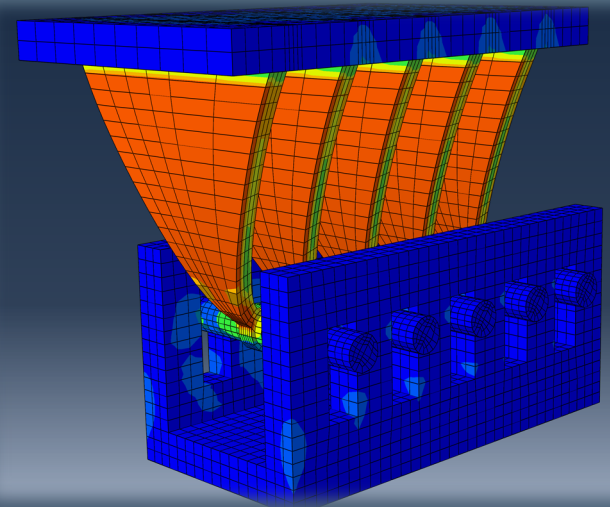


14 CHAPTER

49 HOUR

ABAQUS

M. Mortezaghli



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تجزیه و تحلیل مسائل مهندسی عمران با نرم افزار آباکوس

محمدحسین مرتضی قلی

m.mortezaghali@ut.ac.ir

شماره کتابشناسی ملی	:	ایران ۵۶۴۳۷۹۰
شابک	:	978-622-00-2029-5
سرشناسه	:	مرتضی قلی، محمدحسین، ۱۳۶۸ -
عنوان و نام پدیدآور	:	تجزیه و تحلیل مسایل مهندسی عمران با نرم افزار آباکوس [منابع الکترونیکی: کتاب] / محمدحسین مرتضی قلی.
مشخصات نشر	:	تهران: محمدحسین مرتضی قلی، ۱۳۹۸.
مشخصات ظاهری	:	۱ منبع برخط (۲۴۳ ص).
وضعیت فهرست نویسی	:	فیپا
نوع منبع الکترونیکی	:	فایل متنی (PDF).
یادداشت	:	دسترسی از طریق وب.
موضوع	:	آباکوس
موضوع	:	Abaqus (Electronic resource)
موضوع	:	روش المان های محدود -- نرم افزار
موضوع	:	Finite elements method -- Software
موضوع	:	تحلیل سازه -- روش های ماتریسی -- داده پردازی
موضوع	:	Structural analysis (Engineering) -- Matrix methods -- Data processing
رده بندی کنگره	:	۳۴۷۷۳/۹
رده بندی دیویی	:	۶۲۰/۰۰۱۵۱۸۲۵
دسترسی و محل الکترونیکی	:	آدرس الکترونیکی منبع

نام کتاب	:	تجزیه و تحلیل مسائل مهندسی عمران با نرم افزار آباکوس
مؤلفین	:	محمدحسین مرتضی قلی
ناشر	:	ناشر مولف
چاپ	:	اول
شمارگان	:	۳۰۰ جلد
قطع و شمارش صفحات	:	وزیری، ۲۵۰ صفحه

ISBN: 978-622-00-2029-5

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۰۰-۲۰۲۹-۵

پیش‌گفتار

امروزه با توجه به پیشرفت سیستم‌های رایانه‌ای در زمینه‌ی پردازش داده‌ها و همچنین تفصیلی‌تر شدن موضوعات مورد پژوهش، استفاده از نرم‌افزارهای شبیه‌سازی اجزای محدودی غیرقابل‌انکار می‌باشد. این برنامه‌های شبیه‌سازی محدودیت‌های نرم‌افزارهای متداول عمرانی را نداشته و می‌توانند پیچیده‌ترین مسائل را با جزئیات کامل تجزیه و تحلیل نمایند. شاید به‌جرات بتوان گفت که نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس (ABAQUS) از پیشرفته‌ترین برنامه‌های شبیه‌سازی است که در بیش‌تر رشته‌های مهندسی نظیر مکانیک، هوافضا، برق، مواد، عمران و... برای حل مسائل مورد استفاده قرار می‌گیرد.

شاید در نگاه اول فراگیری چنین نرم‌افزاری با این سطح از قابلیت‌ها نسبت به سایر نرم‌افزارهای متداول عمرانی کمی دشوار و پیچیده به نظر رسد. اما می‌بایست به این نکته توجه نمود که نرم‌افزار آباکوس این قابلیت را برای کاربر فراهم نموده که با توجه به زمینه‌ی تمقیق و نیاز خود، با آن آشنایی یافته و از سایر مواردی که مرتبط با پژوهش او نیست، صرف‌نظر کند. همین امر سبب فواید شد که این نرم‌افزار برای بسیاری از مهندسی‌ها به‌یکی از محبوب‌ترین برنامه‌های شبیه‌سازی تبدیل شود. از سوی دیگر فراگیری نرم‌افزاری در این سطح بالا سبب فواید شد که دانش‌پژوهان بتوانند در انواع متنوعی از موضوعات که نوآوری و جزئی‌نگری از ویژگی‌های آن می‌باشند، وارد شوند. یکی از راهکارهای آشنایی و فراگیری سریع این نرم‌افزار مضمون در دوره‌های آموزشی می‌باشد. در این دوره‌های آموزشی لازم است که علاوه بر ایجاد شرایط مناسب به‌منظور تسلط دانش‌پژوهان بر روی نرم‌افزار، در هر جلسه با بیان مسائلی متفاوت، زمینه‌ی آشنایی با موضوعات مناسب برای پژوهش‌های آتی فراهم گردد.

با در نظر گرفتن تمامی نکات فوق و تجربیات حاصل شده، دوره‌ی آموزشی ۱۴ جلسه‌ای (معادل با ۴۹ ساعت) به‌منظور فراگیری این نرم‌افزار برای دانش‌پژوهان ارائه شده است که در هر یک از جلسات به بررسی مدل اجزای محدود مسائلی خاص پرداخته خواهد شد. ذکر این نکته ضروری می‌باشد که با توجه به حجم مطالب، در یک جلسه ممکن است بیش از یک موضوع بررسی گردد. شروع دوره متمرکز بر مسائلی مقدماتی بوده و پس از گذشت سه جلسه و آشنایی اولیه با محیط نرم‌افزار، ابزارهای کاربردی و برقی قابلیت‌های نرم‌افزار، سطح علمی مباحث افزایش می‌یابد. بنابراین این دوره زمینه‌ی آشنایی افراد با این نرم‌افزار را از سطح مبتدی تا سطح پیشرفته فراهم می‌کند. یکی از اشکالات اساسی برقی از دوره‌های آموزشی برای دانش‌پژوهان رشته‌ی عمران، تجزیه و تحلیل مسائلی است که بیش‌تر جنبه‌ی مکانیکی دارند. بنابراین تلاش بر آن بوده است که در تمامی جلسات صرفاً به مباحث رشته‌ی مهندسی عمران با تمرکز بر گرایش‌های سازه، زلزله و ژئوتکنیک پرداخته شود تا دانش‌پژوهان علاوه بر آشنایی با این نرم‌افزار

شبییه‌سازی، با مقدمات موضوعات به‌روز مورد توجه محققین به‌منظور انتفاع طرح پیشنهادی پایان‌نامه و یا ارائه‌ی مقاله آشنا شوند. با توجه به حجم بالای مطالب، موضوعات تفصیلی، آشنایی افراد با روند آموزش از ابتدا تا انتهای دوره، صرفه‌جویی در زمان و ارائه‌ی محتوای آموزشی بیشتر در هر جلسه‌ی مفوری، کتابی به‌عنوان پیش‌نیاز این دوره فراهم گشته است. اکثر مسائل مطرح شده در این دوره براساس مقالات و کتب علمی معتبر است که در این مرجع ارائه شده‌اند. علاقه‌مندان می‌توانند به‌منظور ثبت نام در این دوره با کارشناس آموزش موسسه‌ی آتیه پژوهان عرفان تماس حاصل نموده و همچنین از طریق پست الکترونیکی به آدرس M.Mortezagholi@ut.ac.ir با مدرس دوره مکاتبه و در صورت لزوم مشورت نمایند. امید بر آن است که در آینده‌ی نزدیک، دوره‌ی تکمیلی که ادامه‌ی جلسات پیشرفته‌ی این دوره می‌باشد، ارائه گردد.

مهمدمسین مرتضی‌قلی



۱	مقدمه : معرفی نرم افزار و ماژولها
۱۴	جلسه اول : مدل سازی تیر طره ای با المان های Solid, Shell و Wire
۷	جلسه دوم : مدل سازی فرپا و قاب فمشی با استفاده از المان های Wire
۱۲	جلسه سوم : تحلیل مسائل مقادیر ویژه (تحلیل فرکانسی و گمانشی)
۱۸	جلسه چهارم : صحت سنجی عملکرد میراگر ADAS با مدل آزمایشگاهی
۳۹	جلسه پنجم : شبیه سازی مفازن تحت فشار-مل مساله تمرکز تنش در محیط بینهایت
۱۴۶	جلسه ششم : صحت سنجی عملکرد اتصالات RBS با مدل آزمایشگاهی
۶۳	جلسه هفتم : مدل سازی ستون و تیر بتنی مسلح براساس تئوری CDP
۸۷	جلسه هشتم : تحلیل تاریفچه زمانی قاب فمشی با و بدون در نظر گرفتن محیط فاک
۹۷	جلسه نهم : آشنایی با Manual نرم افزار و استفاده از فایل های INP
۱۴۵	جلسه دهم : مسائل Contact شامل صحت سنجی مهاربند BRB با مدل آزمایشگاهی
۱۵۸	جلسه یازدهم : مسائل Contact شامل مدل سازی میراگر TADAS
۱۶۸	جلسه دوازدهم : مدل سازی آتش سوزی در سازه های فلزی قبل و بعد از زلزله
۲۰۴	جلسه سیزدهم : حل مسائل انفجار براساس مدل Conwep و JWL
۲۲۷	جلسه چهاردهم : بررسی مسائل Post Buckling بر مبنای تحلیل Riks
۲۴۲	مراجع : شامل مراجع فارسی و انگلیسی

ABAQUS

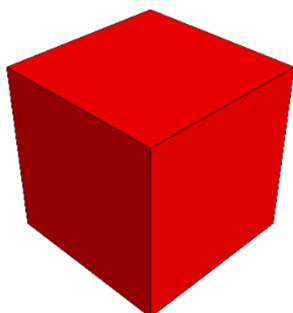
آباکوس

نرم افزار آباکوس یک ابزار مناسب برای شبیه سازی بر پایه ی اجزای ممدود می باشد. از یک سو ممیطی ساده و جذاب این نرم افزار و از سوی دیگر توانمندی فوق العاده ی آن در انواع مل مسائل باعث تمایل مهندسين به استفاده از آن شده است. در این نرم افزار از مدل سازی های ساده همچون یک ستون فشاری تا رفتار بدنه ی یک فودرو در تصادف قابل شبیه سازی خواهد بود. این نرم افزار در سال ۱۹۷۸ میلادی توسط شرکت HKS به بازار عرضه شده و در این سال ها رو به پیشرفت بوده است. در سال ۲۰۰۵ میلادی شرکت ABAQUS توسط شرکت فرانسوی داسو سیستم فریداری شد. ترکیب نرم افزارهای قدرتمند طراحی همچون SolidWorks و Catia در کنار این نرم افزار سبب شده است، که فود را بی رغیب در برابر سایر نرم افزارهای شبیه سازی معرفی کند. البته با وجود مل گر CFD در این شبیه ساز، برای مل مسائل در زمینه ی مکانیک سیالات تمایل به نرم افزار Fluent می باشد.

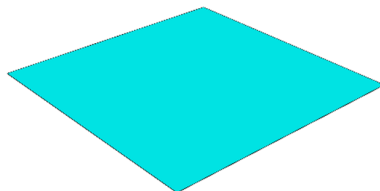
مهندسين عمران نیز همانند سایر رشته های مهندسی می توانند در مل مسائل پیچیده ای که با آن مواجه هستند از این نرم افزار استفاده کنند. مدل های رفتاری بسیار گوناگون در نظر گرفته شده در این نرم افزار سبب شده است که رفتار موادی همچون فلزات، بتن، خاک، کامپوزیت ها، بتن های تقویت شده و آلیاژهای حافظه دار شکلی به فوبی شبیه سازی گردد. این نرم افزار از مجموعه ای از ماژول ها تشکیل شده است که هر یک از آن ها بسته به نیاز می بایست تکمیل گردد. در ادامه به صورت مختصر به معرفی هر یک از این ماژول ها پرداخته شده است.

آشنایی با ماژول های نرم افزار

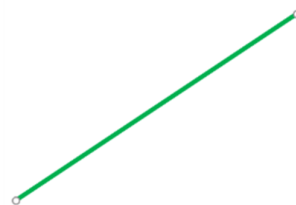
Part: در این ممیط به تعریف هندسه مساله پرداخته خواهد شد. با استفاده از آیتم هایی که در نرم افزار موجود است، از یک تیر مستطیلی شکل ساده تا قطعات یک فودرو یا موشک قابل ترسیم می باشد. یکی از مهم ترین قسمت های این بخش نوع المان ها برای سافت هندسه می باشد. المان ها شامل سه دسته Solid، Shell و Wire هستند که بسته به نوع مساله یک و یا ترکیبی از آن ها مورد استفاده قرار خواهد گرفت.



ه



ب



الف

انواع المان‌ها در آباکوس الف (Wire؛ ب Shell؛ ه Solid)

Property : در این قسمت رفتار عمومی، مکانیکی، مرارتی، الکترومغناطیسی و ... مواد تعریف خواهد شد. آباکوس

مدل‌های رفتاری بسیار متنوعی را برای حالات پلاستیک و فرایی ارائه داده است که می‌توان به فوبی، دشوارترین مواد را در آن تعریف نمود. تعریف محیط‌های غیرهمگن و غیر ایزوتروپ به راحتی در این بخش قابل تعریف می‌باشد. همچنین در این بخش می‌توان مواد تعریف شده را به هندسه‌های ترسیم شده در بخش قبل اختصاص داد.

Assembly : در این محیط بخش موتاژ قطعات مختلف تعریف شده در قسمت Part امکان‌پذیر می‌باشد. در مقیقت در این بخش موقعیت قطعات از مفتحات مملی به مفتحات جهانی تبدیل خواهد شد.

Step : یکی از محیط بخش‌ها در نرم‌افزار این ماژول می‌باشد. در این ماژول نوع تحلیل مورد نیاز تعریف خواهد شد. در این بخش نیز آباکوس به فوبی توانسته است گزینه‌های فراوانی از جمله تحلیل‌های استاتیکی عمومی، استاتیکی ریکس، دینامیکی صریح و ضمنی، کمانشی، فرکانسی و ... در اختیار کاربران قرار بدهد. همچنین در این بخش می‌توان انواع فریبی‌های مورد نیاز را انتخاب کرد.

Interaction : همانطور که از نام آن مشخص است، در این محیط فاصیت فیزیکی تماس بین سطوح تعیین می‌شود. نرم‌افزار گزینه‌های متنوعی را برای تاثیر اعضای مختلف بر روی یکدیگر فراهم آورده است.

Load : در این محیط بارگذاری و شرایط مرزی تعیین خواهد شد. بارگذاری‌ها شامل انواع گوناگونی نظیر، بارهای متمرکز، بارهای نواری، بارهای سطحی، بارهای مجمی، بارگذاری‌های مرارتی و ... می‌باشد. شرایط مرزی نیز شامل انواع تکیه‌گاه‌ها (بسته شدن درجات آزادی انتقالی و دورانی درجهات دلفواه)، تغییرمکان‌ها، سرعت‌ها، شتاب‌ها و ... می‌باشد.

Mesh : در این قسمت مش‌بندی المان‌ها انجام خواهد گرفت. برای منظم شدن مش‌ها در این بخش می‌توان از روش‌های گوناگون پارتیشن‌بندی استفاده نمود. با توجه به نوع المان‌های مورد استفاده در بخش Part، آباکوس گزینه‌های متنوعی از ویژگی‌های المان‌ها (تعداد گره‌ها، رابطه مابین گره‌ها، درجات آزادی گره‌ها و ...) در اختیار کاربران قرار داده است.

Optimization : این ماژول که در سال‌های اخیر به نرم‌افزار اضافه شده است، قابلیت حل مسائل بهینه‌سازی را برای نرم‌افزار میسر کرده است.

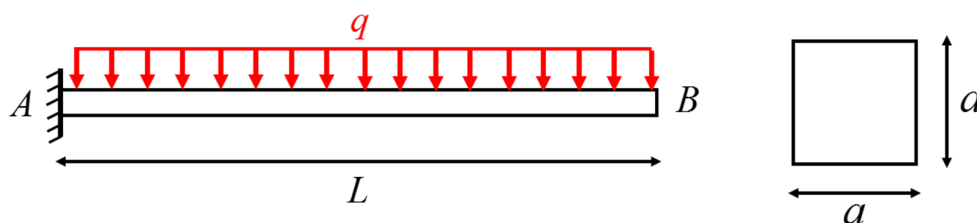
Job : آخرین ماژول در مرحله قبل از پردازش می‌باشد. در این بخش شرایط پردازش فراهم شود. با توجه به پردازش‌های سنگینی که در این نرم‌افزار به‌وجود خواهد آمد، آباکوس استفاده از پردازش‌های موازی را در این بخش فراهم آورده است. حتی می‌توان برای سرعت بخشیدن به پردازش از کارت گرافیک موجود در سیستم نیز استفاده نمود.

Visualization : این ماژول برای بعد از پردازش بوده و کاربر می‌تواند خروجی‌های مورد نظر خود را استخراج کند. استفاده از کانتورهای رنگی شرایط ایده‌آلی را برای آنالیز نتایج فراهم خواهد کرد.

Sketch : این بخش یک ماژول فرعی می‌باشد. در این محیط کاربر می‌تواند ترسیم‌های مختلف دو بعدی را ایجاد کند تا در مدل‌سازی از آن‌ها استفاده کند.

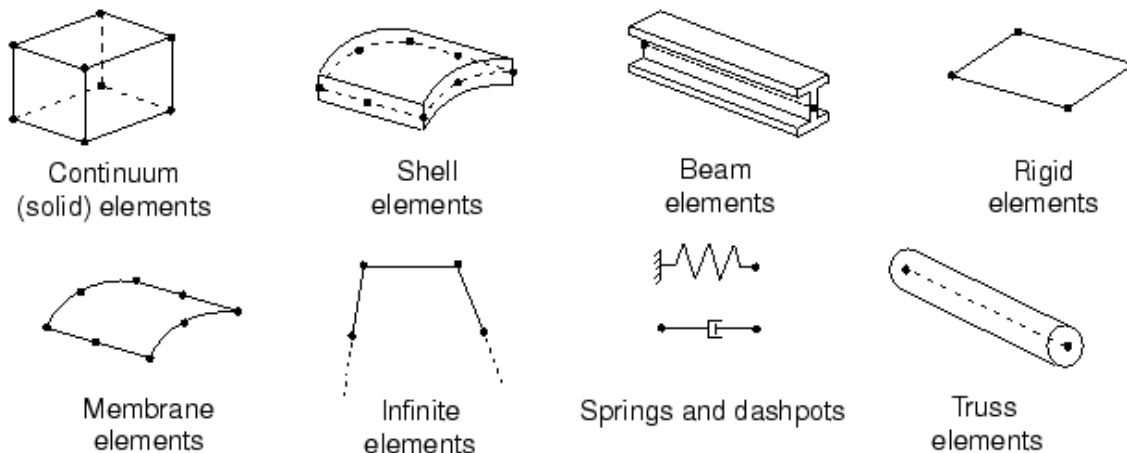
جلسه اول

در این جلسه ضمن آشنایی با محیط نرم افزار به مدل سازی تیر یک سرگیردار که تحت بار گسترده ای در سرتاسر آن قرار دارد، پرداخته شده است. به منظور در نظر گرفتن میزان دقت نتایج در صورت استفاده از المان های پیچیده تر و افزایش حجم محاسبات، در حل این مساله از المان های Solid, Shell و Wire در سه حالت جداگانه استفاده شده است. در شکل زیر هندسه ی مساله نشان داده شده است:

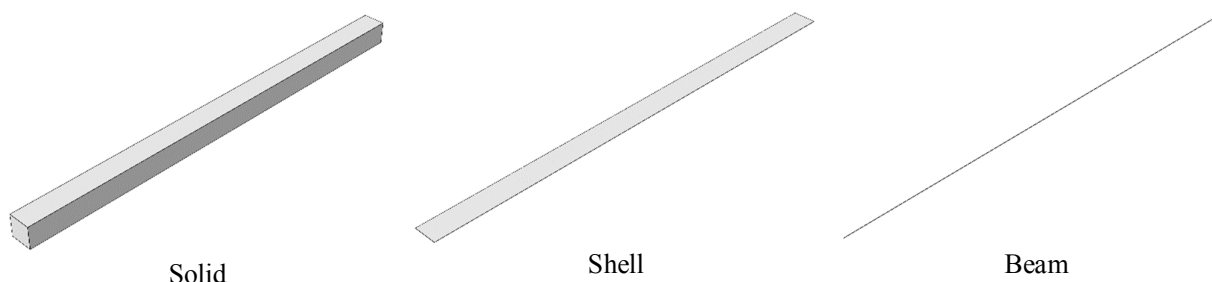


شکل ۱-۱: هندسه ی تیر یک سرگیردار تحت بار گسترده.

*انواع المان ها در نرم افزار آباکوس:



شکل ۱-۲: المان های آباکوس.



شکل ۱-۳: مدل سازی تیر طره ای با المان های متفاوت.

***پارامترهای مساله :**

$$L = 2m \quad , \quad a = 0.1m \quad , \quad E = 200GPa \quad , \quad \nu = 0.3 \quad , \quad q = 10^5 \frac{N}{m}$$

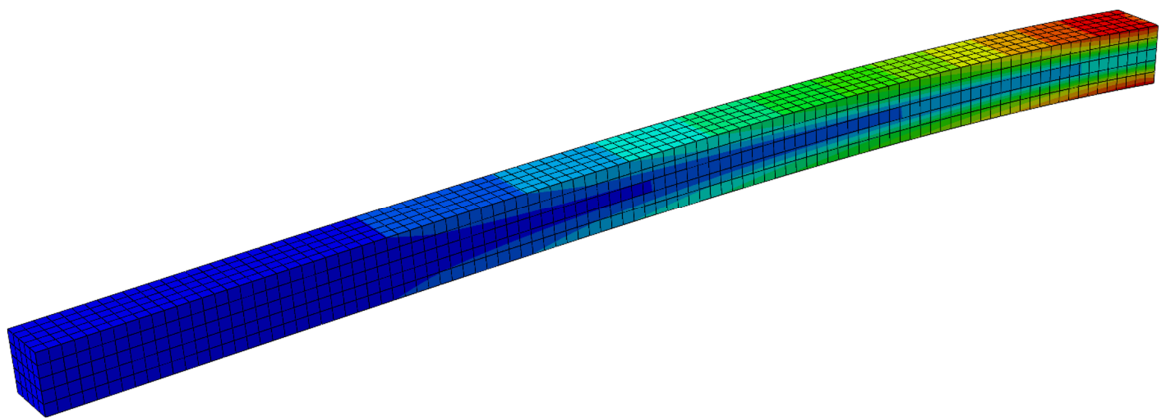
***فیز انتهای تیر براساس روابط تملیلی :**

$$\Delta_B = \frac{qL^4}{8EI} = \frac{10^5 \times 2^4}{8 \times 200 \times 10^9 \times \frac{0.1^4}{12}} = \frac{12}{100} = 0.12m$$

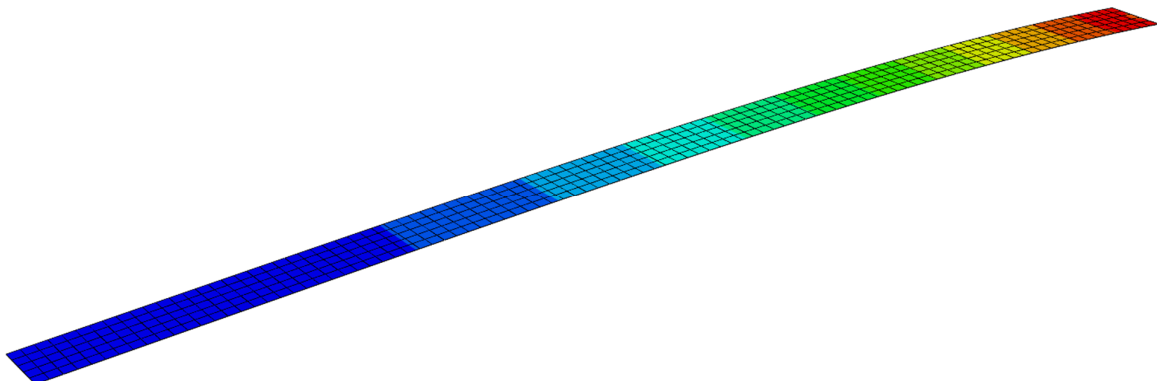
***فیز انتهای تیر براساس مل اجزا ممدودی :**

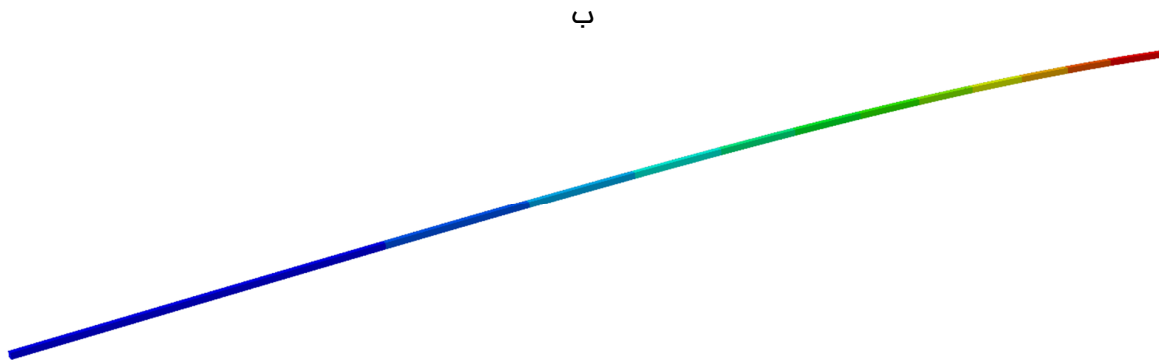
Solid		Shell		Wire	
Mesh Size	Δ_B	Mesh Size	Δ_B	Mesh Size	Δ_B
.....
.....
.....

***فرومی گرافیکی نرم افزار**



الف





ب

ب

تغییر شکل تیر طره الف)المان solid؛ ب)المان Shell؛ پ)المان Beam

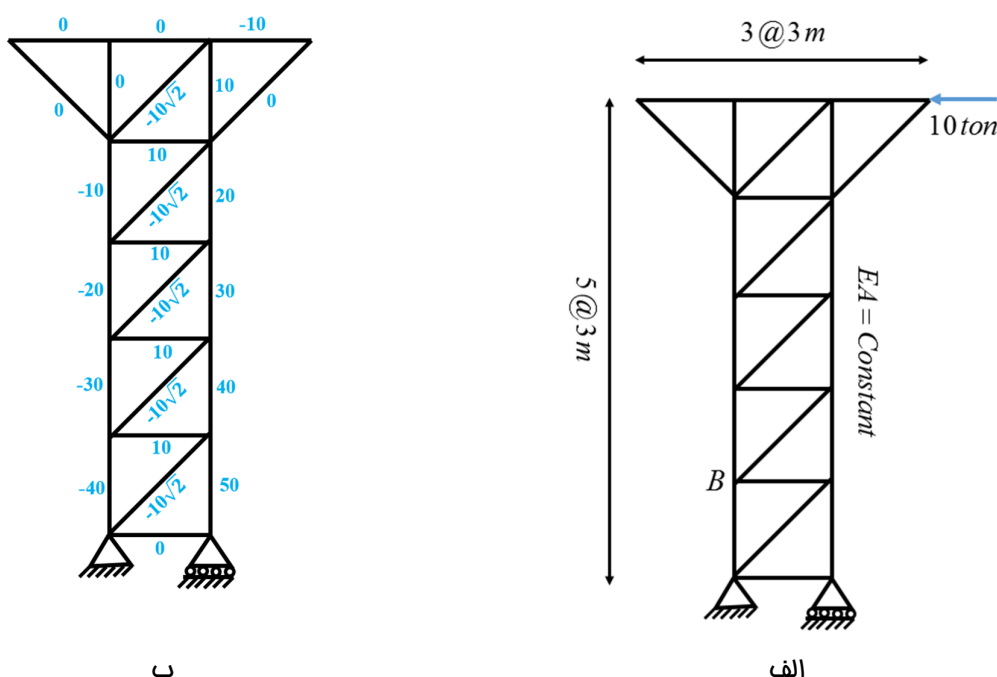
***تمرین :**

همین مساله برای یک پروفیل IPB دلفواه حل شود.

جلسه دوم

مثال ۱:

در این جلسه در بخش اول به مدل‌سازی فرپای دوبعدی پرداخته شده است. فرپاها از ساده‌ترین سیستم‌های باربر جانبی هستند که با تحمل نیروها به صورت مموری (کششی یا فشاری) عمل خواهند کرد. برای رسیدن به این منظور اتصالات موجود فرپاها مفصلی بوده و نیروهای خارجی تنها در گره‌ها وارد خواهند شد. در شکل زیر هندسه‌ی فرپا و نیروهای داخلی نشان داده شده است (علامت منفی معرف نیروی داخلی فشاری می‌باشد).



شکل ۱-۲: الف) هندسه‌ی فرپا؛ ب) نیروهای داخلی

همچنین با استفاده از قضیه‌ی کارمجازی، مقدار تغییرشکل افقی گره‌ی B نیز از رابطه‌ی زیر بدست خواهد آمد:

$$\Delta_{H-B} = \frac{264.85 (t.m)}{EA}$$

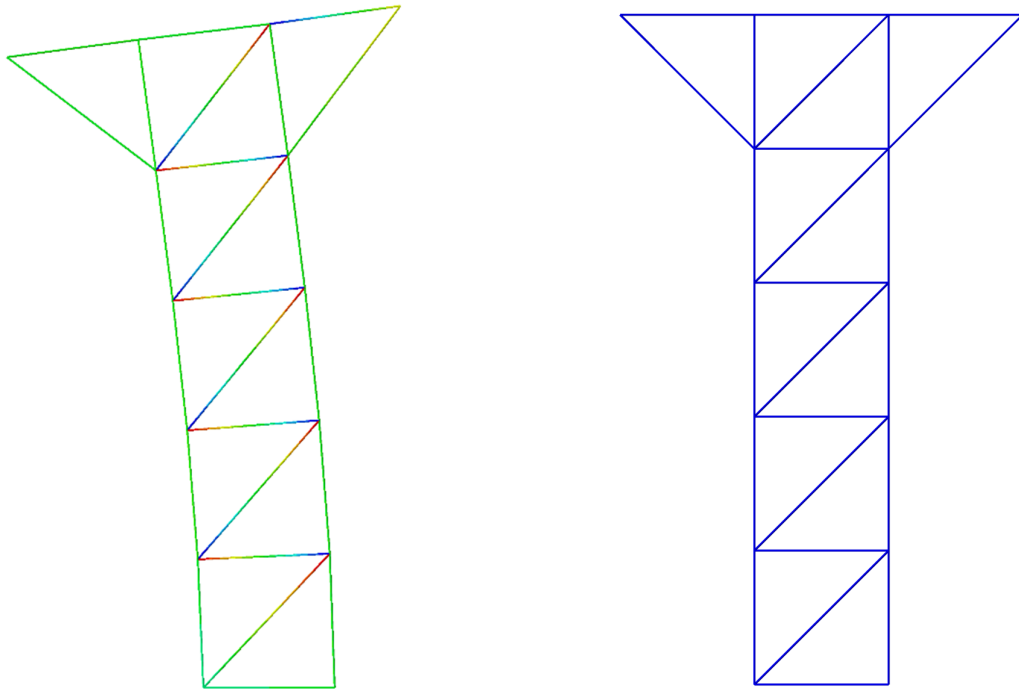
*پارامترهای مساله:

$$A = 0.0016 m^2, \quad E = 200 GPa, \quad \nu = 0.3$$

باتوجه به پارامترهای تعریف شده در مساله، تغییرشکل افقی گره‌ی B برابر است با:

$$\Delta_{H-B} = \frac{264.85}{EA} = \frac{264.85}{20.396 \times 10^6 \times 0.0016} = 8.12 \times 10^{-3} m$$

***فروبی گرافیکی نرم افزار**

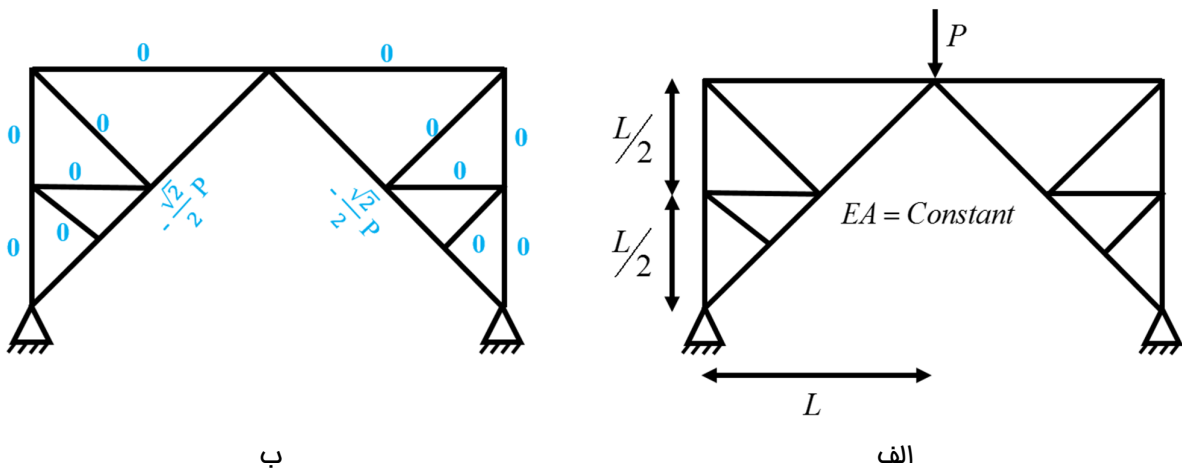


تغییر شکل و توزیع نیروی مموری افقی در فریای دوبعدی پس از اعمال بار

***تمرین :** در فریای زیر نیروهای داخلی اعضا و تغییر مکان قائم در گره‌ای که بار متمرکز وارد می‌شود را بدست آورده و با

مقادیر ماصل از روابط بدست آمده مقایسه کنید (برای پارامترهای مساله فرضی معقول در نظر بگیرید). تغییر مکان قائم

از رابطه‌ی $\sqrt{2} \frac{PL}{AE}$ بدست خواهد آمد.

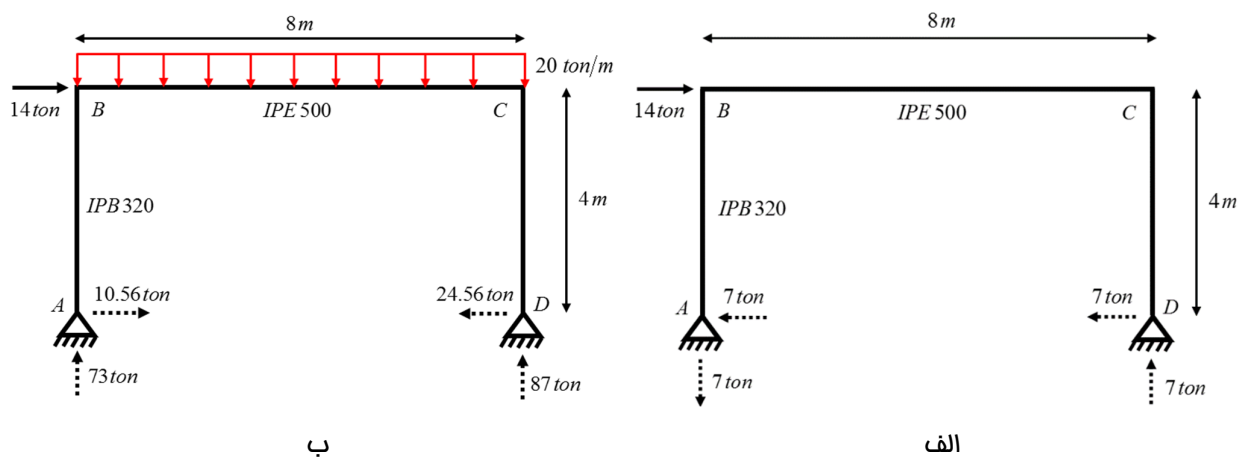


شکل ۲-۲: الف) هندسه‌ی فریای؛ ب) نیروهای داخلی

مثال ۲ :

در بخش دوم این جلسه به تعیین واکنش‌های تکیه‌گاهی و تغییرشکل جانبی قاب فمشی یک طبقه با و بدون اثرات $P-\Delta$ خواهیم پرداخت. در اعضای قاب‌ها بر فلاف فریابها علاوه بر تلاش‌های داخلی مموری، لنگر و برش داخلی نیز به‌وجود خواهد آمد. اتصالات اعضای آن‌ها می‌تواند به‌صورت صلب، نیمه صلب و یا مفصلی باشد. همچنین نیروهای خارجی نیز به‌صورت متمرکز، گسترده، و یا لنگر در نقاط مختلف آن می‌تواند اعمال شوند.

جابه‌جایی نقطه‌ای اثر بار وزن پس از تغییرشکل جانبی باعث به‌وجود آمدن لنگری مازاد خواهد شد که این لنگر خود به افزایش تغییرشکل جانبی کمک خواهد کرد. با افزایش میزان جابه‌جایی نیز مجدداً لنگر مازاد دیگری به‌وجود آورده که خود مجدداً رشد تغییرشکل جانبی را به‌دنبال خواهد داشت. این روند تکراری تا جایی ادامه خواهد داشت که سازه به یک حالت مدی پایدار برسد که این روند به اثرات $P-\Delta$ معروف است. در حالت نفست سازه بدون بار وزن و اثرات مربوط به $P-\Delta$ تملیل شده و تغییرشکل جانبی آن بدست خواهد آمد. سپس در گام بعدی با لحاظ وزن سازه و تأثیر اثرات $P-\Delta$ این تغییرشکل جانبی تعیین خواهد شد (شکل ۲-۳). در حالت نفست با توجه به تقارن قاب و پادمتقارن بودن بارگذاری، به‌راحتی واکنش‌های تکیه‌گاه بدست خواهد آمد. ولی در حالت دوم با مضور بار وزن کمی مساله پیچیده‌تر بوده و لازم است که با استفاده از قضایای کار مجازی واکنش افقی تکیه‌گاه D بدست آید. لازم بذکر است که واکنش‌های قائم قاب معین بوده و به راحتی با معادلات تعادل بدست خواهد آمد.



شکل ۲-۳: قاب فمشی یک طبقه (الف) بدون نیروی وزن؛ (ب) با نیروی وزن.

واکنش افقی تکیه‌گاه D را می‌توان از رابطه‌ی زیر بدست آورد که جهت آن در فلاف جهت بار جانبی وارد بر باه می‌باشد.

$$R_{H-D} = \frac{\frac{P}{3I_c} + \frac{1}{I_b} \left(P + \frac{2qh}{3} \right)}{\frac{2}{3I_c} + \frac{2}{I_b}}$$

که در رابطه‌ی فوق P, q, h, I_c, I_b و R_{H-D} به ترتیب بار جانبی وارده بر باه، بار نواری ناشی از وزن، ارتفاع قاب، ممان اینرسی ستون، ممان اینرسی تیر و واکنش افقی تکیه‌گاه D می‌باشد.

*مسامت و ممان اینرسی بر مبنای اشتال و محاسبات تملیلی :

جدول ۱-۲: مشخصات هندسی پروفیل‌ها (اشتال)

Profile	$h(mm)$	$b(mm)$	$t_f(mm)$	$t_w(mm)$	$A(cm^2)$	$I(cm^4)$
IPB 320	320	300	20.5	11.5	161	30820
IPE 500	500	200	16	10.2	116	48200

با توجه به هندسه‌ی پروفیل‌های مدل‌سازی شده در نرم‌افزار، مقادیر دقیق ممان اینرسی و مسامت برابر است با :

$$A_c = (320 - 2 \times 20.5) \times 11.5 + 2 \times 300 \times 20.5 = 15508.5 \text{ mm}^2 = 155.085 \text{ cm}^2$$

ستون

$$I_c = \frac{320^3 \times 300}{12} - \frac{(320 - 2 \times 20.5)^3 \times (300 - 11.5)}{12} = 297071762.4 \text{ mm}^4 = 29707.18 \text{ cm}^4$$

$$A_b = (500 - 2 \times 16) \times 10.2 + 2 \times 200 \times 16 = 11173.6 \text{ mm}^2 = 111.74 \text{ cm}^2$$

تیر

$$I_c = \frac{500^3 \times 200}{12} - \frac{(500 - 2 \times 16)^3 \times (200 - 10.2)}{12} = 462073880.5 \text{ mm}^4 = 46207.39 \text{ cm}^4$$

*تغییر شکل جانبی طبقه بدون در نظر گرفتن اثرات $P-\Delta$ بر مبنای روابط ارائه شده :

$$\Delta = \Delta_c + \Delta_b + \Delta_f = \frac{Fh^3}{6EI_c} + \frac{Fh^2L}{12EI_b} + \frac{2Fh^3}{L^2A_cE} = \frac{Fh^2}{E} \left(\frac{h}{6I_c} + \frac{L}{12I_b} + \frac{2h}{L^2A_c} \right)$$

$$\Delta = \frac{14 \times 10^3 \times 9.806 \times 4^2}{2 \times 10^{11}} \left(\frac{4}{6 \times 30820 \times 10^{-8}} + \frac{8}{12 \times 48200 \times 10^{-8}} + \frac{4}{8^2 \times 161 \times 10^{-4}} \right) = 0.03899 \text{ m}$$

اشتال

$$\Delta = \frac{14 \times 10^3 \times 9.806 \times 4^2}{2 \times 10^{11}} \left(\frac{4}{6 \times 29707.2 \times 10^{-8}} + \frac{8}{12 \times 46207.4 \times 10^{-8}} + \frac{4}{8^2 \times 155.09 \times 10^{-4}} \right)$$

$$= 0.04054 m$$

مماسیات
دستی

*تغییر شکل جانبی طبقه با در نظر گرفتن اثرات $P-\Delta$:

به عنوان یک معیار، نسبت لنگر ثانویه ($P\Delta$) به لنگر اولیه (Fh) را شاخص پایداری نامند و با θ نمایش می‌دهند. تغییر

مکان نهایی سازه در اثر پدیده $P-\Delta$ با ضریب $\frac{1}{1-\theta}$ افزایش خواهد یافت.

$$\theta = \frac{P\Delta}{Fh}, \quad \bar{\Delta} = \frac{\Delta}{1-\theta}$$

در این مثال شاخص پایداری و تغییر مکان تشدید یافته برابر است با :

$$\Delta = 0.03899 m, \quad \theta = \frac{P\Delta}{Fh} = \frac{20 \times 8 \times 0.03899}{14 \times 4} = 0.1114 \Rightarrow$$

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{1-\theta} = \frac{0.03899}{1-0.1114} = 0.04388 m$$

اشتال

$$\Delta = 0.04054 m, \quad \theta = \frac{P\Delta}{Fh} = \frac{20 \times 8 \times 0.04054}{14 \times 4} = 0.1158 \Rightarrow$$

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{1-\theta} = \frac{0.04054}{1-0.1158} = 0.04585 m$$

مماسیات دستی

*فرومی گرافیکی نرّه افزار



تغییر شکل قاب خمشی پس از اعمال بار وزن و نیروی جانبی

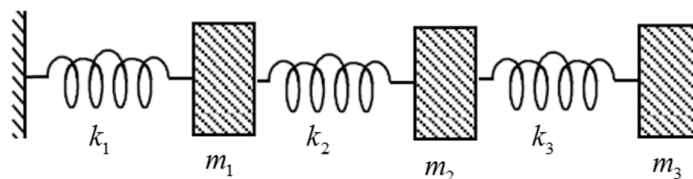
جلسه سوم

در این بخش به حل مسائل مقادیر ویژه^۱ با نرم افزار آباکوس پرداخته شده است. حل معادلات در این دسته از مسائل به شرایط اولیه^۲ وابسته خواهد بود و در طول حل مساله شرایط مرزی، سختی، توزیع بار، جرم و ... قابل تغییر نمی باشند. دو دسته از مسائل مقادیر ویژه تعیین مدهای فرکانسی و کمانشی می باشد.

مثال ۱:

یکی از فرم‌های مورد نیاز در حل تحلیل‌های دینامیکی، مدهای فرکانسی سازه می باشد. فرکانس سازه از ویژگی‌های ذاتی سیستم بوده و به میزان سختی و جرم وابسته می باشد. برای تعیین مقادیر ویژه می بایست معادله جبری $\det(K - M\omega^2) = 0$ حل شود که M ، K و ω در آن به ترتیب ماتریس جرم، ماتریس سختی و فرکانس دورانی سیستم می باشد. تعداد مدهای فرکانس در این مسائل برابر درجات آزادی می باشد. در این بخش به تعیین مدهای فرکانسی یک سیستم سه درجه آزادی پرداخته خواهد شد. با توجه به مباحث دینامیک سازه‌ها ماتریس جرم و سختی برای این سیستم سه درجه آزادی برابر است با:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$



شکل ۳-۱: سیستم سه درجه آزادی.

$$k_1 = 16.455 \times 10^6 \text{ N/m}, \quad m_1 = 60 \text{ ton}$$

$$k_2 = 18.279 \times 10^6 \text{ N/m}, \quad m_2 = 50 \text{ ton}$$

¹ Eigenvalue

² Initial Condition

$$k_3 = 21.149 \times 10^6 \text{ N/m} \quad , \quad m_2 = 40 \text{ ton}$$

بنابراین :

$$\begin{vmatrix} k_1 + k_2 - m_1\omega^2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 - m_2\omega^2 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 - m_3\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} 34734 - 60\omega^2 & -18279 & 0 \\ -18279 & 39428 - 50\omega^2 & -21149 \\ 0 & -21149 & 21149 - 40\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 74.3906 \left(\text{rad/s}\right)^2 \Rightarrow \omega_1 = 8.625 \text{ rad/s} \Rightarrow f_1 = 1.373 \text{ Hz} \\ \omega_2^2 = 562.5910 \left(\text{rad/s}\right)^2 \Rightarrow \omega_2 = 23.719 \text{ rad/s} \Rightarrow f_2 = 3.775 \text{ Hz} \\ \omega_3^2 = 1258.7594 \left(\text{rad/s}\right)^2 \Rightarrow \omega_3 = 35.479 \text{ rad/s} \Rightarrow f_3 = 5.647 \text{ Hz} \end{cases}$$

***فرومی گرافیکی نرم افزار**



تغییر شکل مدی سیستم سه درجه آزادی (الف)مد اول؛ (ب)مد دوم؛ (پ)مد سوم

مثال ۲ :

به طور کلی می‌توان مل مسائل کمانشی را شامل دو بفش الاستیک و غیر الاستیک تقسیم‌بندی نمود. در کمانش‌های الاستیک که رابطه‌ی معروف اویلر نیز بر اساس آن بنا شده است، همواره شیب مماسی بر منحنی رفتار (ماده مدول یا نگ) ثابت در نظر گرفته می‌شود که با توجه به رفتار فطی در بفش الاستیک مواد، فرضی معقول می‌باشد. این نوع کمانش زمانی در مساله ماکم است که نیروی بمرانی کمانش کم‌تر از نیروی تسلیم باشد (مشابه ستون‌های لاغر). در این شرایط کمانش عضو فشاری مقدم بر رفتار غیرفطی مادی آن خواهد بود. تا سال‌های زیادی تصور بر آن بود که رفتار غیرفطی تأثیری بر میزان بار کمانشی نداشته تا آن‌که نتایج موجود از آزمایش‌ها فلاف این مساله را بیان نمودند. نتایج بیان‌گر آن بود که در اعضایی که نیروی تسلیم کم‌تر از نیروی بمرانی کمانش می‌باشد، به جای استفاده از مدول الاستیسیته‌ی اولیه لازم است که مدول مماسی در نامیه‌ی غیرفطی مادی در روابط وارد شود. همین امر به معرفی سه تئوری ضریب مماسی، ضریب دوگانه و شانلی در بحث کمانش‌های غیر الاستیک شده است.

مل مساله‌ی کمانش الاستیک نیز در درسته‌ی مسائل مقادیر ویژه می‌باشد. در این گونه مسائل هندسه و سفتی عضو و همچنین نموه‌ی توزیع بار از پارامترهای موثر در بار بمرانی کمانش خواهند بود. مقادیر مدهای کمانشی نیز در این مسائل برابر تعداد درجات آزادی سیستم می‌باشد.

مدل اجزا محدودی تیر دوسر مفصل با المان‌های در این گونه مسائل هندسه و سفتی عضو و همچنین نموه‌ی توزیع بار از پارامترهای موثر در بار بمرانی کمانش خواهند بود. مقادیر مدهای کمانشی نیز در این مسائل برابر تعداد درجات آزادی سیستم می‌باشد.

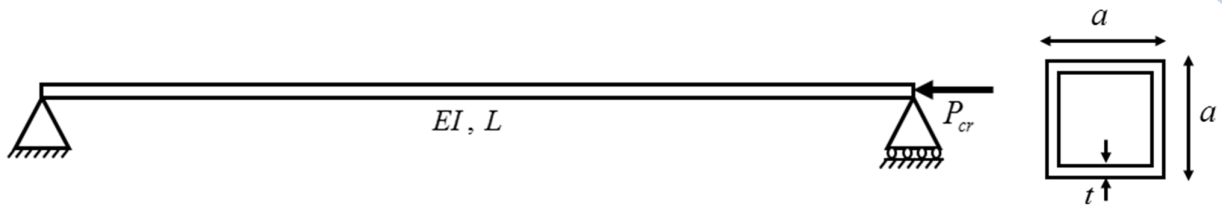
مقادیر بار بمرانی برای یک ستون دو سر مفصل از رابطه‌ی اویلر بدست خواهد آمد :

$$P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$$

که در این رابطه P_{cr} ، n ، E ، I و L به ترتیب بار بمرانی کمانشی، شماره مد کمانشی، مدول الاستیک ماده، ممان

اینرسی مقطع و طول ستون می‌باشند. شکل مدهای کمانشی نیز از تابع $y(x) = c_1 \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$ پیروی خواهد کرد (c_1 هر

مقداری می‌تواند داشته باشد).



شکل ۳-۲: ستون دو سر مفصل.

*** پارامترهای مساله :**

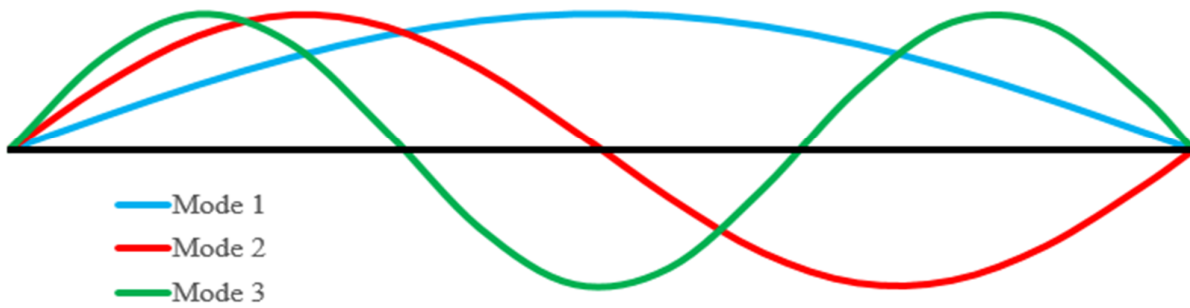
$$L = 3\text{ m} \quad , \quad a = 0.1\text{ m} \quad , \quad t = 0.004\text{ m} \quad , \quad E = 200\text{ GPa} \quad , \quad \nu = 0.3 \quad , \quad n = 1, 2, 3$$

*** شکل و مقادیر بارهای کمانشی سه مد اول :**

$$\text{Mode 1} \Rightarrow P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^9 \times 2.363392 \times 10^{-6}}{3^2} = 518349.8685\text{ N}$$

$$\text{Mode 2} \Rightarrow P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} = \frac{4\pi^2 \times 200 \times 10^9 \times 2.363392 \times 10^{-6}}{3^2} = 2073399.474\text{ N}$$

$$\text{Mode 3} \Rightarrow P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} = \frac{9\pi^2 \times 200 \times 10^9 \times 2.363392 \times 10^{-6}}{3^2} = 4665148.817\text{ N}$$

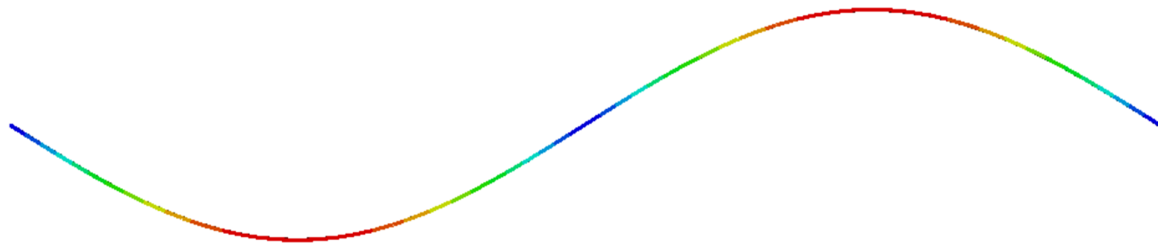


شکل ۳-۳: شکل سه مد اول کمانشی

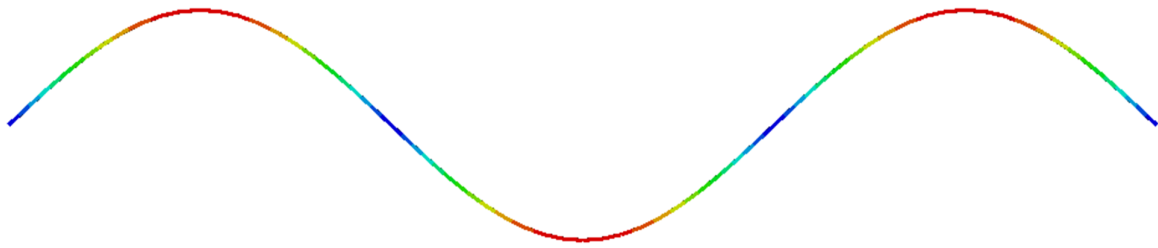
*** فرهیمی گرافیکی نرم افزار-۱**



الف



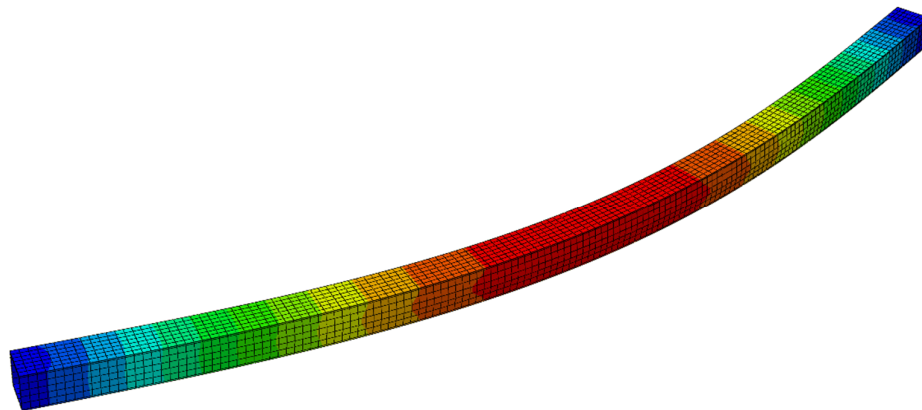
ب



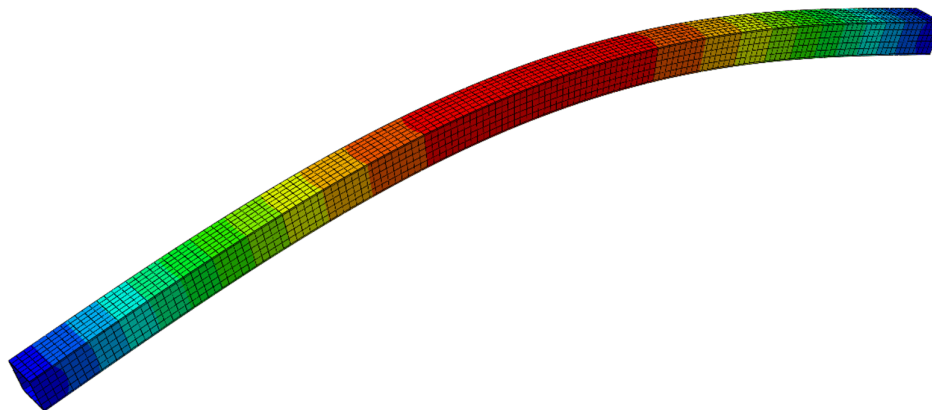
پ

مدهای کمانشی ستون دو سر مفصل با المان Beam الف(مد اول؛ ب)مد دوم؛ پ)مد سوم

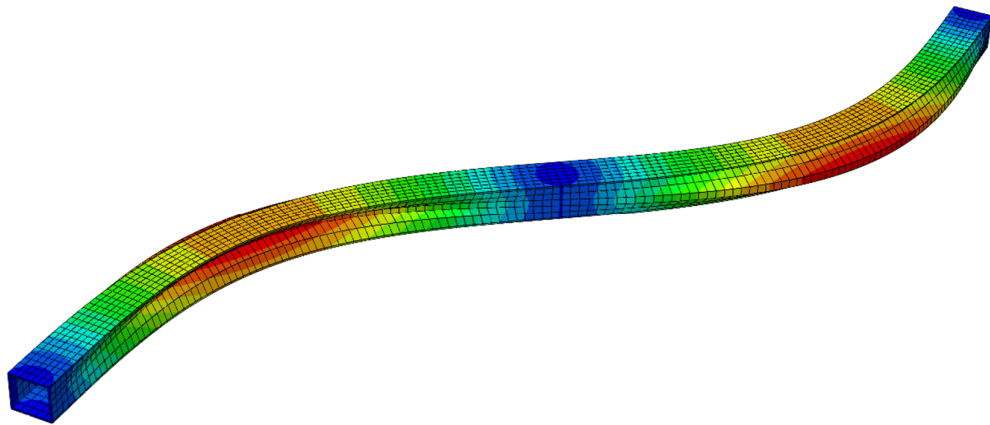
***فروبی گرافیکی نرم افزار ۲-**



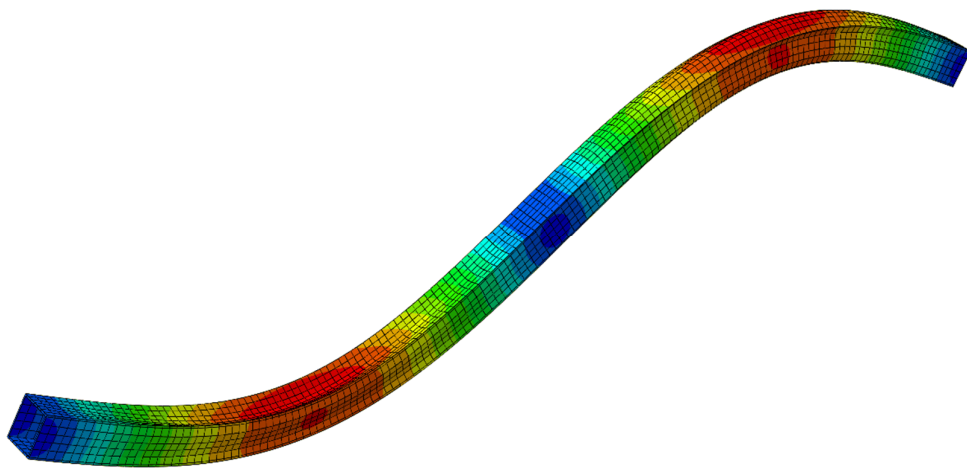
الف



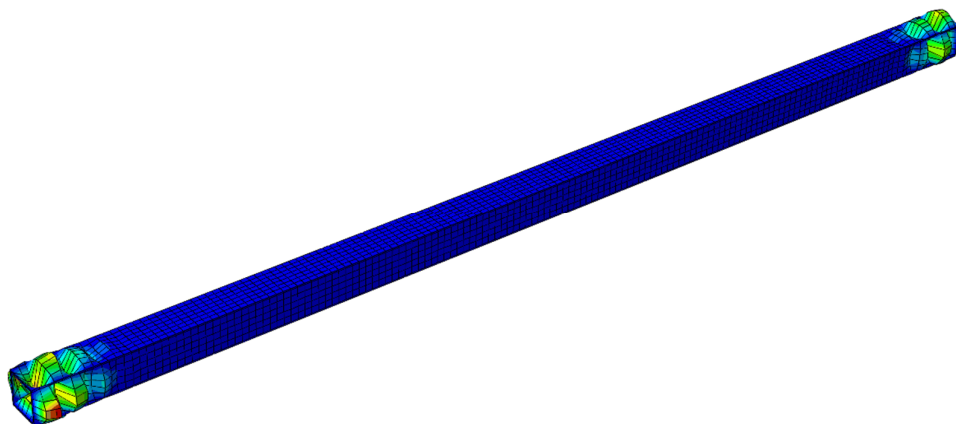
ب



ج



د



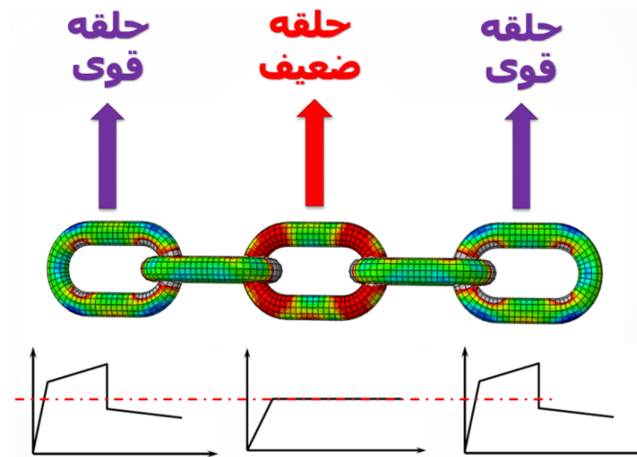
ث

مدهای کمانشی ستون دو سر مفصل با المان Solid الف)مد اول؛ ب)مد دوم؛ پ)مد سوم؛ ت)مد چهارم؛ ث)مد پنجم

جلسه چهارم

*زنجیره‌ی پاولی^۳

مفهوم زنجیره پاولی در درک شکل‌پذیری و رفتار ارتجاعی سازه، تمت بارهای لرزه‌ای اهمیت به‌سزایی دارد. چنانچه این زنجیره که از چندین ملقه تشکیل شده تمت نیروی P قرار بگیرد، به دلیل عملکرد سری ملقه‌ها، نیروی ثابتی به تمام ملقه‌ها وارد فواید شد.

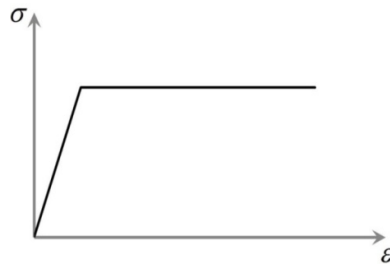


شکل ۴-۱: زنجیره‌ی پاولی

پرواضع است که مقاومت کلی زنجیره، رابطه‌ی مستقیمی با مقاومت ملقه‌ی ضعیف داشته به طوری که افزایش مقاومت در ملقه‌های قوی تأثیری در افزایش مقاومت زنجیر نفاهد داشت. فرض می‌شود که ملقه‌ی ضعیف، عضوی شکل‌پذیر^۴ (رفتار الاستوپلاستیک ایده‌آل باشد، در این شرایط هرچه این ملقه بتواند تغییرشکل بیش‌تری را بدون کاهش در مقاومت فود تحمل کند، انرژی بیش‌تری توسط آن مستهلک فواید شد. ثابت ماندن نیرو توسط ملقه‌ی شکل‌پذیر، موجب می‌شود که این ملقه همانند یک فیوز مانع از وارد شدن دیگر ملقه‌ها به نامیه‌ی پلاستیک گردد و بنابراین این ملقه‌ها نقشی در اتلاف انرژی نداشته باشند.

³ Pauly Chain

^۴ تحمل تغییرشکل‌های بزرگ بدون کاهش قابل ملاحظه در مقاومت آن



شکل ۴-۲: رفتار الاستوپلاستیک ایده‌آل.

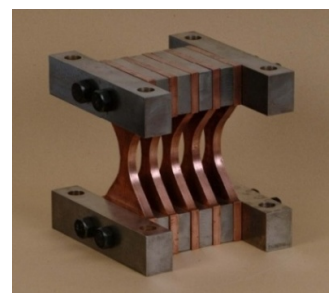
میراگرهای تسلیم شونده عملکردی مشابه ملقه‌های ضعیف داشته و بنابراین علاوه بر وظیفه‌ی اتلاف انرژی وارد شده به سازه، مانند یک فیوز مانع از تسلیم و رفتار غیرخطی اعضای اصلی آن (ملقه‌های قوی) فوهند شد. به این اعضای شکل‌پذیر که با تغییر مکان خود باعث جذب و استهلاک انرژی می‌شوند، اعضای تغییر مکان-کنترل^۵ (DC) می‌گویند. سایر اعضا که در محدوده‌ی الاستیک باقی‌مانده و نیروی به‌وجود آمده در آن‌ها تابعی از عضو شکل‌پذیر می‌باشد، را اعضای نیرو-کنترل^۶ (FC) می‌نامند.

*ADAS^۷

این نوع میراگر از قرار گرفتن یک‌سری صفحات فلزی بین دو صفحه‌ی صلب تشکیل شده به‌نموی که با مرکبات نسبی این دو صفحه‌ی صلب، صفحه‌های دافلی که از آلیاژهای شکل‌پذیر ساخته شده‌اند، تغییر شکل داده و جاری می‌شوند و بدین وسیله مانع از به‌وجود آمدن رفتار غیر الاستیک در سایر اعضا می‌گردند. در شکل زیر هندسه‌ی این میراگر و ممل جانمایی آن نشان داده شده است.



ب



الف

شکل ۴-۳: الف: ورق ایکس شکل، ب: ممل جانمایی آن.

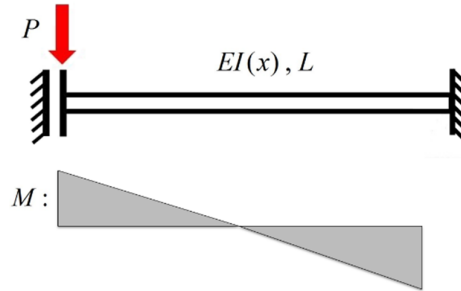
⁵ Displacement Control

⁶ Force Control

⁷ Added Damping and Stiffness

برای تسلیم فمشی یکنوافت با توجه به شرایط مرزی میراگرها، هندسه‌ی سطح مقطع در طول متفاوت می‌باشد، به طوری که هرچه میزان لنگر داخلی افزایش یابد، صلبیت فمشی مقطع نیز بیشتر خواهد شد.

در شکل زیر شرایط مرزی همراه با لنگر داخلی ناشی از بارگذاری متمرکز برای ADAS نشان داده شده است.



شکل ۴-۴: شرایط مرزی و لنگر داخلی ADAS.

سطح مقطع ورق‌های X شکل در طول آن به گونه‌ای تغییر خواهد کرد تا انما در نقاط مختلف آن یکسان شده و تسلیم یکنوافتی در طول آن به وجود آید. از مقاومت مصالح می‌دانیم که انما در تیرهای برنولی برای هر نقطه دلفوا در طول تیر به وسیله‌ی رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود.

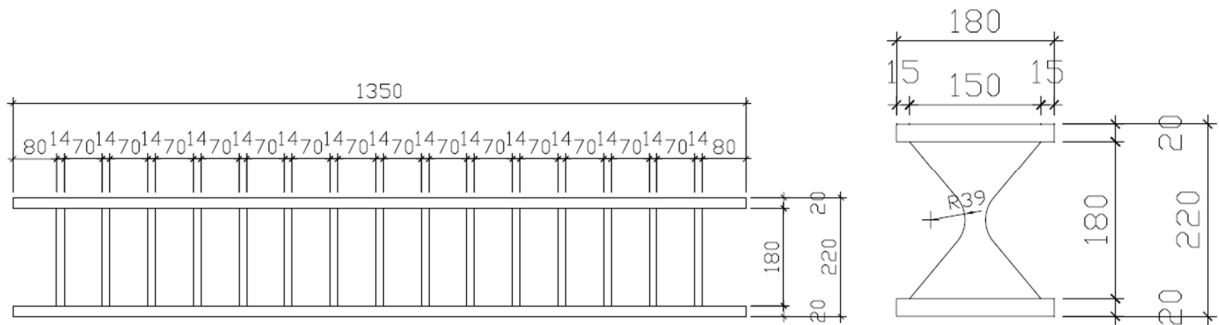
$$\varphi(x) = \frac{M(x)}{EI(x)}$$

که در رابطه فوق، φ انما، M لنگر داخلی و EI صلبیت فمشی در نقطه x می‌باشند. با توجه به رابطه فطی لنگر و ثابت بودن مقدار مدول الاستیسیته در طول تیر، لازم است برای ثابت شدن کسر فوق، ممان اینرسی، همسو با نمودار لنگر، به صورت فطی تغییر کند. می‌دانیم در مقاطع مستطیلی، مقدار ممان اینرسی حول محور ضعیف‌تر آن از رابطه‌ی زیر بدست خواهد آمد.

$$I = \frac{bt^3}{12}$$

بنابراین بدیهی است که اگر عرض مقطع ورق‌های ADAS به صورت فطی کاهش یابد، ممان اینرسی نیز از همین قانون پیروی کرده و انما مقداری ثابت اختیار خواهد کرد. به همین دلیل استفاده از ورق‌های X شکل می‌تواند موجب به وجود آمدن تسلیمی یکنوافت در طول ورق شود.

در این جلسه به بررسی عملکرد پرفه‌ای میراگر ADAS که در پژوهش به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته بود، پرداخته شده است. فایل مقاله‌ی این پژوهش در آخر این جلسه ارائه شده است. برنی از مهم‌ترین اطلاعات مورد نیاز برای مدل‌سازی در ادامه ارائه شده است. مدل آزمایشگاهی از ۱۵ عدد ورق ADAS تشکیل شده است که به وسیله‌ی یک هیدرولیکی تمت بارگذاری پرفه‌ای قرار گرفته و منحنی هیستریزس آن رسم شده است. در شکل ۴-۵ مشخصات هندسی میراگر نشان داده شده است. (ابعاد بر حسب میلی‌متر می‌باشند)



شکل ۴-۵: مشخصات هندسی میراگر

*مدل رفتاری فولاد میراگر ADAS

در این مدل آزمایشگاهی از فولاد نرم استفاده شده است که مشخصات رفتاری میانگین سه نمونه تست شده به قرار زیر است:

$$E = 211 \text{ GPa} \quad , \quad \nu = 0.3 \quad , \quad F_y = 173.3 \text{ MPa} \quad , \quad F_u = 253.3 \text{ MPa} \quad , \quad \varepsilon_u = 64.5\%$$

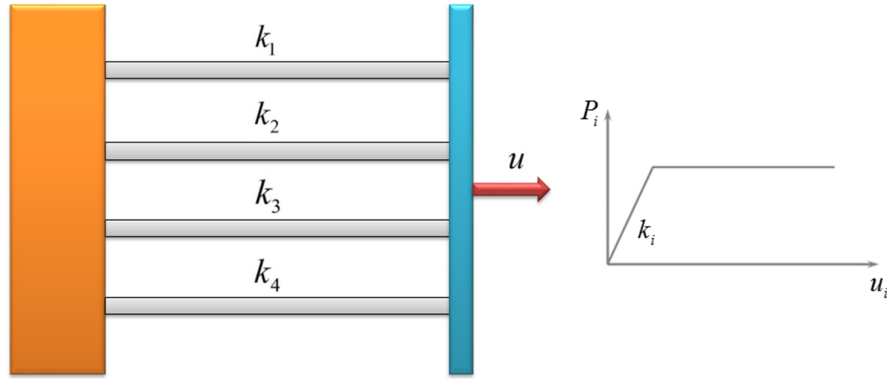
که E ، F_y ، F_u و ε_u به ترتیب مدول الاستیک، تنش تسلیم، تنش نهایی و کرنش نهایی فولاد می‌باشند.

*بارگذاری وارد بر نمونه

الف) بارگذاری تک‌آهنگ

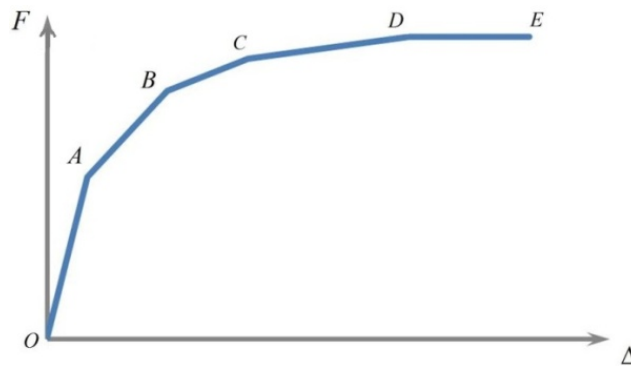
استفاده از بیان ساده زیر، در تفهیم منحنی نیرو-تغییرمکان می‌تواند مفید واقع شود. سازه‌ی شکل ۴-۶ که شامل چهار میله‌ی موازی، با رفتار الاستوپلاستیک می‌باشد، تمت تغییرمکان کنترل شده قرار گرفته است. فرض می‌گردد که هر یک از

عضوهای میله‌ای در تغییرمکان u_i ، تسلیم شده و سفتی آن صفر خواهد شد ($u_1 < u_2 < u_3 < u_4$).



۴-۶: تغییرمکان اعمال شده به سازه.

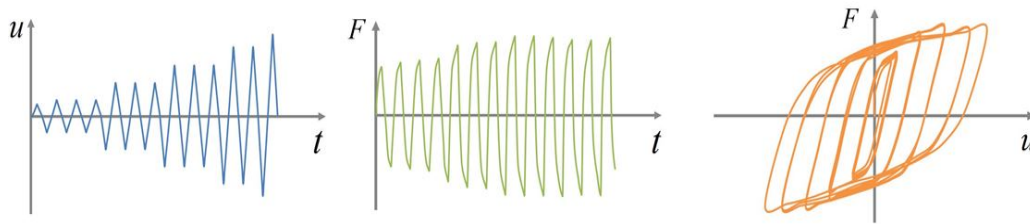
برای $u < u_1$ ، تمام اعضا در محدوده‌ی الاستیک قرار داشته و سفتی کل (شیب قسمت OA نمودار نیرو-تغییرمکان در شکل ۴-۷)، برابر مجموع سفتی تمام اعضا می‌باشد. پس از افزایش تغییرمکان از مقدار u_1 ، عضو شماره‌ی یک تسلیم شده و سفتی آن برابر صفر خواهد شد. از این رو شیب نمودار در این مرحله به مقدار $(k_2 + k_3 + k_4)$ کاهش خواهد یافت. در اثر اعمال تغییرمکان بیش‌تر، عضو شماره‌ی دو نیز در تغییرمکان u_2 تسلیم شده و سفتی نمودار به مقدار $(k_3 + k_4)$ تقلیل می‌یابد (شیب در قسمت BC). با ادامه‌ی این روند پس از تسلیم عضو سه، به ازای تغییر مکان بیش‌تر از u_4 ، عضو شماره‌ی چهار نیز تسلیم شده و سفتی سازه برابر صفر می‌شود که به معنای انهدام سازه است (خط EF). هرچه تعداد اعضای تسلیم‌شونده بیش‌تر باشد، تغییرات منحنی نیرو-تغییرمکان (شکل ۴-۷) به صورت تدریجی‌تر بوده و هموارتر خواهد شد. این منحنی ویژگی‌های مهمی از سیستم تحت بارگذاری، نظیر سفتی اولیه، روند تغییرات سفتی، حداکثر سطح تلاش به‌وجود آمده در سیستم، میزان اتلاف انرژی، میزان شکل‌پذیر و بسیاری از اطلاعات دیگر را می‌تواند ارائه دهد.



