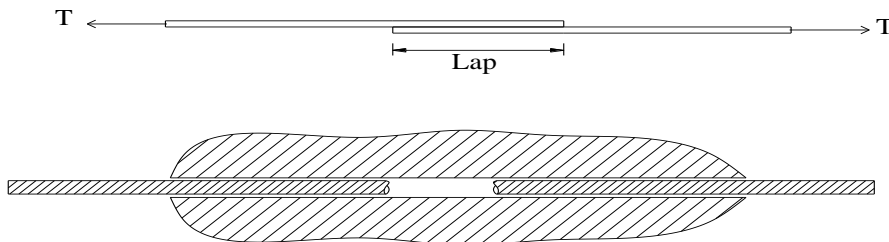
### وصله کردن میلگردها (tension lap splice)

به علت محدودیت طول میلگردها (برای حمل و تولید) در مقایسه با طول عضو، آن‌ها را به هم وصله می‌کنند.

(بوسیله جوشکاری) و قراردادن میلگردها در مجاورت یکدیگر یا با فاصله معینی از یکدیگر برای طول خاصی

(وصله)  $ACI 12-15$  و  $ACI 12-14-2-3$  و  $ACI 7-6-4$   $Table 12-15-2$

در کشش و یا در فشار می‌توان از آن استفاده نمود.



روش جدید: سیستمی که دو آرماتور در یک امتداد را به هم مرتبط می‌سازد.

### روش WSD: روش تنش مجاز (ACI 99 (appendix A) و ماقبل

برای کنترل‌های *serviceability* بیشتر مطرح است (تغییر مکان ناچیز که المان‌های غیرسازه‌ای همانند تیغه‌ها،

سقف‌های آرشیتکتی آسیب نبینند، ترک (عرض ترک))

$$n = \frac{E_s}{E_c} \text{ (Modular Ratio), ACI APP.B.5.4}$$

$$ACI B.3.1 \rightarrow f_{c.all.} = 0.45 f'_c$$

$$ACI B.3.2 \rightarrow f_{s.all.} = 1400 \rightarrow f_y = 2800 \& 3500 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s.all.} = 1680 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow f_y \geq 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

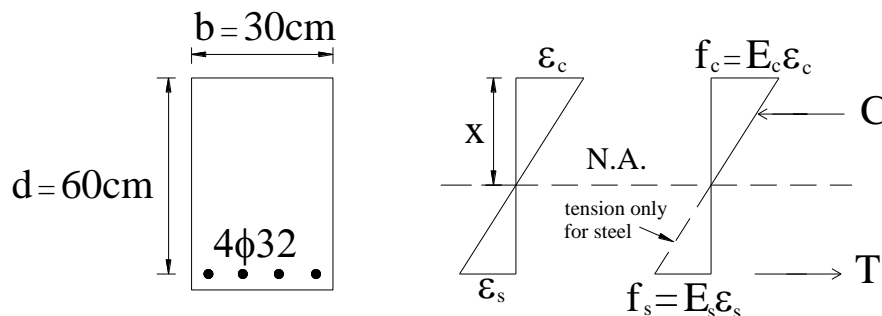
### شرایط تعادل:

ممان خمشی اعمالی = کوپل داخلی و  $T=C$

مثال: تنش‌های موجود در فولاد و فیبر نهایی بتن در مقطع زیر را به دست آورید:

$$n = 8 = \frac{E_s}{E_c}$$

بدون ضرایب بار  $M(service) = 23t - m$



حل:

$$C = \frac{1}{2} f_c b x = 15 f_c x$$

$$T = f_s A_s = f_s (4)(8.04) = 32.17 f_s$$

$$C = T \rightarrow \frac{f_s}{f_c} = \frac{15x}{32.17} \quad (1)$$

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{60-x}{x} \rightarrow \frac{f_s}{f_c} = \frac{E_s \varepsilon_s}{E_c \varepsilon_c} = n \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = 8 \frac{60-x}{x} \quad (2)$$

$$(1) \& (2) \rightarrow \frac{15x}{32.17} = 8 \frac{60-x}{x} \rightarrow x^2 + 17.16x = 1029.44$$

$$x = 24.6 \text{ cm}$$

چون توزیع تنش مثلثی است:  $\text{بازو} = 60 - \frac{x}{3} = 60 - \frac{24.6}{3} = 51.8 \text{ cm}$

$$C = T = \frac{M_{\text{service}}}{\text{بازو}} = \frac{23 \times 10^2}{51.8} = 44.4 \text{ t}$$

$$f_c = \frac{C}{15x} = \frac{44.4 \times 10^3}{15 \times 24.6} = 120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_s = \frac{T}{A_s} = \frac{44.4 \times 10^3}{32.17} = 1380 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

### تبدیل مقطع مرکب بتن و فولاد به یک مقطع معادل بتنی:

در این روش فولاد و بتن هر دوی به یک مقطع هموزن و با یک  $E$  تبدیل می‌شوند. (به بتن)

$A_s$ : سطح فولاد

$A_t$ : سطح بتن معادل سطح فولاد

(1)  $A_s f_s = A_t f_t \leftarrow$  نیروی کششی باید برای هر دو حالت یکی باشد.

(2)  $\frac{f_s}{E_s} = \frac{f_t}{E_t} \leftarrow$  کرنش در هر حالت باید مساوی باشد.

$$n = \frac{E_s}{E_c} \rightarrow \frac{f_s}{f_t} = \frac{A_t}{A_s} = \frac{E_s}{E_c} = n \rightarrow \begin{cases} A_t = nA_s \\ f_t = \frac{f_s}{n} \end{cases}$$

بنابراین مساحت بتن معادل  $A_t$ ،  $n$  برابر مساحت فولاد است.

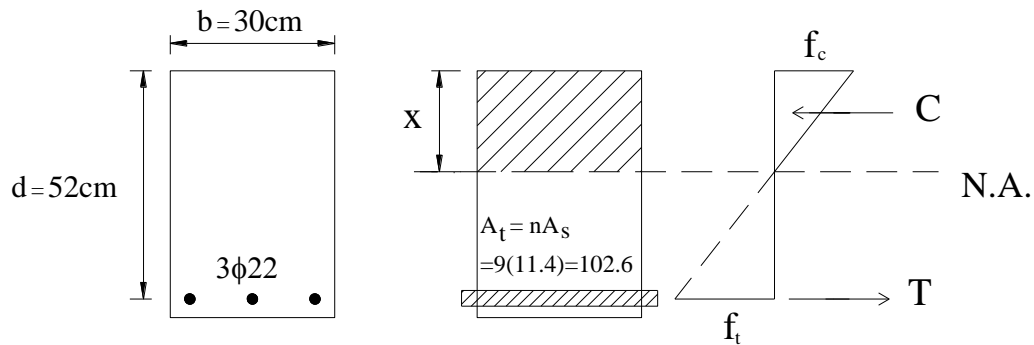
**مثال:** مطلوب است ممان سرویس  $M_{working}$ ؟

$$f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2}, \quad f_s = 1400 \frac{kg}{cm^2}, \quad n = 9$$

❖ ابتدا  $N.A.$  را از روش تبدیل مقطع محاسبه کنید.

❖ سپس  $M_w$  را از روش نیروهای داخلی و از روش تبدیل مقطع محاسبه کنید.

**حل:**

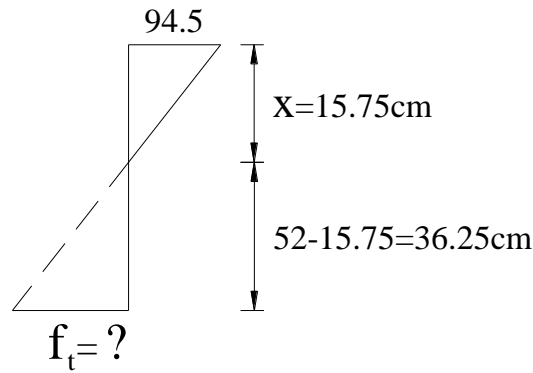


$a$ . تعیین  $N.A.$ : با مساوی قرار دادن ممان اول سطوح فشاری و کششی حول  $N.A.$  (با فاصله  $X$  از بالا)

$$(30)x \cdot \frac{x}{2} = 102.6(52 - x) \rightarrow x = 15.75cm$$

b. تعیین توزیع تنش:

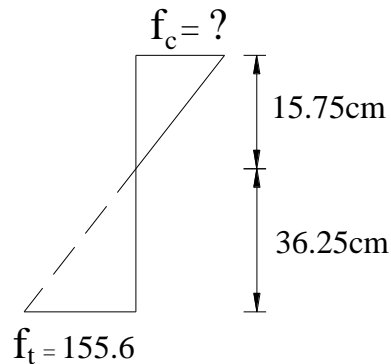
$$ACI - App.B.3.1 \rightarrow f_{c \text{ مجاز}} = 0.45 f'_c = 94.5 \frac{kg}{cm^2}$$



$$\left. \begin{array}{l} x = 15.75 \text{ cm} \\ 52 - 15.75 = 36.25 \text{ cm} \end{array} \right\} \rightarrow (f_t)_{\text{واقعی}} = \frac{36.25}{15.75} (94.5) = 217.5 \frac{kg}{cm^2} >$$

$$f_t = \frac{f_s}{n} = \frac{1400}{9} = 155.6 \frac{kg}{cm^2} \text{ N.G}$$

$f_t$  باید کمتر از 155.6 باشد.



$$f_t = 155.6 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_c (\text{واقعی}) = 155.6 \left( \frac{15.75}{36.25} \right) = 67.6 \frac{kg}{cm^2}$$

هنگامی که ممان سرویسی مدنظر است، تنش‌ها نیز از تنش‌های سرویسی نباید تجاوز کند.

c. تعیین  $M_w$  از روش کوپل داخلی:

$$C = \frac{1}{2}(67.6)(30)(15.75)/10^3 = 16t$$

$$T = A_t f_t = 102.6(155.6)/10^3 = 16t \quad \text{یا} \quad \frac{1400(11.4)}{10^3} = f_s \times A_s = 16t$$

$$\text{بازو} = d - \frac{x}{3} = 52 - \frac{15.75}{3} = 46.75 \text{ cm}$$

$$M_w (\text{مجاز}) = 16(46.75)/100 = 7.48t - m$$

d. تعیین  $M_w$  به روش تبدیل مقطع:

$$f = \frac{Mc}{I}$$

$$I_{cr, tr} (\text{ممان اینرسی مقطع ترک خورده انتقال یافته}) = \frac{1}{3}(30)(15.75)^3 + (102.6)(36.25)^2 = 174 \times 10^3 \text{ cm}^4$$

$$M_w = \frac{fI}{c} = \frac{67.6 \times 174 \times 10^3}{15.75 \times 10^5} = 7.48t - m$$

### نحوه شکست تیرهای طراحی شده به روش WSD

بستگی به مقدار فولاد موجود در تیر دارد.

۱. حالت ایده آل: فیبر نهایی بتن همزمان با فولاد به تنش مجاز خود می‌رسد. (بهترین روش طراحی)

۲. حالت کم‌آرمه: در این حالت فولاد اول به تنش مجاز خود می‌رسد.

۳. حالت پرآرمه: در این حالت بتن اول به تنش مجاز خود می‌رسد.

**توجه:** حتی در مقاطع پرآرمه در روش WSD مقدار فولاد کمتر از  $0.75\rho_b$  بر اساس روش USD است.

- در این روش طراحی مقاطع حدوداً ۳۰ درصد بزرگتر از طراحی به روش USD هستند.

### تیرهای دوبله آرمه (روش WSD)

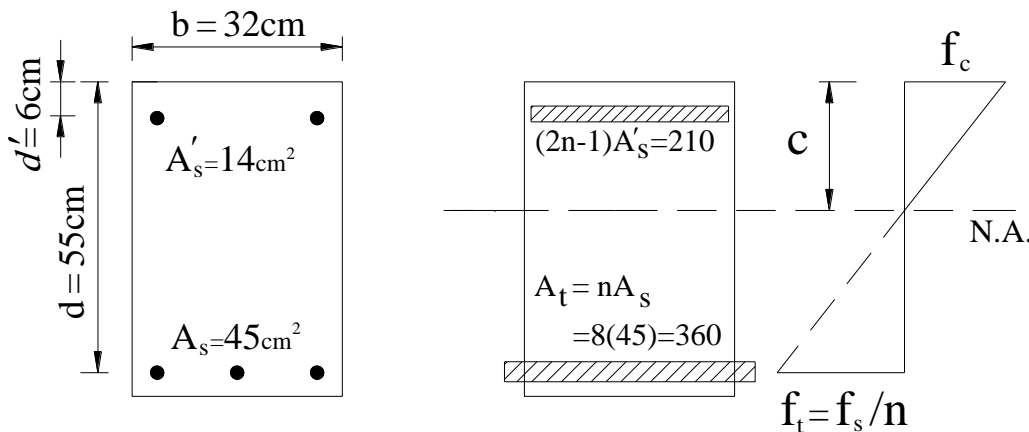
به جهت اینکه بتن خزش می‌کند (در قسمت فشاری)، لذا فولاد فشاری،  $A'_s$  بر اساس تحقیقات انجام شده باید در  $2n$  ضرب شود.

تنش بتن در مرکز ثقل فولاد فشاری =  $f_{c1}$

(تنش مجاز فولاد)  $f_s > 2n \times f_{c1}$

مثال: مطلوب است مقدار ممان سرویسی.

$$f'_c = 280 \frac{kg}{cm^2}, f_s = 1400 \frac{kg}{cm^2}, n = 8$$



$$f_t = \frac{1400}{8} = 175 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_c(\text{مجاز}) = 0.45 f'_c = 126 \frac{kg}{cm^2}$$



$$N.A. \rightarrow 32 \frac{c^2}{2} + 210(c - 6) = 360(55 - c) \rightarrow c = 22.6 \text{ cm}$$

$$f_c \ \& \ f_{c_1} \rightarrow \frac{175}{55 - 22.6} = \frac{f_c}{22.6} \rightarrow f_c = 122.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 126 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = f_{c_{all}}$$

$$\frac{f_{c_1}}{22.6 - 6} = \frac{122.1}{22.6} \rightarrow f_{c_1} = 89.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$2nf_{c_1} = 2 \times 8 \times 89.7 = 1435 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{say o.k.} \quad \text{باید از } 1400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ کمتر باشد.}$$

اگر  $f_s < 2nf_{c_1}$  باشد: با قرار دادن  $f_{s_{all}} = 2nf_{c_1}$  می‌توان  $f_t, f_c$  را تعیین نمود.

$$M_{w.s.D} = \left[ \frac{1}{2} (122.1)(32)(22.6) \left( 55 - \frac{22.6}{3} \right) + (210 \times 89.7)(55 - 6) \right] / 10^5$$

$$M_{all} = 20.96 + 9.42 = 30.38 \text{ t-m}$$

### تغییر مکان (deflection)

تا سال ۱۹۵۶:  $\leftarrow WSD \left( f_y = 2800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, f'_c = 210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \leftarrow$  لزومی به توجه زیاد به تغییر مکان نبود.

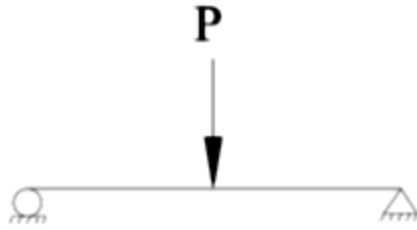
بعد از سال ۵۶، ۶۳  $\leftarrow USD \left( f_y > 2800, f'_c > 210 \right)$ ، لذا ابعاد سطح مقطع کاهش یافت و توجه به تغییر

مکان الزامی گشت و ضریب ایمنی نیز کاهش پیدا کرد. *ACI Table 9.5.b*

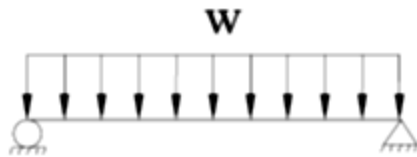
تغییر مکان‌ها در بتن: ۱- فوری - کوتاه مدت ۲- طولانی مدت

۱- تغییر مکان‌های فوری را با بارهای سرویسی (بدون منظور نمودن ضرایب بار) و استفاده از تئوری الاستیسیته

(Elastic Theory) به دست می‌آورند.



$$\rightarrow \Delta = \frac{Pl^3}{48EI}$$



$$\rightarrow \Delta = \frac{5wl^4}{384EI}$$

در بتن  $E$ ,  $I$  مقادیر ثابتی ندارند.

$$E \xrightarrow{ACI\ 8.5.1} \begin{cases} E_c = 0.137\sqrt{f'_c}w^{1.5} \leftarrow 1440 < w < 2480 \frac{kg}{m^3} \\ E_c = 15100\sqrt{f'_c} \leftarrow normal - weight \end{cases}$$

ممان اینرسی مؤثر:  $I_e$   $\rightarrow$  ACI 9.5.2.3 (ممان اینرسی)  $I$

$I_g > I_e = f_n [(I_g = \text{ممان اینرسی مقطع ترک نخورده}) \text{ و } (I_{cr} = \text{انتقال یافته و ترک خورده})]$

$$I_{eff} = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (\text{ممان ترک خوردگی})$$

$$f_r = 2\sqrt{f'_c} \quad (\text{برای بتن معمولی})$$

$$f_r = 2 \left[ \frac{f_{ct}}{1.78} \leq \sqrt{f'_c} \right] \leftarrow \text{برای بتن سبک وزن که } f_{ct} \text{ داده شده است}$$

$$f_r = 2\sqrt{f'_c} \times 0.75 \quad \text{برای بتن سبک وزن که } f_{ct} \text{ داده نشده است. تمامی بتن سبک}$$

برای بتن سبک وزن که  $f_{ct}$  داده نشده است. فقط درشت‌دانه سبک  $f_r = 2\sqrt{f'_c} \times 0.85$

$$I_g = \frac{bh^3}{12}, \quad M_a = \text{ماکزیمم ممان سرویسی (تحت بارهای سرویسی)}$$

$I_{cr}$  = ممان اینرسی مقطع ترک خورده

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + nA_s(d-c)^2, \quad n = \frac{E_s}{E_c}$$

$c$  = فاصله فیبر نهایی تحت فشار تا محور خنثی در سیستم WSD

$$y_t = \frac{h}{2} \quad \leftarrow \text{ACI 9.5.2.4} \quad \frac{(I_e)^{M+} + (I_e)^{M-}}{2}$$

برای تیرهای پیوسته با ممان‌های مثبت و منفی

۲- در اثر بارهای دائمی که خزش و انقباض رخ می‌دهد.

$$\Delta_{creep+shrinkage} = \lambda(\Delta_i)_D \quad \text{ACI 9.5.2.5}$$

$(\Delta_i)_D$ : تغییر مکان کوتاه‌مدت در اثر بارهای دائمی

$$\lambda = \frac{\xi}{1+50\rho'} \quad \text{ACI 9.5.2.5} \quad \xi \Rightarrow \begin{cases} 2 & \text{بیشتر} & \text{یا} & \text{5 سال} \\ 1.4 & \text{ماه} & 12 \\ 1.2 & \text{ماه} & 6 \\ 1.0 & \text{ماه} & 3 \end{cases}$$

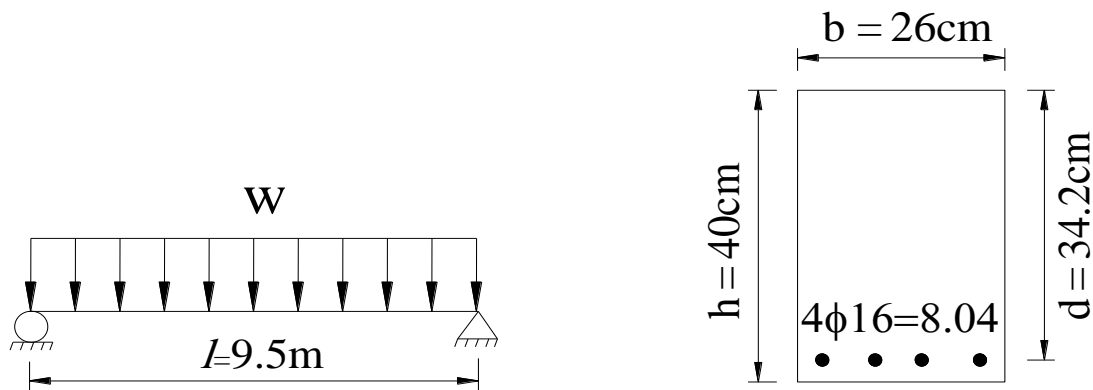
با افزایش مقدار فولاد فشاری  $\lambda$  کاهش و نتیجتاً تغییر مکان طولانی‌مدت نیز کاهش می‌یابد.

**توجه:** اثر مقاومت بتن در فرمول فوق می‌بایستی وارد می‌شود. (Nilson) برای بتن مقاومت بالا خزش کمتر است.

**مثال:** با استفاده از ACI 9.5 تغییر مکان را برای تیر ساده با مقطع مستطیل کنترل کنید. بار زنده دائمی ۵۰ درصد بار زنده را شامل می‌شود. (نوع بتن = معمولی)

$$f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2}, \quad f_y = 2800 \frac{kg}{cm^2}, \quad E_s = 2.04 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\text{سرویسی} \begin{cases} M_D = 2.5t - m \\ M_L = 2.8t - m \end{cases}$$



حل:

$$E_c = 15100 \sqrt{f'_c} = 15100 \sqrt{210} = 2.2 \times 10^5 \frac{kg}{cm^2}$$

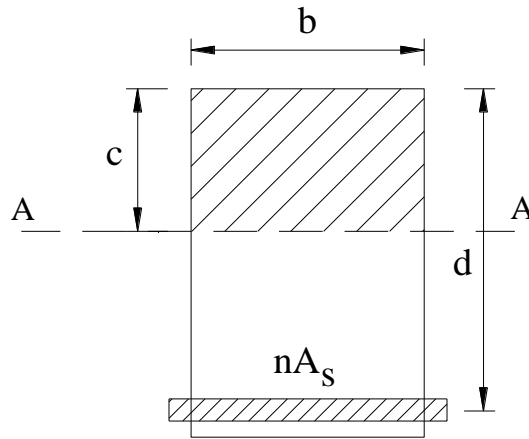
$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2.04 \times 10^6}{2.2 \times 10^5} = 9.3 \text{ say } n = 9$$

$$ACI, Table 9.5a \rightarrow h_{min} = \frac{l}{16}, \quad f_y < 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$0.4 + \frac{f_y}{7000} = 0.4 + \frac{2800}{7000} = 0.8$$

$$h_{min} = \frac{l}{16} \times 0.8 = \frac{9.5 \times 100}{16} \times 0.8 = 47.5 > 40 \text{ N.G.}$$

پس باید تغییر مکان را کنترل نمود و در صورت لزوم، ابعاد مقطع را تغییر داد.



$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{26(40)^3}{12} = 138.7 \times 10^3 \text{ cm}^4$$

$$I_{cr,t} = \frac{bc^3}{3} + nA_s(d-c)^2$$

برای به دست آوردن تار خنثی  $c$  ← گشتاور سطح می گیریم.

$$\frac{bc^2}{2} = nA_s(d-c)$$

$$\frac{26(c^2)}{2} = 9 \times 8.04(34.2 - c) \quad \rightarrow c = 11.3 \text{ cm}$$

$$I_{cr,t} = \frac{26(11.3)^3}{3} + 9 \times 8.04(34.2 - 11.3)^2 = 5.05 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

$$f_r = 2\sqrt{f'_c} = 2\sqrt{210} = 29 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

وزن بتن معمولی

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{29(38.7 \times 10^3)}{20} = 20 \times 10^4 \text{ kg-cm} = 2 \text{ t-m}$$

مواردی که کنترل تغییر مکان آنها انجام می شود.

$$M_a = M_D = 2.5t - m(a) \quad \text{فقط بار مرده}$$

$$M_a = M_D + \frac{M_L}{2} = 3.9t - m(b) \quad \text{بار مرده + } \frac{1}{2} \text{ بار زنده}$$

$$M_a = M_D + M_L = 5.3t - m(c) \quad \text{بار مرده + بار زنده}$$

$$M_a = M_L = 2.8t - m(d) \quad \text{بار زنده}$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr}$$

$$a) I_e = \left(\frac{2}{2.5}\right)^3 (138.7 \times 10^3) + \left[1 - \left(\frac{2}{2.5}\right)^3\right] \times 5.05 \times 10^4 = 95660 \text{ cm}^4 < I_g$$

$$b) I_e = \left(\frac{2}{3.9}\right)^3 (138.7 \times 10^3) + \left[1 - \left(\frac{2}{3.9}\right)^3\right] \times 5.05 \times 10^4 = 62400 \text{ cm}^4$$

$$c) I_e = \left(\frac{2}{5.3}\right)^3 (138.7 \times 10^3) + \left[1 - \left(\frac{2}{5.3}\right)^3\right] \times 5.05 \times 10^4 = 55200 \text{ cm}^4$$

$$d) I_e = \left(\frac{2}{2.8}\right)^3 (138.7 \times 10^3) + \left[1 - \left(\frac{2}{2.8}\right)^3\right] \times 5.05 \times 10^4 = 82650 \text{ cm}^4$$

$$\Delta_{\max} = \frac{5wl^4}{384EI} \quad M = \frac{wl^2}{8}$$

$$\Delta_{\max} = \frac{5M(950)^2}{48(220,000)I_e} \cong 0.43 \frac{M}{I_e}$$

$$\Delta_D = (0.43) \frac{2.5 \times 10^5}{95660} = 1.12 \text{ cm} \quad \text{بار مرده}$$

$$\Delta_{D+L} = (0.43) \left( \frac{5.3 \times 10^5}{55200} \right) = 4.13 \text{ cm} \quad \text{بار مرده + بار زنده}$$

$$\Delta_{D+l/2} = (0.43) \left( \frac{3.9 \times 10^5}{62400} \right) = 2.69 \text{ cm} \quad \text{بار مرده} + \frac{1}{2} \text{ بار زنده}$$

### تغییر مکان طولانی مدت

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} = 2 \quad (\text{برای ۵ سال})$$

$$\text{تغییر مکان تحت بار دائمی } \Delta_{lt} = \left( \Delta_{D+\frac{l}{2}} \right) \times \lambda = 2.69 \times 2 = 5.38 \text{ cm}$$

$$\Delta_l = 0.43 \left( \frac{2.8 \times 10^5}{82650} \right) = 1.46 \text{ cm} \quad \text{بار زنده}$$

ACI - Table 9.5b

$$\frac{l}{180} = \frac{950}{180} = 5.3 \text{ cm} > 1.46 \text{ cm o.k.} \leftarrow \Delta_l$$

$$\frac{l}{360} = \frac{950}{360} = 2.64 \text{ cm} > 1.46 \text{ cm o.k.} \leftarrow \Delta_l$$

$$\frac{l}{480} = \frac{950}{480} = 1.98 \text{ cm} < \Delta_{lt} = 5.38 \text{ cm} \quad \text{N.G.}$$

$$\frac{l}{240} = \frac{950}{240} = 3.96 \text{ cm} < \Delta_{lt} = 5.38 \text{ cm} \quad \text{N.G.}$$

این تیر را برای کف یا سقفی که المان‌های غیرسازه‌ای به آن متصل نیست، می‌توان در کوتاه مدت استفاده نمود. در

غیر این صورت باید مقطع را تغییر داد. باید از آرماتورهای فشاری استفاده به عمل آید و در صورت لزوم ارتفاع تیر

بر اساس ACI Table 9.5a افزایش داده شود.

مقادیر پیشنهادی برای  $\rho$  که تغییر مکان بر اساس سطح مقطع طراحی شده و ترکیب  $\rho$  کنترل شود.

ACI committee 435

۱- اعضای با بتن معمولی که متصل به یا نگهدارنده اعضای غیرسازه‌ای نباشند که بر اثر تغییر مکان‌های بالا احتمالاً

آسیب خواهند دید.

$$\text{تیر مستطیل} \rightarrow \rho = 0.35\rho_b \cong 0.4\rho_{\max}$$

$$\text{تیر } T\text{-شکل} \rightarrow \rho = 0.4\rho_b \cong 0.45\rho_{\max}$$

۲- اعضای با بتن معمولی که متصل به یا نگهدارنده اعضای غیرسازه‌ای باشند که بر اثر تغییر مکان‌های بالا احتمالاً آسیب خواهند دید.

$$\text{تیر مستطیل} \rightarrow \rho = 0.25\rho_b \cong 0.3\rho_{\max}$$

$$\text{تیر } T\text{-شکل} \rightarrow \rho = 0.30\rho_b \cong 0.35\rho_{\max}$$

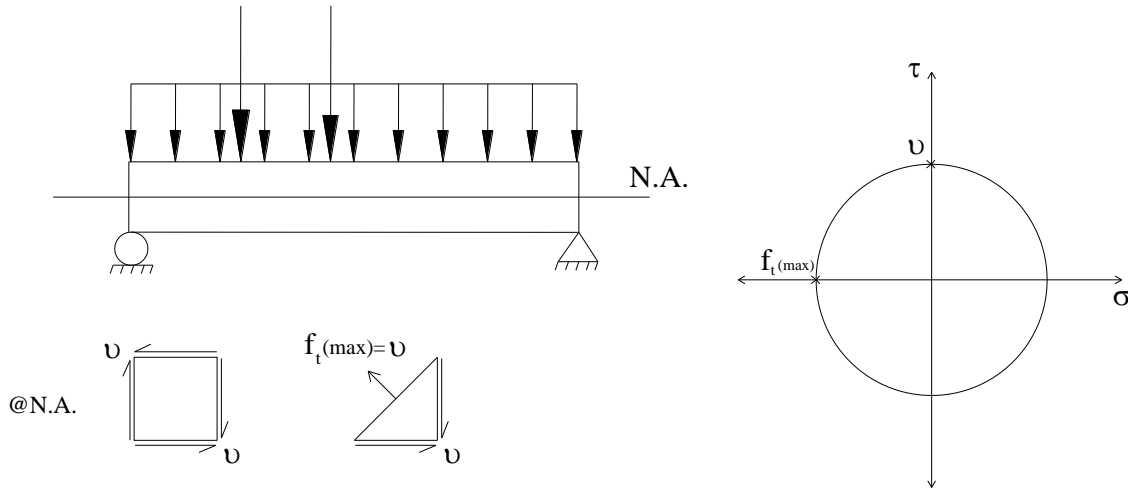
۳- اعضای با بتن سبک: مقدار  $\rho$  را در موارد ۱ و ۲،  $0.05\rho_b$  کاهش دهید.



**برش و مقاومت برشی**

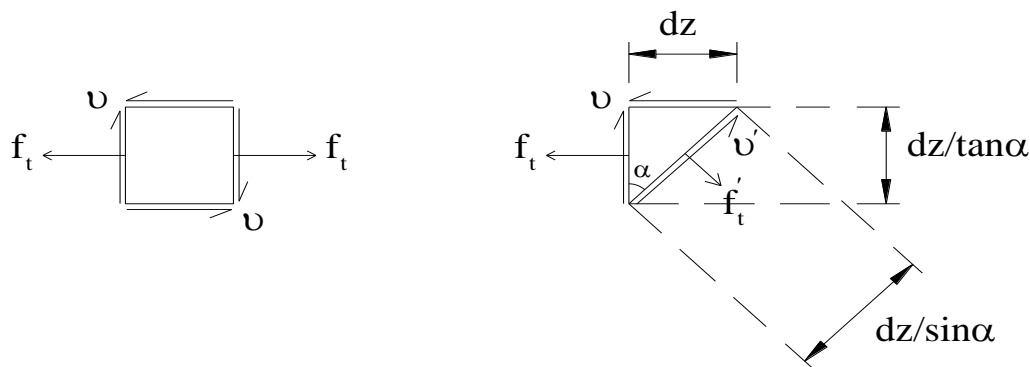
مقاومت برشی بتن مانند کشش پایین است. مهم‌ترین (مؤثرترین) سبب شکست برشی (ترک‌های شیب‌دار)، کشش

قطری (*diagonal tension*) است. شکست برشی معمولاً شکست کششی در اثر ترک‌های شیب‌دار است.

**کشش قطری:**

$$ACI \rightarrow v = \frac{V}{bd} (@ N.A.)$$

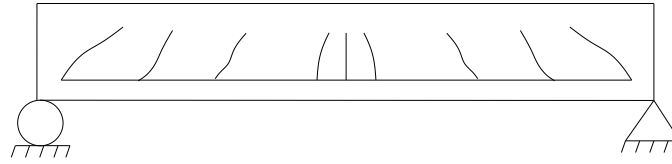
در نقطه‌ای پایین *N.A.* در یک تیر هموزن: تنش کششی =  $f_t$ ، تنش برشی =  $v$ ، تنش کشش اصلی =  $f_t(\max)$



$$f_t(\max) = \frac{1}{2} f_t \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} f_t\right)^2 + v^2} \quad \tan 2\alpha_{\max} = \frac{v}{\frac{1}{2} f_t}$$

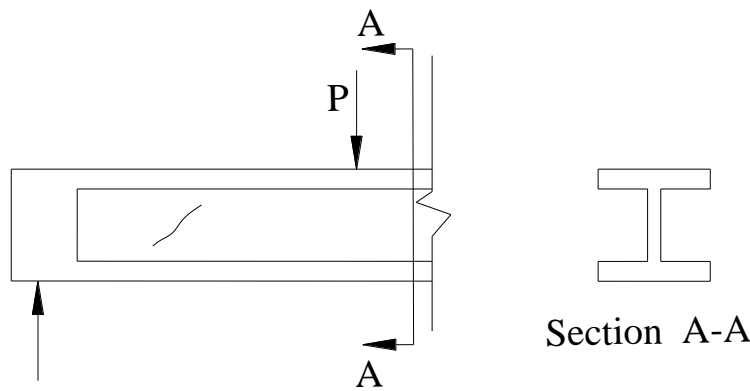
$\alpha_{\max}$  بیشترین تنش کششی قطری را نتیجه می‌دهد.

جهت ترک در یک تیر ساده

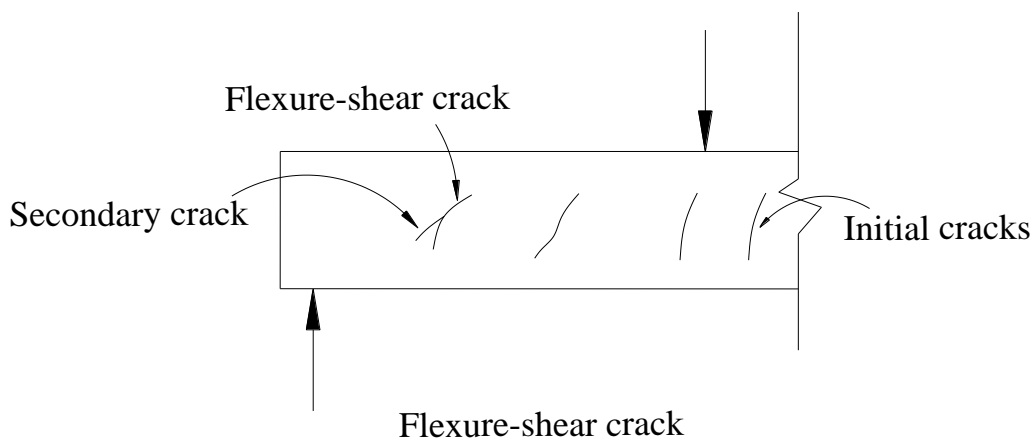


**رفتار تیرهای بدون فولاد برشی**

انواع ترک‌های شیب‌دار

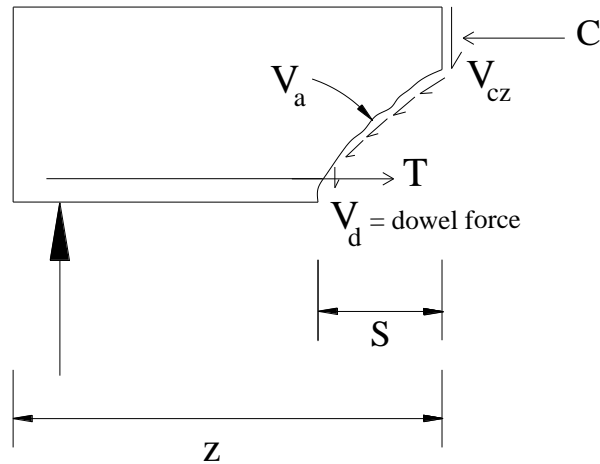


Web-shear crack



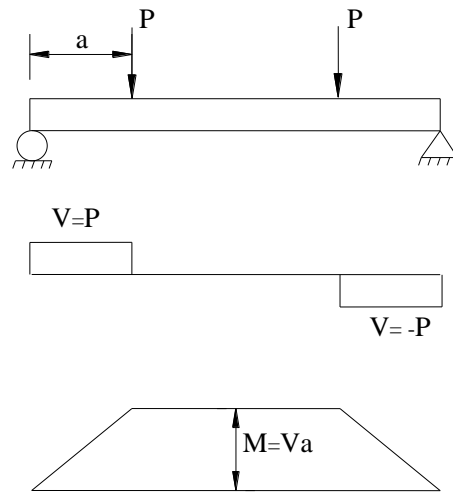
### توزیع دوباره مقاومت برشی پس از تشکیل ترک شیب‌دار:

پس از تشکیل ترک‌های شیب‌دار (*inclined cracks*)، انتقال برشی در اعضای بتن مسلح به وسیله مجموعه‌ای از مکانیسم‌های زیر عمل می‌کند:



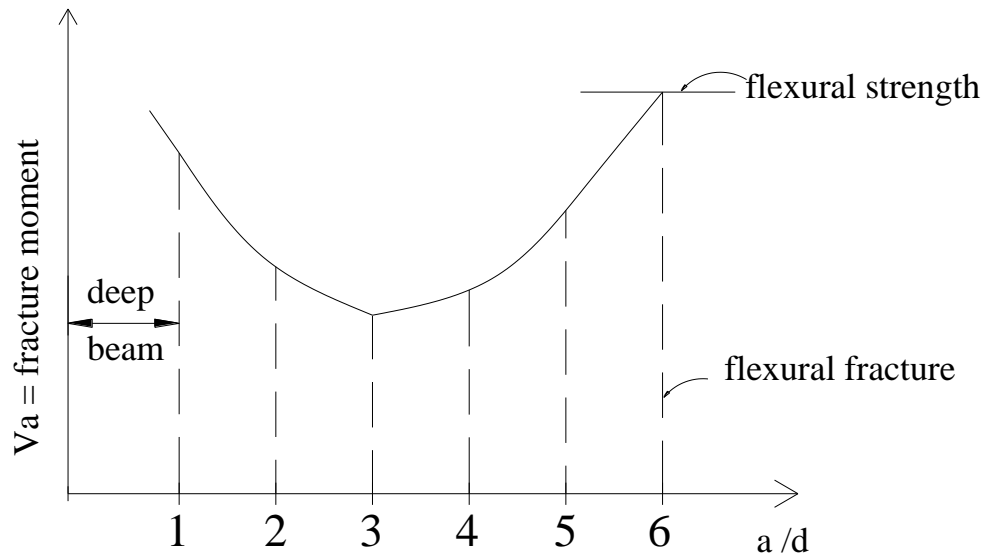
مقاومت برشی بتن در فاصله  $z$  از تکیه‌گاه  $V_{cz} =$

۱. مقاومت برشی بتن ترک‌نخورده،  $V_{cz}$  در منطقه فشار ... 20-40%
  ۲. درگیری دانه‌ها (*Aggregate interlock*)، در طول ترک که همانند نیروی اصطکاکی بر اثر سطوح ناهموار بتن در دو طرف ترک عمل می‌کند.  $V_a$  ... 33-50%
  ۳. نیروی میخ‌چوبی،  $V_d$ ، نیروی مقاوم میلگرد طولی در مقابل نیروی عرضی (برش) ... 15-25%
  ۴. عملکرد قوسی در تیرهای نسبتاً عمیق.
  ۵. مقاومت میلگردهای برشی. (که در تیرهای بدون خاموت موجود نیست)
- تمام مکانیسم‌های ۱ تا ۴ در توزیع دوباره برش پس از ایجاد ترک برشی سهیم هستند.



$a =$  دهانه برش

- نسبت دهانه برش به عمق مؤثر عامل بسیار مهمی در مقاومت برشی تیر محسوب می‌شود.



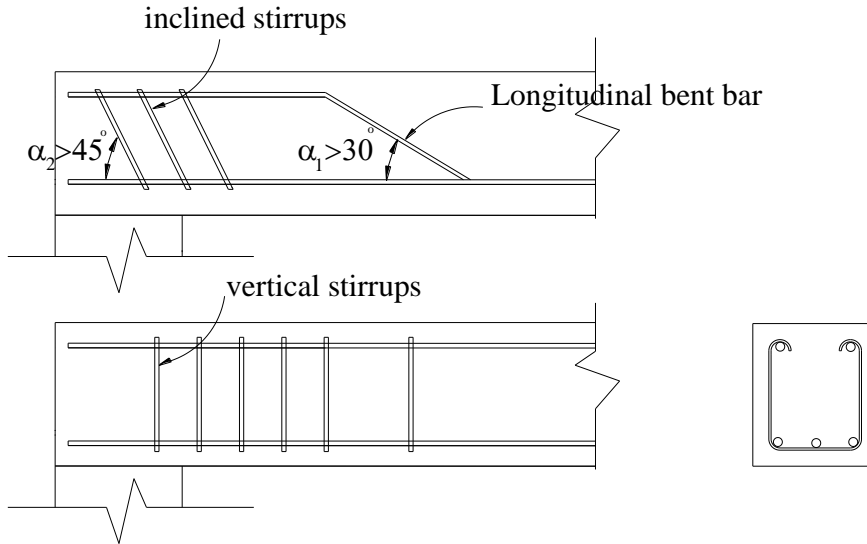
در محدوده  $1 < a/d < 6$ ، مقاومت خمشی به دلیل اثر برش ( $a/d$ ) پایین می‌آید.

براساس نتایج آزمایشات: مقاومت برشی بتن در تیر بدون خاموت به  $\rho$  و  $f'_c$ ،  $\frac{a}{d}$  بستگی دارد.

## انواع میلگردهای برشی

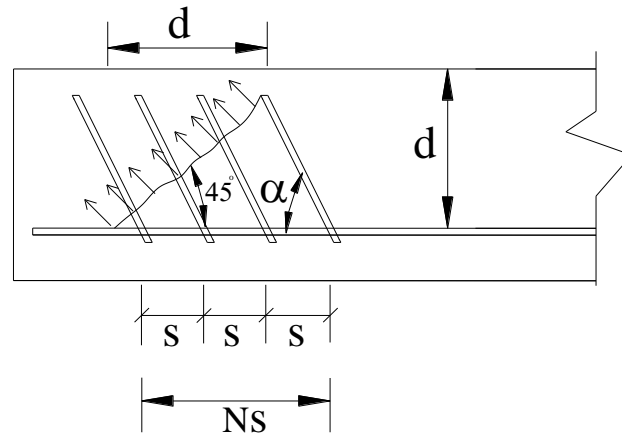
آرماتور طولی خم‌شده (*longitudinal bent bar*) (پرهزینه هستند) و کم استفاده می‌شوند.

خاموت‌های شیب‌دار (*inclined stirrups*)



## مقاومت برشی تیرهای خاموت‌دار

$V_c$ : مقاومت بتن در برابر برش  $V_s$ : مقاومت خاموت در برابر برش  $ACI \rightarrow V_n = V_c + V_s$



زاویه ترک  $45^\circ$  است و ترک،  $N$  میلگرد برشی را قطع می‌کند.

مجموع مؤلفه‌های عمودی نیروهای کششی در میلگردهای برشی  $V_s = NA_v f_y \sin \alpha$

$$NS = d(\cot 45^\circ + \cot \alpha) = d(1 + \cot \alpha)$$

$$V_s = \frac{d(1 + \cot \alpha)}{S} A_v f_y \sin \alpha = \frac{A_v f_y (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{S}$$

$$\boxed{V_s = \frac{A_v f_y d}{S} \quad \leftarrow \alpha = 90^\circ} \text{ اگر}$$

### حداقل و حداکثر مقدار میلگرد برشی

حداقل و حداکثر فولاد برشی برای ایجاد شکست نرم مطرح می‌شود. (اگر مقدار فولاد برشی کم باشد، پس از ایجاد ترک برشی، فولاد به تسلیم می‌رسد و سریعاً تیر شکسته می‌شود. و در حالت دیگر اگر مقدار فولاد بالا باشد، شکست برشی - فشار در بتن قبل از اینکه فولاد برشی به تسلیم برسد رخ می‌دهد.)

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{S} = \frac{f_y d}{S} \left( 0.2 \sqrt{f'_c} \frac{b_w S}{f_y} \right) = 0.2 \sqrt{f'_c} b_w d \geq 3.5 b_w d$$

$$A_{v \min} = 0.2 \sqrt{f'_c} \frac{b_w S}{f_y} \geq 3.5 \frac{b_w S}{f_y} \quad (ACI 11.5.5.3)$$

$$v_s = \frac{V_s}{b_w d} = \frac{0.2 \sqrt{f'_c} b_w d}{b_w d} = 0.2 \sqrt{f'_c} \geq 3.5 \frac{kg}{cm^2} \text{ حداقل تنش خاموت لازم}$$

$$v_{s(\max)} = 2.12 \sqrt{f'_c} \quad (ACI 11.5.6.9)$$

در غیر این صورت مقطع را باید تغییر داد.

### ضوابط و پیشنهادات ACI

$$\phi = 0.75 \quad V_n = V_c + V_s \quad \phi V_n \geq V_u$$

۱- روش ساده:

$$ACI Eqn. 11.3 \rightarrow V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d \text{ (برش، خمش)}$$

۲- روش دقیق:

$$ACI Eqn.11.5 \rightarrow V_c = (0.5\sqrt{f'_c} + 175\rho_w \frac{V_u d}{M_u})b_w d \leq 0.93\sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\text{باید} \rightarrow \frac{V_u d}{M_u} \leq 1.0 \rightarrow \frac{d}{a} \leq 1.0 \rightarrow \frac{a}{d} \geq 1.0$$

ACI 11.5.6,  $V_s$  خاموت

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (\text{مقدار سطح خاموت در فاصله } A_v = S \text{ برای خاموتهای اریب})$$

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad \text{برای خاموتهای عمود به محور عضو}$$

### طراحی خاموت‌ها

به خاموت نیازی نیست  $1 - V_u \leq 0.5\phi V_c$

$$2 - 0.5\phi V_c < V_u \leq \phi V_c ; \phi V_s (\text{لازم}) = \text{Min}(\phi V_s) = \phi(0.2\sqrt{f'_c} b_w d) \geq \phi(3.5)b_w d$$

ACI 11.5.5.3 & 11.5.4.1

$$S_{\max} = \frac{d}{2} \leq 60\text{cm}$$

به جز (a) دال‌ها و فونداسیون‌ها (b) جویست‌های بتنی برای کف (c) تیرهای با  $h < 25\text{cm}$  و  $\frac{b_w}{2}$  و

$$.h < 2.5h_f$$

$$3 - \phi V_c < V_u \leq [\phi V_c + \text{Min}(\phi V_s)]$$

شبه حالت ۲، به اضافه (a), (b), (c)

$$4 - [\phi V_c + \text{Min}(\phi V_s)] < V_u \leq [\phi V_c + \phi(1.06\sqrt{f'_c})b_w d]$$

ACI 11.5.6, 11.5.4.1 & 11.5.4.3 Eqn11.2

$$\phi V_s (\text{لازم}) = V_u - \phi V_c$$

$$\phi V_s (\text{موجود}) = \frac{\phi A_v f_y d}{s} (\text{for } \alpha = 90^\circ)$$

$$S_{\max} = \frac{d}{2} \leq 60 \text{ cm}$$

$$5 - [\phi V_c + \phi(1.06\sqrt{f'_c})b_w d] < V_u \leq [\phi V_c + \phi(2.12\sqrt{f'_c})b_w d]$$

Eqn 11.2 ACI 11.5.6, 11.5.4.3 & 11.5.6.9

$$\phi V_s (\text{لازم}) = V_u - \phi V_c$$

$$\phi V_s (\text{موجود}) = \frac{\phi A_v f_y d}{s} (\text{for } \alpha = 90^\circ) \quad S_{\max} = \frac{d}{4} \leq 30 \text{ cm}$$

بر اساس ACI 11.1.2 طراحی برشی را برای نیروی برشی در فاصله  $d$  از صورت تکیه‌گاه انجام می‌دهیم. (به‌دلیل

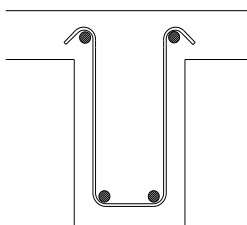
محصوریت که ستون روی تیر تقریباً تا فاصله  $d$  ایجاد می‌کند).

از میلگردهای  $\phi 8, \phi 10, \phi 12, \phi 14, \phi 16$  برای خاموت استفاده می‌شود، میلگردهای خاموت  $\phi 10$  و بزرگتر باید

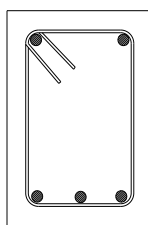
آجدار باشند.

اولین خاموت در فاصله  $s/2$  از صورت داخلی تکیه‌گاه (بین  $5-10 \text{ cm}$ ) قرار داده می‌شود.