شکل ۴-۷: منحنی نیرو-تغییرمکان.

ب) بارگذاری پرفه‌ای

با توجه به رفتار نوسانی زلزله، به‌طور کلی منحنی نیرو-تغییرمکان بدست آمده از بارگذاری تک آهنگ نمی‌تواند رفتار دقیقی از اثرات زلزله بر روی سازه ارائه دهد. ترک خوردگی سازه‌های بتنی تحت کشش و یا کماتش مهاربندها تحت فشار، به‌فوبی عدم تقارن رفتار سازه را نشان خواهد داد. بارهای رفت و برگشتی همواره می‌تواند تمامی شرایط غیرقابل پیش‌بینی را در رفتار سازه فراهم کند. بنابراین به‌عنوان نتایج دقیق‌تر استفاده از بارگذاری پرفه‌ای نسبت به بارگذاری تک آهنگ توصیه می‌گردد. در نرم‌افزار، رسم نمودار پرفه‌ای با مذف محور زمان بین نمودار تغییرمکان-زمان و نیرو-زمان حاصل می‌شود؛ لذا در گام نفست برای رسم این نمودار نیاز به اعمال تغییر مکانی پرفه‌ای نسبت به زمان می‌باشد. در این مدل آزمایشگاهی، بارگذاری از نوع تغییرمکانی بوده و توسط یک هیدرولیکی اعمال شده است.



شکل ۴-۸: مذف محور زمان بین نمودار تغییرمکان-زمان و نیرو-زمان.

در جدول زیر تعداد پرفه‌ها و مداکتر تغییرشکل در هر پرفه ارائه شده است :

جدول ۴-۱: تعداد پرفه‌ها و مداکتر تغییرشکل در هر پرفه

NO	Control displacement/mm	frequency /Hz	Cyclic number
1	±0.84	0.04	4
2	±1.6	0.02	
3	±3.08	0.015	
4	±7.22	0.01	
5	±11.63	0.007	
6	±18.72	0.005	

از آنجایی که در تحلیل‌های استاتیکی زمان بی‌معنی می‌باشد از تعداد پرفه استفاده خواهد شد. بهترین راهکار در

یکسان‌سازی وامد زمانی و پرفه در نرم‌افزار استفاده از گام‌های زمانی ۰٫۲۵ در مموری افقی می‌باشد. با این تعریف هر

یک وامد زمانی در نرم‌افزار برابر یک پرفه خواهد شد.

***شرایط مرزی معادل**

شرایط مرزی تعریف شده برای مدل سازی میراگر دربرگیرنده سه قسمت می باشد که در ادامه توضیح داده می شوند.

الف) صفحه ی زیرین میراگر به مهاربند شون متصل شده است. شرایط مرزی این صفحه در حالت معادل به دلیل

صلبیت مهاربندها در صورت عدم کمانش می تواند به صورت گیردار (بستن درجات آزادی) در نظر گرفته می شود.

ب) فرض طراحی میراگر، بر مبنای عدم کمانش مهاربندها می باشد. به عبارت دیگر به دلیل کمانش نکردن مهاربندها،

تغییر مکان صفحه ی زیرین میراگر ناچیز است. از طرف دیگر با توجه به سفتی بالای مموری ستون، امکان تغییر مکان قائم

در صفحه ی فوقانی میراگر (محل اتصال میراگر به تیر) وجود نخواهد داشت. بنابراین صفحه فوقانی میراگر نیز در راستای

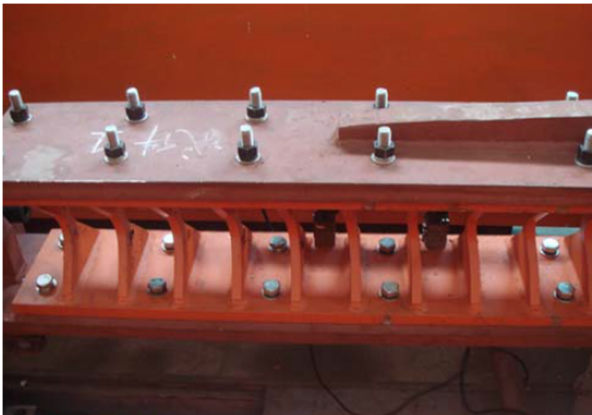
قائم و خارج از صفحه مهار می شود.

ج) در نهایت صفحه ی فوقانی میراگر در جهت جانبی، تمت تغییر مکان ثابتی قرار خواهد گرفت.

این روند تقریباً مشابه با مدل آزمایشگاهی این میراگر خواهد بود. هرچه بتوان شرایط مرزی را به صورت دقیق تر در نظر

گرفت، نتایج بدست آمده از شبیه سازی دقیق تر خواهد بود. در شکل زیر نمونه ی قرارگیری مدل آزمایشگاهی نشان داده

شده است.



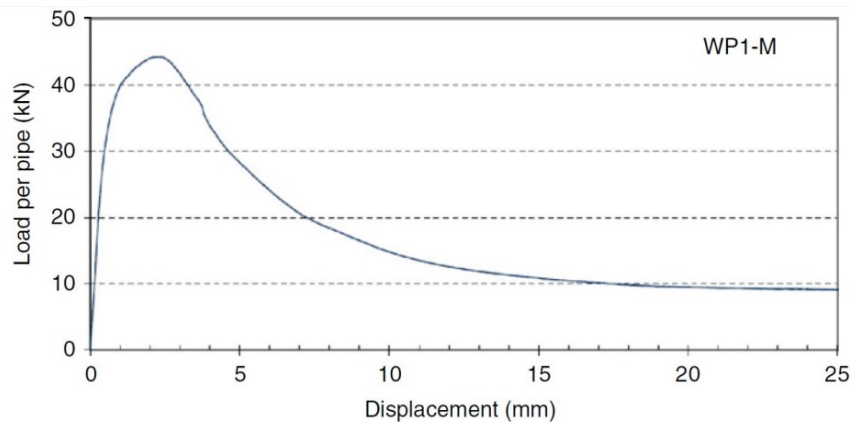
شکل ۴-۹: تصاویر مدل آزمایشگاهی.

*استفاده از نرم افزار WebPlotDigitizer

گاهی در برقی موارد نیاز به استخراج مفتصات نقاط موجود در عکس یک نمودار می باشد. به طور مثال در این جلسه لازم است که مفتصات منمنی هیستریزس موجود در مقاله به صورت فایل اکسل در اختیار باشد. یکی از روش های مناسب و ساده برای انجام این کار استفاده از وب سایت <http://arohatgi.info/WebPlotDigitizer> است (توصیه می شود از مرورگر Firefox Mozilla یا Chrome استفاده گردد). در این وب سایت با آپلود عکسی از نمودار موردنظر، می توان مفتصات نقاط آن را در یک فایل اکسل دریافت نمود.

شکل ۴-۱۰: WebPlotDigitizer

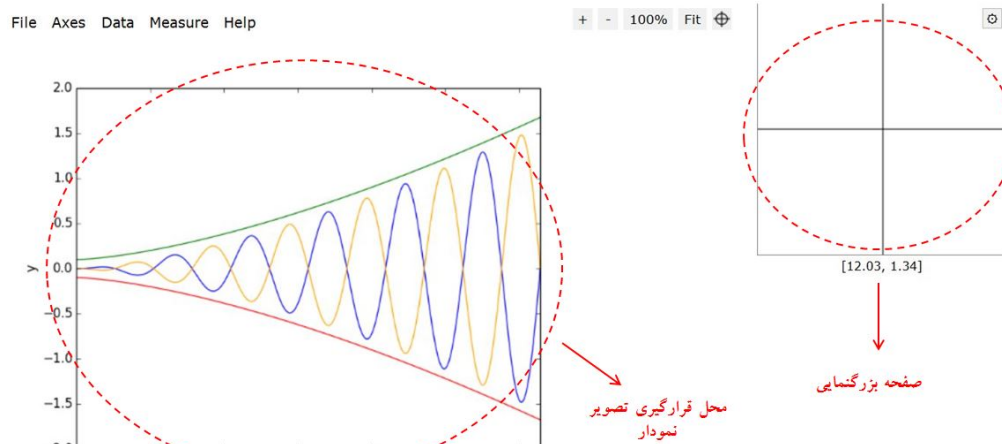
در ادامه با استخراج مفتصات نقاط موردنظر بر روی نمودار نیرو-تغییرمکان داده شده در شکل زیر، روند انجام کار توضیح داده خواهد شد.



شکل ۴-۱۱: نمودار نیرو-تغییرمکان.

در ابتدا بر روی آیکن Launch App در سمت راست تصویر ۴-۱۰ کلیک کرده تا صفحه شکل ۴-۱۲

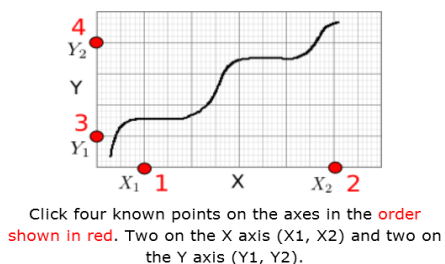
نمایش داده شود.



شکل ۴-۱۲: محل قرارگیری تصویر انتخابی.

در قسمت سمت چپ محل قرارگیری عکس موردنظر و قسمت راست صفحه بزرگنمایی می‌باشد (از این بخش برای انتخاب دقیق نقاط بر روی نمودار استفاده می‌شود). سپس بر روی گزینه‌ی File در بالای صفحه کلیک کرده و گزینه‌ی Load Image انتخاب می‌گردد. پس از آن عکس موردنظر انتخاب می‌شود. در گام بعدی از میان حالات گوناگون با توجه به نیاز، نوع نمودار مشخص خواهد شد که در این مثال نوع آن $2D(X-Y) Plot$ لهماظ گردیده است (شکل ۴-۱۳-الف). برای تعیین حدود محورهای مختصات در شکل، دو نقطه‌ی دلفواه بر روی محورهای X و Y انتخاب می‌شود (شکل ۴-۱۳-ب).

Align X-Y Axes



ب

Choose Plot Type

- 2D (X-Y) Plot
- 2D Bar Plot
- Polar Diagram
- Ternary Diagram
- Map With Scale Bar
- Image

Align Axes Cancel

الف

شکل ۴-۱۳: الف) انتخاب نوع نمودار، ب) نمونه‌ی تعیین حدود محورهای مختصات.

این نقاط برای محور X ها ۰ و ۲۰ و برای محور Y ها ۱۰ و ۴۰ می باشد (شکل ۴-۱۴- الف). با کلیک کردن بر روی گزینه‌ی

Complete در سمت راست صفحه (شکل ۴-۱۴- الف)، مختصات این نقاط در جدول شکل ۴-۱۴- ب وارد می‌گردد.

X and Y Axes Calibration

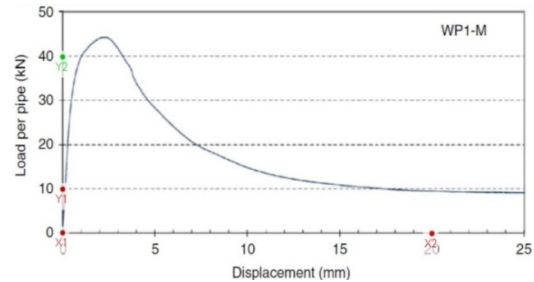
Enter X-values of the two points clicked on X-axis
and Y-values of the two points clicked on Y-axes

	Point 1	Point 2	Log Scale
X-Axis:	0	20	<input type="checkbox"/>
Y-Axis:	10	40	<input type="checkbox"/>

*For dates, use yyyy/mm/dd format (e.g. 2013/10/23 or 2013/10). For exponents, enter values as 1e-3 for 10⁻³.

OK

ب



الف

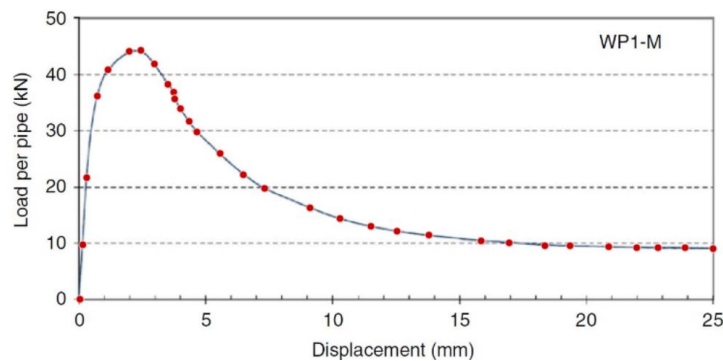
شکل ۴-۱۴: تعیین محدود محورهای مختصات؛ الف) مختصات نقاط انتخابی، ب) محل قرارگیری نقاط در محورهای مختصات.

پس از اتمام این مرحله، شکل موردنظر آماده‌ی تمویل دادن مختصات نقاط دلفواه از نمودار می‌باشد. برای این

منظور پس از فعال کردن گزینه‌ی Add Point (A) در سمت راست صفحه، در هر نقطه‌ای از نمودار که کلیک شود،

مختصات آن نقطه ثبت فواید شد (شکل ۴-۱۵). بهتر است در قسمت‌هایی از نمودار که انحنای آن زیاد می‌باشد، نقاط

بیش‌تری در نظر گرفته شود.



شکل ۴-۱۵: انتخاب نقاط بر روی تصویر نمودار.

در نهایت با انتخاب نقاطی مناسب از نمودار، بر روی آیکن View Data در قسمت سمت راست صفحه (شکل ۴-۱۶-

۴-الف) کلیک کرده و در صفحه نشان داده شده در شکل ۴-۱۶-ب به وسیله گزینه‌ی Download CSV، می‌توان فایل

دربردارنده‌ی مختصات نقاط را دانلود نمود.

Acquired Data

Dataset: Default Dataset

Variables: X, Y

```

0.03809481866425957, -0.05736242926033697
0.14004800387554228, 9.654504216854207
0.27723339131966585, 21.62101160460661
0.6777794904542747, 36.190958536101995
1.0908770616343335, 40.87662123180587
1.9247792482328836, 44.178649285446895
2.3816968709400386, 44.356021403562856
2.91810714993504, 41.932926694999225
3.456058837777729, 38.29597251888225
3.686389359874925, 36.91068636733974
3.726025587386871, 35.69715720168234
3.9567965120119797, 33.96505405941029
4.302512496421729, 31.71371633673177
4.609693259639311, 29.80886530288684
5.528813335388545, 26.00180565036443
6.447933411137779, 22.194745997842027
7.289102239446855, 19.774293704445867
    
```

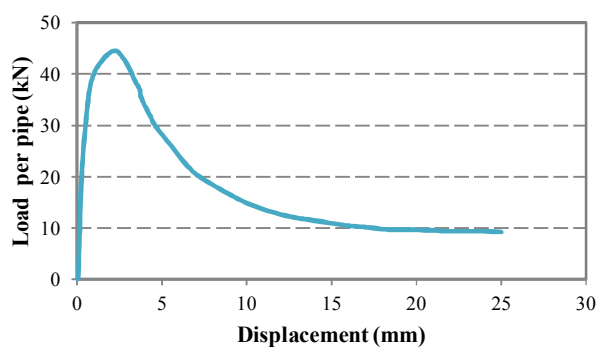
Sort by: Raw
Order: Ascending

Format
Number Formatting:
Digits: 5 Ignore
Column Separator: , Format

Select All Download .CSV Graph In Plotly* Close

*Plotly is a secure data analysis and graphing site with data sharing and access controls. Visit <http://plot.ly> for details.

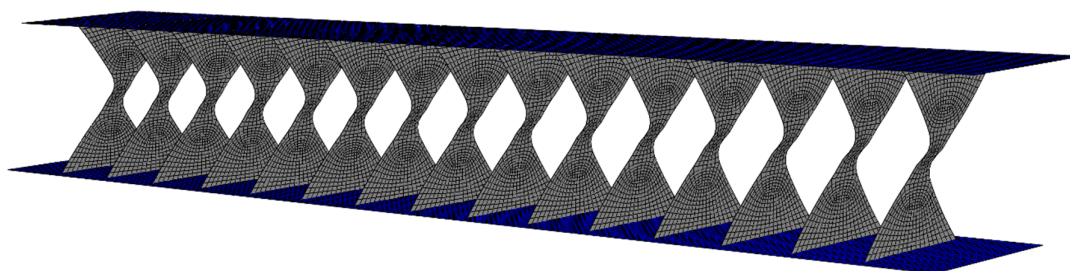
الف



ب

شکل ۴-۱۶: الف: مفصلیات نقاط، ب: نمودار رسم شده در Excel.

*فروبی گرافیکی نرم افزار



شکل ۴-۱۷: تغییر شکل و نوامی تسلیم شدهی میراگر ADAS در مداخلت تغییر مکان جانبی

*فایل های همراه

الف) مقاله ای تمت عنوان

Study on the seismic performance of X-added damping and stiffness energy dissipation device

ب) فایل اکسل به نام ADAS

Study on the seismic performance of X-added damping and stiffness energy dissipation device



C. X. Wu Y. Zhou

School of Civil Engineering, Guangzhou University, Guangzhou

J.G. Tong J.J. Han

Sichuan Guofang Building Machine Co.Ltd, Chengdu

SUMMARY:

A X-added damping and stiffness energy dissipation device(X-damper) is designed with the soft steel. In order to study performance parameters and energy dissipation capacity of the X-dampers, the performance experiment of the design X-damper models are conducted under low cyclic and reciprocal loading. The test results show that: (1) hysteretic curve of the X-damper is stable and repeatable, the X-damper has good seismic energy dissipation capabilities. (2) The X-shaped plate can yield almost entirely along their length in shear deformation due to the appropriate design. Based on the test results, with the use of PERFORM 3D software, the models of the structure with and without X-dampers are built, and nonlinear time history analysis under frequently and rarely occurred earthquake are conducted. The analysis results show that: (1) the X-damper can yield ahead to dissipate energy under strong earthquake action, the member plastic damage of the structure with X-dampers can be reduced. (2) The X-dampers is more efficient to protect the member in main structure under strong earthquake.

Keywords: added damping and stiffness (ADAS) energy dissipation device energy dissipation hysteretic performance seismic response plastic deformation

1. INSTRUCTIONS

The research and development of passive energy dissipation control technique against wind and earthquake excitation have achieved significant progress over the last several decades. Various kinds of energy dissipation devices have been studied by scholars at home and abroad. A number of these devices have been installed in new construction as well as seismic retrofit projects for the energy dissipation under earthquake or strong wind action (Soong T T, Dargush. G F,1997, Pall A.S and Marsh C ,1981, Cherry S and Filiatrault A ,1993, Skinner R.I, Kelly J.M and Heine A.J.,1975, Tsai K.C ,1993, Tyler R.G ,1978, Robinson W.H and Greenbank L.R,1976, Li H.N and Li G ,2006, Zhou Y,2006a, b,c,d). Added damping and stiffness (ADAS) energy dissipation device has been developed by Whittaker etc (Whittaker, A S.,Bertero,V.V and Thomposon C L, etal,1989), it is consisted of X-shaped steel plates and connection plates. These X-shaped steel plates were designed to work primarily in double curvature, which makes their layout more efficient as these elements yield almost entirely along their length. The ADAS damper is an assemblage of several sheet X-shaped steel plates that is designed for installation in a building frame such that the relative story drift causes the top connecting steel plate of the damper to move horizontally relative to the bottom connecting steel plate. By yielding a large volume of steel, the ADAS damper can dissipate substantial energy under earthquake or strong wind. Khe-Chyuan Tsai et al carried out the triangular-shaped steel plate energy absorbers (TPEA).The comparative experimental study of the TPEA was conducted, and the force model of the TPEA and design method of structure with the TPEAs was given (Tsai K.C,1993). Based on the research results of the ADAS damper, the H-ADAS damper was investigated by Ching Shyan Chen et al. A number of projects study results shown that the use of the H-ADAS damper is one of the feasible ways to dissipate the earthquake energy and to control the seismic response of structure (Xing S.T, Guo X ,2003, Li D.W ,2005, LI S.Y ,2005, Xu C.E ,2008, Wang Y Y,Chen Q X,Xue Y T ,2004).



Figure.2 Photo of the X-ADAS

2.2 Test setup and loading program

The test setup adopted the electro-hydraulic servo loading system that comprised a self-balanced reaction frames and a hydraulic actuator, as shown in **Figure.3**. The test specimens were loaded via 1000kN actuator with in-line load cell. The hydraulic actuator had a displacement capacity of $\pm 600\text{mm}$, horizontal maximum speed capacity of 1500mm/s and working frequency of $0.001\text{Hz}\sim 5\text{Hz}$. The control displacement via a linear variable displacement transducer mounted on the actuator. The actual displacement of the specimen in test process is measured by off-site displacement transducer of the capacity of $\pm 150\text{mm}$.

The two specimens were subjected to a loading program consisting of increasing amplitude elastic and post yield cycles of displacement based on the specifications of Dampers for Vibration Energy Dissipation of Buildings, The damper loading program for the two specimens were given in **Table.2**.



Figure.3 The test setup

Table.2 Loading program

NO	Control displacement/mm	frequency /Hz	Cyclic number
1	± 0.84	0.04	4
2	± 1.6	0.02	
3	± 3.08	0.015	
4	± 7.22	0.01	
5	± 11.63	0.007	
6	± 18.72	0.005	

2.3 Test results

Figure.4 presents the measured damping force-displacement hysteretic curves for two specimens. Specimens behaved in a very similar manner, with stable and repeatable hysteretic response and steadily increasing resistance over the entire test process. No visible damage could be observed until completion of the tests, except that the paint in the X-shaped plate surface crack on large deformation case, however the weld joint location no crack. The test photo of large deformation of the damper was shown in Figure.5. It is evident that the X-shaped plate can yield almost entirely along their length, and the strength of weld joint can meet the design requirement.

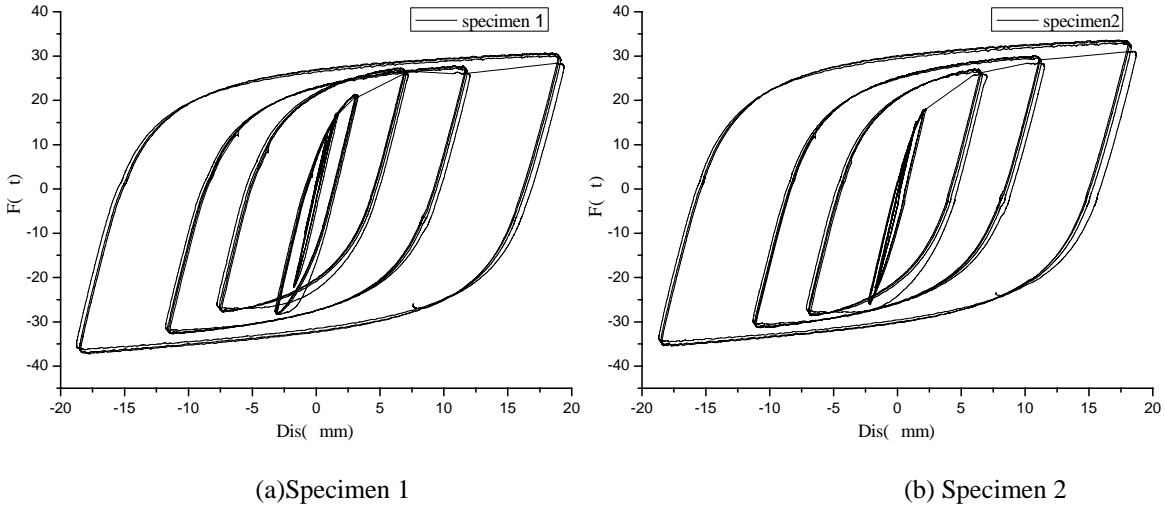


Figure.4 Hysteretic curve



Figure.5 Test photo

Based on the obtained experimental curves, the maximum and minimum damping force were obtained on the different displacement, which is plotted in Figure.6. The yield displacement, yield force and plastic stiffness can be obtained by the Fig.6 and the correlative equations, the results are shown in table.3.

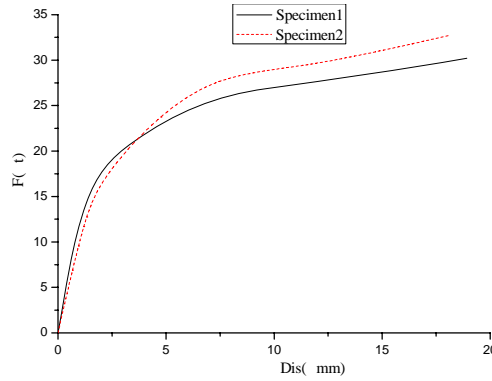


Figure.6 Skeleton curves

Table.3 Analysis results

No	Elastic stiffness (kN/mm)	Yield force (kN)	Yield displacement (mm)	Plastic stiffness (kN/mm)
Specimen 1	126.1	181.5	1.44	3.23
Specimen 2	122.74	176.8	1.44	3.78
Average	124.4	179.2	1.44	3.51
Error (%)	-14	-0.5	+9.7	—

The performance parameters error between the design parameters and the experimental results was shown in table.3. It appears that test elastic stiffness of the specimens was much lower than the design value, and the yield displacement was more than the design value. But the error doesn't exceed 15%, which can meet the design requirement of the Code for Seismic Design of Buildings. The cause of the lower elastic stiffness and large yield displacement obtained from the bolt slippage in test.

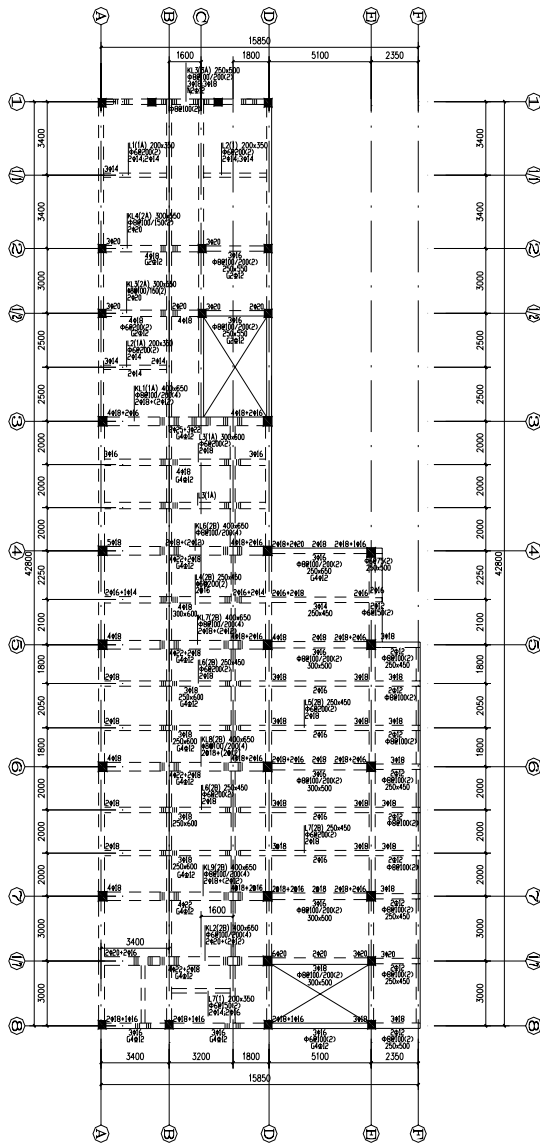
3. STRUCTURAL ANALYSIS

3.1 Structural introduce

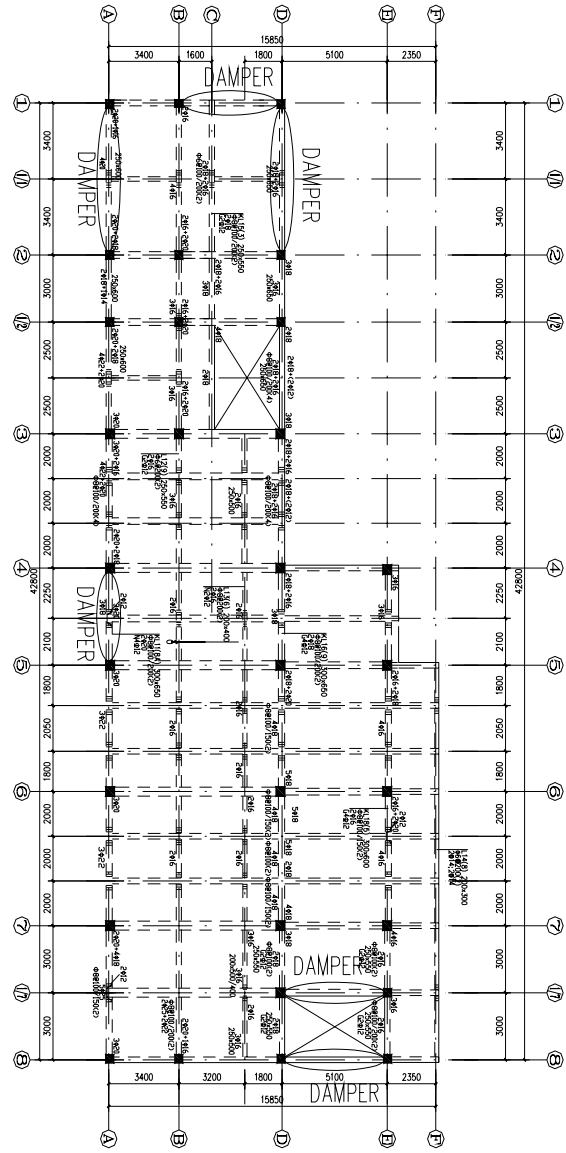
The project was three-story with stairhood on the top office building of reinforced concrete frame. The total height is 13.75m, which the first and second story height are 3.6m, the third story height is 3.9m and stairway height is 2.65m. The length is 42.8m and width is 15.82m. The plan configuration of the building is given in **Figure.7**.

The column cross-section sizes of the first story are 600×600mm, and other story are 500×500mm. All column reinforcement is 12 ϕ 22. The beam cross-section sizes and reinforcement of the building were given in **Figure.7**. The floor slab is 90mm thick. Concrete with a grade C30 is adopted in all members.

According to requirement of the Code for Seismic Design of Buildings, the building is asymmetric-plan structure, so it is suggested to adopt X-dampers to control seismic response, especially to reduce torsional response of the structure. The X-dampers were installed from first story to third story, the installed locations in plan were shown in Fig.7. All dampers are set up in the form of 人-brace system, as shown in **Figure.8**. The damper parameters were listed in **Table.3**.



(a) transverse beam



(b) longitudinal beam

Figure.7 Section size and Reinforcement of beam

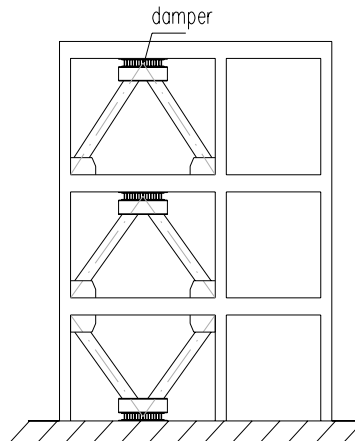


Figure.8 Installation from of the damper

3.2 Analytical model

In order to study the seismic performance of the structure with and without the X-dampers, three dimensional mathematical models were prepared using program PERFORM 3D. The analysis on structure with energy dissipation devices is very convenient to adopt the program, because it has several element types, such as beam, column, wall, seismic isolator, viscous damper, etc (COMPUTERS&STRUCTURES INC,2006).

No-bulking trilinear steel model is used to model the reinforcement in the RC frame. The yield strength is 300N/mm^2 , limit strength is 335 N/mm^2 , elastic modulus is 200000N/mm^2 and limit strain is 0.2 of the H335. Mander concrete model is used to describe the stress-strain relation of the confined concrete in uniaxial compression. Based on the Code for Design of Concrete Structures, the strength design value of C30 is 14.3Mpa , limit stress is 17.9Mpa and limit strain is 0.02. The X-damper can be well described by using the trilinear seismic isolator model (Wu C.Y, Wu C.X, Zhou Y,2010).

The program ETABS and Perform-3D have been used for a comparative analysis, so to ensure the reliability of models. The model analysis results are shown in **Table.4**.

Table 4 Comparison of structural period and mass

	1 ST (s)	2 ST (s)	3 ST (s)	Mass (T)
ETABS	0.52029	0.45578	0.42253	2122
PERFORM 3D	0.5155	0.448	0.406	2097

Nonlinear time history analysis under frequently occurred earthquake and rarely occurred earthquake are carried after ensure the reliability of the models. Two natural seismic waves (Northridge wave and Kobe wave) used in analysis process. The amplitude of each earthquake input record is adjusted to correspond to frequently occurred earthquake and rarely occurred earthquake. The corresponding acceleration amplitudes are 55gal and 310gal (PGA), respectively.

3.3 Analysis results

The average value of inter-story drift of structure with and without X-dampers under frequently occurred earthquake and rarely occurred earthquake were given in **Figure.9**. The results show that the maximum inter-story drifts of structure without X-damper under frequently occurred earthquake were 1/1280 in X-direction and 1/1176 in Y-direction, and were 1/1690 in X-direction and 1/1785 in Y-direction of the structure with X-dampers. Compared the maximum inter-story drift of the structure with X-dampers with the structure without X-damper, it can be reduced by 30%. The maximum inter-story drifts of structure without X-damper under rarely occurred earthquake were 1/171 in X-direction and 1/193 in Y-direction, and were 1/243 in X-direction and 1/259 in Y-direction of the structure with X-damper, which can be reduced by 25%.

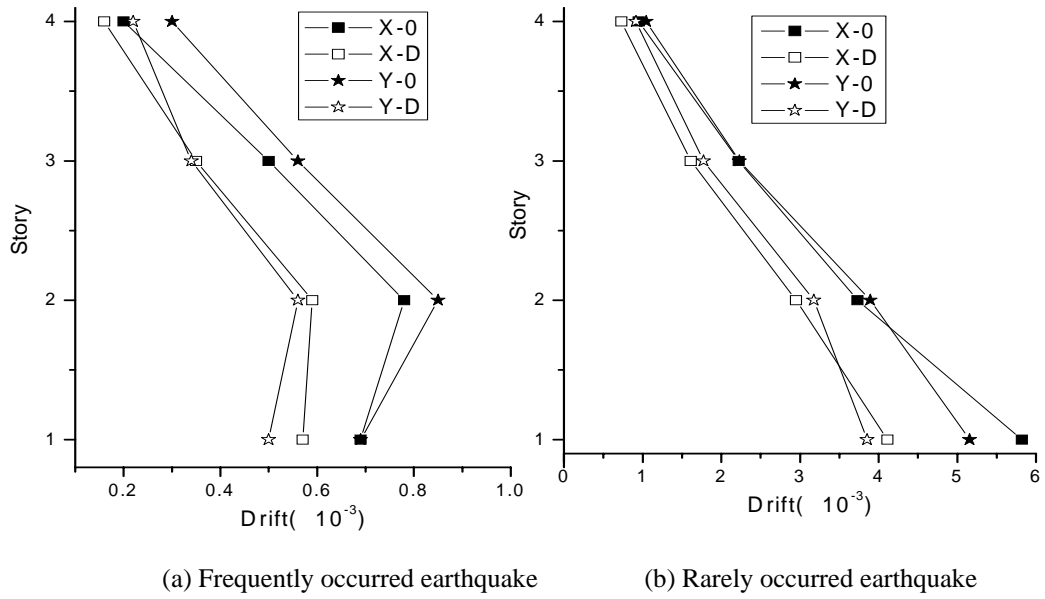


Figure.9 Structural inter-story drift

The results of the members dissipated energy of structure with and without X-dampers under rarely occurred earthquake were given in **Figure.10** and **Figure.11**. The results show that: the earthquake input energy of the structure without X-damper were dissipated by the column and beam members damage, and were dissipated by X-dampers of the structure with X-dampers that the deformation response and damage of structure can be reduced. About 55% the input total energy be dissipated by the beam and column members inelastic deformation of the structure without X-dampers under Kobe wave action of PGA=310gal, while the percentage is about 44% under Northridge wave. While about 30% the input total energy were dissipated by the beam and column members inelastic deformation and about 32% energy were dissipated by X-dampers of the structure with X-dampers under Kobe wave action of PGA=310gal, about 17% the input total energy be dissipated by the beam and column members inelastic deformation and about 41% energy dissipated by X-dampers under Northridge wave action.

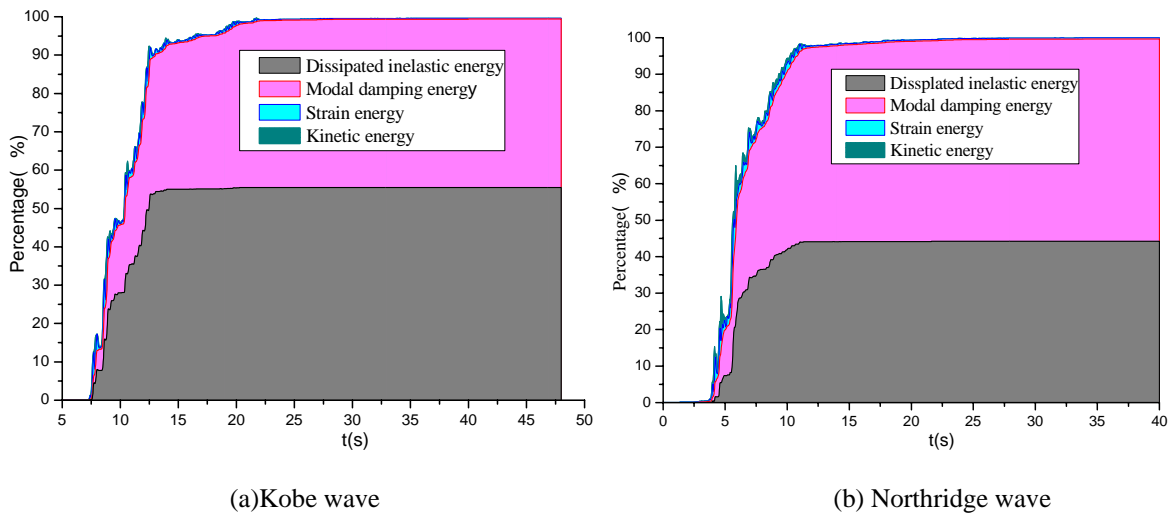


Figure.10 Energy dissipation of structure without X-damper

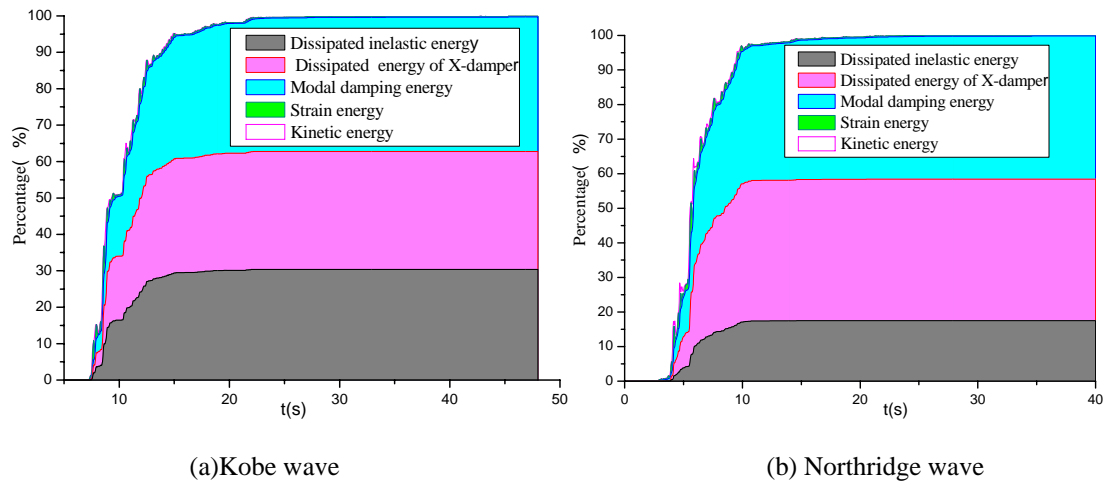


Figure.11 Energy dissipation of structure with the X-damper

4. CONCLUSION

The hysteretic performance of the X-dampers and seismic performance of the structure with and without X-dampers were studied in this paper. Based on the results, it can be concluded that:

- (1) The hysteretic curve of the X-damper is stable and repeatable. The X-dampers has good seismic energy dissipation capabilities.
- (2) The X-shaped plate can yield almost entirely along their length in shear deformation when the X-shape plate is reasonable designed.
- (3) Structural plastic damage of the structure with X-dampers can be reduced. The X-dampers is more efficient to protect the member in main structure under earthquake.

AKNOWLEDGEMENT

The writers are grateful for the financial support partially from the Natural Science Foundation of Guangdong Province for Innovative Research Group, Grant (8351009101000001) and YangCheng Scholars Foundation of Guangzhou, Grant(10A026S).

REFERENCES

- Cherry S and Filiatrault A.(1993). Seismic response control of buildings using friction dampers. *Earthquake Spectra*,**9**:3,447-466
- COMPUTERS&STRUCTURES INC.(2006) The computer programs Perform -3d user guide. University avenue Berkeley, California
- Li D.W. (2005). An experimental research on performance and application of a new type of mild steel damper added damping and stiffness .Haerbin: Harbin Institute of Technology.(in Chinese)
- Li H.N and Li G.(2006). Experimental study of structure with “dual function” metallic dampers. *Engineering structures* ,**28**:10,1-12
- LI S.Y. (2005).Analytical research on performance and application of the mild steel damper with the diamond-shaped opening and added damping and stiffness.Haerbin: Harbin Institute of Technology.(in Chinese)
- Pall A.S and Marsh C.(1981).Friction-Damped Concrete Shear walls. *ACI*,**7**:3,87-193
- Robinson W.H and Greenbank L.R. (1976).An extrusion energy absorber suitable for the protection of structures during an earthquake. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*,**4**,251-259
- Skinner R.I, Kelly J.M and Heine A.J.(1975). Hysteresis Dampers for Earthquake-Resistant Structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*,**3**,287-296.

- Soong T T, Dargush. G F.(1997).Passive energy dissipation on systems in structure engineering. John Wiley& Sons.Ltd, New York
- Tyler R.G..Tapered Steel.(1978). Energy Dissipators for Earthquake Resistant Structures. Bulletin of The New Zealand National Society for Earthquake Engineering , **11:4**,282-294.
- Wang Y Y,Chen Q X,Xue Y T.(2004). The Application of HADAS in Seismic Strengthening Structure.The First Academic Forum on Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting. KunMin.2004,279-285(in Chinese)
- Whittaker, A S.,Bertero,V.V and Thomposon C L, etal.(1989) Earthquake Simulator Testing of Steel Plate Added Damping and Stiffness Elements ,Earthquake Engineering Research Center ,University of California ,Berkeley ,CA
- Wu C.Y, Wu C.X, Zhou Y. (2010). Study and application on restoring force model of the notch-type triple-steel-tube buckling- restrained brace (TST-BRB).China civil engineering journal, **43:SUP**,397-402(in Chinese)
- Xing S.T, Guo X.(2003). Study on mechanical behavior and effectiveness of a new type of mild steel damper. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, **23:6**,179-186(in Chinese)
- Xu C.E. (2008). Study on energy dissipation and seismic mitigation performance of HADAS damper . Shanghai: Tongji University.(In Chinese)
- Zhou Y.(2006a) Design of Metallic Energy Dissipation Structure. Wuhan University of Technology Press, Wuhan(in Chinese)
- Zhou Y.(2006b). Design of Friction Energy Dissipation Structure. Wuhan University of Technology Press, Wuhan(in Chinese)
- Zhou Y.(2006c). Design of Viscoelastic Damping Structure. Wuhan University of Technology Press, Wuhan(in Chinese)
- Zhou Y.(2006d).Design of Viscous Damping Structure. Wuhan University of Technology Press, Wuhan(in Chinese)

جلسه پنجم

در این جلسه در بخش اول به مدل‌سازی مخازن تحت فشار پرداخته خواهد شد. سپس در بخش دوم تمرکز تنش در مجاورت سوراخ برای یک صفحه با ابعاد بی‌نهایت مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

مثال ۱:

مخازن تحت فشار معمولی برای نگهداری سیالات تحت فشار می‌باشند. از جمله کاربردهای این مخازن نگهداری هوای فشرده، ذخیره‌سازی انواع گازها، مخازن هوای فضاپیماها و زیردریایی‌ها، منبع ذخیره آب، مخازن راکتور هسته‌ای و ... می‌باشند. این مخازن در اشکال گوناگون از جمله کره و استوانه‌ای تولید خواهند شد. در تمرین اول این جلسه به مدل‌سازی دو نوع مخزن کره و استوانه‌ای که تحت فشار قرار دارند پرداخته شده و تنش‌های مدل اجزا محدود و روش‌های محاسبات تملیلی مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

در شکل زیر مخزن کره شکل به شعاع R و ضخامت t تحت بار فشاری P قرار گرفته است. نیروی ناشی از تنش‌های به‌وجود آمده از فشار گاز در نیمی از کره می‌بایست با نیروی ناشی از تنش‌های داخلی در پوسته کره تعادل داشته باشند. بر مبنای اصول مکانیک سیالات نیروی ناشی از فشار گاز بر نیمی از بدنه کره شکل برابر با نیروی ناشی از فشار وارده بر دایره عظیمه گذرنده از مرکز کره می‌باشد. بنابراین داریم:

$$F_{Ext} = P \times \pi R^2$$

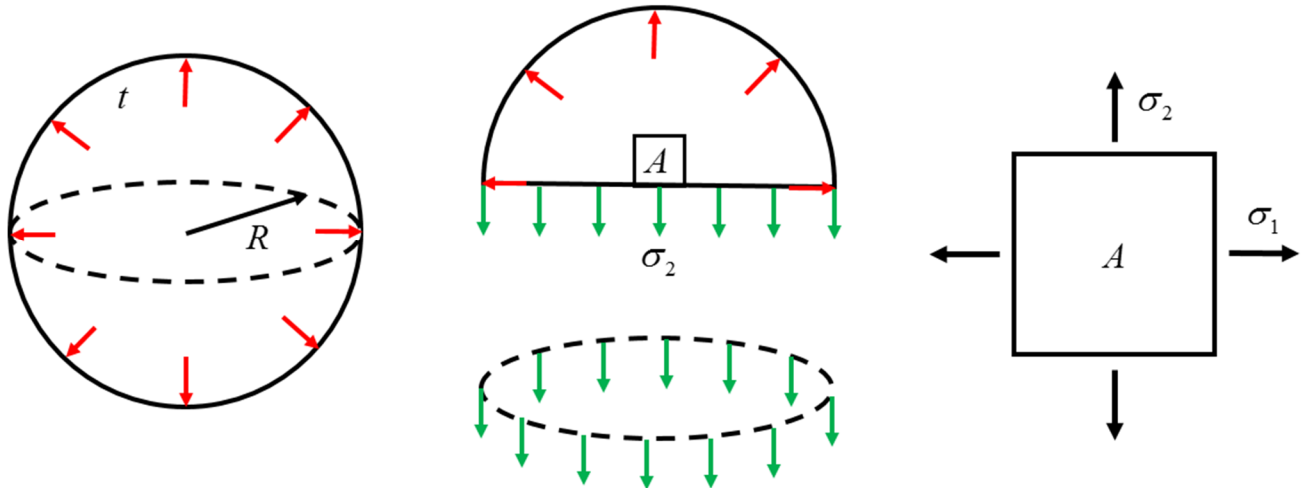
نیروی ناشی از تنش‌های داخلی که بر روی محیط دایره عظیمه وجود دارند، از رابطه‌ی زیر بدست خواهد آمد:

$$F_{Int} = \sigma_2 \times 2\pi Rt$$

با تساوی این دو نیرو میزان تنش در پوسته بدست خواهد آمد. بدیهی است که باتوجه به تقارن مرکزی کامل کره،

میزان تنش‌های داخلی در هر راستایی یکسان خواهد بود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که σ_1 برابر با σ_2 می‌باشد.

$$\sigma_2 \times 2\pi Rt = P \times \pi R^2 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \frac{PR}{2t}$$



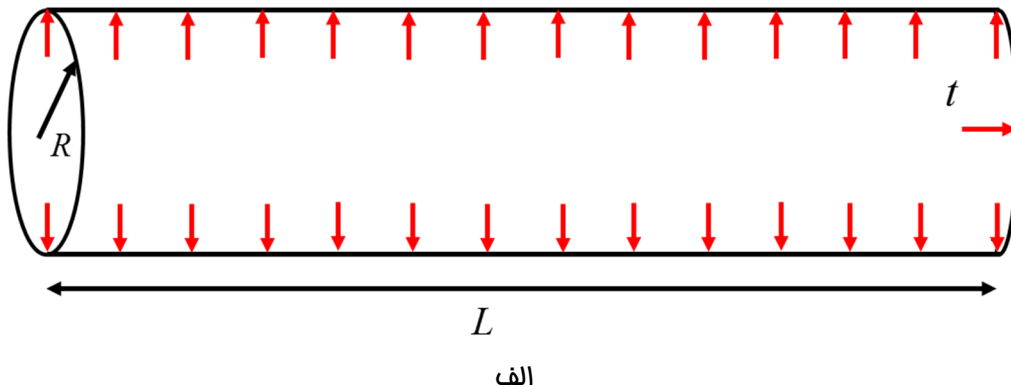
شکل ۵-۱: توزیع تنش‌های داخلی در پوسته کروی.

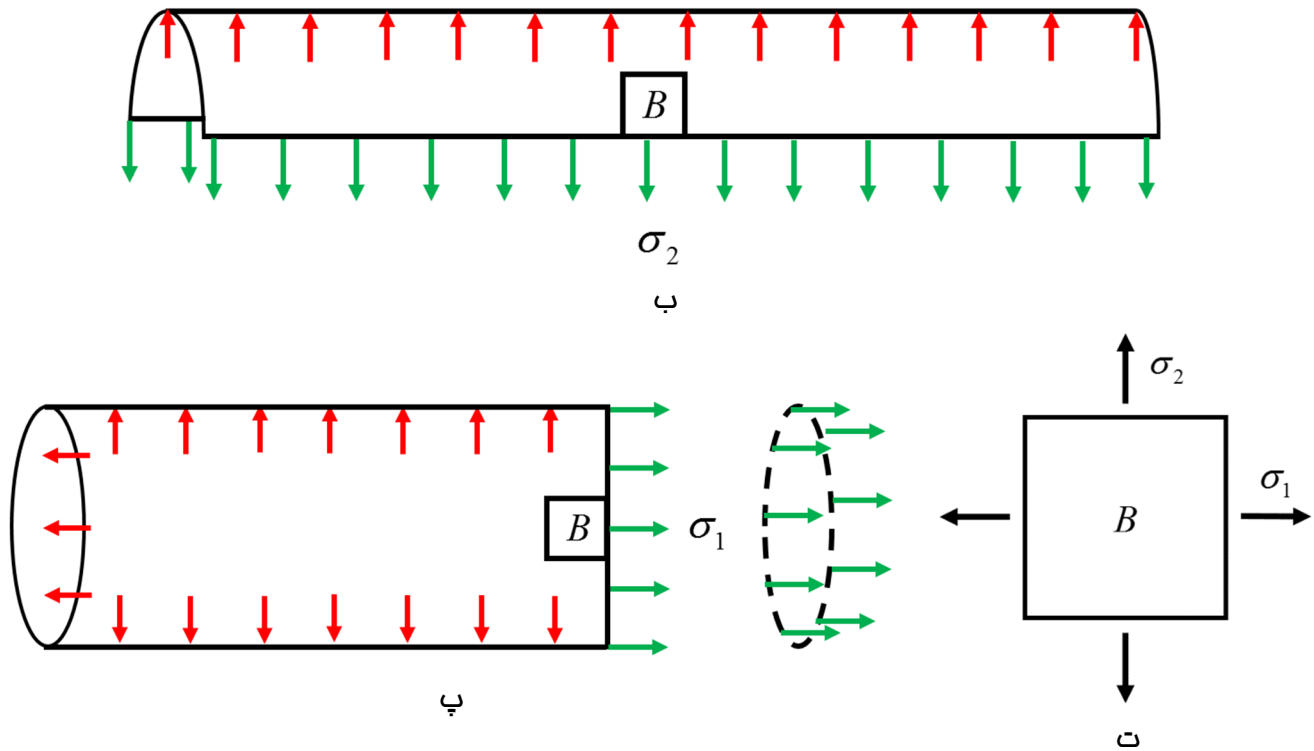
برای مخزن استوانه‌ای نیز روند مشابه با حالت قبل می‌باشد با این تفاوت که به دلیل عدم تقارن مرکز کامل استوانه نسبت به کره، تنش‌های و باهم برابر نمی‌باشند. بنابراین لازم است که برای تعیین تنش σ_1 و σ_2 به ترتیب یکبار در راستای قائم و یکبار در راستای افقی برش داده و برابری نیروهای داخلی و خارجی بررسی گردد. برای تعیین با توجه به شکل ۵-۱ داریم:

$$F_{Ext} = P \times \pi R^2 \quad , \quad F_{Int} = \sigma_1 \times 2\pi R t \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \times 2\pi R t = P \times \pi R^2 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 = \frac{PR}{2t}$$

همچنین با توجه به شکل ۵-۲ میزان تنش σ_2 به صورت زیر بدست خواهد آمد :

$$F_{Ext} = P \times 2LR \quad , \quad F_{Int} = \sigma_2 \times 2Lt \quad \Rightarrow \quad \sigma_2 \times 2Lt = P \times 2LR \quad \Rightarrow \quad \sigma_2 = \frac{PR}{t}$$





شکل ۵-۲: توزیع تنش‌های داخلی در پوسته استوانه‌ای

*انواع نمونه‌ی شبیه‌سازی سه‌بعدی

نمونه سافت مدل‌ها با استفاده از المان‌های Solid برا ساس سه روش کلی می‌باشد که در ادامه به هر یک از این روش‌ها

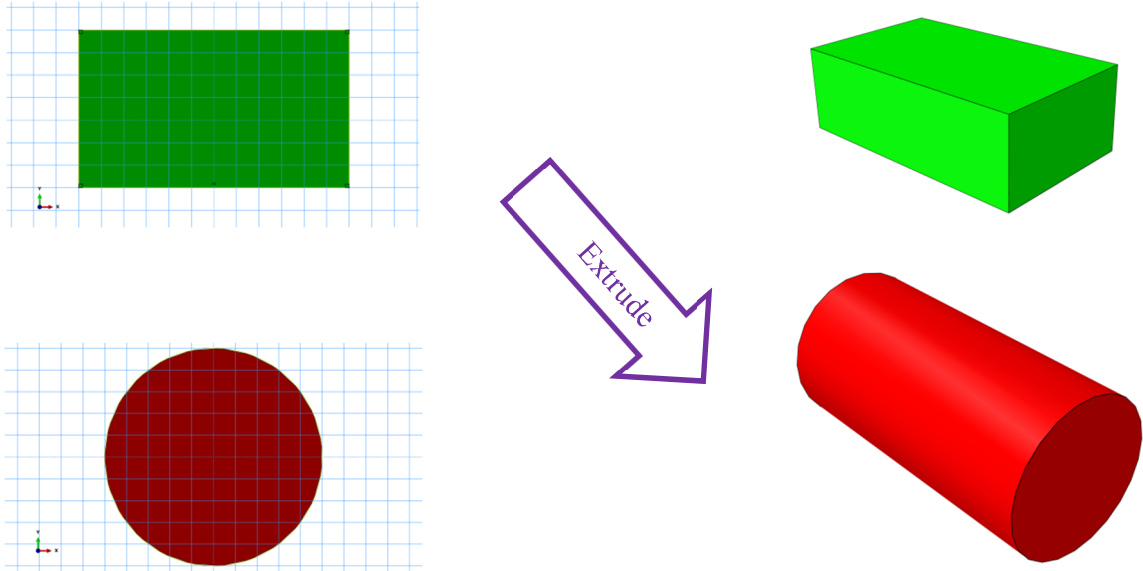
فواهم پردافت.

۱- روش Extrusion

در این روش مقطعی دوبعدی از جسم سه بعدی مورد نظر را رسم کرده و در جهت سوم به اندازه‌ی دلخواه امتداد فواهم

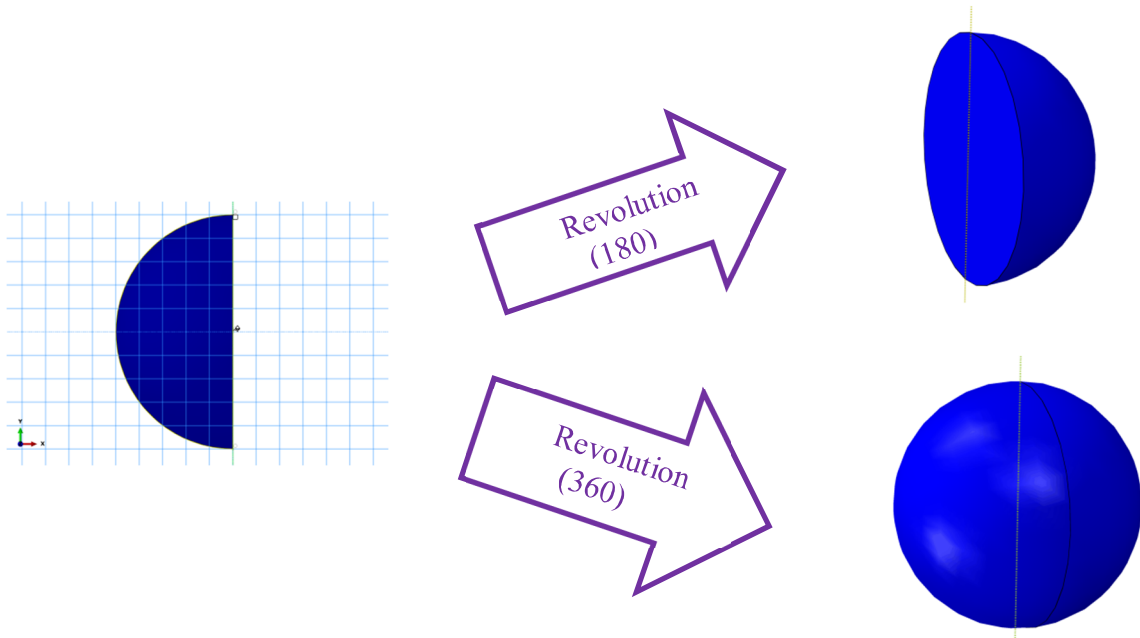
داد. به‌طور مثال برای رسم مکعب مستطیل و استوانه به ترتیب یک مقطع مستطیل و دایره در ممیت دوبعدی ترسم کرده و

در جهت سوم امتداد فواهم داد. این روش یکی از ساده‌ترین و پرکاربردترین، برای مدل‌سازی اجسام سه‌بعدی می‌باشد.



۲- روش Revolution

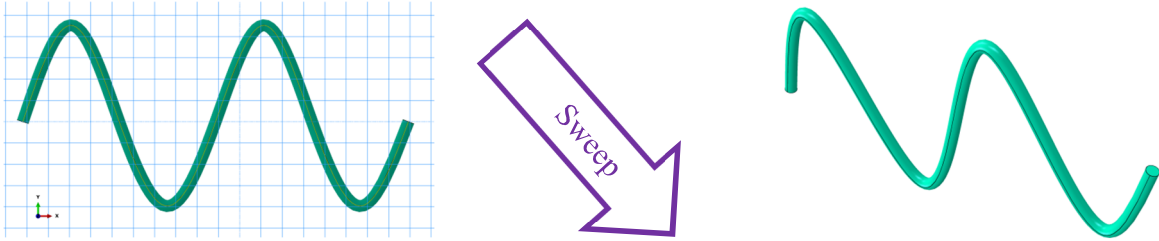
در این روش مقطعی دوبعدی از جسم سه بعدی مورد نظر، حول محوری قائم به اندازهی دلفواه دوران خواهد یافت. به طور مثال با دوران یک نیم دایره به اندازهی ۱۸۰ و ۳۶۰ درجه به ترتیب یک نیم کره و کره کامل حاصل خواهد شد.



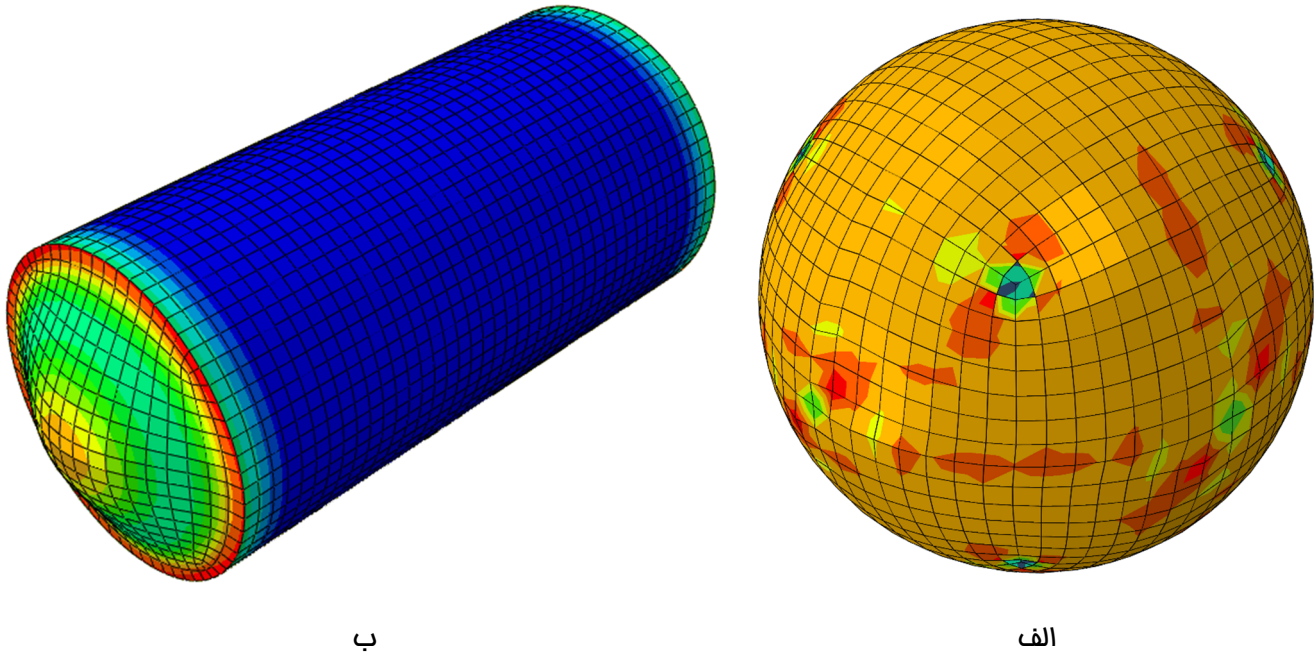
۳- روش Sweep

در این روش می‌توان گسترش مقطعی مشخص را حول منحنی دلفواه فراهم کرد. به‌طور مثال با رشد مقطع دایره‌ای حول

منحنی مارپیچ، شکل سه‌بعدی زیر حاصل خواهد شد.



*فروبی گرافیکی نره‌افزار



توزیع تنش داخل صفحه در مخازن تمت فشار الف) مخزن کروی؛ ب) مخزن استوانه‌ای

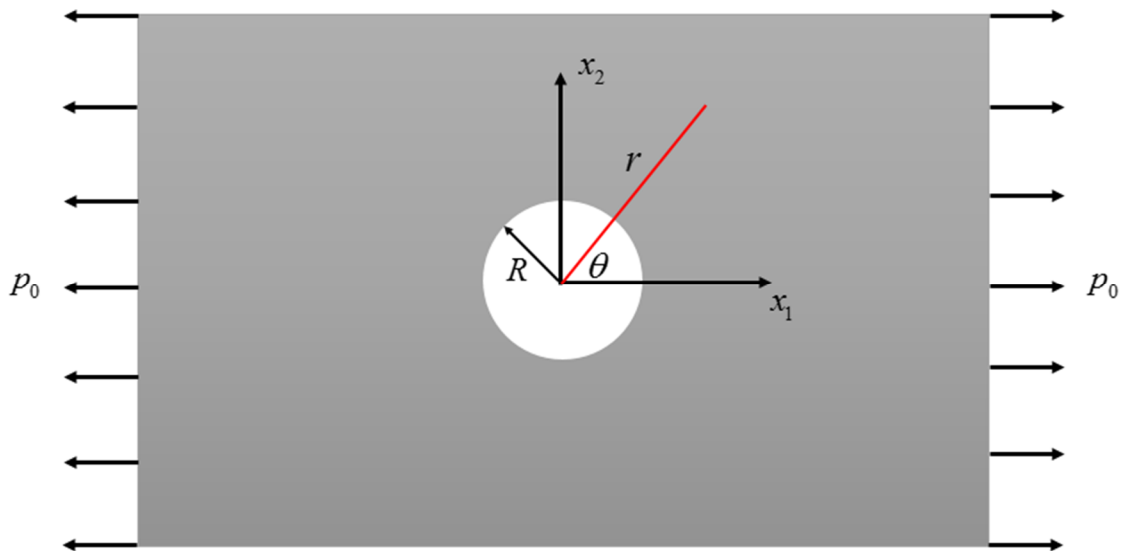
مثال ۲ :

در مثال دوم تنش‌های به وجود آمده در صفحه‌ای نامتناهی با ضخامت کم که یک سوراخ دایره‌ای در مرکز آن وجود دارد و تحت تنش‌های کششی p_0 در بی‌نهایت قرار گرفته است مورد بررسی قرار خواهد گرفت. از روش‌های مفید برای مسائل صفحه‌ای در تئوری ارتجاعی استفاده از تابع تنش‌های ایری می‌باشد. با توجه به هندسه‌ی مساله و سوراخ دایره‌ای شکل، حل این مثال در دستگاه مختصات قطبی امکان‌پذیر خواهد بود. با توجه به شرایط مرزی مساله می‌توان تابع تنش ایری را به فرم $\phi = f(r) + g(r) \cos 2\theta$ حدس زد. با حل معادله‌ی دفرانسیل $\nabla^4 \phi = 0$ و استفاده از شرایط مرزی تنش به منظور تعیین ثوابت جواب معادله‌ی دفرانسیل، مولفه‌های تانسور تنش در مختصات قطبی به صورت زیر بدست خواهد آمد :

$$\sigma_{rr} = \frac{p_0}{2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) + \frac{p_0}{2} \left(1 - \frac{4R^2}{r^2} + \frac{3R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{p_0}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{p_0}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_{r\theta} = -\frac{p_0}{2} \left(1 + \frac{2R^2}{r^2} - \frac{3R^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$

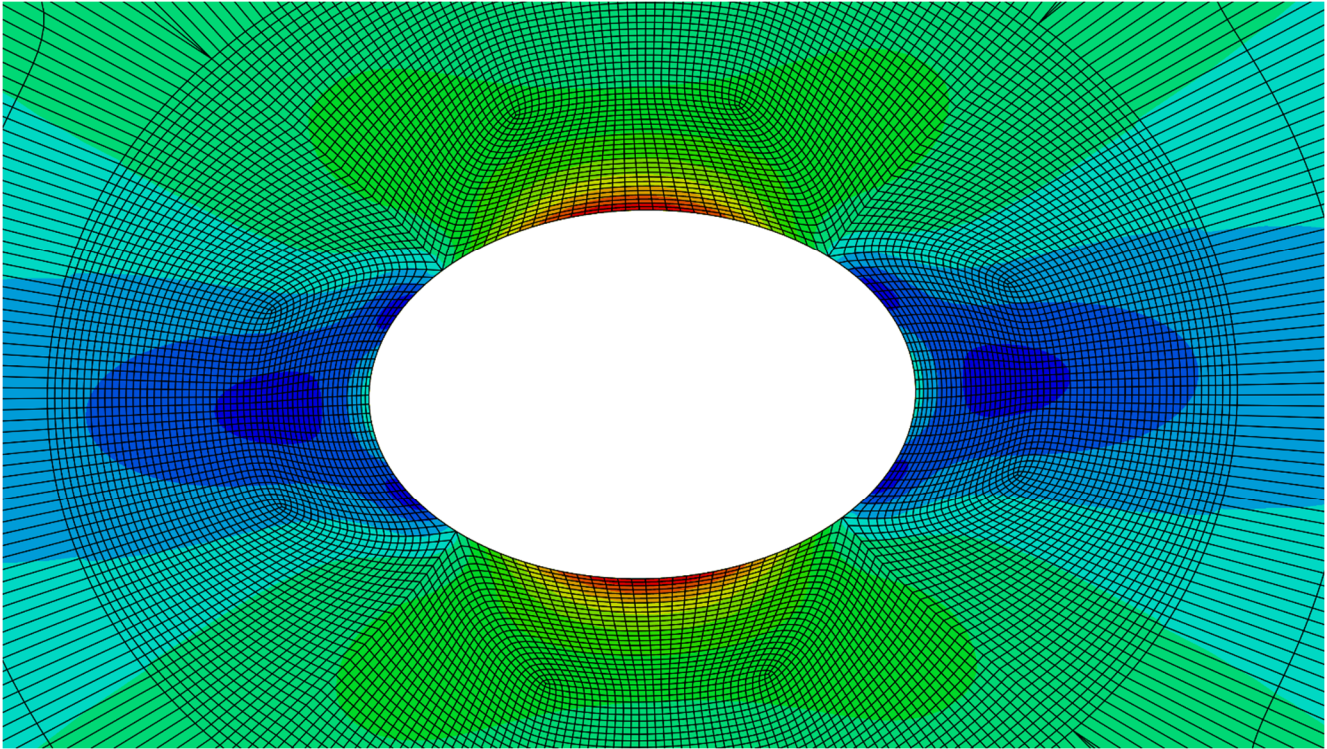


شکل ۵-۳: صفحه‌ی دایره‌ای با سوراخ نامتناهی

با توجه به روابط ارائه شده برای تنش‌ها، هنگامی که $\theta = \frac{\pi}{2}$ ، مقدار تنش $\sigma_{\theta\theta}$ بر روی محیط دایره بیش‌ترین مقدار یعنی

$3p_0$ را اختیار خواهد کرد. در حالی که مولفه‌های $\sigma_{r\theta}$ و σ_{rr} بر روی محیط دایره همواره صفر خواهند بود.

***فروجهی گرافیکی نره‌افزار**



توزیع تنش‌های صفحه‌ای در اطراف سوراخ

جلسه ششم

یکی از روش‌های معمول برای انتقال موقعیت مفصل پلاستیک از برستون به سمت دهانه تیر، تضعیف عمدی مقطع تیر در فاصله‌ای مشخص از برستون است. با رسم لنگر فمشی تیر و مقایسه‌ی با ظرفیت فمشی تیر می‌توان نسبت به تشکیل مفصل پلاستیک در نامیه‌ی کاهش یافته اطمینان حاصل نمود. برقی از این روش‌ها عبارتند از: تیر با بال کاهش یافته؛ تیر با جان کاهش یافته^۱ و تیر با جان شکافته شده^۳. در مدل تیر با بال کاهش یافته به فاصله‌ی اندکی از برستون به صورت موضعی در مقطع تیر باریک شدگی ایجاد می‌گردد تا ظرفیت فمشی تیر در آن منطقه کاهش یابد. ضعیف کردن مقطع تیر می‌تواند با برش دادن بخشی از بال تیر به وسیله ایجاد انمنا یا فرم های برش متداول دیگر انجام گیرد. طراحی درست اتصال RBS که خود تابعی از محل و مقدار کاهش سطح مقطع است عامل مهمی در کارایی آن محسوب می‌شود. به عنوان مثال با کاهش ناچیز در مقطع، تنها مقدار کمی از تنش‌ها در برستون کاهش می‌یابد و کاهش بیش از حد مقطع نیز می‌تواند موجب کماتش موضعی جان و بال گردد.

در این جلسه به مدل‌سازی اتصال RBS ارائه شده در مقاله‌ی Kulkarni و Vesmawala پرداخته خواهد شد. در اشکال

زیر تصاویر مربوط به مدل آزمایشگاهی نشان داده شده است.



شکل ۶-۱: نمایی از اتصال RBS

¹ Reduced Beam Section

² Reduced Web

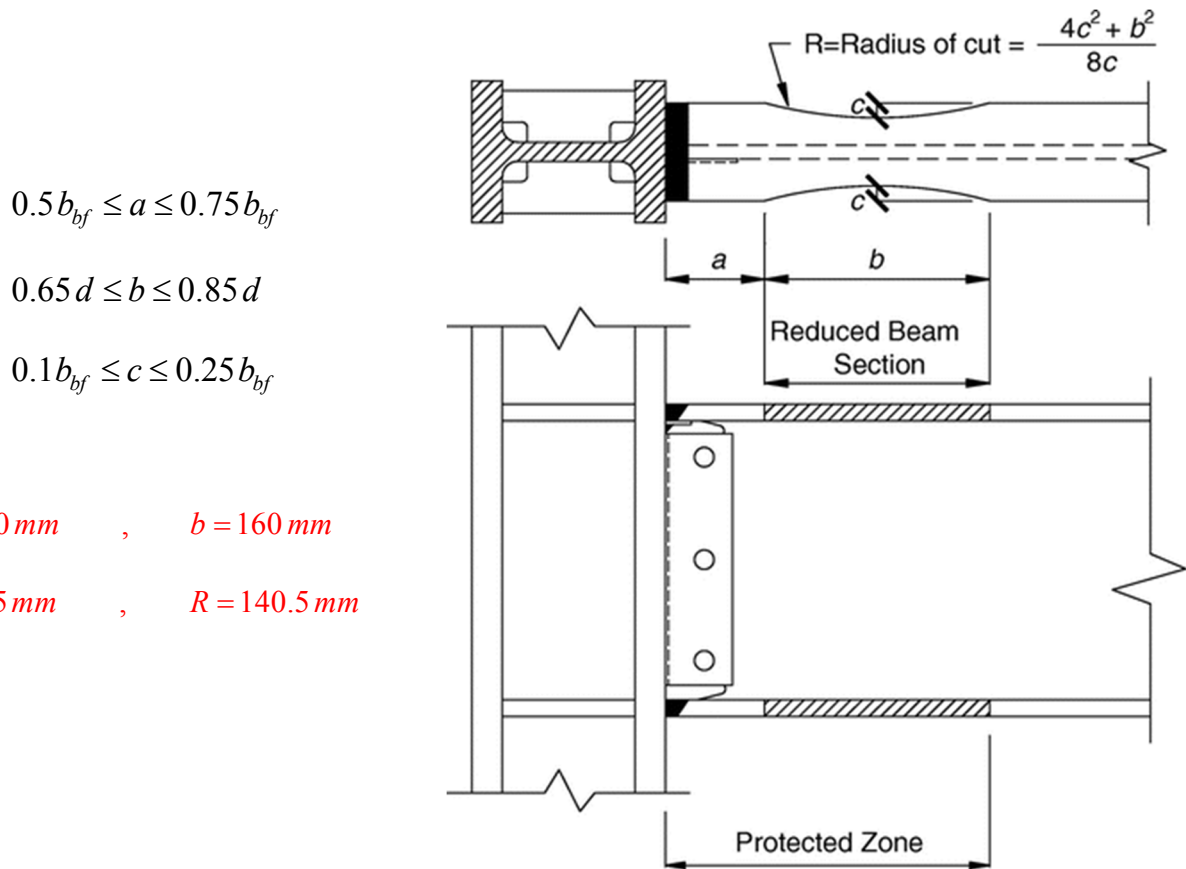
³ Slotted Web

*هندسی اتصال

مشخصات هندسی و رفتاری تیر و ستون مورد استفاده در این آزمایش در جدول زیر ارائه شده است:

جدول ۶-۱: مشخصات هندسی و رفتاری پروفیل‌ها

	Profile	h (mm)	b (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	L (m)	F_y (MPa)	F_u (MPa)
Column	WPB150(15)	162	154	11.5	8	1.05	334	486
Beam	NPB200(9)	200	100	8.5	5.6	1	330	484

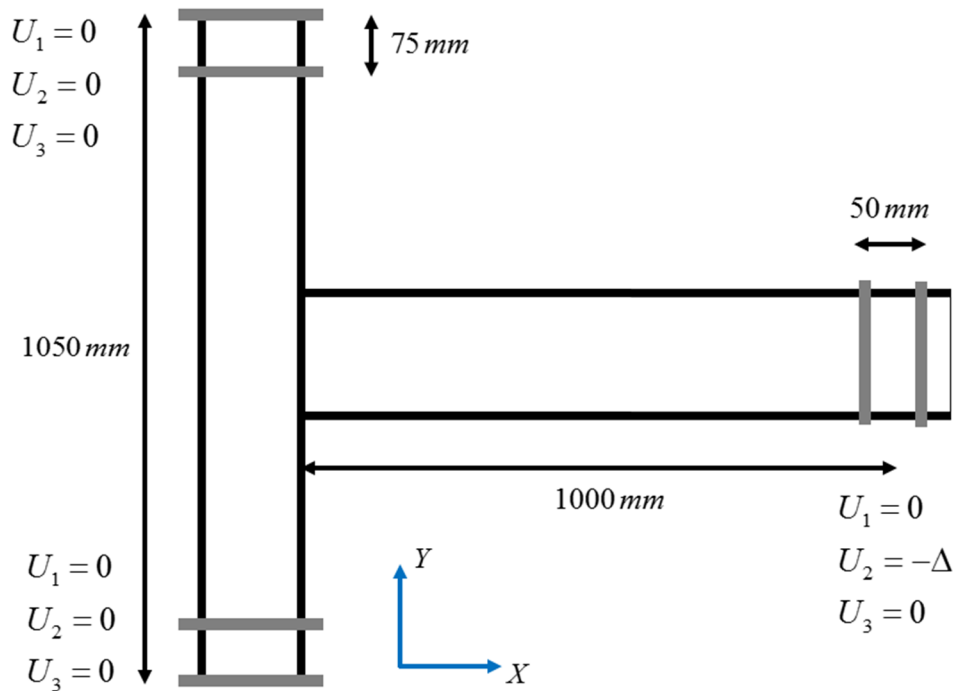


شکل ۶-۲: هندسی اتصال کاهش یافته

*شرایط مرزی معادل

از آنجایی که مدل‌سازی تمام اجزای آزمایش کاری دشوار و بعضاً غیرممکن می‌باشد، در برخی موارد لازم است از شرایط مرزی

معادل استفاده کرد. تشخیص این امر نیاز به تجربه، درک مناسب از شرایط ماکم بر مساله و گاه روند سعی فضا فواید داشت. به طور مثال در این پژوهش ابتدا و انتهای ستون به وسیله پیچ‌هایی به یک عضو سخت مهار شده است. این پیچ‌ها در این محدوده‌ها مانع از حرکت انتقالی ستون در فضا فواید شد. پس می‌توان در این محدوده درجه آزادی‌های انتقالی را مقید کرد. از طرف دیگر در انتهای تیر که به جک هیدرولیکی متصل است، درجه‌ی انتقالی در راستای مموری تیر و خارج از صفحه مقید می‌باشد. زیرا در غیراینصورت حرکت در این (استاها)، به معنای شکست بازوی جک هیدرولیکی می‌باشد. جک هیدرولیکی تنها شرایط حرکت در راستای ممور y را برای انتهای تیر فراهم فواید کرد. در شکل زیر این شرایط مرزی نشان داده شده است.