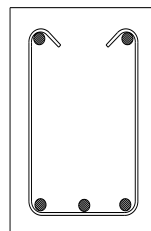
انواع خاموت‌ها: خاموت‌ها در مناطق لرزه خیز باید بسته باشند.  $ACI 11.5.2 \quad f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$



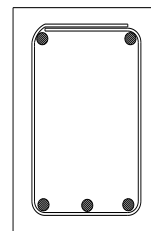
خاموت ۱۳۵



خاموت ۱۳۵



خاموت ۱۳۵



خاموت ۹۰

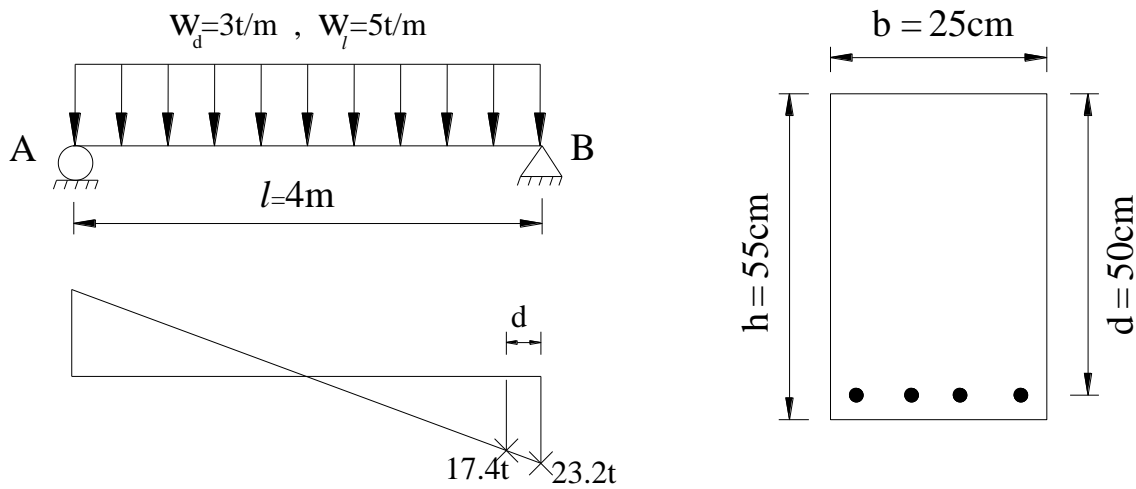


## خلاصه طراحی خاموت‌ها

۱. تعیین ماکزیمم تنش‌های برشی
۲. فاصله یا طولی که از عضو باید خاموت گذاری شود.
۳. انتخاب مناسب اندازه خاموت
۴. انتخاب فواصل بین سری‌های مختلف خاموت (حداقل فاصله 5-6cm است) از نظر کاربردی

**مثال:** خاموت‌های لازم برای تیر نشان داده شده را طراحی کنید.

$$f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2}, \quad f_y = 2800 \frac{kg}{cm^2}$$



$$R_A = 1.2(3)(2) + 1.6(5)(2) = 23.2t$$

$$\text{برش در فاصله } d \text{ از تکیه گاه} \rightarrow V_{u_{\max}} = \frac{1.5}{2}(23.2) = 17.4t$$

$$v_u(@d) = \frac{V_u}{bd} = \frac{17.4 \times 10^3}{25 \times 50} = 13.92 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow v_n = \frac{v_u}{\phi} = \frac{13.92}{0.75} = 18.56 \frac{kg}{cm^2}$$

$$v_c = 0.53\sqrt{f'_c} = 0.53\sqrt{210} = 7.7 \frac{kg}{cm^2}$$

$$V_n = 18.56 \frac{kg}{cm^2} > \frac{V_c}{2} \rightarrow \text{خاموت برای برش باید طراحی شود.}$$

$$Min v_s = 0.2\sqrt{f'_c} = 0.2\sqrt{210} = 2.9 \frac{kg}{cm^2} \not> 3.5 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow Min v_s = 3.5 \frac{kg}{cm^2}$$

$$v_c + Min v_s < V_n = 18.56 < v_c + (1.06\sqrt{f'_c} = v_s)$$

$$7.7 + 3.5 = 11.2 < 18.56 < 7.7 + 15.4 = 23.1 \quad \text{حالت ۴}$$

$$v_s = v_n - v_c = 18.56 - 7.7 = 10.86 \frac{kg}{cm^2} < 1.06\sqrt{f'_c} = 15.4 \frac{kg}{cm^2}$$

$$S_{max} = \frac{d}{2} \leq 60cm$$

$$V_{S_{max}} = 2.12\sqrt{f'_c} = 30.72 \frac{kg}{cm^2} > 10.86 \frac{kg}{cm^2} \quad o.k.$$

نیازی به تغییر مقطع نیست.

$$1) 0 < v_n < \frac{v_c}{2} = \frac{7.7}{2} = 3.85$$

$$x = \frac{3.85 \times 150}{18.56} = 31.1cm$$

از مرکز تیر تا فاصله 31.1cm نیاز به خاموت نیست.

$$2) \frac{v_c}{2} < v_n < v_c = 7.7 \frac{kg}{cm^2} \quad Min v_s = 3.5 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{فرض } \phi 10$$

$$A_v = 2 \times 0.79 = 1.58cm^2$$

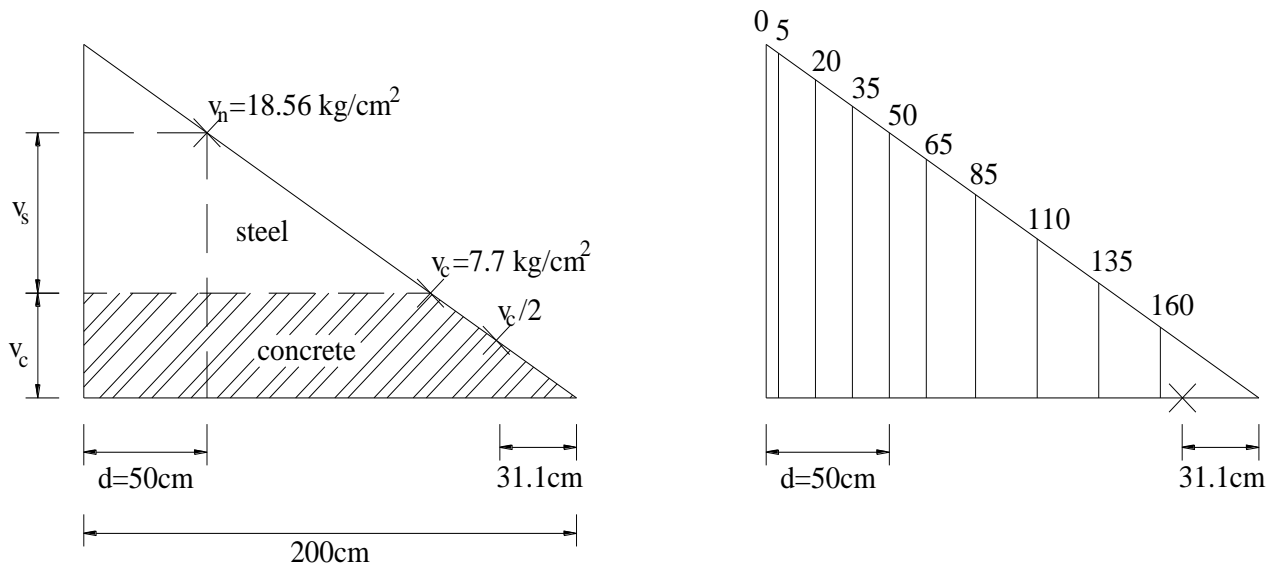
$$S = \frac{A_v f_y d}{V_s} \left(\frac{b}{b}\right) = \frac{A_v f_y}{b(v_u - v_c)} = \frac{1.58 \times 2800}{25 \times 3.5} = 50.6cm < 60cm$$

$$S_{max} = \frac{d}{2} = \frac{50}{2} = 25cm$$

از 31.1cm از مرکز تا 62.2cm از مرکز از خاموت با فاصله حداکثر 25cm باید استفاده شود.

فاصله تئوری لازم	$v_s = v_n - v_c \left(\frac{kg}{cm^2}\right)$	$v_n \left(\frac{kg}{cm^2}\right)$	فاصله از صورت تکیه گاه (cm)
$S = \frac{A_v f_y}{b v_s} (cm)$			
16.3 cm	10.86	18.56	0-50=d
19.65 cm $< \frac{d}{2} = 25cm$	16.70-7.7=9.00	$v_n = \frac{18.56 \times 135}{150} = 16.70$	65cm
$S_{max} = \frac{d}{2} = 25cm$	7.08 $s = 25 = \frac{1.58 \times 2800}{25 v_s}$	$V_n = 7.08 + 7.7 = 14.78$ $\frac{18.56}{150} = \frac{14.78}{x} \rightarrow x = 119.5cm$	80.5cm

از فاصله 80.5cm از تکیه گاه تا 168.9cm از تکیه گاه از خاموت با فاصله 25cm استفاده می کنیم.



خاموت گذاری

## مقاومت برشی اعضای تحت خمش و بارهای محوری

مقاومت برشی اعضای تحت خمش با وجود بار فشاری محوری افزایش می‌یابد.

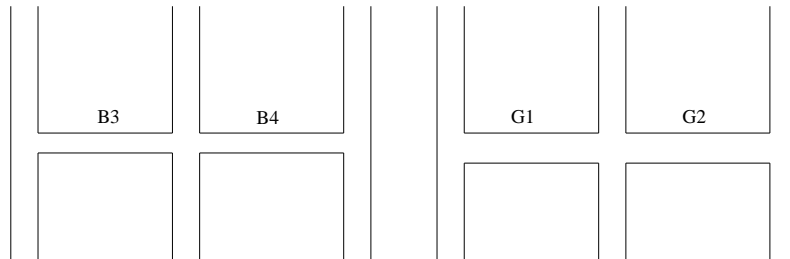
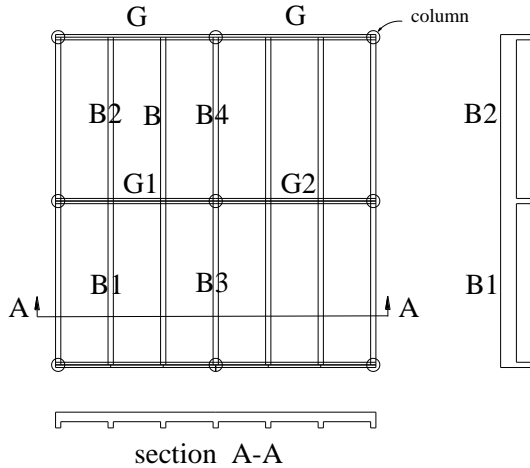
مقاومت برشی اعضای تحت خمش با وجود بار کششی محوری کاهش می‌یابد.

روش ساده	روش دقیق	
<p>فقط خمش</p> <p>ACI 11.3.1.1, Eqn. 11.3</p> $V_c = 0.53\sqrt{f'_c} b_w d$ $\leq 0.93\sqrt{f'_c} b_w d$	<p>ACI 11.3.2.1, Eqn. 11.5</p> $V_c = [0.5\sqrt{f'_c} + 175\rho_w \frac{V_u d}{M_u}]$ $b_w d \leq 0.93\sqrt{f'_c} b_w d \quad \frac{V_u d}{M_u} \leq 1.0$	
<p>خمش و فشار محوری</p> <p>ACI 11.3.1.2, Eqn. 11.4</p> $V_c = 0.53(1 + \frac{N_u}{140A_g})\sqrt{f'_c} b_w d$ <p>ACI 11.3.2.2., Eqn. 11.8</p> $V_c \leq 0.93\sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{N_u}{35A_g}}$ <p><math>N_u &gt; 0</math> for compression</p>	<p>ACI 11.3.2.2, Eqn. 11.7</p> $M_m = M_u - N_u \frac{(4h - d)}{8}$ <p><math>M_m</math> به جای <math>M_u</math> در Eqn. 11-5 استفاده می‌شود. <math>\frac{V_u d}{M_u}</math> محدودیت ندارد.</p> <p>ACI 11.7, 11.3.2.2</p> $V_c \leq 0.93\sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{N_u}{35A_g}}$ <p><math>N_u &gt; 0</math> for comp.</p>	
<p>خمش و کشش محوری</p> <p>ACI 11.3.1.3 <math>V_c = 0</math></p> <p>میلگردهای برشی برای تمام برش طراحی می‌شوند.</p>	<p>ACI 11.3.2.3, Eqn. 11.8</p> $V_c = 0.53 \left( 1 + \frac{N_u}{35A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d$ <p><math>N_u &lt; 0</math> for tension</p>	

**پیوستگی در ساختمان‌های بتنی *continuity in concrete construction***

یکپارچگی در سیستم ساختمان شامل دال - تیر - شاتیر و ستون که به صورت پیوسته با یکدیگر می‌باشند.

تیرهای یکپارچه با شاتیرها



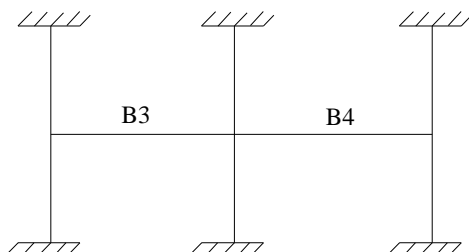
تیرهای یکپارچه با ستون‌ها

شاتیرهای یکپارچه با ستون‌ها

**سیستم کف دال - تیر - شاتیر - ستون**

تیرهای B3, B4 پیوسته هستند و با ستون‌های بالایی و پایینی یکجا ساخته می‌شوند. (متصل به هم) لذا، آنالیز تمام

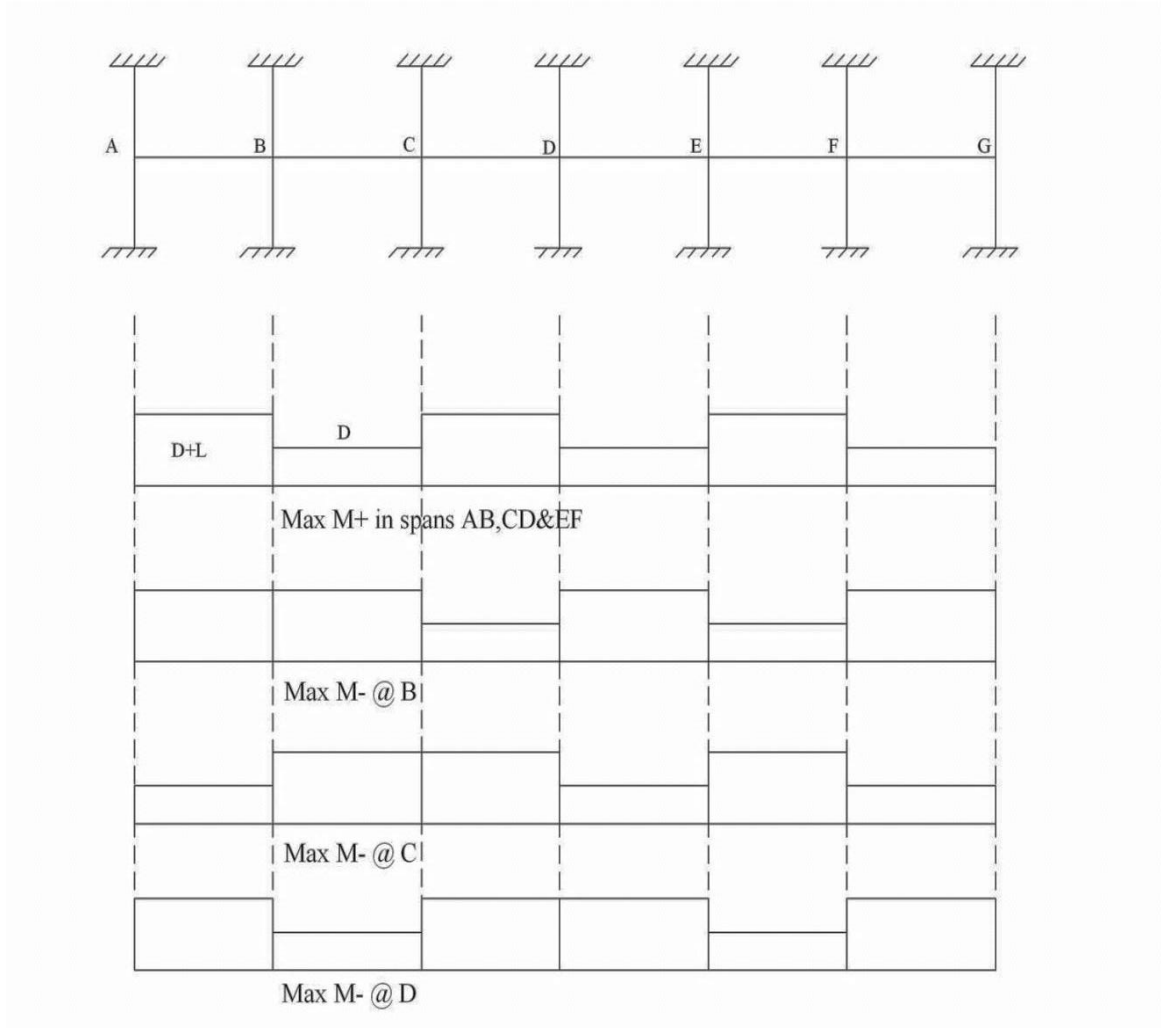
قاب باید بر اساس یک قاب صلب (*rigid frame*) باشد.



### محل‌های قرار دادن بار زنده برای بدست آوردن بیشترین ممان مثبت و منفی

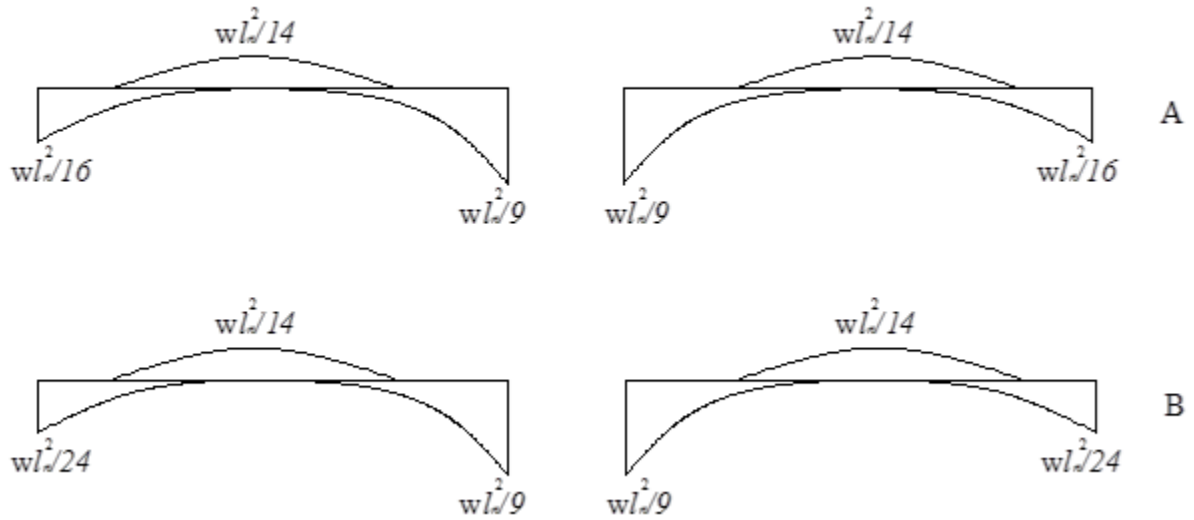
با استفاده از رسم خطوط تأثیر (*Influence lines*) بیشترین ممان + و - برای هر دهانه به دست می‌آید.

**مثال:** مطلوب است ممان‌های ماکزیمم + و - قاب پیوسته با ۶ دهانه *ACI 8.9*

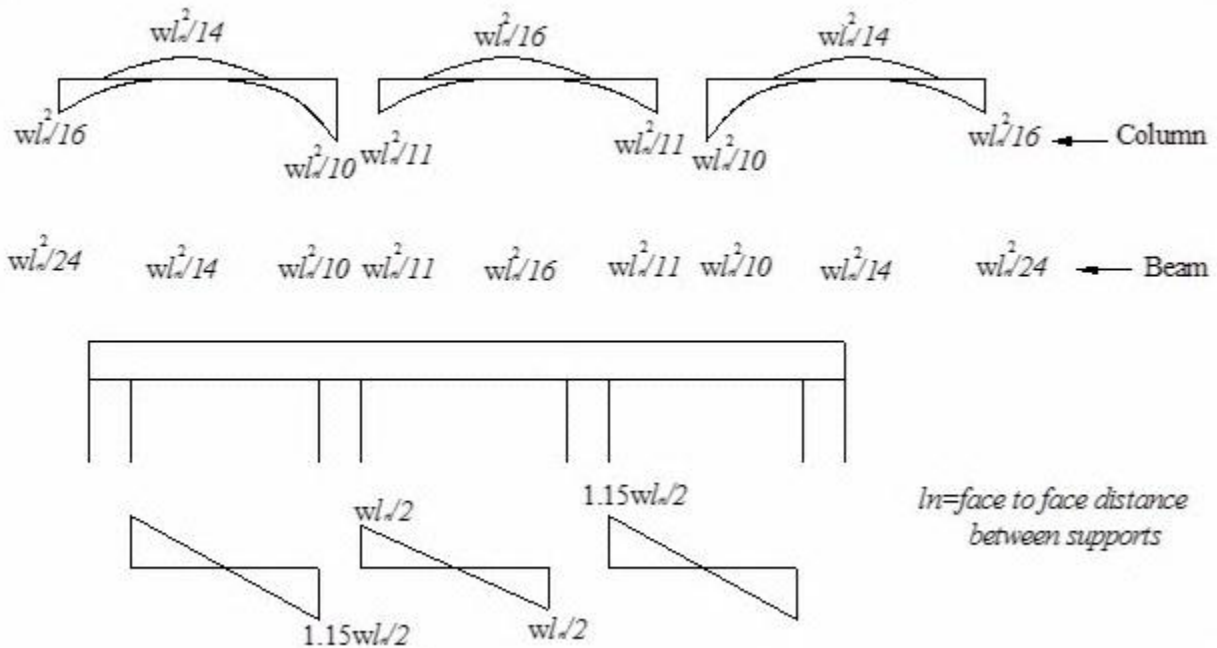


با استفاده از روش پخش لنگر، مقدار لنگرهای ماکزیمم در نقاط *A, B, C, D, E, F, G* و همچنین بین دهانه‌ها به دست می‌آید.

روش  $ACI \leftarrow ACI 8.3$  برای ممانهای + و - در تکیه گاه‌ها و بین دهانه‌ها. جدول 8.3.3(a,b,c&d)  
**دو دهانه:** A: تکیه گاه خارجی ستون است.  
 B: تکیه گاه خارجی تیر است.

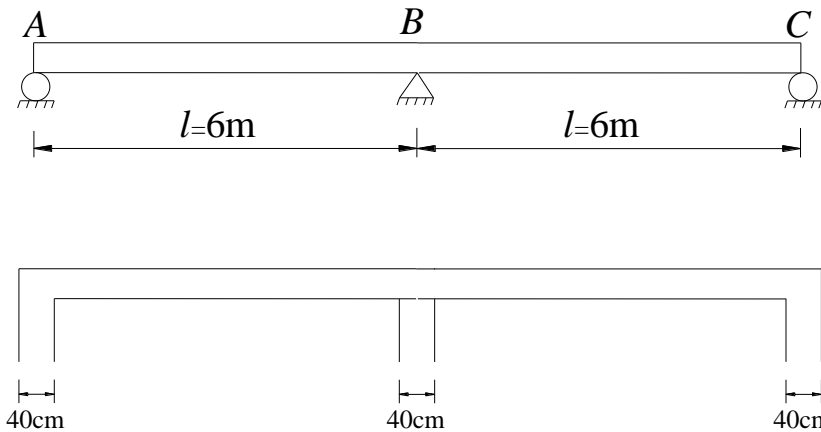


بیش از دو دهانه:



**مثال:** ممان‌های + و - تیر پیوسته ABC را برای  $w_l = 1000 \frac{kg}{m}$ ,  $w_d = 1500 \frac{kg}{m}$  و عرض تکیه گاه‌های 40cm

بدست آورید.



$$W_u = 1.2(1.5) + 1.6(1.0) = 3.4 \frac{t}{m} > 1.4(1.5) = 2.1$$

**حل:**

انتهای غیرسراسری مقید نشده

$$\begin{cases} M_{(+)} = \frac{(3.4)(5.6)^2}{11} = 9.69 t - m \\ M_{(-)} = \frac{(3.4)(5.6)^2}{9} = 11.85 t - m \end{cases}$$

(حالت‌های مختلف بار روی دهانه‌ها در نظر گرفته شده است.) ACI 8.3.3

$$M_{(+)} = \frac{Wl^2}{14.22} \quad \text{تئوری} \quad , \quad M_{(-)} = \frac{WL^2}{8}$$

با داشتن مقادیر ممان، سطح مقطع و فولاد طراحی می‌شود.



## ستون‌ها

معمولاً اکثر ستون‌ها بارهای محوری را به همراه خمش (خارج از مرکز) حمل می‌کنند. به ندرت ستون فقط با بار محوری وجود دارد. طول زیاد مقاومت ستون‌ها را کاهش می‌دهد.

## انواع ستون‌ها

ACI 2-1: ستون به عضوی گفته می‌شود که بار محوری فشاری را حمل کرده و دارای نسبت ارتفاع به کوچکترین بعد عرضی ۳ و یا بیشتر است.

اعضای فشاری کوتاه‌تر به شالوده - پایه ستون - *Pedestal* معروفند.

### ۱- ستون‌های تنگ‌دار (*Tied Columns*)

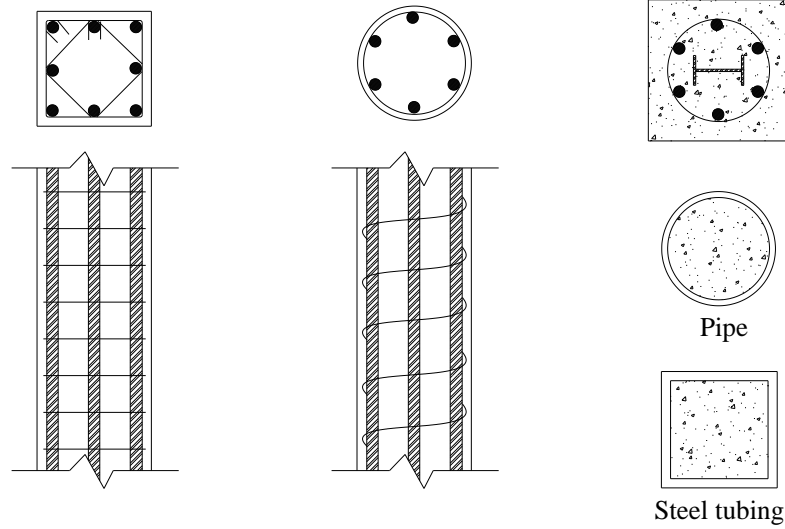
دارای اشکال مربع، مستطیل یا دایره‌ای هستند و میلگردهای طولی به وسیله تنگ‌های عرضی در فاصله‌های مشخص نگهداشته می‌شوند.

### ۲- ستون‌های مارپیچ‌دار (*spiral columns*)

میلگردهای اصلی آن در داخل یک مارپیچ پیوسته قرار گرفته‌اند و دارای شکل مربع یا دایره می‌باشند، گام‌های مارپیچ در فاصله معینی قرار دارند.

### ۳- ستون‌های مرکب (*Composite columns*)

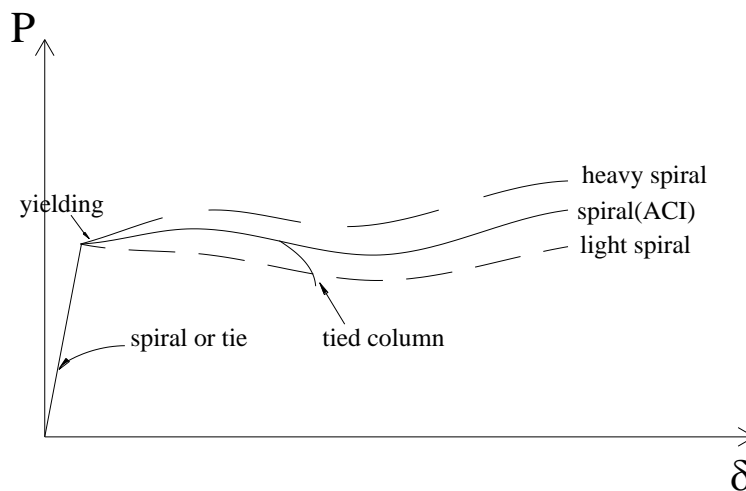
به صورت ترکیبی از اشکال مختلف فولادی در داخل بتن هستند یا اینکه بتن را در اشکال مختلف فولادی قرار می‌دهند. بار بیشتری را در مقایسه با موارد ۱ و ۲ حمل می‌کنند.



### رفتار ستون‌های تنگ‌دار یا مارپیچ‌دار

طول و اندازه ستون، کیفیت بتن، کیفیت و مقدار میلگرد طولی و عرضی، آهنگ بارگذاری، جمع‌شدگی و خزش

روی رفتار ستون مؤثر هستند.



پس از تسلیم شدن میلگرد طولی، پوسته خارجی فرو می‌ریزد و مارپیچ یا خاموت بتن هسته را محصور (*confine*)

می‌کند و نتیجتاً نرمی (*ductility*) ایجاد می‌کند. تأثیر مارپیچ روی نرمی بیشتر از خاموت است.

ضریب کاهش مقاومت در ستون‌ها بر اساس مطالبی که قبلاً در مورد تیرها ذکر شد، بر اساس نوع کنترل شکست مقطع تعیین می‌شود. پس از تعیین ضریب کاهش مقاومت  $\phi$  در یک وضعیت باربری مشخص از ستون، باید کنترل کرد که بار محوری و لنگر خمشی که بر اساس بارهای با ضریب محاسبه می‌شوند ( $M_u, P_u$ )، از مقاومت اسمی ستون ضرب در ضریب کاهش مقاومت بزرگتر نباشد:

$$P_u \leq \phi P_n \quad , \quad M_u \leq \phi M_n$$

### ظرفیت ستون کوتاه تحت اثر بار محوری

برای حالتی است که ستون فقط تحت بار محوری است (ستون مارپیچ دار یا تنگ دار)

$$P_0 = 0.85f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \quad \text{ظرفیت باربری محوری اسمی (بدون خروج از مرکزیت)}$$

$$= 0.85f'_c A_g + A_{st}(f_y - 0.85f'_c)$$

$$P_0 = A_g [0.85f'_c (1 - \rho_g) + f_y \rho_g] \quad , \quad \rho_g = \frac{A_{st}}{A_g}$$

$$= A_g [0.85f'_c + \rho_g (f_y - 0.85f'_c)]$$

آیین نامه *ACI 318* در نسخه‌های پیشین این آیین‌نامه، در بررسی ستون‌های تحت بار محوری، وارد کردن حداقل خروج از مرکزیت را برای ستون‌های با تنگ بسته و دورپیچ دار لازم می‌دانست. ولی در نسخه‌های جدید به جهت کاستن از حجم محاسبات مربوط به در نظر گرفتن حداقل خروج از مرکزیت در آنالیز و طراحی ستون‌ها، مسأله حداقل خروج از مرکزیت در ستون‌ها را برای ستون‌های با تنگ بسته با ۲۰ درصد کاهش از ظرفیت باربری محوری خالص و برای ستون‌های با دورپیچ با ۱۵ درصد کاهش از ظرفیت باربری محوری خالص منظور نمود که با روش قبلی آیین‌نامه نتایجی تقریباً یکسان دارد. بنابراین حداقل ظرفیت باربری محوری اسمی ستون  $P_{max}$  به صورت زیر بیان می‌شود:

برای ستون‌های با تنگ بسته:

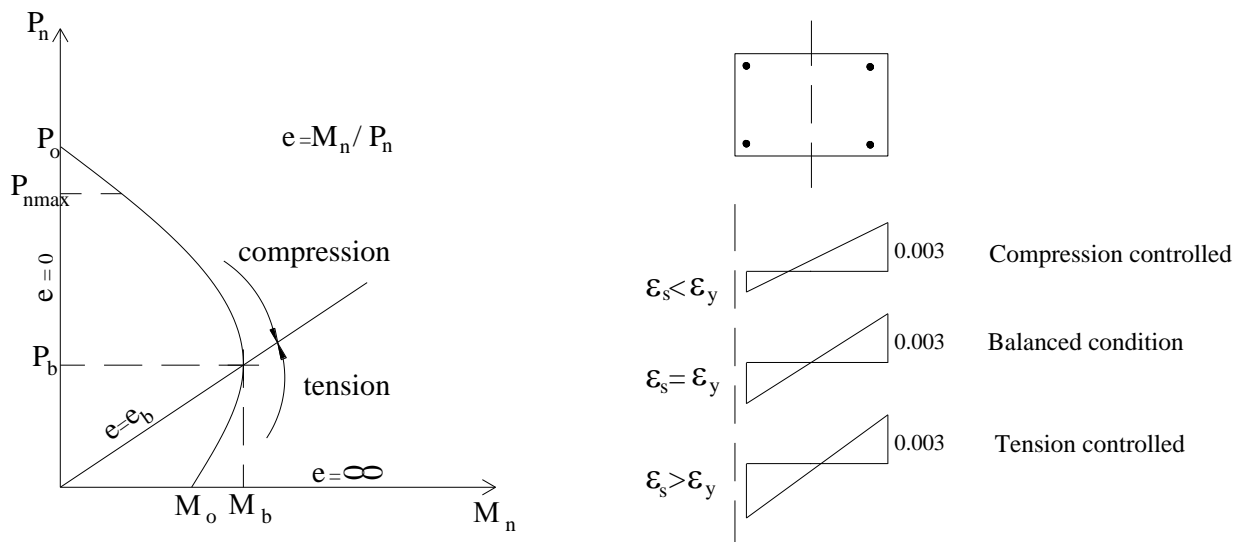
$$P_{n \max} = 0.8P_0 = 0.8 [0.85f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st}f_y]$$

برای ستون‌های با دور پیچ:

$$P_{n \max} = 0.85P_0 = 0.85 [0.85f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st}f_y]$$

ACI 9.3: ضریب کاهش بستگی به  $\epsilon_f$  دارد.

### دیاگرام اندرکنش ستون‌های کوتاه تحت اثر بار محوری و ممان



به جهت *unbalanced floor loads* (ACI 8.8) همیشه بار خمشی روی ستون‌ها است.

### خاموت‌های عرضی

۱- **تنگ‌ها:** میلگردهای عمودی را نگه می‌دارند و تکیه‌گاه عرضی برایشان ایجاد می‌کنند. آرماتورهای عمودی

فقط در بین خاموت‌ها می‌توانند کمانش کنند. تنگ‌ها مقاومت ستون را با توجه به ریختن پوسته، افزایش نمی‌دهند.

$S$  برابر کمترین این ۳ مقدار است.

$$ACI \begin{cases} 7.10.5 \\ 7.10.5.2 \text{ حداکثر فاصله بین تنگ‌ها} \\ 7.10.5.3 \end{cases} = S \leq \min \begin{cases} 1 - 48d_t \\ 2 - 16d_b \\ \text{کوچکترین بعد} - 3 \end{cases}$$

## ۲- مارپیچ‌ها (Spirals)

از سال ۱۹۳۰ فایده آن مشخص بوده است و نرمی ستون را بسیار افزایش می‌دهد.

$$P_n = (K_c) f'_c A_c + f_y A_{st} + K_s f_{sy} A_{sp}$$

$P_n$  = مقاومت اسمی ستون تنگدار (بدون ترم آخر (بدون مارپیچ))

(آزمایش)  $K_s = 2$ ، سطح خالص بتن هسته  $A_c = 0.85$ ،

$$P_n (\text{مقدار ناشی از مقاومت مارپیچ}) = K_s f_{sy} A_{sp} = 2.0 f_{sy} A_{sp}$$

$$\rho_s = \frac{A_{sp}}{A_c} \rightarrow P_n = 2.0 f_{sy} \rho_s A_c \quad (1)$$

با مساوی قرار دادن مقاومت پوسته و معادله (۱)، و با در نظر گرفتن مقاومت بتن پوسته حدود ۹۰٪ بتن داخل مارپیچ، خواهیم داشت:

$$2.0 f_{sy} \rho_s A_c = (0.90 \times 0.85) f'_c (A_g - A_c)$$

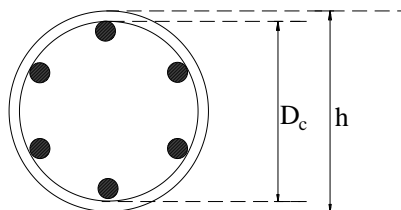
$$\rho_s = 0.375 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{sy}} \quad \begin{array}{l} A_g: \text{سطح ناخالص} \\ A_c: \text{سطح هسته} \end{array}$$

مقاومت پوسته > مقاومت مارپیچ  $\rightarrow S.F. = 1.2$

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{sy}} \quad \left\{ \begin{array}{l} ACI 10.9.3 \\ f_{sy} < 4200 \frac{kg}{cm^2} \end{array} \right.$$

$$\rho_s = \frac{A_{sp}}{A_c} = \frac{\text{حجم مارپیچ در یک حلقه}}{\text{حجم بتن هسته در یک گام}} = \frac{a_s \pi (D_c - d_b)}{\left( \frac{\pi D_c^2}{4} \right) S}$$

$$A_g = \frac{\pi}{4} h^2, \quad A_c = \frac{\pi}{4} D_c^2 \quad \begin{array}{l} a_s: \text{سطح مقطع مارپیچ} \\ d_b: \text{قطر مارپیچ} \end{array}$$



**محدودیت میلگردهای طولی ACI 10.9.1**

(برای مناطق لرزه خیز  $0.06 < \rho_{gross} < 0.08$ ) جلوگیری از شکست ناگهانی  $0.01 < \rho_{gross} < 0.08$

0.08: غیر کاربردی (not practical)

محدودیت فاصله میلگردها از یکدیگر:

$$S \geq \max(4cm, 1.5d_b, \frac{4}{3} \text{ اندازه بزرگترین درشت دانه}) \quad (ACI 7.6.3)$$

**محدودیت گام‌های ماریچ**

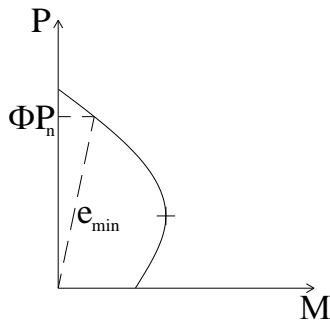
ACI 7.10.4.3 فاصله بین گام‌های ماریچ  $2.5cm \leq S \leq 7.5cm$  (گام)

**بیشترین مقاومت فشاری محوری مجاز براساس ACI**

برای ستون‌های کوتاه ACI 10.3.6

$$P_u = \phi P_n = 0.80\phi[0.85f'_c(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y] \quad (\text{ستون تنگ دار})$$

$$P_u = \phi P_n = 0.85\phi[0.85f'_c(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y] \quad (\text{ستون ماریچ دار})$$

**حداقل e ستون‌ها**

$$\begin{cases} e_{min} > 1.5 + 0.03h \\ \phi P_n < ACI 10.3.6 \end{cases}$$

حداقل e که باید در ستون‌ها منظور شود:

ستون‌های باریک و بلند ACI 10.12.3.2

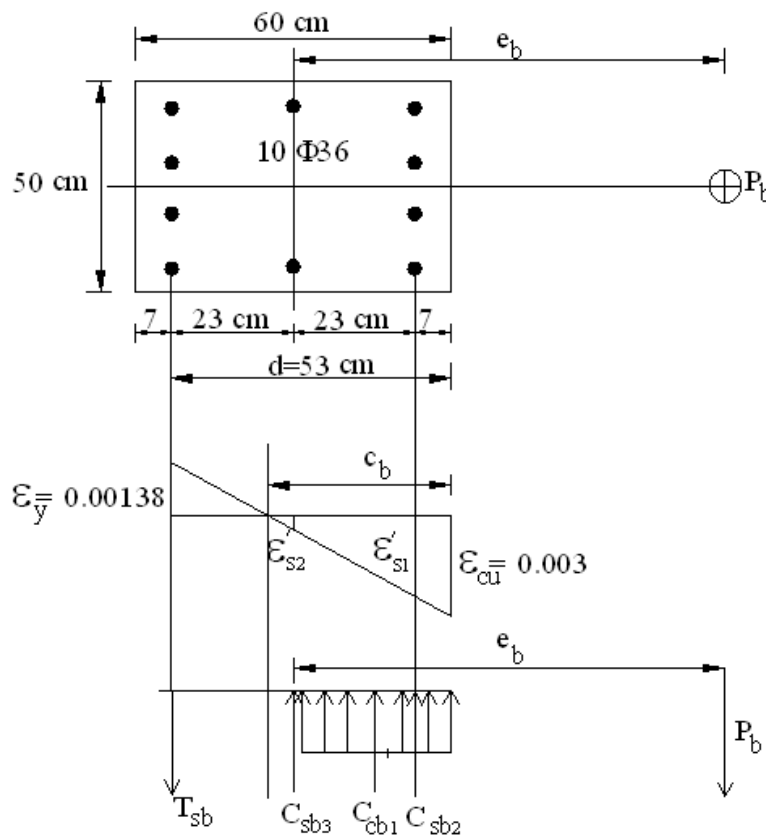
**ظرفیت ستون کوتاه در حالت بالانس**

برای تعیین نوع شکست لازم است  $e_b$  و  $P_b$  محاسبه شوند و مقادیر  $e$ ،  $P_n$  ستون با آن‌ها مقایسه شوند.

شکست فشاری ←  $e < e_b$  یا  $P_n > P_{balance}$

شکست کششی ←  $e > e_b$  یا  $P_n < P_b$

**مثال:** مقادیر  $P_b$  و  $e_b$  برای ستون کوتاه با  $f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2}$ ،  $f_y = 2800 \frac{kg}{cm^2}$  را محاسبه کنید.



$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{\varepsilon_y + 0.003}$$

$$c_b = \frac{6117d}{6117 + f_y} = \frac{6117(53)}{6117 + 2800}$$

$$c_b = 36.36 \text{ cm}$$

$$a_b = \beta_1 c_b = 0.85 \times 36.36 = 31 \text{ cm}$$

$$\frac{\varepsilon'_{s1}}{0.003} = \frac{c_b - d'}{c_b}$$

$$\varepsilon'_{s1} = \frac{36.36 - 7}{36.36} \times 0.003 = 0.0024 > \varepsilon_y = 0.00138$$

$$\begin{aligned} \varepsilon'_{s2} &= \frac{36.36 - 30}{36.36} (0.003) \\ &= 0.00052 < \varepsilon_y = 0.00138 \end{aligned}$$

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E} = \frac{2800}{2.03 \times 10^6} = 0.000138$$

$$T_{sb} = A_s f_y = 40.8 \times \frac{2800}{1000} = 114.24 \text{ t}$$

$$C_{cb1} = 0.85 f'_c b a_b = 0.85 (210) (50) (31) / 1000 = 276.7 \text{ t}$$

$$C_{sb2} = A'_{s1} (f_y - 0.85 f'_c) = 40.8 (2800 - 0.85 \times 210) / 1000 = 107 \text{ t}$$

$$C_{sb3} = A'_{s2} (\varepsilon'_{s2} E_s - 0.85 f'_c) = 20.4 [0.00052 \times 2.03 \times 10^6 - 0.85 \times 210] / 1000 = 17.9$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow P_b = C_{cb1} + C_{sb2} + C_{sb3} - T_{sb} = 276.7 + 107 + 17.9 - 114.24$$

$$P_b = 287.4 \text{ t}$$

$$\sum M_{CL} = 0 \text{ (وسط ستون)}$$

$$276.7 \left(30 - \frac{31}{2}\right) + 107(30 - 7) + 114.24(23) - P_b e_b = 0$$

$$P_b e_b = M_b = 9100.67 \text{ t-cm}$$

$$e_b = \frac{M_b}{P_b} = \frac{9100.67}{287.4} = 31.67 \text{ cm}$$



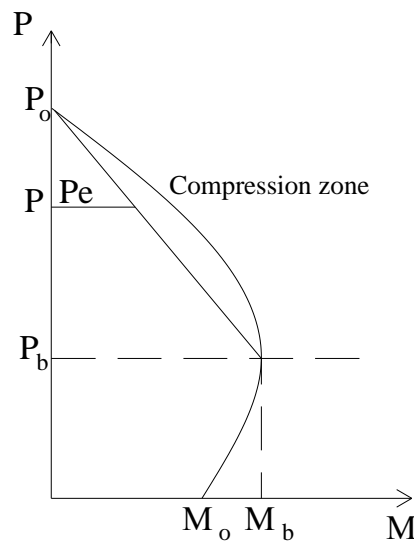
محاسبه بار نهایی ستونهای مستطیل برای شکست فشاری

$$P_u > P_b \quad \text{یا} \quad e < e_b$$

(a) روش استاتیکی: با استفاده از روابط کرنش و معادلات تعادل بار نهایی همانند تعیین  $P_b$  و  $e_b$  به روش

اشاره شده است.

(b) روش *Hognestad*: از نقطه  $P_o$  تا نقطه  $P_b$  را به طور خطی در نظر می‌گیریم و به طرق زیر محاسبه می‌کنیم.



$$(1) \frac{P_o - P}{P_o - P_b} = \frac{P \times e}{P_b \times e_b} \quad \rightarrow \quad P = \frac{P_o}{1 + \left[ \left( \frac{P_o}{P_b} \right) - 1 \right] \frac{e}{e_b}}$$

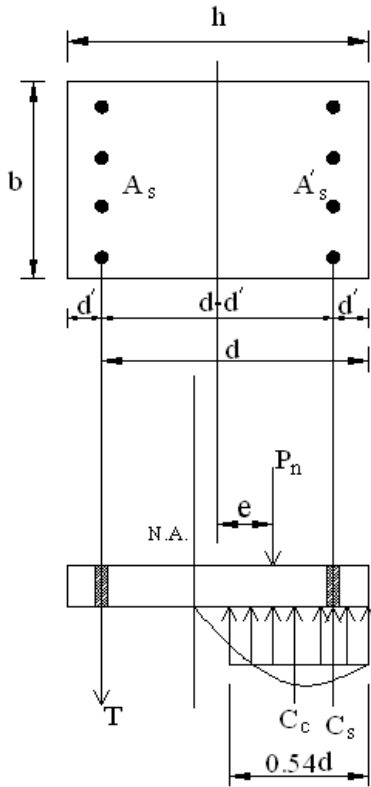
با قرار دادن  $M_b = P_b e_b$  ,  $M = P e$  داریم:

$$(2) \frac{P_o - P}{P_o - P_b} = \frac{M}{M_b} \quad \rightarrow \quad P = P_o - (P_o - P_b) \frac{M}{M_b}$$

(c) روش تقریبی *Whitney*:

وقتی که میلگردها به صورت متقارن در دو طرف ستون و در یک لایه قرار داشته باشند:

(Based on balanced strain condition) Whitney  $\rightarrow a = 0.54d$



$$C_c = 0.85 f'_c b(0.54d) = 0.459 b d f'_c$$

$$M_{tension\ steel} = C_c \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

$$= 0.459 b d f'_c \left( d - \frac{0.54d}{2} \right) = \frac{1}{3} f'_c b d^2$$

$$C_s = A'_s f_y$$

$$M_{tension\ steel} = A'_s f_y (d - d')$$

در شکست فشاری، فولاد فشاری به تسلیم می‌رسد.

$$M_{CL(A_s)} = 0 \rightarrow P_n \left( e + \frac{d - d'}{2} \right) = C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d')$$

تا اینکه موضوع تسلیم شدن یا نشدن فولاد کششی مطرح نباشد.

$$P_n = \frac{\frac{1}{3} f'_c b d^2 + A'_s f_y (d - d')}{e + \frac{d - d'}{2}}$$

$$P_n = \frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d - d'} + \frac{1}{2}} + \frac{f'_c b h}{\frac{3eh}{d^2} + \frac{3(d - d')h}{2d^2}} \quad (1)$$

$$\text{Boundary conditions} \rightarrow e = 0 \rightarrow P_n = P_o$$

$$P_o = 0.85 f'_c b h + 2 f_y A'_s \rightarrow (A) \text{ (مساحت بتنی را که فولاد اشغال کرده در نظر نمی‌گیریم)}$$

$$P_o = \frac{f'_c b h}{\frac{3(d - d')h}{2d^2}} + 2 A'_s f_y \rightarrow (B) \text{ با جایگزین کردن در معادله (۱) داریم:}$$

$$(e = 0 \ \& \ P_n = P_o)$$

$$\frac{3(d - d')h}{2d^2} = \frac{1}{0.85} = 1.18 \leftarrow \text{از مقایسه (B), (A) داریم:}$$

$$P_n = \frac{bhf'_c}{\frac{3he}{d^2} + 1.18} + \frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5}$$

فرمول *whitney* برای فولاد قرینه با نادیده گرفتن مساحت بتنی که فولاد فشاری اشغال کرده است.

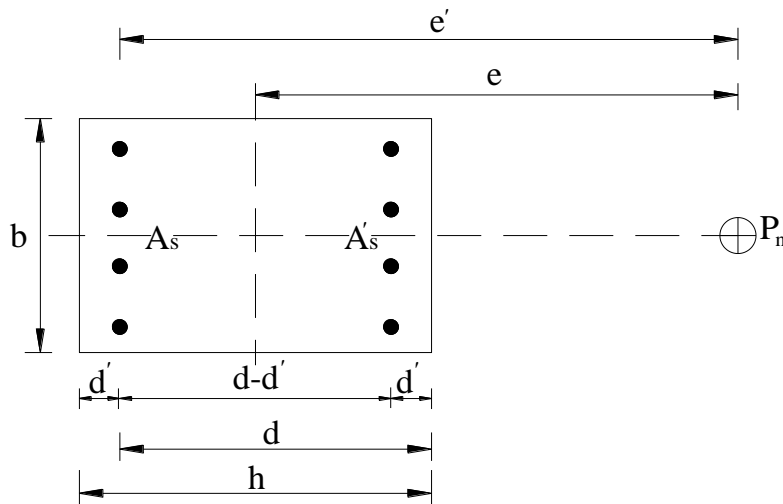
روش استاتیکی از همه دقیقتر است. روش *whitney* جواب نزدیکتری به جواب استاتیکی می‌دهد. روش

*Hognestad* جوابش کمتر و محافظه کارانه‌تر از دو روش دیگر است.