شکل ۴-۳: شرایط مرزی در مدل اجزای محدود

*الگوی بارگذاری پرفه‌ای

به طور کلی در بارگذاری‌های پرفه‌ای استاتیکی یا شبه استاتیکی پارامتر زمان مفهوم فاصی نداشته و به جای آن از پارامتر تعداد پرفه‌ها استفاده می‌شود. از آنجایی که در تحلیل‌های استاتیکی پارامتر زمان در حل مساله بی‌تاثیر می‌باشد، توصیه می‌شود که هر سیکل بارگذاری در یک واحد زمانی اعمال شود. در این شرایط فروچی زمان درنره‌افزار همان تعداد پرفه‌ها می‌باشد. برای دستیابی به این امر لازم است که هر گام زمانی، ۰٫۲۵ باشند.

جدول ۶-۲: تاریفیه بارگذاری

Number of Cycle	6	6	6	4	2	2	2	2	2
Displacement (mm)	3.75	5	7.5	10	15	20	30	40	50

جدول ۶-۳: تاریفیه بارگذاری در نرّه‌افزار

Cycle	Dis (mm)	Cycle	Dis (mm)	Cycle	Dis (mm)	Cycle	Dis (mm)	Cycle	Dis (mm)
0	0	6.5	0	13	0	19.5	0	26	0
0.25	3.75	6.75	-5	13.25	7.5	19.75	-10	26.25	30
0.5	0	7	0	13.5	0	20	0	26.5	0
0.75	-3.75	7.25	5	13.75	-7.5	20.25	10	26.75	-30
1	0	7.5	0	14	0	20.5	0	27	0
1.25	3.75	7.75	-5	14.25	7.5	20.75	-10	27.25	30
1.5	0	8	0	14.5	0	21	0	27.5	0
1.75	-3.75	8.25	5	14.75	-7.5	21.25	10	27.75	-30
2	0	8.5	0	15	0	21.5	0	28	0
2.25	3.75	8.75	-5	15.25	7.5	21.75	-10	28.25	40
2.5	0	9	0	15.5	0	22	0	28.5	0
2.75	-3.75	9.25	5	15.75	-7.5	22.25	15	28.75	-40
3	0	9.5	0	16	0	22.5	0	29	0
3.25	3.75	9.75	-5	16.25	7.5	22.75	-15	29.25	40
3.5	0	10	0	16.5	0	23	0	29.5	0
3.75	-3.75	10.25	5	16.75	-7.5	23.25	15	29.75	-40
4	0	10.5	0	17	0	23.5	0	30	0
4.25	3.75	10.75	-5	17.25	7.5	23.75	-15	30.25	50
4.5	0	11	0	17.5	0	24	0	30.5	0
4.75	-3.75	11.25	5	17.75	-7.5	24.25	20	30.75	-50
5	0	11.5	0	18	0	24.5	0	31	0
5.25	3.75	11.75	-5	18.25	10	24.75	-20	31.25	50
5.5	0	12	0	18.5	0	25	0	31.5	0
5.75	-3.75	12.25	7.5	18.75	-10	25.25	20	31.75	-50
6	0	12.5	0	19	0	25.5	0	32	0
6.25	5	12.75	-7.5	19.25	10	25.75	-20		

*نرم افزار اجزای محدود آباکوس

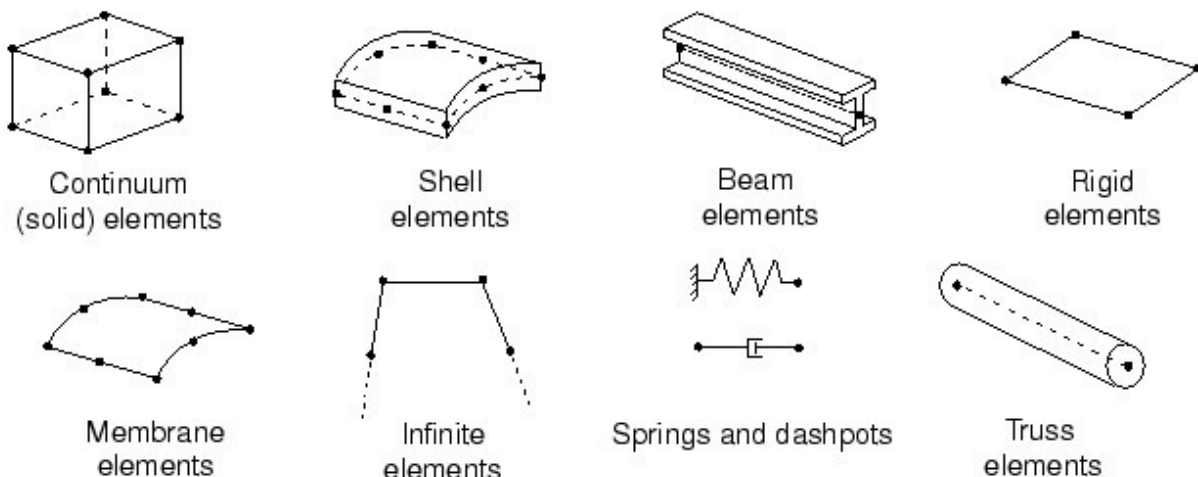
روش اجزای محدود یا المان‌های محدود که به اختصار FEM^4 نامیده می‌شود، روشی عددی برای حل تقریبی معادلات دیفرانسیل جزئی و نیز حل انتگرال‌ها است. اساس کار این روش حذف کامل معادلات دیفرانسیل یا ساده سازی آن‌ها به معادلات دیفرانسیل معمولی، که با روش‌های عددی مانند اویلر حل می‌شوند، می‌باشد. این روش در حل معادلات دیفرانسیل جزئی روی دامنه‌های پیچیده (مانند وسائل نقلیه و لوله‌های انتقال نفت)، هنگامی که دامنه متغیر است، وقتی که دقت بالا در همه جای دامنه الزامی نیست و یا اگر نتایج همبستگی و یکنواختی کافی را ندارند، دارای کارایی بسیاری می‌باشد.

نرم افزار آباکوس یک نرم افزار اجزای محدود قدرتمند است که با وجود توانایی‌های گسترده در تجزیه و تحلیل مسائل مختلف، مدل‌سازی‌های متنوع به راحتی به وسیله آن صورت می‌گیرد. با کاربرد این نرم افزار می‌توان مسائل مختلفی نظیر انتقال حرارت، نفوذ جرم، تحلیل مرارتی اجزای الکتریکی، آکوستیک، تراوش و پیزو الکتریک را نیز مورد مطالعه قرار داد.

رفتار هر المان در آباکوس با پنج ویژگی توصیف خواهد شد:

۱- خانواده: خانواده‌ی المان‌هایی که در تجزیه و تحلیل تنش استفاده می‌شوند، در شکل ۶-۴ نشان داده شده است. یکی از

تفاوت‌های اصلی در المان‌ها، نوع هندسه آن‌ها می‌باشد.



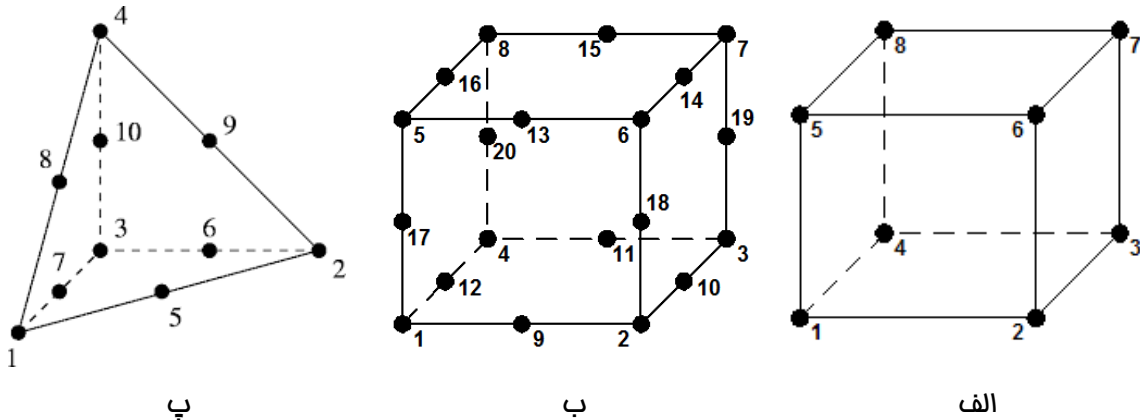
شکل ۶-۴: خانواده‌ی المان‌های آباکوس.

⁴ Finite Element Method

۲- درجهی آزادی: ویژگی دیگر در توصیف یک المان درجه آزادی آن می‌باشد که رابطه مستقیمی با فائوادی المان دارد. درجه آزادی یک المان متغیر اساسی در تجزیه و تحلیل است. برای شبیه‌سازی تنش یا تغییر مکان، حرکت انتقالی^۵ در هر گره، درجهی آزادی خواهد بود (در المان Shell و Beam علاوه بر حرکت انتقالی، پرفش^۶ نیز از درجات آزادی به‌شمار می‌آید). در شبیه‌سازی انتقال حرارت، دمای موجود در هر گره به‌عنوان یک درجهی آزادی لحاظ می‌گردد.

۳- گره: درجات آزادی در نقاطی به نام گره در هر المان تعریف شده است. تغییر مکان‌ها، دوران‌ها، دما و سایر درجات آزادی در گره‌های المان مناسبه می‌شوند. برای سایر نقاط موجود در المان از روش درونیابی^۷ بین گره‌ها استفاده خواهد شد. درجهی چند جمله‌ای برای درونیابی کردن با توجه به تعداد گره‌ها تعیین خواهد شد.

شکل ۴-۵ الف معرف المان فطی است که در هر گوشه یک گره داشته و از درونیابی فطی در هر جهت استفاده می‌شود. شکل ۴-۵ ب المانی با ۸ گره در گوشه و ۱۲ گرهی میانی را نشان می‌دهد. در این المان درونیابی مرتبه دوم به‌کار می‌رود. روش درونیابی مرتبه دوم اصلاح شده نیز در المان مثلثی یا چهاروجهی (شکل ۴-۵ پ) مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل ۴-۵: ممل قرارگیری گره‌ها الف) المان فطی؛ ب) المان مرتبه دوم؛ ج) المان چهاروجهی.

۴- فرمول‌بندی: فرمول‌بندی یک المان به تئوری ریاضی تعیین رفتار المان باز می‌گردد. در تحلیل‌های تنش-تغییر مکان از فرمول‌بندی لاگرانژی یا جرم کنترل در المان استفاده می‌شود. در این نوع فرمول‌بندی ماده‌ی داخل المان تا انتهای تحلیل داخل

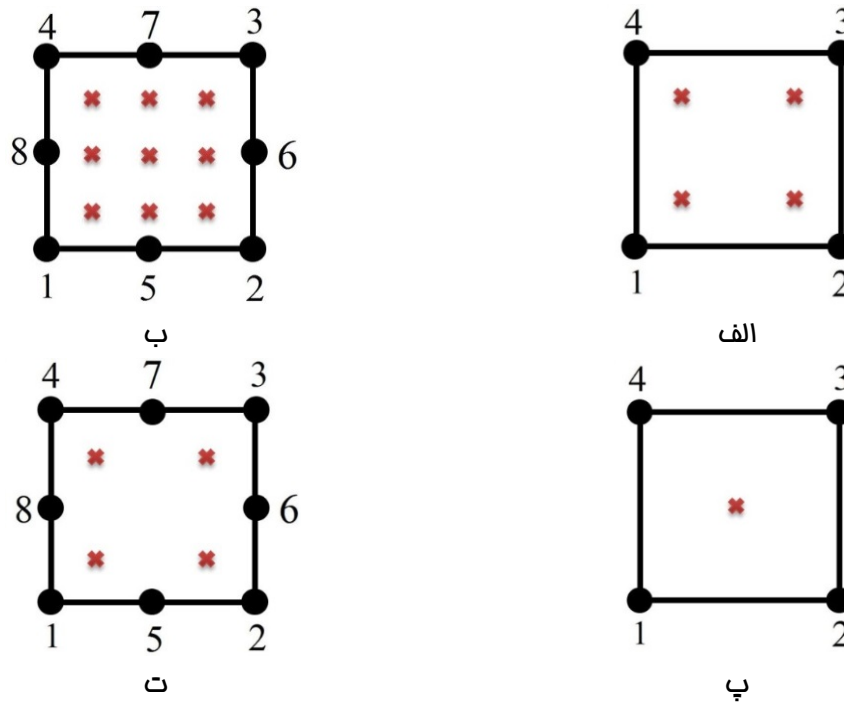
⁵ Translation

⁶ Rotation

⁷ Interpolation

آن باقی‌مانده و از المان خارج نخواهد شد. فرمول‌بندی اویلری نیز با دیدگاه حجم‌کنترل وجود دارد. در این شرایط المان در فضا ثابت بوده و ماده از داخل آن جریان پیدا می‌کند. نرم‌افزار از فرمول‌بندی اویلری به منظور حل مسائلی نظیر انتقال حرارت استفاده خواهد کرد.

۵- **روش‌های عددی:** در نرم‌افزار آباکوس به منظور حل انتگرال در حجم یک المان، روش‌های عددی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در المان‌های Continuum، دو حالت Full Integration و Reduced Integration وجود دارد که انتساب هر یک تأثیر به‌سزایی در نتایج خواهد داشت. نرم‌افزار رفتار هر ماده را در نقطه‌ی انتگرال‌گیری المان‌ها، با کاربرد روش مربع‌سازی گاوس، مناسبه می‌کند.



شکل ۶-۶: الف) نقاط انتگرال‌گیری در المان دوبعدی فطی Full Integration؛ ب) نقاط انتگرال‌گیری در المان دوبعدی غیرفطی Full Integration؛ پ) نقاط انتگرال‌گیری در المان دوبعدی فطی Reduced Integration؛ ت) نقاط انتگرال‌گیری در المان دوبعدی غیرفطی Reduced Integration.

⁸Integration Point

در شکل ۶-۶ نقاط انتگرال‌گیری در المان‌های دوبعدی فطی و غیرفطی نشان داده شده‌است. هریک از المان‌های فطی با مشکلات خاص عددی مواجه خواهند شد که در ادامه دلیل بروز این مشکلات در روند تملیل و نموهی کاهش تاثیر آن‌ها بر نتایج ارائه شده است.

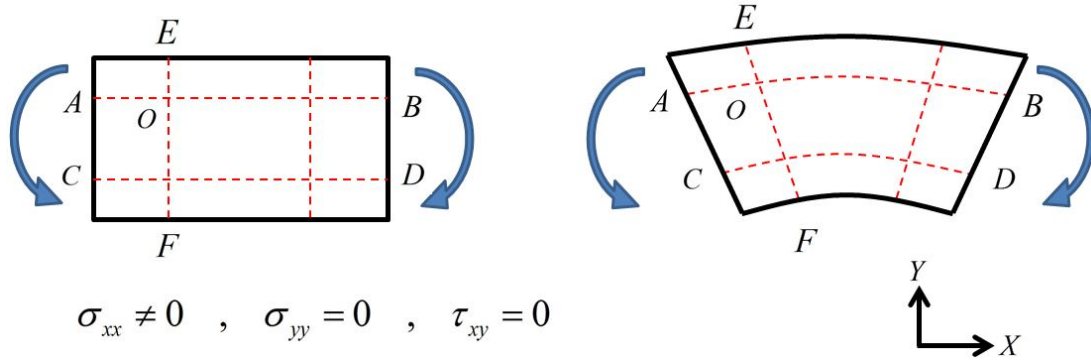
قفل برشی^۹

در المان‌های فطی Full Integration، یکی از عوامل کاهش دقت در نتایج، قفل برشی به‌وجود آمده می‌باشد. المان مستطیل-شکلی که تحت اثر فمش خالص قرار بگیرد، تغییر شکلی مطابق با شکل ۶-۷ الف خواهد داشت. محل تقاطع خطوط نقطه‌چین، معرف نقاط انتگرال‌گیری هستند. در فطچین AB پس از تغییرشکل، به دلیل افزایش طول، تنش کششی و در فطچین CD در اثر کاهش طول تنش فشاری به‌وجود می‌آید. همچنین تغییر طول فطچین EF اندک بوده و تنش ناشی از آن (σ_{yy}) صفر می‌باشد. از طرف دیگر به دلیل آن‌که زاویه‌ی بین دو فطچین AB و EF (نقطه‌ی O) در هر دو حالت ثابت مانده (۹۰ درجه)، تنش برش در نقطه‌ی O صفر است. اما در المان‌های فطی (شکل ۶-۷ ب) با توجه به عدم توانایی فمشدن اضلاع، نموهی این تغییرشکل کمی متفاوت خواهد بود به طوری که با تغییر زاویه‌ی مابین دو فطچین AB و EF (نقطه‌ی O)، تنش برشی در این نقطه به‌وجود خواهد آمد. وجود کرنش برشی به جای کرنش فمشی، سبب تغییرشکل برشی شده که نتیجه‌ی آن سفتی بیش‌تر در المان می‌باشد.

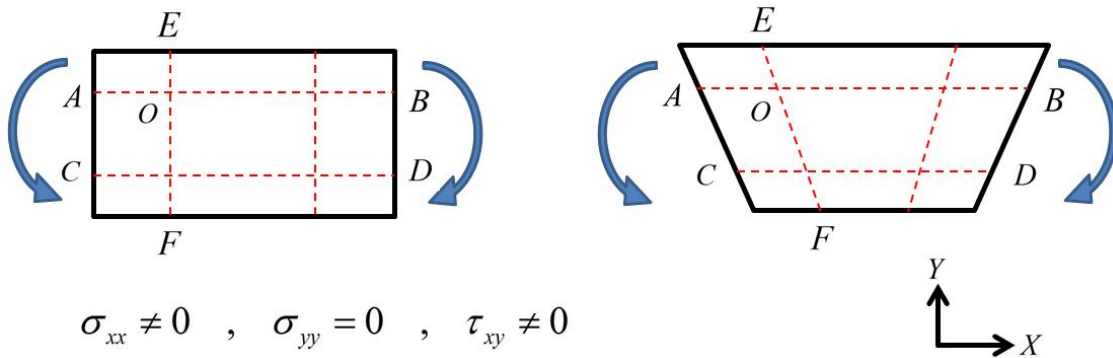
قفل‌شدگی برشی یکی از اشکالات المان‌های فطی Full Integration است، در حالی که در المان‌های غیرفطی به دلیل توانایی فمشدن اضلاع المان، مشکل قفل برشی ایجاد نخواهد شد. روش دیگر برای حل این مشکل، استفاده از المان‌های Incompatible Mode می‌باشد. در این روش به منظور افزایش گرادین تغییرشکل المان مرتبه اول، درجات آزادی اضافه‌ای به آن المان می‌شود. این افزایش گرادین یک اثر دافلی در المان بوده و به گره‌های آن تعمیم داده نخواهد شد. نتایج بدست

^۹ Shear Locking

آمده با این المان‌ها در مسائل مربوط به فمش، با وجود هزینه‌ی کم‌تر، در بعضی موارد دارای دقتی معادل با نتایج المان‌های مرتبه دوم هستند.



الف

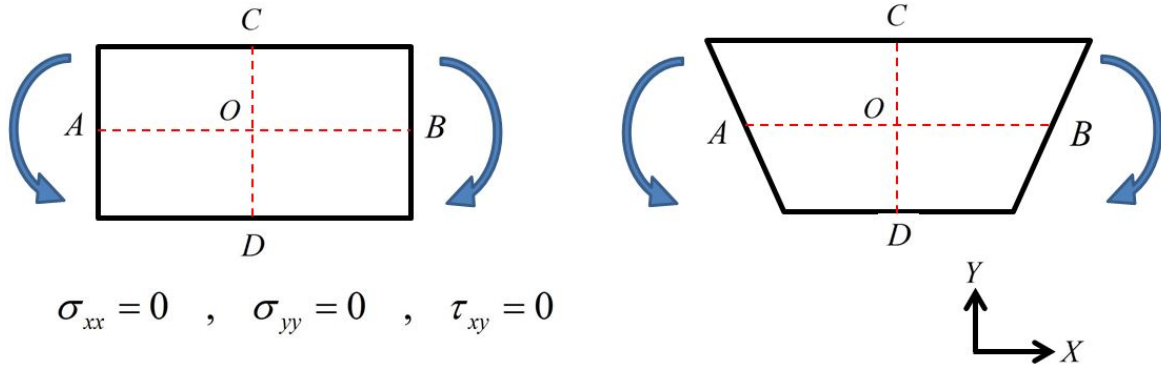


ب

شکل ۴-۷: الف) تغییرشکل المان مقیسی تحت فمش فالص؛ ب) تغییرشکل المان فطی تحت فمش فالص.

پدیده‌ی Hourglass

به دلیل انعطاف‌پذیری بیش‌از حد المان‌های فطی Reduced Integration، فضای عددی Hourglass به وجود خواهد آمد. المان فطی Reduced Integration که تنها یک نقطه‌ی انتگرال‌گیری در مرکز فود (محل تقاطع خطوط نقطه‌چین) دارد، تحت فمش فالص قرار گرفته است (شکل ۴-۸). از آنجایی که در این نقطه، هیچ‌گونه تغییرشکل یا تغییر زاویه ایجاد نشده، تمام مولفه‌های تنش صفر بوده و در این مود از تغییر شکل هیچ‌گونه سفتی وجود نخواهد داشت. اگر این مود تغییر شکل، در سایر المان‌ها گسترش یابد، باعث به وجود آمدن نتایج بی‌معنی خواهد شد.



شکل ۴-۸: تغییرشکل المان‌های فطی Reduced Integration تحت فمش فالص.

در تحلیل انجام شده توسط نرم‌افزار آباکوس، با وارد کردن مقدار انرژی کرنشی مصنوعی، مقدار ناپیزی سفتی مصنوعی به المان‌ها اضافه شده تا از انتشار این اثر جلوگیری شود. در صورتی که میزان این انرژی اعمالی بیشتر از پنج درصد کل انرژی ورودی به مدل باشد، مشکل Hourglass برطرف نشده و باید نمونه مش‌بندی، تغییر کند.

۴- مش‌بندی

یکی از اصلی‌ترین مراحل در نمونه‌ی مدل‌سازی، مش‌بندی مدل ساخته شده می‌باشد. چگونگی مش‌بندی تأثیر به‌سزایی در همگرایی و دقت نتایج خواهد داشت. از این رو در ادامه، سه نکته‌ی اساسی در مورد نمونه‌ی مش‌بندی آورده شده است.

نوع مش‌بندی

برای هر خانواده‌ی المان و با توجه به چگونگی تحلیل مورد استفاده (فطی یا غیرفطی)، انواع متفاوتی از مش‌بندی وجود خواهد داشت که به طور معمول نرم‌افزار بهترین گزینه را به عنوان پیش فرض انتخاب خواهد کرد.

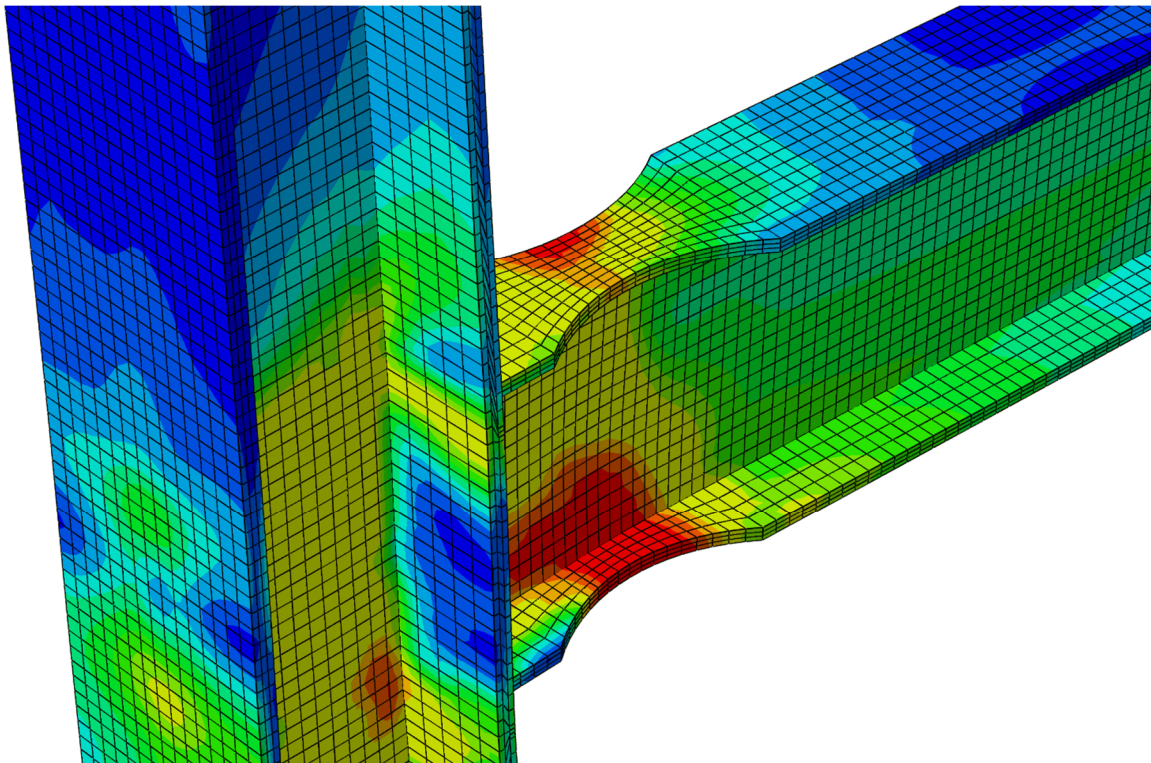
شکل مش‌بندی

هرچه نمونه‌ی مش‌بندی منظم‌تر باشد، همگرایی ساده‌تر و نتایج دقیق‌تر می‌باشد و از اوجاج در المان جلوگیری خواهد شد. معمولاً برای دستیابی به مش‌بندی منظم، با تقسیم‌بندی مناسب، اعضا به حالت Structure تبدیل خواهند شد.

اندازه‌ی مش‌بندی

برای تعیین اندازه‌ی مناسب مش‌بندی، نیاز به آنالیز حساسیت مش‌بندی می‌باشد. به همین منظور فروجی فاضی، نظیر تنش یک مفاصل، استخراج شده و میزان تغییرات آن به ازای مقادیر مختلف اندازه‌ی مش‌بندی، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا با کاهش اندازه‌ی مش‌بندی، تغییرات زیادی در مقادیر مشاهده می‌شود، ولی در ادامه با کوچک‌تر شدن اندازه‌ی مش، از تغییرات کاسته شده و تفاوت پندانی در نتایج به‌وجود نخواهد آمد که این روند بیان‌گر دست‌یابی به اندازه‌ی مناسب مش‌بندی جهت تحلیل مسئله است.

*فروجی گرافیکی نرم‌افزار



شکل ۶-۹: توزیع تنش‌های میسر برای اتصال RBS

*فایل‌های همراه

الف) مقاله‌ای تحت عنوان

Study of steel moment connection with and without reduced beam section

ب) فایل اکسل با عنوان RBS

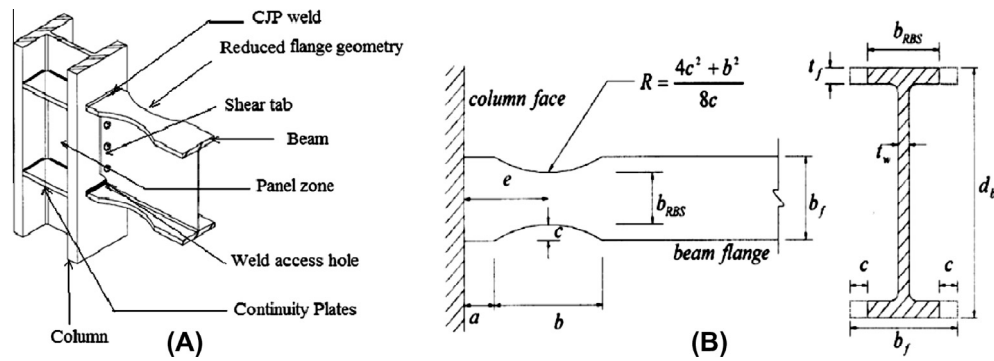


Fig. 1. (A) RBS connection detail. (B) Typical geometry details of RBS.

mentioned in any Indian Standards for steel design IS800-2007, IS808-1989, IS1852-1985, IS 2062-1999, IS8500-1991, IS12778-2004 & IS12779-1989, [15–19,12,13] It can be adopted in India for better performance in strong and intermediate earthquakes [20]. Considering the advantages of RBS moment connections and lack of knowledge of the performance of this connection with respect to Indian profiles led to a study on this topic. The objective of this study was to investigate experimentally the cyclic behaviour of welded moment connections with and without RBS. Two external joint specimens were tested to compare and observe connection behaviour. Nonlinear finite element analysis of the connection models performed using the computer programme, ANSYS/Multiphysics.

Design of specimen

Sections with 250 MPa grade were considered for this study. Two specimens were studied, designated as, connection without RBS as 'WRBS' and with RBS as 'RBS'. RBS connection was designed based on specifications given as per AISC and FEMA codes. For panel zone as well as continuity plates, design shear strength, required shear strength & column web/flange thickness limits were studied. The connection was representing an exterior strong-axis connection. Height of the column considered was 975 mm and length of the beam from the centre of the column was 1000 mm. Other, geometrical details are mentioned in Table 1. Table 2 shows the strength of the connection calculated according to AISC/ FEMA formulae. The $M_{pl}R_y Z_b F_y$ ratio was within the limit (0.85–1) suggested by Engelhardt et al. [21]. Table 3 shows normalized limit states for CP and PZ.

From normalized values (>1) (Table 3) it can be observed that doubler plates as well as continuity plates are not required. Therefore, RBS moment connection without doubler plates and continuity plates was considered for the study.

Experimental study

Specimens were fabricated at Focus Robotomation Ltd. Pune, India and experimental procedure was carried out at Composite Research Centre labs at R&D Engineers, Pune, India. Physical observation of members showed that, geometrical sizes and weights were as recommended by with Indian Standards IS 808-1989 [16] and IS12778-2004 [12]. The sizes/weights of the members considered to model the exterior connection are listed in Table 4. Coupon testing was performed for steel shapes to establish the mechanical properties at Perfect Laboratory Service, Pune, India (see Table 5).

Each beam flange and web was welded at the face of the column using fillet welds. It should be noted that there were no web access holes. The welds' throats were 8 mm for all the specimens. Welds' throat and quality were checked during fabrication. Test setup shown in Fig. 2, consisted of: Supporting frame, Test specimen (external subassembly, Hydraulic actuator (force rating ± 100 kN and stroke length ± 125 mm), Data acquisition system and strain gauges YFLA-5 of gauge resistance 120 Ω . For the test specimens cyclic loads (Table 6) were applied to the tip of the beam following standard SAC loading history Clark et al. [22].

Table 1

Select members for analysis.

Member (Sr. No. as per IS 12778-2004)	Depth d (mm)	Web Thk t_w (mm)	Flange width b_f (mm)	Flange Thk t_f (mm)	RBS dimensions (mm)				
					a	b	c	R	
WPB150(15)	Column	162	8	154	11.5	N.A.			
NPB200(9)	Beam	200	5.6	100	8.5	60	160	25	140.5

Table 2

RBS moment connection design parameters.

Specimen	Column (Sr. No. as per code)	Beam (Sr. No. as per code)	M_{pe} (Nmm)	M_f (Nmm)	M_{pr} (Nmm)	M_f/M_{pe}	$\frac{\sum M_{pc}}{\sum M_{pb}}$
RBS	WPB150(15)	NPB200(9)	67.65×10^6	59.68×10^6	45.56×10^6	0.88	3.12

Table 3

RBS moment connection design parameters.

Specimen	Column (Sr. No. as per code)	Beam (Sr. No. as per code)	Panel zone		Continuity Plates				
			FEMA	AISC t_{pz}	$\phi R_n/R_u$	LFB	LWY	WC	WCB
RBS	WPB150(15)	NPB200(9)	2.44	1.20	1.00	3.46	1.54	2.74	1.02

Table 4

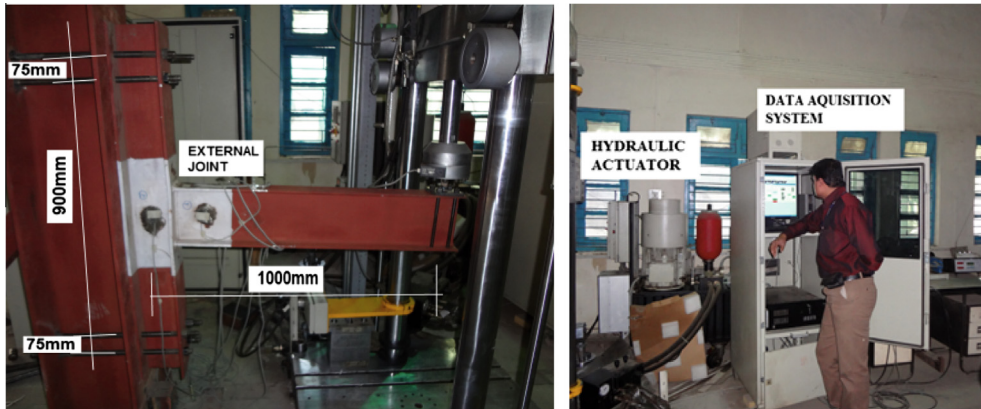
Test specimens.

Test Specimen	Column	Beam
WRBS	WPB150(15)	NPB200(9)
RBS	WPB150(15)	NPB200(9)

Table 5

Steel mechanical properties.

Section	WPB150(15)	NPB200(9)
Yield Strength F_y (MPa)	334	330
Tensile Strength F_u (MPa)	486	484

**Fig. 2.** Test setup.**Table 6**

Loading schedule.

Load cycles (number)	6	6	6	4	2	2	2	2	2
Interstory drift angle (radians)	0.00375	0.05	0.0075	0.01	0.015	0.02	0.03	0.04	0.05
Beam tip displacement (mm)	± 3.75	± 5	± 7.50	± 10	± 15	± 20	± 30	± 40	± 50

Finite element study

The ANSYS Multiphysics [23] finite element software was used to model the specimens for nonlinear analysis. An element SOLID45 from ANSYS element library was used for the 3-D finite element modelling of the RBS moment connection (Fig. 3A and B). The fundamental assumptions made to idealize steel mechanical properties are including: Young's modulus of

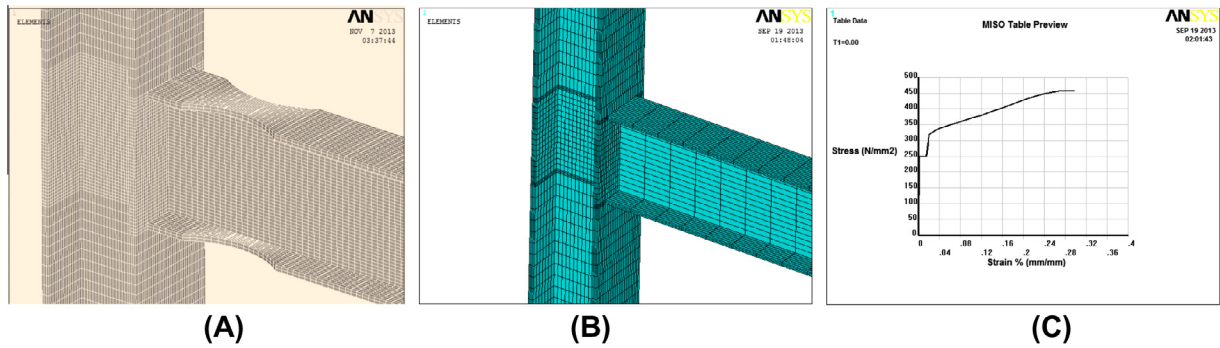


Fig. 3. (A) Specimen modelling. (B) Finite element mesh. (C) Idealized uniaxial tensile response.

2×10^5 MPa, Poisson's ratio of 0.3. Multi-linear stress strain curve are input directly as element material property for cyclic analyses (Fig. 3C). The column was assumed as pin connected at both the ends and at the joint beam to column element connection is configured as fully restrained. Each subassembly is loaded at the beam free end in the displacement control as per details given in above section of experimental study.

Performance of the specimens

Observations of specimen without reduced beam section 'WRBS'

For, specimen WRBS (Fig. 4A) column flange buckling was observed and it became more pronounced with each successive loading cycle. From the flaking of the white wash in column panel zone it was observed that column panel zone yielding above elastic limit had occurred in this area (Fig. 4B). During the first cycle of the 0.02 radians a crack was developed near weld metal of beam bottom flange, no beam buckling was observed. Fig. 4C shows von Mises stress diagram of the specimen. The von Mises contours shown Fig. 4C indicate the highest regions of stress contours (435–485 MPa) occur in panel zone as well in the vicinity of weld element. Reasonable correlation was observed between analysis and experiment for all specimens.

Observations of specimen with reduced beam section 'RBS'

The column panel zone stayed in the upper envelop of elastic state for the specimen as the white wash stayed intact. Column flange or web buckling was not observed. No sign of failure of from welding was observed during the test (Fig. 5A, B and C). The von Mises contours shown in Fig. 5B and 5C indicate the highest regions of stress contours (358–403 MPa) occur in reduced beam section of the beam. This is approximately the upper envelop of an inelastic state. RBS connection reached total interstory drift angle of 0.03 radians, which exceeds the FEMA and AISC requirements for intermediate moment frame of 0.02 radians. Lateral displacement 21 mm was observed during cycles of 0.03 radians (Fig. 5A and B).

Hysteretic behaviour

The force-displacement hysteretic responses of the connections resulting from the experimental study are compared with those of the finite element analysis (Fig. 6A and B). Reasonable correlation between the analysis and experimental results

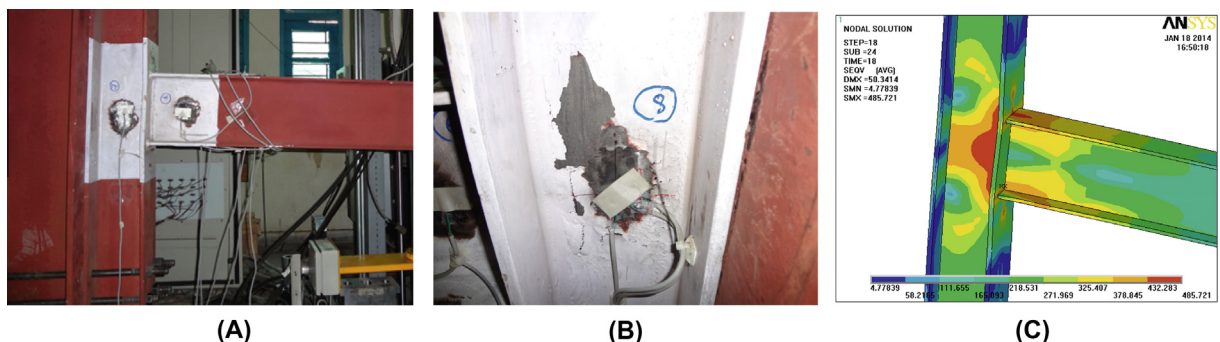


Fig. 4. (A) Specimen WRBS. (B) Panel zone yielding in Specimen WRBS. (C) von Mises stress distribution in the WRBS specimen at 0.02 radians.

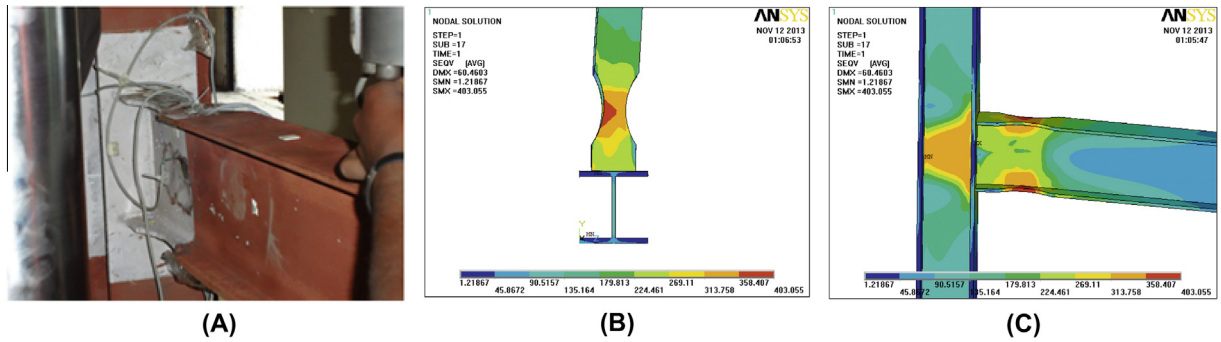


Fig. 5. (A) Specimen RBS with lateral displacement. (B) And (C) von Mises stress distribution in the specimen 3 at 0.03 radians.

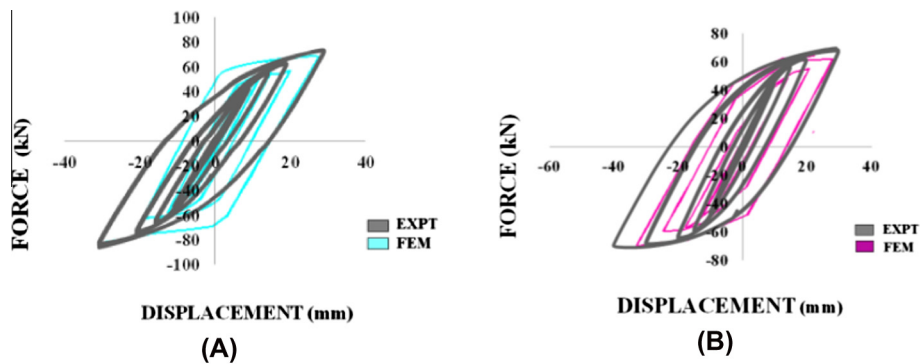


Fig. 6. (A) Force-displacement response of specimen 'WRBS'. (B) Force-displacement response of specimen 'RBS'.

was observed. With cyclic displacement increasing, both specimen share the almost same shape and curve slope decreases continuously until attain the extreme limit loading. It showed that the structures remain elastic before yielding. The area of hysteretic loops gradually increased and residual deformations were observed with the increase of displacement after yielding. Inelastic deformation occurred mainly in RBS area for connection 'RBS' creating ductile fuse, whereas as it occurred in panel zone and beam flanges for connection 'WRBS'.

Conclusions

Both the experimental and numerical results observed that cyclic performance of the RBS moment connection was much superior to the connection without RBS. No weld fracture was observed in RBS connection while there was a crack observed near beam bottom flange weld for connection without RBS. A reduction in material and labour cost is possible due to elimination of continuity/doubler plates for RBS moment connection. Numbers of tests conducted in above study are quite limited and more extensive testing is recommended to understand behaviour of RBS for Indian profiles.

Acknowledgements

Funding for this research was provided by the Jindal Steel and Power Limited and Minor Research Project, of Gujarat Council on Science and Technology, Department of Science and Technology, Government of Gujarat. The writers would like to thank research laboratories, Focus Robotomation Ltd., CRC labs at R&D Engineers, Perfect Laboratory, Pune.

References

- [1] FEMA-350, Recommended Seismic Design Criteria for New Steel Moment Frame Buildings, Federal Emergency Management Agency, Washington DC, USA, 2000.
- [2] FEMA-351, Recommended Seismic Evaluation and Upgrade Criteria for Existing Welded Steel Moment Frame Buildings, Federal Emergency Management Agency, Washington DC, USA, 2000.
- [3] FEMA-355D, State of the Art Report on Connection Performance, Federal Emergency Management Agency, Washington DC, USA, 2000.
- [4] ANSI/AISC 341-10, Seismic provisions for Structural Steel Buildings, American Institute of Steel Construction, USA, 2010.
- [5] ANSI/AISC 358-10, Prequalified Connections for Special and Intermediate Steel Moment Frames for Seismic Applications – Including Supplement No. 1, American Institute of Steel Construction, USA, 2010.
- [6] ANSI/AISC 360-10, Specification for Structural Steel Buildings, American Institute of Steel Construction, USA 2010.

جلسه هفتم

بتن یک ماده‌ی سافته‌ی بشر می‌باشد که از مقاومت فشاری قابل ملاحظه و مقاومت کششی اندک برخوردار می‌باشد. ضعف بتن در کشش موجب مسلح شدن آن به وسیله‌ی میلگردهای فولادی شده است. به‌طور مثال این میلگردها که در راستای طولی تیر بتنی قرار فوهند گرفت، نه‌تنها در تحمل نیروهای کششی نقش موثری را برعهده دارند، بلکه می‌توانند با مشارکت با بتن در تحمل فشار، عملکرد را بهبود ببخشند. از دیگر مزایای بتن می‌توان به اجزا تشکیل دهنده‌ی ارزان قیمت، مقاومت مناسب در برابر آتش‌سوزی، به‌وجود آوردن اشکال دلفواه و ... اشاره نمود.

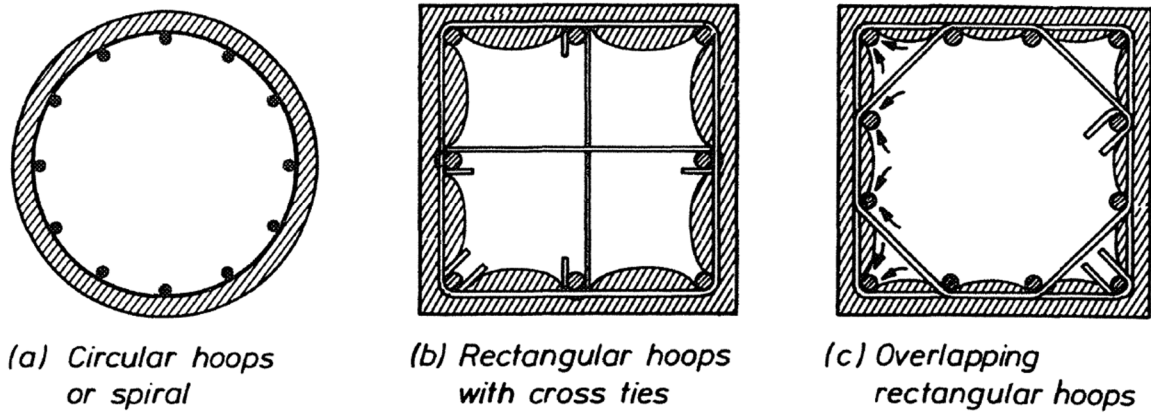
شکست برشی در سازه‌های بتنی به‌صورت ناگهانی و بدون هشدار قبلی می‌باشد. بنابراین به‌منظور به‌منظور تامین مقاومت برشی اعضای بتنی لازم است از میلگردهای عرضی با فواصل مناسب نیز استفاده شود. این میگردهای عرضی علاوه بر افزایش مقاومت برشی بتن، موجب محصورشدگی آن فوهند شد. این محصورشدگی در رفتار لرزه‌ای سازه‌های بتنی بسیار هائز اهمیت می‌باشد.

در این جلسه در مثال نخست به بررسی اثر محصورشدگی در یک ستون استوانه‌ای پرداخته فوهند شد. همچنین در مثال دوم رفتار یک تیر بتن مسلح که تحت تغییرشکل کنترل شده‌ای است، مورد ارزیابی قرار فوهند گرفت.

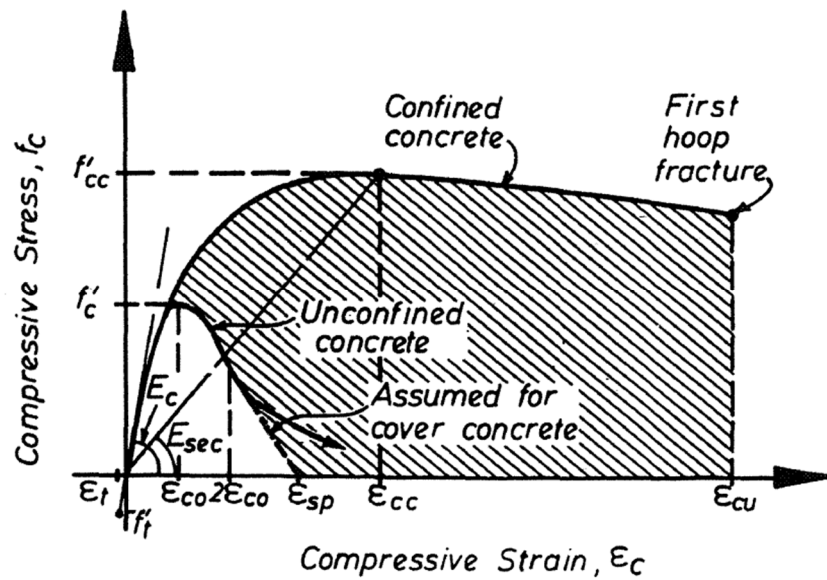
مثال ۱:

ضعف بتن در تحمل کشش موجب استفاده از آرماتورهای طولی در آن شده است. این آرماتورها با تحمل بار کششی و یا تنش‌های کششی ناشی از فممش، افزایش کارایی بتن را به‌دنبال فوهند داشت. استفاده از فولادهای عرضی نه‌تنها در تحمل-های تنش‌های برشی بتن مشارکت کرده، به دو دلیل می‌تواند ظرفیت باربری ستون را افزایش دهد. اولاً فولادهای عرضی همانند قیود مناسب از کمانش فولادهای طولی که تحت فشار قرار گرفته‌اند، ممانعت فوهند کرد. ثانیاً زمانی که ستونها تحت بار فشاری قرار فوهند گرفت، کرنش‌های عرضی به دلیل ضریب پواسون در مقطع به‌وجود فوهند آمد که نتیجه‌ی آن اتساع در ستون می‌باشد. استفاده از فولادهای عرضی با فواصل مناسب می‌تواند با ایجاد شرایط محصورشدگی، مقاومت و

شکل پذیری ستون را افزایش چشم گیری ببفشد. در شکل ۱-۷ تغییرات نمودار تنش کرنش بتن به دلیل محصورشدگی نشان داده شده است.



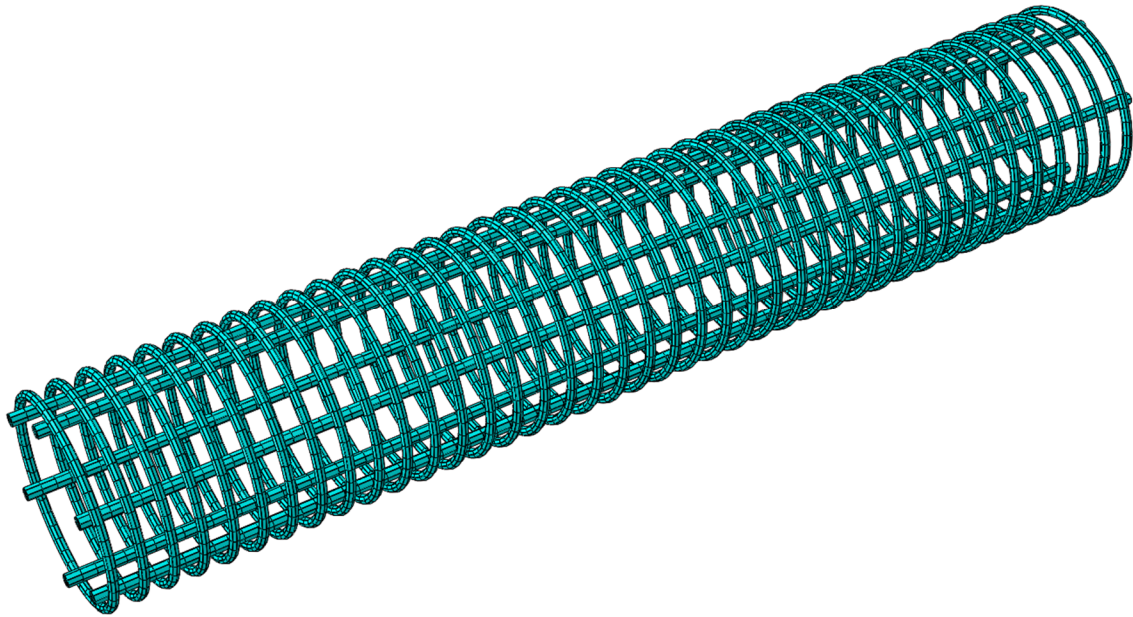
الف



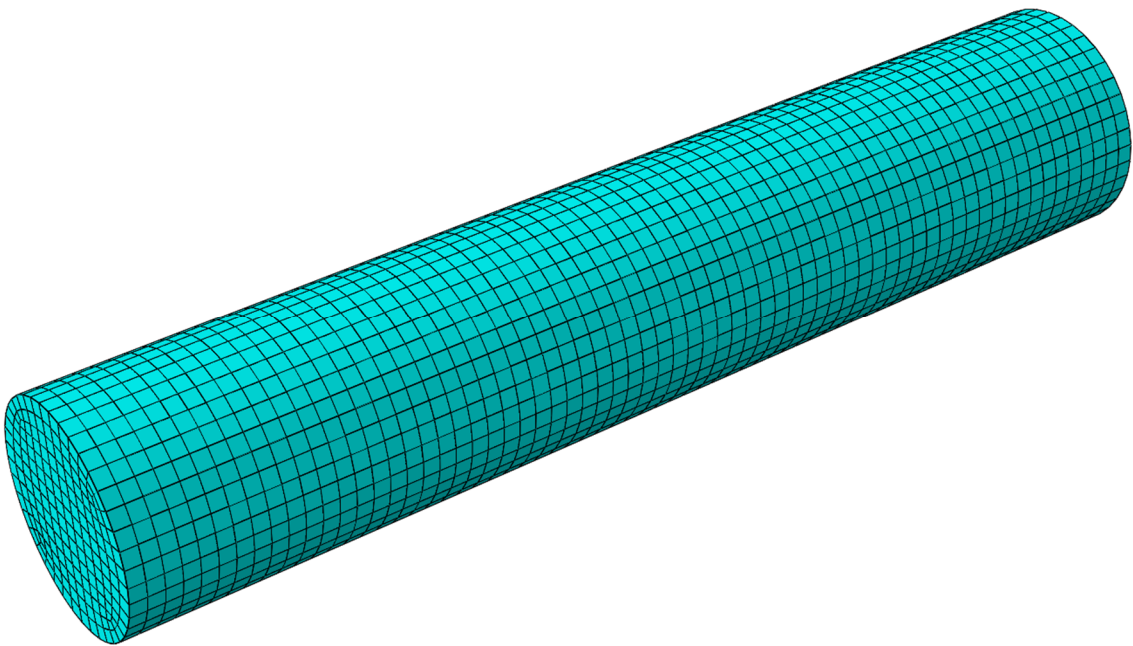
ب

شکل ۱-۷: الف) استفاده از آرماتور عرضی برای محصورشدگی، ب) تغییرات نمودار تنش کرنش بتن به دلیل محصورشدگی

در این مثال در گام اول ستونی بتنی بدون خاموت عرضی تمت بار مموری قرار گرفته و ظرفیت آن بدست خواهد آمد. سپس در گام بعدی عضو فشاری با خاموت های عرضی مسلح شده و ظرفیت بدست آمده از آن با حالت قبل مورد مقایسه قرار خواهد گرفت. در اشکال زیر مدل اجزا محدود و مشخصات هندسی ستون مسلح نشان داده شده است.

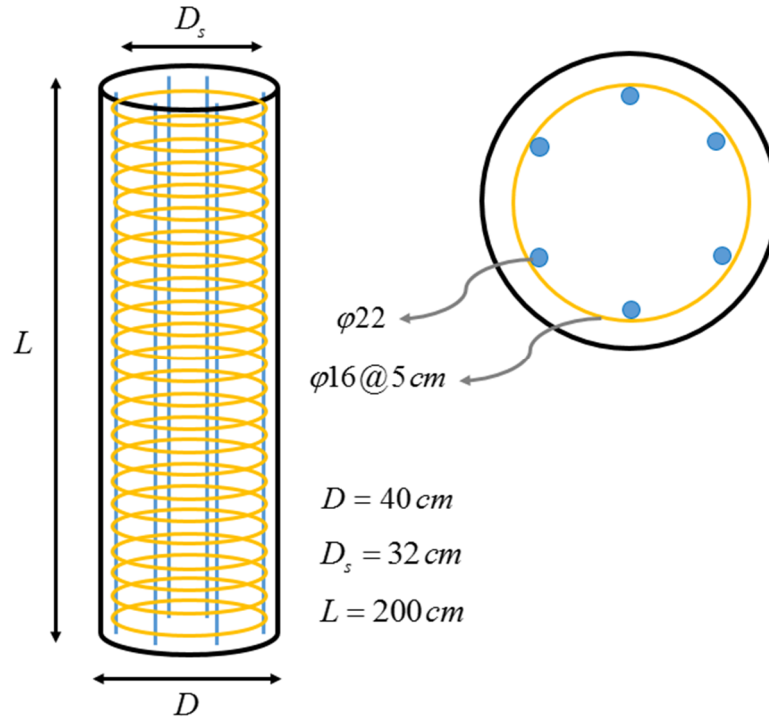


الف



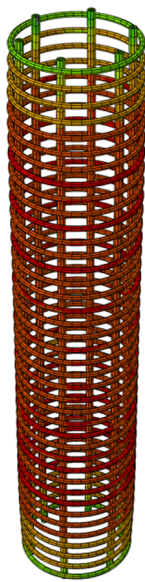
ب

شکل ۷-۲: مدل اجزا محدودی الف) شبکه‌ی آرماتورهای فلزی؛ ب) ستون بتنی

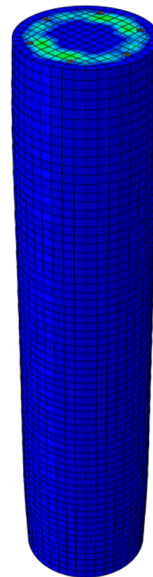


شکل ۷-۳: مشخصات هندسی ستون با مقطع دایره‌ای

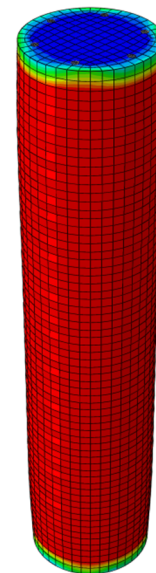
***فروبی گرافیکی نرم افزار**



پ



ب

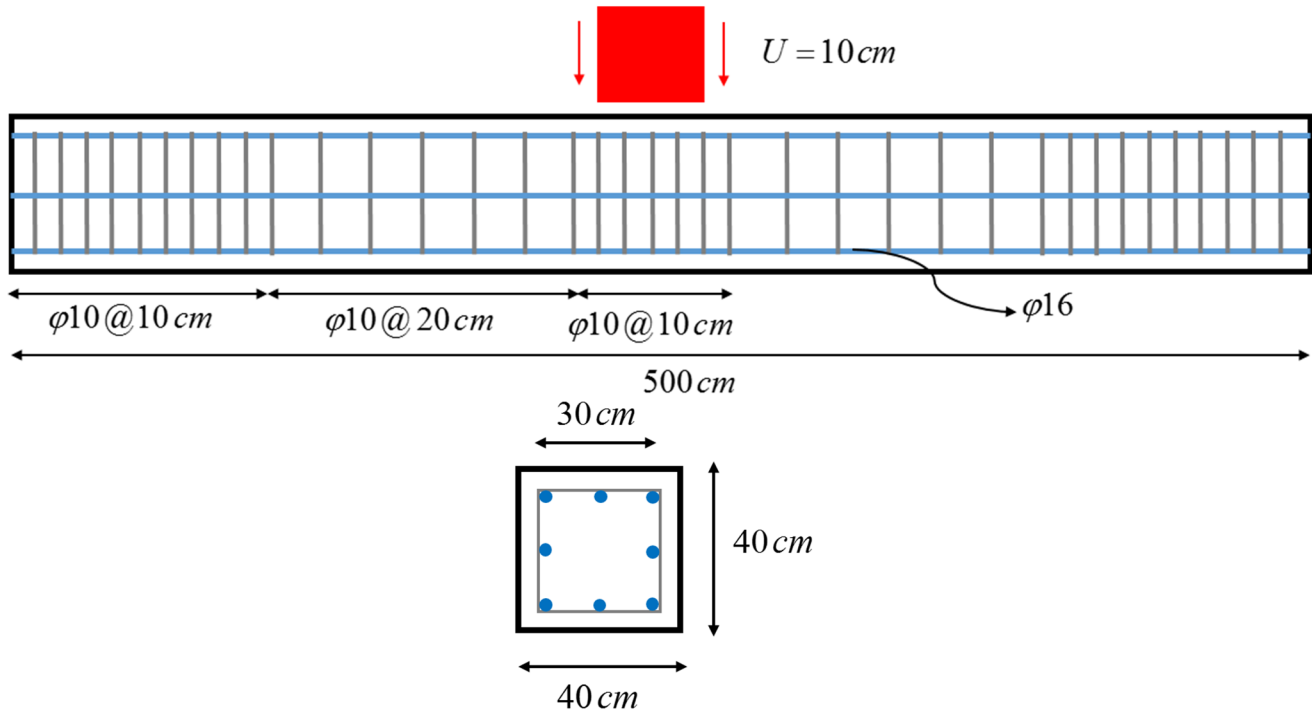


الف

شکل ۷-۴: الف) خوردشدگی در فشار، ب) ترک خوردگی در کشش، پ) توزیع تنش مایسز در شبکه آرماتورها

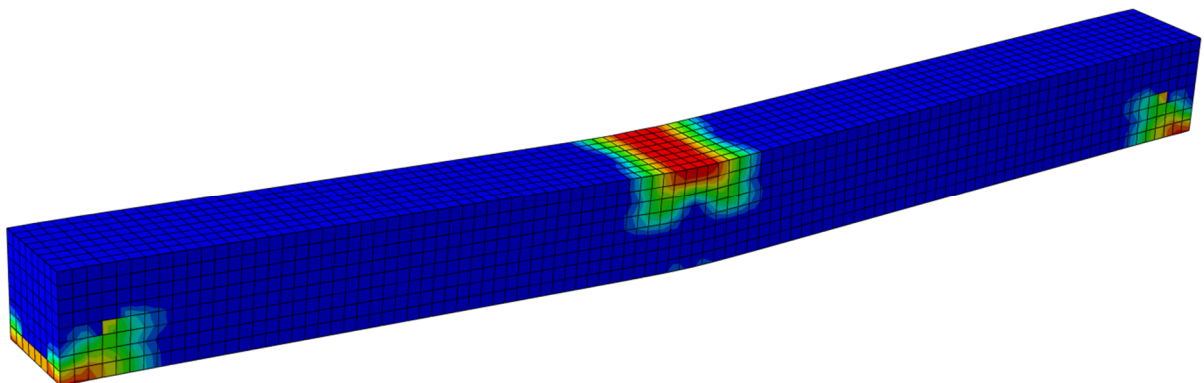
مثال ۲:

در این مثال تیر با مقطع مستطیلی و شرایط مرزی دو سرگیردار تحت تغییرشکل کنترل شده‌ای در مرکز آن قرار می‌گیرد. در شکل زیر مشخصات ابعادی تیر و شرایط آرماتورگذاری آن نشان داده شده است.

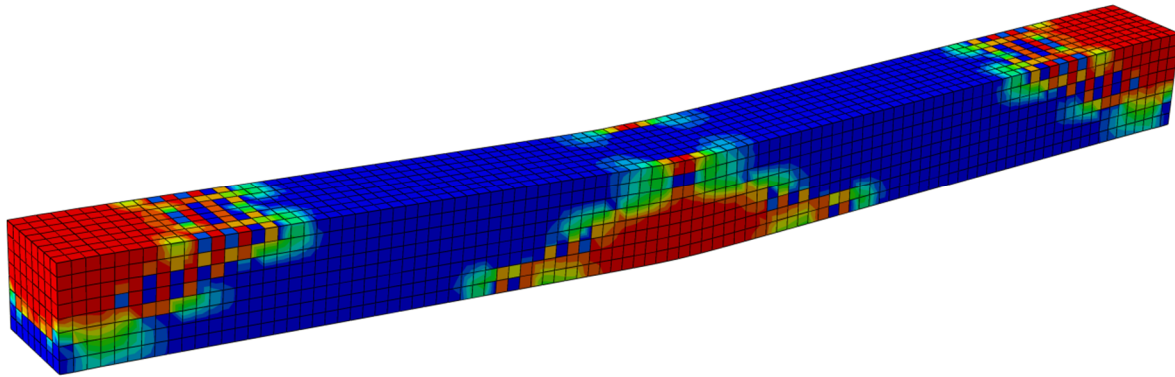


شکل ۷-۵: شرایط هندسی تیر بتن مسلح

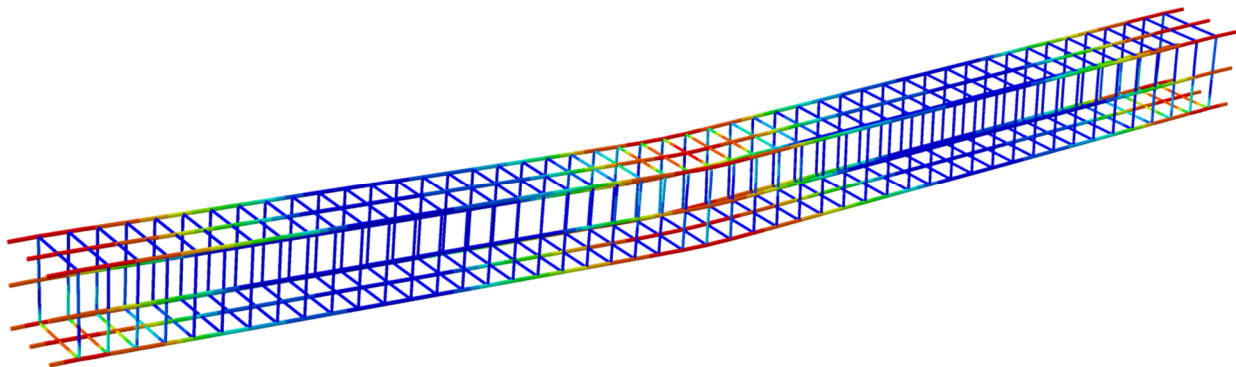
*فروچی‌های گرافیکی نرم‌افزار



الف



ب



پ

شکل ۷-۶: الف) فوردهشدهگی در فشار، ب) ترک فوردهگی در کشش، پ) توزیع تنش مایسز در شبکه آرماتورها

در شکل زیر مشخصات ابعادی میلگردهای فولادی براساس استاندارد¹ ASTM ارائه شده است.

Bar Size US (SI)	Nominal Dimensions		
	Diameter, in (mm)	Cross-Sectional Area, sq.in (mm ²)	Weight, lb/ft (kg/m)
#3 (#10)	0.375 (9.5)	0.11 (71)	0.376 (0.560)
#4 (#13)	0.500 (12.7)	0.20 (129)	0.668 (0.994)
#5 (#16)	0.625 (15.9)	0.31 (199)	1.043 (1.552)
#6 (#19)	0.750 (19.1)	0.44 (284)	1.502 (2.235)
#7 (#22)	0.875 (22.2)	0.60 (387)	2.044 (3.042)
#8 (#25)	1.000 (25.4)	0.79 (510)	2.670 (3.973)
#9 (#29)	1.128 (28.7)	1.00 (645)	3.400 (5.060)
#10 (#32)	1.270 (32.3)	1.27 (819)	4.303 (6.404)
#11 (#36)	1.410 (35.8)	1.56 (1006)	5.313 (7.907)

شکل ۷-۷: مشخصات ابعادی میلگرد

¹ American Society for Testing and Materials

*فصوصیات رفتاری بتن

در نرم‌افزار ABAQUS سه نوع مدل رفتاری متفاوت برای مدل‌سازی بتن ارائه شده است که در ادامه به شرح مختصری از هر مدل پرداخته می‌شود.

مدل رفتاری ترک پخش‌شونده^۲

در نرم‌افزار ABAQUS مدل رفتاری پخش‌شونده برای حالات‌هایی که بتن تحت بارگذاری یکنواخت قرار دارد قابل کاربرد است و بیش‌تر برای المان پوسته بتنی که آرماتورها در آن به صورت لایه‌ای تعریف می‌شوند موثر می‌باشد. در این مدل، گسیفتگی با ترک کششی و فردشدگی فشاری مشخص می‌گردد. ترک‌خوردگی و رفتار غیر ایزوتروپیک پس از ترک‌خوردگی بر این مدل ماکم است و به جای فود ترک‌ها، توزیع اثرات ترک‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مدل سختی بتن را در بخش‌هایی که از تنش گسیفتگی فراتر رفته‌اند کاهش می‌دهد.

مدل رفتاری ترک‌خوردگی ترد بتن (بتن شکننده)^۳

این مدل رفتاری که تنها در ABAQUS/Explicit در دسترس می‌باشد برای بتنی که ترک کششی ماکم بر مدل است و گسیفتگی فشاری اهمیت چندانی ندارد مورد استفاده قرار می‌گیرد. رفتار مدل در فشار الاستیک فرض می‌شود.

مدل رفتاری فمیری-شکست^۴

مدل رفتاری پلاستیک تخریب‌شونده بر اساس مطالعات لوبلینر^۵ و همکاران و لی^۶ و فنوس^۷ فرمول‌بندی شده است. این مدل رفتاری برای حالت‌هایی که بتن و سایر مصالح شبه‌ترد در فشار همه‌جانبه اندک تحت بارگذاری یکنواخت، پرفه‌ای و دینامیکی قرار دارند قابل کاربرد است. برای انواع مختلف المان‌ها نظیر تیر^۸، فرپا^۹، پوسته^{۱۰} و اجسام سه‌بعدی^{۱۱} می‌توان

² Concrete Smearred Cracking

³ Cracking Model for Concrete

⁴ Concrete Damage Plasticity

⁵ Lubliner

⁶ Lee

⁷ Fenves

⁸ Beam

⁹ Truss

از این مدل رفتاری استفاده کرد. مکانیزم‌های اصلی گسیختگی عبارتند از ترک‌فوردگی در کشش و فرسایش در فشار. به‌طور کلی سه دسته پارامتر برای تعریف این مدل مورد نیاز هستند که شامل پارامترهای پلاستیسیته، منحنی تنش-کرنش فشاری و کششی تک‌محوره بتن و پارامترهای فسارت در فشار و کشش است. در ادامه به توضیح هر مورد پرداخته می‌شود.

الف) پارامترهای پلاستیسیته

این دسته پارامترها شامل تابع جریان پلاستیک^{۱۰}، تابع تسلیم^{۱۱} و ویسکوزیته^{۱۴} می‌باشد.

الف-۱) تابع جریان پلاستیک

تابع جریان پلاستیک تابع هیپربولیک دراگر-پراگر^{۱۵} است. ضابطه کلی این تابع به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$G = \sqrt{(\varepsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + q^2} - p \tan \psi \quad \text{رابطه ۷-۱}$$

که در آن ε فروج از مرکزیت، ψ زاویه اتساع، σ_{t0} تنش کششی تک‌محوره در گسیختگی، p فشار هیدرواستاتیک، q تنش انحرافی میسر است. قابل ذکر است که تنش انحرافی میسر از رابطه‌ی زیر مناسبه می‌شود:

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} S \cdot S} \quad \text{رابطه ۷-۲}$$

که در آن S تانسور تنش انحرافی اصلی است.

همان‌طور که در بالا گفته شد ψ زاویه اتساع بوده که در واقع زاویه‌ی بین تنش انحرافی میسر و فشار هیدرواستاتیک در تنش محصورشدگی بالا می‌باشد. این زاویه میزان تغییرمجموع بعد از تسلیم را تعیین می‌کند و هرچه بزرگ‌تر گردد بتن شکل‌پذیرتر می‌شود.

پارامتر ε نیز پارامتر فروج از مرکزیت می‌باشد. تابع جریان پلاستیک در ابتدا محور هیدرواستاتیک را با زاویه ۹۰ درجه قطع

¹⁰ Shell

¹¹ Solid

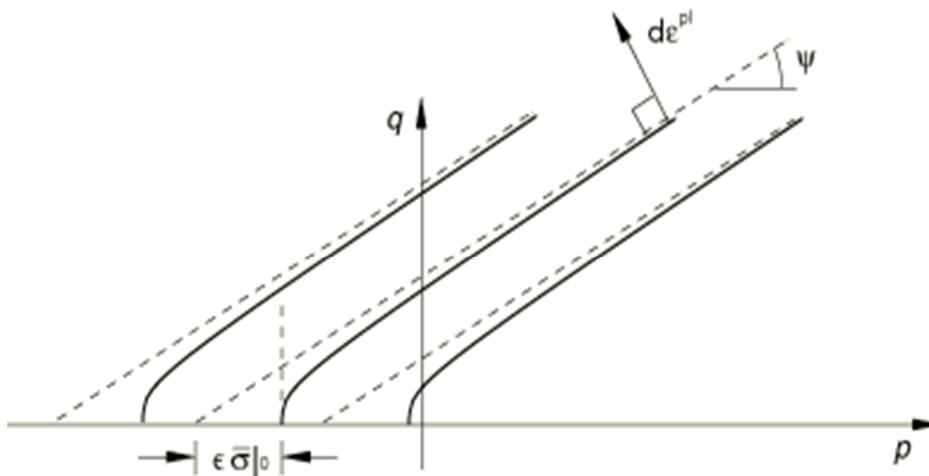
¹² Plastic Flow

¹³ Yield Function

¹⁴ Viscosity

¹⁵ Drucker-Prager

می کند و در ادامه شیب آن شروع به کاهش می کند تا به مقدار ψ برسد. بنابراین در قسمت اول این تابع به یک منحنی تبدیل خواهد شد. مشتق دوم این منحنی توسط پارامتر فروج از مرکزیت تعیین می شود. بدیهی است که اگر مقدار این پارامتر صفر در نظر گرفته شود، منحنی تبدیل به یک خط فضا خواهد شد. تغییر مقدار این پارامتر اثر پندانی روی پاسخ کلی ندارد ولی اگر بسیار کوچک در نظر گرفته شود باعث واگرایی در مراحل اولیه تحلیل خواهد شد، به خصوص در مواردی که مصالح تحت فشار همه جانبه کم قرار داشته باشند. مقدار این پارامتر طبق توصیه راهنمای نرم افزار برابر ۱۰ می باشد.