### بار نهائی ستون کوتاه مستطیلی برای شکست کششی

$$P_n < P_b \quad \text{یا} \quad e > e_b \quad \varepsilon_s > \varepsilon_y$$

با استفاده از روش *ACI-63*



$$T = A_s f_y$$

$$C_s = A'_s (f_y - 0.85 f'_c) \rightarrow f'_s > f_y \quad \text{فرض}$$

که پس از تعیین  $N.A$ ،  $\varepsilon'_s$  را کنترل می‌کنیم و در صورت لزوم از  $f'_s = \varepsilon'_s E_s$  استفاده می‌کنیم.

$$C_c = 0.85 f'_c b a$$

$$\sum F = 0 \rightarrow P_n = 0.85 f'_c a b + A'_s (f_y - 0.85 f'_c) - A_s f_y \quad (A)$$

$$\text{Let } m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} \quad , \quad \rho = \frac{A_s}{bd} \quad , \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd}$$

$$P_n = 0.85 f'_c bd \left[ \frac{a}{d} + \rho'(m-1) - \rho m \right] \quad (B)$$

$$\Sigma M_{A_s} = 0 \rightarrow P_n e' = 0.85 f'_c ab \left( d - \frac{a}{2} \right) + A'_s (f_y - 0.85 f'_c) (d - d')$$

$$P_n e' = 0.85 f'_c bd \left[ a - \frac{a^2}{2d} + \rho'(m-1)(d - d') \right] \quad (C)$$

$$(B) \& (C) \rightarrow e' \left[ \frac{a}{d} + \rho'(m-1) - \rho m \right] = \left[ a - \frac{a^2}{2d} + \rho'(m-1)(d - d') \right]$$

$$a^2 - 2a(d - e') + 2d \left[ e' m (\rho' - \rho) - \rho' e' - \rho'(m-1)(d - d') \right] = 0$$

$$\frac{a}{d} = \left( 1 - \frac{e'}{d} \right) + \sqrt{\left( 1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2 \left[ \rho'(m-1) \left( 1 - \frac{d'}{d} \right) + \frac{e'}{d} (\rho m - \rho' m + \rho') \right]}$$

با قرار دادن  $\frac{a}{d}$  در رابطه B داریم:

$$P_n = 0.85 f'_c bd \left\{ \rho'(m-1) - \rho m + \left( 1 - \frac{e'}{d} \right) + \sqrt{\left( 1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2 \left[ \left( \frac{e'}{d} \right) (\rho m - \rho' m + \rho') + \rho'(m-1) \left( 1 - \frac{d'}{d} \right) \right]} \right\}$$

اگر  $\rho = \rho'$ :

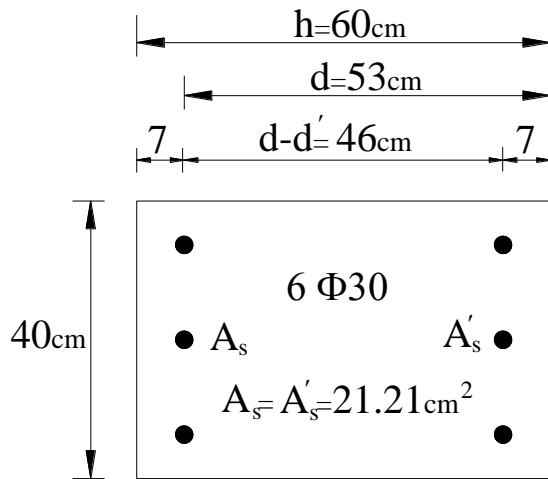
$$P_n = 0.85 f'_c bd \left\{ -\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left( 1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2\rho \left[ (m-1) \left( 1 - \frac{d'}{d} \right) + \frac{e'}{d} \right]} \right\}$$

اگر  $\rho' = 0$ :

$$P_n = 0.85 f'_c bd \left[ -\rho m + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left( 1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + \frac{2e'\rho m}{d}} \right]$$

**مثال:** بار نهایی ( $P_u$ ) برای  $e=50\text{cm}$  ( $b$ ),  $e=20\text{cm}$  ( $a$ ) برای مقطع با  $f'_c = 210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  و  $f_y = 3500 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  تعیین کنید.

شکست فشاری را برای تعیین مقاومت ستون به وسیله روش‌های استاتیکی، *whitney, hognestad* و شکست کششی به وسیله روش استاتیکی و فرمول‌های *ACI-63* حل کنید.



$$c_b = \frac{6117}{6117 + 3500} (53) = 33.71 \text{ cm} \quad \leftarrow P_b, e_b \text{ محاسبه}$$

$$a_b = \beta_1 c_b = 0.85 \times 33.71 = 28.66 \text{ cm}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{c_b - d'}{c_b} (0.003) = \frac{33.71 - 7}{33.71} (0.003) = 0.00238 > \varepsilon_y = 0.00172$$

$$T_b = 21.21 \times \frac{3500}{1000} = 74.24 \text{ t}$$

$$C_{cb1} = 0.85 f'_c b a_b = 0.85 \times 210 \times 40 \times 28.66 / 1000 = 204.63 \text{ t}$$

$$C_{sb2} = A'_s (f_y - 0.85 f'_c) = 21.2 (3500 - 0.85 \times 210) / 1000 = 70.45 \text{ t}$$

$$\sum F_v = 0 \rightarrow P_b = 204.63 + 70.45 - 74.24 = 200.84 \text{ t}$$

$$\sum M_{CL} = 0 \rightarrow P_b e_b = 74.24(30 - 7) + 70.45(30 - 7) + 204.63(30 - \frac{28.66}{2})$$

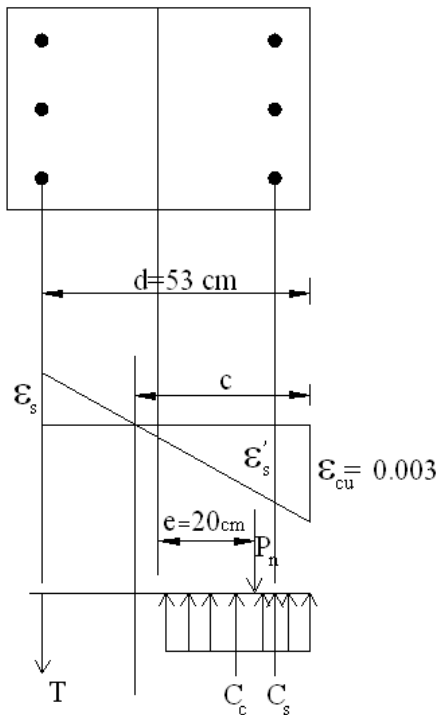
$$P_b e_b = M_b = 6534.4t - m \quad , \quad e_b = \frac{M_b}{P_b} = \frac{6534.4}{200.84} = 32.54cm$$

شکست فشاری  $e = 20cm < e_b = 32.54cm$

شکست کششی  $e = 50cm > e_b = 32.54cm$

تعیین  $P_u$  برای  $e = 20cm$ : شکست فشاری

(a) روش استاتیکی:



فرض  $f'_s > f_y$

$$C_s = A'_s (f_y - 0.85f'_c)$$

$$= 21.2(3500 - 0.85 \times 210) / 1000 = 70.45t$$

$$T = A_s f_s \quad , \quad f_s = E_s \varepsilon_s$$

$$C_c = 0.85f'_c \times 40 \times 0.85c / 1000 = 6.07c$$

$$\frac{0.003}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c} \rightarrow \varepsilon_s = 0.003 \frac{(53 - c)}{c}$$

$$T = (21.21) \frac{(2.03 \times 10^6)(53 - c)(0.003)}{1000c} = \frac{6845.95 - 129.17c}{c}$$

$$\sum M @ P_n = 0 \rightarrow 70.45(10 - 7) - 6.07c \left( \frac{0.85c}{2} - 10 \right) + T(53 - 10) = 0$$

$$211.35 - 2.58c^2 + 60.7c + \frac{294375.85 - 5554.31c}{c} = 0$$

$$c^3 - 23.53c^2 + 2071c - 114099.17 = 0 \rightarrow c = 40.97cm$$

$$C_c = 6.07c = 6.07 \times 40.97 = 248.7t$$

$$C_s = 70.45t \quad , \quad T = \frac{6845.95 - 129.17(40.97)}{40.97} = 37.93t$$

$$check \rightarrow \varepsilon_s = 0.003 \frac{53 - 40.97}{40.97} = 0.00088 < \frac{3500}{2.03 \times 10^6} = 0.001724 = \varepsilon_y$$

$$\varepsilon'_s = 0.003 \frac{40.97 - 7}{40.97} = 0.00249 > \varepsilon_y, \text{ assumption is o.k.}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow P_n = 248.7 + 70.45 - 37.93 = 281.22t$$

$$\varepsilon_s < \varepsilon_y \text{ مقطع تحت کنترل فشار} \Rightarrow \phi = 0.65$$

$$P_u = \phi P_n = 0.65(281.22) = 182.79t$$

**(b) روش Hognestad:**

$$P_n = \frac{P_0}{1 + \left[ \left( \frac{P_0}{P_b} \right) - 1 \right] \frac{e}{e_b}}$$

$$P_0 = 0.85f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st}f_y = [0.85 \times 210(40 \times 60 - 2 \times 21.21) + (2 \times 21.21 \times 3500) / 1000] = 569.3t$$

$$P_n = \frac{569.3}{1 + \left[ \left( \frac{569.3}{200.84} \right) - 1 \right] \frac{20}{32.54}} = 267.44t$$

$$P_u = \phi P_n = 0.65 \times 267.44 = 173.84$$

**(c) روش Whitney:**

$$P_u = \phi \left\{ \frac{bhf'_c}{\frac{3eh}{d^2} + 1.18} + \frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d - d'} + \frac{1}{2}} \right\}$$

$$P_u = 0.65 \left\{ \frac{40 \times 60 \times 210}{\frac{3 \times 20 \times 60}{(53)^2} + 1.18} + \frac{21.21 \times 3500}{\frac{20}{53 - 7} + \frac{1}{2}} \right\} / 1000 = 184.69t$$

جواب whitney به روش دقیق نزدیکتر است.

تعیین  $P_u$  برای  $e=50cm$ : شکست کششی

(a) روش استاتیکی: فرض  $f'_s > f_y$

$$C_s = A'_s (f_y - 0.85f'_c) = 21.21(3500 - 0.85 \times 210) / 1000 = 70.45t$$

$$T = A_s f_y = (21.21 \times 3500) / 1000 = 74.24t$$

$$C_c = 0.85f'_c ab = 0.85 \times 210 \times 40 \times 0.85c / 1000 = 6.07c$$

$$\sum F \rightarrow P_n = C_c + C_s - T = 6.07c + 70.45 - 74.24 = 6.07c - 3.79$$

$$\sum M @ A_s \rightarrow P_n \left( e + \frac{d-d'}{2} \right) = C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d')$$

$$(6.07c - 3.79) \left( 50 + \frac{46}{2} \right) = 6.07c(53 - 0.425c) + 70.45(46)$$

$$c^2 + 47.06c - 1363.45 = 0 \quad \rightarrow c = 20.25cm$$

$$C_c = 6.07c = 6.07 \times 20.25 = 122.92t$$

$$P_n = 6.07c - 3.79 = 122.92 - 3.79 = 119.13t$$

$$check\ 2 \rightarrow \varepsilon'_s = 0.003 \frac{c-d'}{c} = 0.003 \frac{20.25-7}{20.25} = 0.001963 > \varepsilon_y = 0.001704$$

Assumption is O.K.

$$\frac{0.003}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d-c} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{0.003}{20.25} \times (53 - 20.25) = 0.00485 < 0.005$$

مقطع در ناحیه انتقالی قرار دارد.

$$\phi = 0.65 + \frac{E_s \varepsilon_t - f_y}{4(10,200 - f_y)}$$

$$E_s = 2.03 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2} \quad f_y = 3500 \quad \varepsilon_t = 0.00485$$

$$\Rightarrow \phi = 0.65 + \frac{2.03 \times 10^6 \times 0.00485 - 3500}{4(10200 - 3500)} = 0.889$$

$$\Rightarrow P_u = \phi P_n = 0.889 \times 119.13t = 105.91ton$$



(b) فرمولهای ACI- 63:

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{3500}{0.85 \times 210} = 19.608$$

$$\rho = \rho' = \frac{A_s}{bd} = \frac{21.21}{40 \times 53} = 0.010005, \quad e' = \frac{46}{2} + (e = 50) = 73$$

$$P_n = 0.85 f'_c b d \left\{ -\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2 \times \rho \times \left[ (m-1) \left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d} \right]} \right\}$$

$$= 0.85 \times 210 \times 40 \times 53 \left\{ -0.010005 + 1 - \frac{73}{53} + \sqrt{\left(1 - \frac{73}{53}\right)^2 + 2 \times 0.010005 \times \left[ (19.608-1) \left(1 - \frac{7}{53}\right) + \frac{73}{53} \right]} \right\}$$

$$P_n = 119.15t$$

$$\Rightarrow P_u = \phi P_n = 0.889 \times 119.15 = 105.92ton$$

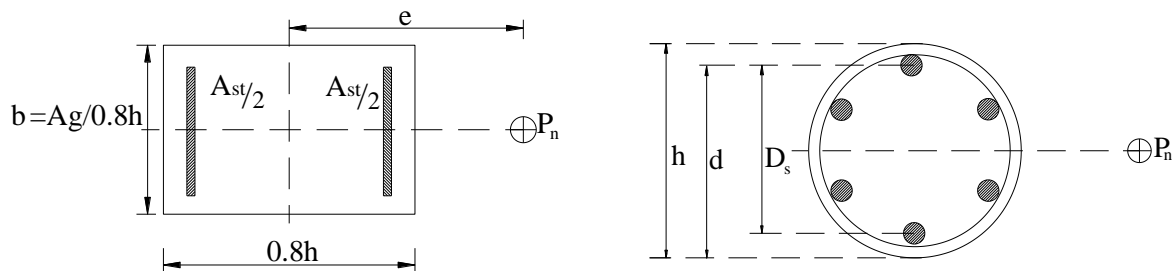
فرض  $\varepsilon'_s > \varepsilon_y$  در بخش (a) کنترل گردید و o.k است.

جواب‌های  $a$  و  $b$  به هم نزدیک هستند، توجه شود که روش ACI- 63 در اصل روش استاتیکی است.

**ستون‌های دایره‌ای کوتاه:** در مقاطع دایره، بیشترین محاسبات مربوط به تعیین مرکز سطح بخشی از دایره و همچنین محاسبه آن بخش می‌باشد. دیگر محاسبات همانند مقاطع مستطیل شکل است.

### روش Whitney برای ستون‌های دایره

مقطع دایره به مقطع معادل مستطیل تبدیل می‌شود. کل فولاد به دو قسمت مساوی تقسیم شده و به فاصله  $\frac{2}{3} D_s$  از هم و عمق مقطع در جهت خمش ( $h$ ) به  $0.8h$  تبدیل می‌شود.



پس از تبدیل مقطع دایره به مستطیل مانند حالت قبل می‌توان آن را برای بالانس، شکست فشاری و شکست کششی آنالیز کرد و  $M_n, e_n, P_n$  را به دست آورد.

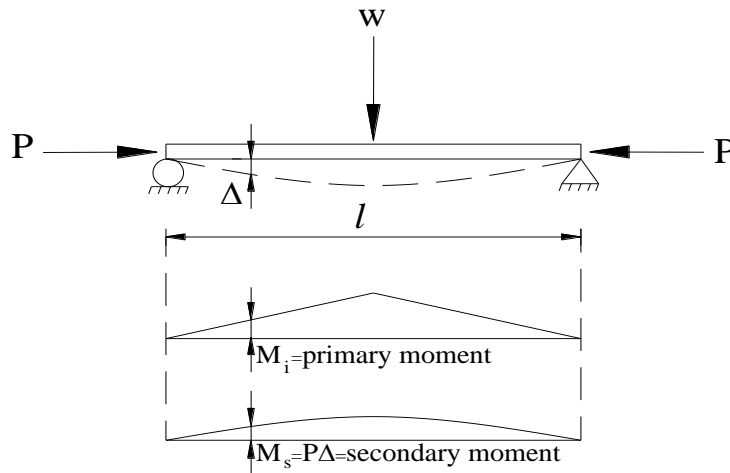
### اثرات طول Length Effect

اعضای فشاری کوتاه: تغییر مکان عرضی کم دارند و کمانش روی مقاومت اثر چندانی ندارد و قابل نادیده گرفتن

است. ضریب لاغری  $\frac{kl_u}{r}$  پائین است و مواد قبل از کمانش شکست را ایجاد می‌کند.

همچنین اثر  $secondary\ bending\ moment = P\Delta$  (خمش ثانویه) کم است.

ACI 10.10, 10.11 را بخوانید.



ضریب طول مؤثر  $k =$

ACI 10.12.1  $\rightarrow k \leq 1.0$  (for braced systems) سیستم مهاربندی شده

ACI 10.13.1  $\rightarrow k \geq 1.0$  (for unbraced system) سیستم مهاربندی نشده

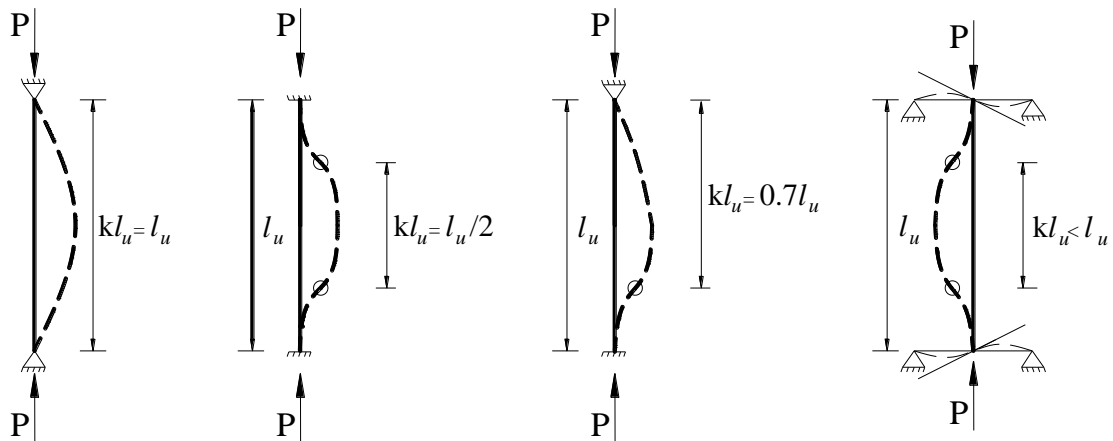
ACI 10.11.2  $\rightarrow$  شعاع ژیراسیون (Radius of Gyration)

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}bh^3}{bh}} = 0.289h \cong 0.3h \quad \text{ACI 10.11.2}$$

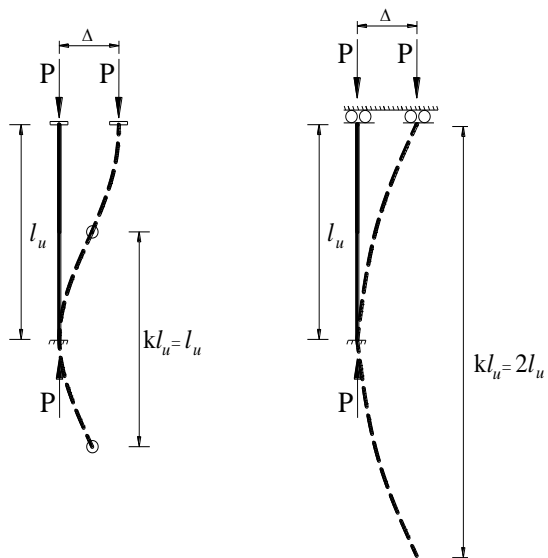
مقطع مستطیل

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\pi h^4 (4)}{64\pi h^2}} = 0.25h \quad \text{ACI 10.11.2}$$

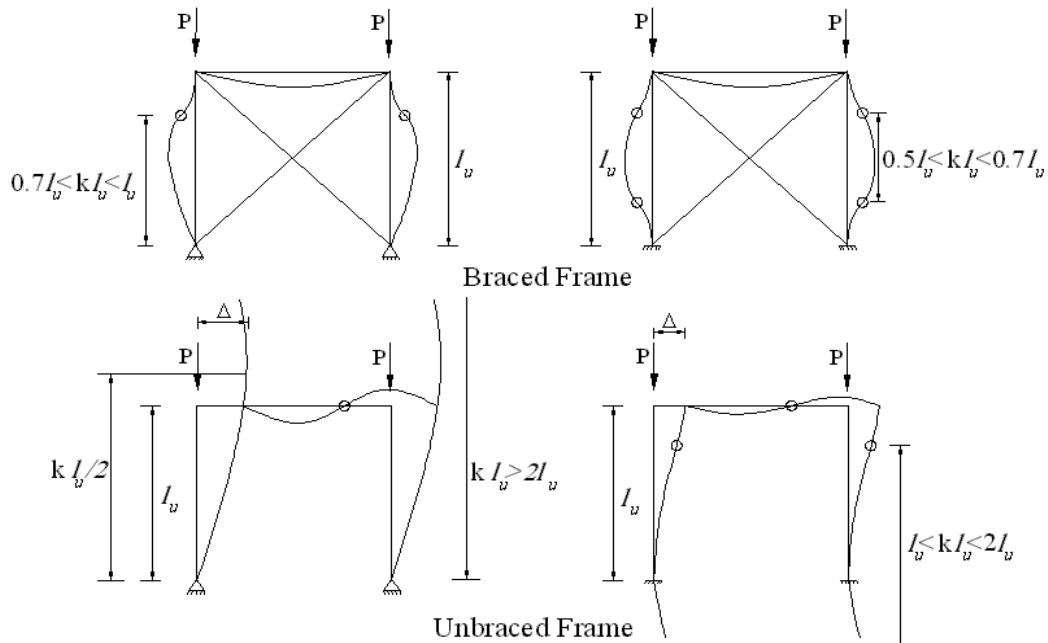
مقطع دایره



$No\ joint\ translation\ k \leq 1$  (مفصل ثابت است)

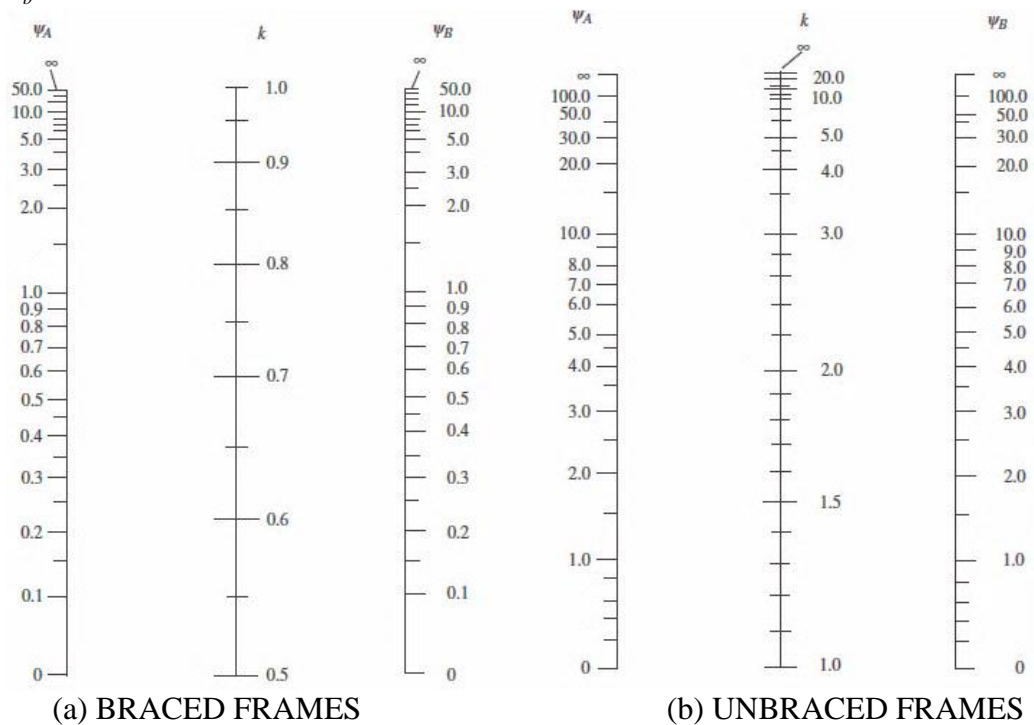


$Joint\ translation\ k \geq 1$  (مفصل متحرک)



با استفاده از (Julian & Lawrence) Alignment Charts

$$\psi = \frac{\sum \frac{EI}{l_e}}{\sum \frac{EI}{l_b}} = \frac{\text{مجموع سختی به طول هر ستون در صفحه خمش}}{\text{مجموع سختی به طول هر تیر در صفحه خمش}}$$



**تعریف قاب بدون حرکت جانبی و یا با حرکت جانبی**

10.11.4.1: یک ستون در یک سازه را در صورتی می‌توان مهاربندی شده در نظر گرفت که افزایش در لنگرهای خمشی انتهایی ستون بر اساس تأثیرات مرتبه دوم، بیش از ۵ درصد نسبت به لنگرهای انتهایی مرتبه اول نباشد.

10.11.4.2: یک طبقه از قاب بدون حرکت جانبی فرض می‌شود، اگر شاخص پایداری طبقه در آن راستا ( $Q$ ) کوچکتر یا مساوی 0.05 باشد. شاخص پایداری طبقه در یک راستا از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_0}{V_u L_c}$$

$\sum P_u$ : مجموع بارهای قائم طبقه

$\Delta_0$ : تغییر مکان نسبی مرتبه اول بین بالا و پایین آن طبقه بر اثر  $V_u$

$V_u$ : برش افقی طبقه

$L_c$ : طول عضو فشاری در قاب

**روش تقریبی ACI 10.12, 10.13**

$$ACI 10.12.2 \quad \frac{kl_u}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} \leq 40 \quad \text{مهاربندی شده (بدون حرکت جانبی)}$$

در صورتی که رابطه فوق برقرار باشد اثرات لاغری در نظر گرفته نمی‌شود.

(ممان بزرگتر انتها)  $M_1 < M_2$  (ممان کوچکتر انتها)

$$\begin{cases} \frac{M_1}{M_2} > 0 \\ \frac{M_1}{M_2} < 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{انحنای یک طرفه } single \text{ curvature} \\ \text{انحنای دو طرفه } double \text{ curvature} \end{array}$$

$$ACI 10.13.2 \quad \frac{kl_u}{r} < 22 \quad \text{مهاربندی نشده (با حرکت جانبی)}$$

در صورتی که رابطه فوق برقرار باشد اثرات لاغری در نظر گرفته نمی‌شود.

در کاربرد  $\frac{kl_u}{r}$  معمولاً از ۷۰ تجاوز نمی‌کند.

اگر  $\frac{kl_u}{r} > 100$  :  $ACI 10.10.1$  (از روش تقریبی نباید استفاده کرد، بایستی آنالیز دقیق انجام داد).

آنالیز دقیق: Second order که اثر  $\delta$  و کاهش سختی را در نظر می‌گیرد.

بیش از ۹۰٪ ستون‌های قابهای مهار شده و ۴۰٪ از ستون‌های قابهای مهار نشده در محدوده  $ACI 10.13.2$ ,  $10.12.2$  قرار می‌گیرند و اثر لاغری ستون را لذا می‌توان نادیده گرفت.

❖ در صورت نیاز به منظور نمودن اثر لاغری، مطابق روش تقریبی  $10.12.3$ ,  $10.13.4$  ستون را برای بار

محوری موجود و یک ممان بیشتر (جهت منظور نمودن اثر  $P-\Delta$ ) که به طریق زیر حاصل می‌شود بایستی در نظر گرفت.

### روش افزایش ممان بر اساس ACI

قابهای مهار شده:  $ACI 10.12.3$

$$M_c = \delta_{ns} M_2 \quad M_2 = \text{ممان بزرگتر دو انتها ضریبدار}$$

$$\delta_{ns} \text{ (Magnification factor = ضریب افزایش)} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75P_c}} \geq 1.0$$

$P_u$  = بار محوری اعمال شده

$$ACI 10.12.3.1 \begin{cases} C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 & C_m \leq 1 \\ C_m = 1.0 \end{cases}$$

فقط با ممانهای انتهایی و بدون بار عرضی  
با بارهای عرضی (شبه باد)

برای انحنای یک طرفه ستون (+) است.  $\frac{M_1}{M_2}$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \text{ بار بحرانی اوایلر}$$

مقدار  $EI$  بستگی به ترک، اثرات وابسته زمان و رفتار غیرخطی منحنی  $\sigma - \epsilon$  بتن دارد.

$$ACI 10.12.3 \begin{cases} EI = \frac{0.2E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_d} & (1) \\ EI = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_d} & (2) \end{cases}$$

از مقدار بزرگتر استفاده می‌شود که هنوز از  $EI$  واقعی کمتر است.

رابطه (۲) محافظه کارانه است و از این مقدار در حالتی که فولاد طراحی نشده باشد جهت طراحی استفاده می‌شود.

$$I_{se} = A_s d^2 = \text{ممان اینرسی فولاد حول مرکز ثقل مقطع}$$

$$I_g = E_c \rightarrow ACI 8.5 \text{ (بدون در نظر گرفتن سطح فولاد) ممان اینرسی ناخالص}$$

$$\beta_d = \frac{(M_u)_{dead}}{(M_u)_{total}} \quad \text{اثرات وابسته به زمان (time dependent deformations)}$$

در آنالیز و در طراحی با استفاده از نرم افزارهای کامپیوتری سختی ستون ( $EI$ )، حدود  $0.70EI_g$  در نظر گرفته می‌شود. در بند 10.11.1 مقادیر اصلاح شده ممان اینرسی‌ها برای استفاده در تحلیل و طراحی ارائه شده است.

### قاب‌های مهار نشده (با حرکت جانبی):

جهت تعیین لنگرهای با ضریب دو انتهای ستون با حرکت جانبی  $ACI 318$  با تشدید  $M_s$  و جمع آن با  $M_{ns}$  روابط زیر را ارائه می‌کند.

$$ACI 10.13.3 \begin{cases} M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \\ M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \end{cases} ; M_2 > M_1$$

$M_{2ns}, M_{1ns}$ : لنگرهای با ضریب ناشی از بارهای بدون حرکت جانبی (بارهای قائم)

$M_{2s}, M_{1s}$ : لنگرهای با ضریب ناشی از بارهای با حرکت جانبی

$\delta_s$ : ضریب تشدید لنگر جهت بازتاب حرکت جانبی ناشی از بارهای جانبی و ثقلی

برای تعیین عبارت  $\delta_s M_s$ ,  $ACI 318$  سه روش را ارائه کرده است:

(۱)  $\delta_s M_s$  مستقیماً بر اساس انجام یک آنالیز الاستیک مرتبه دوم و با استفاده از سختی‌های داده شده در بند 10.11.1 محاسبه شود.

(۲) در صورتی که شاخص پایداری  $Q$  تعیین شده باشد، ضریب تشدید  $\delta_s$  را می‌توان به صورت زیر حساب کرد:

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q} \geq 1 \quad ACI 10.13.4.2$$

اگر  $\delta_s > 1.5$  به دست بیاید،  $\delta_s M_s$  را باید بر اساس روش دیگری محاسبه کنیم.

(۳)  $\delta_s$  را می‌توان از روش زیر تعیین کرد:

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \geq 1.0 \quad \text{ACI 10.13.4.3}$$

$\sum P_u$ : جمع تمام بارهای قائم در طبقه

$\sum P_c$ : جمع بارهای بحرانی کمانشی تمام ستون‌هایی از طبقه است که در برابر حرکت جانبی مقاومت می‌کند.

### ACI 10.13.6

علاوه بر ترکیبات بار دارای بارهای جانبی، مقاومت و پایداری سازه به عنوان یک مجموعه، تحت اثر بارهای وزنی ضریب‌دار بایستی بررسی شود، این بررسی بر اساس کنترل‌های زیر انجام می‌گیرد:

الف)  $\delta_s M_s$  محاسبه شده بر اساس بند 10.13.4.1 نسبت تغییر مکان‌های جانبی مرتبه دوم به تغییر مکان‌های جانبی مرتبه اول تحت بارهای  $1.4D+1.7L$  به علاوه بار جانبی نباید از 2.5 بیشتر باشد.

ب) در محاسبه  $\delta_s$  از بند 10.13.4.2 مقدار  $Q$  محاسبه شده بر اساس بار  $1.4D+1.7L$  نباید از 0.6 بیشتر شود.

$$(\delta_s < 2.5)$$

پ) در محاسبه  $\delta_s$  از بند 10.13.4.3،  $\delta_s$  محاسبه شده بر اساس  $\sum P_c, \sum P_u$  متناظر با بارهای مرده و زنده ضریب‌دار بایستی مثبت بوده و از 2.5 بزرگ‌تر نشود.

### حداقل e طراحی

۱- قاب‌های مهار شده، اگر  $\frac{M_u}{P_u} < 1.5 + 0.03h$  باشد، آنگاه  $M_2 = P_u(1.5 + 0.03h)$  ACI 10.12.3.2

۲- قاب‌های مهار نشده، اگر  $\frac{M_u}{P_u} < (1.5 + 0.03h)$  باشد، آنگاه  $M_{2s} = P_u(1.5 + 0.03h)$



رئوس نکات برای طراحی ستون‌ها:

۱. ضریب کاهش ستون‌ها،  $ACI 9.3$

۲. فاصله بین تنگ‌ها  $ACI 7.10.5.2, 7.10.5.3$

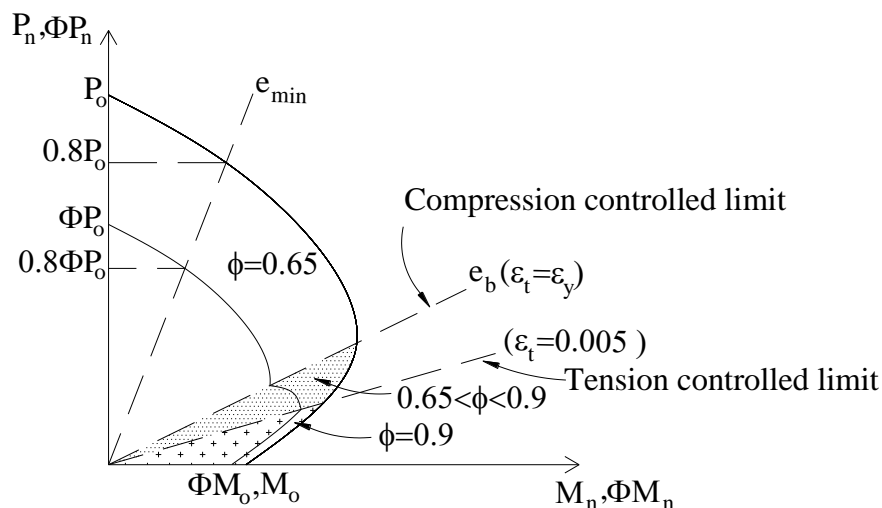
۳. گام بین ماریچ‌ها  $ACI 7.10.4.3, 10.9.3$

$$0.01 < \rho_g = \frac{A_{st}}{A_g} = \frac{A_{st}}{bh} < 0.08$$

۰.۰۶: در مناطق لرزه خیز

شکل منحنی اندرکنش طراحی ستون

با اعمال ضریب کاهش مقاومت در بار محوری اسمی و لنگر خمشی اسمی، می‌توان منحنی اثر توأم بار محوری و لنگر خمشی ستون را بر اساس مقاومت نهایی ستون بدست آورد. ضریب کاهش مقاومت  $\phi$  بر اساس رفتار کلی ستون و کرنش در دورترین فولاد کششی متغیر است که جزئیات محاسبه آن در مبحث خمش توضیح داده شد. منحنی اثر توأم بار محوری و لنگر خمشی با و بدون اعمال ضریب کاهش مقاومت  $\phi$  برای ستون با تنگ بسته در شکل زیر آورده شده است.

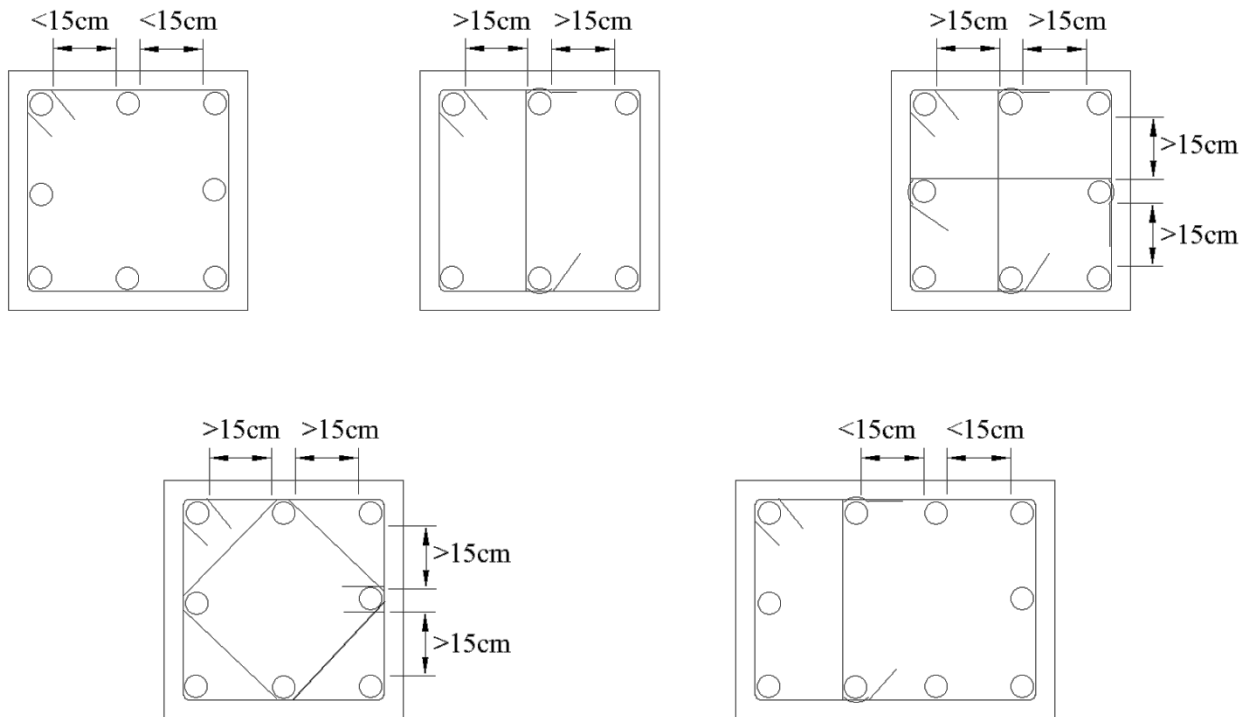


نحوه استقرار آرماتورهای طولی در مقطع:



ستون تنگدار با فولاد چهارطرف    ستون تنگدار با فولاد دو طرف    ستون تنگدار با فولاد دو طرف    ستون مارپیچ دار دایره    ستون مارپیچ دار مربع

تنگ گذاری ستون‌ها



**مثال طراحی:** یک ستون مربع تنگ دار برای داده‌های زیر طراحی کنید. (ستون AB)

مقدار  $\rho_g = 0.03$ ,  $f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2}$ ,  $f_y = 2800 \frac{kg}{cm^2}$  است و همچنین  $e_{min} < e < e_b$  یعنی نوع

شکست فشاری است. فرض کنید ستون کوتاه است (نیاز به طراحی برای لاغری نیست)

$$P_u = 1.2(90) + 1.6(56) = 197.6t$$

$$M_u = 1.2(5.5) + 1.6(3.45) = 12.12t - m$$

$$\phi = 0.65 \Rightarrow \text{مقطع تحت کنترل فشار است}$$

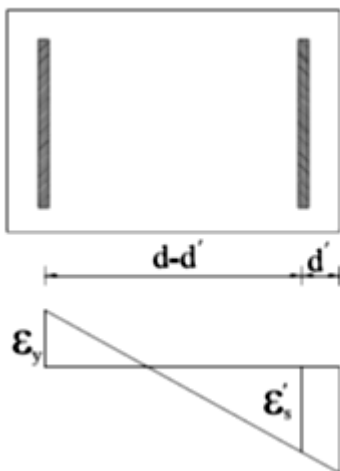
$$e < e_b \Rightarrow \varepsilon_s < \varepsilon_y \Rightarrow$$

$$P_n = \frac{P_u}{\phi} = \frac{197.6}{0.65} = 304t$$

$$M_n = \frac{12.12}{0.65} = 18.64t - m; \quad e = \frac{M_u}{P_u} = 6.13cm$$

$$C_b = \frac{6120d}{6120 + f_y} = \frac{6120}{6120 + 2800}d = 0.685d$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow P_b = C_{cb1} + C_{sb2} - T_{sb}, \quad C_{cb1} = 0.85f'_c b a_b$$



$$\varepsilon_y = \frac{2800}{2.04 \times 10^6} = 0.00137$$

$$\frac{0.003 + \varepsilon_y}{d} = \frac{\varepsilon_y + \varepsilon'_s}{d - d' \cong 0.85d}$$

$$\Rightarrow \varepsilon'_s = 0.0023 > \varepsilon_y \rightarrow f'_s = f_y$$

$$\begin{cases} C_{sb2} = A'_s f_y \\ T_{sb} = A_s f_y \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_b = 0.85f'_c a_b b + A'_s f_y - A_s f_y$$

فرض  $A'_s = A_s$  (ستون به طور قرینه آرماتور گذاری شده)

$$P_b = 0.85(210)(b)[0.85 \times 0.685d] = 103.93bd$$

اگر  $P_n$  را مساوی  $P_b$  قرار دهیم، داریم:

$$P_b = P_n = 304t$$

$$P_b = 304 \times 1000 = 103.93bd \Rightarrow bd = 2925.05 \text{ cm}^2$$

اگر کشش  $P_n < P_b \rightarrow bd > 2925.05$

اگر فشاری  $P_n > P_b \rightarrow bd < 2925.05$

لذا در این مسأله چون  $e_{\min} < e < e_b$

$$bd = 2925.05 \rightarrow d' = 7.5 \text{ cm} \rightarrow bd (= b - 7.5) = 2925.05$$

$$\Rightarrow b = 57.96 \text{ cm}, \quad d = 50.46 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow b = h = 58 \text{ cm} \rightarrow h = 58 \text{ cm}$$

برای شکست فشاری  $Try \ b = h = 40 \text{ cm} \rightarrow A_g = 1600 \text{ cm}^2$

$$A_s = A'_s = 24 \text{ cm}^2 \quad \rho_g = \frac{A_{st}}{A_g} \rightarrow A_{st} = 0.03 \times 1600 = 48 \text{ cm}^2$$

ظرفیت ستون را می‌توان توسط یکی از سه روش استاتیکی، *whitney*، *hognestad* به دست آورد. فرض  $d' = 6.5 \text{ cm}$  از روش *whitney* به جهت دقیق بودن آن استفاده می‌کنیم.

روش *whitney* برای ستونهای متقارن و در ۱ لایه در هر طرف با فرض  $a = 0.54d$

$$P_n = \frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + \frac{1}{2}} + \frac{bhf'_c}{\frac{3eh}{d^2} + 1.18} = \left[ \frac{24 \times 2800}{\frac{6.13}{33.5-6.5} + 0.5} + \frac{210 \times 40 \times 40}{\frac{3(6.13)(40)}{(33.5)^2} + 1.18} \right] / 1000$$

$$P_n = 275.49t < 304t = P_n \quad \text{Section is N.G}$$

$$Try \ b = h = 43 \text{ cm} \rightarrow A_g = b \times h = (43)^2 = 1849 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = \rho_g A_g = 0.03 \times 1849 = 55.47 \text{ cm}^2 \rightarrow use \ 8\phi 30$$

$$A_{st} = 56.56 \text{ cm}^2 > 55.47 \text{ cm}^2$$

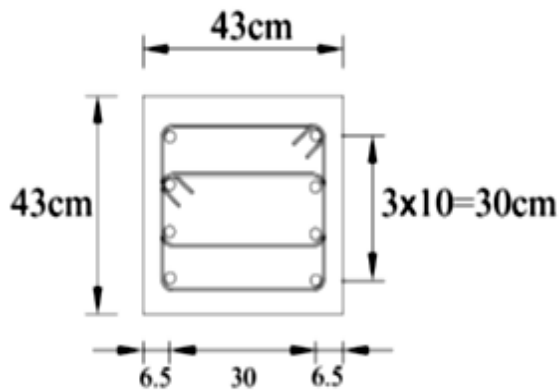
$$d = 43 - (4 + 1 + 1.5) = 36.5 \text{ cm} \rightarrow d - d' = 36.5 - 6.5 = 30 \text{ cm}$$

$$e_{\min} = 1.5 + 0.03h = 1.5 + 0.03 \times 43 = 2.79 \text{ cm} < e = 6.13 \text{ cm}$$

$$P_n = \left[ \frac{28.28 \times 2800}{\frac{6.13}{30} + 0.5} + \frac{1849 \times 210}{\frac{3 \times 6.13 \times 43}{(36.5)^2} + 1.18} \right] / 1000 = 331.36t > 304t$$