شکل ۷-۸: تابع پتانسیل جریان هیپربولیک در صفحه تنش‌های نصف‌النهاری.

الف-۲) تابع تسلیم

این تابع بر اساس تابع تسلیم لوبلینر و همکاران و تغییرات پیشنهاد شده لی و فنوس استنتاج شده است. ضابطه‌ی تابع تسلیم به صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌گردد.

$$F = \frac{1}{1-\alpha} \left[q - 3\alpha p + \beta(\varepsilon^{pl}) \times (\hat{\sigma}_{\max}) - \gamma(-\hat{\sigma}_{\max}) \right] - \sigma_c(\varepsilon^{pl}) = 0 \quad \text{رابطه‌ی ۷-۳}$$

که در آن α ، β و γ از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}\right) - 1}{2\left(\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}\right) - 1} \quad \text{رابطه‌ی ۷-۴}$$

$$\beta = \frac{\sigma_c(\varepsilon_c^{pl})}{\sigma t(\varepsilon_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad \text{رابطه ی ۵-۷}$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad \text{رابطه ی ۶-۷}$$

که پارامترهای موجود در روابط بالا به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$- \text{مداکتر تنش موجود } (\hat{\sigma}_{\max}) :$$

شکل سطح تسلیم در هر نقطه به وضعیت تنش در آن نقطه بستگی دارد. وجود این پارامتر در ضابطه سطح بار این مساله را تایید می‌کند.

$$- \text{نسبت تنش فشاری مداکتر دو محوره به تنش فشاری مداکتر یک محوره } \left(\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}} \right) :$$

مقدار این پارامتر بین ۱/۱۲ تا ۱/۱۶ متغیر است. هرچه این مقدار بیشتر باشد نمونه رفتار سفت‌تری را از خود نشان می‌دهد. مقدار این پارامتر طبق توصیه‌ی راهنمای نرم‌افزار برابر ۱/۱۶ می‌باشد.

- نسبت ثابت دوم تانسور تنش روی نصف‌النهار کششی به مقدار ثابت دوم تانسور تنش روی نصف‌النهار فشاری (K_c) این پارامتر تعیین‌کننده شکل مقطع عرضی سطح تسلیم می‌باشد. مقدار آن طبق توصیه‌ی راهنمای نرم‌افزار در بازه ۰.۵ تا ۱ تغییر می‌کند. اگر $K_c = 1$ در نظر گرفته شود، شکل مقطع عرضی سطح تسلیم به شکل دایره خواهد بود. مقدار این پارامتر مطابق پیشنهاد راهنمای نرم‌افزار برابر ۰.۶۷۷ می‌باشد.

ترک‌فوردهی (ε_t^{ck}) و پارامتر فسارت کششی (d_t) می‌باشد. کرنش ترک‌فوردهی طبق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{ot}^{el} \quad \text{رابطه‌ی ۷-۷}$$

که در آن $\varepsilon_{ot}^{el} = \sigma_t / E_0$ کرنش الاستیک مرتبط با مصالح غیر آسیب دیده در کشش و ε_t کرنش کل کششی می‌باشد.

آبکوس جهت بررسی صحت منمنی فسارت از کرنش پلاستیک محاسبه شده زیر استفاده می‌کند که مقدار منفی و نزولی کرنش پلاستیک کششی نشان‌دهنده‌ی منمنی نادرست فسارت بوده و منجر به ایجاد فضا قبل از انجام تجزیه و تحلیل می‌شود.

$$\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck} - \frac{d_t}{1-d_t} \frac{\sigma_t}{E_0} \quad \text{رابطه‌ی ۸-۷}$$

جهت شبیه‌سازی کامل رفتار فشاری بتن مسلح در آبکوس نیز، نیاز به وارد کردن مدول یانگ (E_0)، تنش (σ_c)، کرنش غیر الاستیک (ε_c^{in}) و پارامتر فسارت فشاری (d_c) می‌باشد. بنابراین کرنش کل طبق رابطه زیر باید به کرنش غیر الاستیک تبدیل گردد.

$$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \varepsilon_{oc}^{el} \quad \text{رابطه‌ی ۹-۷}$$

که در آن $\varepsilon_{oc}^{el} = \sigma_c / E_0$ کرنش الاستیک مرتبط با مصالح غیر آسیب‌دیده در فشار، ε_c کرنش فشاری کل می‌باشد.

در فشار نیز باید اقدامات اصلاحی انجام شود تا اطمینان حاصل شود که مقادیر کرنش پلاستیک که توسط رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود، با افزایش تنش نه منفی و نه کاهش می‌شود.

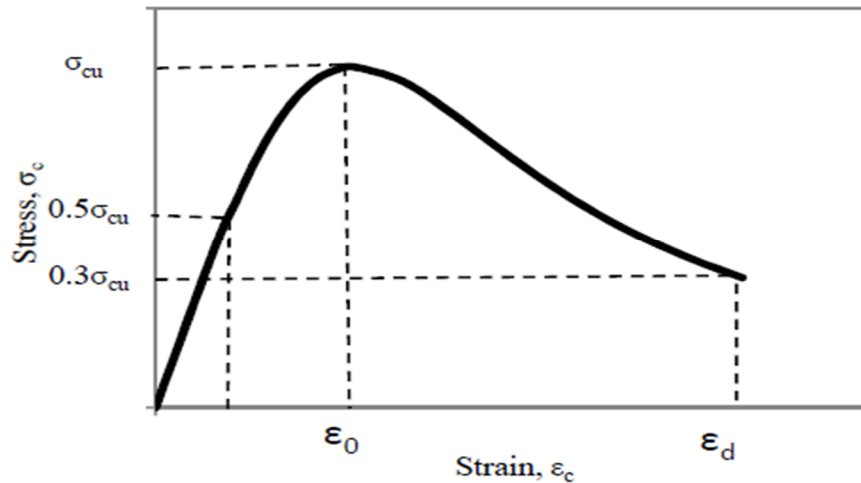
$$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c^{in} - \frac{d_c}{1-d_c} \frac{\sigma_c}{E_0} \quad \text{رابطه‌ی ۱۰-۷}$$

ب-۱) منمنی تنش-کرنش فشاری بتن

جهت مدل‌سازی صحیح رفتار کلی عضو بتن مسلح و برآورد سازوکارهای مختلف آن در تحلیل عددی، رفتارهایی که بتن در هنگام بارگذاری از خود نشان می‌دهد با به کار بستن مدل‌های رفتاری مناسب در مدل عددی در نظر گرفته می‌شود. در زیر به معرفی چند مورد از مدل‌های رفتاری بتنی در فشار می‌پردازیم.

مدل رفتاری زیر بر اساس کارهای آزمایشگاهی و مطالعات عددی اصلاح شده برای بتن تا مقاومت ۶۲ مگاپاسکال استخراج

گردیده است.



شکل ۷-۱۰: رابطه تنش کرنش فشاری.

این مدل می‌تواند در قسمت نزولی منحنی تنش کرنش بتن تحت فشار تک محوره تا $0.3\sigma_{cu}$ توسعه داشته باشد. در این مدل فرض گردیده است که تا ۵۰ درصد مقاومت فشاری نهایی رابطه ی تنش کرنش خطی باشد. از رابطه ی سو^{۱۶} برای مناسبی رابطه ی تنش فشاری بتن از نقطه ی تسلیم از $(0.5\sigma_{cu})$ تا نقطه ی $(0.3\sigma_{cu})$ در قسمت نزولی نمودار استفاده گردیده است.

$$\sigma_c = \left(\frac{\beta \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)}{\beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^\beta} \right) \sigma_{cu} \quad \text{رابطه ی ۷-۱۱}$$

که در آن β بستگی به شکل نمودار تنش کرنش داشته که طبق رابطه و کرنش در پیک تنش براساس رابطه ی ۱۲ مناسبی می‌گردد.

$$\beta = \frac{1}{1 - \left[\frac{\sigma_{cu}}{\varepsilon_0 E_0} \right]} \quad \text{رابطه ی ۷-۱۲}$$

¹⁶ Hsu

$$\varepsilon_0 = 8.9 \times 10^{-5} \sigma_{cu} + 2.114 \times 10^{-3} \quad \text{رابطه ۷-۱۳}$$

همچنین مدول الاستیسیته تانژانتی اولیه از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$E_0 = 1.243 \times 10^2 \sigma_{cu} + 3.28312 \times 10^{-3} \quad \text{رابطه ۷-۱۴}$$

در روابط بالا σ_c ، σ_{cu} و E_0 دارای واحد kip/in^2 می‌باشند.

رابطه تنش کرنش ارائه شده توسط هاگنستاد^{۱۷} دارای یک بخش صعودی سهموی شکل و یک شانه‌ی نزولی فطی پس از نقطه‌ی پیک تنش می‌باشد. شیب شانه‌ی نزولی نمودار به منظور ارائه بهترین مورد آماری بین تنش محاسبه شده و مشاهده شده در ۱۲۰ مورد آزمایشگاهی انتخاب شد. این رابطه به صورت زیر بیان شده است:

$$f_c = k_3 f_c' \left[\frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \rightarrow \varepsilon_c < \varepsilon_0 \quad \text{رابطه ۷-۱۵}$$

$$f_c = k_3 f_c' - \left[0.1275 f_c' \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_u - \varepsilon_0} \right) \right] \rightarrow \varepsilon_0 < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} \quad \text{رابطه ۷-۱۶}$$

که در آن f_c تنش، k_3 نسبت حداکثر تنش به مقاومت استوانه‌ای که پیشنهاد می‌شود ۰٫۸۵ در نظر گرفته شود. f_c' مقاومت استوانه‌ای فشاری بتن، همچنین ε_0 کرنش متناظر با پیک تنش و ε_u کرنش نهایی بوده که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\varepsilon_0 = \frac{2k_3 f_c' (psi)}{E_c (psi)} \quad \text{رابطه ۷-۱۷}$$

$$\varepsilon_u = 0.0038 \quad \text{رابطه ۷-۱۸}$$

مدول الاستیسیته می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود:

$$E_c (psi) = 1800000 + 460 f_c' (psi) \quad \text{رابطه ۷-۱۹}$$

رابطه ارائه شده توسط کاربرا و چو یک فرم عمومی از منحنی ماریچچ بوده که به شرح زیر بیان می‌شود:

¹⁷ Eivind Hognestad

$$f_c = f'_c \left[\frac{\beta \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)}{\beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^\beta} \right] \quad \text{رابطه ۷-۲۰}$$

که در آن f'_c تنش، f'_c مقاومت استوانه‌ای فشاری بتن، همپنین ε_0 کرنش متناظر با پیک تنش و β پارامتر مصالح که بستگی به شکل نمودار تنش کرنش دارد. ε_0 و β طبق روابط زیر محاسبه می‌گردند.

$$\varepsilon_0 = (4.88 f'_c (ksi) + 168) \times 10^{-3} \quad \text{رابطه ۷-۲۱}$$

$$\beta = \frac{1}{1 - \left(f'_c / (\varepsilon_0 E_c) \right)} \quad \text{رابطه ۷-۲۲}$$

مدول الاستیسیته بتن توسط رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$E_c = 33 w^{1.5} \sqrt{f'_c (psi)} \quad \text{رابطه ۷-۲۳}$$

که در آن w وزن واحد بتن به lb / ft^3 می‌باشد.

وانگ و همکاران در طی مقاله‌ای به بررسی دو نمونه دیوار بازشو منظم پرداختند که در این تمقیق قانون رفتاری بتن مطابق شکل و فرمول‌بندی زیر بر اساس تمقیقات وکیو و کالین برای المان‌های کششی و فشاری قطری تهیه شده است که روابط تنش و کرنش در دو بخش منمنی مطابق معادلات زیر می‌باشند.

$$\varepsilon_d \leq \frac{\varepsilon_0}{\lambda} \quad \text{شانه صعودی:}$$

$$\sigma_d = f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0} - \lambda \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0} \right)^2 \right) \right] \quad \text{رابطه ۷-۲۴}$$

$$\varepsilon_d \geq \frac{\varepsilon_0}{\lambda} \quad \text{شانه نزولی:}$$

$$\sigma_d = \frac{f'_c}{\lambda} \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\lambda}}{2 - \frac{1}{\lambda}} \right)^2 \right] \quad \text{رابطه ۷-۲۵}$$

که در آن ε_0 کرنش متناظر با ماکزیم تنش فشاری است که برابر 0.002 فرض شده است. λ یک پارامتر ثابت بوده که در

دیوارهای بدون بازشو از رابطی زیر بدست می‌آید.

$$\lambda = \frac{1}{\cos \alpha}$$

رابطی ۷-۲۶

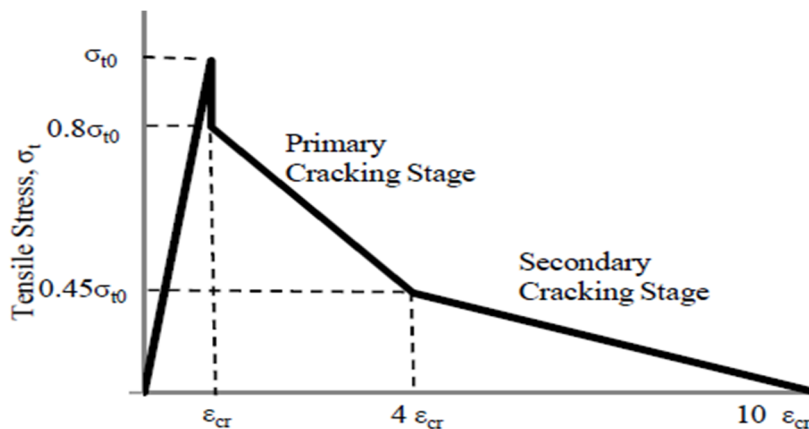
که در آن زاویه α بر اساس خسارت‌های مشاهده شده برابر ۴۵ درجه فرض شده است.

ب-۲) منحنی تنش کرنش کششی بتن

در ادبیات فنی تعداد زیادی مدل رفتاری بتن در کشش ارائه شده است که در ادامه به بیان چند مورد از آنها می‌پردازیم.

مدل سفت شدگی کششی نایال^{۱۸} و راشید^{۱۹} از مدل‌های موجود در ادبیات فنی است که در شکل ۷-۱۱ نشان داده شده

است.



شکل ۷-۱۱: مدل سفت‌شدگی نایال و راشید.

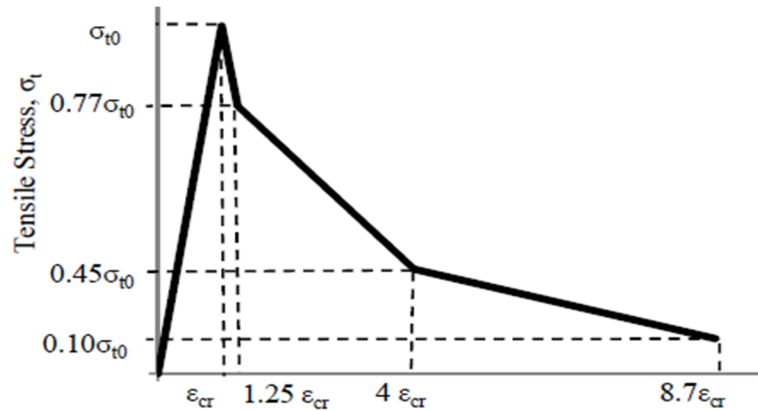
همان‌طور که در شکل ۷-۱۱ مشاهده می‌شود، در کرنش کششی بحرانی، افت تنش کششی ماکزیمم دیده می‌شود.

واهالاستری^{۲۰} و همکاران جهت جلوگیری از فطای زمانی، این مدل رفتاری را به صورت شکل ۷-۱۲ اصلاح کردند.

¹⁸ Nayal

¹⁹ Rasheed

²⁰ Wahalathantri



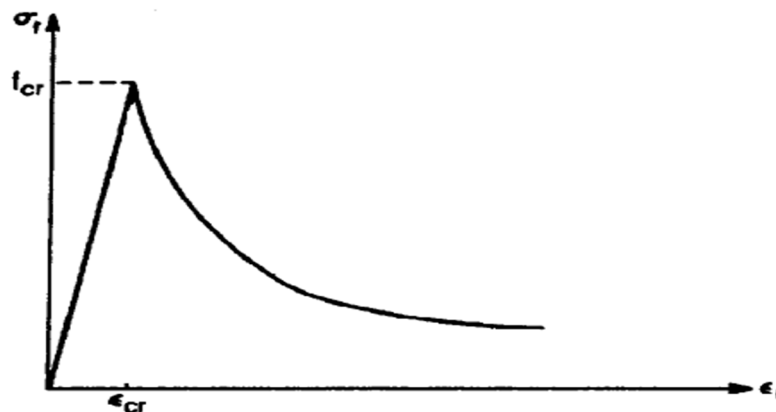
شکل ۷-۱۲: مدل سفت‌شدگی اصلاح شده.

بلاژی و همکاران با ارائه‌ی مقاله‌ای بر اساس هفده آزمون بر روی پانلهای بتن مسلح تحت تنش تک محوره که در آن آرماتورهای طولی در امتداد تنش قرار گرفته بودند، رابطه‌ی تنش کرنش متوسط بتن در کشش را استخراج کردند.

$$\sigma_r = E_c \varepsilon_r \rightarrow \varepsilon_r \leq \varepsilon_{cr} \quad \text{رابطه‌ی ۷-۲۷}$$

$$\sigma_r = f_{cr} \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_r} \right)^{0.4} \rightarrow \varepsilon_r > \varepsilon_{cr} \quad \text{رابطه‌ی ۷-۲۸}$$

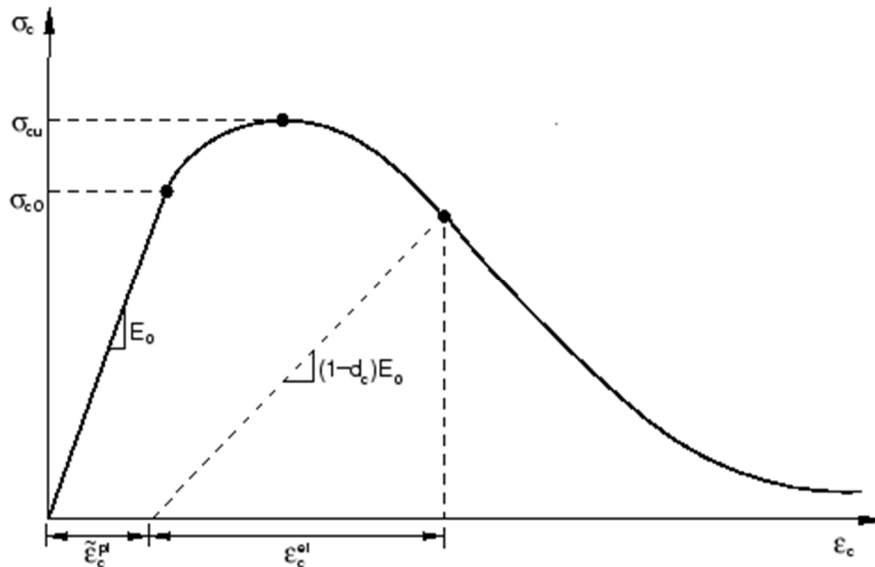
که در آن مدول الاستیسیته بتن برابر است با $E_c = 3900 \sqrt{f'_c} (Mpa)$ ، مقاومت کششی بتن برابر است با $f_{cr} = 0.31 \sqrt{f'_c} (Mpa)$ و ε_{cr} کرنش کششی متوسط که در آن بتن شروع به ترک خوردگی می‌کند و برابر 0.00008 داده شده است. معادلات بالا شکل ۷-۱۳ را بیان می‌کند.



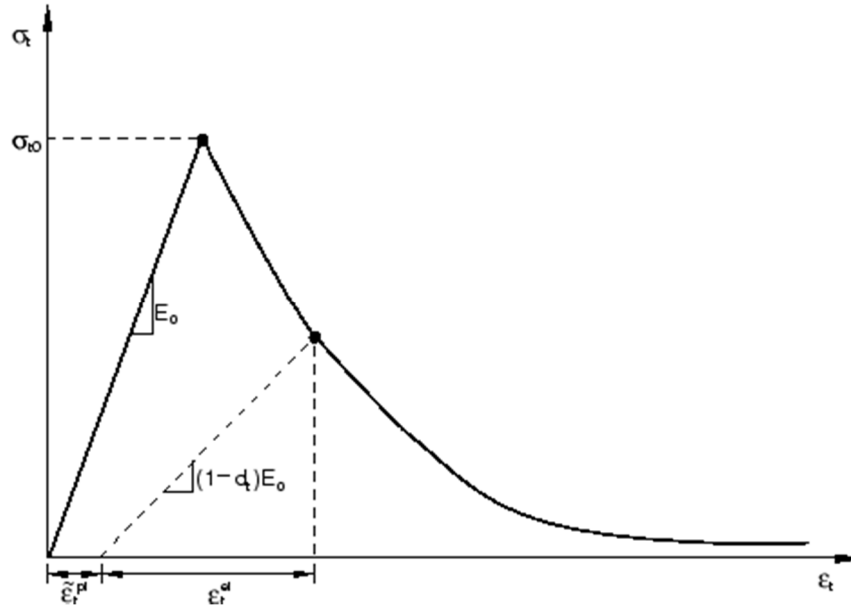
شکل ۷-۱۳: منحنی تنش کرنش کششی بتن.

ج) پارامترهای آسیب در فشار و کشش

منمنی ایده آل تنش کرنش بتن در فشار مطابق شکل ۷-۱۴ می‌باشد. مطابق شکل شیب منمنی تا رسیدن به تنش تسلیم اولیه (σ_{c0})، برابر با همان مدول الاستیسیته اولیه (E_0) است. هنگامی که بتن از هر نقطه بر روی شانه نرم‌شونده کرنش در منمنی تنش کرنش باربرداری می‌شود، شیب منمنی باربرداری به دلیل ترک‌فوردگی و فردشدگی در بتن (E_0) نخواهد بود بلکه مقداری کمتر از مقدار اولیه خواهد داشت. برای بیان کاهش سختی بتن در هنگام باربرداری فشاری از پارامتری تمت عنوان پارامتر کاهش سختی d_c استفاده می‌شود. در این شرایط شیب منمنی باربرداری از ضرب $1-d_c$ در مدول الاستیسیته اولیه بدست می‌آید. d_c می‌تواند مقادیری بین یک معرف محیط کاملاً آسیب دیده و صفر معرف محیط کاملاً سالم داشته باشد. معمولاً برای پیشگیری از ناپایداری‌های عددی مقدار آن بیش از ۰٫۹ انتخاب نمی‌شود. با توجه به شکل می‌توان گفت که تعاریف مشابهی در مورد کشش وجود دارد با این تفاوت که در رفتار کششی منمنی تنش کرنش تا نقطه اوج تنش به صورت قطعی است و پس از آن یک برفش نرم‌شونده که در مصالحی مانند بتن به یک فضا راست نزدیک است، مشاهده می‌شود.



شکل ۷-۱۴: منمنی ایده آل تنش کرنش فشاری بتن.



شکل ۷-۱۵: منحنی ایده آل تنش کرنش کششی بتن.

جهت تعیین پارامترهای آسیب در فشار و کشش، در ادبیات فنی موارد مختلفی ارائه گشته است که در زیر به صورت خلاصه به بیان هر یک از آنها می‌پردازیم.

پاولوویک^{۲۱} و همکاران بیان کردند که قوانین تخمین پارامترهای فسارت در فشار و کشش با مقایسه‌ی منحنی تنش-کرنش بتن آسیب دیده و بتن فاقد فسارت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{f_c} \quad \text{رابطه‌ی ۷-۲۹}$$

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_t}{f_t} \quad \text{رابطه‌ی ۷-۳۰}$$

که در آن σ_c تنش فشاری، f_c مقاومت فشاری متوسط بتن، σ_t تنش کششی و f_t مقاومت کششی متوسط بتن می‌باشد.

بیرتل^{۲۲} و مارک^{۲۳} معتقد هستند که تخمین پارامترهای آسیب فشاری و کششی به کرنش‌های پلاستیک متناظر مرتبط

²¹ Pavlovic

²² Birtel

²³ Mark

می‌باشد که از روابط زیر مناسبه می‌گردند:

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_c^{-1}}{\varepsilon_c^{pl} (1/b_c - 1) + \sigma_c E_c^{-1}} \quad \text{رابطه ۷-۳۱}$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t E_c^{-1}}{\varepsilon_t^{pl} (1/b_c - 1) + \sigma_t E_c^{-1}} \quad \text{رابطه ۷-۳۲}$$

که در آن E_c مدول الاستیسیته بتن، σ_c تنش فشاری بتن، σ_t تنش کششی بتن، ε_c^{pl} کرنش پلاستیک فشاری بتن، ε_t^{pl} کرنش پلاستیک کششی بتن و b_c و b_t پارامترهای ثابت که دارای مقدار ۰٫۷ در فشار و مقدار ۰٫۱ در کشش می‌باشند. ونگ و همکاران نیز جهت مناسبه پارامتر فسارت بتن در فشار و کشش فرمول زیر را ارائه دادند:

$$d_k = \frac{(1-\beta)\varepsilon^{in} E_0}{\sigma_k + (1-\beta)\varepsilon^{in} E_0} \quad \text{رابطه ۷-۳۳}$$

$$\beta = \frac{\varepsilon^{pl}}{\varepsilon^{in}} \quad \text{رابطه ۷-۳۴}$$

$$S^{in} = S = \sigma_k E_0^{-1} \quad \text{رابطه ۷-۳۵}$$

که در آن d_k بیانگر پارامترهای فسارت بتن، σ_k تنش بتن، β نسبت کرنش پلاستیک به کرنش غیر الاستیک، ε^{in} کرنش غیر الاستیک، ε^{pl} کرنش پلاستیک بتن می‌باشد. واهلامنتری و همکاران پارامتر فسارت فشاری بتن را نسبت کرنش غیر الاستیک به کرنش کل و پارامتر فسارت کششی بتن را نسبت کرنش ترک‌خوردگی به کرنش کل تعریف کردند.

$$d_c = \frac{\varepsilon_0^{in}}{\varepsilon_0} \quad \text{رابطه ۷-۳۶}$$

$$d_t = \frac{\varepsilon_0^{ck}}{\varepsilon_0} \quad \text{رابطه ۷-۳۷}$$

در ادامه خصوصیات رفتاری بتن برای مدل‌سازی ارائه شده است. با توجه به مباحث مطرح شده برای بیان رفتار بتن شش بخش وجود خواهد داشت که رفتار الاستیک، رفتار پلاستیک در فشار و کشش و همچنین پارامترهای آسیب برای فشاری و کشش را شامل خواهد شد.

جدول ۷-۱: خصوصیات رفتاری بتن بر مبنای مدل CDP

Elastic	
E=20 GPa	v=0.25

Dilation Angle	Eccentricity	fb0/fc0	K	Viscosity Parameter
20	0.1	1.16	1	0.001

Compressive Behavior	
Yield Stress (N/m^2)	Inelastic Strain
8622572.489	0
13730599.34	0.000323693
16411059.32	0.000691665
17714344.5	0.001127471
18263787.33	0.001600408
18400000	0.002093699
18308446.16	0.002598209
18091950.17	0.003108872
17808784.56	0.00362282
17492613.82	0.004138393
17163147.76	0.004654621
16831986.28	0.005170932
16188814.38	0.006202612
15882785.77	0.006717686
15588837.94	0.007232164
15307305.3	0.007746031
15038110.13	0.008259291
14780927.83	0.008771958
14535291.79	0.009284057
14300660.27	0.009795614
14076458.9	0.010306657
13862107.54	0.010817215
13657036.9	0.011327316
13460698.53	0.011836987
13272570.46	0.012346253
13092160.02	0.012855139
12919004.76	0.013363668
12752672.33	0.013871861
12592759.55	0.014379738
12438891.02	0.014887316

Compression Damage	
Damage Parameter	Inelastic Strain
0	0
0	0.000323693
0	0.000691665
0	0.001127471
0	0.001600408
0	0.002093699
0.004975752	0.002598209
0.016741839	0.003108872
0.032131274	0.00362282
0.049314466	0.004138393
0.067220231	0.004654621
0.085218137	0.005170932
0.120173131	0.006202612
0.136805121	0.006717686
0.152780547	0.007232164
0.168081234	0.007746031
0.182711406	0.008259291
0.196688705	0.008771958
0.21003849	0.009284057
0.222790203	0.009795614
0.23497506	0.010306657
0.24662459	0.010817215
0.257769734	0.011327316
0.268440297	0.011836987
0.278664649	0.012346253
0.288469564	0.012855139
0.297880176	0.013363668
0.306919982	0.013871861
0.315610894	0.014379738
0.323973314	0.014887316

12290717.64	0.015394615
12147914.86	0.015901649
12010181.02	0.016408433
11877235.73	0.016914981
11748818.21	0.017421306
11624685.85	0.01792742
11504612.75	0.018433335
11388388.47	0.018939059
11275816.77	0.019444604
11166714.53	0.019949978
11060910.68	0.020455189
10958245.32	0.020960246
10858568.8	0.021465156
10761740.96	0.021969925
10667630.41	0.022474561
10576113.85	0.022979068
10487075.49	0.023483454
10400406.46	0.023987723
10316004.35	0.02449188
10233772.68	0.024995931
10153620.54	0.025499879
10075462.17	0.026003728
9999216.584	0.026507484

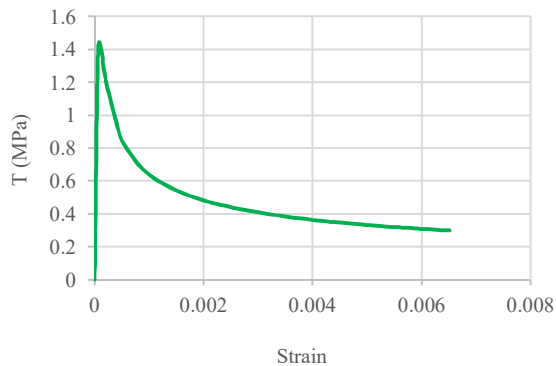
0.332026215	0.015394615
0.339787236	0.015901649
0.34727277	0.016408433
0.354498058	0.016914981
0.361477271	0.017421306
0.368223595	0.01792742
0.374749307	0.018433335
0.381065844	0.018939059
0.387183871	0.019444604
0.393113341	0.019949978
0.39886355	0.020455189
0.404443189	0.020960246
0.409860392	0.021465156
0.415122774	0.021969925
0.420237478	0.022474561
0.425211204	0.022979068
0.430050245	0.023483454
0.434760518	0.023987723
0.43934759	0.02449188
0.443816702	0.024995931
0.448172797	0.025499879
0.452420534	0.026003728
0.456564316	0.026507484

Tensile Behavior	
Yield Stress (N/m^2)	Cracking Strain
1417724.497	0
1205467.039	0.000138
879399.608	0.000391
814268.899	0.000486
692359.003	0.000756
617100.43	0.00102
564406.288	0.00129
524710.005	0.00155
493333.525	0.00182
467674.672	0.00208
456470.037	0.00222
446151.997	0.00235
436606.707	0.00248
427739.981	0.00261
419473.11	0.00274

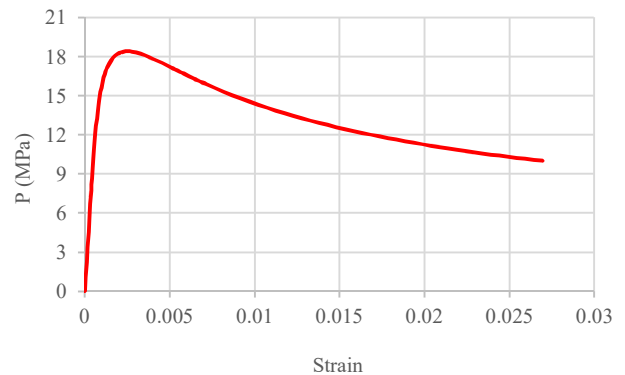
Tension Damage	
Damage Parameter	Cracking Strain
0	0
0.15	0.000138
0.38	0.000391
0.426	0.000486
0.512	0.000756
0.565	0.00102
0.602	0.00129
0.63	0.00155
0.652	0.00182
0.67	0.00208
0.678	0.00222
0.685	0.00235
0.692	0.00248
0.698	0.00261
0.704	0.00274

411739.726	0.00288
404483.406	0.00301
397655.824	0.00314
391215.308	0.00327
385125.703	0.0034
379355.459	0.00354
373876.898	0.00367
368665.625	0.0038
363700.034	0.00393
358960.917	0.00406
354431.124	0.00419
350095.29	0.00433
345939.598	0.00446
341951.589	0.00459
338119.987	0.00472
334434.563	0.00485
330886.01	0.00499
327465.839	0.00512
324166.287	0.00525
320980.243	0.00538
317901.171	0.00551
314923.059	0.00564
312040.362	0.00578
309247.956	0.00591
306541.1	0.00604
303915.395	0.00617
301366.76	0.0063
298891.395	0.00644

0.71	0.00288
0.715	0.00301
0.72	0.00314
0.724	0.00327
0.728	0.0034
0.732	0.00354
0.736	0.00367
0.74	0.0038
0.743	0.00393
0.747	0.00406
0.75	0.00419
0.753	0.00433
0.756	0.00446
0.759	0.00459
0.762	0.00472
0.764	0.00485
0.767	0.00499
0.769	0.00512
0.771	0.00525
0.774	0.00538
0.776	0.00551
0.778	0.00564
0.78	0.00578
0.782	0.00591
0.784	0.00604
0.786	0.00617
0.787	0.0063
0.789	0.00644



ب



الف

شکل ۷-۱۶: تنش-کرنش بتن: الف) در فشار ب) در کشش

***مشخصات رفتاری میلگرد**

مشخصات مکانیکی فولاد A-III تولید شده در ایران براساس استاندارد روسی در جدول زیر ارائه شده است.

جدول ۷-۲: مشخصات رفتاری میلگردهای فولادی

E (GPa)	ν	F_y (MPa)	F_u (MPa)	ϵ_u
210	0.33	400	600	0.14

***فایل‌های همراه**

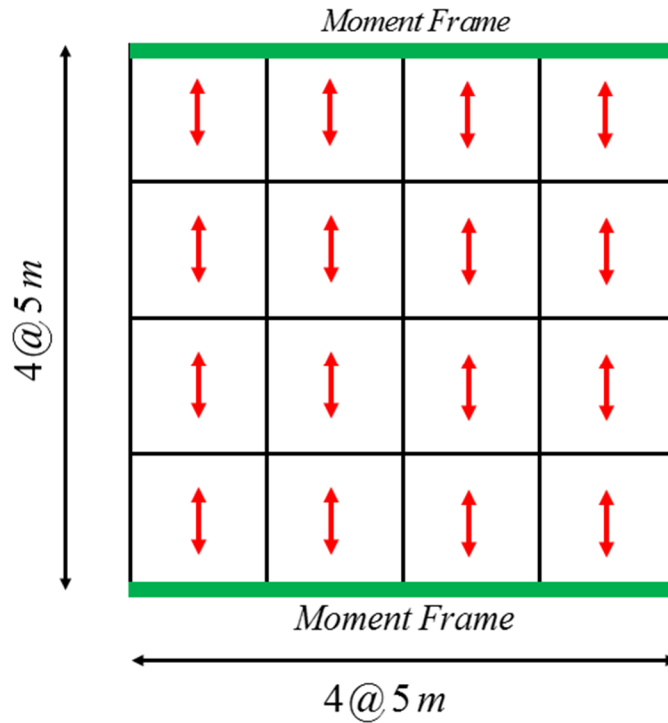
الف) فایل اکسل با عنوان Concrete

جلسه هشتم

در تحلیل‌های متعارف تنها تمرکز بر Super.St بوده و سازه به صورت یک سیستم چند درجه آزادی در نظر گرفته خواهد شد. در حالی که نتایج نشان داده است که مدل‌سازی Sub.St (فاک و جسم پی) می‌تواند تأثیر قابل توجهی داشته باشد. تغییرشکل‌های به وجود آمده در Sub.St بخشی مربوط به جسم پی و بخشی مربوط به فاک زیر آن می‌باشد. در حالتی که تغییرشکل جسم پی ناچیز باشد، می‌توان آن را صلب در نظر گرفته و از مدل‌سازی آن صرف نظر کرد. در شرایطی که هدف بررسی پدیده‌های Sliding و Rocking می‌باشد، مدل‌سازی جسم پی حائز اهمیت می‌باشد.

اولین تفاوت در مدل‌سازی Sub.St آن است که دیگر پایه‌ی سازه Fix نبوده و سفتی آن بی‌نهایت نمی‌باشد. بنابراین پیوند سازه می‌بایست با این شرایط بدست آید. از طرف دیگر هنگامی که موج ناشی از زلزله به سازه برخورد می‌کند، بخشی از انرژی جنبشی سازه توسط میرایی تشنجی به فاک باز می‌گردد. همچنین هنگامی که موج زلزله در لایه‌های متفاوت فاک حرکت کرده و به سازه می‌رسد، به دلیل رفتار غیرخطی فاک بخشی از انرژی مستهلک و میرا خواهد شد. طیف‌ها و شتاب نگاشت‌ها از سطح آزاد زمین (Free Field) برداشت خواهند شد. ذرات فاک در سطح آزاد زمین می‌توانند به صورت آزادانه تحت موج زلزله حرکت کنند. در حالی که در ممل پی به دلیل مقید شدن فاک متصل به آن، دانه‌های فاک نمی‌توانند به صورت آزادانه و مستقل از هم حرکت داشته باشند و حرکت آن‌ها به صورت نوعی متوسط‌گیری می‌باشد که به آن عملکرد کینماتیک می‌گویند. این پدیده در کاهش اثر زلزله بر سازه بسیار موثر می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در صورت مدل‌سازی Sub.St، بخشی از تقاضا بر روی Super.St کاهش خواهد یافت.

در این جلسه به بررسی رفتار قاب خمشی متوسط تحت زلزله کوبه پرداخته خواهد شد. برای این منظور یکبار شتاب زلزله به انتهای ستون‌ها وارد شده و در حالت بعدی پس از قرارگیری قاب خمشی بر روی مدل فاک، شتاب زمین به محیط فاک اعمال خواهد شد. قاب خمشی متوسط فولادی سه طبقه (شکل‌پذیری متوسط) با پلان منظم و در ۴ دهانه ۵ متری در جهت x و y بوده و بر طبق مبمات دهم مقررات ملی ساختمان ویرایش ۹۲ طراحی شده است. ارتفاع طبقات یکسان فرض شده و برابر ۳ متر می‌باشد. در شکل زیر پلان سازه و نمای قاب خمشی نشان داده شده است.



الف

$4 \times 5 m$	IPE220 Box 200 × 8	IPE220 Box 200 × 10	IPE220 Box 200 × 10	IPE220 Box 200 × 10	Box 200 × 8 Box 200 × 10 Box 250 × 12
	IPE240 Box 200 × 10	IPE240 Box 200 × 12	IPE240 Box 200 × 12	IPE240 Box 200 × 12	Box 200 × 10 Box 250 × 12
	IPE270 Box 250 × 12	IPE270 Box 250 × 12	IPE270 Box 250 × 12	IPE270 Box 250 × 12	Box 250 × 12
	$4 \times 5 m$				

ب

شکل ۸-۱: مشفصات هندسی سازه الف) پلان؛ ب) قاب فمشی متوسط

جدول ۸-۱: مشخصات هندسی پروفیل‌ها

Profile	h (mm)	b (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)
IPE 270	270	135	10.2	6.6
IPE 240	240	120	9.8	6.2
IPE 220	220	110	9.2	5.9
Box 250×12	250	250	12	12
Box 200×12	200	200	12	12
Box 200×10	200	200	10	10
Box 200×8	200	200	8	8

*مدل رفتاری فولاد قاب خمشی و خاک

فولاد استفاده شده در اعضای سازه از نوع ST37 می‌باشد که مشخصات آن به صورت زیر است:

$$\rho_s = 7850 \frac{kg}{m^3}, \quad E_s = 200GPa, \quad \nu_s = 0.3, \quad F_y = 240 MPa, \quad F_u = 370 MPa, \quad \varepsilon_u^{pl} = 20\%$$

مدل‌های رفتاری بسیار متنوعی برای شبیه‌سازی رفتار غیرخطی خاک تاکنون ارائه شده است. مدل رفتاری موهب کلومب و مدل رفتاری کلاهدک پلاستیک از جمله این موارد می‌باشند. به منظور تعریف خاک زیر سازه از مدل رفتاری موهب-کلومب استفاده خواهد شد. در این مدل سطح تسلیم ترکیبی از دو معیار می‌باشد که معیار نخست بر مبنای تسلیم برشی است. تسلیم زمانی حاصل خواهد شد که خط ظرفیت تنش برشی که تابعی از تنش فشاری محوری است $(\tau = c - \sigma \tan \varphi)$ ، دایره موهب را قطع کند. تنش محوری و تنش برشی در لمذهی تسلیم از روابط زیر بدست خواهد آمد (فرض بر آن است که تنش فشاری منفی باشد):

$$\tau = s \cos \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos \varphi$$

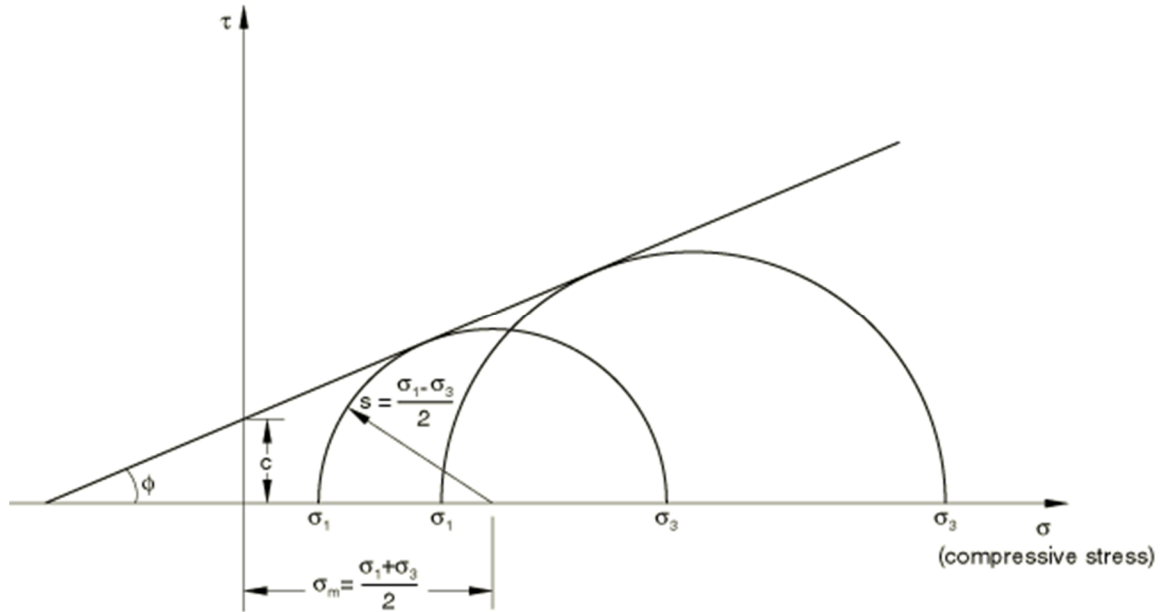
$$\sigma = \sigma_m + s \sin \varphi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin \varphi$$

با جایگذاری عبارات فوق در خط تسلیم داریم:

$$\tau = c - \sigma \tan \varphi \quad \Rightarrow \quad s \cos \varphi = c - (\sigma_m + s \sin \varphi) \tan \varphi \quad \Rightarrow$$

$$s \cos^2 \varphi = c \cos \varphi - \sigma_m \sin \varphi - s \sin^2 \varphi \quad \Rightarrow \quad s + \sigma_m \sin \varphi - c \cos \varphi = 0$$

که رابطه‌ی بدست آمده معیار تسلیم را مشخص خواهد کرد.



شکل ۸-۲: مدل فرایه موهر کلمب

برای حالت کلی سه متغیره این معیار به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$F = R_{mc} q - p \tan \varphi - c = 0$$

که در آن :

$$R_{mc}(\Theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{3} \cos \varphi} \sin \left(\Theta + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{1}{3} \cos \left(\Theta + \frac{\pi}{3} \right) \tan \varphi$$

که φ زاویه‌ی سطح تسلیم موهر-کلمب در صفحه‌ی تنش $R_{mc} q - p$ بوده (شکل ۸-۲) و معمولاً تحت عنوان زاویه‌ی

اصطکاک مواد شناخته شده است. این پارامتر می‌تواند تابعی از دما و یا متغیرهای میدانی از پیش تعیین شده باشد.

c ضریب چسبندگی ماده و Θ زاویه‌ی قطبی انحرافی بوده که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\cos(3\Theta) = \left(\frac{r}{q} \right)^3$$

تنش می باشد. $r = \left(\frac{9}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} : \mathbf{S}\right)$ سومین $q = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{S} : \mathbf{S})}$ تنش معادل مایسز می باشد. $p = -\frac{1}{3} \text{trace}(\boldsymbol{\sigma})$ تنش فشاری معادل و

تغییرناپذیر تانسور تنش انحرافی و $\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{I}$ تانسور تنش انحرافی می باشند.

سفت شونده‌گی پسبندگی ایزوتروپیک برای رفتار سفت شونده در سطح تسلیم موهر-کلمب فرض خواهد شد. منحنی سفت شونده‌گی می بایست تنش تسلیم پسبندگی را به عنوان تابعی از کرنش پلاستیک و در صورت نیاز، تابعی از دما و متغیرهای میدانی از پیش تعریف شده در نظر گیرد. در تعریف این وابستگی تنش واقعی (کوشی) و کرنش‌های لگاریتمی باید داده در نرم افزار وارد شود.

برای پتانسیل (G)، برای مشخص کردن سطح تسلیم موهر-کلمب به صورت یک تابع هایپربولیک در تنش صفحه‌ای نصف النهاری و تابع بیضوی هموار شده انتخاب می شود.

$$G = \sqrt{(\varepsilon c|_0 \tan \psi)^2 + (R_{mw} q)^2} - p \tan \psi$$

که در آن :

$$R_{mw}(\Theta, e) = \frac{4(1-e^2)\cos^2 \Theta + (2e-1)^2}{2(1-e^2)\cos \Theta + (2e-1)\sqrt{4(1-e^2)\cos^2 \Theta + 5e^2 - 4e}} R_{mc}\left(\frac{\pi}{3}, \varphi\right)$$

و :

$$R_{mc}\left(\frac{\pi}{3}, \varphi\right) = \frac{3 - \sin \varphi}{6 \cos \varphi}$$

مشخصات فاک به صورت زیر است:

$$\rho_s = 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad E_s = 20 \text{MPa}, \quad \nu_s = 0.35, \quad \varphi = 28^\circ, \quad \psi = 0.1, \quad c = 5 \text{kPa}$$

*بارگذاری و جرم لرزه‌ای طبقات

بار مرده ناشی از سقف و پارتیشن دافلی در طبقات 500 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ و 400 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ در باه نظر گرفته شده است. همچنین بار زنده وارد

بر سطح برای طبقات برابر با $200 \frac{kg}{m^2}$ و برای باه $150 \frac{kg}{m^2}$ می‌باشد. به منظور ارزیابی سازه، بارگذاری ثقلی سازه در هنگام وقوع زلزله مطابق با بارهای ضریب‌دار در حالت طراحی نمی‌باشد. زیرا در این حالت هم در فصول بارهای مرده‌ی وارده قطعیت بیش‌تری وجود دارد و هم احتمال وجود حداکثر بار زنده در لمذهی وقوع زلزله ناچیز می‌باشد. این بارگذاری بر اساس ترکیب بار ارائه شده در FEMA356، به صورت $1.1(DL + 0.25LL)$ و یا $0.9DL$ است. ضریب ۱٫۱ و ۰٫۹ به منظور لحاظ کردن مولفه‌ی قائم زلزله در مقدار بار وزن سازه هنگام وقوع زلزله می‌باشند. باتوجه به نوع تیرریزی نشان داده شده در پلان، مقدار بار نواری وارده بر هر طبقه به صورت زیر ارائه شده است.

$$q_{1,2} = 1.1(DL + 0.25LL) \times b = 1.1 \times (500 + 0.25 \times 200) \times 2.5 \times 9.806 = 14832 \frac{N}{m}$$

$$q_3 = 1.1(DL + 0.25LL) \times b = 1.1 \times (400 + 0.25 \times 150) \times 2.5 \times 9.806 = 11798 \frac{N}{m}$$

برای مناسبه جرم لرزه‌ای هر طبقه در هنگام زلزله کل بار مرده و ۲۰ درصد از بار زنده لحاظ شده است. لازم‌بذکر است که سطح

بارگیر لرزه‌ای قاب نسبت به باربری ثقلی متفاوت بوده و ۴ برابر بیش‌تر می‌باشد.

$$m_{1,2} = (DL + 0.2LL) \times A = (500 + 0.2 \times 200) \times 10 \times 20 = 108000 \text{ kg}$$

$$m_3 = (DL + 0.2LL) \times A = (400 + 0.2 \times 150) \times 10 \times 20 = 86000 \text{ kg}$$

*انواع روش‌های تحلیل

الف) روش تحلیل استاتیکی معادل

ساده‌ترین روش برای تخمین نیروهای زلزله در سازه‌هایی می‌باشد که تحت تأثیر زلزله رفتار پیچیده‌ای از خود نشان ندهند داد. بنابراین این روش در سازه‌هایی که وجود نظم در پیکربندی و محدودیت ارتفاع از خصوصیات آن باشند، معتبر است. لازم‌بذکر است که در طوا این تحلیل رفتار سازه فطی می‌باشد.

ب) روش تحلیل دینامیکی طیفی فطی

چنان‌چه سازه هر یک از شرایط نظم در ارتفاع و پلان را نداشته باشد، استفاده از تحلیل استاتیکی مجاز نبوده و می‌بایست از

تملیل‌های دینامیکی طیفی فطی استفاده گردد. برای سازه‌های نامنظم علاوه بر مد اول سازه، مدهای دیگر درصد مشارکت بالایی داشته و اثر آن‌ها می‌بایست در نظر گرفته شود.

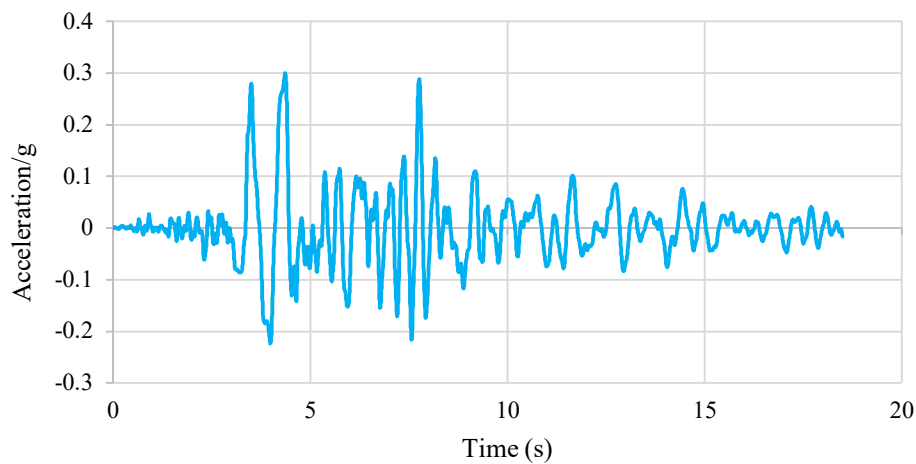
ج) روش تملیل استاتیکی غیرفطی

در این روش که به آن Push over نیز می‌گویند براساس رفتار غیرفطی سازه استوار است. این روش در صورتی مجاز می‌باشد که اثر مدهای بالاتر در واکنش سازه هائز اهمیت نباشد. در صورت عدم تمقق این امر نیازمند تملیل طیفی فطی در کنار این تملیل فوایم بود. در حقیقت در این روش دو ترم نفست از معادله‌ی دینامیکی $(M\ddot{u} + C\dot{u} + ku = F(t))$ که مرتبط با شتاب و سرعت سازه می‌باشند، مذف فواید شد.

د) روش تملیل دینامیکی تاریخچه زمانی

در این روش شتاب زمین به صورت تابعی از زمان در تراز پایه به سازه اعمال فواید شد. تعیین پاسخ سازه با این روش هم به صورت رفتار فطی و هم رفتار غیرفطی سازه امکان‌پذیر می‌باشد. تملیل تاریخچه زمانی غیرفطی دقیق‌ترین و کامل‌ترین روش بوده که روندی مساس، پرهزینه و نیازمند تجربه و مهارت بالایی می‌باشد.

در شکل زیر تاریخچه زمانی شتاب زلزله کوبه نشان داده شده است. این شتاب یک بار در پای سازه و بار دیگر در فاک اعمال فواید شد.



شکل ۸-۳: تاریخچه زمانی زلزله کوبه ژاپن

Implicit versus Explicit

Explicit only works when there is acceleration (dynamic) whereas an implicit approach can solve the dynamic and the static problem. For dynamic problems, this means that we are solving the following equation:

$$ma^n + cv^n + kd^n = f^n(t)$$

where n = time step. A common terminology is to call the kd^n part the internal force in the structure.

The basic problem is to determine the displacement at some future time or d^{n+1} , at time t^{n+1} .

In conceptual terms, the difference between Explicit and Implicit dynamic solutions can be written as:

$$\text{Explicit: } d^{n+1} = g(d^n, v^n, a^n, d^{n-1}, v^{n-1}, \dots)$$

All these terms are known at time state “ n ” and thus can be solved directly.

For implicit, the solution depends on nodal velocities and accelerations at state $n+1$, quantities which are unknown:

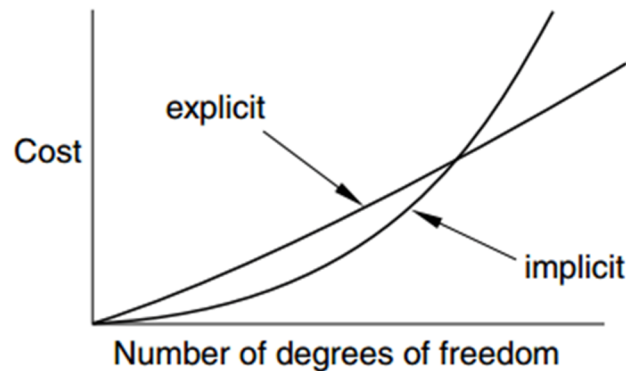
$$\text{Implicit: } d^{n+1} = g(v^{n+1}, a^{n+1}, d^n, v^n, \dots)$$

Given these unknowns, an **iterative solution at each time step is required.**

Explicit is fast since it is a direct linear algebra calculation to arrive at all quantities for the future time.

It also means that you can't jump very far ahead. you have to calculate future entities and requires a decomposition of the stiffness and mass matrices – pain in the ass and slow. But one can use large steps.

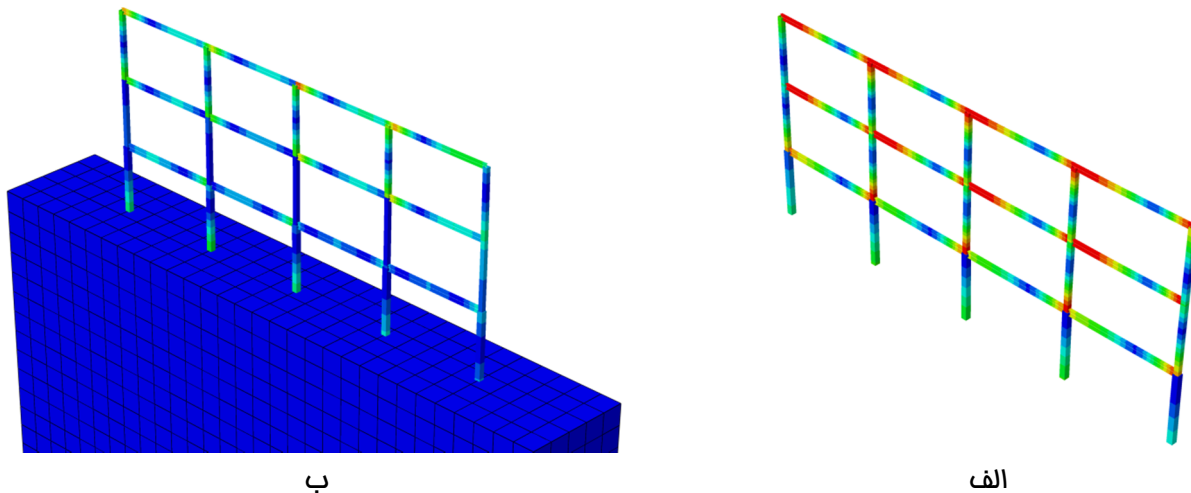
Implicit Method	Explicit Method
<ul style="list-style-type: none"> - Matrix inversion is required - Nonlinearities require equilibrium iterations (convergence Problems) - Integration time step can be large but maybe restricted by convergence issues - Efficient for most problems except where Δt needs to be very small 	<ul style="list-style-type: none"> - No matrix inversion - Can handle nonlinearities easily (no convergence issues) - Integration Time Step Δt must be Small (1e-6 second in typical) - Useful for short duration transients such as wave propagation, Shock loading and highly nonlinear problem such as forming.



شکل ۸-۴: نمودار هزینه‌ی تملیل دینامیکی نسبت به تعداد درجات آزادی سیستم

از مزایای تملیل Implicit مل پایدار مساله می‌باشد، در حالی که در تملیل Explicit در صورتی که سرعت مرکب موج در سازه از سرعت مل نرّه‌افزار بیشتر شود، قطاهای مل پدید آمده و ناپایداری در مسئله رخ می‌دهد. در مسائل دینامیکی با سرعت بالا نظیر انفجار و یا برفورده استفاده از تملیل Implicit امکان‌پذیر نبوده و همگرایی حاصل نخواهد شد. همچنین در مسائلی با برفورده و تماس‌های پیچیده به‌طور معمول تملیل Explicit (اهکار مل مساله می‌تواند باشد. در مسائلی که تغییرشکل‌های مدل به‌مدی بزرگ فواهد بود که تغییرات بنیادی در آن به‌وجود آید، لازم است از تملیل Explicit استفاده شود.

***فروچی گرافیکی نرّه‌افزار**



توزیع تنش‌های مایسز ناشی از (زلزله‌ی کوبه الف) بدون محیط فاکس، (ب) با محیط فاکس

*فایل‌های همراه

الف) فایل اکسل با عنوان Kobe

***فرمت‌های فایل در آباکوس**

cae: حاوی اطلاعات مدل و Jobهای ایجاد شده می‌باشد.

.Jnl (Journal File): شامل دستورات مدل‌سازی تا پیش از دستورات ذخیره‌سازی می‌باشد.

.Inp (Input File): فایلی که مجمی از مدل با دسترس محدود می‌باشد. در Manual نرم‌افزار به دلیل کاهش حجم فایل‌ها،

فرمت‌های inp در اختیار کاربران قرار گرفته است. برای استفاده از این فایل باید گام‌های زیر را طی کرد. در ابتدا لازم است بر

روی فایل inp کلیک نموده و اطلاعات آن را در یک فایل Notepad کپی نمود. سپس پسوند فایل notepad را از txt به inp

تغییر داد. بعد از این مرحله برای باز کردن فایل inp ابتدا نرم‌افزار را بالا آورده و مسیر طی *File → Import → Model*

خواهد شد.

.rec (Recover File): این فایل به منظور بازگرداندن اطلاعات ذخیره نشده پس از آخرین ذخیره‌سازی می‌باشد.

.odb (Output Database File): اطلاعات مربوط به نتایج حاصل از تحلیل بر روی این فایل ذخیره خواهد شد.

.lck (Output Database Lock File): در هنگام ثبت اطلاعات بر روی یک فایل odb، از ثبت هم‌زمان اطلاعات از منبع

دیگری جلوگیری خواهد کرد.

.res (Restart File): جهت ادامه دادن یک تحلیل که قبل از فاتمه یافتن متوقف شده است، از این فایل استفاده خواهد

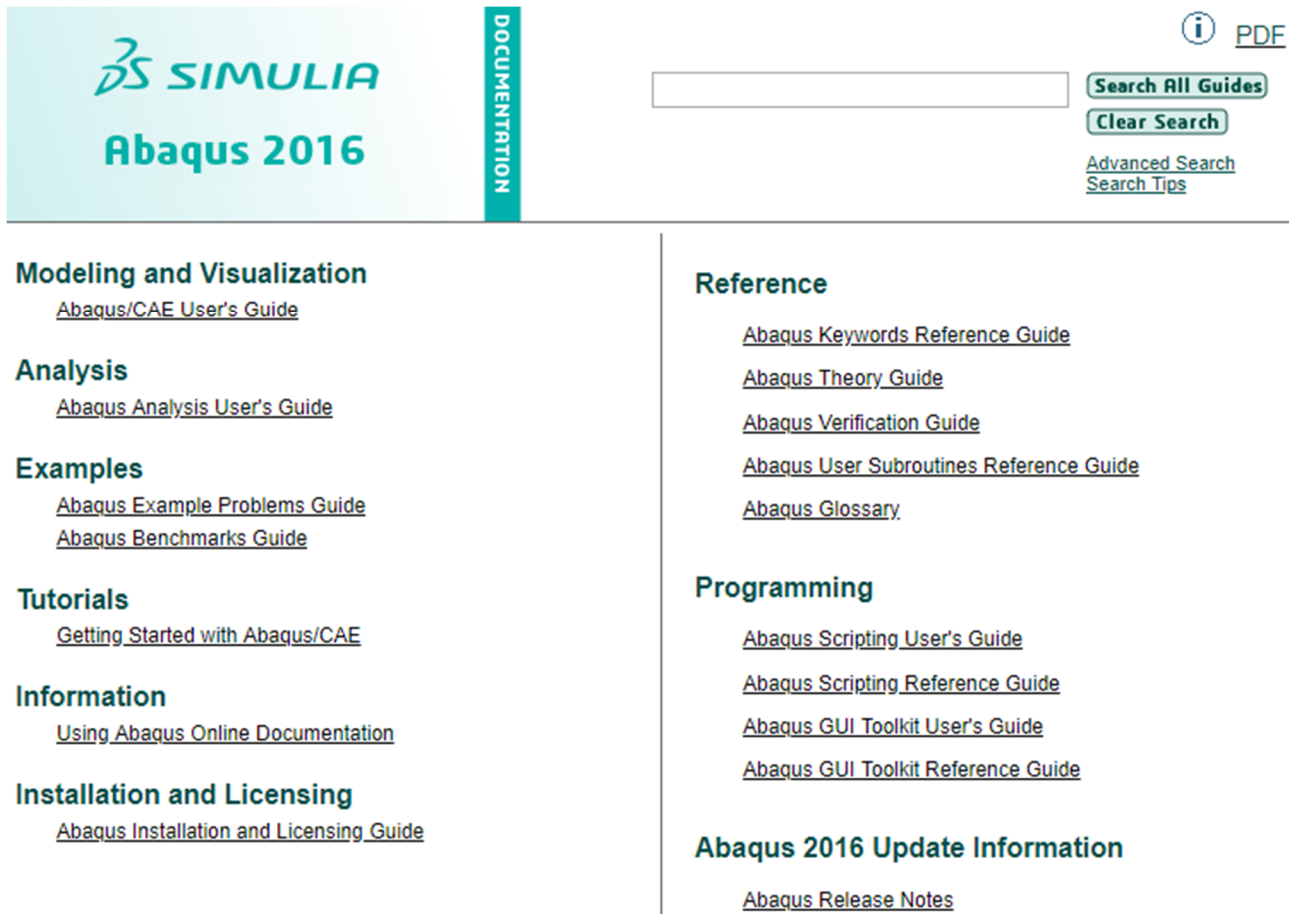
شد.

***آشنایی با Manual**

نرم‌افزار آباکوس از یک manual بسیار کامل و جامع برخوردار بوده که می‌تواند مسیر مدل‌سازی را هموارتر کند. برای

دسترسی به بخش manual آباکوس می‌توان از آدرس زیر استفاده نمود:

<http://abaqus.software.polimi.it/v2016/>



Modeling and Visualization
[Abaqus/CAE User's Guide](#)

Analysis
[Abaqus Analysis User's Guide](#)

Examples
[Abaqus Example Problems Guide](#)
[Abaqus Benchmarks Guide](#)

Tutorials
[Getting Started with Abaqus/CAE](#)

Information
[Using Abaqus Online Documentation](#)

Installation and Licensing
[Abaqus Installation and Licensing Guide](#)

Reference
[Abaqus Keywords Reference Guide](#)
[Abaqus Theory Guide](#)
[Abaqus Verification Guide](#)
[Abaqus User Subroutines Reference Guide](#)
[Abaqus Glossary](#)

Programming
[Abaqus Scripting User's Guide](#)
[Abaqus Scripting Reference Guide](#)
[Abaqus GUI Toolkit User's Guide](#)
[Abaqus GUI Toolkit Reference Guide](#)

Abaqus 2016 Update Information
[Abaqus Release Notes](#)

شکل ۹-۱: محیط manual آباکوس

Modeling and Visualization

Abaqus/CAE User's Guide: در این بخش از Manual توضیحات مفصلی از نمونه‌ی مدل‌سازی، شروع پردازش مدل، مشاهده‌ی روند پردازش و بررسی نتایج بدست آمده ارائه شده است.

Analysis

Abaqus Analysis User's Guide: این بخش از manual، پیچیده‌ترین قسمت بوده که راهنمایی در خصوص روش‌های حل مساله می‌باشد. در این قسمت انواع تئوری‌های و نظریه‌های به‌کار رفته در حل مساله ارائه شده است.

Examples

Abaqus Example Problems Guide: در این بخش انواع متفاوتی از مثال‌های انجام شده به وسیله‌ی نرم‌افزار آباکوس، با شرح مساله و فایل‌های inp در اختیار کاربران قرار گرفته است.

Abaqus Benchmarks Guide: در این بخش مسائل معیاری برای ارائه شواهدی مبنی بر صحت توانایی نرم افزار در مدل-

سازی ارائه شده است.

Tutorials

Getting Started with Abaqus/CAE: در این بخش آموزشی مقدماتی برای افرادی که مبتدی جهت آشنایی های اولیه با

نرم افزار تهیه شده است.

Information

Using Abaqus Online Documentation: دستورالعمل برای مرور، مشاهده و جستجو در آباکوس HTML و فایل های

PDF می باشد.

Installation and Licensing

Abaqus Installation and Licensing Guide: همانطور که مشخص است در این بخش به نحوه نصب نرم افزار پرداخته

شده است.

در ادامه به منظور آشنایی بیشتر با بخش Manual نرم افزار، به توضیحات ارائه شده در بخش تئوری پلاستیسیته پرداخته

خواهد شد(متن زیر کپی شده از manual نرم افزار می باشد):

Plasticity theories

Most materials of engineering interest initially respond elastically. Elastic behavior means that the deformation is fully recoverable: when the load is removed, the specimen returns to its original shape. If the load exceeds some limit (the "yield load"), the deformation is no longer fully recoverable. Some part of the deformation will remain when the load is removed, as, for example, when a paperclip is bent too much or when a billet of metal is rolled or forged in a manufacturing process. Plasticity theories model the material's mechanical response as it undergoes such nonrecoverable deformation in a ductile fashion. The theories have been developed most intensively for metals, but they are also applied to soils, concrete, rock, ice, crushable foam, and so on. These materials behave in very different ways. For example, large values of pure hydrostatic pressure cause very little inelastic deformation in metals, but quite small hydrostatic pressure values may cause a significant, nonrecoverable volume change in a soil sample. Nonetheless, the

fundamental concepts of plasticity theories are sufficiently general that models based on these concepts have been developed successfully for a wide range of materials.

Most of the plasticity models in Abaqus are “incremental” theories in which the mechanical strain rate is decomposed into an elastic part and a plastic (inelastic) part. Incremental plasticity models are usually formulated in terms of

- a *yield surface*, which generalizes the concept of “yield load” into a test function that can be used to determine if the material responds purely elastically at a particular state of stress, temperature, etc;
- a *flow rule*, which defines the inelastic deformation that occurs if the material point is no longer responding purely elastically; and
- evolution laws that define the *hardening*—the way in which the yield and/or flow definitions change as inelastic deformation occurs.

Stress and strain measures

Most materials that exhibit ductile behavior (large inelastic strains) yield at stress levels that are orders of magnitude less than the elastic modulus of the material, which implies that the relevant stress and strain measures are “true” stress (Cauchy stress) and logarithmic strain. Material data for all of these models should, therefore, be given in these measures.

If you have nominal stress-strain data for a uniaxial test and the material is isotropic, a simple conversion to true stress and logarithmic plastic strain is

$$\sigma_{\text{true}} = \sigma_{\text{nom}} (1 + \varepsilon_{\text{nom}}),$$

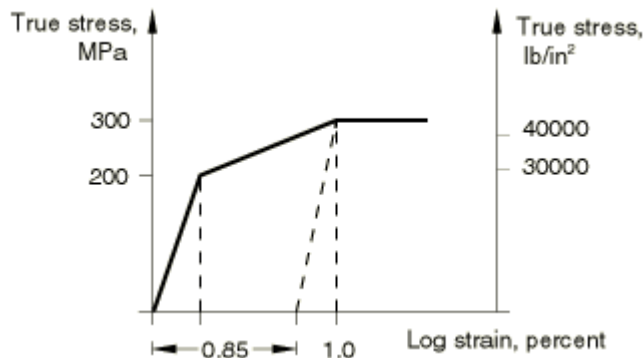
$$\varepsilon_{\text{ln}}^{\text{pl}} = \ln(1 + \varepsilon_{\text{nom}}) - \frac{\sigma_{\text{true}}}{E},$$

where E is the Young's modulus.

Example of stress-strain data input

The example below illustrates the input of material data for the classical metal plasticity model with isotropic hardening (“Classical metal plasticity,” Section 23.2.1). Stress-strain data representing the material hardening behavior are necessary to define the model. An experimental hardening curve might appear as that shown in Figure 23.1.1–1.

Figure 23.1.1–1 Experimental hardening curve.



First yield occurs at 200 MPa (29000 lb/in²). The material then hardens to 300 MPa (43511 lb/in²) at one percent strain, after which it is perfectly plastic. Assuming that the Young's modulus is 200000 MPa (29 × 10⁶ lb/in²), the plastic strain at the one percent strain point is $.01 - 300/200000 = .0085$. When the units are newtons and millimeters, the input is

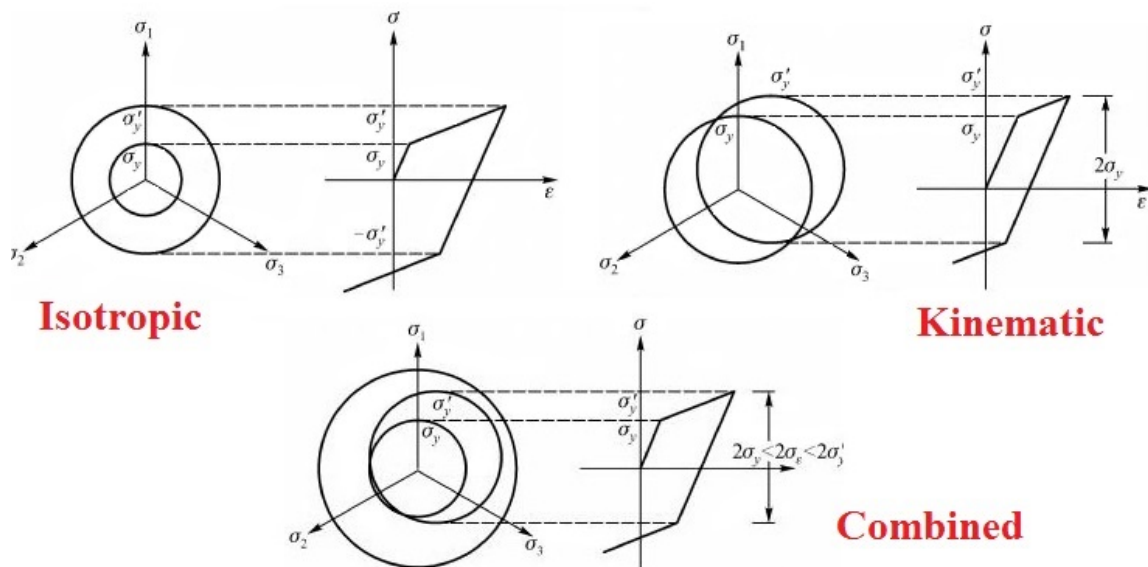
Yield Stress	Plastic Strain
200.	0.
300.	.0085

Plastic strain values, not total strain values, are used in defining the hardening behavior. Furthermore, the first data pair must correspond with the onset of plasticity (the plastic strain value must be zero in the first pair).

*انواع سفت‌شوندگی

یک از موارد بسیار مائز اهمیت در پیش‌بینی رفتار پلاستیک فلزات، سفت‌شوندگی پس از تسلیم می‌باشد. مدل‌های پلاستیک می‌تواند به صورت پلاستیک ایده‌آل (بدون سفت‌شوندگی) و یا با کار سفت‌شوندگی تعریف گردند. منظور از پلاستیک ایده‌آل آن است که میزان تنش تسلیم نسبت به تغییرات کرنش ثابت بماند. سه حالت برای بیان سفت‌شوندگی می‌توان در نظر گرفت. در سفت‌شوندگی ایزوتروپیک سطح تسلیم افزایش خواهد یافت. این مدل برای نمونه‌هایی که کشیدگی‌های بزرگ پلاستیک در آن‌ها به وجود آمده و یا در تمامی طول تملیل، کشیدگی در هر نقطه اساساً در یک جهت یکسان در فضای کرنش

قرار دارد، مناسب می‌باشد. اگرچه این مدل با عنوان سخت‌شوندگی بیان فواید شد، ولی برای تعریف نرم‌شوندگی کرنشی و یا سخت‌شوندگی به‌وجود آمده پس از نرم‌شوندگی به‌کار می‌رود. نوع دوم سخت‌شوندگی کینماتیک بوده که در آن سطح تسلیم ثابت بوده و تنها در فضای تنش‌ها جابه‌جا فواید شد. این مدل رفتاری برای اعضای که تحت بارگذاری پرفه‌ای قرار دارند، مناسب می‌باشد. نوع سوم که کامل‌ترین و دقیق‌ترین روش و تمامی موارد بالا را دربر می‌گیرد، شامل ترکیبی از سخت‌شوندگی کینماتیک (به‌صورت فطی یا غیرفطی) همراه با سخت‌شوندگی ایزوتروپیک می‌باشد. برای سخت‌شوندگی ترکیبی، هم سطح تسلیم انتقال یافته و هم اندازه‌ی آن در فضای تنش‌ها تغییر فواید کرد. در شکل ۹-۲ مفهوم هر یک از این حالات ارائه شده است.



شکل ۹-۲: انواع سخت‌شوندگی در فلزات

در ادامه برخی از رفتارهای قابل پیش‌بینی فلزات که براساس تعریف نوع سخت‌شوندگی قابل دستیابی است، ارائه شده است (متن زیر

کپی شده از manual نرم‌افزار می‌باشد):

Predicted material behavior

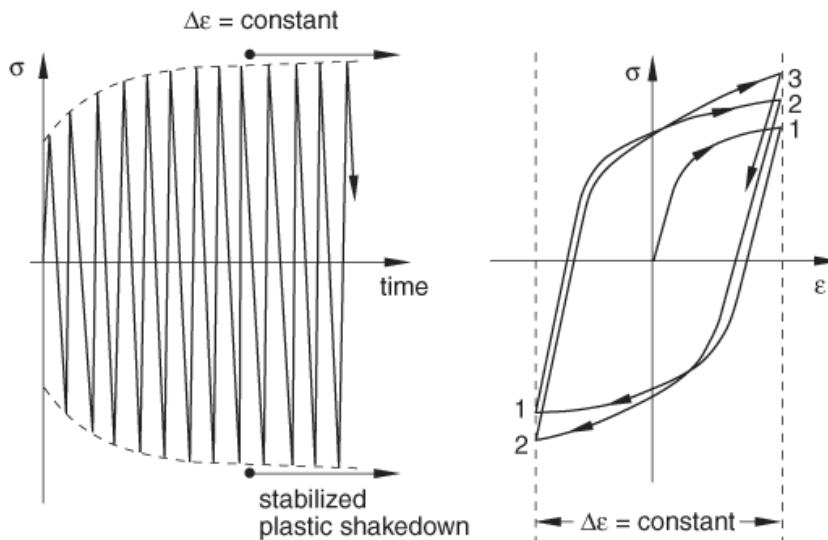
In the kinematic hardening models, the center of the yield surface moves in stress space due to the kinematic hardening component. In addition, when the nonlinear isotropic/kinematic

hardening model is used, the yield surface range may expand or contract due to the isotropic component. These features allow modeling of inelastic deformation in metals that are subjected to cycles of load or temperature, resulting in significant inelastic deformation and, possibly, low-cycle fatigue failure. These models account for the following phenomena:

Bauschinger effect: This effect is characterized by a reduced yield stress upon load reversal after plastic deformation has occurred during the initial loading. This phenomenon decreases with continued cycling. The linear kinematic hardening component takes this effect into consideration, but a nonlinear component improves the shape of the cycles. Further improvement of the shape of the cycle can be obtained by using a nonlinear model with multiple backstresses.

Cyclic hardening with plastic shakedown: This phenomenon is characteristic of symmetric stress- or strain-controlled experiments. Soft or annealed metals tend to harden toward a stable limit, and initially hardened metals tend to soften. Figure 23.2.2–4 illustrates the behavior of a metal that hardens under prescribed symmetric strain cycles.

Figure 23.2.2–4 Plastic shakedown.

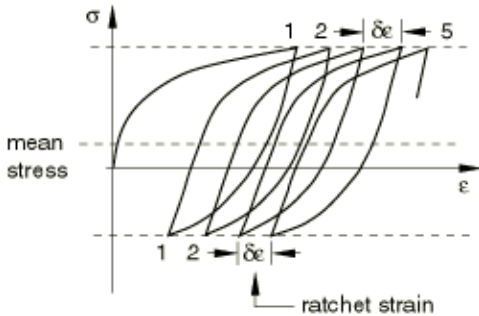


Ratchetting: Unsymmetric cycles of stress between prescribed limits will cause progressive “creep” or “ratchetting” in the direction of the mean stress (Figure 23.2.2–5).

typically, transient ratchetting is followed by stabilization (zero ratchet strain) for low mean stresses, while a constant increase in the accumulated ratchet strain is observed at high mean stresses. The nonlinear kinematic hardening component, used without the isotropic hardening component, predicts constant ratchet strain.

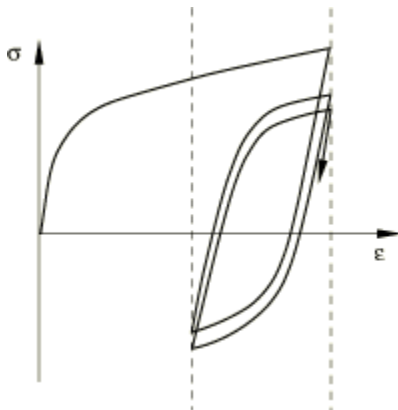
The prediction of ratchetting is improved by adding isotropic hardening, in which case the ratchet strain may decrease until it becomes constant. However, in general the nonlinear hardening model with a single backstress predicts a too significant ratchetting effect. A considerable improvement in modeling ratchetting can be achieved by superposing several kinematic hardening models (backstresses) and choosing one of the models to be linear or nearly linear ($\gamma_k \ll C_k$), which results in a less pronounced ratchetting effect.

Figure 23.2.2–5 Ratchetting.



Relaxation of the mean stress: This phenomenon is characteristic of an unsymmetric strain experiment, as shown in Figure 23.2.2–6.

Figure 23.2.2–6 Relaxation of the mean stress.



As the number of cycles increases, the mean stress tends to zero. The nonlinear kinematic hardening component of the nonlinear isotropic/kinematic hardening model accounts for this behavior.

Limitations

The linear kinematic model is a simple model that gives only a first approximation of the behavior of metals subjected to cyclic loading, as explained above. The nonlinear

isotropic/kinematic hardening model can provide more accurate results in many cases involving cyclic loading, but it still has the following limitations:

- The isotropic hardening is the same at all strain ranges. Physical observations, however, indicate that the amount of isotropic hardening depends on the magnitude of the strain range. Furthermore, if the specimen is cycled at two different strain ranges, one followed by the other, the deformation in the first cycle affects the isotropic hardening in the second cycle. Thus, the model is only a coarse approximation of actual cyclic behavior. It should be calibrated to the expected size of the strain cycles of importance in the application.
- The same cyclic hardening behavior is predicted for proportional and nonproportional load cycles. Physical observations indicate that the cyclic hardening behavior of materials subjected to nonproportional loading may be very different from uniaxial behavior at a similar strain amplitude.

در این جلسه به مدل‌سازی یکی از نمونه مثال‌های موجود در نرم‌افزار پرداخته خواهد شد. برای انتخاب مثال موردنظر مسیر زیر را در manual طی خواهیم کرد.

Abaqus Example Problems Guide → Static Stress / Displacement Analyses →
Static and quasi - static stress analyses → Uniaxial ratchetting under tension and compression

در این مثال اثر سفت‌شوندگی ترکیبی در بارگذاری رفت و برگشتی و به‌وجود آمدن پدیده‌ی Ratchetting مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در ادامه برقی از موارد مهم از این مثال ارائه شده است (متن زیر کپی شده از manual نرم‌افزار می‌باشد):

Objectives

This example shows that the combined isotropic/kinematic hardening model available in Abaqus can predict ratchetting and that the results obtained using this model correlate very well with experimental results.

The following Abaqus features are demonstrated:

- using the nonlinear isotropic/kinematic hardening model to predict deformation in a specimen subjected to monotonic and cyclic loading; and
- modeling the effect of ratchetting (accumulation of plastic strain under a cyclic load)

Application description

Preventing ratchetting is very important in the design of components subject to cyclic

loading in the inelastic domain. The amount of plastic strain can accumulate continuously with an increasing number of cycles and may eventually cause material failure. Therefore, many cyclic plastic models have been developed with the goal of modeling ratchetting correctly.

This example considers two loading conditions: monotonic deformation and uniaxial cyclic tension and compression.

Geometry

The specimen studied is shown in Figure 1.1.8–1. All dimensions are specified in the figure. For the experiments (Portier et al., 2000) the specimens were obtained from a tube with an outer diameter of 130 mm and a wall thickness of 28 mm. The specimens were heat treated to ensure the initial isotropy of the material.

Materials

The specimen is made of austenitic type 316 stainless steel. The material mechanical properties are listed in Table 1.1.8–1. A detailed description of the calibration of parameters is given in “Material parameters determination” below.

Boundary conditions and loading

The specimen is constrained at the bottom surface in the longitudinal direction, and a load is applied to the top surface.

Abaqus modeling approaches and simulation techniques

In this example deformations of a specimen subject to monotonic and cyclic loads are studied. In both cases static analyses are performed. Taking advantage of the axial symmetry of the specimen, axisymmetric elements are used.

Summary of analysis case

- Case 1 Static analysis of a specimen subject to a monotonic load.
- Case 2 Static analysis of a specimen subject to an unsymmetric cyclic load.

Case 1 Monotonic load

The experimental monotonic load data are used to calibrate the kinematic hardening model. The purpose of this case is to verify that the simulation results agree with the experimental results and to compare the accuracy of the results obtained using a model with one backstress and a model with two backstresses.

Analysis types

A static stress analysis is performed.

Mesh design

The specimen is meshed with CAX4R and CAX3 elements. The mesh is shown in Figure 1.1.8–2.

Material model

The combined isotropic/kinematic hardening model is used to model the response of the material. This material model requires that the elastic parameters (Young's modulus and Poisson's ratio), the initial yield stress, the isotropic hardening parameters, and the kinematic hardening parameters are specified.

Material parameters determination

The elastic parameters, the initial yield stress, and the isotropic hardening parameters are assumed to be equal to those reported in Portier et al. (2000) for the Ohno and Wang model. The kinematic hardening component is defined by specifying half-cycle test data, where the data are obtained by digitizing the results reported by Portier et al. The values of all the parameters, including the kinematic hardening parameters obtained from the test data, are presented in Table 1.1.8–1.

Boundary conditions

The specimen is fixed in the longitudinal direction at the bottom surface.

Loads

A displacement of 0.45 mm is applied to the top surface.

Results and discussion

The simulation and experimental results are presented graphically in Figure 1.1.8–3. The strains and stresses are computed by averaging the values in the elements lying at the center of the specimen. The experimental curve shows three distinct regions: a linear elastic region, an elastic-plastic transition zone, and an almost linear response region at large strain values. The model with two backstresses captures this response very well. One of the backstresses has a large value of the parameter γ , which captures the shape of the transition zone correctly, while the second backstress with a relatively small value of γ captures the nearly linear response at large strains correctly. The parameter γ in the model with one backstress has a relatively large value, which results in large discrepancies between the experimental and predicted responses at large strains.

Case 2 Uniaxial tension and compression cyclic analysis

The objective of this case is to show that the combined isotropic/kinematic hardening model can be used to predict the response of a material subject to a cyclic load accurately and, in particular, to predict the ratchetting effect. In addition, the results obtained using a model with one backstress are compared to those obtained using a model with two backstresses.

Analysis types

A static stress analysis is performed.

Mesh design

The mesh is the same as in Case 1.

Material model

The material model is the same as in Case 1.

Boundary conditions

The specimen is fixed in the longitudinal direction at the bottom surface.

Loads

A cyclic load of $\sigma_{mean} = 11.0 \text{ MPa}$ and $\Delta\sigma = 15.4 \text{ MPa}$ is applied to the top surface of the specimen. This load produces an approximate cyclic load of $\sigma_{mean} = 100 \text{ MPa}$ and $\Delta\sigma = 140 \text{ MPa}$ at the center part of the specimen.

Results and discussion

The simulation results obtained for the model with one backstress and the model with two backstresses, together with the experimental results, are depicted in Figure 1.1.8–4. The strains were computed by averaging the strains in the elements lying at the center of the specimen. The figure shows that both simulation models are capable of predicting ratchetting. It also shows that the results obtained using the model with two backstresses correlate better with the experimental results.

Discussion of results and comparison of cases

The results of the analyses show that the combined isotropic/kinematic hardening model can be used to predict the ratchetting effect accurately. In addition, a substantial improvement in the agreement between simulation and experimental results can be achieved by using a model with multiple backstresses instead of a model with a single backstress. The former model predicts more accurately the shape of the stress-strain curve in the monotonic loading case and the ratchetting strain in a cyclic loading case. In this example increasing the number of backstresses from one to two produced a substantial improvement in the results. However, further increasing the number of backstresses does not significantly improve the results.

Table

Table 1.1.8–1 Mechanical properties for 316 steel.

Material properties:

Young's modulus 192.0 GPa
 Poisson's ratio 0.3
 Initial yield stress 120.0 MPa

Isotropic hardening parameters:

Q_{∞} 120.0 MPa
 b 13.2

Kinematic hardening parameters:

Model with one backstress
 C 218.5 GPa
 γ 1956.6
 Model with two backstresses
 C_1 2.067 GPa
 γ_1 44.7
 C_2 246.2 GPa
 γ_2 2551.4

Figures

Figure 1.1.8–1 Geometry and size of the specimen.

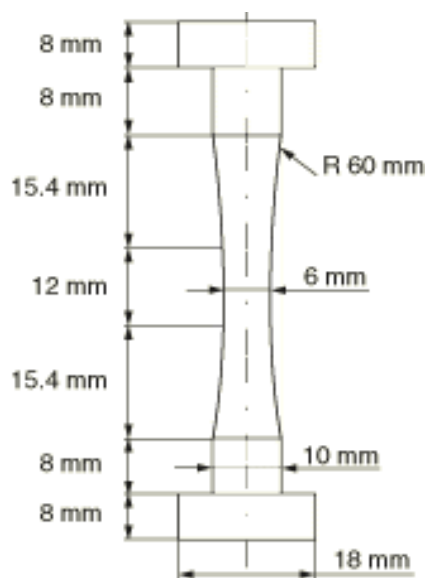


Figure 1.1.8–2 Finite element mesh of the specimen.

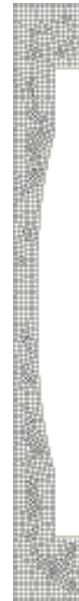


Figure 1.1.8–3 Stress-strain curves for monotonic tensile loading.

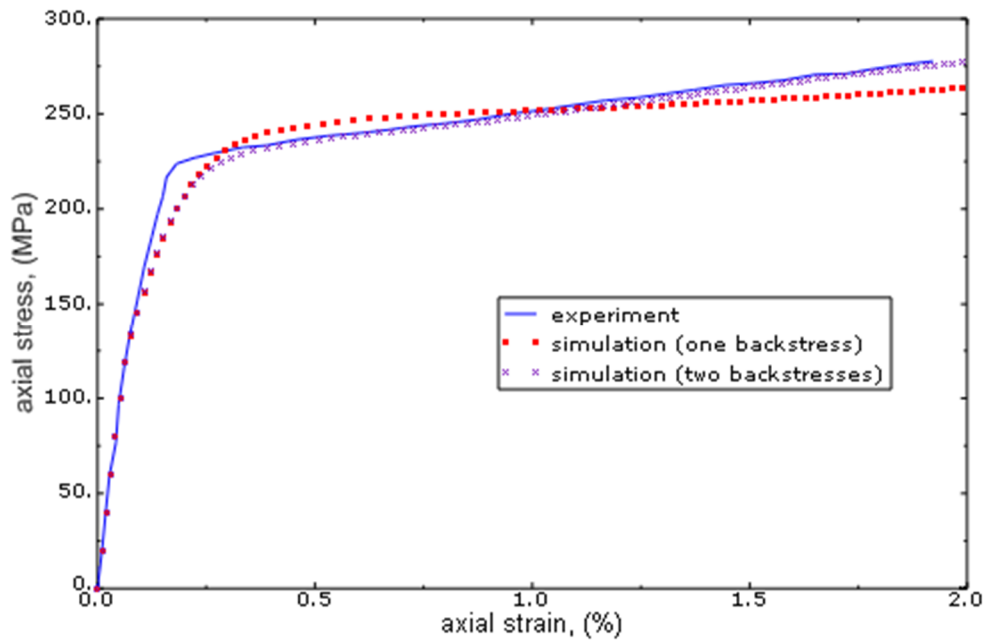
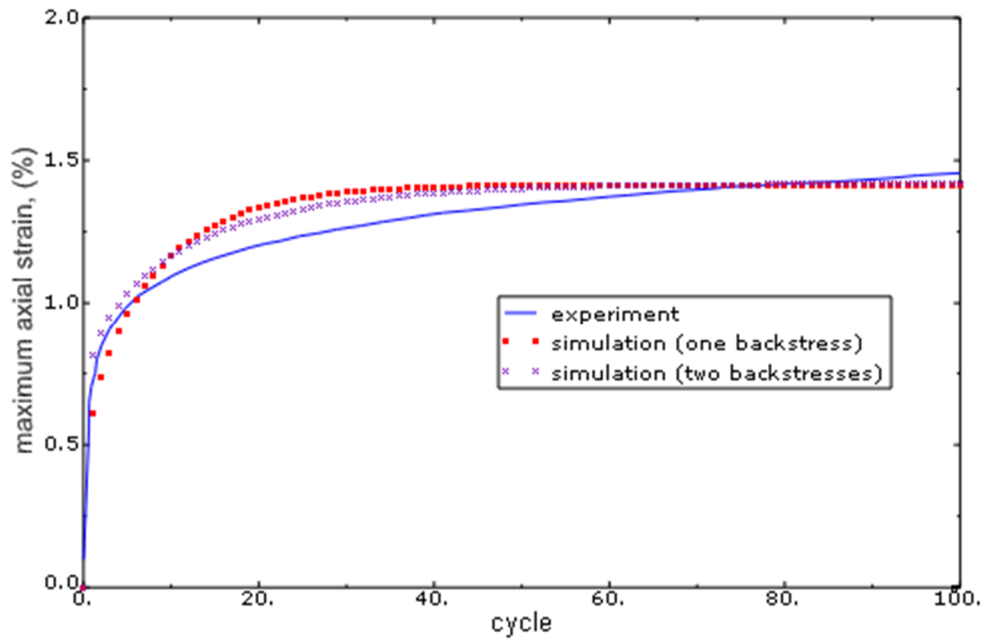
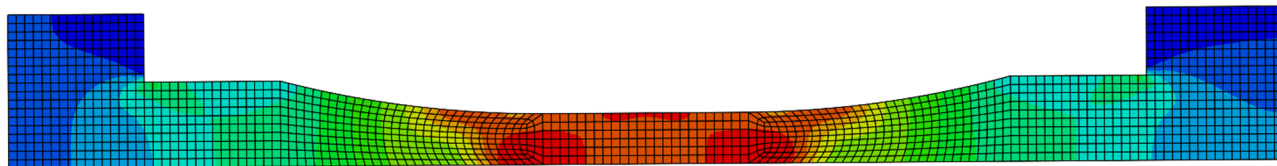


Figure 1.1.8–4 Maximum axial strain versus number of cycles.



*فروبی گرافیکی نرم افزار



شکل ۹-۳: توزیع تنش‌های مموری در نمونه‌ی کوپن فلزی

*فایل‌های همراه

الف) مقاله‌ای تحت عنوان

Ratchetting under tension-torsion loadings: experiments and modelling

ب) فایل INP با عنوان Ratchetting



PERGAMON

International Journal of Plasticity 16 (2000) 303–335

www.elsevier.com/locate/ijplas

INTERNATIONAL JOURNAL OF
Plasticity

çalışmalarınız için
FREE
papers.it

Ratchetting under tension–torsion loadings: experiments and modelling

Laurence Portier^{a,b}, Sylvain Calloch^{a,*}, Didier Marquis^a,
Philippe Geyer^b

^aLaboratoire de Mécanique et Technologie, E.N.S. Cachan/C.N.R.S./Université Paris 6,
61, Avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France

^bÉlectricité de France, Direction des Études et Recherches, Route de Sens, MTC1, BP1,
77250 Moret sur Loing, France

Received in final revised form 18 August 1999

Abstract

This paper is concerned with the mechanical behaviour of 316 austenitic stainless steel under multiaxial loadings and particular attention is paid to ratchetting under tension–torsion non-proportional loadings. First, a series of uniaxial tests and biaxial tests has been carried out in order to calibrate five different cyclic plasticity models based on an isotropic hardening rule and a non-linear kinematic hardening rule. It is shown that this class of models gives quite good agreement between the experimental and numerical results. Second, another series of ratchetting tests has been carried out under tension–torsion loadings in order to test the prediction capacities of the previous models. It is shown that whereas the models have been calibrated with similar loading paths, four of the five selected models give poor predictions. © 2000 Elsevier Science Ltd. All rights reserved.

Keywords: Multiaxial plasticity; Cyclic loading; Ratchetting; Metallic material; Mechanical testing

1. Introduction

In many engineering applications, structures in 316 austenitic stainless steel can be subjected to cyclic loads in the inelastic domain which can create a cumulative inelastic deformation. In such a case, it can lead to degradation and failure due to accumulation of deformation or due to fatigue mechanisms. A good prediction of the accumulation of deformation and of fatigue damage depends on the capacity of

* Corresponding author.

the constitutive model used in the analysis to be able to reproduce the material behaviour.

It is well known that under asymmetric cyclic loadings, 316 stainless steel exhibits uni-directional and multi-directional ratchetting in a presence of a mean stress (Chaboche, 1987, 1989; Chaboche and Nouailhas, 1989a,b; Ruggles and Krempl, 1989; Chaboche, 1991, 1992; Hassan and Kyriakides, 1992a,b; Ohno and Wang, 1992; Cabrillat and Gatt, 1993; Delobelle, 1993a,b; Ohno and Wang, 1993a,b; Delobelle and Bocher, 1994; Hassan and Kyriakides, 1994a,b; Jiang and Sehitoglu, 1994a,b; Ohno and Wang, 1994; Delobelle et al., 1995; Geyer, 1995; McDowell, 1995; Bouchou and Delobelle, 1996; Corona et al., 1996; Jiang and Sehitoglu, 1996; Bocher and Delobelle, 1997; Cabrillat et al., 1997; Ohno, 1997) and additional cyclic hardening under non-proportional loading paths compared to proportional loading (Lamba and Sidebottom, 1978a,b; Kanazawa et al., 1979; McDowell and Socie, 1982; Ohashi and Ohno, 1982; Krempl and Lu, 1983; McDowell, 1983; Cailletaud et al., 1984; Krempl and Lu, 1984; McDowell and Socie, 1985; Ohashi et al., 1985a,b; de los Rios et al., 1985; Tanaka et al., 1985a,b; Tokuda et al., 1986; Ohnami et al., 1988; Benallal et al., 1989; Marquis, 1989; Murakami et al., 1989a,b; de los Rios et al., 1989; Doquet and Pineau, 1990; Ellyin et al., 1991; Abdul-Latif, 1992; Ferney, 1992; Wang and Brown, 1994; Hopperstad et al., 1995; Calloch and Marquis, 1997, 1999). These two phenomena are observed in specific experiments.

These two aspects of the mechanical behaviour of 316 stainless steel have received considerable attention over the last 20 years. It has led to the development of a significant number of models of cyclic plasticity to predict the hardening and the ratchetting of metallic materials. In addition, several types of ratchetting tests and tests to characterize cyclic hardening have been developed to elaborate these models. Up to now, such models have exhibited quite good agreement with simple ratchetting tests and hardening tests under complex loadings, but they usually fail to describe the ratchetting observed when the loadings are more complex (Corona et al., 1996).

The purpose of the present work is first to build a large experimental data base under uniaxial and multiaxial loading stress states to establish the mechanical behaviour of 316 stainless steel at different temperatures; second, to present tension–torsion tests at different temperatures which involve simultaneous cycling of the axial stress (primary loading) and the shear strain (secondary loading); and third, to test a class of constitutive models. Indeed, the last part of the present paper is concerned with the modelling of ratchetting and hardening under complex loadings. We evaluate the performance of different cyclic plasticity models in predicting the rate of ratchetting measured experimentally. The cyclic constitutive equations are studied in terms of a hierarchy of various models. The basic model for the simulations is a cyclic plasticity model with isotropic hardening and a non-linear kinematic hardening rule of the type originally proposed by Armstrong and Frederick (1966). Then, we study four modifications in the kinematic and isotropic hardening rules in this base model to improve the description of ratchetting and additional hardening: the models are those proposed by Burlet and Cailletaud (1987), Chaboche (1989), Ohno and Wang (1993a), Tanaka (1994). Finally, we simulate the experiments with the

models combining these different kinematic and isotropic hardening rules. The performance of each of the different models are analysed and some recommendations for using of such models in structural engineering applications are made.

2. Experimental investigations under uniaxial loadings characterising the mechanical behaviour of material

2.1. Experimental equipment

The material chosen for this study is the austenitic type 316 stainless steel. The chemical composition of the material is given in Table 1. The material is available as a tube with outer diameter of 130 mm and a wall thickness of 28 mm.

Tensile specimens for uniaxial load tests were machined from the pipe in the longitudinal direction. The geometry of tensile specimens is given Fig. 1. After

Table 1
Chemical composition of Type 316 austenitic stainless steel (% in weight)

C	S	P	Si	Mn	Ni	Cr	Mo	Co	Fe
0.018	0.002	0.024	0.35	1.62	11.08	16.7	2.13	0.20	Balance

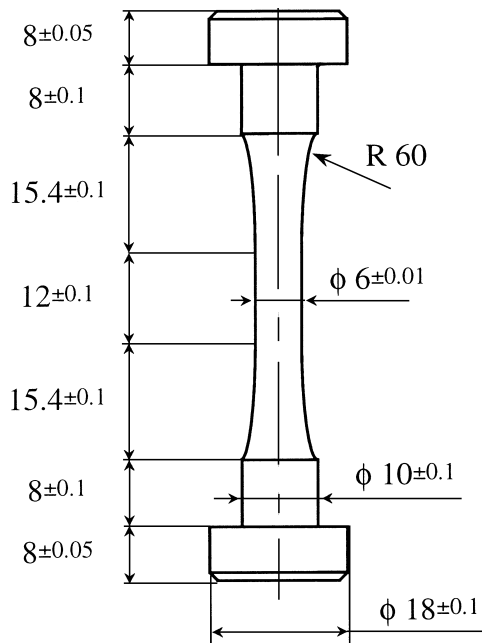


Fig. 1. Geometry and sizes of the uniaxial specimen (in mm).

machining, all specimens were heat treated to ensure the initial isotropy of the material. The heat treatment included 1 h soaking at 1050°C followed by a water quench. In order to characterise the mechanical behaviour of our material under uniaxial loading, a series of uniaxial tests were performed on a MTS 810 servohydraulic test machine operating in axial strain control or in axial stress control. A 12 mm extensometer (MTS 632.53F-14) was used to monitor axial strains (Fig. 2). Axial stress was obtained by a uniaxial load cell. The tests were performed at room temperature and at 250°C. In the case of the tests performed at 250°C, the homogeneity of the temperature field was controlled with three thermocouples divided up on the central part of the specimen. A Macintosh Quadra 950 computer equipped with a NB.MIO.16.XL card, a NB.AO.6 card and LabView software controlled the acquisition operations and command signal generation.

2.2. Description of the loadings and experimental results

A series of uniaxial tests were performed in order to characterise different aspects of the mechanical behavior of our material. First, the strain hardening of the material under monotonic loading was characterized using a total strain rate of $\dot{\epsilon}^t = 3.10^{-4}\text{s}^{-1}$. Fig. 3 shows the corresponding strain–stress curves. We can observe the classical influence of the temperature on the monotonic response.



Fig. 2. Experimental equipment.

The cyclic hardening of the material was characterized with symmetric tension–compression tests under axial strain control. Three levels of strain amplitude were considered (0.5–0.65% and 0.8%). Figs. 4 and 5 show the corresponding strain–stress responses at cyclic saturation. We can observe that the cyclic hardening of the material decreases when the temperature increases and on the other hand that the stabilisation rate increases when the temperature increases.

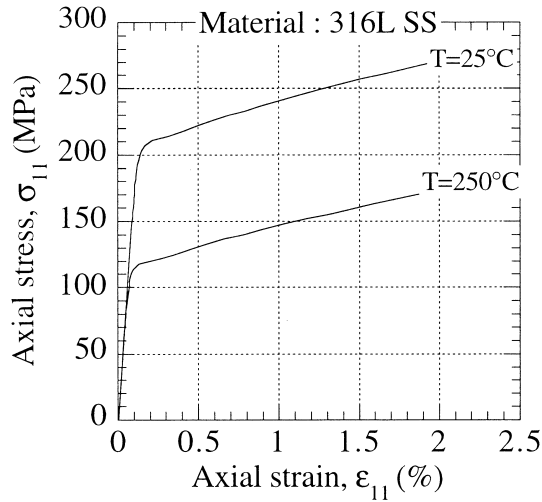


Fig. 3. Stress–strain curves for different temperatures under tension loading.

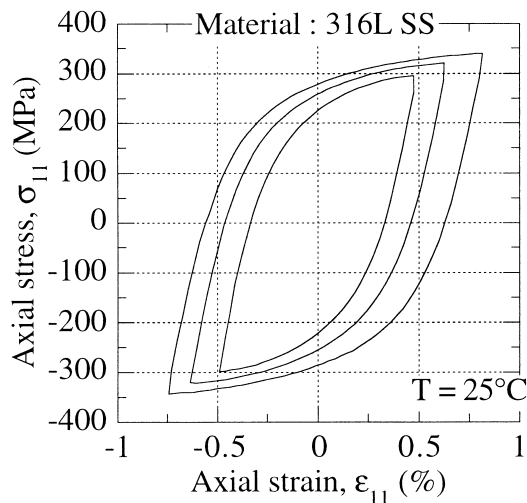


Fig. 4. Axial stress–strain loops at cyclic saturation at room temperature.

Ratchetting behavior was studied with tension–compression tests under axial stress control. Fig. 6 shows the loading for the two temperatures considered. Fig. 7 shows the evolution of the maximum axial strain versus number of cycles.

Finally, the effect of strain rate was studied. Monotonic tests with a variable strain rate during the tests were performed for this purpose. Fig. 8 shows corresponding strain–stress curves. It can be observed that the material is rate-dependent at room temperature and that the strain rate sensitivity decreases when the temperature is increased up to 250°C.

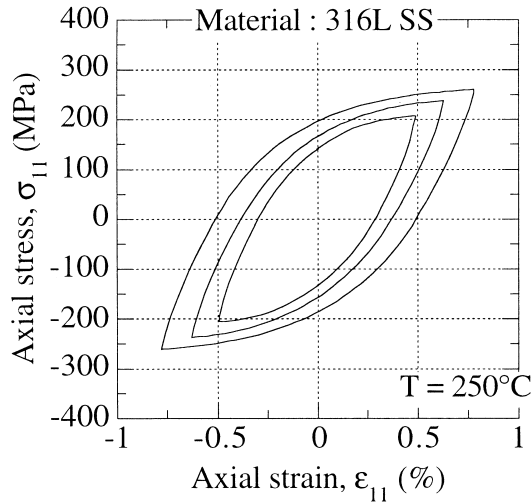


Fig. 5. Axial stress–strain loops at cyclic saturation at 250°C.

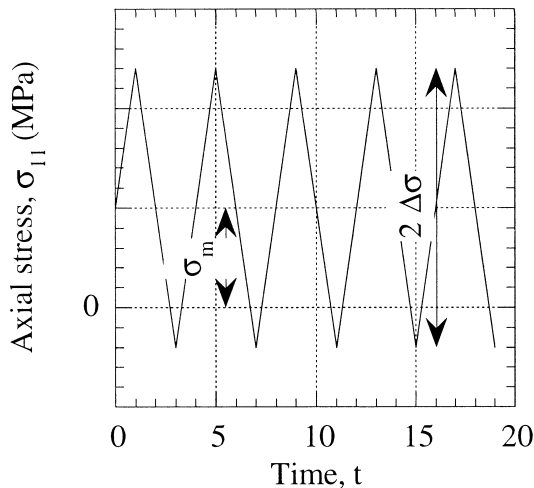


Fig. 6. Description of the loading.

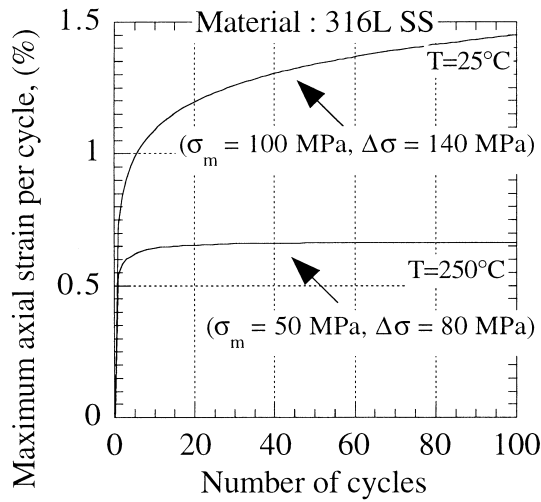


Fig. 7. Maximum axial strain versus number of cycles at 25 and 250°C.

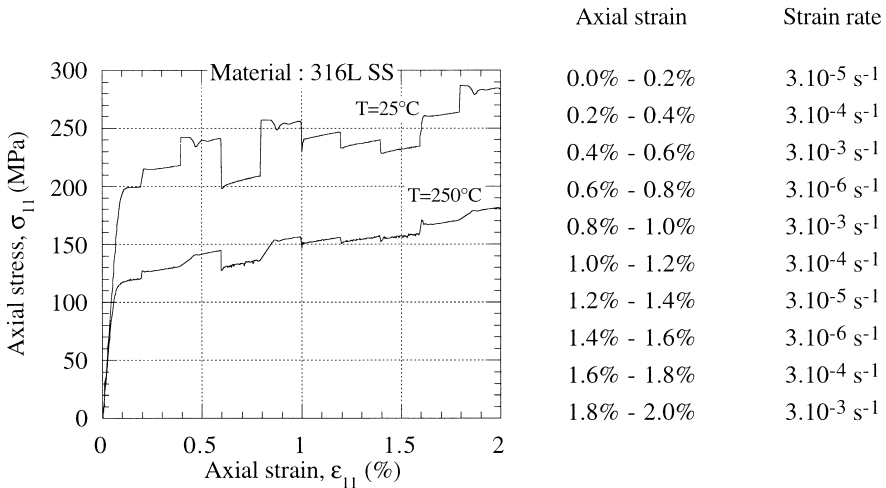


Fig. 8. Tension tests at different axial strain rates at 25 and 250°C.

3. Experimental investigations under biaxial tension–torsion loadings

3.1. Experimental equipment

The experiments were conducted on 316 stainless steel tubular specimens with 25.4 mm outer diameter and 1.27 mm wall thickness. Fig. 9 shows the geometry of the tubular specimens. After machining, all specimens were heat treated. The heat treatment is the same as that prescribed for the uniaxial specimens.

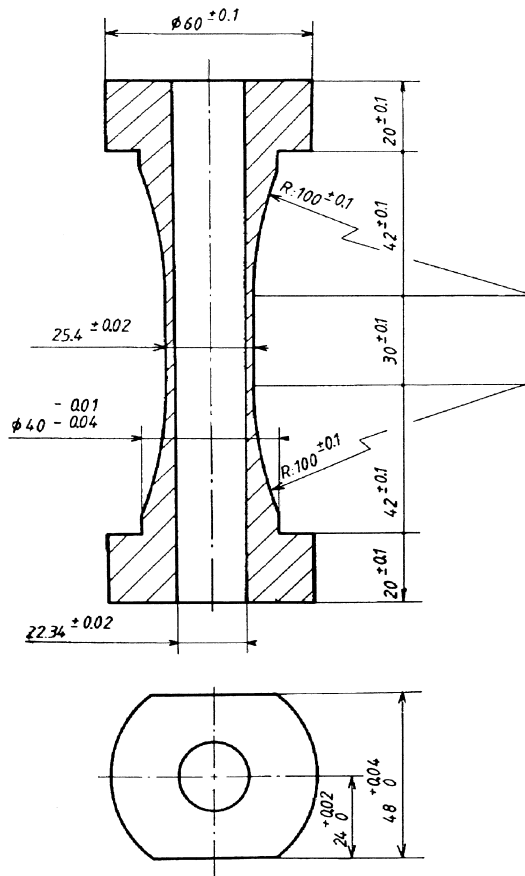


Fig. 9. Geometry and sizes of the tension–torsion specimen (in mm).

The experiments involved cyclic axial loading with simultaneous variations in the shear strain to provide predetermined cycles in the $(\varepsilon'_{11}, \gamma'_{12}/\sqrt{3})$ plane or in the $(\varepsilon'_{12}, \sigma_{11})$ plane. This series of biaxial loadings were performed on a MTS axial-torsional servohydraulic testing machine. The data acquisition operations and command signal generation were made by a Macintosh Quadra 950 equipped with a NB.MIO.16XL card and a NB.AO.6 card and LabView software. Axial and shear strains were measured by a biaxial extensometer (see Fig. 10). The axial and shear stress were obtained by a biaxial load cell.

3.2. Tension–torsion loadings: cyclic hardening under non-proportional loadings at 25 and 250°C

Two series of tests at 25 and 250°C were performed in order to characterise the influence of the non-proportionality of the loading path on the mechanical behavior of our material. Two loading path shapes were studied. Their representation in the

$(\epsilon'_{11}, \frac{\gamma'_{12}}{\sqrt{3}})$ plane and their parametric equations are given in Fig. 11. The command signal was generated during the test so that the total equivalent strain rate was constant, where $\dot{\epsilon}'_{eq}$ is defined by the following equation:

$$\dot{\epsilon}'_{eq} = \sqrt{\dot{\epsilon}'_{11} + \frac{\dot{\gamma}'_{12}}{\sqrt{3}}} \tag{1}$$

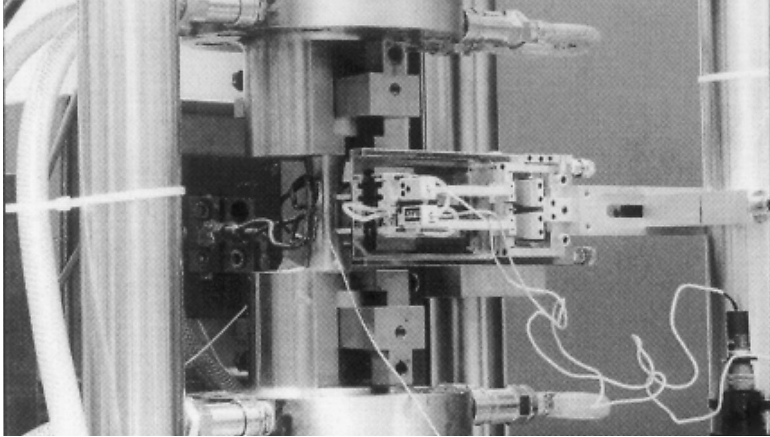


Fig. 10. Experimental equipment.

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\omega t) - \frac{0,7}{2} \sin(\omega t) \right) \\ \gamma &= \sqrt{3}\epsilon_0 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} 0,7 \sin(\omega t) - \frac{1}{2} \sin(\omega t) \right) \end{aligned} \quad \begin{cases} \epsilon = \epsilon_0 \cos(\omega t) \\ \gamma = \sqrt{3}\epsilon_0 \sin(\omega t) \end{cases}$$

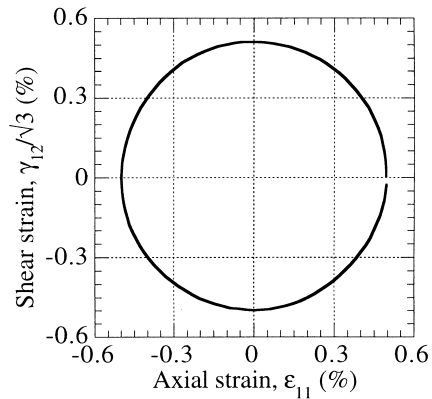
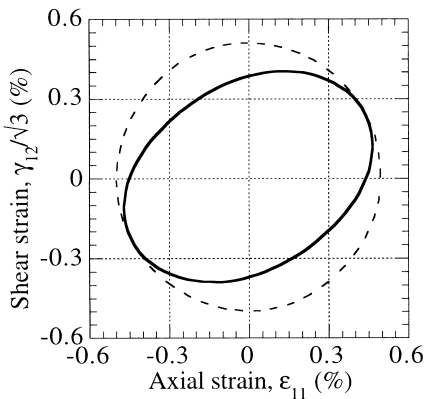


Fig. 11. Description of the loading path shapes in the $(\epsilon'_{11}, \gamma'_{12}/\sqrt{3})$ plane.

The strategy to hold $\dot{\epsilon}_{eq}^t$ constant was described in detail by Calloch and Marquis (1997).

One specimen was used to perform the two tests at one temperature. Each specimen was subjected initially to “elliptic” strain loading up to the cyclic stabilisation. Then, a 90° out-of-phase (circle) strain loading path was applied up to cyclic stabilisation (Fig. 12). Figs. 13 and 14 show the stress and strain responses of the material for the two loading path shapes at the two temperatures in different planes. These experimental results are now somewhat classical for studying additional hardening under multiaxial cyclic loadings. It is well known that the equivalent stress resulting from 90° out-of-phase loading is higher than that measured after an elliptic loading

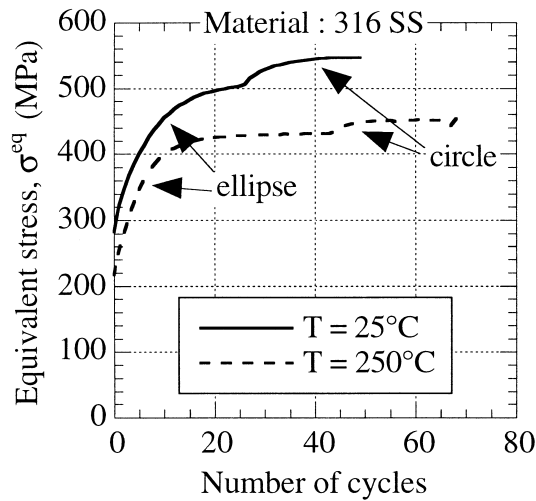


Fig. 12. Evolution of the maximum equivalent stress versus the number of cycles at 25 and 250°C.

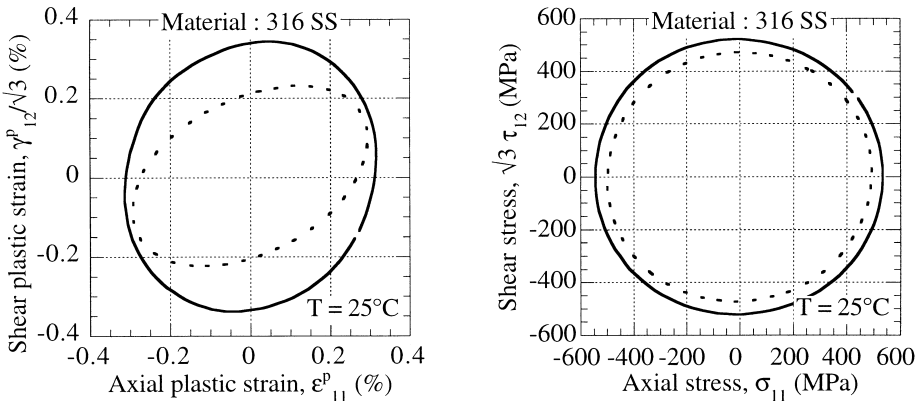


Fig. 13. Responses in the $(\epsilon_{11}^p, \gamma_{12}^p/\sqrt{3})$ and the $(\sigma_{11}, \sqrt{3}\tau_{12})$ planes at room temperature; - - - ellipse loading, — circle loading.

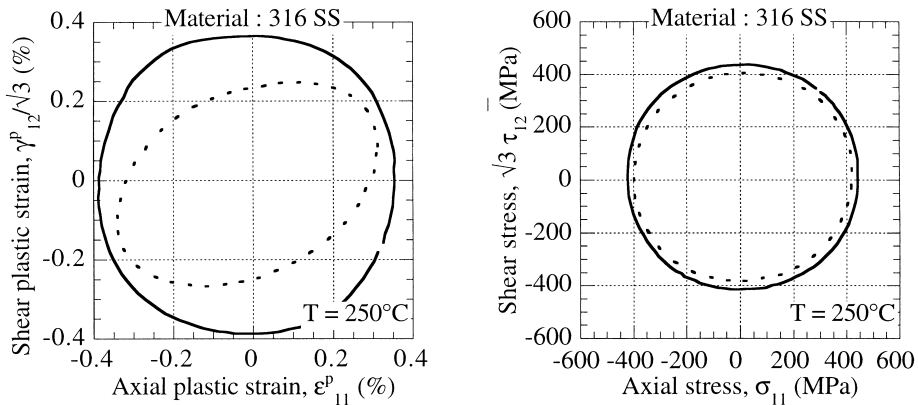


Fig. 14. Responses in the $(\epsilon_{11}^p, \gamma_{12}^p / \sqrt{3})$ and the $(\sigma_{11}, \sqrt{3}\tau_{12})$ planes at 250°C; - - - ellipse loading, — circle loading.

for a 316 stainless steel (Benallal et al., 1989). Moreover, the steady state 90° out-of-phase loading is not affected by the prior test insofar as the elliptic loading path induces a lower cyclic hardening than the 90° out-of-phase loading (Tanaka et al., 1985a,b). From a physical point of view, the supplementary hardening due to the non-proportionality of the loading path shape is related, on one hand, to the activation of new slip systems which are favourably oriented and, on the other hand, to the interactions between the different activated slip systems (Clavel et al., 1989; Cailletaud et al., 1991; Doong and Socie, 1989; Ferney, 1992). These experimental results confirm that the additional hardening is a decreasing function of the temperature (Delobelle, 1993a,b).

3.3. Tension–torsion loadings: classical tensile–torsion ratchetting at 25 and 250°C

The experimental sequence consist of application of a constant primary axial stress, σ_{11} , and superposition of a secondary cyclic shear strain of constant amplitude, $\Delta\epsilon'_{12}$, for a given temperature. The loading path shapes and the characteristics of the loadings are given in Fig. 15. Two levels of temperature and two levels of axial stress were considered. Fig. 16 shows the history of the loadings.

The response of the stainless steel to these types of loading is characterised by the appearance of a progressive axial strain and by a cyclic hardening along the shear component. The evolutions of the maximum axial strain versus the number of cycles are given in Fig. 17. It can be noted that for each stage of amplitude shear strain, a primary phase characterised by large ratchet strain increments per cycle is followed by a second phase characterised by small progressive ratchet strain accumulation.

3.4. Tension–torsion loadings: other tension–torsion ratchetting at 25°C

The two studied paths are a “bowtie” type. Each of the two paths consists of three sequences at different mean stresses with a constant shear strain amplitude of 1%.

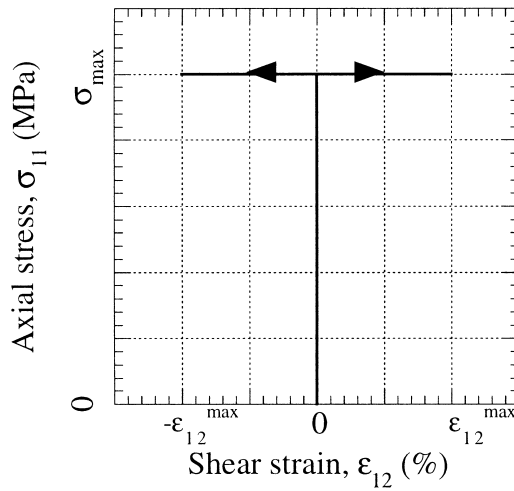


Fig. 15. Description of the loading path in the $(\varepsilon'_{12}, \sigma_{11})$ plane.

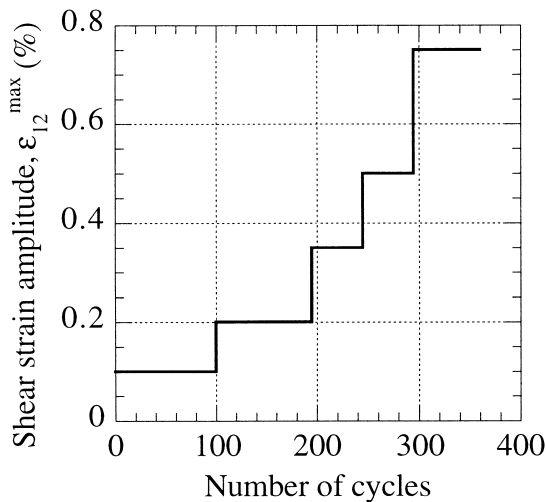


Fig. 16. Description of the loading history.

The difference between path 1 and path 2 is depicted in Fig. 18. Namely, path 1 begins with an increase of the axial stress (OABCD), conversely, path 2 begins with a decrease of the axial stress (OBADC). In the first phase, a zero mean stress is imposed for 25 cycles up to the steady-state (phase 1). Next, the shape of the path is kept but a mean stress of 55 MPa is imposed for 100 cycles (phase 2). Finally, the shape of the path remains unchanged and the mean stress is suppressed at zero mean stress for 50 cycles (phase 3).

Figs. 19a and b show a plot of the maximum axial strain over each cycle versus the number of cycles for both paths 1 and 2. Figs. 20–23 show the axial strain-shear

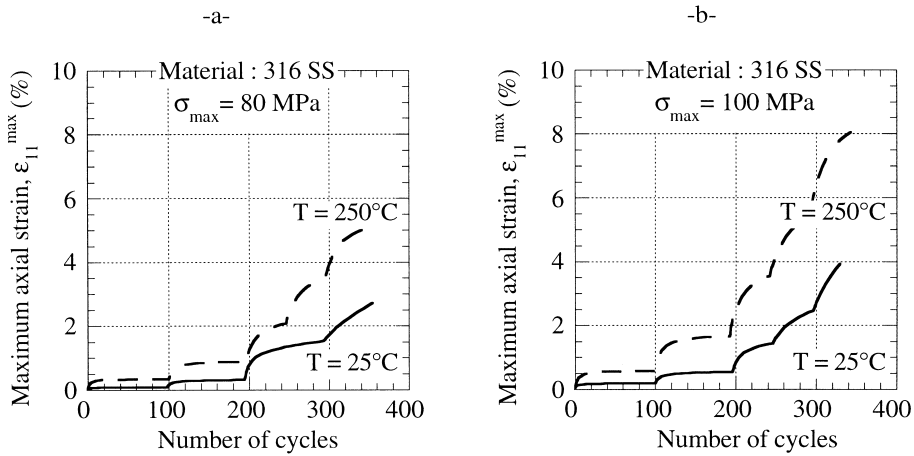


Fig. 17. Evolution of the maximum axial strain versus the number of cycles at 25 and 250°C . (a) $\sigma_{\max} = 80$ MPa; (b) $\sigma_{\max} = 100$ MPa.

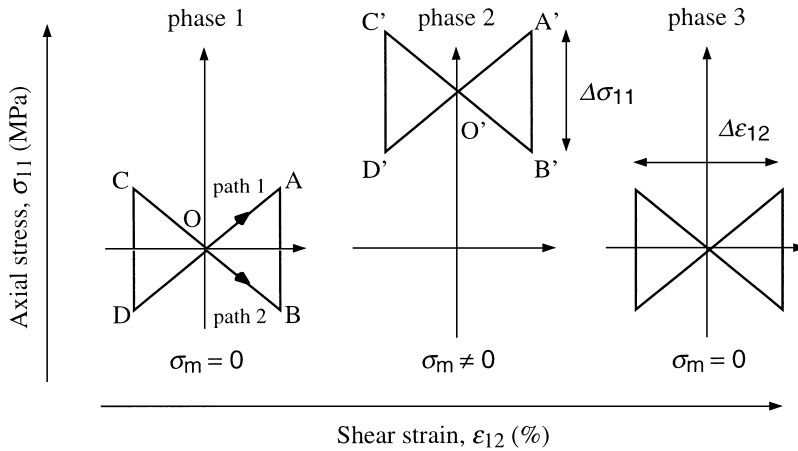


Fig. 18. Description of the loading path shapes in the $(\epsilon'_{12}, \sigma_{11})$ plane.

strain response for paths 1 and 2 during phases 1 and 2 and Figs. 24 and 25 show the response in the stress plane for paths 1 and 2 during phases 1 and 2.

Though a zero mean stress is imposed in phase 1, path 1 produces a small ratchetting in the axial direction and path 2 leads to a small negative ratchetting of the axial strain (see Fig. 19a). During this phase the specimen is cyclically stabilised in 20 cycles. Next, due to their non-zero mean stress during phase 2, both path 1 and path 2 produce ratchetting of the axial strain (see Figs. 21 and 22). This ratchetting is somewhat faster for path 1 (see Fig. 19b). During this phase we observe no hardening of the shear stress (see Figs. 24 and 25). Finally, we observe in phase 3, for both paths 1 and 2 a partial recovery of the axial strain at the same rate (see Fig. 19b).

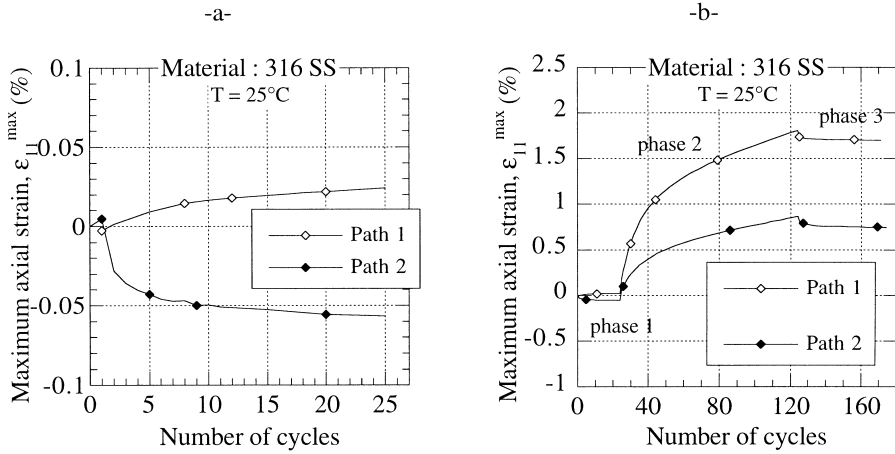


Fig. 19. Evolution of the maximum axial strain versus the number of cycles. (a) Phase 1; (b) phases 1, 2 and 3.

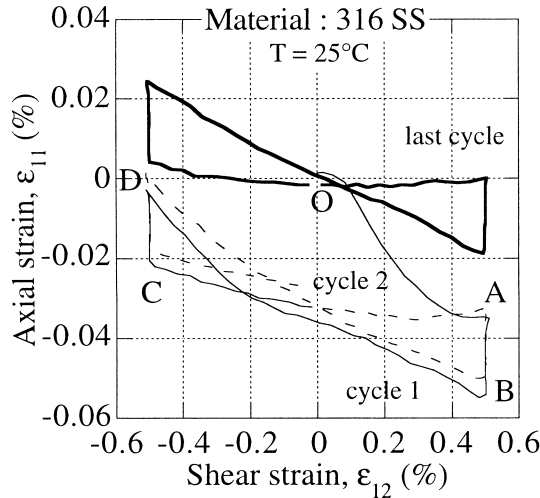


Fig. 20. Response in the $(\epsilon'_{11}, \epsilon'_{12})$ plane during the first phase of the path 1.

4. Constitutive modelling

Different constitutive equations have been used with the aim of checking their abilities to describe the experimental data. The base model for the simulations is a cyclic plasticity model with one nonlinear isotropic hardening rule and two nonlinear kinematic hardening rules (Armstrong and Frederick, 1966) (NLK model). It has been shown that the nonlinear Armstrong-Frederick rule leads to a broad overestimation of ratchetting in tension–torsion tests conducted on 316 stainless steel specimens (Chaboche, 1989, Chaboche and Nouailhas, 1989a) and does not

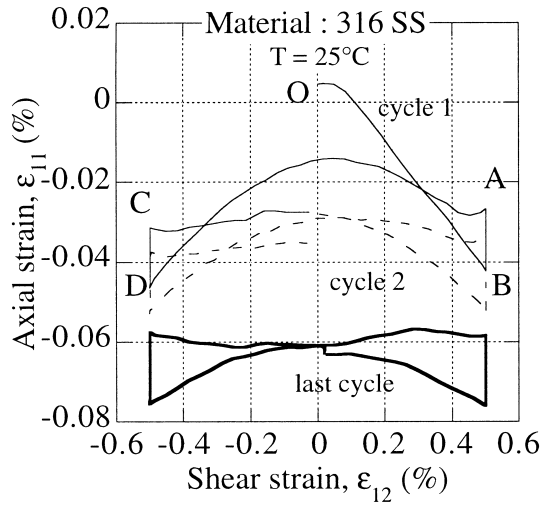


Fig. 21. Response in the $(\epsilon'_{11}, \epsilon'_{12})$ plane during the first phase of the path 2.

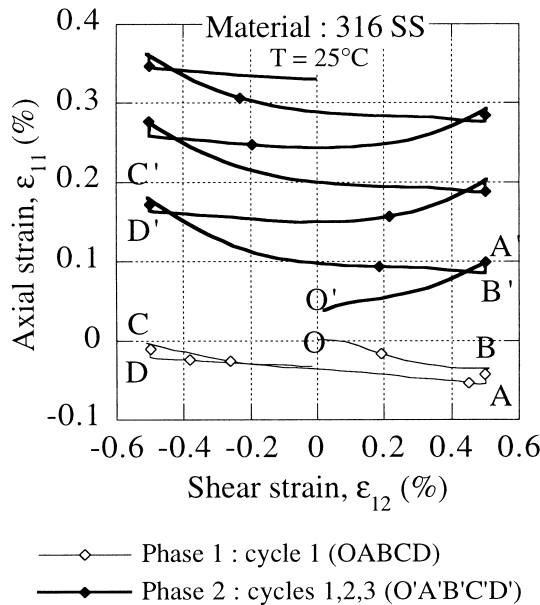


Fig. 22. Response in the $(\epsilon'_{11}, \epsilon'_{12})$ plane during the first and the second phase of the path 1.

consider non-proportional hardening. Therefore, the four other models tested are derived from this base model and propose either modifications of the kinematic hardening rules to improve the description of ratchetting (i.e. the model proposed by Burllet and Cailletaud, 1987 and used by Geyer, 1995 — the BCG model and the model proposed by Ohno and Wang, 1993a — the OW model) or modifications of

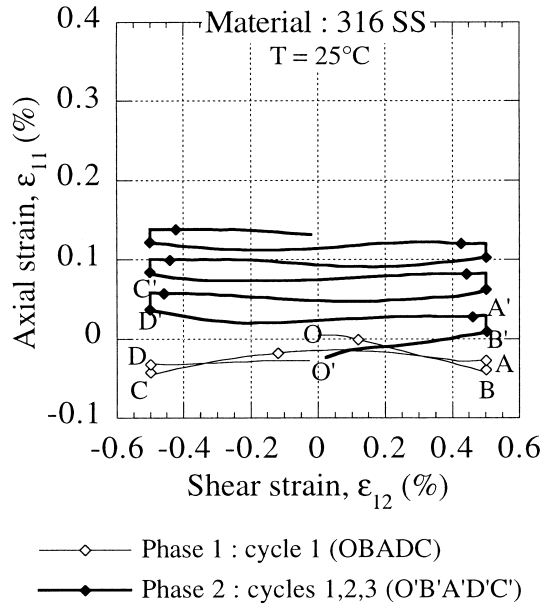


Fig. 23. Response in the $(\epsilon'_{11}, \epsilon'_{12})$ plane during the first and the second phase of the path 2.

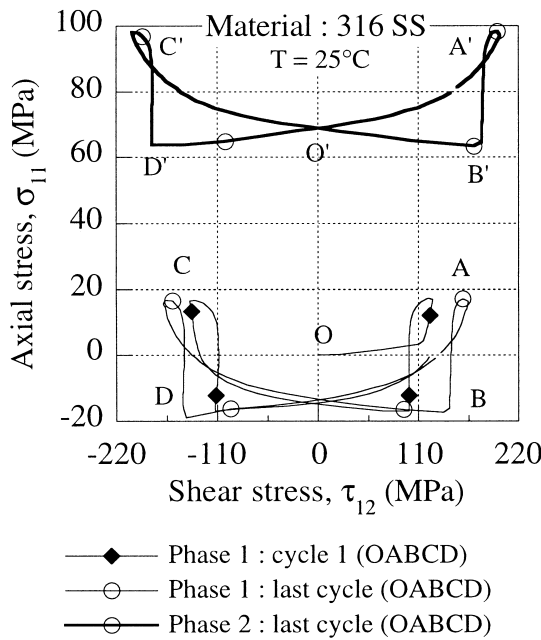


Fig. 24. Response in the (σ_{11}, τ_{12}) plane during the first and the second phase of the path 1.

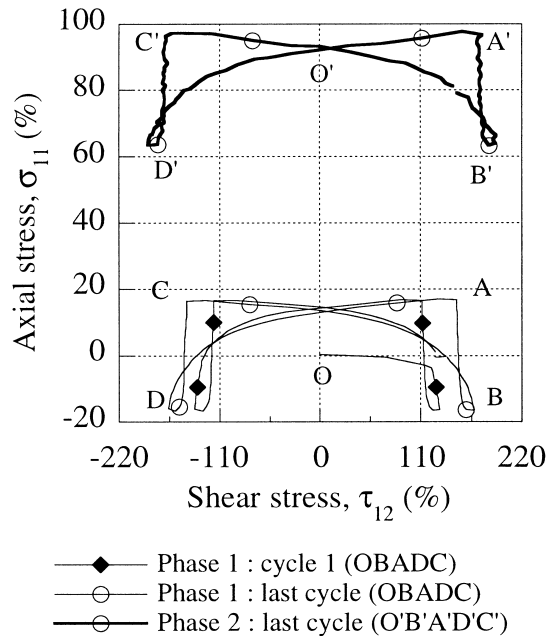


Fig. 25. Response in the (σ_{11}, τ_{12}) plane during the first and the second phase of the path 2.

the isotropic hardening rule to improve the description of the non-proportionality effect (i.e. the model proposed by Tanaka, 1994 — the TANA model). The last model tested is a combination of the modifications proposed by Ohno and Wang and the modifications proposed by Tanaka (model OW-TANA). The corresponding constitutive equations are presented in the following five tables.

In these tables, ε^t is the total strain tensor, ε^e is elastic strain tensor, ε^p is the plastic strain tensor, ν is the Poisson ratio and E is the Young's modulus.

4.1. Material parameters identification at room temperature

For the identification of the NLK, OW and BCG model, the following tests have been used:

- monotonic tensile test,
- cyclic uniaxial tension–compression tests for increasing strain ranges (0.5–0.65% and 0.8%),
- tension–torsion ratchet tests for two values of tensile tests (80 and 100 MPa) and increasing shear amplitudes (0.1%–0.2% and 0.5% for 80 MPa; 0.1–0.2% and 0.35% for 100 MPa). These tests are simulated separately.

For the identification of the TANA and the OW-TANA models, we used the same experimental data base completed by the tension–torsion out-of-phase test in order to characterise the over-hardening observed under non-proportional loading.

Table 2

Constitutive equations of the NLK model

Strain decomposition: $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$ Hooke's law: $\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1}{2\mu} \left(\underline{\underline{1}} - \frac{\nu}{1+\nu} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} \right) : \underline{\underline{\sigma}}$ with $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ Yield function: $f(\underline{\underline{\sigma}}, R, \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - k$ where $J_2 = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$ and $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3}tr\underline{\underline{\sigma}}\underline{\underline{1}}$ Flow rule: $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\lambda} \underline{\underline{n}}$ with $\underline{\underline{n}} = \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$ Kinematic hardening rule: $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1 + \underline{\underline{X}}_2$ $\underline{\underline{\dot{X}}}_i = \frac{2}{3} C_i \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \gamma_i \varphi(p) \dot{p} \underline{\underline{X}}_i$ ($i = 1, 2$)with $\varphi(p) = \varphi_\infty + (1 - \varphi_\infty)e^{-\omega p}$ Isotropic hardening rule: $\dot{R} = b(Q_\infty - R)\dot{p}$ with $k, Q_\infty, b, \varphi_\infty, \omega, C_1, C_2, \gamma_1, \gamma_2$ material parameters

Table 3

Constitutive equations of the BCG model

Strain decomposition: $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$ Hooke's law: $\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1}{2\mu} \left(\underline{\underline{1}} - \frac{\nu}{1+\nu} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} \right) : \underline{\underline{\sigma}}$ with $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ Yield function: $f(\underline{\underline{\sigma}}, R, \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - k$ where $J_2 = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$ and $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3}tr\underline{\underline{\sigma}}\underline{\underline{1}}$ Flow rule: $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\lambda} \underline{\underline{n}}$ with $\underline{\underline{n}} = \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$ Kinematic hardening rule: $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1 + \underline{\underline{X}}_2$ $\underline{\underline{\dot{X}}}_i = \frac{2}{3} C_i \varphi(p) \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \gamma_i (\delta_i \underline{\underline{X}}_i + (1 - \delta_i) (\underline{\underline{X}}_j : \underline{\underline{n}}) \underline{\underline{n}}) \dot{p}$ ($i = 1, 2$)with $\varphi(p) = 1 + (\psi - 1)e^{-\omega p}$ Isotropic hardening rule: $\dot{R} = b(Q_\infty - R)\dot{p}$ with $k, Q_\infty, b, \psi, \omega, C_1, C_2, \gamma_1, \gamma_2, \delta_1, \delta_2$ material parameters

For the identification of the NLK and TANA models we take one kinematic hardening variable as quasi-linear in order to reduce the ratchet strain which is much too large with two nonlinear kinematic hardening variables (Chaboche, 1989; Chaboche and Nouailhas, 1989a). The parameters of the OW-TANA model are the parameters identified for the OW model and for the TANA model.

Material parameters' identification was performed with the help of the software SiDoLo (optimisation program) (Pilvin, 1988). Parameters values obtained for each model are given in Tables 7–11.

Figs. 26–30 show comparison between experiments and simulations.

The tangent hardening modulus for the monotonic tensile curve is overestimated by the NLK model because of the use of a quasi-linear kinematic variable to reduce the ratchetting rate in tension-torsion tests (Chaboche, 1989). Conversely, the use of

Table 4
 Constitutive equations of the OW model

Strain decomposition: $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$

Hooke's law: $\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1}{2\mu} \left(\underline{\underline{1}} - \frac{\nu}{1+\nu} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} \right) : \underline{\underline{\sigma}}$ with $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$

Yield function: $f(\underline{\underline{\sigma}}, R, \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - k$

where $J_2 = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$ and $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{1}}$

Flow rule: $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\lambda} \underline{\underline{n}}$ with $\underline{\underline{n}} = \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$

and $I_i = \frac{C_i}{\gamma_i \varphi(p)}$ $\bar{X}_i = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{X}}_i : \underline{\underline{X}}_i)}$ $\underline{\underline{k}}_i = \frac{\underline{\underline{X}}_i}{\bar{X}_i}$

Kinematic hardening rule: $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1 + \underline{\underline{X}}_2$ $\underline{\underline{\dot{X}}} = \frac{2}{3} C_i \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \lambda_i \varphi(p) \left(\frac{\bar{X}_i}{I_i} \right)^{m_i} \langle \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p : \underline{\underline{k}}_i \rangle \underline{\underline{X}}_i$ ($i = 1, 2$)

with $\varphi(p) = \varphi_\infty + (1 - \varphi_\infty) e^{-\omega p}$

where $\langle \cdot \rangle$ are the Max Cauley brackets: $\langle u \rangle = 0$ if $u > 0$ and $\langle u \rangle = u$ if $u < 0$

Isotropic hardening rule: $\dot{R} = b(Q_\infty - R)\dot{p}$

with $k, Q_\infty, b, \varphi_\infty, \omega, C_1, C_2, \gamma_1, \gamma_2, m_1, m_2$ material parameters

Table 5
 Constitutive equations of the TANA model

Strain decomposition: $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$

Hooke's law: $\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1}{2\mu} \left(\underline{\underline{1}} - \frac{\nu}{1+\nu} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} \right) : \underline{\underline{\sigma}}$ with $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$

Yield function: $f(\underline{\underline{\sigma}}, R, \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - k$

where $J_2 = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$ and $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{1}}$

Flow rule: $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\lambda} \underline{\underline{n}}$ with $\underline{\underline{n}} = \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$

Kinematic hardening rule: $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1 + \underline{\underline{X}}_2$ $\underline{\underline{\dot{X}}}_i = \frac{2}{3} C_i \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \gamma_i \varphi(p) \dot{p} \underline{\underline{X}}_i$ ($i = 1, 2$)

with $\varphi(p) = \varphi_\infty + (1 - \varphi_\infty) e^{-\omega p}$

Isotropic hardening rule: $\dot{R} = d_H(Q - R)\dot{p}$

$Q = A(q_N(q) - q_P(q)) + q_P(q)$

$$\begin{cases} \dot{y} = r_y \left(\frac{\underline{\underline{E}}^p - \underline{\underline{y}}}{\|\underline{\underline{E}}^p - \underline{\underline{y}}\|} \right) \dot{p} \\ q = \|\underline{\underline{E}}^p - \underline{\underline{y}}\| \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_P(q) = a_P q + a_P (1 - e^{-c_P q}) \\ q_N(q) = a_N q + a_N (1 - e^{-c_N q}) \end{cases}$$

$$\underline{\underline{\dot{C}}} = c_c \left[\left(\frac{\underline{\underline{\dot{E}}}^p}{\|\underline{\underline{\dot{E}}}^p\|} \otimes \frac{\underline{\underline{\dot{E}}}^p}{\|\underline{\underline{\dot{E}}}^p\|} \right) - \underline{\underline{C}} \right] \dot{p} \text{ with } \underline{\underline{\dot{E}}}^p = \begin{cases} E_1 = \varepsilon_{11}^p \\ E_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\varepsilon_{11}^p}{2} + \varepsilon_{22}^p \right] \\ E_3 = 2 \frac{\varepsilon_{12}^p}{\sqrt{3}} \\ E_4 = 2 \frac{\varepsilon_{23}^p}{\sqrt{3}} \\ E_5 = 2 \frac{\varepsilon_{31}^p}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\underline{\underline{u}} = \frac{\underline{\underline{\dot{E}}}^p}{\|\underline{\underline{\dot{E}}}^p\|} \quad \underline{\underline{A}} = \sqrt{\frac{Tr(\underline{\underline{C}}^T \underline{\underline{C}}) - u \underline{\underline{C}}^T \underline{\underline{C}} u}{Tr(\underline{\underline{C}}^T \underline{\underline{C}})}}$$

with $\underline{\underline{C}}$ a structural tensor, A a non-proportionality parameter, Q a strain hardening variable, $\underline{\underline{U}}$ the normalised inelastic strain vector, $\underline{\underline{y}}$ the center and q the range of an index surface in the plastic strain space. $K, \varphi_\infty, \omega, C_1, C_2, \gamma_1, \gamma_2, d_H, a_P, b_P, c_P, a_N, b_N, c_N, c_C, r_y$ are material parameters

Table 6

Constitutive equations of the OW-TANA model

Strain decomposition: $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$ Hooke's law: $\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1}{2\mu} \left(\underline{\underline{1}} - \frac{\nu}{1+\nu} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} \right) : \underline{\underline{\sigma}}$ with $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ Yield function: $f(\underline{\underline{\sigma}}, R, \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - k$ where $J_2 = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$ and $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{1}}$ Flow rule: $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\lambda} \underline{\underline{n}}$ with $\underline{\underline{n}} = \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}$ Kinematic hardening rule: $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1 + \underline{\underline{X}}_2$ ($i = 1, 2$) $\underline{\underline{\dot{X}}}_i = \frac{2}{3} C_i \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \gamma_i \varphi(p) \left(\frac{\underline{\underline{X}}_i}{I_i} \right)^{m_i} \langle \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p : \underline{\underline{k}}_i \rangle \underline{\underline{X}}_i$ where $\langle \cdot \rangle$ are the Mac Cauley brackets: $\langle u \rangle = 0$ if $u > 0$ and $\langle u \rangle = u$ if $u < 0$ with $\varphi(p) = \varphi_\infty + (1 - \varphi_\infty) e^{-\omega p}$ and $I_i = \frac{C_i}{\gamma_i \varphi(p)}$ $\bar{X}_i = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{X}}_i : \underline{\underline{X}}_i)}$ $\underline{\underline{k}}_i = \frac{\underline{\underline{X}}_i}{\bar{X}_i}$ Isotropic hardening rule: $\dot{R} = d_H(Q - R)\dot{p}$ $Q = A(q_N(q) - q_P(q)) + q_P(q)$
$$\begin{cases} \dot{y} = r_y (\underline{\underline{E}}^p - y) \dot{p} \\ q = \|\underline{\underline{E}}^p - y\| \end{cases}$$
$$\begin{cases} q_P(q) = a_P q + a_P (1 - e^{-c_P q}) \\ q_N(q) = a_N q + a_N (1 - e^{-c_N q}) \end{cases}$$
$$\underline{\underline{\dot{C}}} = c_C \left[\left(\frac{\underline{\underline{\dot{E}}}^p}{\|\underline{\underline{\dot{E}}}^p\|} \otimes \frac{\underline{\underline{\dot{E}}}^p}{\|\underline{\underline{\dot{E}}}^p\|} \right) - \underline{\underline{C}} \right] \dot{p} \text{ with } \underline{\underline{\dot{E}}}^p = \begin{cases} E_1 = \varepsilon_{11}^p \\ E_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\varepsilon_{11}^p}{2} + \varepsilon_{22}^p \right] \\ E_3 = 2 \frac{\varepsilon_{12}^p}{\sqrt{3}} \\ E_4 = 2 \frac{\varepsilon_{23}^p}{\sqrt{3}} \\ E_5 = 2 \frac{\varepsilon_{31}^p}{\sqrt{3}} \end{cases}$$
$$\underline{\underline{u}} = \frac{\underline{\underline{\dot{E}}}^p}{\|\underline{\underline{\dot{E}}}^p\|} \quad A = \sqrt{\frac{Tr(\underline{\underline{C}}^T \underline{\underline{C}}) - u \underline{\underline{C}}^T \underline{\underline{C}} u}{Tr(\underline{\underline{C}}^T \underline{\underline{C}})}}$$
with $\underline{\underline{C}}$, a structural tensor, A a non-proportionality parameter, Q a strain hardening variable, $\underline{\underline{U}}$ the normalised inelastic strain vector, $\underline{\underline{Y}}$ the center and q the range of an index surface in the plastic strain space with $k, \varphi_\infty, \omega, C_1, C_2, \gamma_1, \gamma_2, \delta_1, \delta_2, d_H, a_P, b_P, c_P, a_N, b_N, c_N, c_C, r_y$ material parameters

Table 7

Material parameters of the NLK model at room temperature

E	ν	k	Q_∞	b	φ_∞	ω	C_1	C_2	γ_1	γ_2
192 000	0.3	165	165	13.2	0.2	13.2	70 037	6360	2555	0.039

a quasi-linear kinematic variable make it possible to represent the progressive hardening observed in tension-compression tests as the amplitude of the imposed axial strain increases. This model is not able to represent the non-proportional hardening and therefore underestimates the stabilised stress response of the 90° out-

Table 8
Material parameters of the BCG model at room temperature

E	ν	k	Q_∞	b	Ψ	ω	C_1	C_2	γ_1	γ_2	δ_1	δ_2
192 000	0.3	163	163	10	0.2	13.2	356 828	33 600	4822	224	0.0002	1

Table 9
Material parameters of the OW model at room temperature

E	ν	k	Q_∞	b	φ_∞	ω	C_1	C_2	γ_1	γ_2	m_1	m_2
192 000	0.3	120	120	13.2	0.6	13.2	100 125	6546	1051	81	21	6

Table 10
Material parameters of the TANA model at room temperature

E	ν	k	φ_∞	ω	C_1	C_2	γ_1	γ_2
192 000	0.3	165	0.32	5.9	100 705	4001	3334	0.031
d_H	a_p	b_p	c_p	a_N	b_N	c_N	c_c	r_y
16	0	0	1	73 000	53.27	6570	2.1	40.75

Table 11
Material parameters of the OW-TANA model at room temperature

E	V	k	φ_∞	ω	C_1	C_2	γ_1	γ_2	m_1	m_2
192 000	0.3	120	0.6	13.2	100 125	6546	1051	81	21	6
d_H	a_p	b_p	c_p	a_N	b_N	c_N	c_c	r_y		
7	0	0	1	78 147	56.7	6672	2.1	40.75		

of-phase test (see Fig. 26f). This model gives a poor prediction of the uniaxial loading as well as the tension-torsion ratchetting tests, (see Fig. 26c, d and e): there is a quasi-accommodation in the uniaxial test; in tension–torsion ratchetting tests, we observed a progressive saturation of the axial strain as the amplitude of the imposed torsional deformation is increased. The saturated value depends on the axial stress imposed. This behaviour is a consequence of the use of a quasi-linear hardening variable.