فاصله بین تنگها 3, 2, 1, 3 ACI 7.10.5.1

$$\begin{cases} 48d_t = 48(1) = 48cm \\ 16d_b = 16(3.0) = 48cm \end{cases}$$



کوچک‌ترین بعد = 43cm

use 43x43 column

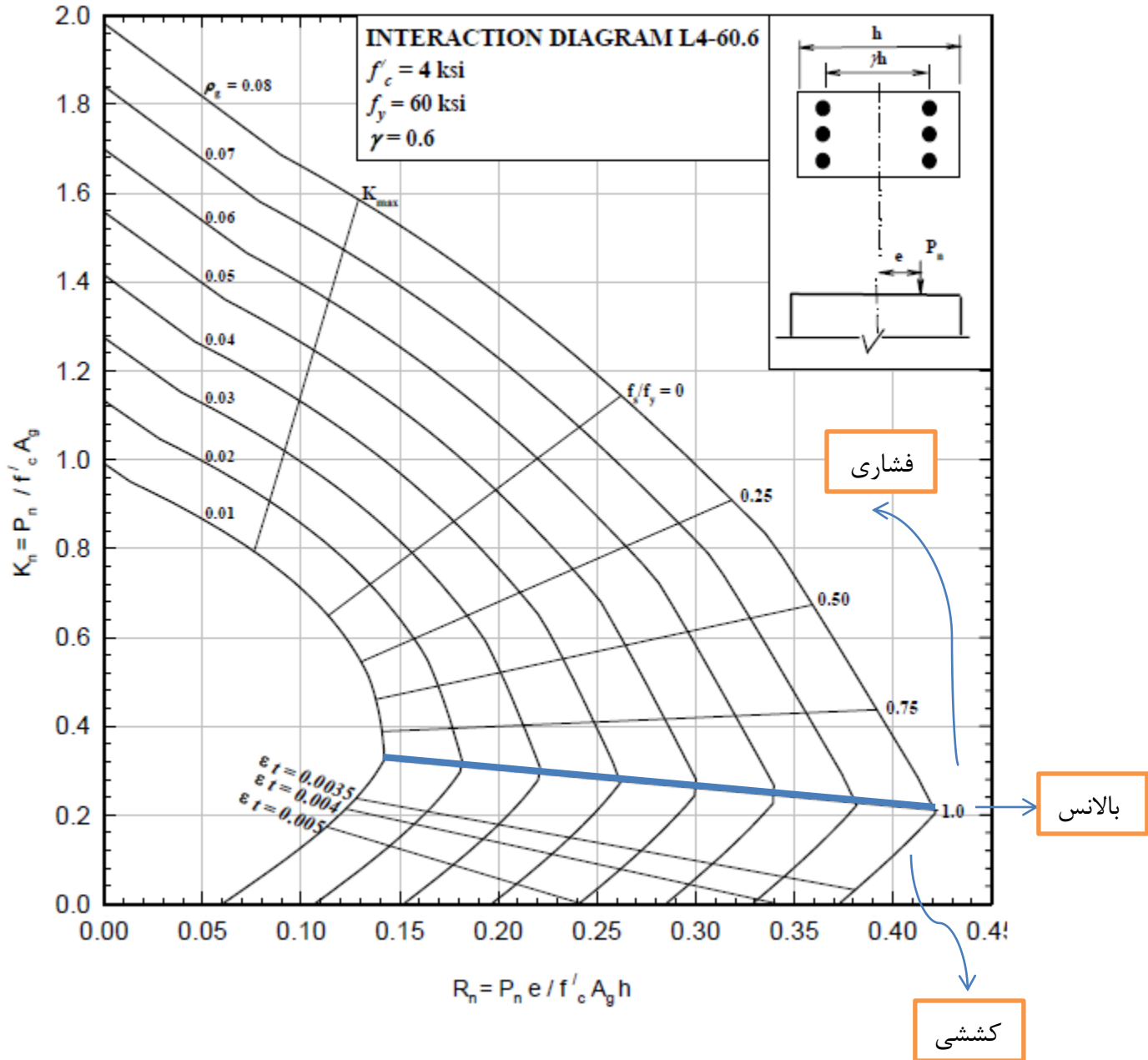
with 8φ30

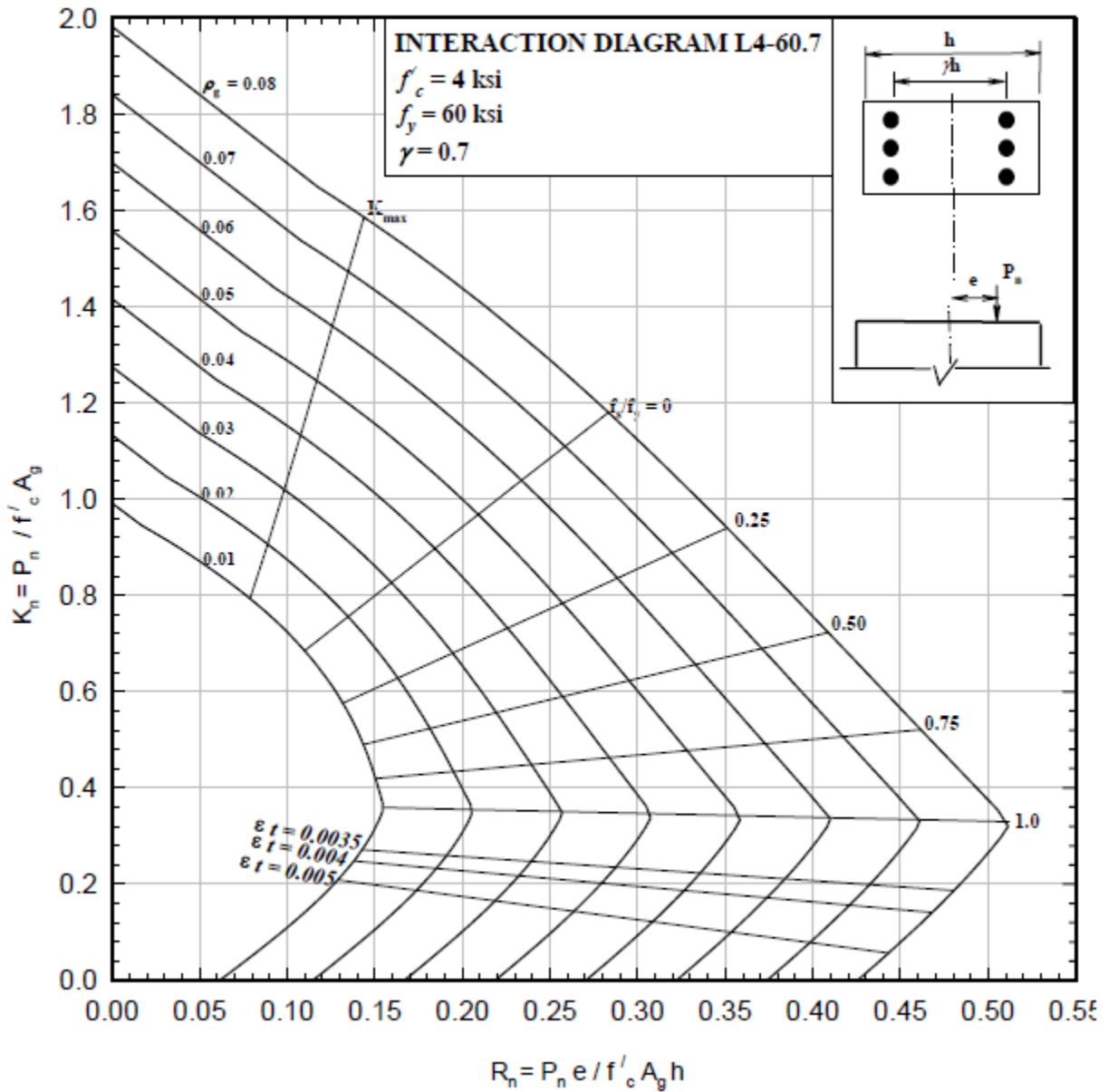
φ10 as ties @ 43cm

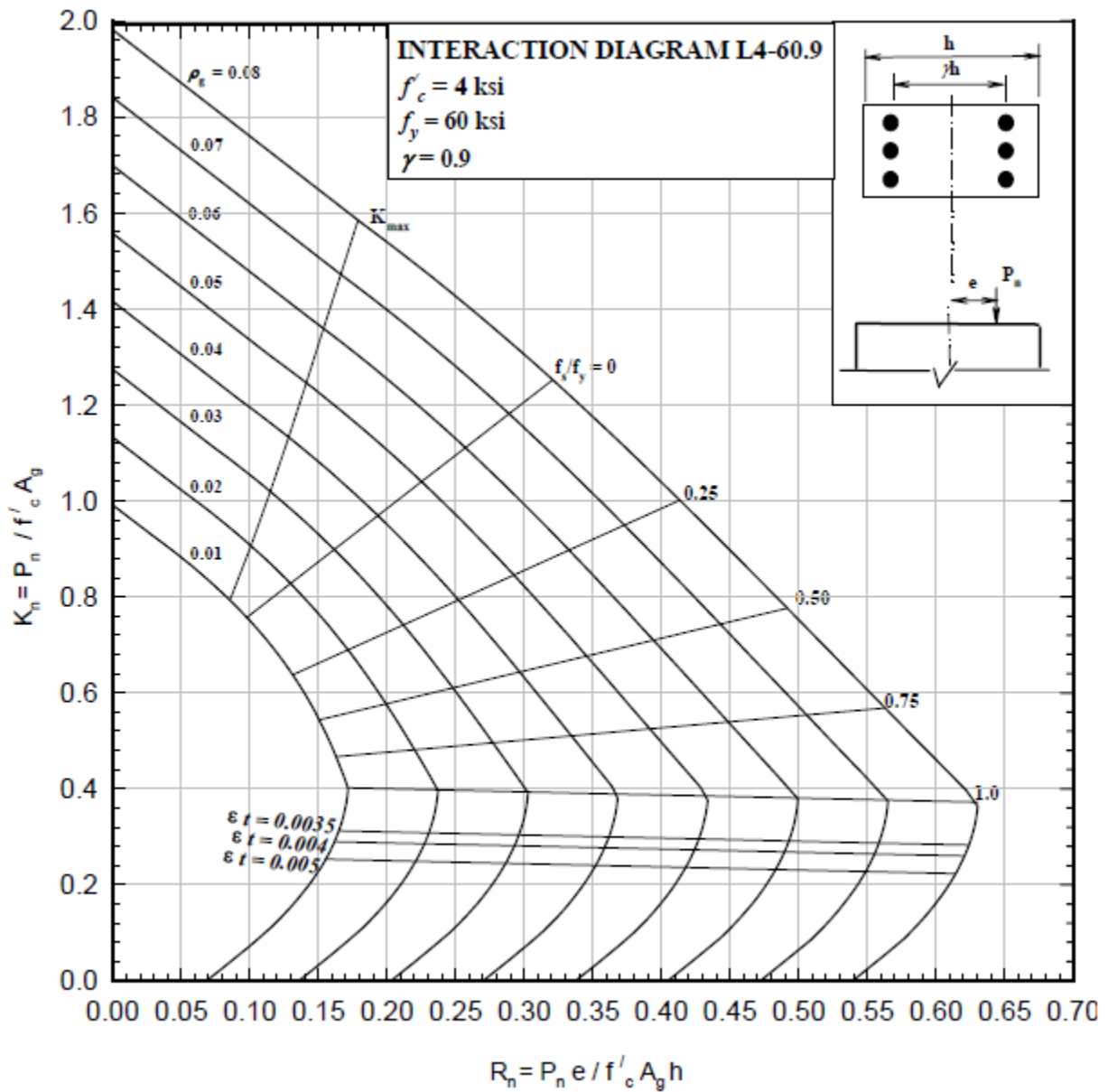
ACI 7.10.5.3: فاصله بین میلگردها در گوشه‌های خاموت

نباید از آرماتور میانی به اندازه  $15cm \times 2$  بیشتر باشد.

نمودارهای طراحی ستون براساس ACI 318-14







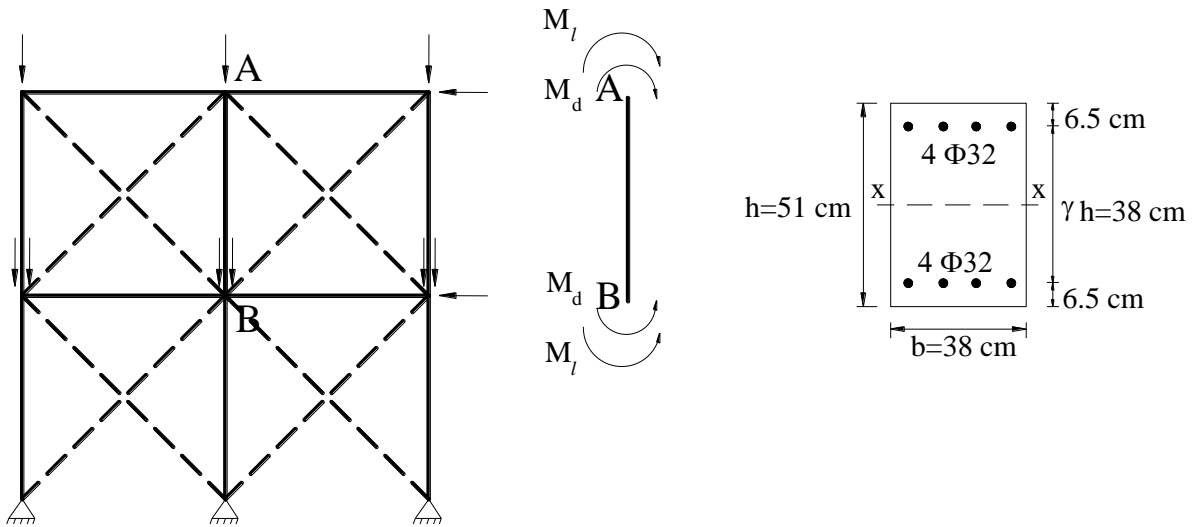


## مثال:

ستون AB را در شکل نشان داده شده با  $P_d = 27.2t$ ,  $f'_c = 280 \frac{kg}{cm^2}$ ,  $f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$  و  $P_l = 45.4t$  و  $M_l = 19.4t - m$ ,  $M_d = 16.6t - m$  طراحی کنید. قاب برای حرکت‌های جانبی مهارشده و خمش آن تکی (Single curvature) است و حول صفحه قاب (حول محور x) در دو انتها یک اندازه فرض شده‌اند.

آیا این عضو با مقطع موجود برای  $l_u = 6m$ ,  $l_u = 3m$  قابل قبول است، در غیر این صورت،  $\delta$  را محاسبه کرده و

فولاد لازم را طراحی کنید.  $A_{\phi 32} = 8.04cm^2$ .



## حل:

$$P_u = 1.2(27.2) + 1.6(45.4) = 105.28t$$

$$M_u = 1.2(16.6) + 1.6(19.4) = 50.96t - m$$

$$\Rightarrow e = \frac{M_u}{P_u} = \frac{50.96 \times 100}{105.28} = 48.4 \text{ cm}$$

$$\frac{e}{h} = \frac{48.4}{51} = 0.949 \quad ; \quad \rho_g = \frac{A_{st}}{A_g} = \frac{8 \times 8.04}{38 \times 51} = 0.0332; \quad \gamma = \frac{38}{51} \cong 0.75$$

$$(A \text{ شکل}) \begin{cases} f'_c = 280 \frac{kg}{cm^2} \\ f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow \frac{P_n}{f'_c A_g} = 0.27 \Rightarrow P_n = 0.27 \times 280 \times 51 \times \frac{38}{1000} = 146.51 ton \\ \gamma = 0.7 \\ \frac{e}{h} = 0.95 \end{cases}$$

با استفاده از  $\gamma = 0.7$  و  $e/h = 0.95$  در شکل A پیوست جزوه (صفحه ۱۵۰) مقدار  $p_n$  به دست می‌آید.

$$\varepsilon_t \cong 0.003 \rightarrow \phi = 0.48 + 83(0.003) = 0.73$$

$$\Rightarrow P_{u1} = 0.73 \times 146.51 = 106.95 ton$$

با استفاده از  $\gamma = 0.7$  و  $e/h = 0.95$  در شکل B پیوست جزوه (صفحه ۱۵۱) مقدار  $p_n$  به دست می‌آید.

$$(B \text{ شکل}) \begin{cases} f'_c = 280 \frac{kg}{cm^2} \\ f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow \frac{P_n}{f'_c A_g} \cong 0.3 \rightarrow P_n = 0.3 \times 280 \times 51 \times \frac{38}{1000} = 162.79 ton \\ \gamma = 0.8 \\ \frac{e}{h} = 0.95 \end{cases}$$

$$\varepsilon_t \cong 0.0031 \rightarrow \phi = 0.48 + 83(0.0031) = 0.74$$

$$\Rightarrow P_{u2} = 0.74 \times 162.79 = 120.66$$

$$\Rightarrow P_u = \frac{P_{u1} + P_{u2}}{2} = \frac{106.95 + 120.66}{2} = 113.81 ton > 105.28 ton$$

$$a) l_u = 3m$$

قاب مهاربندی شده  $k=1.0$

ACI 10.11.2

$$r = 0.3h = 0.3 \times 51 = 15.3cm \rightarrow \frac{kl_u}{r} = \frac{(1)(300)}{15.3} = 19.6$$

$$ACI 10.11.4.1 \rightarrow \frac{kl_u}{r} = 19.6 < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} = 34 - 12(1) = 22 \quad o.k.$$

لازم نیست اثر لاغری را در نظر بگیریم.

$$b) l_u = 6m$$

$$\frac{kl_u}{r} = \frac{(1)(600)}{15.3} = 39.2 > 34 - 12(1) = 22 \text{ N.G.}$$

بنابراین، لاغری باید منظور شود.

ACI 10.11.3

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 + 0.4(1) = 1.0$$

$$E_c = 15100 \sqrt{f'_c} = 15100 \sqrt{280} = 252671 \frac{kg}{cm^2}$$

$$I_g = \frac{1}{12} (38)(51)^3 = 420,062 cm^4$$

$$\beta_d = \frac{(M_d)_n}{(M_{d+l})_n} = \frac{1.2(16.6)}{1.2(16.6) + 1.6(19.4)} = 0.391$$

$$I_{se} = (2)(4 \times 8.04)(19)^2 = 23220 cm^4$$

$$EI = \frac{0.2E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_d} = \frac{(0.2)(252671)(420062) + 2.04 \times 10^6 (23,220)}{1 + 0.391}$$

$$EI = 49,314,376 t - cm^2 > EI = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_d} = 30,521,204 \quad \text{بزرگ‌تر را انتخاب می‌کنیم}$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 49,314,376}{(1 \times 600)^2} = 1352 t$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} = \frac{1.0}{1 - \frac{105.28}{0.75 \times 1352}} = 1.116$$

$$\begin{cases} P_u = 105.28 t \\ M_u = 50.96 t - m \end{cases}$$

$$\rightarrow \delta M_u = 1.116(50.96) = 56.87$$

برای تعیین مقدار فولاد لازم از منحنی‌های طراحی استفاده می‌کنیم.

با توجه به ثابت بودن  $P_u$  و افزایش  $M_u$  فرض می‌کنیم:  $\phi = 0.75 \leftarrow$

$$P_n = \frac{105.28}{0.75} = 140.37 \text{ ton} \rightarrow K_n = \frac{P_n}{f'_c A_g} = \frac{140.37 \times 10^3}{280 \times 38 \times 51} = 0.259$$

$$\delta M_n = \frac{56.87}{0.75} = 75.83 \text{ t-m} \rightarrow R_n = \frac{M_n}{f'_c A_g h} = \frac{75.83 \times 10^5}{280 \times 38 \times 51^2} = 0.274$$

$$\gamma = \frac{38}{51} = 0.75$$

$$\left. \begin{array}{l} f'_c = 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\ f_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\ \gamma = 0.7 \\ K_n = 0.259 \\ R_n = 0.274 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{شکل A}} \left\{ \begin{array}{l} \rho_{g_1} \cong 0.037 \\ \varepsilon_{t_1} \cong 0.003 \end{array} \right. \rightarrow \phi_1 = 0.48 + 83(0.003) = 0.73$$

$$\left. \begin{array}{l} f'_c = 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\ f_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\ \gamma = 0.8 \\ K_n = 0.259 \\ R_n = 0.274 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{شکل B}} \left\{ \begin{array}{l} \rho_{g_2} \cong 0.032 \\ \varepsilon_{t_1} \cong 0.004 \end{array} \right. \rightarrow \phi_2 = 0.48 + 83(0.004) = 0.81$$

$$\Rightarrow \rho_g \cong 0.0345 > \rho_g = 0.0332 ; \varepsilon_t \cong 0.0035 \rightarrow \phi = 0.48 + 83(0.0035)$$

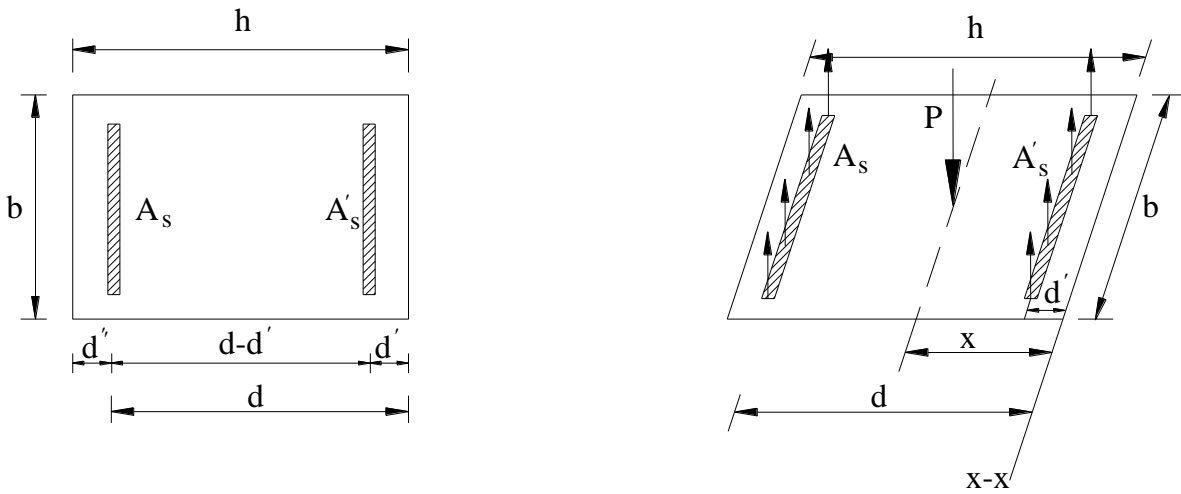
$\phi \cong 0.77$  به صورت محافظه کارانه  $\phi$  فرض شده قابل قبول است.

$$\Rightarrow A_{st} = 0.0345 \times 38 \times 51 = 66.86 \text{ cm}^2$$

$$\text{USE } 4\phi 32 + 4\phi 34 \rightarrow A_{st} = 68.48 \text{ cm}^2$$

مرکز پلاستیک

نقطه‌ای که در اثر اعمال بار محوری بر آن در مقطع لنگر خمشی ایجاد نمی‌شود و اینکه فولادهای کششی و فشاری تسلیم می‌شوند.



$$\sum M_{x-x} = 0 \rightarrow P \cdot x = 0.85 f'_c b h \times \frac{h}{2} + (f_y - 0.85 f'_c) d' A'_s + (f_y - 0.85 f'_c) A_s d$$

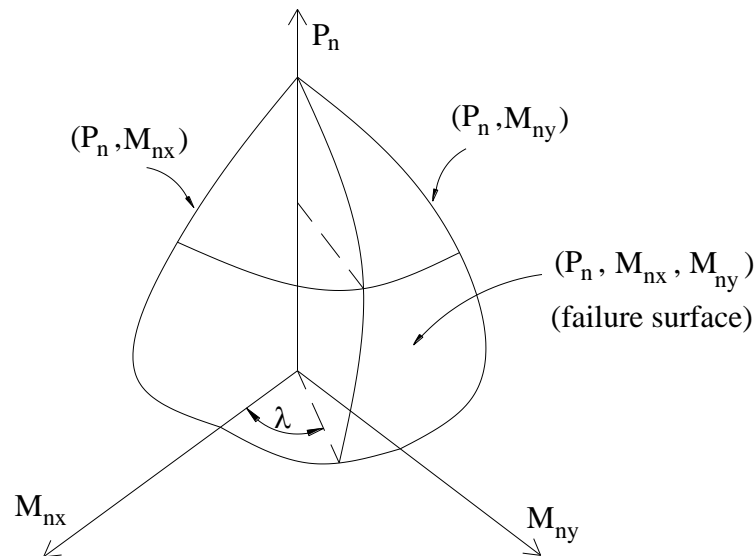
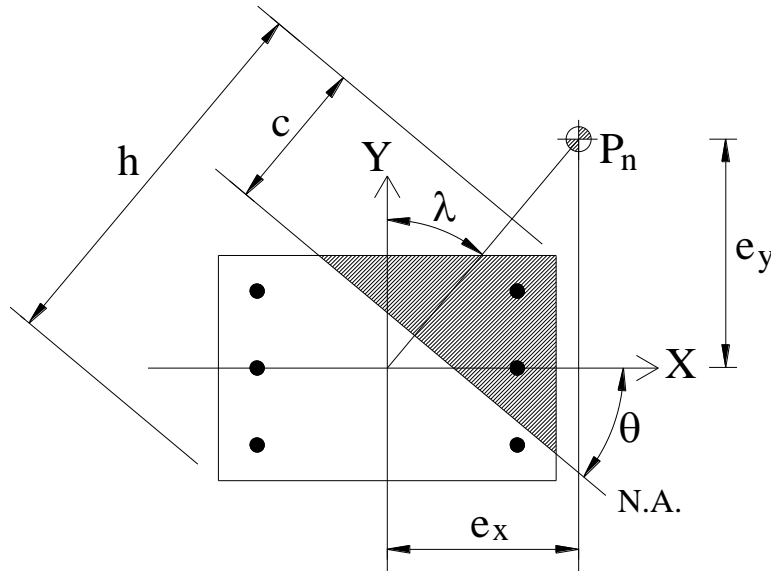
$$\sum F_y = 0 \rightarrow P = 0.85 f'_c b h + (f_y - 0.85 f'_c) A'_s + (f_y - 0.85 f'_c) A_s$$

$$x = \frac{0.85 f'_c \frac{b h^2}{2} + (f_y - 0.85 f'_c) [d' A'_s + d A_s]}{0.85 f'_c b h + (f_y - 0.85 f'_c) [A'_s + A_s]}$$

مشاهده می‌شود که اگر  $A'_s = A_s$  و  $d' = d$  باشد:  $x = \frac{h}{2}$  یعنی مرکز سطح مقطع، مرکز پلاستیک خواهد بود. در غیر این صورت محل آن از رابطه  $x$  در بالا تعیین می‌گردد.

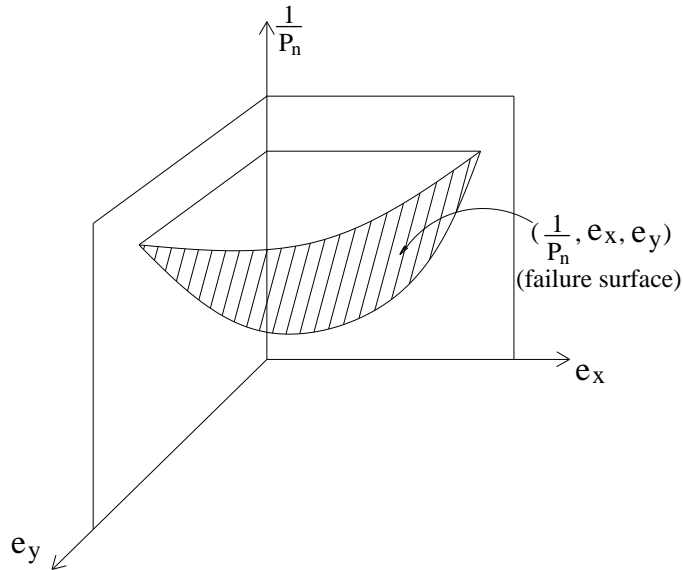
**خمش دو محوری و فشار Biaxial Bending & Compression**

یکی از روش‌های آنالیز استفاده از اصول تعادل برای فشار محوری و خمش حول یک محور (غیر از  $x, y$ ) است. این روش برای تعیین محل  $N.A.$  به صورت سعی و خطا است که روشی پیچیده است و نمی‌توان فرمولی برای استفاده کاربردی برای آن به دست آورد.



سطح  $P_n - M_{nx} - M_{ny}$  برای طراحی استفاده می‌شود.

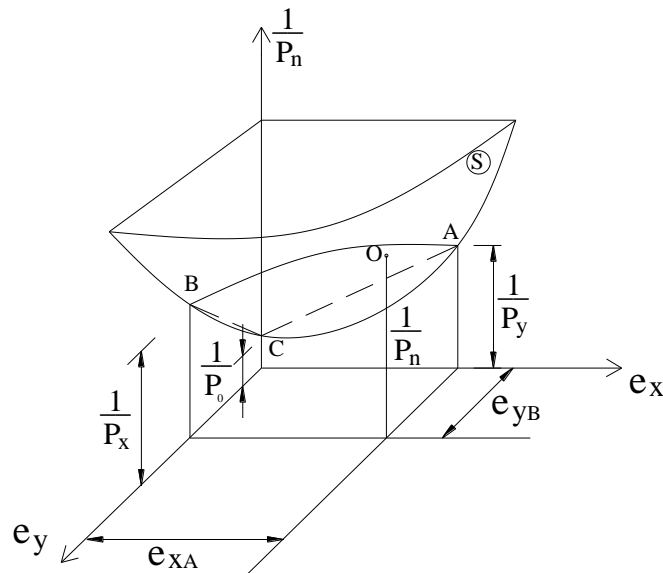
سطح  $\frac{1}{P_n} - e_x - e_y$  برای آنالیز استفاده می‌شود.  $e_x = \frac{M_{ny}}{P_n}$  ،  $e_y = \frac{M_{nx}}{P_n}$



**روش بار معکوس برزلی** **Bresler Reciprocal Load Method** (روش تقریبی (approximate) برای آنالیز) چون

اندازه  $\frac{1}{P_n}$  واقع در نقطه O را بر اساس صفحه تخت ABC تخمین می‌زنیم، لذا مقدار تخمینی از مقدار واقعی

کمتر خواهد بود.  $S(\frac{1}{P_n}, e_x, e_y)$



ابتدا نقطه  $\frac{1}{P_n}$  را روی صفحه مشخص نموده و سپس نقاط  $A, B, C$  را بر آن اساس به دست می‌آوریم. هدف

به دست آوردن  $P_n = ?$  است: صفحه دربردارنده نقاط  $A, B, C$

$$\begin{cases} A(e_{xA}, 0, \frac{1}{P_y}) \\ B(0, e_{yB}, \frac{1}{P_x}) \\ C(0, 0, \frac{1}{P_o}) \end{cases}$$

مقاومت اسمی تحت فقط بار محوری بدون خارج از مرکزی  $P_o = \text{eccentricity}$

$$P_x = M_{nx} = P_x e_{yB} \quad \text{مقاومت اسمی با بار خارج از مرکزیت } e_{yB}$$

$$P_y = M_{ny} = P_y e_{xA} \quad \text{مقاومت اسمی با بار خارج از مرکزیت } e_{xA}$$

نقطه  $A, B, C$  و نقطه  $(P_x, M_{nx}), (P_y, M_{ny})$  را روی دیاگرام اندرکنش  $P_n - M_n$  برای خمش حور محور  $x$  و  $y$  را به ترتیب نشان می‌دهند.