The prediction of the monotonic tensile curve obtained with the BCG model is very close to the experimental results. Cyclic uniaxial behaviour is fairly well reproduced as shown in Fig. 27b. Since no plastic memory effect is considered in this model, we can see a saturation of cyclic hardening for the simulation of tension-compression curves. Surprisingly, the BCG model overestimates the stabilised stress

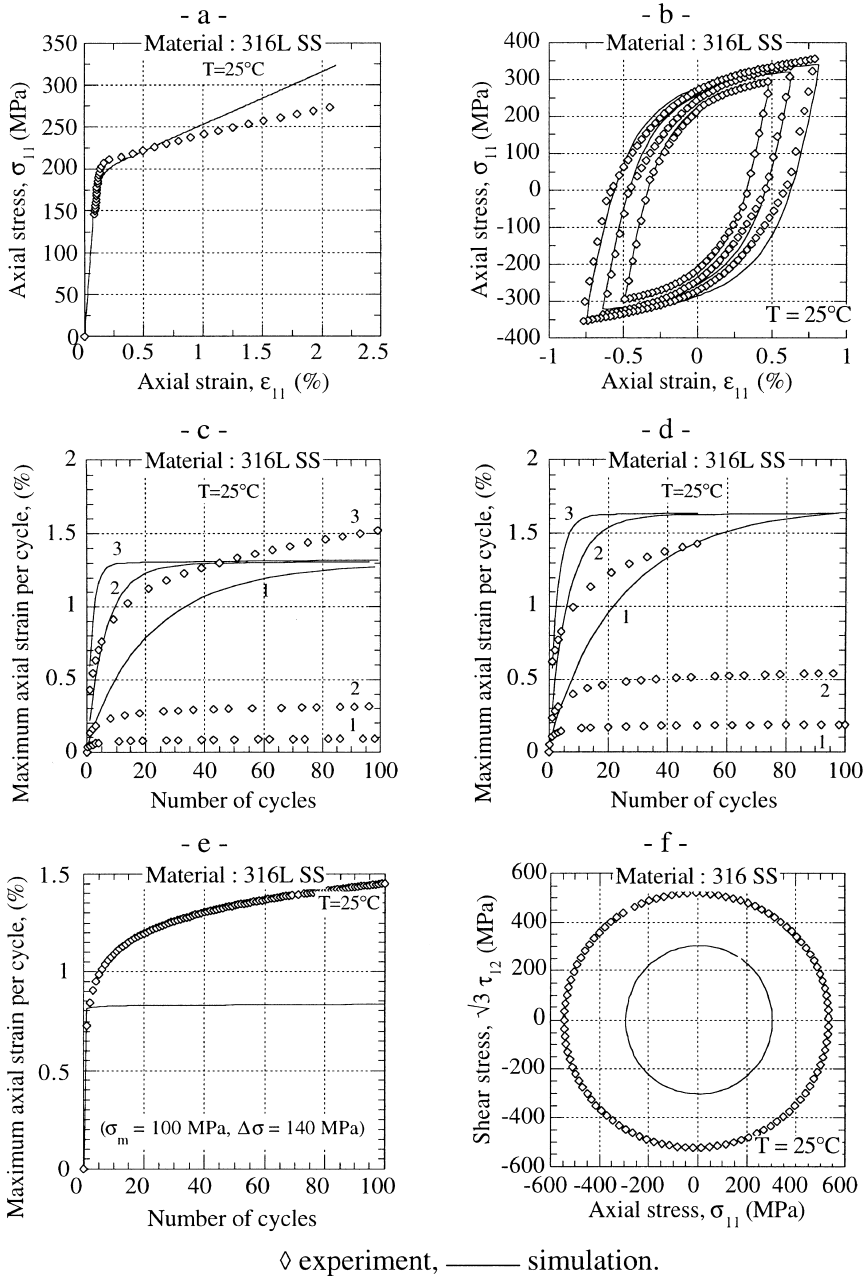


Fig. 26. Comparison between identification experiments and simulations for the NLK model. (a) Monotonic behaviour; (b) cyclic behaviour ($\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.5\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.65\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.8\%$); (c) tension-torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 80$ Mpa, 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.5\%$; (d) tension-torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 100$ Mpa, 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.35\%$; (e) tension ratchetting tests; (f) tension-torsion out-of-phase test-steady-state stress response.

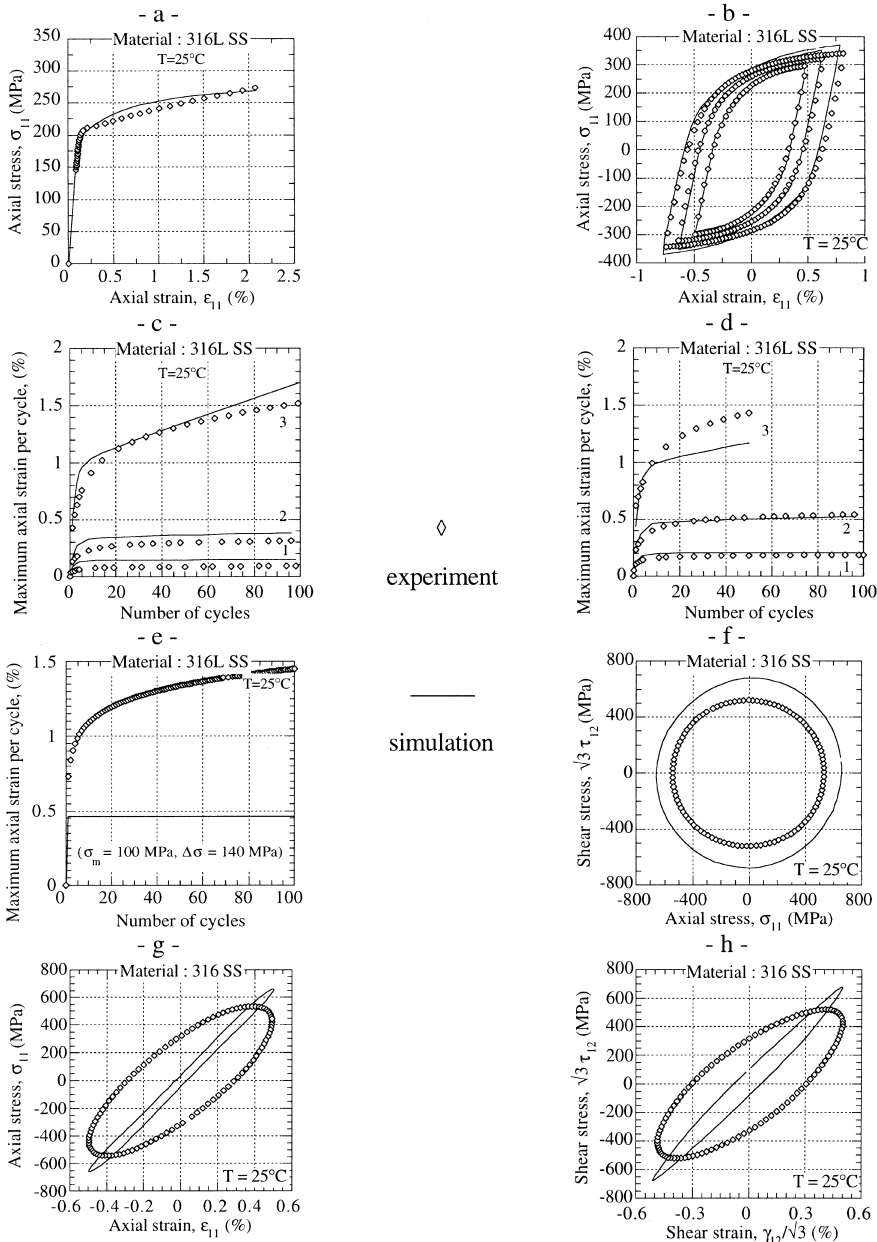


Fig. 27. Comparison between identification experiments and simulations for the BCG model. (a) Monotonic behaviour; (b) cyclic behaviour ($\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.5\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.65\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.8\%$); (c) tension-torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 80$ MPa, 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.5\%$; (d) tension-torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 100$ MPa. 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.35\%$; (e) tension ratchetting tests; (f) tension-torsion out-of-phase test — steady-state stress response; (g) tension ratchetting tests; (h) tension-torsion out-of-phase test — steady-state stress response.

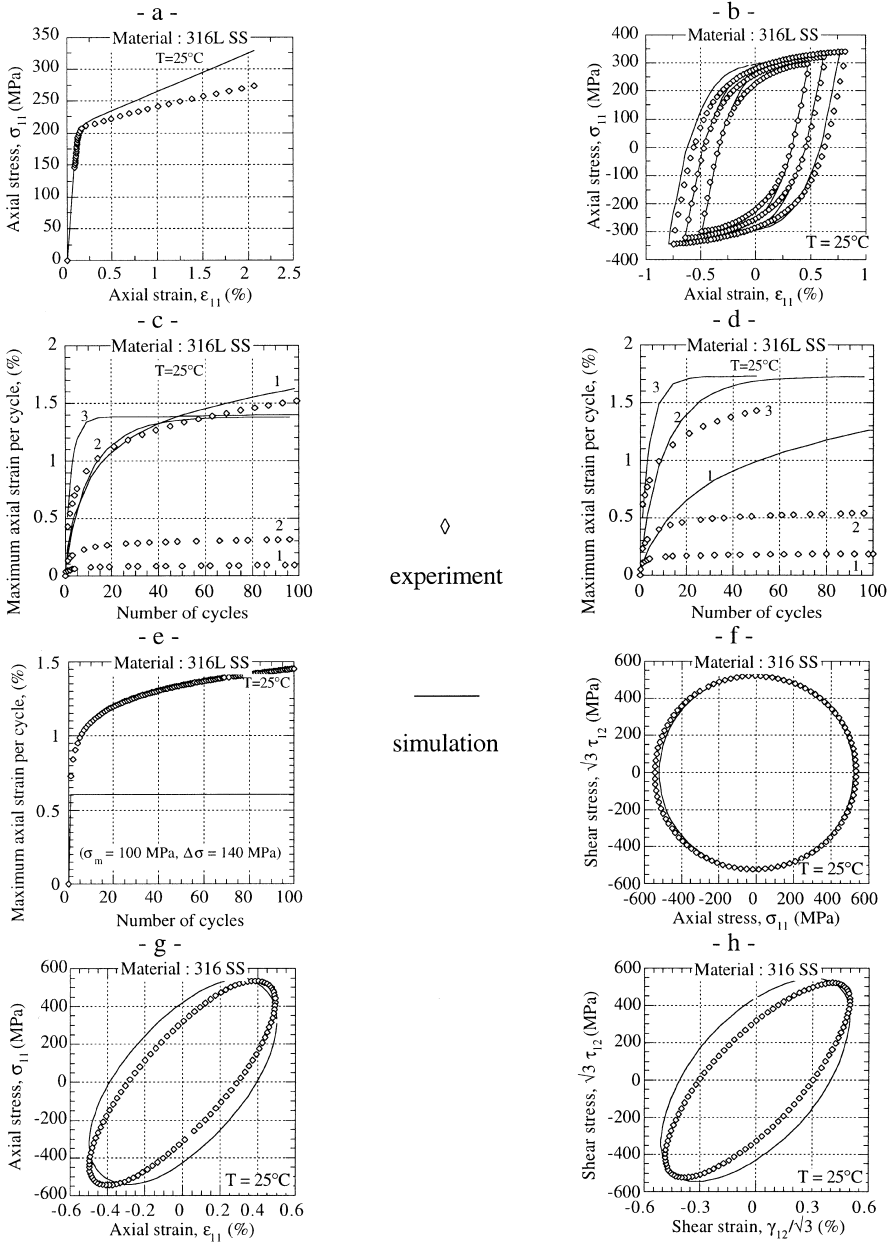


Fig. 28. Comparison between identification experiments and simulations for the TANA model. (a) Monotonic behaviour; (b) cyclic behaviour ($\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.5\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.65\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.8\%$); (c) tension–torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 80$ Mpa, 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.5\%$; (d) Tension–torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 100$ Mpa, 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.35\%$; (e) tension ratchetting tests; (f) tension–torsion out-of-phase test — steady-state stress response; (g) tension ratchetting tests; (h) tension–torsion out-of-phase test — steady state stress response.

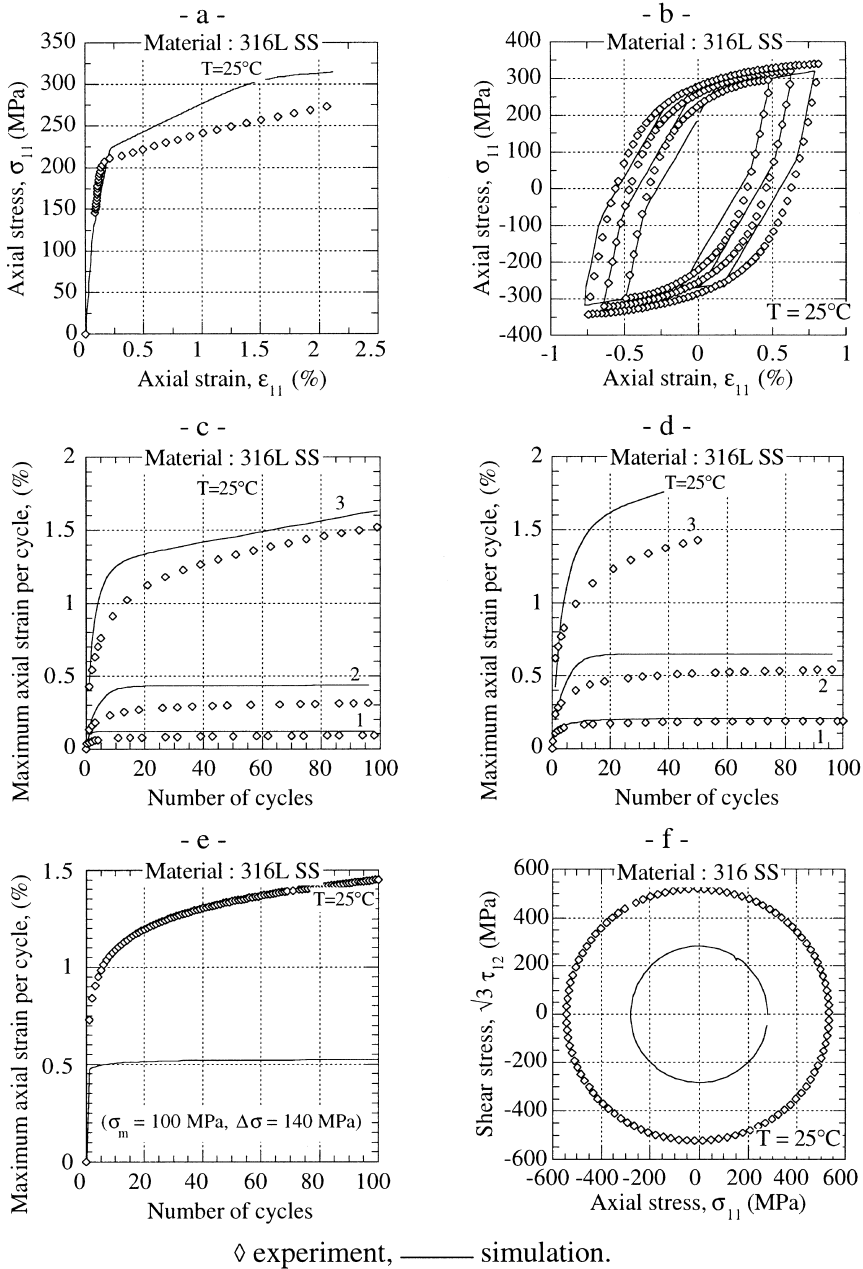


Fig. 29. Comparison between identification experiments and simulations for the OW model. (a) Monotonic behaviour; (b) cyclic behaviour ($\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.5\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.65\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.8\%$); (c) tension–torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 80$ Mpa, 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.5\%$; (d) tension–torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 100$ Mpa., 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.35\%$; (e) tension ratchetting tests; (f) tension–torsion out-of-phase test — steady-state stress response.

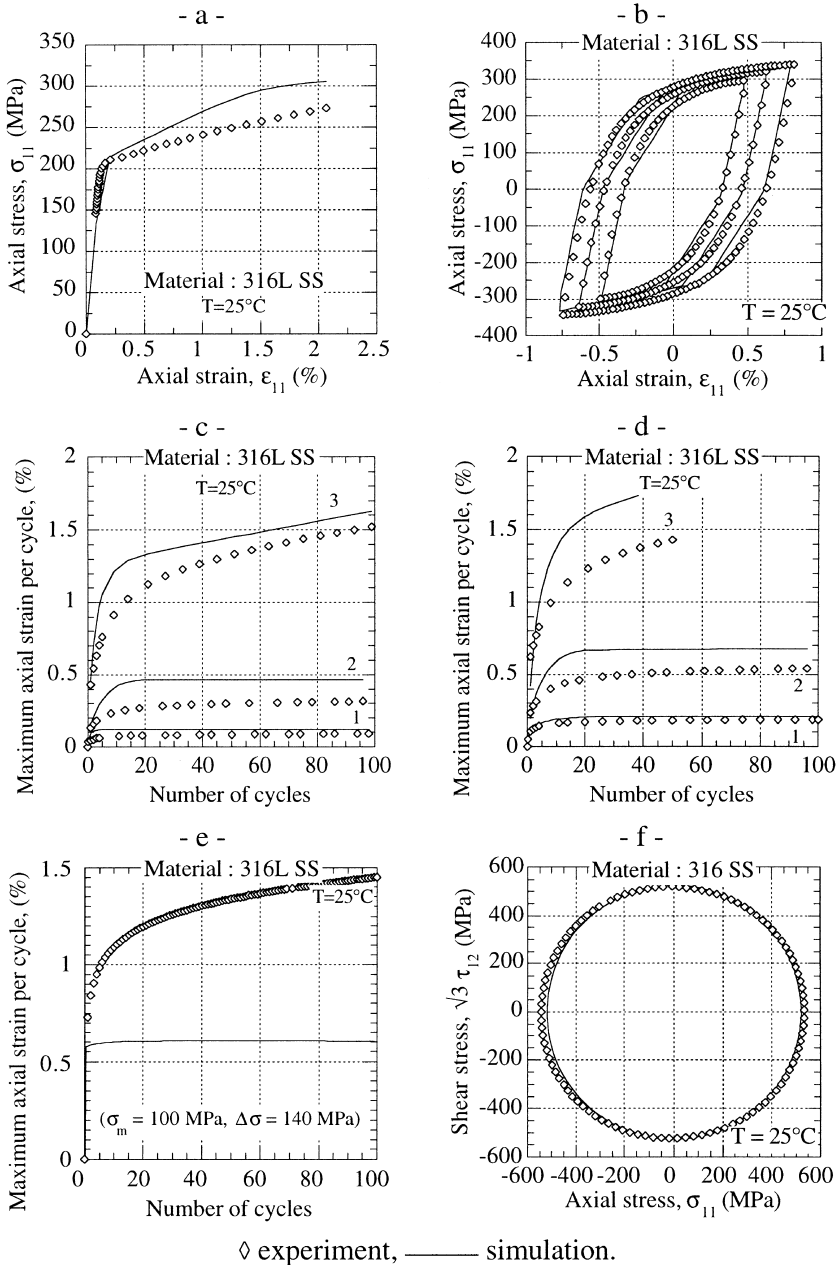


Fig. 30. Comparison between identification experiments and simulations for the OW-TANA model. (a) Monotonic behaviour; (b) cyclic behaviour ($\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.5\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.65\%$; $\Delta\epsilon_{12} = \pm 0.8\%$); (c) tension–torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 80$ Mpa, 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.5\%$; (d) tension–torsion ratchetting tests, $\sigma_{11} = 100$ Mpa, 1. $\Delta\epsilon_{12} = 0.1\%$; 2. $\Delta\epsilon_{12} = 0.2\%$; 3. $\Delta\epsilon_{12} = 0.35\%$; (e) tension ratchetting tests; (f) tension–torsion out-of-phase test — steady-state stress response.

state (see Fig. 27f). But the model responses in the $(\epsilon'_{11}, \sigma'_{11})$ plane or in $(\gamma'_{12}/\sqrt{3}, \sqrt{3}\tau_{12})$ plane are very poorly reproduced (see Fig. 27g and h). On the contrary, ratchetting simulations of tension–torsion tests are in relatively good agreement with experimental results. This model leads to accommodation when simulating the uniaxial ratchetting test.

As for the NLK model, we use one kinematic hardening variable as quasi-linear for the identification of the TANA model to reduce the ratchet strain accumulation rate in tension–torsion tests. Therefore, the simulations of the monotonic tensile test, the cyclic tension–compression tests, the uniaxial ratchetting test and the tension–torsion ratchetting tests obtained with the TANA model are similar to those obtained with the NLK model. Conversely, this model can describe the non-proportional hardening and the simulations of the two out-of-phase tests are very well (see Fig. 28f, g and h).

The monotonic behaviour is slightly overestimated when simulating with the OW model. Besides, the simulation of cyclic tension–compression tests obtained with the OW model are piece-wise linear. This could be improved by using more nonlinear kinematic hardening variables. Ratchetting simulations of tension–torsion tests are in relatively good agreement with experimental results. But, this model fails to correctly describe the uniaxial ratchetting test and leads to a quasi-accommodation as in the other models. As for the NLK and BCG models, the simulations of the out-of-phase tests underestimate the stabilised stress responses of the experiments.

In order to improve the performance of this model in simulating out of phase tests, we combine the modifications proposed by Ohno and Wang and the modifications proposed by Tanaka (model OW-TANA). This OW-TANA model is the only one which reproduces most of the experimental facts: namely, monotonic and cyclic uniaxial behaviour, cyclic tension–torsion out-of-phase test and tension–torsion ratchetting tests (see Fig. 29). Nevertheless, it is not able to describe the uniaxial ratchetting test.

In summary, the OW and the BCG models can describe both the uniaxial monotonic and cyclic hardening behaviour and the tension–torsion ratchetting behaviour of the material. They cannot represent the non-proportional hardening. On the contrary, the TANA model can describe both the uniaxial and bi-axial proportional and non-proportional hardening tests, but it fails to describe tension–torsion ratchetting tests. Combining the modifications proposed by Tanaka and Ohno and Wang, we obtain one model (OW-TANA model) which can describe the whole experimental identification data base. Nevertheless, none of the models is able to simulate correctly the uniaxial ratchetting test.

4.2. Prediction of the bowtie tests

For the bowtie loading histories we evaluate the performance of the five models studied, comparing the maximum axial strain over each cycle measured experimentally and obtained by simulations. The predictions obtained by the five models are summarised in the ϵ_{zz} max versus N plot in Fig. 31.

For both paths 1 and 2, the BCG model gives very poor predictions of the experimental results: it overestimates the experimental rate of ratchetting during the three phases for path 1 and even predicts accumulation of compressive axial strain for path 2.

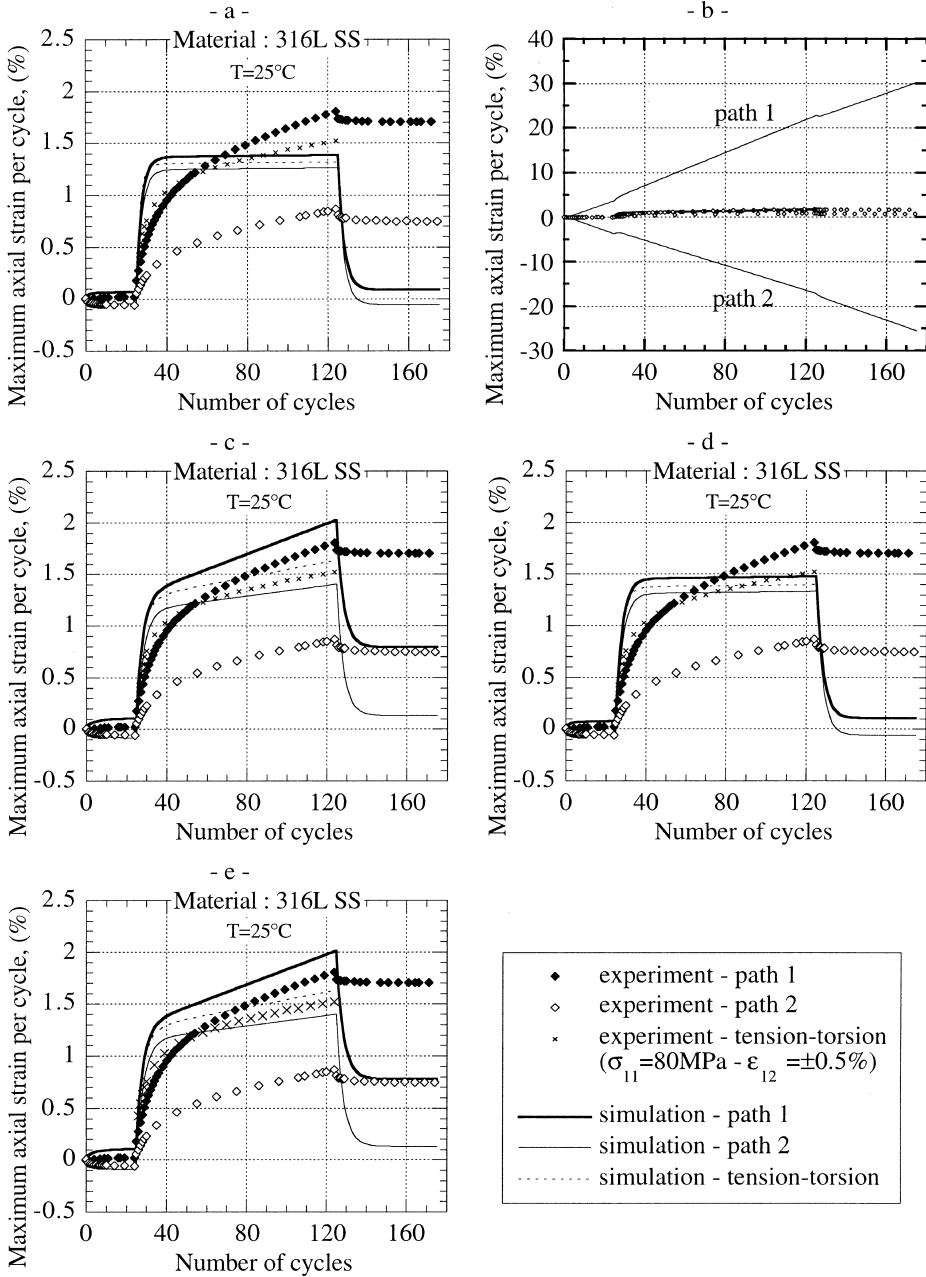


Fig. 31. Comparison between identification experiments and simulations. Maximum axial strain over a cycle versus the number of cycles. Paths 1 and 2. (a) NLK model; (b) BCG model; (c) OW model; (d) TANA model; (e) OW-TANA model.

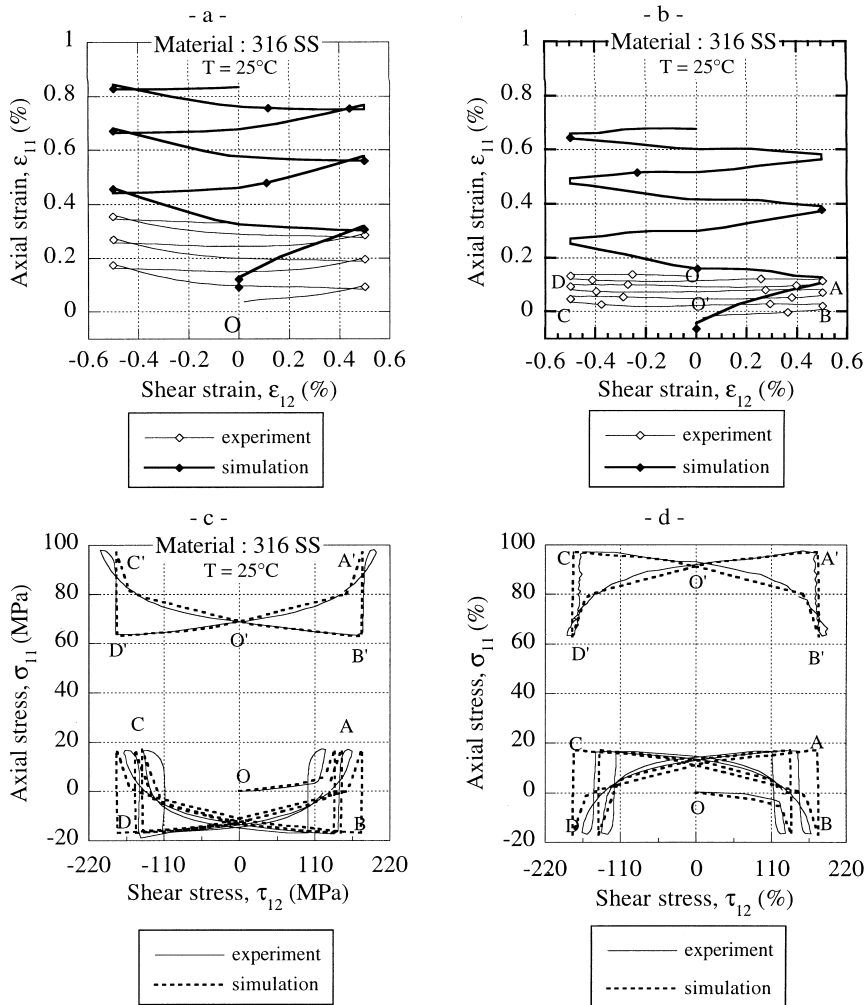


Fig. 32. Comparison between identification experiments and simulations for the OW-TANA model. Response in the $(\epsilon'_{11}, \epsilon'_{12})$ plane and in the (σ_{11}, τ_{12}) plane. (a) Response in the $(\epsilon'_{11}, \epsilon'_{12})$ plane during the first cycles of the second phase of the path 1; (b) response in the $(\epsilon'_{11}, \epsilon'_{12})$ plane during the first cycles of the second phase of the path 2; (c) response in the (σ_{11}, τ_{12}) plane during the first and the last cycle of phase 1 (OABCD) and the last cycle of phase 2 (O'A'B'C'D') — path 1; (d) response in the (σ_{11}, τ_{12}) plane during the first and the last cycle of phase 1 (OBADC) and the last cycle of phase 2 (O'B'A'D'C') — path 2.

The four others models give a quite good prediction of phase 1 for paths 1 and 2.

The simulations of the second phase with the NLK and TANA models are saturated curves very close to the simulation of the equivalent tension-torsion identification test (80 MPa 0.5%).

Conversely, the OW and OW-TANA models reproduce the experimental results fairly well for both paths 1 and 2 (see Fig. 31c and e). The axial-shear stress paths are predicted well, although the amplitude of axial stress is overestimated for phase

1 as shown in Fig. 32c. All features of the axial-shear strain response are reproduced but the strain accumulation rate is overestimated during the first cycles (see Fig. 32 for OW-TANA model). The predicted strain accumulation rate is faster than the experimental at the beginning of phase 2. The predicted axial strain-shear strain responses for phase 2. But, they fail to describe correctly the third phase of the tests. In fact, they give a complete recovery of the axial strain unlike the experimental results.

The best overall agreement with the experiment was achieved with OW and OW-TANA models.

5. Conclusion

- A large series of uniaxial and biaxial tests has been carried out at 25 and 250°C. These tests bring out some general characteristics of the isothermal-mechanical behavior of 316 austenitic stainless steel: hardening under tensile loading, cyclic hardening under tension-compression cyclic loading, ratchetting under uniaxial stress loading, over-hardening under multiaxial nonproportional cyclic loading and ratchetting under multiaxial stress loading.
- Five sets of constitutive equations are selected (NLK, BCG, TANA, OW and OW-TANA) and their material dependent parameters are identified on the previous large experimental data base.
- In order to test the validity domain of the five models, another series of tension-torsion ratchetting tests has been carried out.
- The comparison of the test results and the simulations clearly shows that the OW-TANA model is more robust than the others.

The previous procedure shows some general conclusions. First, models based on non-linear isotropic hardening and non-linear kinematic hardening rules are not able to reproduce both ratchetting under uniaxial condition and ratchetting under multiaxial condition. Second, the model based on the Ohno-Wang's model and Tanaka's model is in good agreement with a large part of the experimental results. Finally, more work must be done in order to improve the capacity of the models to predict the life of structures subjected to elasto-plastic cyclic loadings. The introduction of the distortion of the yield surface in the formulation of constitutive equations may be an answer to some of the problems met in the present work. This issue will be considered in future investigations.

References

- Abdul-Latif, A., 1992. *Approches multi-échelles pour la description de l'anélasticité avec endommagement*, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne.
- Armstrong, P.J., Frederick, C.O., 1966. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect, CEBG Report RD/B/N731, Berkeley Nucl. Lab.
- Benallal, A., Le Gallo, P., Marquis, D., 1989. An experimental investigation of cyclic hardening of 316 stainless steel and of 2024 aluminium alloy under multiaxial loadings. *Nucl. Engng. Design*, 114 345, 1989.

- Bouchou, A., Delobelle, P., 1996. Behaviour and modelling of a 17-12 SPH stainless steel under cyclic, uni and bidirectional, anisothermal loadings. Part I: behaviour. *Int. J. Plasticity* 12, 295.
- Bocher, L., Delobelle, P., 1997. Experimental study of the cyclic behaviour of a stainless steel under complex multiaxial loadings in tension-torsion-internal pressure. *Proc. of SMIRT* 9, 51.
- Burlet, H., Cailletaud, G., 1987. Modelling of cyclic plasticity in finite element codes, *Proc. of Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications*, 1157.
- Cabrillat, M.T., Gatt, J.M., 1993. Evaluation of thermal ratchetting on axisymmetrical thin shells at the free level of sodium — inelastic response. *Proc. of SMIRT*, E05/4.
- Cabrillat, M.T., Geyer, P., Portier, L., 1997. Modelling of thermal ratchetting numerical benchmark and comparison with experimental results, *Proc. Plasticity '97*.
- Cailletaud, G., Kaczmarck, H., Policella, H., 1984. Some elements on multiaxial behavior of 316 stainless steel at room temperature. *Mech. Mat.* 3, 333.
- Cailletaud, G., Doquet, V., Pineau, A., 1991. Cyclic multiaxial behavior of an austenitic stainless steel: microstructural observations and micromechanical modelling. In: Kussmaul, K., McDairmid, D., Socie, D. (Eds.), *Fatigue under Biaxial and Multiaxial Loading*.ESIS10, Mechanical Engineering Publications, p. 131.
- Calloch, S., Marquis, D., 1997. Additional hardening due to tension–torsion nonproportional loadings: influence of the loading path shape. *ASTM STP* 1280, p. 113.
- Calloch, S., Marquis, D., 1999. Triaxial tension compression tests for multiaxial cyclic plasticity. *Int. J. Plasticity* 15, 521.
- Chaboche, J.L., 1987. Cyclic plasticity modelling and ratchetting effects. *Proc. of Constitutive Laws for Engineering Materials*, p. 47.
- Chaboche, J.L., 1989. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *Int. J. Plasticity* 5, 247.
- Chaboche, J.L., 1991. On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects. *Int. J. Plasticity* 7, 661.
- Chaboche, J.L., 1992. Cyclic plasticity modelling and ratchetting effects, *Proc. of Constitutive Laws for Engineering Materials*, p. 47.
- Chaboche, J.L., Nouailhas, D., 1989a. Constitutive modelling of ratchetting effects. Part I: experimental facts and properties of classical models. *ASME J. Engng. Mat. and Techn.* 3, 384.
- Chaboche, J.L., Nouailhas, D., 1989b. Constitutive modeling of ratchetting effects. Part II: possibilities of some additional kinematic rules. *ASME J. Engng. Mat. and Techn.* 3, 409.
- Clavel, M., Pilvin, P., Rahouadj, R., 1989. Analyse microstructurale de la déformation plastique sous sollicitations non-proportionnelles dans un alliage Base Nickel. *CRAS*, t309, 689.
- Corona, E., Hassan, T., Kyriakides, S., 1996. On the performance of kinematic hardening rules in predicting a class of biaxial ratchetting histories. *Int. J. Plasticity* 12, 117.
- Delobelle, P., 1993a. Synthesis of the elastoviscoplastic behavior and modelization of an austenitic stainless steel over a large temperature range, under uniaxial and biaxial loadings, part I: behavior. *Int. J. Plasticity* 9, 45.
- Delobelle, P., 1993. Synthesis of the elastoviscoplastic behavior and modelization of an austenitic stainless steel over a large temperature range, under uniaxial and biaxial loadings, Part II: phenomenological modelization. *Int. J. Plasticity* 9, 87.
- Delobelle, P., Bocher, L., 1994. Experimental study and phenomenological modelization of uni and multidirectional ratchet. *Proc. Fourth Int. Conf. on Biaxial/Multiaxial Fatigue*, p. 255.
- Delobelle, P., Robinet, P., Bocher, L., 1995. Experimental study and phenomenological modelization of ratchet under uniaxial and biaxial loading on an austenitic stainless steel. *Int. J. Plasticity* 11, 295.
- de los Rios, E., Andrews, R., Brown, M., Miller, K., 1989. Out-of-phase cyclic deformation and fatigue fracture studies on 316 stainless steel. *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, *Mech. Engng. Publication*, p. 659.
- de los Rios, E., Kandil, F., Miller, K., Brown, M., 1985. A metallographic study of multiaxial creep-fatigue behavior in 316 stainless steel. *ASTM STP* 853, Philadelphia, 669
- Doong, S.H., Socie, D.F., 1989. Deformation mechanisms of metals under complex non-proportional cyclic loading. *Proc. Int. Conference on Biaxial Multiaxial Fatigue*, Stuttgart.

- Doquet, V., Pineau, A., 1990. Extra hardening due to non-proportional loading of an austenitic stainless steel. *Scripta Metal. Mat.* 24, 433.
- Ellyin, F., Golos, K., Xia, Z., 1991. In phase and out of phase multiaxial fatigue. *ASME J. Engng. Mat. Techn.* 113, 112.
- Ferney, V., 1992. Étude de l'écroûissage cyclique sous sollicitations complexes, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne.
- Geyer, P., 1995. Modelling of ratchetting in biaxial loading of the stainless steel 316 SPH between 20 and 600°C. *Proc. of Plasticity '95*, p. 563.
- Hassan, T., Kyriakides, S., 1992a. Ratchetting in cyclic plasticity, Part I: uniaxial behavior. *Int. J. Plasticity* 8, 91.
- Hassan, T., Kyriakides, S., 1992b. Ratchetting in cyclic plasticity, Part II: multiaxial behavior. *Int. J. Plasticity* 8, 117.
- Hassan, T., Kyriakides, S., 1994a. Ratchetting of cyclically hardening and softening materials: I. uniaxial behavior. *Int. J. Plasticity* 10, 149.
- Hassan, T., Kyriakides, S., 1994b. Ratchetting of cyclically hardening and softening materials: II. Multiaxial behavior. *Int. J. Plasticity* 10, 185.
- Hopperstad, O.S., Langseth, M., Remseth, S., 1995. Cyclic stress-strain behaviour of alloy AA 6060 T4, Part II: Biaxial experiments and modelling. *Int. J. Plasticity* 11 (741), 1995.
- Jiang, Y., Sehitoglu, 1994a. Cyclic ratchetting of steel under multiaxial stress state. *Int. J. Plasticity* 10, 579–1070.
- Jiang, Y., Sehitoglu, H., 1994b. Multiaxial cyclic ratchetting under multiple step loading. *Int. J. Plasticity* 10, 849.
- Jiang, Y., Sehitoglu, H., 1996. Modelling of cyclic ratchetting plasticity, part I: development of constitutive relations. *ASME J. Engng. Mat. and Techn.* 63, 720.
- Kanazawa, K., Miller, K.J., Brown, M.W., 1979. Cyclic deformation of 1% Cr-Mo-V steel under out-of-phase loads. *Fat. Engng. Mat. Struct.* 2, 217.
- Krempf, E., Lu, H., 1983. Comparison of the stress responses of an aluminium alloy tube to proportional and alternate axial and shear strain paths at room temperature. *Mech. Mat.* 2, 183.
- Krempf, E., Lu, H., 1984. The hardening and rate dependent behavior of fully annealed AISI type 304 stainless steel under biaxial in phase and out-of-phase strain cycling at room temperature. *ASME J. Engng. Mat. and Techn.* 106, 376.
- Lamba, H.S., Sidebottom, O.M., 1978a. Cyclic plasticity for nonproportional paths, part I: experiment. *ASME J. of Engng. Mat. Techn.* 100, 96.
- Lamba, H.S., Sidebottom, O.M., 1978b. Cyclic plasticity for nonproportional paths, part II: theory. *ASME J. Engng. Mat. Techn.* 100, 104.
- Marquis, D., 1989. Phénoménologie et thermodynamique: couplages entre thermoélasticité, plasticité, vieillissement et endommagement. Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 6.
- McDowell, D.L., 1983. On the path dependence of transient hardening and softening to stable states under complex biaxial loading. *Proc. Int. Conf. Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Application*, pp. 125.
- McDowell, D.L., 1995. Stress state dependence of cyclic ratchetting behavior of two rail steels. *Int. J. Plasticity* 11, 397.
- McDowell, D.L. and Socie, D.F., 1982. Transient and stable deformation behavior under cyclic non-proportional loadings. *ASTM-STP 853*, San Francisco, 64.
- McDowell, D.L., Socie, D.F., 1985. Transient and stable deformation behavior under cyclic nonproportional loading. *ASTM STP 853*, Philadelphia 64.
- Murakami, S., Kawai, M., Aoki, K., Ohmi, Y., 1989a. Temperature dependence of multiaxial non-proportional cyclic behavior of type 316 stainless steel. *ASME J. Engng. Mat. Techn.* 111, 32.
- Murakami, S., Kawai, M., Ohmi, Y., 1989b. Effects of amplitude history and temperature history on multiaxial cyclic behavior of type 316 stainless steel. *ASME J. Engng. Mat. Techn.* 111, 278.
- Ohashi, Y., Kawai, M., Kaito, T., 1985a. Inelastic behavior of type 316 stainless steel under multiaxial nonproportional cyclic stressings at elevated temperature. *ASME J. Engng. Mat. and Techn.* 107, 101.
- Ohashi, Y., Tanaka, E., Ooka, M., 1985b. Plastic deformation behavior of type 316 stainless steel subject to out-of-phase strain cycles. *ASME J. Engng. Mat. Techn.* 107, 286.

مهاربندها یکی از سیستم‌های باربری مرسوم بوده که با سخت‌معموری بالای فود تغییرشکل جانبی قاب را به خوبی کنترل خواهند کرد. این سختی بالا می‌تواند باعث به وجود آمدن نیروهای شدید در سایر اعضای قاب شود که یکی از مشکلات این سیستم‌های باربری است. نتیجه‌ی این نیروهای شدید به وجود آمدن پارگی ورق‌های گاست، شکستگی جوش‌ها و... می‌باشد. علاوه بر این مشکل کمانش مهاربندها نیز همواره یکی از معضلات اساسی این سیستم باربری بوده است. هنگامی که مهاربند کمانش کند نه تنها ظرفیت باربری فود را از دست خواهد داد، بلکه میزان اتلاف انرژی آن نیز به شدت کاهش خواهد یافت. برای مهار کمانش در مهاربندها لازم است که از مقاطعی با لاغری کم‌تر استفاده کرد که این روند باعث تشدید مشکل اول مهاربندها خواهد شد. برای رفع هر دو مشکل مطرح شده در سیستم‌های باربر جانبی، ایده‌ی مهاربندهای کمانش‌ناپذیر¹ مطرح گردید. مهاربندهای کمانش‌ناپذیر از یک هسته‌ی فلزی که به وسیله‌ی نوعی غلاف از کمانش آن جلوگیری می‌شود، تشکیل شده‌اند. رفتار این مهاربندها در فشار، نزدیک به رفتار کششی خواهد بود. یکی از متداول‌ترین انواع مهاربندهای کمانش‌ناپذیر، شامل هسته‌ی فلزی و غلاف پر شده از ملات می‌باشد که در آن ملات با ایجاد ماصورشدگی برای هسته مانع از کمانش آن می‌شود. نوع دیگری از این مهاربندها تمام فلزی بوده که در آن‌ها از کمانش هسته توسط غلاف فلزی با هندسه‌ی مناسب ممانعت خواهد شد. برتری مهاربند کمانش‌ناپذیر تمام فلزی نسبت به نمونه‌ی متداول آن، کاهش وزن، اجرای ساده‌تر و ایجاد شرایط بازرسی و تعویض هسته پس از زلزله می‌باشد. نتایج بدست آمده توسط محققین بیانگر آن بوده است که ابعاد و هندسه‌ی غلاف پیرامونی هسته نیز باید به گونه‌ای باشد که با فراهم کردن ضریب لاغری مناسب بتواند از کمانش کلی مجموعه‌ی BRB ممانعت کند. شاید مهم‌ترین و پیچیده‌ترین قسمت سافت این مهاربندها مرتبط با اندرکنش هسته و غلاف پیرامونی آن می‌باشد. از لحاظ تئوری تلاش بر آن است که ارتباط هسته و غلاف تنها از نوع برافورد عمودی بر اثر کمانش هسته بوده و رفتار مماسی ناشی از اصطکاک بین آن‌ها به صفر میل کند. وجود اصطکاک بین هسته و غلاف موجب خواهد شد که بخشی از نیروی فشاری یک سیکل به دافل

¹ Buckling Restrained Brace

غلاف سرایت کند و توزیع یکنواختی از کرنش فشاری در طول هسته به وجود نیاید. همین امر سبب خواهد شد که کرنش‌های کششی که به صورت یکنواخت در طول هسته توزیع خواهند شد، در مناطقی از هسته که کرنشی فشاری کم‌تر است (به‌طور معمول نوامی اطراف مرکز هسته)، رشد بیش‌تری داشته و پدیده‌ی پارگی با سرعت بیش‌تری به وجود آید. بنابراین مابین هسته و غلاف همواره یک فضای ناپیزی (۱ الی ۳ میلی‌متر) وجود خواهد داشت که با استفاده از موادی مناسب (مانند گریس، سرامیک، رنگ‌های کاهش دهنده‌ی اصطکاک و ...) در این فضا به دنبال کاهش ضریب اصطکاک بین هسته و غلاف می‌باشند. البته دلیل دیگر وجود این فضا افزایش طول اضلاع عمود بر مموری طولی هسته در بارگذاری فشاری می‌باشد (به دلیل اثر پواسون). در این فضای ناپیزی هسته‌ی فلزی کمانش‌هایی با دامنه‌های بسیار کوچک را تجربه خواهد کرد که به آن مدهای بالای کمانشی می‌گویند. این مدهای بالا نمی‌تواند موجب از دست رفتن ظرفیت باربری هسته تمت بارهای فشاری شود. نتایج بدست آمده نشان داده است که افزایش ابعاد این فضا از مقادیری مشخص مطلوب نبوده و موجب افزایش نیروهای ناشی از برافورد هسته‌ی کمانش کرده به غلاف خواهد شد. در این جلسه صمت سنجی پژوهش آزمایشگاهی انجام گرفته توسط واتانابی و همکاران مورد نظر خواهد بود. در گام نخست این جلسه‌ی هسته فولادی بدون غلاف بتنی مدل‌سازی شده و رفتار آن تمت بارگذاری پرفه‌ای مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. انتظار می‌رود به دلیل ضریب لاغری بالای هسته، در سیکل‌های اولیه تمت بار فشاری، کمانش کلی در هسته به وجود آمده و ظرفیت باربری خود را از دست بدهد. سپس در گام بعدی هسته‌ی فلزی درون غلاف بتنی قرار گرفته و بارگذاری پرفه‌ای مشابه با حالت قبل به آن اعمال خواهد شد. عدم کمانش کلی هسته (رفتاری هیستریزیس پلاق، اتلاف انرژی مناسب و مفظ مقاومت سیستم باربری را نتیجه خواهد داد.

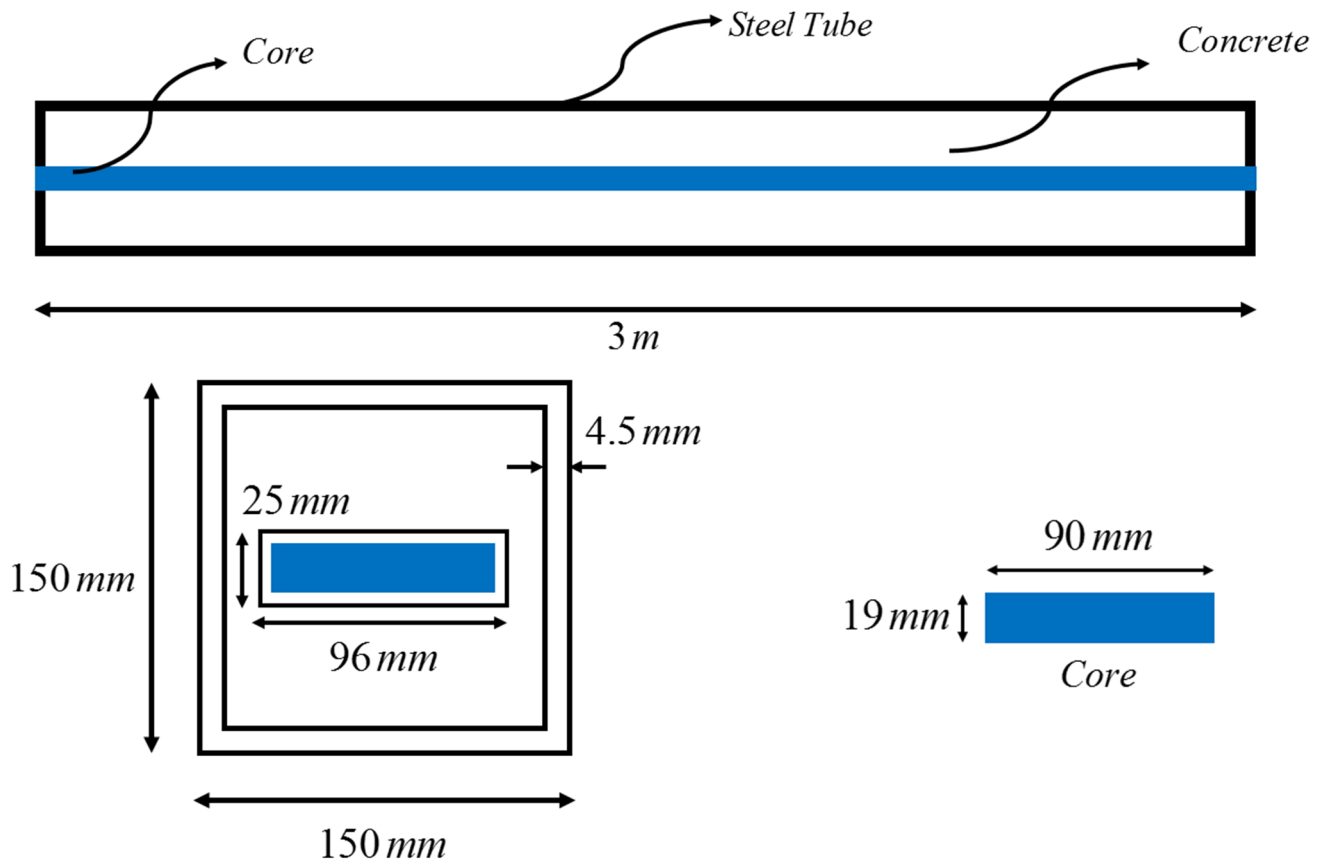
*کمانش الاستیک و غیرالاستیک

به‌طور کلی می‌توان مل مساله کمانشی را شامل دو حالت الاستیک و غیر الاستیک تقسیم‌بندی نمود. در کمانش‌های الاستیک که رابطه‌ی معروف اویلر نیز بر اساس آن بنا شده است، همواره مقادیر مدول یانگ ثابت در نظر گرفته خواهد شد که با توجه به ثابت بودن این مدول در بخش الاستیک مواد فرضی معقول می‌باشد. کمانش‌های الاستیک در شرایطی در مساله ماکم خواهد بود که مشابه ستون‌های لاغر نیروی بحرانی کمانش کم‌تر از نیروی تسلیم باشد. در این شرایط کمانش مقدم بر تسلیم

بوده و فرض استفاده از مدول الاستیسیته ثابت در محادلات دیفرانسیل کمانش صمیع فواهد بود. تا سالهای زیادی تصور بر آن بود که رفتار غیرفطی تأثیری بر میزان بار کمانشی فواهد داشت تا آنکه نتایج مومود از آزمایشات فلاف این مساله را بیان کردند. نتایج بیانگر آن بود که در اعضایی که نیروی تسلیم کمتر از نیروی کمانشی می باشد (ستونهای چاق)، به جای استفاده از مدول الاستیک اولیه لازم است از مدول مماسی استفاده شود. همین امر به معرفی سه تئوری ضریب مماسی، ضریب دوگانه و شانلی در بمت کمانشهای غیر الاستیک شده است.

در مسالهی مهاربندها با توجه به آنکه، کمانش هستهی فولادی پس از رفتار غیرفطی مادی به وجود فواهد آمد، بنابراین مساله از نوع کمانش غیرالاستیک می باشد. با تعریف رفتار غیرفطی مادی و هندسه، نرم افزار شرایط تحلیل را مرتبط با کمانش غیرالاستیک در نظر فواهد گرفت.

*مشفصات هندسی مدل ساده شده در نرم افزار



شکل ۱۰-۱: مشفصات هندسی مهاربند کمانش ناپذیر

*مشخصات رفتاری اعضای تشکیل دهنده

یکی از منمنی‌های رفتاری تملیلی که با منمنی تنش کرنش آلیاژ آلومنیومی، فولاد ضد زنگ و فولاد کربن دار تطابق بسیار ایده‌آلی دارد، مدل رامبرگ² اسکود³ می‌باشد. در این مدل کرنش فولاد بره سب تنش به صورت زیر تعریف می‌شود. کرنش کل فولاد از جمع کرنش بخش الاستیک و پلاستیک حاصل خواهد شد، بنابراین:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H} \right)^{\frac{1}{n}}$$

که H و $\frac{1}{n}$ پارامترهایی ثابت بوده و با توجه به نوع فولاد و مشخصات رفتاری آن بدست خواهد آمد. برای تعیین این پارامترها از قسمت مرتبط با کرنش پلاستیک استفاده خواهد شد.

برای هسته از فولاد $SS41(JIS)$ ³ با تنش تسلیم ۲۸۸ مگاپاسکال که تقریباً معادل فولاد $A36$ می‌باشد، استفاده شده است. جرم مخصوص فولاد $A36$ برابر $7850 \frac{kg}{m^3}$ ، مدول الاستیسیته آن برابر $200 GPa$ و ضریب پواسون آن برابر 0.26 می‌باشد. کم‌ترین مقدار تنش تسلیم برابر $250 MPa$ و تنش‌نهایی آن بین مقادیر $400 MPa$ الی $550 MPa$ متغیر است. کشیدگی در لمضی شکست نیز بین مقادیر 0.2 تا 0.23 تغییر خواهد کرد. با توجه به ماکم بودن رفتار هسته بر نتایج منمنی‌های هیستریزیس و اتلاف انرژی، تنها به کالیبره کردن مدل رفتاری آن با مدل رامبرگ-اسکود که در زیر ارائه شده است، اکتفا خواهیم کرد.

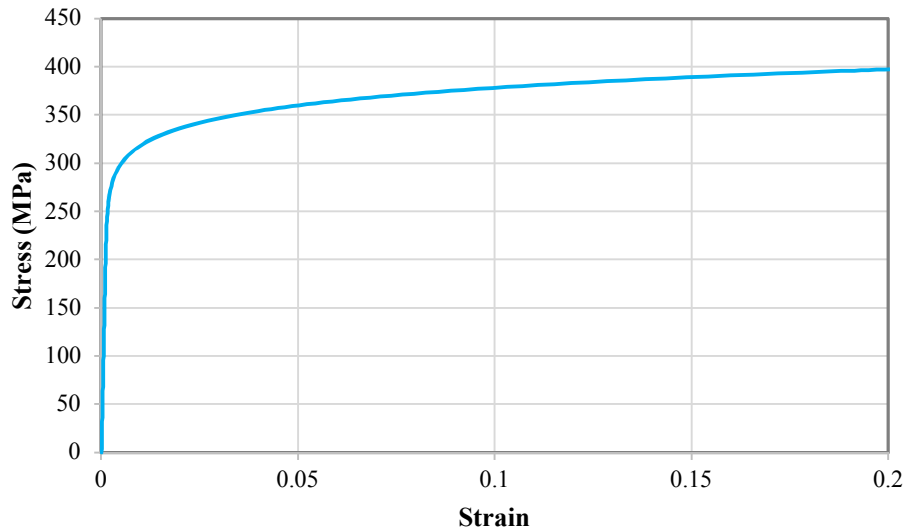
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{200 \times 10^3} + \left(\frac{\sigma}{444.9182} \right)^{14.2888}$$

² Romberg Osgood

³ Japanese Industrial Standard

در تنش‌ها و کرنش‌های کوچک، ترم دوم معادله‌ی فوق تاثیر کمی داشته و بخش خطی مابین تنش و کرنش برقرار خواهد بود.

منحنی تنش کرنش هسته‌ی فولادی برمبنای مدل فوق در شکل زیر نشان داده شده است:



شکل ۱۰-۲: منحنی تنش-کرنش فولاد بر اساس مدل رامبرگ اسکود

برای غلاف فارچی از فولاد $TSK 50 (JIS)$ با تنش تسلیم 370 مگاپاسکال استفاده شده است. با توجه به تاثیر نه‌چندان

منحنی رفتار غلاف در نتایج نهایی، از رفتار دوفضی ساده با مشخصات زیر استفاده شده است:

$$\rho = 7850 \frac{kg}{m^3}, \quad E = 210 GPa, \quad \nu = 0.3, \quad F_y = 370 MPa, \quad F_u = 520 MPa, \quad \varepsilon_u^{pl} = 10\%$$

برای مدل‌سازی غلاف بتنی نیز از خصوصیت رفتار بتن که در جلسه‌ی هفتم ارائه شده است، استفاده گردیده که از تکرار آن

پرهیز می‌کنیم.

*شرایط مرزی و بارگذاری مهاربند کمانش‌ناپذیر

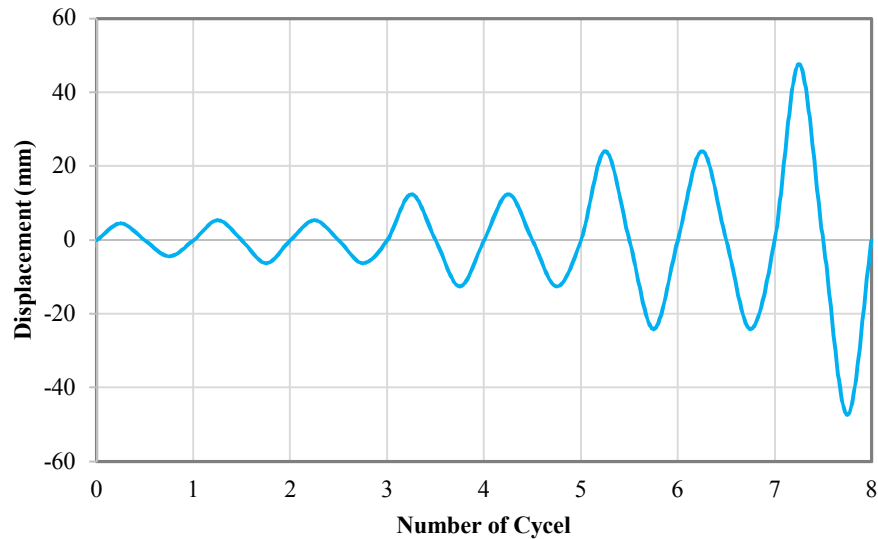
این مهاربندها به صورت قطری و یا شعرون در قاب‌های فلزی قرار خواهند گرفت. با توجه به نموده‌ی اتصال آن‌ها به‌طور معمول

شرایط مرزی گیردار در دو انتهای آن به‌وجود خواهد آمد. بنابراین در این مدل اجزای محدودی شرایط مرزی هسته‌ی فولادی در دوسر

آن به‌صورت گیردار لحاظ شده با این تفاوت که در یک سر آن درجه‌ی آزادی محوری مقید نبوده و تاریفچه‌ی بارگذاری پرفه‌ای

به‌صورت زیر بر آن وارد می‌شود. با توجه به عدم ارائه‌ی نموده‌ی بارگذاری پرفه‌ای در متن مقاله، لازم است که این پروتکل از

منمنی هی سترزیس ا سترراج گردد. برای این منظور می‌توان از نرم‌افزار WebPlot که در جلا سهی چهارم به معرفی آن پرداخته شد، استفاده نمود.



شکل ۱۰-۳: منمنی بارگذاری تاریفچهی زمانی.

در جدول زیر ۸ سیکل بارگذاری پرفه‌ای ارائه شده است.

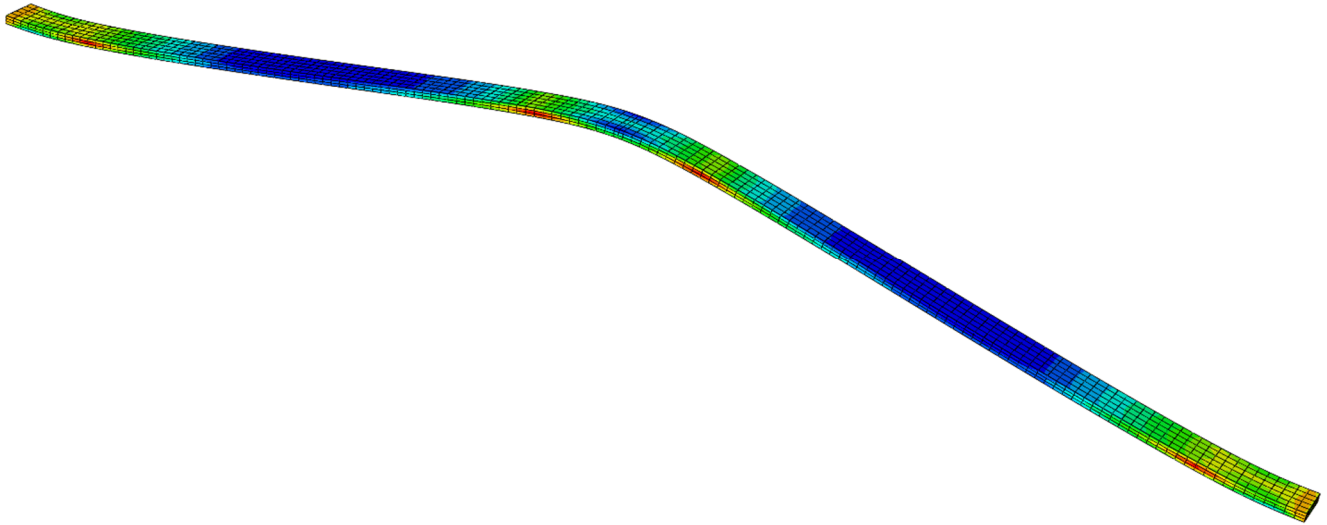
جدول ۱۰-۱: تاریفچه بارگذاری پرفه‌ای

Cycle	Dis (mm)	Cycle	Dis (mm)	Cycle	Dis (mm)	Cycle	Dis (mm)
0	0	2.25	5.45	4.5	0	6.75	-24.03
0.25	4.6	2.5	0	4.75	-12.49	7	0
0.5	0	2.75	-6.18	5	0	7.25	47.71
0.75	-4.3	3	0	5.25	24.15	7.5	0
1	0	3.25	12.49	5.5	0	7.75	-47.23
1.25	5.45	3.5	0	5.75	-24.03	8	0
1.5	0	3.75	-12.49	6	0		
1.75	-6.18	4	0	6.25	24.15		
2	0	4.25	12.49	6.5	0		

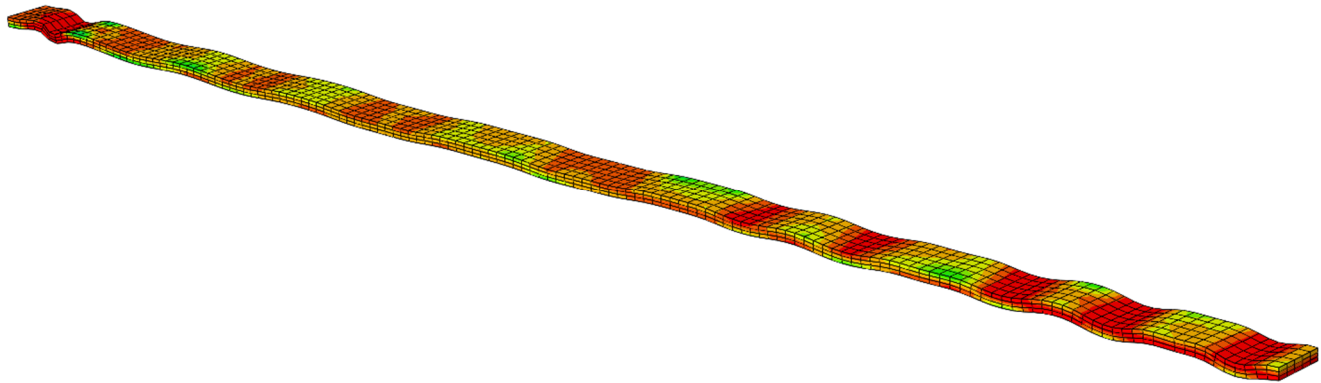
به‌طور معمول در مسائل کمانش غیرالاستیک، میزان فطای سافت، فروج از مرکزیت نیروی مموری و تنش‌های پسماند می‌تواند تاثیر قابل توجهی در مقاومت کمانشی عضو فشاری داشته باشد. از طرف دیگر برای فعال کردن مدهای کمانشی لازم است که فطای سافتی مطابق با مد اول کمانش الاستیک و یا ترکیبی از چند مد اولیه به هسته‌ی فولادی وارد گردد. به همین منظور لازم است نیرویی ناچیز برای ایجاد فیزی معادل با چند میلی‌متر در وسط هسته‌ی فولادی اعمال شود. به‌طور معمول مراجع

مقدار $(L/1000)$ طول عضو غشاری می‌باشد) را به عنوان فضای سافت اولیه پیشنهاد می‌کنند که در این مطالعه ۳ میلی‌متر فضا به مرکز هسته‌ی فولادی وارد شده و سپس تغییر مکان پرفه‌ای مموری به آن اعمال شده است.

*فروچی گرافیکی نره‌افزار



الف



ب

شکل ۱۰-۴: کمانش هسته‌ی فولادی الف) بدون غلاف محصورکننده، ب) با غلاف محصورکننده

*فایل همراه

الف) مقاله‌ای تمت عنوان

Properties of brace encased in buckling-restraining concrete and steel tube.

ب) فایل اکسل با عنوان BRB



6-7-4

PROPERTIES OF BRACE ENCASED IN BUCKLING-RESTRAINING CONCRETE AND STEEL TUBE

Atsushi WATANABE¹, Yasuyoshi HITOMI², Eiichiro SAEKI¹,
Akira WADA³ and Morihisa FUJIMOTO⁴

¹Nippon Steel Corporation, JAPAN

²Nihon Architects, Engineers & Consultants, Inc., JAPAN

³Assoc. Prof., Dept. of Arch., Tokyo Inst. of Tech., JAPAN

⁴Prof., Dept. of Arch. and Buid., Kanagawa Univ., JAPAN

SUMMARY

It has been desired to develop such braces as can permit choosing the required rigidity, yield strength independent of the susceptibility to buckling. The brace presented in this paper is a buckling-resistant structural member consisting of a steel core members enclosed in a concrete-filled square steel tube. This brace shows stable hysteresis if the yielding load working on the core member is smaller than the buckling load of the steel tube. This paper reports the results of the tension and compression tests and numerical analysis of these structures.

INTRODUCTION

Rational arrangement of braces in a steel frame is very effective in reducing the deformation and response of a building frame of steel-frame structure caused by earthquake and increasing the resistance to horizontal forces during a strong wind and earthquake. The deformation of a rigid frame structure occurs mostly as the bending of columns and girders; the degree of elastic deformation is large and the plastic deformation capability is also large. A frame fabricated by incorporating in this frame structure braces have the following character and problems. When braces of high slenderness ratio are used, the deformation capability exists unless joints are broken when tensile forces work on the braces. However, when these braces undergo compressive deformation, lateral deformation occurs easily and they cannot bear compressive forces, with the result that they show hysteresis of the slip type under repeated loads. When their slenderness ratios are sufficiently small, these braces also bear compressive forces and buckling is not apt to occur to some degree. As a result, they show good dynamic behaviors. However, because the rigidity of the braces is higher than that of the surrounding frame, they are sometimes required to bear excessive horizontal forces. For a frame in which braces with slenderness ratios intermediate between those of above-mentioned two kinds of braces are incorporated, it is difficult to design in which the energy absorption by plastic deformation is expected, because buckling is of an embrittling nature especially under compressive forces. From the foregoing, it may be judged that it is difficult to design a frame structure containing braces by making the most of the high toughness peculiar to steel-frame structures. If the problem of buckling is solved, it is possible to design the required rigidity, yield strength and deformation at yield point freely to some extent because the yield stress and sectional area of steel products can be appropriately selected.

Against this background, the authors designed a brace that has a stable forth-deflection characteristic and enables compressive yield strength to be considered equal to tensile yield strength in order to further materialize the above-mentioned various ideas. In this brace, a core steel member with a rectangular section is restrained at its ends by the concrete encased in a steel tube insulate from frame to restrain buckling and coating materials are used between the concrete and the core member to prevent the transmission of axial forces to the concrete by friction. This paper deals on an experiment using five specimens of this brace, a buckling analysis in which elasto-plasticity is considered, and the buckling strength of the steel tube required against the yield load of the core member.

TEST SPECIMENS AND EXPERIMENT METHOD

As shown in Fig.1, all the core members used as specimens are 19 x 90 mm in size. The core members were coated with concrete encased in a steel tube. The steel SS41(JIS:Japanese Industrial Standard) was used as the material for the core members and the yield stress in the material test was 2,880 kg/cm². the steel TSK50(JIS) was used as the material for the steel tubes and the yield stress in the material test was 3,700 kg/cm². The cross-shaped core member is exposed at the ends of a specimen and a cross-shaped buckling prevention steel member is embedded in the concrete encased in a steel tube at both ends. Furthermore, in view of the effect of Poisson's ratio, vinyl/mastic tape was used in the thickness direction on both sides between the core member and the concrete and 3mm thick foaming polystyrol was also used in the width direction on both sides between the core member and the concrete.

The experiment was conducted on a total of five specimens with the ratio of Euler load, P_e , of the steel tube to the yield load, P_y , working on the core member, i.e. P_e/P_y between 0.55 and 3.82 by varying the sectional dimensions of the steel tube with the size of the core brace kept constant. Calculated strength values of each specimen are shown in Table 1.

In the experiment, horizontal forces were applied to the frame using a 110-t actuator. The core brace was tested by repeated loading on both direction at 8 cycles until the allowable permanent and temporary design loads and displacement angles between stories of 1/400 to 1/50 were reached.

RESULTS OF EXPERIMENT

Results of the experiment are shown in Table 1. In specimens in which the buckling strength of the exceeded the yield stress of the core member (No.1 to No.3 specimens), buckling did not occur even on the compression loading and, as shown in Figs 5 to 7, much energy was absorbed. Thus the hysteresis characteristic was stable in these specimens. The hysteresis curves on the tension loading are such that loads increase at gradients corresponding to the rigidity in the elastic range of the core member and the bracing member also yields when the yield load of the core member is reached. The displacement angle between stories at yield point is about 1/500. A stable hysteresis characteristic is observed even at the displacement angle between stories at final deformation of 1/50. It may be said, therefore, that these three specimens have hysteresis characteristics which coordinate sufficiently with the deformation of general rigid frames between 1/200 to 1/50.

Because the initial rigidity corresponds almost to the rigidity of the core member only and because the axial force transmitted to the concrete encased in the steel tube was about 5% of the total even on the compression loading, it

might be thought that the bond between the core member and the concrete encased in the steel tube could be eliminated. It may be said that the effect of the coating materials (vinyl/mastic tape plus foaming polystyrol) used in the experiment was ascertained.

In specimens in which the buckling yield strength of the concrete encased in the steel tube was lower than that of the core member (No.4 and No.5 specimens), buckling occurred before the yield of the core member during compression and the yield strength decreased abruptly as shown in Figs 8 and 9. The condition of the specimens after the experiment is shown in Photo 2. The specimens shown are No.1 to No.5 from left to right.

ANALYSIS

In the no-n-linear analysis method adopted in this paper, the composite structural member is such that the displacement of the concrete encased in the steel tube and that of the core member only in the normal direction relative to the axis of the structural member, after their deformation, are caused to be equal to each other and they deform independently in the tangential direction. The analysis was made in the step-by-step process. Specimens of three different sections (No.1, No.2 and No.4 specimens) were analyzed. In this analysis, the effects of the concrete on increases in the rigidity and yield strength in the axial direction of the structural member were ignored and only the effects contributing to causing the normal-direction displacement of the core member to be equal to that of the steel tube were taken into consideration.

Symmetrical conditions were used. The specimen has a fixed end and a free end, and half the structural member length ($l = 164.5$ cm) was divided into 56 elements. Each section of the core member and steel tube was divided into 20 smaller sections and the stress-strain relationship was investigated.

RESULTS OF ANALYSIS

1. Differences in characteristics due to the ratio of Euler load of the steel tube to the yield load of the core member (Fig. 10)
[No.1, 2 and 4 specimen, initial deflection:1/1,000]

When Euler load of the steel tube was heavy, yielding occurred at the yield load of the core member owing to the buckling-restraining effect of the steel tube and a stable hysteresis characteristic was shown after that, as the results of the experiment. Furthermore, the phenomenon that only the core member contracts and slips into the area of the steel tube could be reproduced. When the buckling load of the steel tube was smaller than the yield load of the core member, buckling occurred and the yield strength decreased due to insufficient flexural rigidity before the yielding of the core member.

2. Effect of the initial deflection (Fig. 11)
[No.2 specimen, initial deflection: 1/1,000,1/500,1/100]

As shown in Fig. 13, the effect of the initial deflection is great when the buckling load of the steel tube is somewhat high to the yield load of the core member. When the initial deflection was small, yielding occurred on the core member and a stable hysteresis characteristic was exhibited. However, the initial rigidity decreases with increasing initial deflection; at an initial deflection of 1/100, buckling occurs before the yielding of the core member and the yield strength decreases.

CONCLUSION

It was found that when this brace is actually incorporated in a frame and the ends of the structural member are subjected to the effects of the bending moment, buckling of the whole structural member does not occur if Euler load of the steel tube is greater than the yield strength of the core member to some extent. Furthermore, it became apparent that a stable hysteresis characteristic is exhibited even after the yielding of the core member. In making actual designs, it seems necessary that the brace member should be encased in a steel tube having Euler load about 1.5 times the yield load of the core member. Furthermore, the concrete in the steel tube also contributes to the flexural rigidity of the steel tube, buckling could be prevented also in the No.3 specimen in the present experiment. In terms of design, it is also possible to reduce the section and wall thickness of the steel tube in consideration of the effect of the concrete. In this case, however, the effect of the concrete was ignored and considered to be a surplus effect. With this new bracing method, it is possible to determine the initial rigidity and yield strength of the bracing member from the behaviors of the core member under compressive and tensile loads independently of the problem of buckling and it is also possible to ensure a stable hysteresis characteristic even during substantial deformation of the frame. As a result, designs can be made in a simple manner. In addition, because a stable behavior is exhibited even after the yielding of the core member, it is possible to utilize this for hysteresis attenuation.

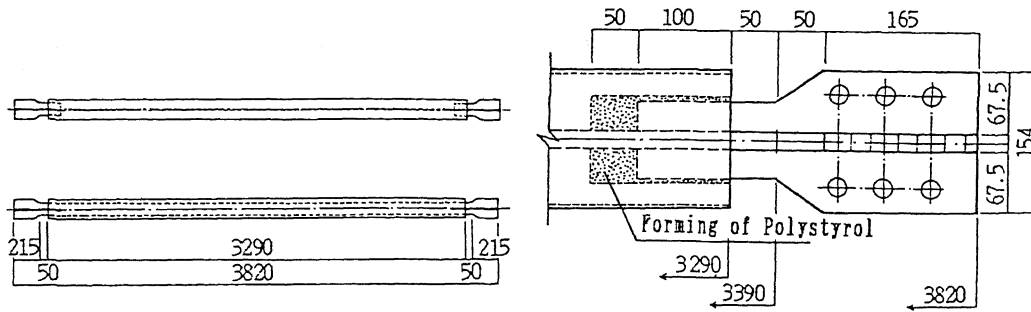


Fig. 1 Test Specimen Configuration

Fig. 2 Detail of Ends

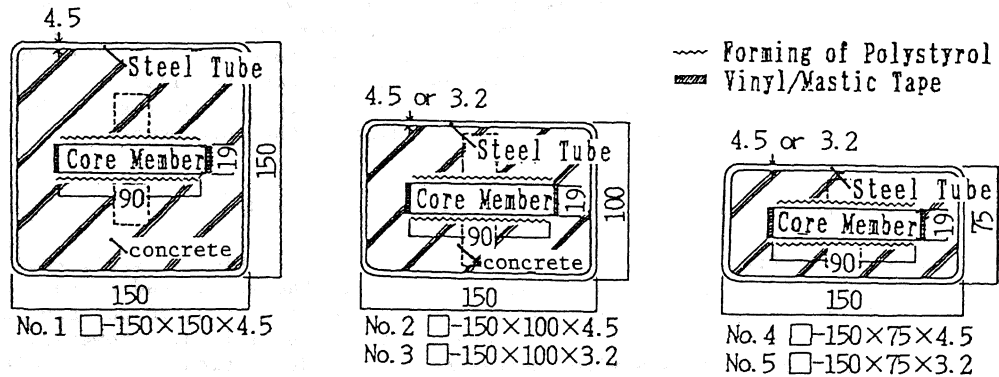


Fig. 3 Section of Specimens

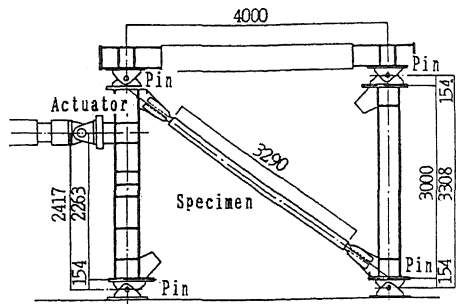


Fig. 4 Loading of System

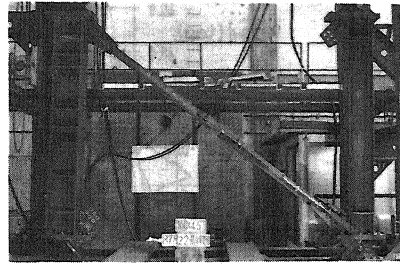


Photo 1 Loading System

Table 1 Calculated strength values and Result of Experiment

No.	parameter steel tube size B x D x t mm	calculated strength				Pe /Py	experimental strength				
		steel tube		core member			tensile yield		buckling		
		moment of inertia I cm ⁴	Euler load Pe ton	area of section A cm ²	yield load Py ton		load Pt ton	Pt /Py	load Pcr ton	Pcr /Py	Pcr /Pe
1	150x150x4.5	896	171.0	16.84	48.50	3.53	48.6	1.00	-	-	-
2	150x100x4.5	352	67.4	16.84	48.50	1.39	48.3	1.00	-	-	-
3	150x100x3.2	262	50.2	16.84	48.61	1.03	47.6	0.98	-	-	-
4	150x75x4.5	183	35.0	16.88	48.50	0.72	48.3	1.00	46.5	0.96	1.33
5	150x75x3.2	137	36.2	16.62	17.87	0.55	47.9	1.00	43.1	0.90	1.65

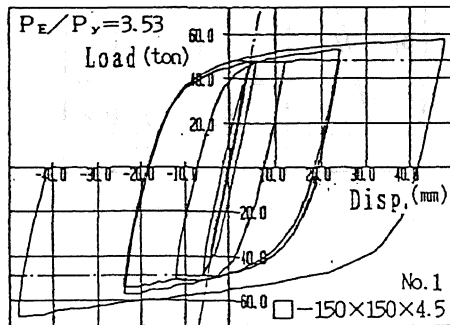


Fig. 5 Load-Displacement relations

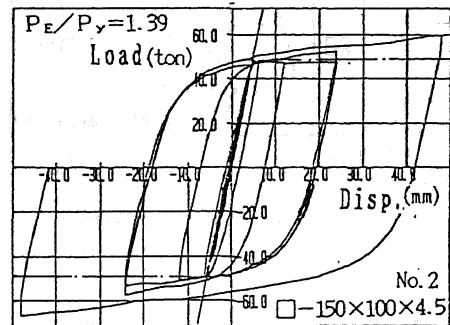


Fig. 6 Load-Displacement relations

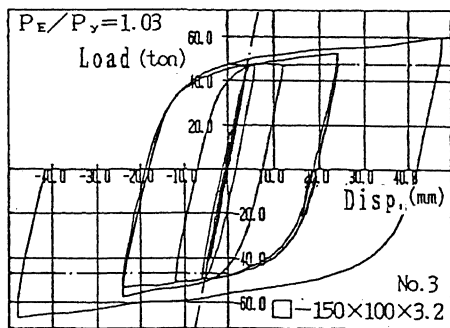


Fig. 7 Load-Displacement relations

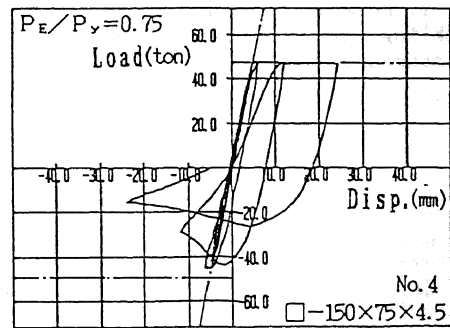


Fig. 8 Load-Displacement relations

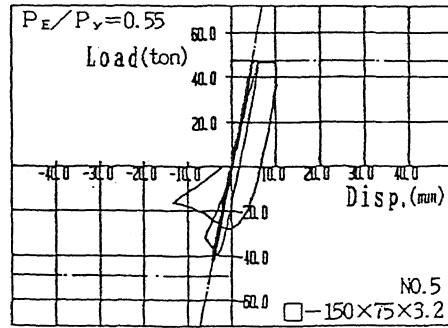


Fig. 9 Load-Displacement relations

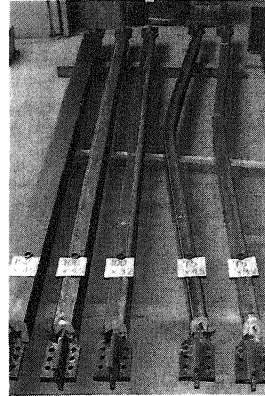


Photo 2 Specimens after Experiment

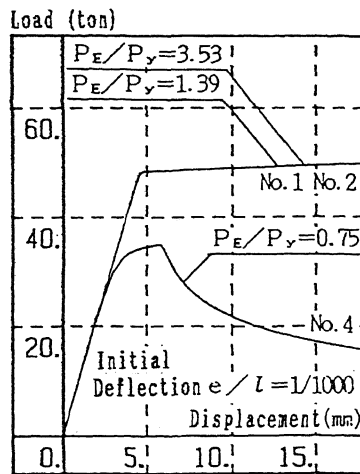


Fig. 10 Result of Analysis (1)

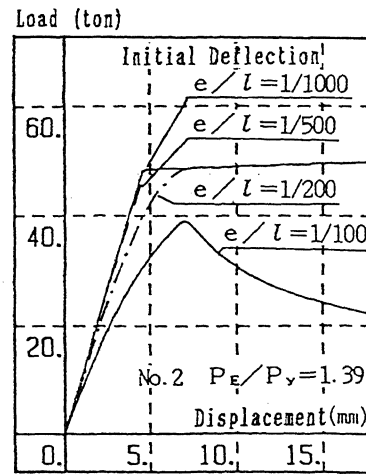


Fig. 11 Result of Analysis (2)

REFERENCES

- 1) Y. Takeda, Y. Kimura, K. Yoshioka, N. Furuya and Y. Takemoto : An Experimental Study on Braces encased in Steel Tube and mortar, Annual Meeting Architectural Institute of Japan, Oct. 1976, pp. 1041-1042, in Japanese
- 2) Y. Murata, S. Mochizuki, N. Andou, S. Takahashi : An Experimental Study on Buckling of Unbonded Braces Under Centrally Applied Loads, Annual Meeting Architectural Institute of Japan, Sep. 1980, pp. 1913-1914, in Japanese

جلسه یازدهم

در این جلسه به بررسی عملکرد منوتونیک قاب فلزی مجهز شده به میراگر TADAS¹ پرداخته خواهد شد. برای مدل‌سازی میراگر از المان‌های Solid و برای مدل‌سازی قاب فمشی همراه با مهاربند به منظور کاهش مچم محاسبات از المان‌های Wire استفاده خواهد شد.

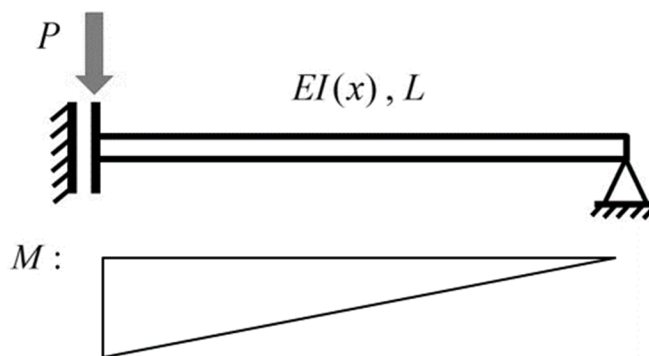
TADAS دسته‌ای دیگر از میراگرهای تسلیم شونده بوده که با رفتار غیرخطی فود موجب اتلاف انرژی ناشی از زلزله خواهند شد. در شکل زیر یک نمونه از این میراگرها نشان داده شده است.



شکل ۱۱-۱: هندسی میراگر TADAS

هندسی میراگرهای TADAS در محدوده‌ی رفتار کاملاً فطی (از لحاظ هندسی و مادی)، بر مبنای روابط ساده تملیل سازه قابل استخراج می‌باشد. در این حالت می‌توان میراگر را با یک تیر غیرمنشوری با شرایط مرزی معادل بررسی نمود. در شکل زیر این شرایط مرزی همراه با لنگر داخلی ناشی از بارگذاری متمرکز نشان داده شده است.

¹ Triangular-Plate Added Damping and Stiffness



شکل ۱۱-۲: شرایط مرزی و لنگر داخلی TADAS

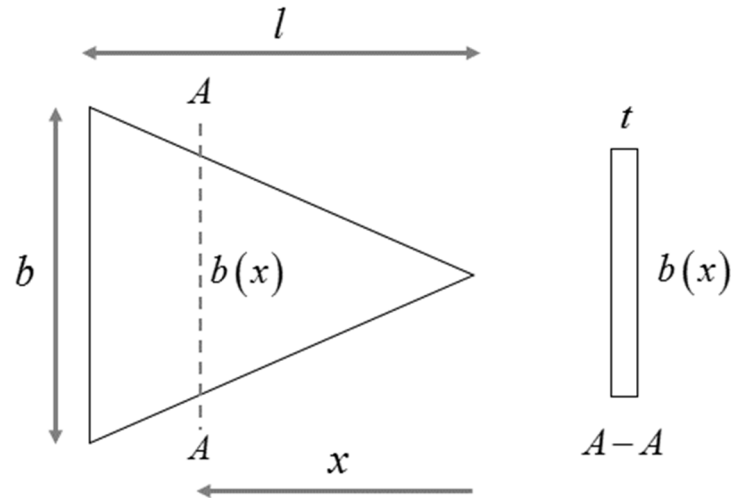
سطح مقطع ورق‌های مثلثی در طول آن به‌گونه‌ای تغییر خواهند کرد، تا انما در نقاط مختلف آن یکسان شده و تسلیم یکنواختی در طول آن به‌وجود آید. از مقاومت مصالح می‌دانیم که انما در تیرهای برنولی برای هر نقطه دلفواه در طول تیر به‌وسیله‌ی رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود.

$$\varphi(x) = \frac{M(x)}{EI(x)}$$

که در رابطه فوق، φ انما، M لنگر داخلی و EI صلیبیت فمشی در نقطه x می‌باشند. با توجه به رابطه فطی لنگر در طول تیر و ثابت بودن مقدار مدول الاستیسیته، لازم است برای ثابت شدن کسر فوق، ممان اینرسی، هم‌سو با نمودار لنگر، به صورت فطی تغییر کند. می‌دانیم در مقاطع مستطیلی، مقدار ممان اینرسی مول ممر ضعیف‌تر آن از رابطه‌ی زیر بدست خواهد آمد.

$$I = \frac{bt^3}{12}$$

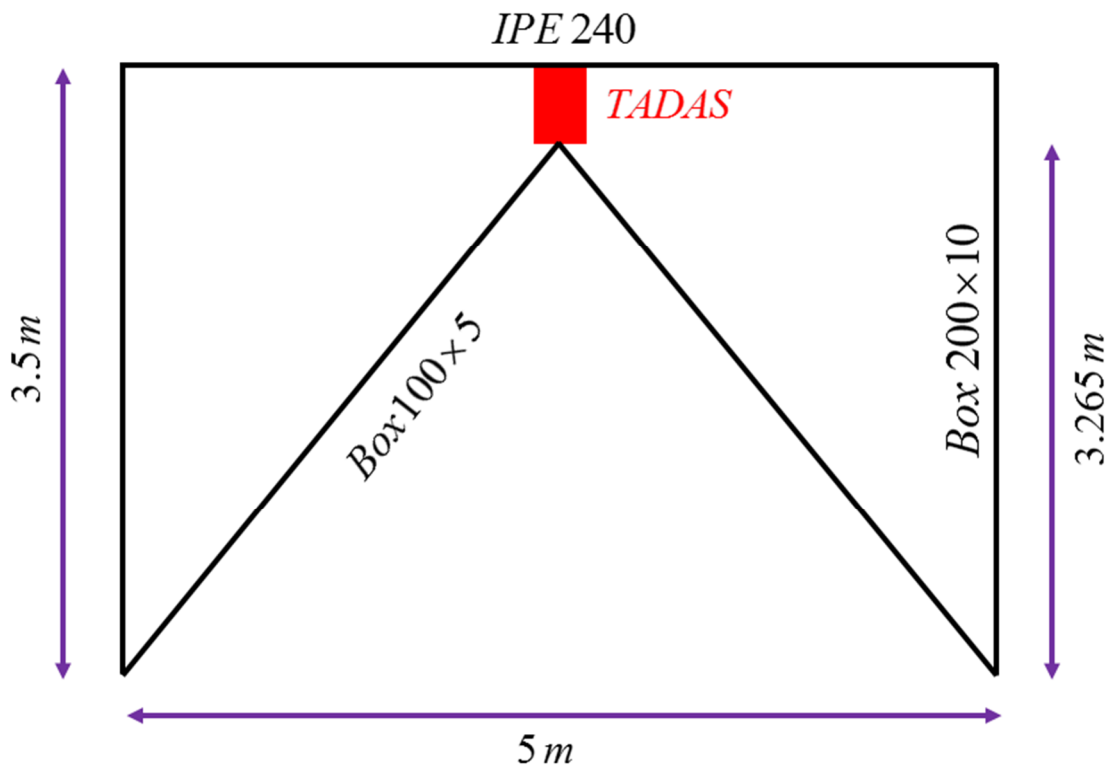
بنابراین بدیهی است که اگر عرض مقطع ورق‌های TADAS به‌صورت فطی کاهش یابد، ممان اینرسی نیز از همین قانون پیروی کرده و انما مقداری ثابت اختیار خواهد کرد. به همین دلیل استفاده از ورق‌های مثلثی شکل می‌تواند موجب به‌وجود آمدن تسلیمی یکنواخت در طول ورق شود.



شکل ۱۱-۳: تغییرات فطی عرض در ورق‌های مثلثی شکل

برای تعیین سختی الاستیک و تغییرمکان ورق‌های مثلثی تمت بارگذاری فوق، بهترین روش استفاده از کار مجازی می‌باشد.

***مشخصات هندسی قاب مهاربندی شده**



شکل ۱۱-۴: مشخصات قاب مهاربندی

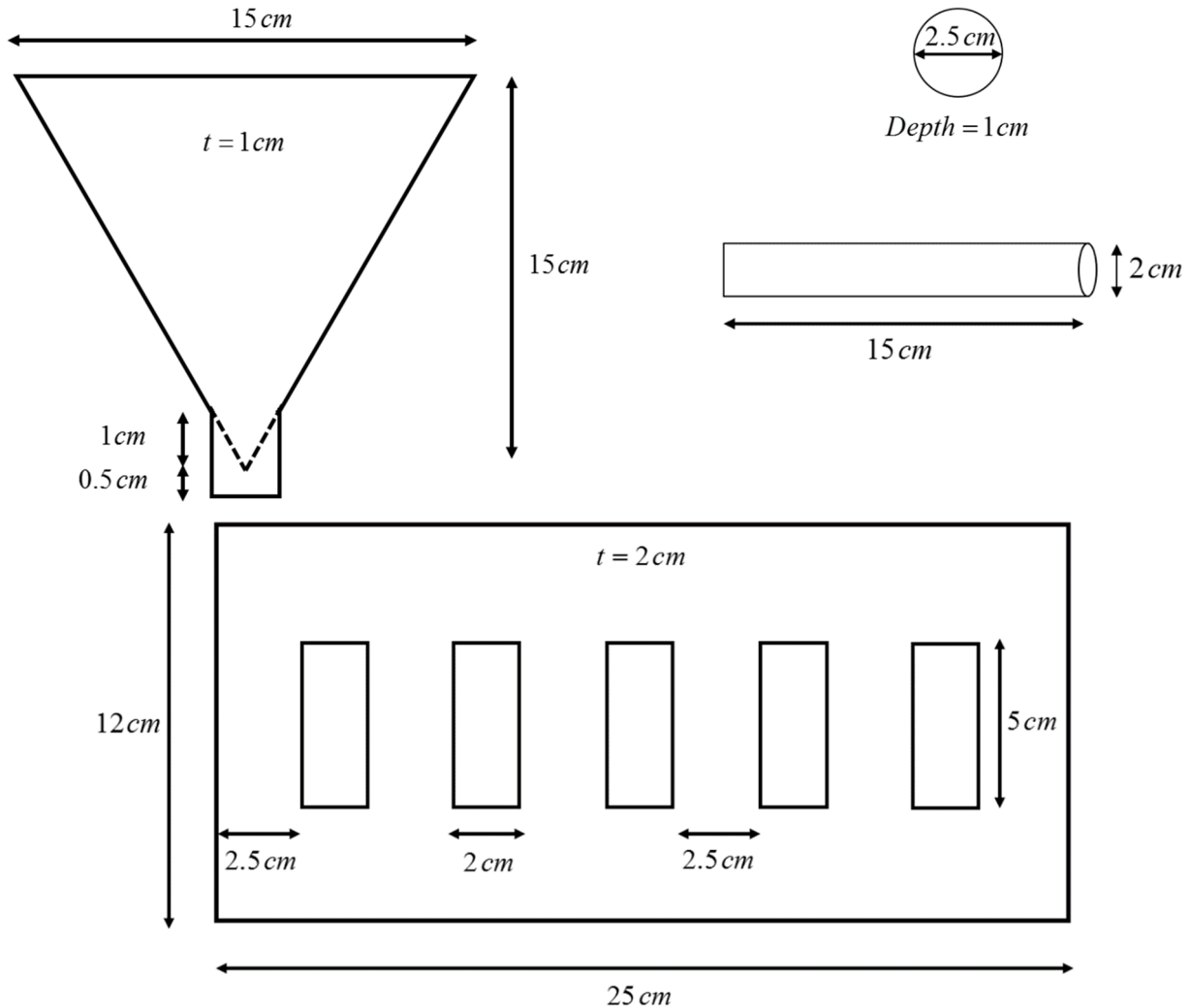
جدول ۱۱-۱: مشخصات هندسی پروفیل‌ها

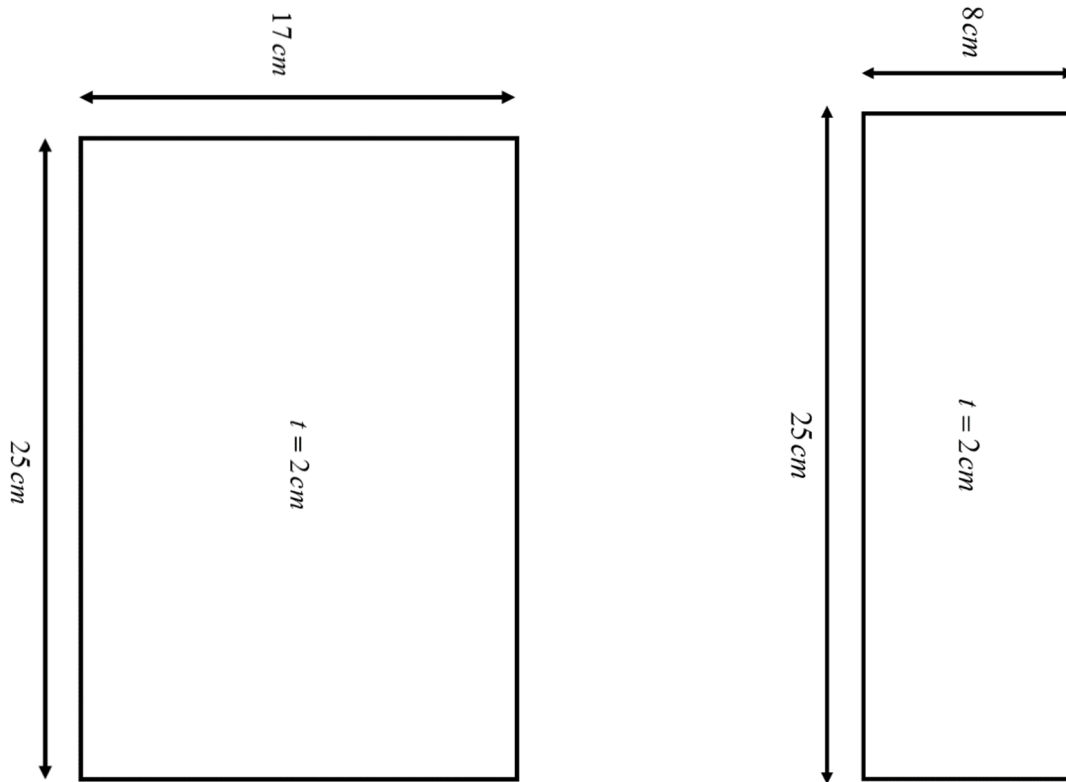
Profile	h (mm)	b (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)
IPE 240	240	120	9.8	6.2
Box100×5	100	100	5	5
Box200×10	200	200	10	10

*مشخصات هندسی اعضای میراگر

در شکل زیر ابعاد هندسی هر یک از اعضا نشان داده شده است. برای مدل‌سازی میراگر لازم است در گام اول هر یک از ۶

قسمت به صورت مجزا مدل‌سازی گردیده و در نهایت در مازول مونتاژ به صورت صمیع در کنار یکدیگر قرار گیرند.





شکل ۱۱-۵: مشخصات هندسی اعضا

*مشخصات رفتاری فولاد

همانطور که در قبل بیان شده است لازم است که میراگر تسلیم شونده هم سطح نیروی تولیدی کمتری نسبت به اعضای اصلی سازه نظیر مهاربندها داشته باشد و هم برای اتلاف انرژی بتواند تجربه‌ی تغییرشکل‌های بزرگ را بدون افت مقاومت داشته باشد. بنابراین در این مثال از فولاد St37 برای میراگر TADAS و از فولاد St52 برای اعضای اصلی قاب استفاده خواهد شد. مشخصات فولاد به‌کار رفته در میراگر و قاب مهاربندی در زیر ارائه شده است.

St37:

$$\rho = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad E = 200 \text{GPa}, \quad \nu = 0.3, \quad F_y = 240 \text{MPa}, \quad F_u = 370 \text{MPa}, \quad \varepsilon_u = 0.05$$

St52:

$$\rho = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad E = 200 \text{GPa}, \quad \nu = 0.3, \quad F_y = 360 \text{MPa}, \quad F_u = 520 \text{MPa}, \quad \varepsilon_u = 0.02$$

*تعریف بار ثقلی و منوتونیک سازه

مطابق با مباحث مطرح شده در جلسه هفتم، بار وزن سازه بر اساس ترکیب بار ارائه شده در FEMA356، به صورت $1.1(DL + 0.25LL)$ می‌باشند که DL و LL به ترتیب بار مرده و زنده در سازه می‌باشند. مقدار بار مرده و زنده به ترتیب برابر 500 kg/m^2 و 250 kg/m^2 بوده و دهانه‌ی برابر آن ۶ متر در نظر گرفته خواهد شد. بنابراین بار فطی وارده بر تیر برابر است با:

$$q = 1.1(DL + 0.25LL) \times b = 1.1 \times (500 + 0.25 \times 250) \times \frac{6}{2} \times 9.806 = 17798 \text{ N/m}$$

به‌عنوان یک روش سازه به میزان ۲ درصد ارتفاع سازه، تغییرمکان کنترل شده در جهت جانبی به سازه وارد خواهد شد. و منحنی تغییرات نیروی برشی براساس تغییرمکان باج بدست خواهد آمد.

$$\Delta = 0.02 \times 350 = 7 \text{ cm}$$

*فروچی انرژی

میراگرهای تسلیمی ابزاری برای جذب انرژی ورودی به سازه هستند. زمانی عملکرد یک میراگر رضایت‌بخش تلقی خواهد شد که بخش عمده‌ی انرژی ورودی به سازه را جذب کرده و مانع از اتلاف انرژی توسط اعضای اصلی سازه شود. به‌عبارت دیگر میراگر زمانی کارایی مطلوبی دارد که انرژی تلف شده ناشی از پلاستیک شدن آن تفاوت کمی با کل این انرژی برای مجموعه‌ی قاب و میراگر، داشته باشد. در این شرایط، بیش‌تر انرژی تلف شده ناشی از تسلیم یا فرابی، سهم میراگر خواهد بود.

هنگامی که سازه تحت تمریک فارچی قرار می‌گیرد، انرژی قابل ملاحظه‌ای به آن تممیل می‌شود. این انرژی ورودی (E_I)^۲ در

سازه به فرم‌های گوناگونی تبدیل خواهد شد، به‌طوری‌که:

$$E_I = E_K + E_S + E_D$$

² Input Energy

بفش ناچیزی از انرژی ورودی به سازه موجب ارتعاش شده که به آن انرژی جنبشی^۳ گویند و با E_K نمایش می‌دهند. بفش دیگری از انرژی باعث به وجود آمدن تغییرشکل‌های الاستیک در اعضای سازه خواهد شد. در حقیقت سازه همانند یک فنر بفشی از انرژی را در خود ذخیره کرده و در مرحله‌ای دیگر آن را تفریقه فواید کرد. این بفش از انرژی را با E_S نمایش داده و انرژی تغییرشکل الاستیک^۴ گویند. در نهایت بفش عمده‌ای از انرژی ورودی به سازه به وسیله میرایی ذاتی سازه جذب یا مستهلک می‌شود که آن را با E_D نمایش می‌دهند. استهلاک یا جذب انرژی سازه می‌تواند ناشی از عواملی به شرح زیر باشد:

- تغییرشکل‌های غیر ارتجاعی مصالح با ایجاد چرخه‌های هیستریزس موجب اتلاف انرژی ورودی به سازه خواهند شد. این فرآیند جذب انرژی که با تغییرشکل ماندگار همراه می‌باشد، به انرژی هیستریزس^۵ (E_H) معروف است.
- غلبه بر نیروی اصطکاک میان دو صفا نظیر اتصالات، موجب اتلاف انرژی شده که این اتلاف ناشی از میرایی اصطکاک^۶ بوده و با نماد E_μ نشان داده می‌شود.
- استهلاک انرژی به دلیل لزجت و پدیده‌های اصطکاک^۶ (E_ξ) که رابطه مستقیمی با تغییرات تغییر شکل نسبت به زمان خواهد داشت.

با توجه به توضیحات مطرح شده، انرژی تلف شده توسط میرایی ذاتی سازه نیز به صورت زیر تعریف خواهد شد:

$$E_D = E_H + E_\mu + E_\xi$$

بفش عمده‌ای از انرژی ورودی به سازه به دلیل میرایی ذاتی موجود در آن مستهلک شده که معمولاً موجب فسارت در اعضای سازه خواهد شد. همان‌طور که می‌دانیم، دو راهکار برای کنترل این پدیده مخرب پیش‌رو است:

الف) در راهکار اول کاهش انرژی ورودی به سازه به وسیله ابزاری فاص محقق خواهد شد. در حقیقت در این روش با کاهش E_I ، سطوح انرژی به وجود آمده در سازه به‌طور قابل ملاحظه‌ای افت خواهند کرد.

³ Kinetic Energy

⁴ Elastic Deformation Energy

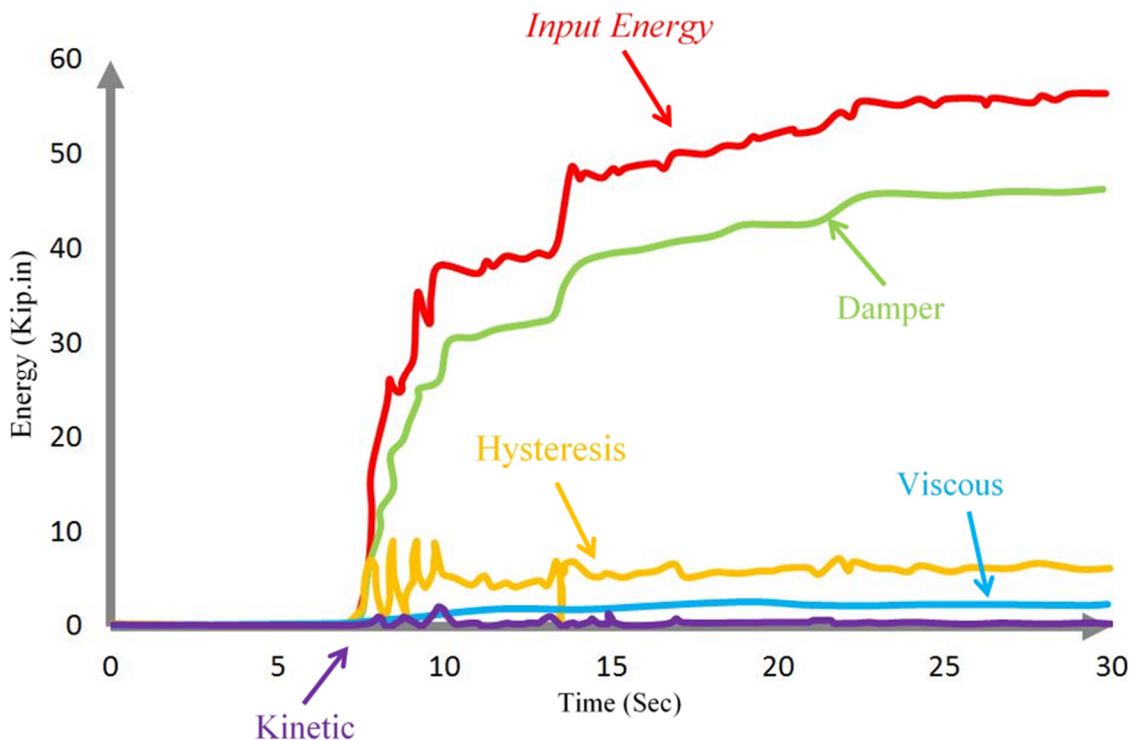
⁵ Hysteresis Energy

⁶ Friction Damping

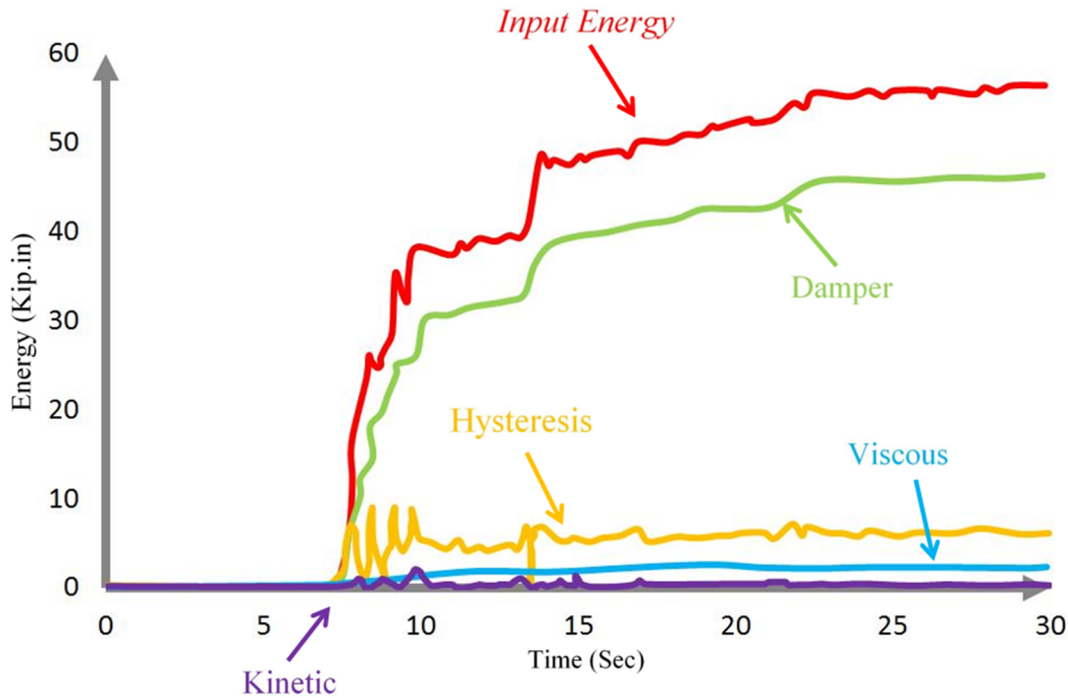
ب) در راهکار دوم میزان انرژی وارد شده به سازه تغییر به سزایی نداشته، ولی با طراحی مناسب کنترل فواید شد. در این حالت دو دیدگاه مدنظر فواید گرفت. دیدگاه اول به صورت کاهش انرژی تلف شده به وسیله افزایش انرژی الاستیک سازه می باشد. در این حالت سازه در برابر تمریک خارجی در محدوده الاستیک از فواید واکنش نشان فواید داد. دست یابی به این امر مستلزم استفاده از مقاطع و اتصالاتی می باشد که از لحاظ اقتصادی به صرفه نیست. دیدگاه دیگر بر این مبنا استوار است که برقی از اعضای سازه و یا ابزار ترکیب شده با آن به گونه ای طراحی شوند که بخش عمده ای از انرژی ورودی توسط تمریک خارجی به وسیله آن ها مستهلک شود. سیستم های اتلاف انرژی به صورت پناه انرژی عمل کرده و مقدار عمده ای از انرژی لرزه ای را جذب می کنند تا میزان انرژی که برای ایجاد تغییر شکل ماندگار و فرایی در اجزای سازه ای باقی بماند.

$$E_I = E_K + E_S + E_D + E_{D'}$$

که $E_{D'}$ میزان انرژی تلف شده به وسیله این ابزار اتلاف انرژی است.



الف



ب

شکل ۱۱-۶: پاسخ انرژی در سافتمان سه طبقه بتنی تحت زلزله ال سنترو الف بدون میراگر؛ ب: با میراگر.

شکل ۱۱-۶ بیانگر پاسخ انرژی در سافتمان سه طبقه بتنی با ابزار اتلاف انرژی و بدون آن، تحت زلزله ال سنترو است. همان‌طور که در شکل الف مشاهده می‌شود، در قاب بدون میراگر بیش‌تر سهم انرژی ورودی به سازه مربوط تغییر شکل غیر ارتجاعی مصالح بوده است. در شکل ب گرچه به دلیل استفاده از میراگر سطح انرژی ورودی به سازه افزایش یافته، ولی بخش عمده‌ای از این انرژی ورودی به وسیله آن مستهلک شده و بخش کوچکی از انرژی مربوط به تغییر شکل‌های غیر ارتجاعی اعضای سازه بوده است.

با توجه به موارد مطرح شده، یکی از روش‌های مناسب برای تحلیل مسائل استفاده از مباحث مربوط به انرژی می‌باشد. در خصوص کارایی میراگرهای تسلیم شونده، استفاده از فرجی‌های انرژی بسیار مفید بوده و می‌تواند سهم اتلاف انرژی صورت گرفته توسط میراگر را مشخص نماید. نرم‌افزار آباکوس فرجی‌های متنوعی از انرژی ارائه می‌دهد که در ادامه به توضیح برخی از آن‌ها پرداخته شده است. تعادل انرژی در طول تحلیل آباکوس از رابطه‌ی زیر پیروی خواهد کرد. مقدار ETOATAL

به طور تئوری می‌بایست همواره ثابت باشد. عواملی همچون روش تقریبی اجزا محدود و یا عدم در نظر گرفتن برقی از ترم‌های انرژی در طول مدل‌سازی می‌تواند منجر به تغییرات آن شود.

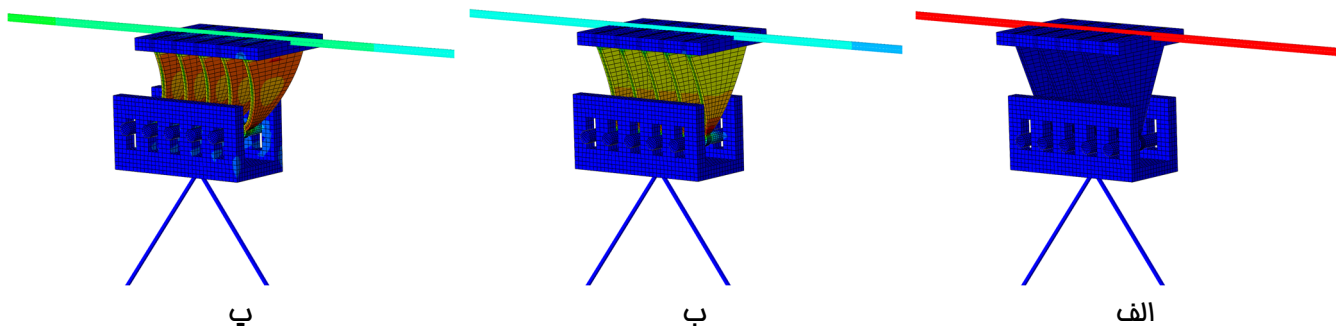
$ETOTAL = ALLIE$ (total internal energy) + $ALLKE$ (kinematic energy) + $ALLVD$ (viscous dissipation energy) + $ALLFD$ (frictional dissipation energy) - $ALLWK$ (external work) = **constant**

که مقدار انرژی داخلی نیز خود متشکل از عبارات زیر می‌باشد.

$ALLIE = ALLSE$ (recoverable strain energy) + $ALLPD$ (plastic dissipation energy) + $ALLCD$ (energy dissipated by creep, viscoelasticity and swelling) + $ALLAE$ (artificial strain energy)

اتلاف انرژی توسط میراگرهای تسلیم‌شونده به واسطه‌ی رفتار آن‌ها در نامیه‌ی غیرالاستیک مواد می‌باشد. پس می‌توان نتیجه گرفت که هرچه یک میراگر $ALLPD$ بزرگتری نسبت به کل مجموعه داشته باشد، به معنای اتلاف انرژی بیشتر و راندمان بالاتر می‌باشد.

*فروجه‌ی گرافیکی نرم‌افزار



شکل ۱۱-۷: تغییر شکل و توزیع تنش‌های مایسز در میراگر تسلیمی برای گام (زمانی متفاوت الف) گام صفر؛ ب) گام یک؛ پ) گام دو

جلسه دوازدهم

تأثیر تغییرات دمایی بر رفتار فولاد همواره مائزاهمیت می‌باشد. به‌عنوان یک قانون کلی، همواره افزایش دما موجب افزایش شکل‌پذیری و کاهش دما موجب ترد شدگی خواهد شد. آتش‌سوزی در سازه‌های فولادی نه‌تنها موجب افزایش شکل‌پذیری شده، بلکه خصوصیات مکانیکی نظیر مدول الاستیسیته، تنش تسلیم و مقاومت نهایی را کاهش خواهد داد. کاهش این عوامل می‌تواند منجر به تغییرشکل‌های بزرگ و ناپایداری سازه تحت بار وزن خود شود.

استفاده از روکش ضدحریق می‌تواند موجب کاهش قابل ملاحظه‌ای در انتقال حرارت به سازه فلزی شده و رفتار ایمن آن را تا ساعت‌ها در معرض آتش‌سوزی تضمین کند. مهم‌ترین ویژگی‌های این مواد ضریب انتقال حرارت پایین و دوام در برابر آتش‌سوزی (و پسییدن به لایه‌ی فلزی زیرین) می‌باشد. در این جلسه به بررسی اثر آتش‌سوزی بر رفتار یک قاب خمشی فلزی که تحت بار وزن قرار دارد، پرداخته خواهد شد.

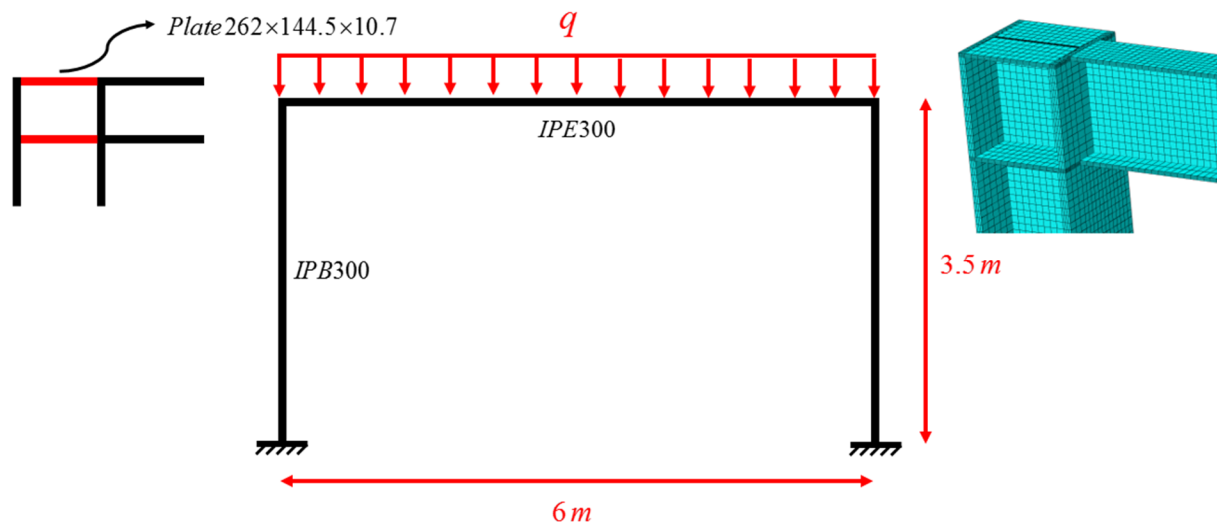
***مشفصات هندسی قاب خمشی**

در شکل زیر مشفصات هندسی قاب خمشی فلزی نشان داده شده است. در آیین‌نامه‌های طراحی لرزه‌ای استفاده از ورق‌های پیوستگی^۷ در صورت تجاوز نیروی ناشی از زلزله، از ظرفیت بال ستون را ضروری می‌داند. زیرا در صورت غیاب ورق پیوستگی، به دلیل سازگاری تغییرشکل بال تیر و ستون، ترک‌های موضعی در جوش بال تیر به‌وجود خواهد آمد.

جدول ۱۲-۱: ابعاد پروفیل‌ها

Profile	$h(mm)$	$b(mm)$	$t_f(mm)$	$t_w(mm)$
IPB 300	300	300	19	11
IPE 300	300	150	10.7	7.1

⁷ Continuity Plates



شکل ۱۲-۱: مشخصات هندسی قاب خمشی

*فصوصیات رفتاری فولاد با در نظر گرفتن تغییرات دمایی

با توجه بررسی اثر آتش‌سوزی بر رفتار قاب فلزی و تغییر مشخصات رفتاری آن در دماهای متفاوت، لازم است این اثرات بر پارامترهای تاثیرگذار در نرم‌افزار وارد شود. برقی از این پارامترها نظیر، مدول الاستیسیته، رفتار تنش و کرنش فولاد در ناحیه غیر ارتجاعی و ضریب افزایش طول نسبت به تغییرات دمایی مساسیت بالایی فوهند داشت. برای فولاد A36 فصوصیات رفتاری براساس تغییرات دمایی در شکل زیر نشان داده شده است.

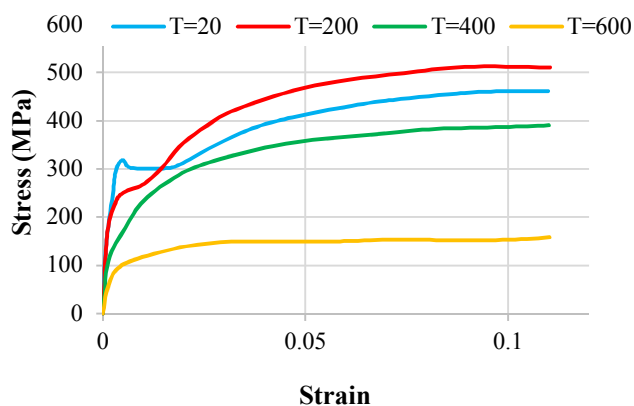
جدول ۱۲-۲: مشخصات رفتاری فولاد در دماهای متفاوت

Density (kg/m^3)	Conductivity
7800	0

E (N/m^2)	Poisson's Ratio	Temp ($^{\circ}\text{C}$)
2.04E+11	0.28	20
1.58E+11	0.28	200
8.3E+10	0.28	400
4.94E+10	0.28	600

Stress (N/m^2)	Strain	Temp ($^{\circ}\text{C}$)
134091788.1	0	20
247706229.6	0.00177780	20
298204125.8	0.00256111	20
309744039	0.01837636	20
343091662.3	0.02549601	20
400406797.7	0.04238581	20
429325312.3	0.05910272	20
443894074.2	0.07093247	20
458649226.7	0.08867081	20
462456256.4	0.10935365	20
168830351.9	0	200
235115538.9	0.00224029	200

expansion	Temp (°C)
1.20E-05	20
1.28E-05	200
1.36E-05	400
1.44E-05	600



254118069.2	0.00462050	200
301712930.4	0.01337760	200
346013336.3	0.01770047	200
380877713.7	0.02290124	200
444464895.6	0.03861490	200
499179881	0.07307994	200
511362842.1	0.10927980	200
108901087.1	0	400
178401513.5	0.00416369	400
235329888.2	0.00879317	400
317896301.5	0.02614847	400
348317591.1	0.04050335	400
364510281.8	0.05381164	400
387967549.4	0.09740703	400
391481013.8	0.10878385	400
45765902.62	0	600
90001071.75	0.00225486	600
113828790.8	0.00759355	600
149261659.9	0.03081550	600
149597163.1	0.04145095	600
150137696.1	0.05858585	600
153683778.9	0.07099667	600
152949865.6	0.09773162	600
158049980.7	0.10940527	600

*ترکیب بار

$$DL = 700 \frac{kg}{m^2}, \quad LL = 350 \frac{kg}{m^2}$$

$$q = 1.1(DL + 0.25LL) \times L = 1.1(700 + 0.25 \times 350) \times 4 = 3465 \frac{kg}{m} = 33977.79 \frac{N}{m}$$

که در رابطه‌ی فوق L طول سطح باربری قاب می‌باشد.

*نمونه‌ی اعمال بارگذاری مرارتی

استفاده از روکش‌های ضد مریق یا معمولی موجب اختلاف دمایی مابین روی روکش و زیر آن فواید شد. بنابراین بدیهی است

که دمای انتقال یافته به زیر پروفیل فولاد متفاوت از دمای مریق در سازه و یا داخل کوره می‌باشد. این اختلاف دمایی را

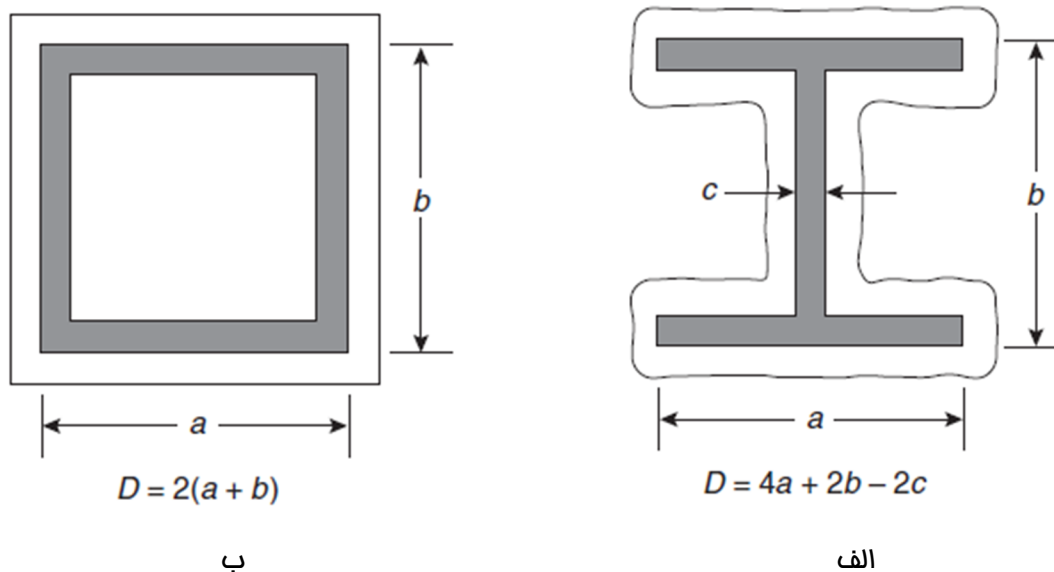
می‌توان از تست‌های آزمایشگاهی و یا روابط ارائه شده در مراجع معتبر بدست آورد. رابطه‌ی ارائه شده در زیر برای تبدیل دمای آتش‌سوزی در روی سطح روکش به دمای زیر روکش استفاده خواهد شد.

$$\Delta T_s = \frac{k_i}{c_s h W / D} (T_f - T_s) \Delta t$$

که در آن :

k_i ضریب هدایت گرمایی ماده‌ی عایق $(W/m.C)$	و	c_s گرمای ویژه فولاد $(J/kg.C)$
h ضخامت عایق (m)	و	W وزن واحد طول پروفیل (kg/m)
D سطح در معرض آتش‌سوزی مطابق شکل (m)	و	T_f دمای کوره $(^{\circ}C)$
T_s دمای فولاد $(^{\circ}C)$	و	Δt بازه زمانی تغییر دما (s)
ΔT_s افزایش دمای فولاد در بازه زمانی Δt $(^{\circ}C)$		

در اشکال زیر سطح در معرض آتش‌سوزی برای پروفیل‌های I-شکل و قوطی نشان داده شده است. برای سایر اشکال نیز می‌توان به راحتی بر مبنای محیط پیرامونی، مقدار این پارامتر را تعیین نمود.



شکل ۱۲-۲: سطح پوشش داده شده الف) مقطع I شکل، ب) مقاطع قوطی

با در نظر گرفتن پخش معمولی سیمانی، و تعیین مشخصات آن بر مبنای مراجع، ضریب حرارتی سیمان 0.72 W/m.C و

گرمای ویژه فولاد 450 J/kg.C نیز در نظر گرفته خواهد شد. فرض می‌کنیم ضخامت این پوشش برای ستون و تیر برابر با ۳

سانتی‌متر می‌باشد. در زیر نمونه‌ی مناسبی تغییرات دمایی برای تیر و ستون نشان داده شده است.

$$D = 4b_f + 2h - 2t_w = 4 \times 300 + 2 \times 300 - 2 \times 11 = 1778 \text{ mm}$$

$$W = 117 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

ستون

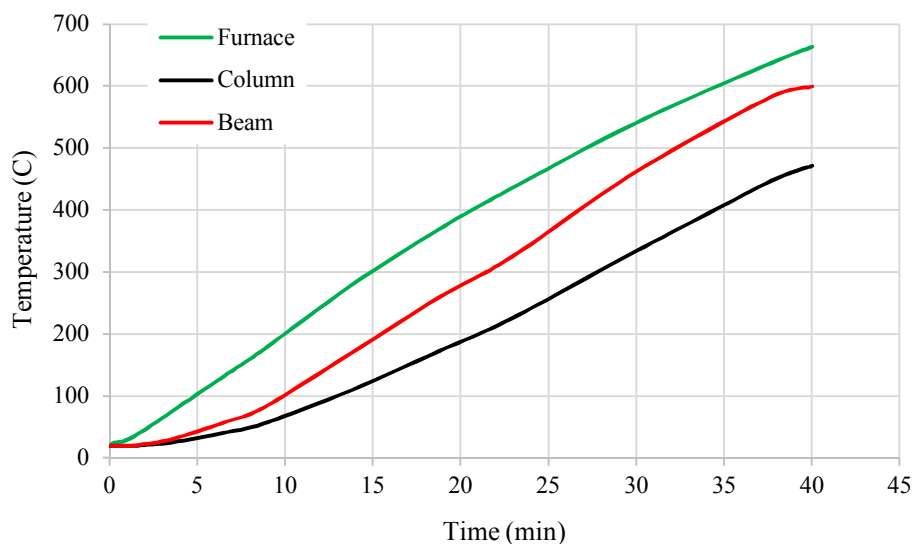
$$\Delta T_s = \frac{k_i}{c_s h W / D} (T_f - T_s) \Delta t = \frac{0.72 \times 60}{450 \times 0.03 \times 117 / 1.778} (T_f - T_s) \Delta t = 0.0486 (T_f - T_s) \Delta t$$

$$D = 4b_f + 2h - 2t_w = 4 \times 150 + 2 \times 300 - 2 \times 7.1 = 1185.8 \text{ mm}$$

$$W = 42.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

تیر

$$\Delta T_s = \frac{k_i}{c_s h W / D} (T_f - T_s) \Delta t = \frac{0.72 \times 60}{450 \times 0.03 \times 42.2 / 1.1858} (T_f - T_s) \Delta t = 0.0899 (T_f - T_s) \Delta t$$



شکل ۱۲-۳: تغییرات دما نسبت به زمان برای ستون و تیر با روکش سیمانی معمولی

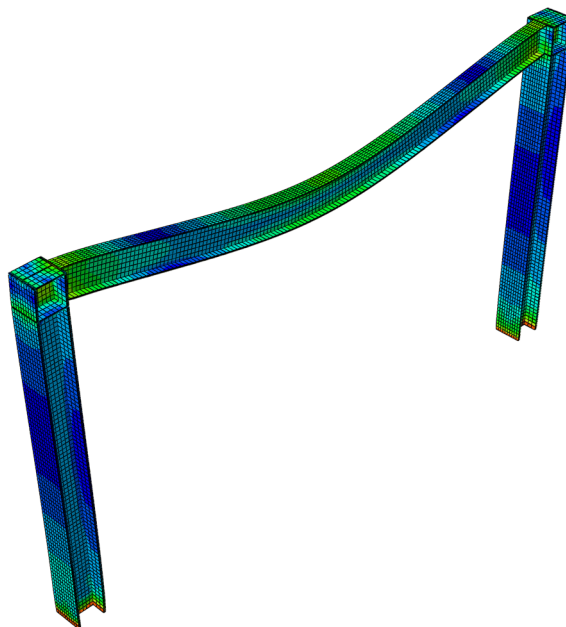
*معیار فرابی سازه تمت آتش سوزی

یکی از دغدغه‌های مهندسی تعیین معیاری برای زمان فروریزش سازه‌ی تمت مریق می‌باشد. در BS5950، معیارهای زیر برای بین شروع فرابی تعریف شده است.

الف) فیز تیرها حداکثر به طول $\frac{1}{20}$ دهانه افزایش یابد و یا برای فیزهایی بزرگ‌تر از $\frac{1}{30}$ ، آهنگ فیز تیر از $\frac{L^2}{(9000 \times \text{member depth})}$ تجاوز کند. زمانی که ابعاد براساس mm باشند، و امد آهنگ فیز براساس mm/min است.

ب) برای ستون‌های معیار فرابی به افزایش نرخ سرعت فیز عمودی (مدی برای آن تعریف نشده است) و یا حداکثر تغییرمکان نسبی در حدود ۱۲۰ میلی‌متر تعریف خواهد شد.

*فروچی‌های گرافیکی نرم افزار



شکل ۱۲-۴: تغییر شکل قاب یک طبقه بعد از ۴۰ دقیقه آتش سوزی با بزرگنمایی ۵ برابر

*فایل همراه

الف) فصل نهم کتابی با عنوان

Analytical Methods for Determining Fire Resistance of Steel Members

ب) فایل اکسل با عنوان Fire

CHAPTER 9

Analytical Methods for Determining Fire Resistance of Steel Members

James A. Milke

Introduction

Traditionally, fire resistance has been evaluated by subjecting a structural member to a standard test for a specified duration.¹ All members performing acceptably are rated and listed for the duration period of the test (e.g., 1 hr, 2 hr). Assemblies not listed are assumed to be unable to meet the test criteria and, thus, have no rating, unless proved otherwise. Providing proof of acceptable performance can be accomplished in one of three manners:

1. Conduct the standard test.¹
2. Conduct a special experiment.²
3. Apply an analytical technique.³

The standard test can involve an appreciable turnaround time in order to specify, schedule, and analyze the results of the test. An experimental program can require a substantial amount of effort in order to obtain accurate data. The costs involved in sponsoring a standard test or experimental program can be appreciable. In the case of archaic structural assemblies, materials may no longer be available to reconstruct the design for possible testing.

Because of these drawbacks, calculation methods have been developed to analyze structural designs for fire conditions. The calculation methods have been formulated based on analyses of data from standard tests, experimental programs, and theoretically based investigations.

Analytical methods for fire resistance must consider three basic aspects of the problem:

1. Fire exposure
2. Heat transfer
3. Structural response

The fire exposing the structure must be characterized using methods described in other chapters of this hand-

book for the case of a real fire, or by assuming the fire exposure specified in the standard test. The thermal response of the structural member can be addressed using principles of heat transfer. Heating within the member is treated by conduction heat transfer analysis (radiation and convection heat transfer may also need to be considered, if voids or porous insulation materials are present within the assembly). Typically, radiative and convective boundary conditions are present. Finally, the structural response is examined by comparing some or all of the following: deflections, strains, and stress levels to established limits.

The following types of calculation methods are available to assess the fire resistance of steel structural members:

1. Empirical correlations
2. Heat transfer analyses
3. Structural analyses

Empirical correlations are based on the analysis of data resulting from performing the standard test numerous times. A limitation of the empirical correlations is that they can only be applied when considering the fire exposure, loading, and span provided in the standard test. If other conditions apply, then another approach is needed.

The second group of calculation methods consists of heat transfer analyses. The heat exposure conditions may be those associated with the standard test or a specified fire. The purpose of the heat transfer analysis is to determine the time required for the structural member to attain a predetermined critical temperature or to provide input to a structural analysis. The temperature endpoint criteria cited by ASTM E119¹ are often accepted as the critical temperatures. Typically, inaccuracies of this method are related to the temperature dependence of the material properties or the description of the heating conditions.

Many of the structural analysis-based calculations are similar to those conducted for structural engineering purposes, except the material properties are evaluated at elevated temperatures and thermal expansion is considered. In structural analyses, the loading and end conditions must be known or assumed. Limitations result from

James A. Milke is an associate professor in the Department of Fire Protection Engineering at the University of Maryland. His recent research activities have included the impact of fires on the structural response of steel and advanced composite members.

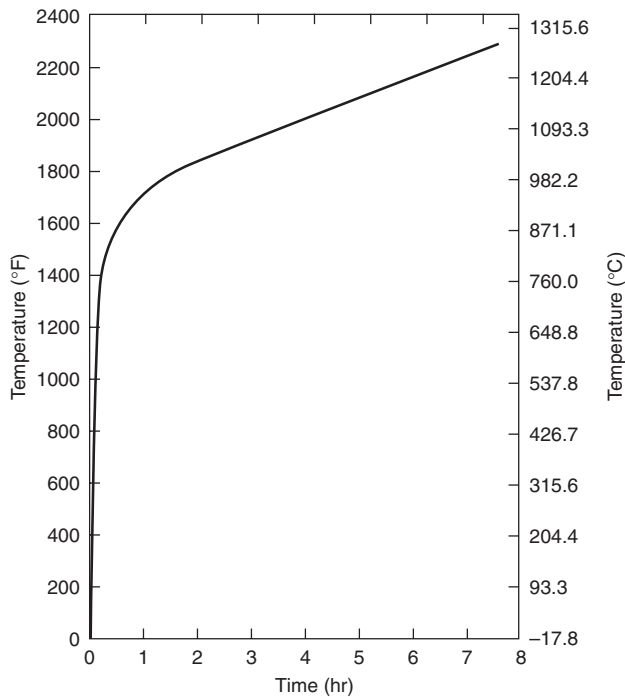


Figure 4-9.1. ASTM E119 standard time-temperature curve.¹

uncertainties in characterizing the end conditions and the material properties at elevated temperatures.

This chapter provides an overview of the available calculation methods for determining the fire resistance of steel structural members. The basis of each method will be presented along with sample applications.

Standard Test for Fire Resistance of Structural Members

The standard test method in the United States for determining the fire resistance of columns, floor and roof assemblies, and walls is ASTM E119.^{*1} Basically, the test involves subjecting the structural component to a heated furnace environment for the desired duration. If the endpoint criteria are not reached prior to the end of the test period, the assembly passes the test and is rated.

Gas burners are used to heat the furnace in testing laboratories throughout North America. The furnace is heated so that the temperature inside the furnace follows the time-temperature curve illustrated in Figure 4-9.1. In principle, the time-temperature curve is intended to relate to a severe exposure from a room fire. Thus, the applicability of the test method to examine the fire resistance of exterior structural members exposed to fires outside of the building is questionable.⁴

Assemblies may be tested with or without load. If tested under load, the assembly is subjected to maximum

design stress levels, based on common structural analysis procedures for ambient temperature design. Floor and roof assemblies and bearing walls are always tested under load. Columns are tested with or without a loading. Steel beams and girders may be tested without load if the design loading cannot be achieved in the laboratory.

Structural assemblies may be restrained or unrestrained against thermal expansion. The effect of restraint on the fire resistance of assemblies has been investigated by Bletzacker.⁴ The degree of restraint in structural members varies with the geometry, connection method, and framing system, among other factors. The descriptions presented in Table 4-9.1 relate actual construction conditions to the restrained and unrestrained designation noted in the ASTM E119 test method.

The minimum dimensions of the structural components for testing are specified in ASTM E119. A maximum set of dimensions is established by the size of available test furnaces. While the test is large-scale, the test cannot be considered full-scale, given the stipulation of the maximum permissible dimensions. The consequence of not testing full-scale members means that continuous beams, actual floor/roof ASTM assemblies, and long columns are not tested. Consequently, this test is only comparative in nature and cannot be used to assess actual performance.

The ASTM E119 endpoint criteria for building assemblies consider structural integrity, temperature, passage of flame, ignition of cotton waste, and in some cases, response to the hose stream. For the tests without loading, the structural integrity endpoint criterion is relaxed to require that the component only remains in place. The structural integrity criterion addresses the need for members to remain in place (supporting self-weight of member) and to continuously support any applied loads. The ignition-of-cotton-waste endpoint addresses the ability of the structural assembly to prevent the transmission of flame and hot gases to the side not exposed to the furnace fire.

The temperature endpoint criteria are noted in Table 4-9.2. In principle, the endpoint temperatures are based on the maximum allowable reduction in load-bearing capacity of the structural member, based on the reduction in strength experienced at elevated temperature and the maximum permissible loads stipulated by structural design standards.

Fire Resistance of Steel Members

Several calculation techniques are available to determine the fire resistance of steel members, including steel columns, beams in floor and roof assemblies, and trusses.⁷⁻¹⁰ Three types of techniques are available: empirically derived correlations, heat transfer analyses, and structural analyses.

The equations and models do not eliminate the need for all future testing. Testing is still required, at least to validate the calculation techniques and assess the interaction and mechanical behavior of the constituents of the assembly, such as the steel structural member, insulating materials, or other components. However, the calculation techniques can be used to extend the application of test results and reduce the number of required tests. In addi-

^{*}Versions of the test method are also published as NFPA 251⁵ and UL 263.⁶

Table 4-9.1 Restrained and Unrestrained Construction Systems (from ASTM E119 Table X3.1)¹

Wall bearing:		
Single span and simply supported end spans of multiple bays: ^a		
Open-web steel joists or steel beams, supporting concrete slab, precast units, or metal decking		unrestrained
Concrete slabs, precast units, or metal decking		unrestrained
Interior spans of multiple bays:		
Open-web steel joists, steel beams or metal decking, supporting continuous concrete slab		restrained
Open-web steel joists or steel beams, supporting precast units or metal decking		unrestrained
Cast-in-place concrete slab systems		restrained
Precast concrete where the potential thermal expansion is resisted by adjacent construction ^b		restrained
Steel framing:		
Steel beams welded, riveted or bolted to the framing members		restrained
All types of cast-in-place floor and roof systems (such as beam-and-slabs, flat slabs, pan joists, and waffle slabs) where the floor or roof system is secured to the framing members		restrained
All types of prefabricated floor or roof systems where the structural members are secured to the framing members and the potential thermal expansion of the floor or roof system is resisted by the framing system or the adjoining floor or roof construction ^b		restrained
Concrete framing:		
Beams securely fastened to the framing members		restrained
All types of cast-in-place floor or roof systems (such as beam-and-slabs, flat slabs, pan joists, and waffle slabs) where the floor system is cast with the framing members		restrained
Interior and exterior spans of precast systems with cast-in-place joints resulting in restraint equivalent to that which would exist in condition III(1)		restrained
All types of prefabricated floor or roof systems where the structural members are secured to such systems and the potential thermal expansion of the floor or roof systems is resisted by the framing system or the adjoining floor or roof construction ^b		restrained
Wood construction:		
All types		unrestrained

^aFloor and roof systems can be considered restrained when they are tied into walls with or without tie beams, the walls being designed and detailed to resist thermal thrust from the floor or roof system.

^bFor example, resistance to potential thermal expansion is considered to be achieved when:

1. Continuous structural concrete topping is used
2. The space between the ends of precast units or between the ends of units and the vertical face of supports is filled with concrete or mortar, or
3. The space between the ends of precast units, and the vertical faces of supports, or between the ends of solid or hollow core slab units, does not exceed 0.25% of the length for normal-weight concrete members or 0.1% of the length for structural lightweight concrete members.

Table 4-9.2 ASTM E119 Temperature Endpoint Criteria¹

Structural Member	Location	Maximum Temperature °C (°F)*
Walls/partitions (bearing and nonbearing)	1. Unexposed side	
	Average	139 (250) ^a
	Single point	181 (325) ^a
Steel columns	1. Average	538 (1000)
	Single point	649 (1200)
Floor/Roof assemblies and loaded beams	1. Average	538 (1000)
	Single point	649 (1200)
	1. Unexposed side	
	Average	139 (250) ^a
	Single point	181 (325) ^a
	2. Steel beam	
	Average	593 (1100)
Single point	704 (1300)	
Steel beams/girders (not loaded)	3. Pre-stressing steel	426 (800)
	4. Reinforcing steel	593 (1100)
	5. Open-web steel joists	593 (1100)
	1. Average	538 (1000)
Single point	649 (1200)	

*Maximum temperature cited refers to the maximum temperature rise above initial conditions

tion, experimental methods are essential in determining the material properties at elevated temperature of the protection materials.

Steel Material Properties

The principal material properties of interest are yield strength, ultimate strength, modulus of elasticity, coefficient of thermal expansion, density, specific heat, and thermal conductivity. The effect of temperature on steel properties has been examined by many researchers.¹¹ For steel, all of the properties, except for density, are strongly influenced by temperature.

The thermal properties of ASTM A36 steel are provided in the following correlations:^{7,12,13,14}

$$\begin{aligned}
 k &= -0.022T + 48 && \text{for } 0 \leq T \leq 900^\circ\text{C} \\
 k &= 28.2 && \text{for } 900^\circ\text{C} < T \\
 c_s &= 0.51T + 420 && \text{for } 0 \leq T \leq 650^\circ\text{C} \\
 c_s &= 8.65T + 4870 && \text{for } 650^\circ\text{C} < T \leq 725^\circ\text{C} \\
 c_s &= -10.9T + 9340 && \text{for } 725^\circ\text{C} < T \leq 800^\circ\text{C} \\
 c_s &= 579 && \text{for } 800^\circ\text{C} < T \\
 \rho &= 7860 \text{ kg/m}^3
 \end{aligned}$$

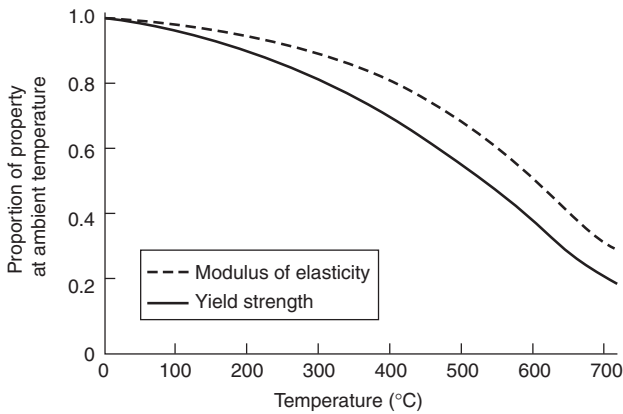


Figure 4-9.2. Temperature effects on properties of ASTM A36 steel.^{12,15}

The influence of temperature on the mechanical properties of A36 steel is presented in Figure 4-9.2. At 538°C (1000°F), the yield strength is approximately 60 percent of the value at normal room temperature. The American Institute for Steel Construction’s *Specification for the Design, Fabrication, and Erection of Structural Steel for Buildings*¹⁶ limits the maximum permissible design stress to approximately 60 percent of the yield strength. Thus, for structural members at 538°C (1000°F) designed to carry the maximum permissible stress, the applied stress is approximately the same as the strength of the member. It should also be noted that at 538°C (1000°F) the modulus of elasticity has decreased appreciably from the value at normal room temperature.

Mathematical expressions describing the relationship of the yield strength, modulus of elasticity, and coefficient of thermal expansion on temperature are^{7,17,18}

For $0 < T \leq 600^\circ\text{C}$,

$$\sigma_{yT} = \left[1 + \frac{T}{900 \ln(T/1750)} \right] \sigma_{y0}$$

$$E_T = \left[1 + \frac{T}{2000 \ln(T/1100)} \right] E_0$$

For $T > 600^\circ\text{C}$,

$$\sigma_{yT} = \frac{340 - 0.34T}{T - 240} \sigma_{y0}$$

$$E_T = \frac{690 - 0.69T}{T - 53.5} E_0$$

$$a_T = (0.004T + 12) \times 10^{-6}$$

where

σ_{yT} = yield strength at temperature T (MPa) (psi)

σ_{y0} = yield strength at 20°C (68°F) (MPa) (psi)

E_T = modulus of elasticity at temperature T (MPa) (psi)

E_0 = modulus of elasticity at 20°C (68°F) (MPa) (psi)

a_T = coefficient of thermal expansion at temperature T (m/m°C)

T = steel temperature (°C)

$$\theta = \frac{T' - 68}{1800} \quad T' \text{ in } ^\circ\text{F}$$

$$\theta = \frac{T' - 20}{1000} \quad T' \text{ in } ^\circ\text{C}$$

T' = steel temperature

In addition to the changes in material properties that occur at elevated temperatures, the crystalline structure of steel also changes, as noted in Figure 4-9.3.¹⁹ However, for the low-carbon steels typically used in building construction, significant changes in crystalline structure only begin to occur at temperatures in excess of 650°C (1200°F),²⁰ above the temperature typically associated with failure.

Creep, the time-dependent deformation of a material, may be significant in structural steel at temperatures in excess of 460°C (860°F).²¹ The rate of creep increases approximately 300 times for ASTM A36 structural steel, when the steel temperature is increased from 460 to 520°C (860 to 968°F). Since creep is a complex phenomenon depending on the stress level, rate of heating, and other factors, often it is included implicitly in the mechanical properties to simplify the fire resistance calculations.^{15,20} In-depth discussions of creep have been prepared by Harmathy.^{22,23}

Methods of Protection

The basic intent of the various methods of protection is to reduce the rate of heat transfer to the structural steel. This is accomplished by using insulation, membranes, flame shielding, and heat sinks.

Insulation

Insulation of the steel is achieved by surrounding the steel with materials that preferably have the following characteristics:²⁴

1. Noncombustibility and the added attribute of not producing smoke or toxic gases when subjected to elevated temperatures
2. Thermal protective capability when tested in accordance with the standard fire test ASTM E119
3. Product reliability giving positive assurance of consistent uniform protection characteristics
4. Availability in a form that permits efficient and uniform application
5. Sufficient bond strength and durability to prevent either dislodgement or surface damage during normal construction operations
6. Resistance to weathering or erosion resulting from atmospheric conditions

In addition to the insulating qualities of the protection materials, chemical reactions may occur in the insulation, further reducing the rate of heat transfer. The chemical reactions include calcination, ablation, intumescence, thermal hydrogenation, and sublimation.

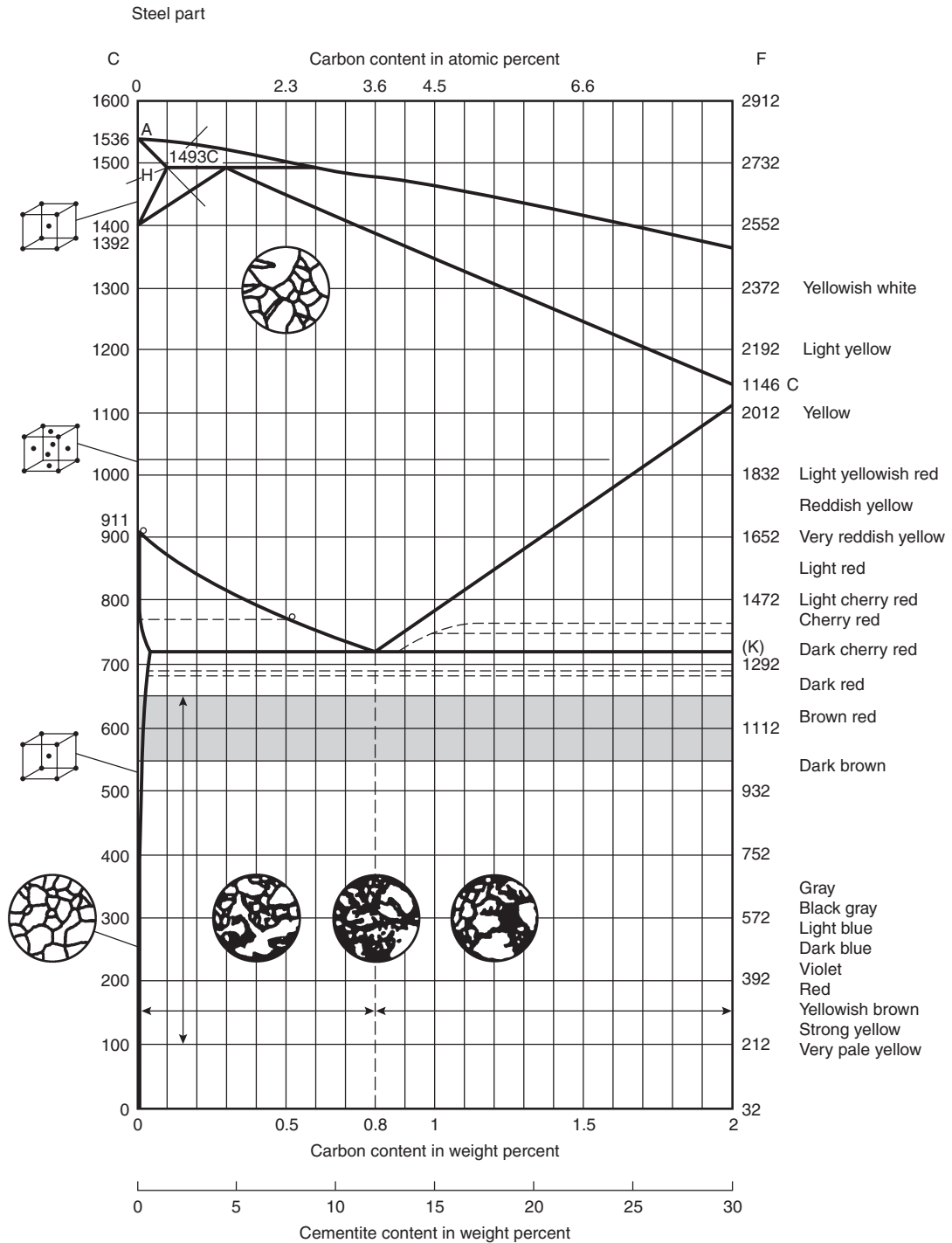


Figure 4-9.3. Influence of elevated temperatures versus carbon content in steel.¹⁹

Insulating methods include the use of board products, spray-applied materials, and concrete encasement. A brief review of each method is presented below.

Board products: Four types of board products are commonly used to protect structural steel: gypsum board, fiber-

reinforced calcium silicate board, vermiculite-sodium silicate board, and mineral fiber board. In each case, the means of attachment of the boards surrounding the steel is a critical parameter affecting the performance of the assembly. Two commonly used methods of attachment of gypsum wallboard with and without steel covers are illustrated in

Figure 4-9.4. Detailed descriptions of the attachment mechanisms for the other board products are provided elsewhere.²⁵⁻²⁷ Also, board products can be used in wall assemblies to provide an envelope around steel trusses.

Spray-applied materials: Several types of spray-applied materials are commonly used. These include cementitious plasters, mineral fibers, magnesium oxychloride cements, and intumescent. Sufficient data has been obtained to characterize spray-applied cementitious and mineral fiber materials for the purpose of estimating the fire endurance of structural steel protected with these materials. An illus-

tration of a steel column protected by a spray-applied material is presented in Figure 4-9.5.