معادله برای صفحه تخت  $ABC$ ، با قرار دادن  $z = \frac{1}{P_n}, y = e_y, x = e_x$  را می‌توان به‌طور کلی به این صورت

$$A_1 x + A_2 y + A_3 z + A_4 = 0 \quad (1) \quad \text{تعریف نمود.}$$

با جایگزین کردن مختصات  $A, B, C$  در رابطه (۱) داریم:

$$\begin{cases} A_1 e_{xA} + 0 + A_3 \frac{1}{P_y} + A_4 = 0 \\ 0 + A_2 e_{yB} + A_3 \frac{1}{P_x} + A_4 = 0 \\ 0 + 0 + A_3 \frac{1}{P_o} + A_4 = 0 \end{cases}$$



طراحی سازه‌های بتنی I - پروفیسور خالو

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{e_{xA}} \left( \frac{P_o}{P_y} - 1 \right) A_4 \\ A_2 = \frac{1}{e_{yB}} \left( \frac{P_o}{P_x} - 1 \right) A_4 \\ A_3 = -P_o A_4 \end{cases}$$

با جایگزین کردن مقادیر به دست آمده برای  $A_3, A_2, A_1$  در (۱) داریم.

$$\left\{ A_4 \left[ \frac{x}{e_{xA}} \left( \frac{P_o}{P_y} - 1 \right) + \frac{y}{e_{yB}} \left( \frac{P_o}{P_x} - 1 \right) - P_o Z + 1 \right] = 0 \right\} / P_o$$

فرمول بالا را به  $P_o$  تقسیم می‌نمائیم.

$$\frac{x}{e_{xA}} \left( \frac{1}{P_y} - \frac{1}{P_o} \right) + \frac{y}{e_{yB}} \left( \frac{1}{P_x} - \frac{1}{P_o} \right) - Z + \frac{1}{P_o} = 0$$

$$x = e_{xA} \quad , \quad y = e_{yB} \quad , \quad z = \frac{1}{P_n}$$

داریم

$$\left( \frac{1}{P_y} - \frac{1}{P_o} \right) + \left( \frac{1}{P_x} - \frac{1}{P_o} \right) - \frac{1}{P_n} + \frac{1}{P_o} = 0$$

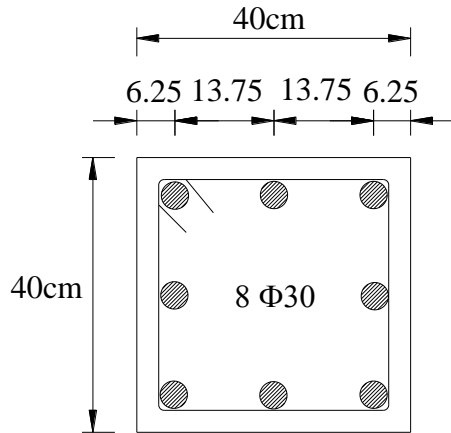
$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_x} + \frac{1}{P_y} - \frac{1}{P_o}$$

در این فرمول حدود ۹۷٪ دقت وجود دارد؛ و با نتایج آزمایشهای متعدد همخوانی دارد.

برای  $\frac{P_n}{P_o} \leq 0.06$  عضو را فقط برای خمش طراحی می‌نمائیم.

**مثال:** کفایت ستون تنگ‌دار مربع  $40 \times 40 \text{ cm}$  با  $8\phi 30$  را تعیین کنید. این مقطع باید بار  $M_{uy} = 7.5t - m, M_{ux} = 16.5t - m, P_u = 65t$  حمل نماید.

$$f'_c = 210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \quad f_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



$$A_{st} = (8\phi 30) = 56.56 \text{ cm}^2$$

$$e_x = \frac{M_{uy}}{P_u} = \frac{7.5 \times 100}{65} = 11.5 \text{ cm} \quad e_y = \frac{M_{ux}}{P_u} = \frac{16.5 \times 100}{65} = 25.4 \text{ cm}$$

a) خمش حول محور Y :

$$\rho = \frac{A_{st}}{bh} = \frac{56.56}{40 \times 40} = 0.03535 \quad \gamma = \frac{2 \times 13.75}{40} = 0.69 \left( \text{say } 0.7 \right), \quad \frac{e_x}{h} = \frac{11.5}{40} = 0.2875 \left( \text{say } 0.29 \right)$$

با استفاده از شکل C صفحه ۱۵۲ جزوه:

$$(C \text{ شکل}) \begin{cases} f'_c = 210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\ f_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\ \gamma = 0.7 \\ \frac{e_x}{h} = 0.29 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_y}{f'_c A_g} = 0.72 \Rightarrow P_y = 0.72 \times 210 \times \frac{40^2}{1000} = 241.9 \text{ ton}$$

$$\varepsilon_t < \varepsilon_y \rightarrow \phi = 0.65$$

$$\frac{P_o}{f'_c A_g} = 1.515 \rightarrow P_o = 1.515 \times 210 \times (40)^2 / 1000 = 509.4t$$

$$P_o = A_s [f_y - 0.85 f'_c] + A_g \times 0.85 f'_c$$

این فرمول نسبت به روش استفاده از *chart* ارجح است.

$$P_o = 56.56 [4.2 - 0.85 \times 0.21] + 40^2 \times 0.85 \times 0.21 = 513t$$

نزدیک مقداری است که از *graph* به دست آمد.

$$b) \text{ خمش حول محور } x \quad \gamma = 0.69, \frac{e_y}{h} = \frac{25.4}{40} = 0.635, \frac{A_{st}}{bh} = 0.03535$$

با استفاده از شکل C:

$$(C \text{ شکل}) \begin{cases} f'_c = 210 \frac{kg}{cm^2} \\ f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2} \\ \gamma = 0.7 \\ \frac{e_y}{h} = 0.635 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_x}{f'_c A_g} = 0.41 \Rightarrow P_x = 0.41 \times 210 \times \frac{40^2}{1000} = 137.8ton$$

$$\varepsilon_t < \varepsilon_y \rightarrow \phi = 0.65$$

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_x} + \frac{1}{P_y} - \frac{1}{P_o} \Rightarrow \frac{1}{P_u} = \frac{1}{P_{ux}} + \frac{1}{P_{uy}} - \frac{1}{\phi P_o}$$

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{0.65 \times 137.8} + \frac{1}{0.65 \times 241.9} - \frac{1}{0.65 \times 513} \Rightarrow P_u = 68.8t > 65t \quad o.k.$$

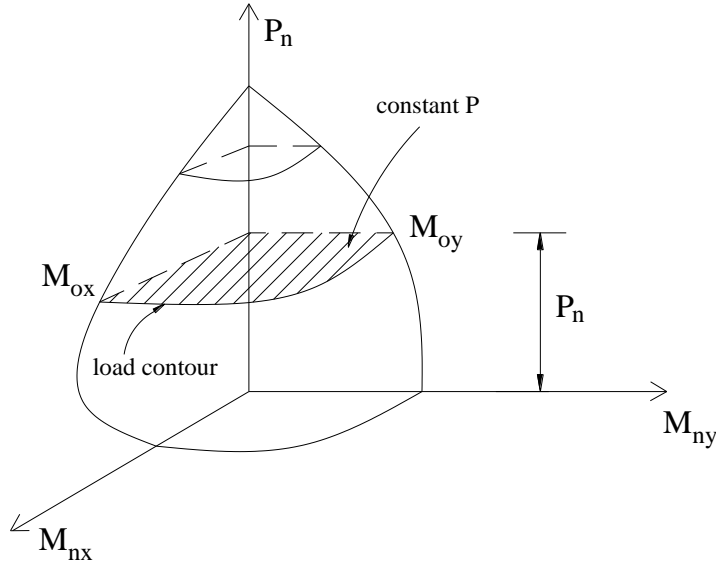
لذا نیازی به تغییر مقطع یا آرایش و مقدار آرماتورها نیست. اگر  $P_u$  کمتر از  $65t$  می‌شد، می‌بایستی مقطع بزرگتر

شود و یا آرماتورها بیشتر شوند. اگر  $P_u$  خیلی بیشتر از  $65t$  می‌شد، می‌بایستی مقطع کوچکتر و یا آرماتورها کمتر

شوند. می‌توانستیم با در نظر گرفتن خمش حول یک محور (غیر از  $x, y$ )،  $P_n$  را به دست آوریم. با استفاده از برنامه

کامپیوتری می‌توان مقدار دقیق آن را به دست آورد.

## روش بار هم ارتفاع

روش بار منحنی تراز - برزلی - Load Contour Method – Bresler approach – برزلی

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{ox}}\right)^{\alpha_1} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{oy}}\right)^{\alpha_2} = 1.0$$

where  $M_{nx} = P_n e_y$  &  $M_{ny} = P_n e_x$

ظرفیت  $M_{nx}$  برای بار محوری  $P_n$  هنگامی که  $M_{ny}$  (یا  $e_x$ ) صفر است  $M_{ox} =$

ظرفیت  $M_{ny}$  برای بار محوری  $P_n$  وقتی که  $M_{nx}$  (یا  $e_y$ ) صفر است  $M_{oy} =$

$\alpha_1, \alpha_2 = f_n$  (ابعاد مقطع، مقدار آرماتور و محل آن،  $f'_c$  و  $f_y$  و مقدار پوشش)

Bresler  $\xrightarrow{\text{suggested}} \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{ox}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{oy}}\right)^{\alpha} = 1$$

برای کاربرد: مقاطع مستطیلی  $\leftarrow \alpha \cong 1.5$  مقاطع مربعی  $\leftarrow \alpha \cong 1.5 - 2.0$

در این فرمول  $M_{ox}$  و  $M_{oy}$  برای  $(P_n, M_{ny})$  و  $(P_n, M_{nx})$  قابل محاسبه هستند و به ازای هر  $M_{ny}$ ،  $M_{nx}$  و یا بالعکس به ازای هر  $M_{nx}$ ،  $M_{ny}$  تعیین می‌گردد.

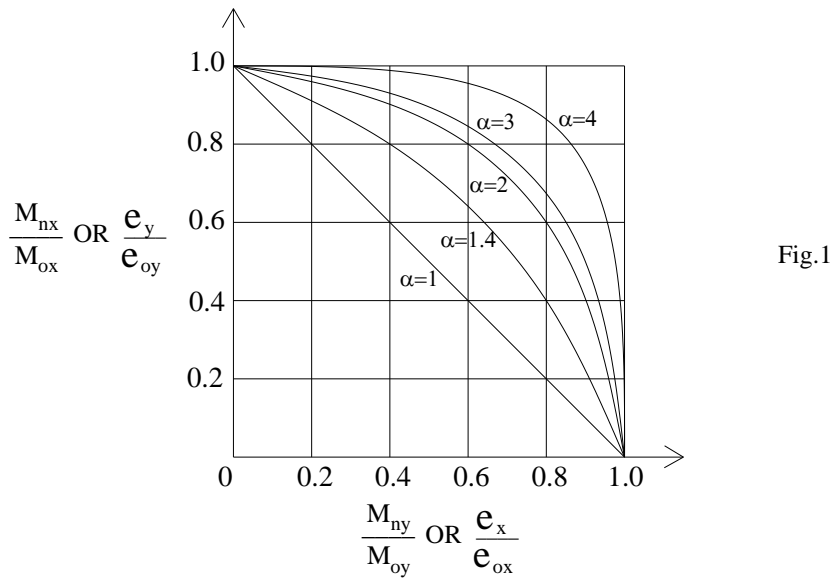
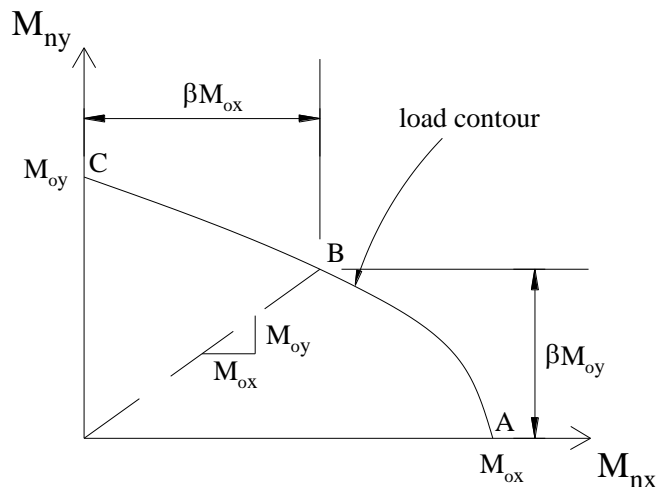


Fig.1

### روش بار منحنی تراز - پارمه Load contour Method - Parme Approach

(PCA method): ادامه روش برزگر است.

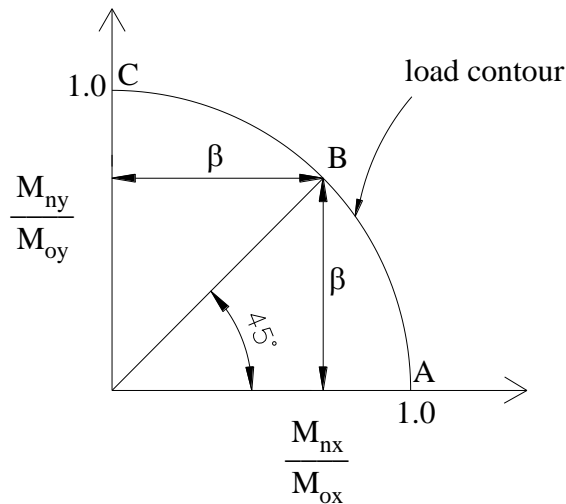


در روش پارمه، نقطه  $B$  بدین صورت تعریف شده که ممان‌های مقاومت دو محوری  $M_{ny}$ ،  $M_{nx}$  در این نقطه نسبت آنها مساوی ممان‌های مقاومت تک محوری  $M_{oy}$ ،  $M_{ox}$  است.

$$B \text{ برای نقطه } \rightarrow \frac{M_{ny}}{M_{ox}} = \frac{M_{oy}}{M_{ox}} \rightarrow \begin{cases} M_{nx} = \beta M_{ox} \\ M_{ny} = \beta M_{oy} \end{cases}$$

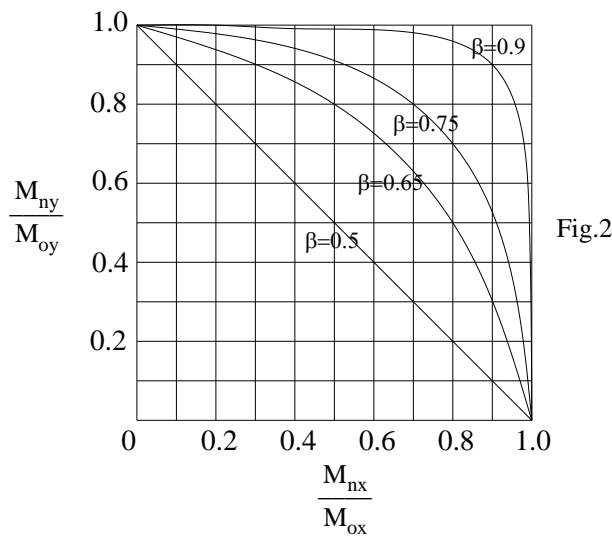
$$0.55 < \beta < 0.70 \quad \beta = fn(f_y, f'_c, \text{مقطع}, \frac{P_n}{P_o})$$

$$\beta_{ave}(\text{for design}) = 0.65$$

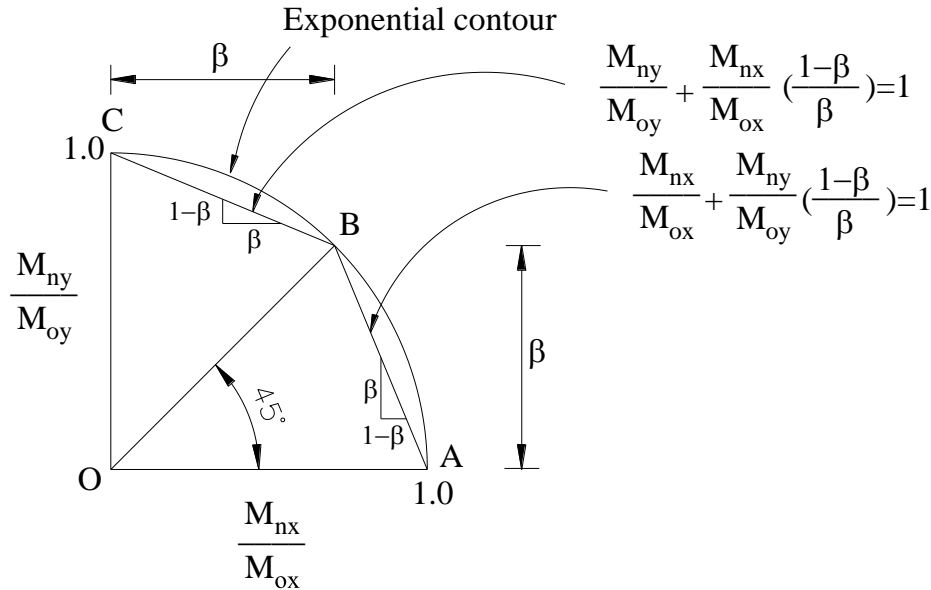


بعد از تعیین  $\beta$  می‌توانیم از *fig (1)* صفحه قبل استفاده نماییم.  $\left(\frac{\beta M_{ox}}{M_{ox}}\right)^\alpha + \left(\frac{\beta M_{oy}}{M_{oy}}\right)^\alpha = 1 \rightarrow \beta^\alpha = \frac{1}{2}$

$$\alpha \log \beta = \log 0.5 \rightarrow \alpha = \frac{\log 0.5}{\log \beta} \quad \left(\frac{M_{nx}}{M_{ox}}\right)^{\log 0.5 / \log \beta} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{oy}}\right)^{\log 0.5 / \log \beta} = 1$$



به جای استفاده از شکل بالا، *Gouwens* روش ساده‌تری را پیشنهاد داده است.



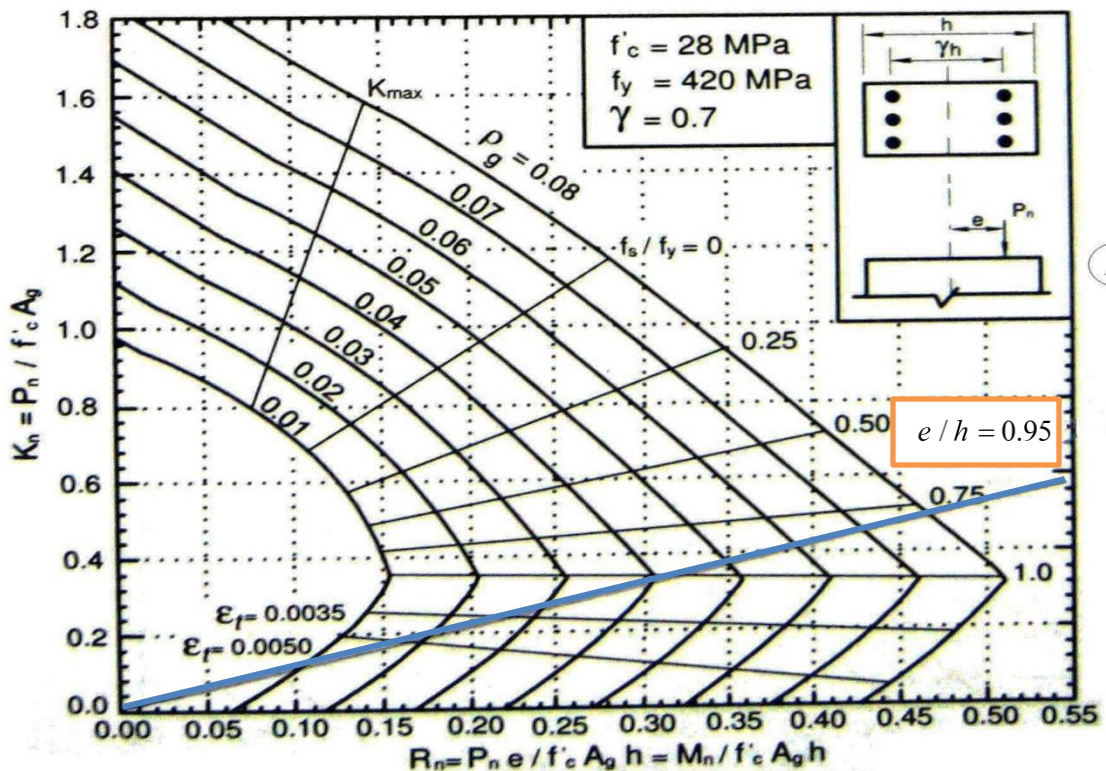
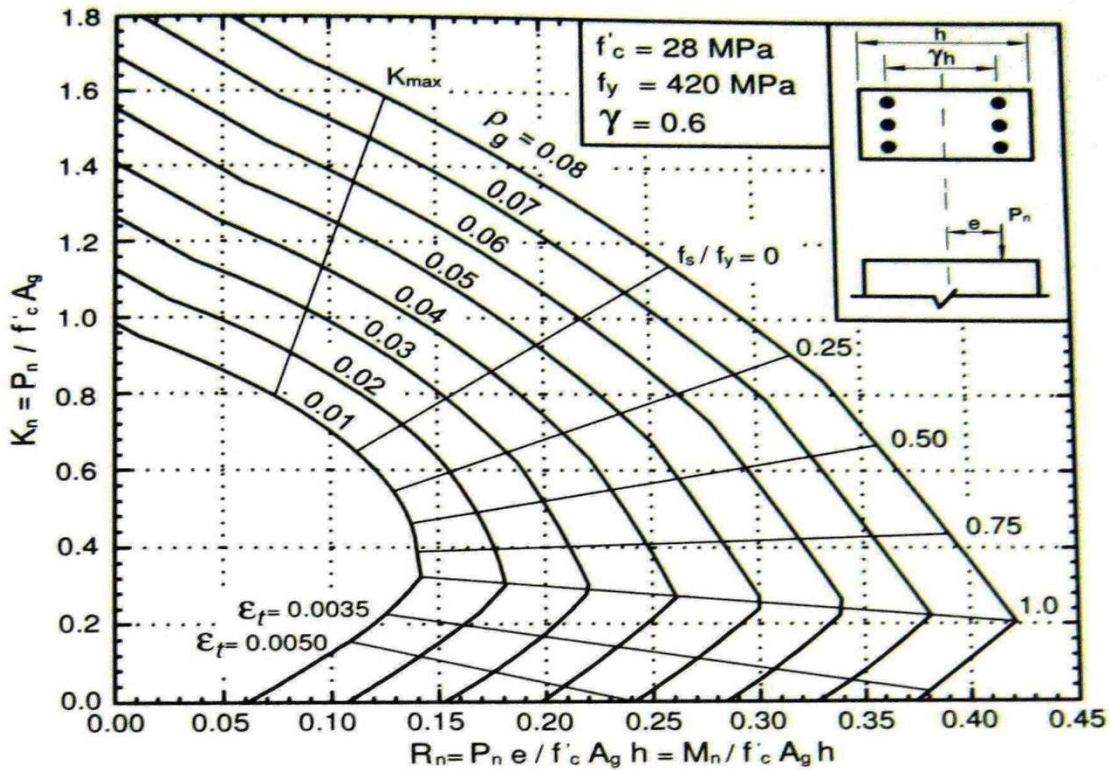
*Straight line approximation of load contour for design*

$$A \begin{cases} \text{when } \frac{M_{ny}}{M_{oy}} > \frac{M_{nx}}{M_{ox}} \xrightarrow{BC} \frac{M_{ny}}{M_{oy}} + \frac{M_{nx}}{M_{ox}} \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) = 1 & (A_1) \\ \text{when } \frac{M_{ny}}{M_{oy}} < \frac{M_{nx}}{M_{ox}} \xrightarrow{AB} \frac{M_{nx}}{M_{ox}} + \frac{M_{ny}}{M_{oy}} \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) = 1 & (A_2) \end{cases}$$

برای طراحی:

$$\begin{cases} M_{ny} + M_{nx} \left( \frac{M_{oy}}{M_{ox}} \right) \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) = M_{oy} & ; [for \frac{M_{ny}}{M_{nx}} \geq \frac{M_{oy}}{M_{ox}}] \\ M_{nx} + M_{ny} \left( \frac{M_{ox}}{M_{oy}} \right) \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) = M_{ox} & ; [for \frac{M_{ny}}{M_{nx}} \leq \frac{M_{oy}}{M_{ox}}] \end{cases}$$

نمودارهای طراحی ستون براساس ACI 318-14



A