Concrete encasement: Concrete encasement of steel members to surround and insulate the steel is illustrated in Figure 4-9.6. As indicated in Figure 4-9.6, the concrete is cast to fill in all re-entrant spaces. Alternatively, concrete column covers may be used, as illustrated in Figure 4-9.7. The concrete is assumed to act only to thermally protect the steel. Some empirical correlations implicitly account for the load-bearing capacity of the concrete and possible steel-concrete composite action.

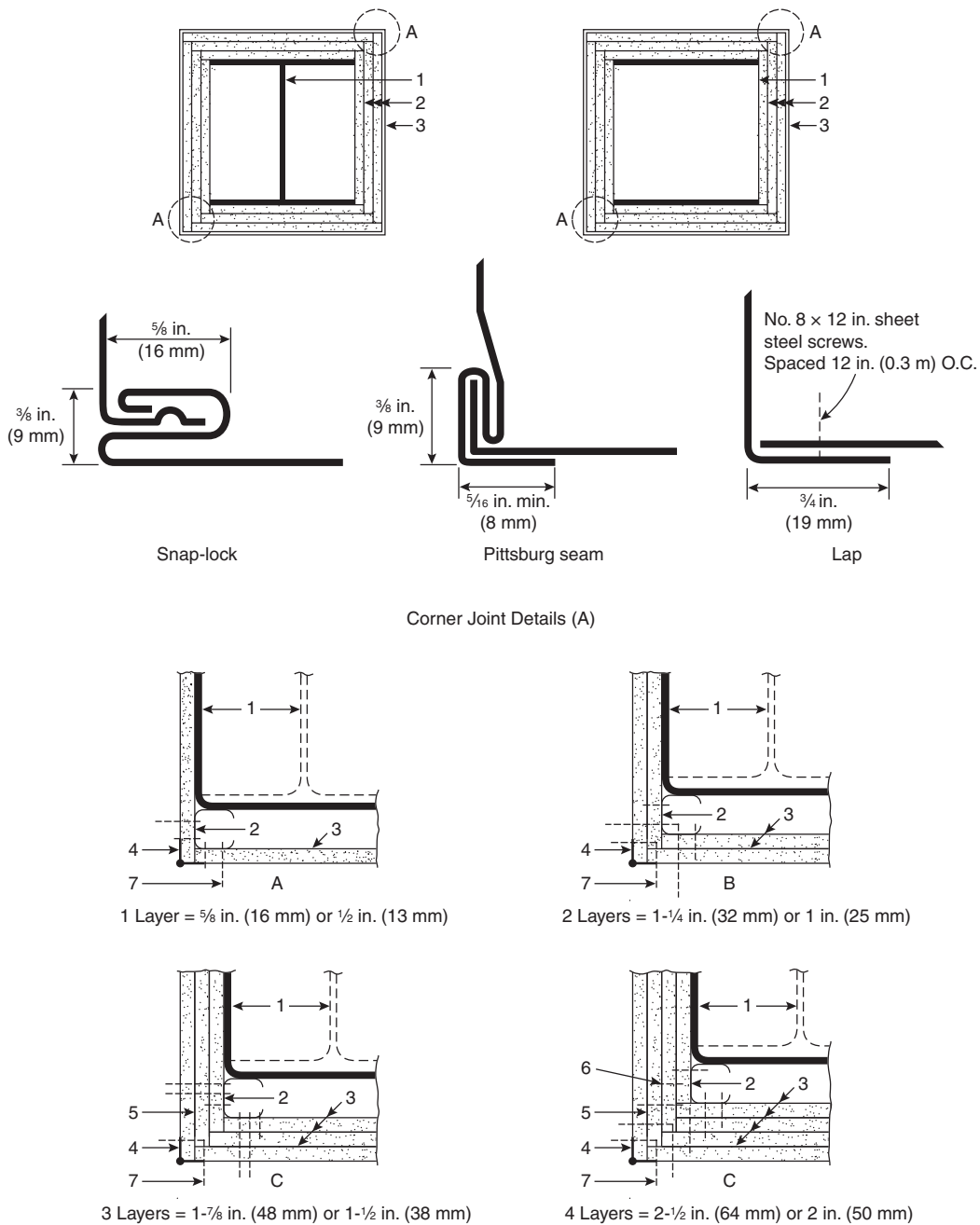


Figure 4-9.4. Attachment mechanisms of gypsum wallboard to steel columns.²⁵

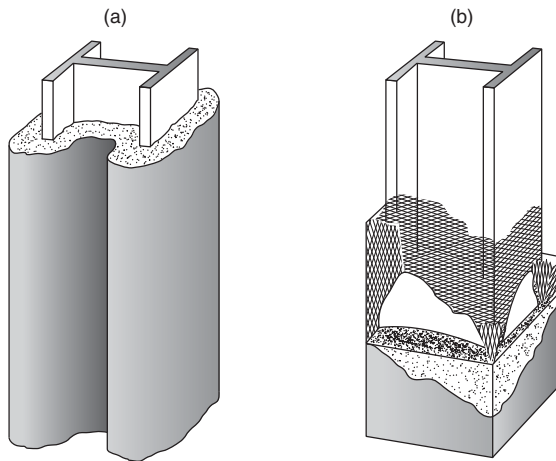


Figure 4-9.5. (a) Sprayed insulation; (b) Metal lath and plaster encasement.²⁴

Membrane: Suspended ceiling assemblies are used as membranes to protect structural steel in floor and roof assemblies. The ceiling panels and tiles comprising the ceiling assembly may consist of gypsum, perlite, vermiculite, or mineral fibers.

The membrane method of protection is illustrated in Figure 4-9.8. Heat transfer to the structural steel is reduced due to the air space above the membrane and the insulating characteristics of the membrane. Also, membranes help prevent the direct impingement of flame on the structural steel.

Flame shield: Flame shields are intended to reduce the incident radiant heat flux on the steel by preventing direct flame impingement. The effectiveness of flame shields to protect exposed spandrel beams was first examined by Seigel.^{2,28} In this instance, 14-gage sheet steel was used as the flame shield.

Heat sinks: The heat sink approach delays the heating of steel by absorbing heat transferred through the steel. The heat sink approach usually involves liquid- or concrete-

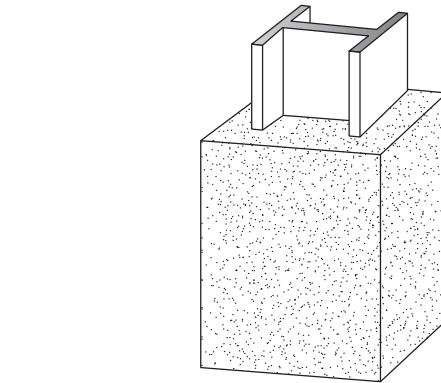


Figure 4-9.6. Steel column with concrete encasement.²⁴

filling of the interior of hollow steel members (tubular and pipe sections). Liquid-filling can be used to provide a sufficient level of protection for the columns, without any externally applied coating. The liquid used for protection is an aqueous solution. Additives are provided primarily for antifreeze, corrosion protection, and biological reasons.

A diagram of a typical design for a liquid-filled column fire protection system is presented in Figure 4-9.9. The components of this system include the hollow structural steel columns, piping to connect the columns, a water storage tank, and associated valves.

The system operates on the principle that heat incident on the column is removed by circulation of the liquid. If sufficient heat is delivered to the liquid, boiling can be expected, which enhances the efficiency of the heat-removal process. In many tests with liquid-filling, steel temperatures have been observed to be well below those required for failure, as long as the column remains full of the liquid.

Another heat-sink approach consists of filling the interior of hollow steel columns with concrete. If the concrete is reinforced, load transfer from the steel to the concrete can be expected as the steel weakens with increasing temperature. Calculation methods to determine the fire resistance of concrete-filled steel columns are available.^{10,12}

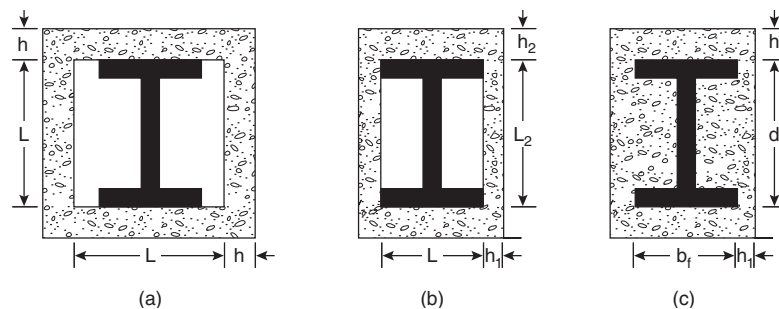


Figure 4-9.7. Concrete-protected structural steel columns. (a) Square shape protection with a uniform thickness of concrete cover on all sides; (b) Rectangular shape with varying thickness of concrete cover; and (c) Encasement having all re-entrant spaces filled with concrete.

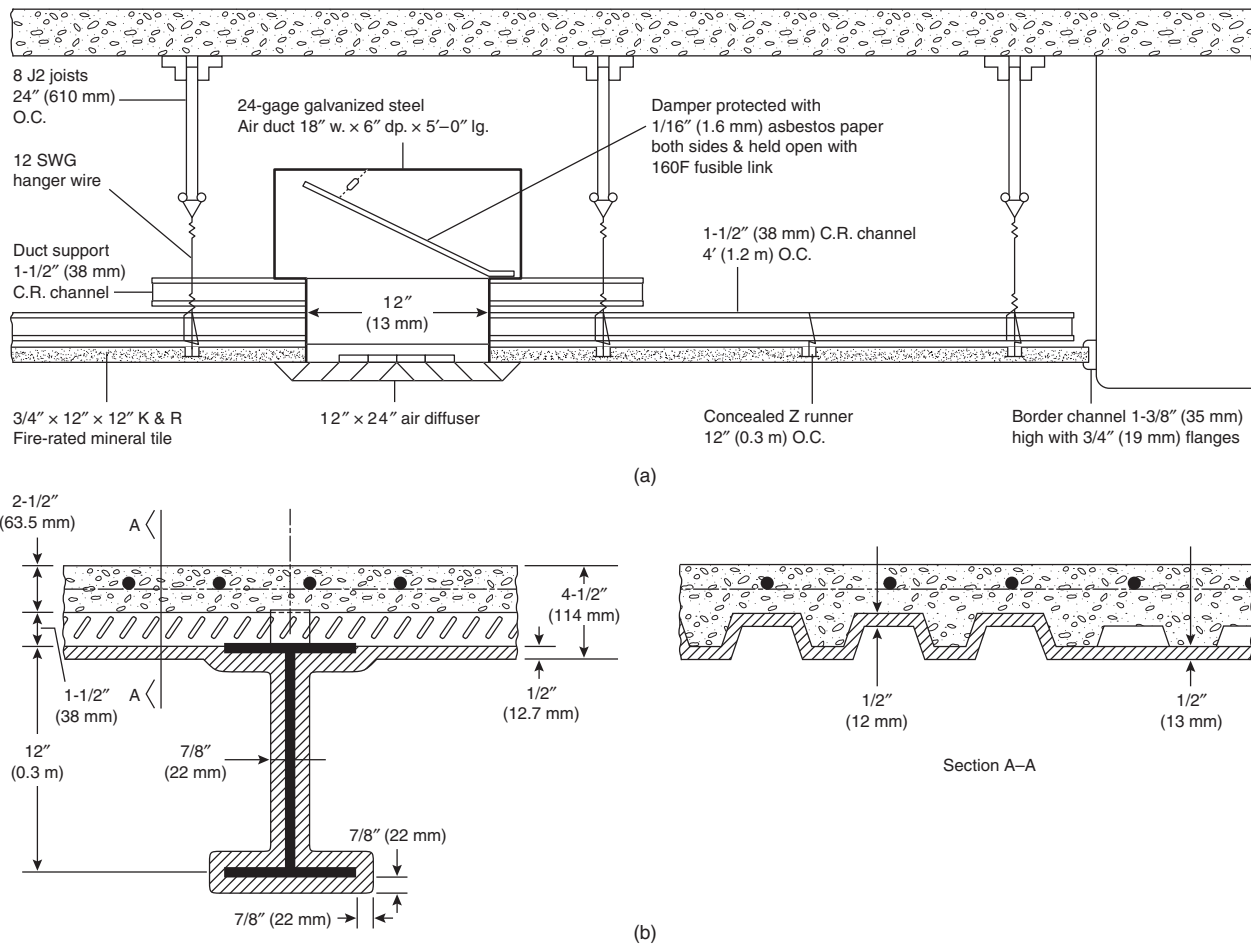


Figure 4-9.8. Membrane method of protection,²⁴ (a) Cross-section of a floor-ceiling system with conventional sheet steel fusible-link damper for protecting typical ceiling outlets in galvanized sheet ducts; (b) Sprayed contact fireproofing applied directly to the underside of formed-steel decking and to a supporting steel beam.

Empirically Derived Correlations

Numerous, easy-to-use, empirically derived correlations are available to calculate the fire resistance of steel columns, beams, and trusses. The correlations are based on data from performing the standard test numerous times on variations of a particular assembly. Curve-fitting techniques are used to establish the various correlations. In some cases, a best-fit line has been drawn for the data points, whereas in other cases, lines were placed to provide conservative estimates of the fire endurance by connecting the two lowest points.²⁹

Steel Columns

The correlations to estimate the fire endurance of unprotected and protected steel columns are given in Table 4-9.3. Present in each of the equations is W/D for wide-flange sections and A/P for hollow sections. The W/D

and A/P ratios are comparable. The W/D ratio is the weight per lineal foot to the heated perimeter of the steel at the protection interface (or the perimeter of the steel if unprotected). The A/P ratio is the cross-sectional area divided by the heated perimeter. Essentially, the W/D ratio relates to the product of the density of the steel and the A/P ratio.

The relevance of the W/D and A/P ratios was first noted by Lie and Stanzak.³⁰ W/D ratios for commonly used wide-flange and tubular shapes for columns and beams are available elsewhere.^{25,31,32} The two factors in the W/D ratio that affect the rate of heat transfer to the steel (and consequently the rise in temperature of the steel) are (1) shape of the fire protection system, D , and (2) steel mass per unit of length, W .

The parameter that characterizes the shape of the fire protection system is D , the heated perimeter expressed in inches, which is defined as the inside perimeter of the steel at the fire protection material interface. Figure 4-9.10 illustrates the method for determining D in four typical

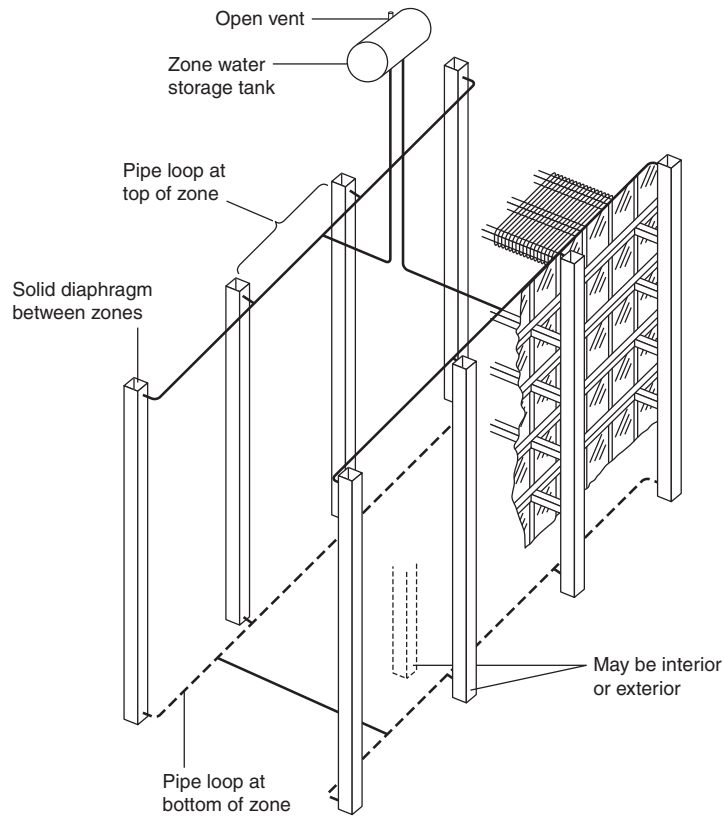


Figure 4-9.9. Schematic layout of a typical piping arrangement used in a liquid-filled column fire-protection system.⁴

cases. As can be seen from the figure, the heated perimeter depends on the size of the column and also on the profile of the protection system. Two different commonly used profiles are: (1) contour profile, where all surfaces of the steel column are in contact with the protection material and (2) box profile, where a rectangular box of protection material is built around the column.

A large value of W refers to a column with a large weight per lineal foot. A given amount of energy will raise the temperature of the massive column to a lesser degree than that of a light column. Less surface area is available for heat transfer if the heated perimeter, D , is small, thereby inhibiting the temperature rise in the steel. The greater the W/D ratio, the greater the inherent fire resistance of the assembly is.

Because steel elements with larger W/D ratios are inherently more fire resistant, substituting shapes with greater W/D ratios for shapes identified in the listed designs in the *UL Fire Resistance Directory*³ is permitted while maintaining the same thickness of protection. However, such substitution yields inefficient designs, because shapes with large W/D ratios actually require less fire protection material than shapes with small W/D ratios for the same level of fire resistance.

The equation for gypsum wallboard protection is non-linear. The weight of the gypsum wallboard is included because the heat capacity of gypsum has a considerable

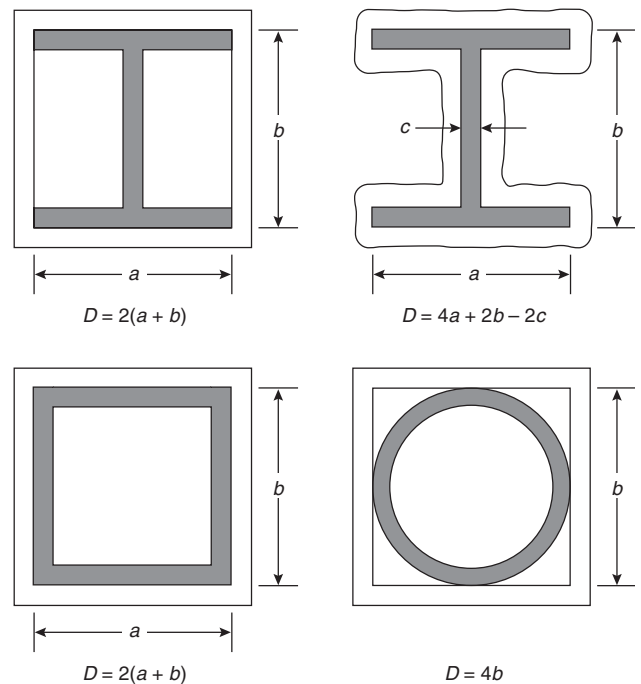


Figure 4-9.10. Heated perimeter for steel columns.²⁵

Table 4-9.3 Empirical Equations for Steel Columns^{20,26,27}

Member/Protection	Solution	Symbols
Column/Unprotected	$R = 10.3 (W/D)^{0.7}$, for $W/D < 10$ $R = 8.3 (W/D)^{0.8}$, for $W/D \geq 10$ (for critical temperature of 1000°F)	R = fire endurance time (min) W = weight of steel section per lineal foot (lb/ft) D = heated perimeter (in.)
Column/Gypsum Wallboard	$R = 130 \left(\frac{hW'/D}{2} \right)^{0.75}$ where $W' = W + \left(\frac{50hD}{144} \right)$	h = thickness of protection (in.) W' = weight of steel section and gypsum wallboard (lb/ft)
Column/Spray-applied materials and board products—wide flange shapes	$R = [C_1(W/D) + C_2]h$	C_1 & C_2 = constants for specific protection material
Column/Spray-applied materials and board products—hollow sections	$R = C_1 \left(\frac{A}{P} \right) h + C_2$	C_1 & C_2 = constants for specific protection material The A/P ratio of a circular pipe is determined by $A/P \text{ pipe} = \frac{t(d-t)}{d}$ where d = outer diameter of the pipe (in.) t = wall thickness of the pipe (in.) The A/P ratio of a rectangular or square tube is determined by $A/P \text{ tube} = \frac{t(a+b-2t)}{a+b}$ where a = outer width of the tube (in.) b = outer length of the tube (in.) t = wall thickness of the tube (in.)
Column/Concrete cover	$R = R_0(1 + 0.03m)$ where $R_0 = 10(W/D)^{0.7} + 17 \left(\frac{h^{1.6}}{k_c^{0.2}} \right) \cdot \left\{ 1 + 26 \left[\frac{H}{\rho_c c_c h(L+h)} \right]^{0.8} \right\}$ $D = 2(b_f + d)$	R_0 = fire endurance at zero moisture content of concrete (min.) m = equilibrium moisture content of concrete (% by volume) b_f = width of flange (in.) d = depth of section (in.) k_c = thermal conductivity of concrete at ambient temperature (Btu/hr·ft·°F) h = thickness of concrete cover (in.)
Column/Concrete encased	for concrete-encased columns use $H = 0.11W + \frac{\rho_c c_c}{144} (b_f d - A_s)$ $D = 2(b_f + d)$ $L = (b_f + d)/2$	H = thermal capacity of steel section at ambient temperature (= 0.11 W Btu/ft·°F) c_c = specific heat of concrete at ambient temperature (Btu/lb·°F) L = inside dimension of one side of <i>square</i> concrete box protection (in.) A_s = cross-sectional area of steel column (in. ²)

impact on the fire resistance of the assembly. The thickness of wallboard required to achieve a particular level of fire resistance as a function of the W/D ratio of the column is presented in Figure 4-9.10.

Based on an elementary heat transfer analysis, Stanzak and Lie conducted a parametric analysis that resulted in correlations of the following form to estimate the thickness of material required to achieve a particular level of fire resistance:^{25,27}

$$R = (C_1 W/D + C_2)h$$

where

R = fire endurance (hr)

W = steel weight per lineal foot (lb/ft)

D = heated perimeter of the steel at the insulation interface (in.)

h = thickness of insulation (in.)

The constants C_1 and C_2 need to be determined for each protection material. The constants take into account the thermal conductivity and heat capacity of the insulation material. Constants for some materials are included in listings in the *UL Fire Resistance Directory*.³

Considering the equation for the concrete cover column protection method (see Table 4-9.3), R_0 is the fire endurance of the assembly if the concrete has no moisture content. However, because the fire resistance of concrete-cover over steel columns is known to increase by approximately 3 percent for each 1 percent of moisture, R_0 is multiplied by the $(1 + 0.03m)$ factor where m is the equilibrium moisture content of concrete. The parameters h and L noted in the equation are shown in Figure 4-9.7. If the protection thickness or column dimensions are not the same in the vertical and horizontal directions, average values are used for h and L .

The heat capacity of the concrete must be accounted for in the determination of H if all re-entrant spaces are filled. (See Figure 4-9.7.) If specific data on the concrete's thermal properties are not available, values given in Table 4-9.4 may be used. Typical densities for normal-weight and lightweight concrete are 145 and 110 lb/ft³ (2320 and 1760 kg/m³). Also, the typical equilibrium moisture content (by volume) for normal-weight concrete is 4 percent and lightweight concrete is 5 percent.

Many of the equations cited in Table 4-9.3 are limited to a range of shapes or protection thickness. Before applying any equation from this table, users should consult the original reference and confirm that the equation is being applied properly.

EXAMPLE 1:

Determine the thickness of spray-applied cementitious material to obtain a 2-hr fire endurance when applied to a $W 12 \times 106$ column.

SOLUTION:

From UL X772, the applicable equation is

$$R = (63W/D + 36)h$$

Solving for h ,

$$h = \frac{R}{63W/D + 36}$$

where

$$R = 2 \text{ hrs} = 120 \text{ min}$$

$W/D = 1.44 \text{ lb/ft}\cdot\text{in.}$ for a $W 12 \times 106$ with contour profile protection

Table 4-9.4 Thermal Properties of Concrete at 70° F

	Normal-Weight Concrete	Structural Lightweight Concrete
Thermal conductivity (k) ^a	0.95	0.35
Specific heat (c) ^b	0.20	0.20

^aExpressed as Btu/hr·ft·°F

^bExpressed as Btu/lb·°F

Substituting,

$$h = \frac{120}{63 \times 1.44 + 36} = 0.95 \text{ in.}$$

EXAMPLE 2:

Determine the fire endurance of a $W 8 \times 28$ column encased in lightweight concrete (density of 110 lb/ft³ [176.2 kg/m³]) with all re-entrant spaces filled. The concrete cover thickness is 1.25 in. (31.8 mm).

SOLUTION:

From Table 4-9.3, the appropriate equation is

$$R = R_0(1 + 0.03m)$$

where

$$R_0 = 10(W/D)^{0.7} + 17(h^{1.6}/k_c^{0.2})\{1 + 26[H/\rho_c c_c h(L + h)]^{0.8}\}$$

Referring to Figure 4-9.7,

$$h_2 = h_1 = h = 1.25 \text{ in. (31.8 mm)}$$

$$b_f = 6.535 \text{ in. (166 mm)}$$

$$d = 8.060 \text{ in. (204.7 mm)}$$

$$W/D = 0.67 \text{ lb/ft}\cdot\text{in. (39.3 kg/m}^2\text{)(contour profile)}$$

$$A = 8.25 \text{ in.}^2 \text{ (0.0053 m}^2\text{)}$$

From Table 4-9.4,

$$k_c = 0.35 \text{ Btu/hr}\cdot\text{ft}\cdot\text{°F}$$

$$c_c = 0.20 \text{ Btu/lb}\cdot\text{°F}$$

$$\rho_c = 110 \text{ lb/ft}^3$$

$$L = \frac{1}{2}(b_f + d) = 7.30 \text{ in.}$$

$$H = 0.11W + \frac{\rho_c c_c}{144}(b_f D - A_s)$$

$$H = 0.11 \times 28 + \frac{110 \times 0.20}{144}(6.535 \times 8.060 - 8.25) = 9.87$$

$$R_0 = 10(0.67)^{0.7} + 17\left(\frac{1.25^{1.6}}{0.35^{0.2}}\right)$$

$$\times \left\{ 1 + 26 \left[\frac{9.87}{110 \times 0.2 \times 1.25(7.30 + 1.25)} \right]^{0.8} \right\}$$

$$R_0 = 99 \text{ min}$$

Assuming a moisture content of 5 percent for lightweight concrete,

$$R = 99(1 + 0.03 \times 5) = 114 \text{ min}$$

Steel Beams

As in the case of columns, the W/D ratio is an important parameter affecting the fire resistance of a beam. Beams with larger W/D ratios may be substituted for

beams with lesser W/D ratios for an equivalent rating with no change in the protection thickness. However, as with columns, designs resulting from the direct substitution of larger beams without reducing the protection thickness may be inefficient.

In 1984, an empirically derived correlation was developed to calculate the required thickness of spray-applied material protection.³¹ Correlations of the form for steel columns are not possible, given the deck's role as a heat sink. Thus, the thickness of protection for steel beams is determined based on the following scaling relationship:

$$h_1 = \left(\frac{W_2/D_2 + 0.6}{W_1/D_1 + 0.6} \right) h_2 \quad (1)$$

where

h = thickness of spray-applied fire protection (in.)

W = weight of steel beam (lb/ft)

D = heated perimeter of the steel beam (in.) (See Figure 4-9.11)

and where the subscripts

1 = substitute beam and required protection thickness

2 = the beam and protection thickness specified in the referenced tested design or tested assembly

Limitations of this equation are noted as follows:

1. $W/D \geq 0.37$
2. $h \geq 3/8$ in. (9.5 mm)
3. The unrestrained beam rating in the referenced tested design or tested assembly is at least 1 hr

It should be noted that the above equation only pertains to the determination of the protection thickness for a beam in a floor or roof assembly. All other features of the assembly, including the protection thickness for the deck, must remain unaltered.

EXAMPLE 3:

Calculate the thickness of spray-applied fire protection required to provide a 2-hr fire endurance for a W 12

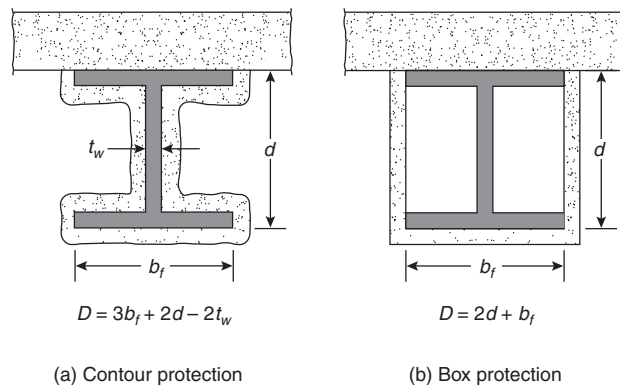


Figure 4-9.11. Heated perimeter for steel beams.³¹

× 16 beam to be substituted for a W 8 × 17 beam requiring 1.44 in. (36.6 mm) of protection for the same rating.

SOLUTION:

The beam substitution correlation, presented as Equation 1, is used.

$$h_1 = \left(\frac{W_2/D_2 + 0.6}{W_1/D_1 + 0.6} \right) h_2$$

where

$$W_2/D_2 = 0.54 \quad \text{for } W 8 \times 17$$

$$W_1/D_1 = 0.45 \quad \text{for } W 12 \times 16$$

$$h_2 = 1.44$$

$$h_1 = \left(\frac{0.54 + 0.6}{0.45 + 0.6} \right) \times 1.44 = 1.6 \text{ in.}$$

Steel Trusses

There are three types of trusses used in buildings: transfer, staggered, and interstitial trusses. Because of the inherent features of each type of truss, some fire protection systems are more appropriate than others.³³

A load-transfer truss (see Figure 4-9.12) supports loads from more than one floor. The loads may be suspended

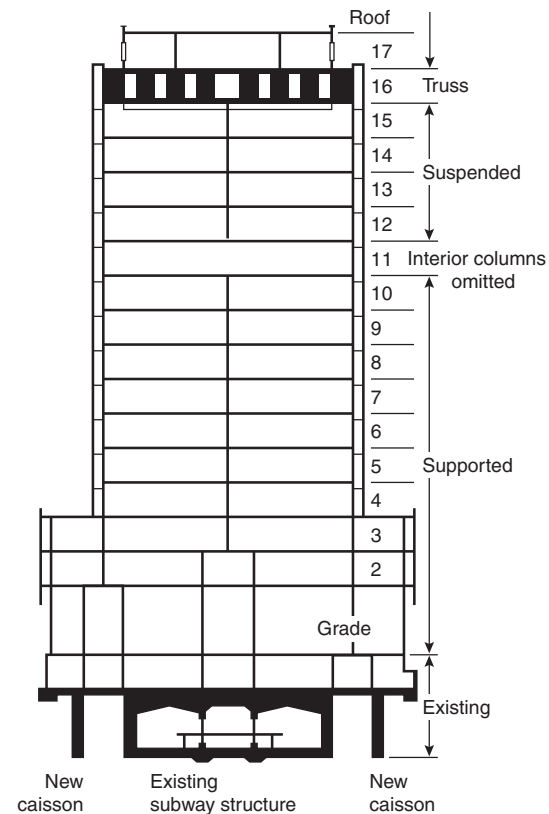


Figure 4-9.12. Vierendell truss providing support from above and below.³³

from a transfer truss or the transfer truss can be used to eliminate columns on lower floors.

A staggered truss is illustrated in Figure 4-9.13. Generally, staggered trusses are used in residential occupancy buildings. Staggered trusses carry loads from two floors.

Interstitial trusses are used to create deep floor/ceiling concealed spaces containing mechanical and electrical equipment, as shown in Figure 4-9.14. Interstitial trusses support only those loads from the equipment enclosure and the floor above. Interstitial trusses are typically used in health-care facilities with heavy mechanical equipment needs.

Three methods of fire protection are often used for trusses: membrane, envelope, and individual element protection. Some fire protection methods are more appropriate than others for the specific truss types. The fire protection methods typically used for each truss type are indicated in Table 4-9.5. Membrane protection is accomplished through the use of a fire-resistant ceiling assembly. Design parameters for such an assembly can be determined from listings of fire-rated designs.^{3,34} No empirical correlations are available to assess the design of membrane protection systems.

The envelope means of protection is illustrated in Figure 4-9.15. The truss is enclosed in layers of a board product, with the number of layers determined by the required fire endurance. Some practical rules of thumb based on test results are noted in Table 4-9.6.

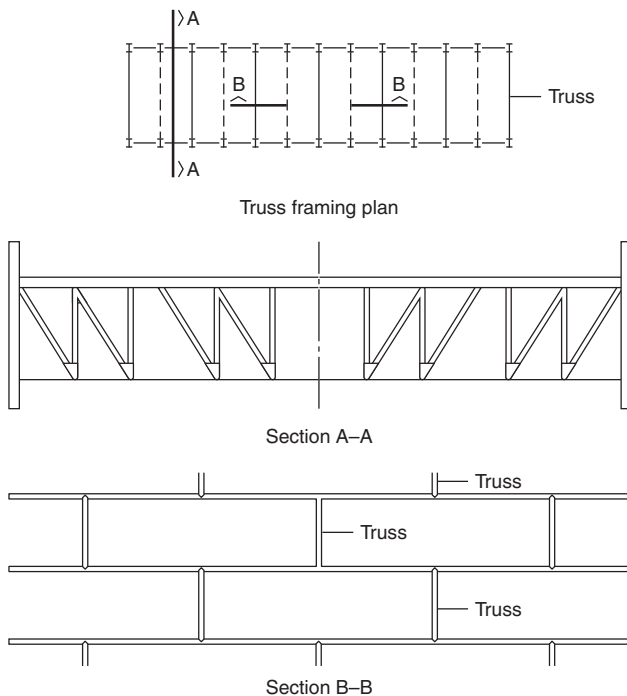


Figure 4-9.13. A typical truss and positionings in a staggered truss system.³³

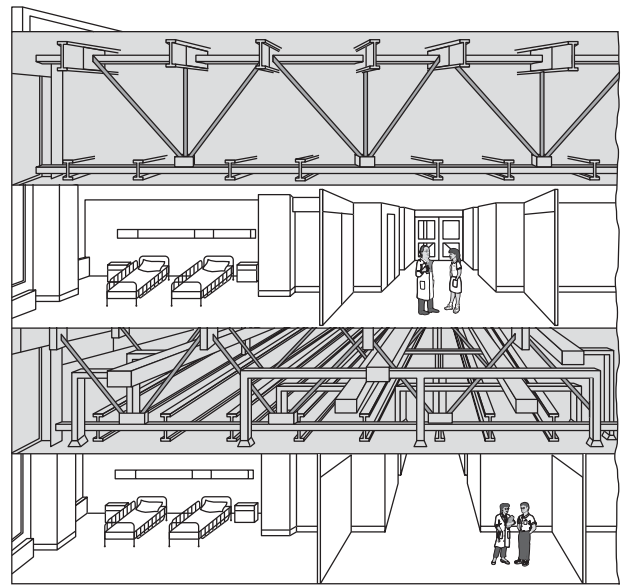


Figure 4-9.14. Hospital interstitial truss system.³³

Table 4-9.5 Typical Fire Protection Methods for Steel Trusses

Truss Type	Fire Protection Method		
	Membrane	Envelope	Individual Element
Transfer		X	X
Staggered		X	X
Interstitial	X	X	X

Table 4-9.6 Practical Guidelines for Thickness of Gypsum Wallboard for Steel Truss Envelope Protection³³

Fire Endurance	Gypsum X	Wallboard Type
60	5/8" (16 mm)	5/8" (16 mm)
120	1 1/4" (32 mm)	—
180	—	1 1/2" (38 mm)

Individual element protection is generally accomplished using a spray-applied material. Since critical truss elements perform structurally as columns, that is, in tension or compression (as opposed to bending), the applicable equations for determining the thickness of spray-applied material for columns is used. In order to use these equations, the *W/D* ratio must be calculated for each element. Unlike columns and beams, the ratio may not be readily available. The diagrams in Figure 4-9.16 are provided for assistance in calculating the heated perimeter.

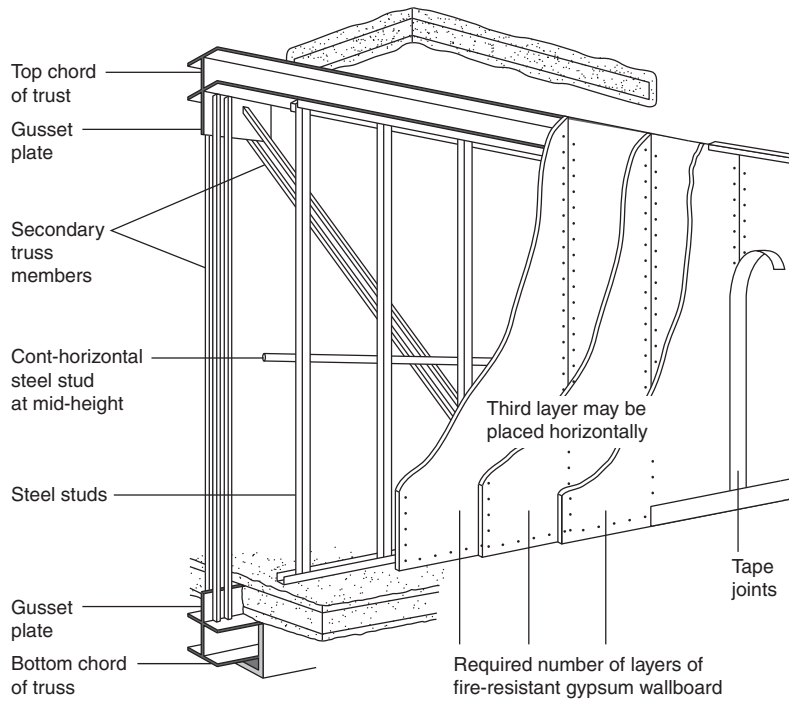


Figure 4-9.15. Staggered truss protection with envelope protection.³³

Heat Transfer Analyses

Heat transfer analyses are applied to determine the time period required to heat structural members to a specified critical temperature or to provide temperature data as input to the structural analysis of the heated member. The time required to heat the member to a specified critical temperature is often defined as the fire endurance time of the member.

The critical temperature of a structural member can be determined by referring to the temperature endpoint criteria cited in ASTM E119¹ or by a structural assessment, as is discussed later in this chapter.

The available types of heat transfer analyses can be grouped into the following categories:

1. Numerical methods
2. Graphical solutions
3. Computer programs

Numerical Methods

Many numerical methods are available to estimate the temperature rise in steel structural elements. The equations are derived from simplified heat transfer approaches.

Unprotected steel members: The temperature in an unprotected steel member can be calculated using a quasi-steady-state, lumped heat capacity analysis. This method assumes that the steel member is at a uniform temperature. The equation for temperature rise during a short time period, Δt , is²¹

$$\Delta T_s = \frac{\alpha}{c_s(W/D)} (T_f - T_s)\Delta t \quad (2)$$

where

- ΔT_s = temperature rise in steel (°F)(°C)
- α = heat transfer coefficient from exposure to steel member (Btu/ft²·s·R)(W/m²·K),
- D = heat perimeter (ft)(m) (see Figure 4-9.16)
- c_s = steel specific heat (Btu/lb·°F)/(J/kg·°C)
- W = steel weight per lineal foot (lb/ft)/(kg/m)
- T_f = fire temperature (R)(K)
- T_s = steel temperature (R)(K)
- Δt = time step (s)

where

$$\alpha = \alpha_r + \alpha_c$$

$$\alpha_r = \text{radiative portion of heat transfer}$$

$$\alpha_r = \frac{C_1 \epsilon_f}{T_f - F_s} (T_f^4 - T_s^4)$$

where $C_1 = 4.76 \times 10^{-13}$ Btu/s·ft²·R⁴ (5.77×10^{-8} W/m³·K⁴) and ϵ_f , the effective emissivity, can be evaluated from Table 4.97.

α_c = convective portion of heat transfer

$$9.8 \times 10^{-4} \text{ to } 1.2 \times 10^{-3} \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{s} \text{ (20 to 25 W/m}^2 \cdot \text{K)}$$

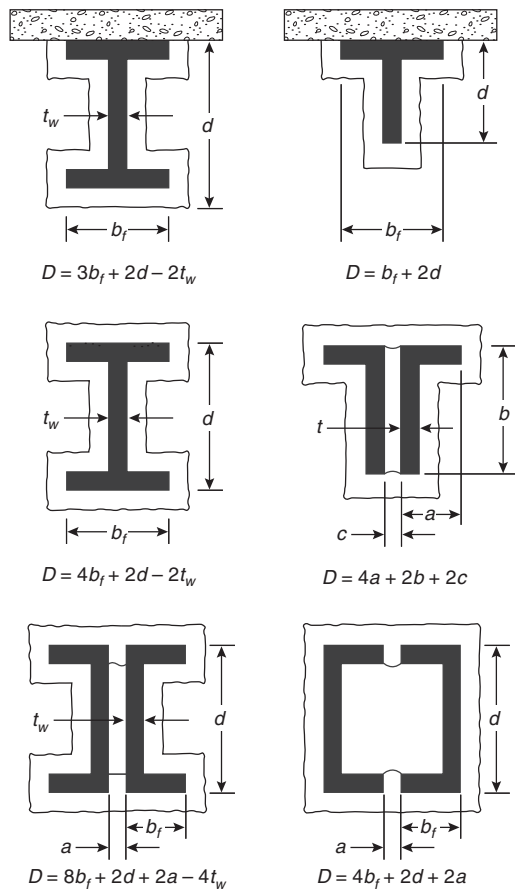


Figure 4-9.16. Heated perimeter for steel truss shapes.³³

The quasi-steady assumption dictates that the time step should be small, that is, on the order of 10 s.⁵⁹

Equation 2 is successively applied up to the time duration of interest. Correlations for the time-temperature curve associated with standard fire resistance tests are included by Lie, in another chapter of this handbook. For the ISO 834 test, T_f at any time, t , can be estimated by the following expression:²¹

$$T_f = C_T \log_{10}(0.133t + 1) + T_0 \tag{3}$$

where

$$C_T = 620 \text{ with } T_f, T_0 \text{ in } ^\circ\text{F}$$

$$345 \text{ with } T_f, T_0 \text{ in } ^\circ\text{C}$$

Protected steel members: For protected members, the thermal resistance provided by the insulating material must be considered. If the thermal capacity of the insulation layer is neglected,²¹

$$\Delta T_s = \frac{k_i}{c_s h W/D} (T_f - T_s) \Delta t \tag{4}$$

where all parameters are as defined in Equation 2, and

Table 4-9.7 Effective Emissivity³⁵

Type of Construction	Resultant Emissivity
1. Column exposed to fire on all sides	0.7
2. Column outside facade	0.3
3. Floor girder with floor slab of concrete, only the underside of the bottom flange being directly exposed to fire	0.5
4. Floor girder with floor slab on the top flange	
Girder of 1 section for which the width-depth ratio is not less than 0.5	0.5
Girder of 1 section for which the width-depth ratio is less than 0.5	0.7
Box girder and lattice girder	0.7

k_i = thermal conductivity of insulation material (Btu/ft·s·°F) (W/m·°C)

h = protection thickness (ft) (m)

Malhotra suggests that the thermal capacity of the insulation material may be neglected if the following inequality is true (see parameter definitions for Equation 2):²¹

$$c_s W/D > 2c_i \rho_i h$$

If the thermal capacity must be accounted for, as in the case of gypsum and concrete insulating materials, then

$$\Delta T_s = \frac{k_i}{h} \left[\frac{T_f - T_s}{c_s(W/D) + 1/2c_i \rho_i h} \right] \Delta t \tag{5}$$

where all parameters are as defined for Equation 2, and c_i = specific heat of insulating material (Btu/lb·°F) (J/kg·°C) ρ_i = density of insulating material (lb/ft³) (kg/m³)

An evaluation of the predictive capability of the lumped heat capacity approach using Equation 5 for protected steel sections was conducted by Berger for steel columns protected with a spray-applied cementitious material.³⁶ The analysis consisted of comparing predicted versus measured temperatures for steel columns exposed to the standard fire exposure. A comparison of the predicted versus measured times for the steel column to reach 538°C is provided in Table 4-9.8. A comparison of the predicted temperature with that measured for one protected steel column assembly is provided in Figure 4-9.17.

Predictions of temperature rise in steel beams by the lumped heat capacity approach are prone to be inherently less accurate than those for steel columns.³⁷ As noted previously, a steel beam in contact with a slab only has three sides exposed to a fire and also will lose heat to the slab.³⁸ Consequently, the temperature of a steel beam exposed to fire is likely to vary appreciably from the bottom flange to the top flange, stretching the validity of the uniform temperature assumption. Nonetheless, for many engineering applications, the lumped heat capacity approach can provide a conservative estimate of the average temperature

Table 4-9.8 Comparison of Predicted Time from Lumped Heat Capacity Analysis and Measurements for Protected Steel Column to Reach 538°C

Shape	<i>h</i> (cm)	Test (min)	Calc. (min)
W 6 × 16	1.9	58	56
	3.8	112	119
	7.6	210	251
W 8 × 28	3.5	122	121
	8.3	291	298
	9.5	355	352
W 10 × 49	1.9	70	62
	5.6	217	220
W 12 × 106	3.8	200	203
W 14 × 228	1.4	123	140
W 14 × 233	2.9	225	251

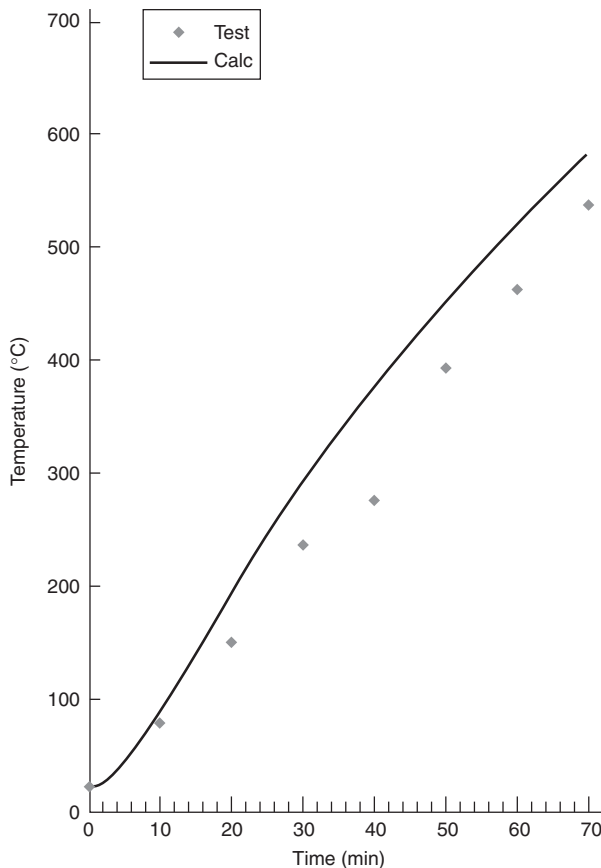


Figure 4-9.17. Predicted steel column temperature.³⁶

rise of a steel beam.³⁹ Heat losses to the slab may be compensated for by reducing the effective flame emissivity to 0.5.³⁵ However, if the temperature gradient across the beam is important, another analytical approach will need to be applied.³⁷

Exterior steel columns and steel spandrel beams: A design guide is available for calculating the exposure of exterior steel columns and steel spandrel beams.⁴⁰ The guide is based on research by Law and basic radiation heat transfer principles.⁴¹ A similar calculation procedure is available in the Eurocodes.⁹

The temperature of the steel member is calculated from a steady-state conduction analysis. The exposure boundary conditions consist of radiant heating from a fully developed room fire and flames emitting from windows near the steel member. For this method, a specific design is considered unacceptable if the steel temperature exceeds 1000°F.

Liquid-filled columns: The design calculations for liquid-filled columns are based on the thermal capacity of the liquid. The design of a liquid-filled column fire protection system consists of three major steps:

1. Heat transfer analysis
2. Determination of volume of liquid required
3. Pipe network design

The heat transfer analysis is used to assess the impact of fire exposure on the liquid-filled column. The heat transfer analysis considers radiation and convection heat transfer from the fire to the column surface, conduction through the column wall, and convection with localized boiling into the liquid. Both temperature of the steel column and total amount of heat transferred to the liquid causing evaporation are determined as a result of this analysis.

The liquid volume calculation is important to ensure the column remains full of liquid for the entire fire exposure period. Since heat transferred to the liquid will cause some evaporation, a supplemental amount of liquid must be provided in a storage tank.

The final step in the design method is a hydraulic analysis of the tubular column and pipe network. This analysis assesses the ability of the liquid to circulate based on friction losses, elevation changes, and buoyancy of the heated liquid.

A comprehensive design aid for liquid-filled columns is available.⁴² Since the procedure is rather lengthy, it will not be reviewed here.

Graphical Solutions

Because heat transfer analyses can be very tedious and may involve the use of complex computer programs, graphic solutions have been formulated to simplify the estimation of steel temperature. Graphs of the temperature of protected steel members have been developed by Malhotra,²¹ Jeanes,¹² Lie,¹⁵ and others.

The series of graphs developed by Malhotra,²¹ presented in Figure 4-9.18, for estimating the temperature of steel members exposed to the standard exposure are based on the lumped heat capacity approach described in the previous section. Steel temperatures are plotted versus the *D/A* ratio (analogous to the inverse of *W/D*) for selected time periods of exposure and thermal resistances of the insulating material. Time periods of 30 to 120 min are noted in the graphs. The range of thermal resistances of the insulating material covered by these graphs is 0.01 to 0.30 (W/m²·°C)⁻¹ (0.003 to 0.10) (Btu/ft²·hr·°F)⁻¹.

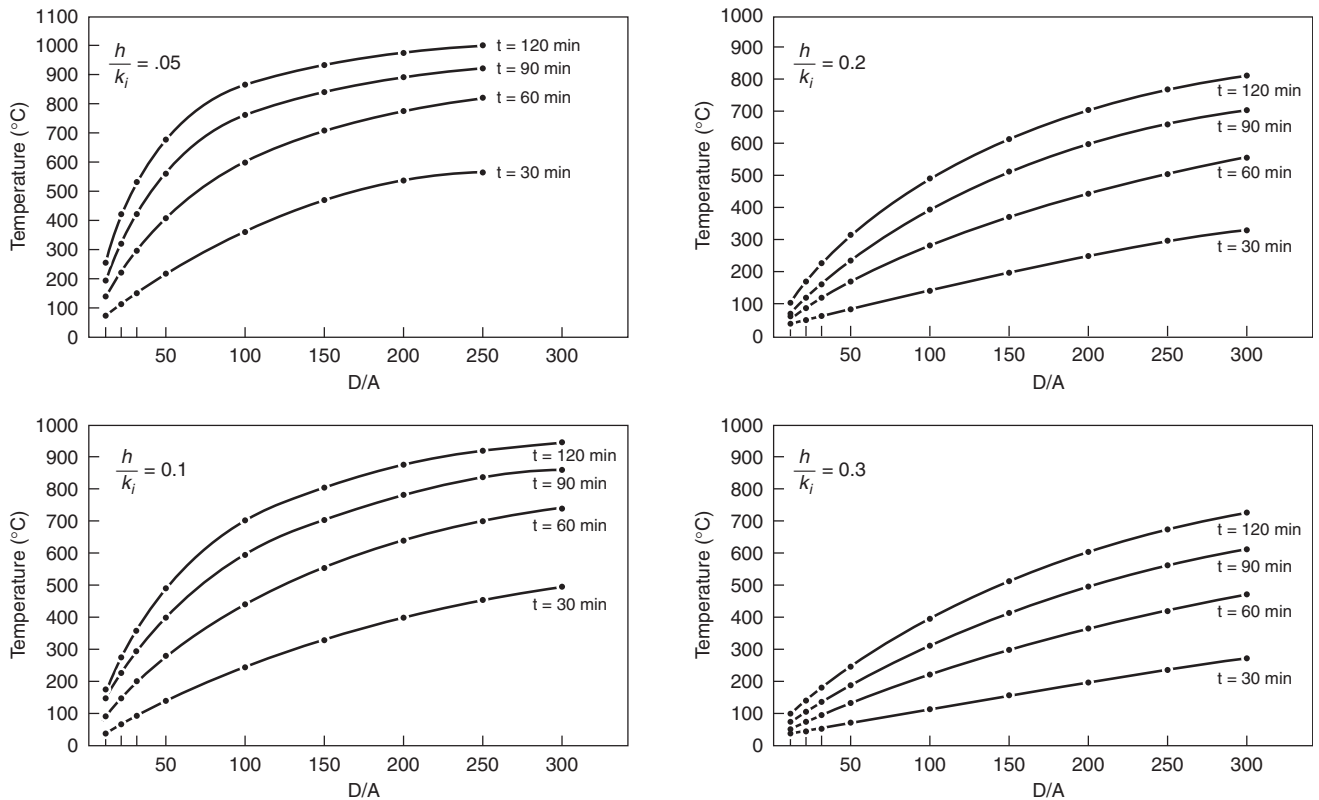


Figure 4-9.18. Relationship of heated area to steel weight with temperature.²¹

Based on the application of FIRES-T3, a heat transfer computer program which will be described in the next section, Jeanes formulated a series of time-temperature graphs of protected steel beams.¹² The steel beams are protected by a proprietary specific spray-applied cementitious material with a range of thicknesses of 0.5 to 1.5 in. (12.7 to 38.1 mm). Graphs are available for a variety of common wide-flange beam shapes.¹² Examples of these graphs are presented in Figure 4-9.19 with graphs addressing the average and single-point steel temperatures relating to the maximum endpoint criteria from ASTM E119.¹ Average and single-point steel temperatures are represented by the dashed lines. These graphs can be used to determine the thickness of protection material required to provide a desired level of fire resistance. Alternatively, the fire endurance can be estimated for a particular steel beam and insulation thickness design which has not been tested.¹²

Information from numerous applications of FIRES-T3 examining the time-temperature response of steel beams protected with a spray-applied cementitious material exposed to the standard fire exposure is summarized in Figure 4-9.20. Using this graph, the fire endurance of protected steel beams with a W/D ratio of 0.4 to 2.5 lb/ft-in. can be determined for thicknesses of the spray-applied protection between 1.3 to 3.8 cm (0.5 to 1.5 in.).

Lie provides graphical representations of the exact solutions of the governing differential equations for the temperature of protected steel members exposed to the

standard fire.¹⁵ The heat transfer is assumed to be one-dimensional through the insulation layer. A uniform temperature throughout the steel cross section is assumed. The two graphs presented in Figure 4-9.21 are applicable to a wide range in the Fourier number, Fo , for the insulation layer. In order to use the graphs, the following dimensionless parameters must be defined:

$$Fo = \frac{at}{h^2}$$

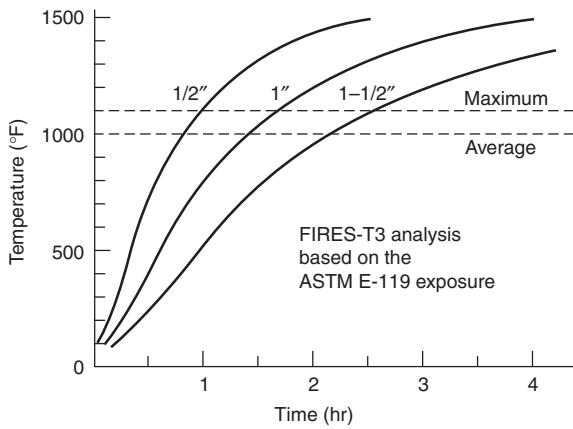
$$N = \frac{\rho_i c_i h}{c_s (W/D)}$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_m - T_0}$$

where

- a = thermal diffusivity of insulation (ft²/hr) (m²/hr)
- t = heating time (hr)
- h = thickness of insulation (ft) (m)
- ρ_i = density of insulation (lb/ft³) (kg/m³)
- c_i = specific heat of insulation (Btu/lb·°F)
- c_s = specific heat of steel (Btu/lb·°F)
- T = temperature of steel at time t (°F) (°C)
- T_0 = initial temperature of steel (°F) (°C)
- T_m = mean fire temperature (°F) (°C)

Average Section Temperature of Steel Beam, W12 x 14 (W/D = 0.40), for Various Thicknesses of Direct-Applied Fire Protection



Maximum Steel Beam Temperature, W12 x 14 (W/D = 0.40), for Various Thicknesses of Direct-Applied Fire Protection

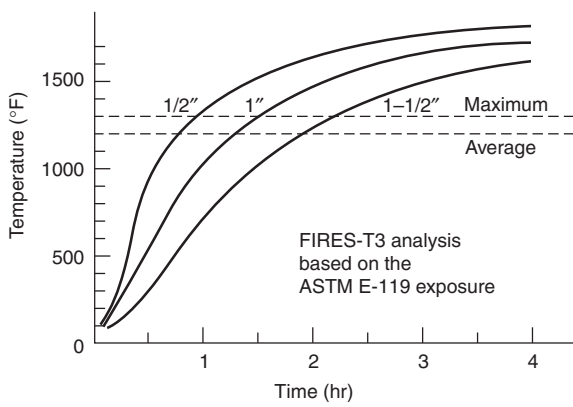


Figure 4-9.19. Predicted steel beam temperature by FIRES-T3.¹²

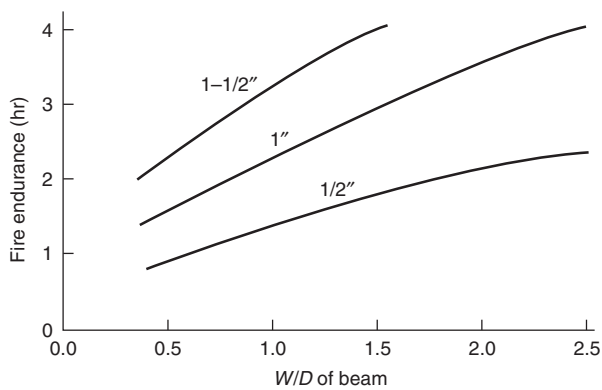


Figure 4-9.20. Fire endurance of steel beams versus fire protection thickness for average section temperature of 1000° F (538° C). (Based on FIRES-T3 analysis of ASTM E119 fire exposure.)¹²

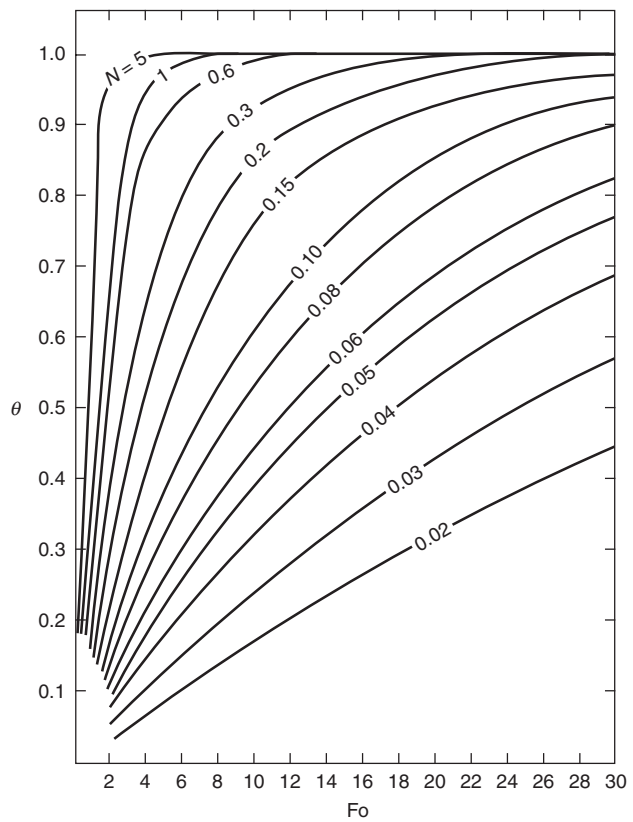
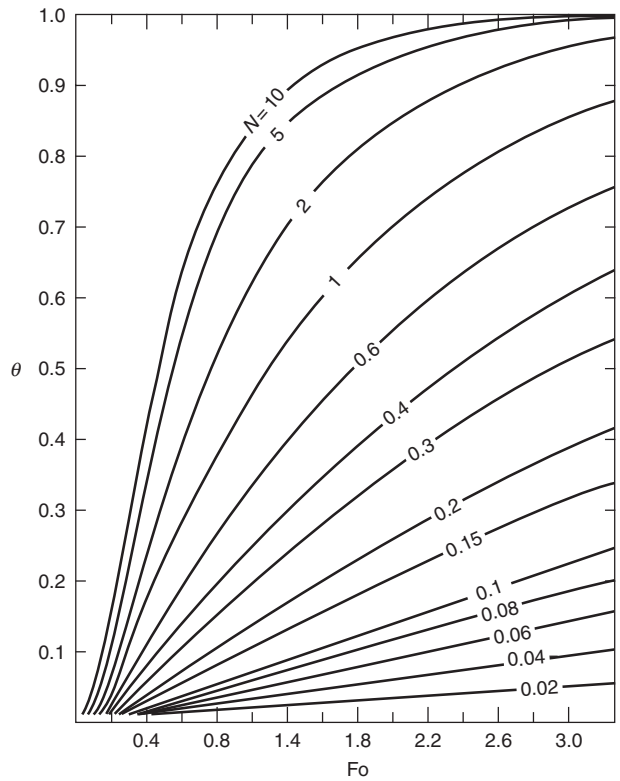


Figure 4-9.21. Dimensionless steel temperature versus Fourier numbers.¹⁵

The mean fire temperature associated with a heating time, t , for these graphs is calculated from the standard time-temperature curve, where

$$T_m = \begin{cases} 150(\ln 480t - 1) - 30/t, & T^\circ\text{C} \\ 270(\ln 480t) - 238 - 54/t, & T^\circ\text{F} \end{cases}$$

EXAMPLE 4:

Determine the fire resistance of a $W 24 \times 76$ steel beam based on the temperature endpoint criteria noted in ASTM E119. The beam is protected with 0.50 in. (12.7 mm) of spray-applied cementitious material, by three methods:

1. Graphical approach from Jeanes¹²
2. Graphical approach by Lie¹⁵
3. Quasi-steady-state approach by Malhotra²¹

SOLUTION:

A $W 24 \times 76$ steel beam has a W/D ratio of 1.03 lb/ft-in. or 12.36 lb/ft². The material properties are evaluated at mean temperatures expected during the exposure. The fire resistance can be assessed using the temperature endpoint criteria in ASTM E119. Mean temperatures of 500°F (260°C) and 750°F (400°C) are selected (arbitrarily) for the steel and insulation, respectively, to determine the thermal properties. The following material property values are assumed:¹²

	Steel	Insulation
Thermal conductivity (Btu/ft·hr·°F)	25.6	0.067
Specific heat (Btu/lb·°F)	0.132	0.304
Density (lb/ft ³)	490	15

Jeanes's graph: Using Figure 4-9.21 with a W/D of 1.03 lb/ft-in. and an insulation thickness of 0.50 in. (12.7 mm), the fire endurance is estimated to be 1.33 hr or 80 min.

Lie's graph: Evaluating the dimensionless parameters,

$$Fo = \frac{at}{h^2}$$

where

$$a = \frac{k_i}{\rho_i c_i} = \frac{0.067}{15 \times 0.304} = 0.0147 \text{ ft}^2/\text{hr}$$

$$Fo = \frac{0.0147t}{(0.5/12)^2} = 8.47t \quad (t \text{ in hr})$$

Referring to Figure 4-9.22 and using a trial and error approach with a critical temperature selected as 1000°F (538°C), the fire endurance time is estimated as approximately 75 min.

Quasi-steady-state approach: First, a check is performed to determine if the thermal capacity of the insulation material must be considered.

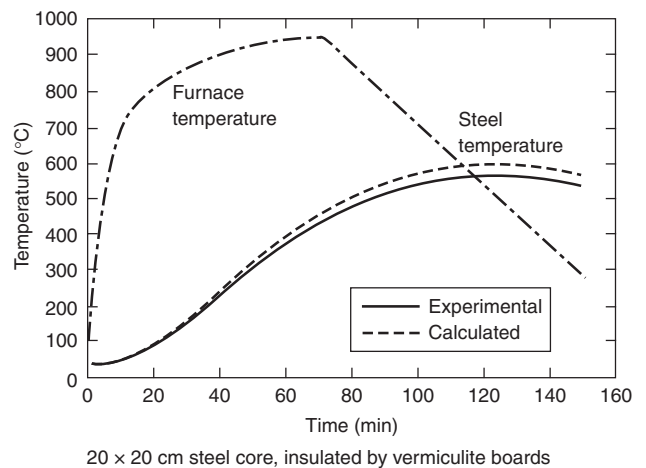
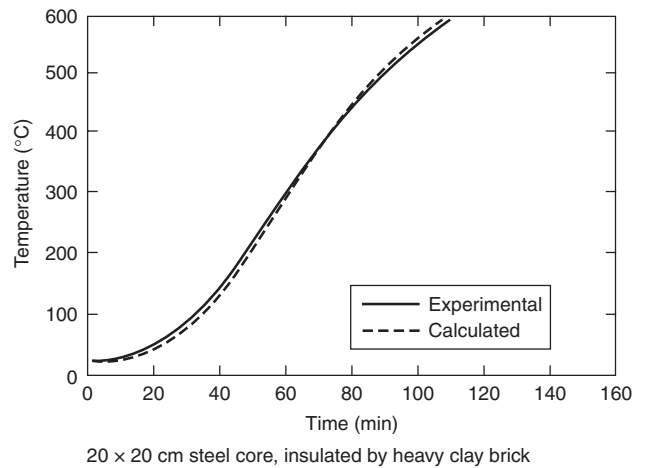
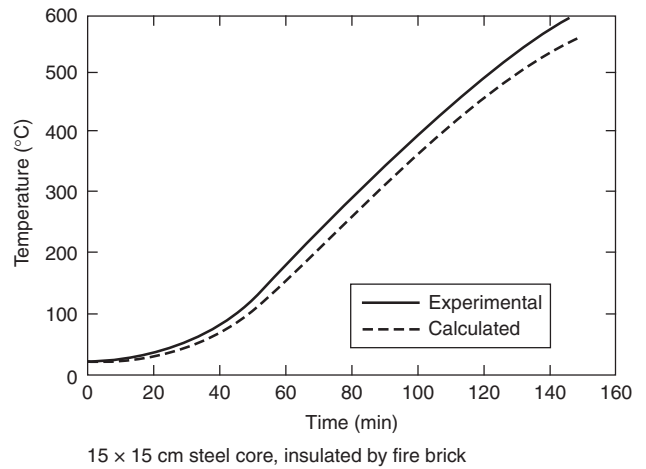


Figure 4-9.22. Comparison of calculated and measured steel temperatures.⁴³

$$c_s W/D > 2c_i \rho_i h$$

$$0.132 \times 12.36 > 2 \times 0.304 \times 15 \times 0.50/12$$

$$1.63 > 0.38$$

Disregarding the thermal capacity of the insulation, Equation 4 is used to predict the steel temperature rise for each time step.

$$\Delta T_s = \frac{0.067/3600}{0.0132 \times 0.50/12 \times 12.36} (T_f - T_s) \Delta t$$

$$= 2.74 \times 10^{-4} (T_f - T_s) \Delta t$$

Time	Steel Temperature (°C)	Fire Temperature (°C)	Fire-Steel Temperature (°C)	W/m ² ·K k/h	ΔT _s (°C)
10	20.0	46	26	9.13	0.1
20	20.1	72	51	9.13	0.2
30	20.3	96	76	9.13	0.3
40	20.5	120	99	9.13	0.3
50	20.8	143	122	9.13	0.4
3220	534.2	888	353	9.13	1.2
3230	535.3	888	353	9.13	1.2
3240	536.5	888	352	9.13	1.2
3250	537.7	889	351	9.13	1.2
3260	538.9	889	350	9.13	1.2
3270	540.1	890	350	9.13	1.2
3280	541.2	890	349	9.13	1.2

Thus, the fire endurance is 54 min.

The fire endurences calculated by the three methods can be compared as follows:

Jeanes (FIRES-T3)	80 min
Lie	75 min
Quasi-steady-state	54 min

The agreement between the fire endurance times determined by Jeanes’s and Lie’s graphs is very good. The significantly reduced fire endurance calculated using the quasi-steady-state approach is attributable to the approximate nature of the lumped heat capacity method assuming an adiabatic surface at the beam–slab interface.

Computer-Based Analyses

Several computer-based analyses are available to estimate the temperature rise of steel members. The analyses range from a spreadsheet procedure to perform the iterative calculations for the quasi-steady-state approach to finite element models.

Spreadsheets are one example of providing a framework to perform the iterative, quasi-steady calculations.^{36,37,44} Typically, the spreadsheet procedures mimic the quasi-steady analysis procedure described previously, including the evaluation of material properties at a mid-range temperature for the exposure of interest. Although temperature-dependent material properties can be included within the spreadsheet framework, the accuracy implied by considering temperature-dependent properties is not consistent with the first-order nature of the quasi-steady approach.

Another framework for conducting computer-based analyses includes the numerous mathematical-equation-solver software packages. This software can be used to

conduct the iterations associated with the quasi-steady approach or to solve the partial differential equations exactly.

Harmathy and Lie developed a two-dimensional finite difference model to predict the temperature rise in protected steel columns.⁴³ The two-dimensional network is formulated over the cross-section of the insulation layer, assuming the temperature to be independent of length. The steel is assumed to be a perfect conductor (i.e., the temperature is uniform throughout the steel). Heat transfer via radiation is considered across any air spaces enclosed by the insulation and steel.

The boundary conditions included by Harmathy are those associated with the ASTM E119 test.¹ To simplify the model, convection is disregarded, since convection comprises a minor portion of the heat transfer process in the furnace test. A flame emissivity of 0.9 is selected. A comparison between the calculated and experimental steel temperatures is presented in Figure 4-9.22. As is evident, the agreement is very good for three insulating materials.

Pettersson et al.³⁵ include a finite difference formulation to predict the temperature rise of steel beams protected with a suspended ceiling exposed to a specified fire. The formulation uses a one-dimensional approximation accounting for conduction through the suspended ceiling and floor slab (above the beam), and radiation and convection in the air space between the slab and beam. The temperature of the steel is assumed to be uniform. The assembly is divided into several elements as depicted in Figure 4-9.23.

A system of simultaneous equations is derived for the temperature rise in each of the assembly elements. A numerical integration technique such as Runge-Kutta is used to obtain the solution. A comparison of the calculated versus experimentally observed temperatures for a steel beam is presented in Figure 4-9.24.

General heat-transfer finite-element programs have been available for many years.⁴⁵ FIRES-T3, TASEF-2, SAFIR, and SUPER-TEMPCALC, among others, have been

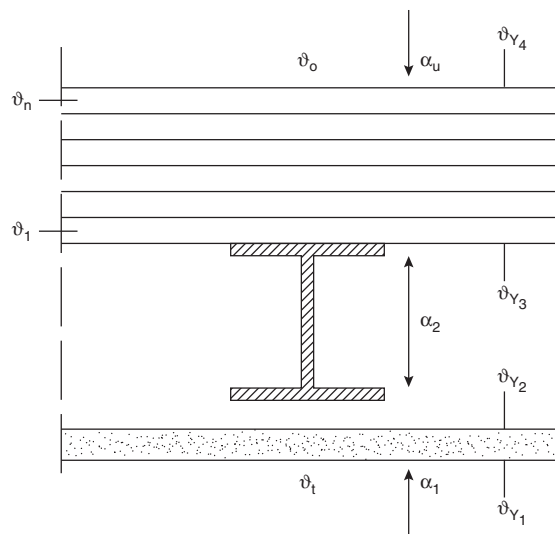


Figure 4-9.23. Division of the floor slab into elements.³⁵

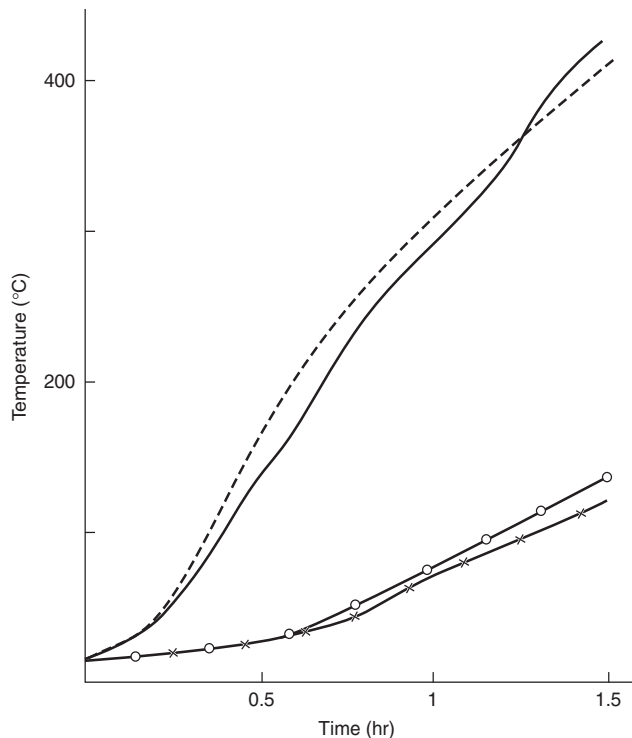


Figure 4-9.24. Calculated (--) and measured (—) steel temperature-time ($\theta_s - t$) curve for a floor girder IPE 140 with insulation in the form of a suspended ceiling of 40-mm-thick mineral wool slabs of density $\gamma = 150 \text{ kg/m}^3$. The figure also gives the calculated (—o—) and measured (—x—) temperature-time curve for the top of the 50-mm-thick concrete floor slab.³⁵

developed specifically to address the heating of assemblies with steel structural members exposed to fire conditions.⁴⁶⁻⁴⁸

TASEF-2 examines the conduction heat transfer through assemblies.⁴⁶ Assemblies may include internal voids, in which convection and radiation heat transfer modes are considered. Two time-temperature curves are available: (1) the ISO 834 standard time-temperature curve and (2) a time-temperature curve from a ventilation-controlled fire.

SUPER-TEMPCALC can also be used to analyze the conduction heat transfer through assemblies with air gaps. Numerous fire curves are included within the software.

FIRES-T3 was specifically developed to examine the heating of structural members exposed to fire conditions.⁴⁷ FIRES-T3 has been applied successfully to predict the temperature rise in protected steel beams and columns.^{12,49} Almand used a finite-difference heat-transfer model to estimate the protection thickness of spray-applied cementitious material required for tubular steel columns.⁵⁰

The input data requirements for the heat transfer computer models can be grouped into two categories:

1. A description of the assembly
2. A description of the fire exposure

The information necessary to describe the assembly includes geometric factors (dimensions, shape of member) and material property values (thermal conductivity, specific heat, and density). The fire exposure is characterized in terms of the temperature of the surrounding environment and appropriate heat transfer coefficients. The geometry of the assembly is established by formulating an element mesh for the assembly of interest. Required material property data consists of the density, specific heat, and thermal conductivity of the steel and insulation. Material property data is available for a limited number of insulation materials.^{12,51} The exposure associated with the ASTM E119 test¹ may be selected as the fire exposure to be simulated by FIRES-T3.^{12,49} A pre-processor routine for FIRES-T3 was recently developed by Stubblefield and Edwards.⁵² TASEF and SUPER-TEMPCALC also includes a post-processor to generate graphs of the output.

For models using an explicit transient solution technique, such as FIRES-T3, caution must be exercised in selecting the time step and mesh size to obtain correct results that are numerically stable. TASEF-2 internally determines a numerically stable time step. Most heat transfer models do not address the effects of phase changes or chemical reactions that may influence the heating process. Phase changes and chemical reactions have been accounted for by altering the value of the material properties. Milke addressed the evaporation of free water in a spray-applied cementitious material by increasing the specific heat in a narrow temperature region around 100°C (212°F).⁴⁹

Agreement between the predicted and experimental average steel temperatures is quite good in both applications of FIRES-T3 by Jeanes and Milke. A comparison of the temperature history for a steel column protected with a spray-applied cementitious material subjected to the ASTM E119 test is presented in Figure 4-9.25. A similar comparison is presented in Figure 4-9.26 for steel beams protected with the same material.¹²

FIRES-T3 has also been used to conduct a preliminary analysis of the heating of partially protected steel columns (i.e., where a portion of the spray-applied protection is missing).⁵³ The analysis indicated that even a small portion of missing protection significantly decreased the fire resistance of the column, especially for cases involving small columns. Results of the analysis are indicated in Figure 4-9.27.

Structural Analyses

The structural analysis methods calculate one of three parameters: deflection, critical temperature, or critical load. In several of the methods, all three of the parameters may be considered, since they are interrelated. Algebraic equations, graphs, and computer programs are available to perform a structural analysis for the purpose of addressing fire resistance.

General Discussion of Three Parameters Addressed in Structural Analysis

Deflection: The total deflection and rate of deflection can be calculated for loaded and heated steel beams by

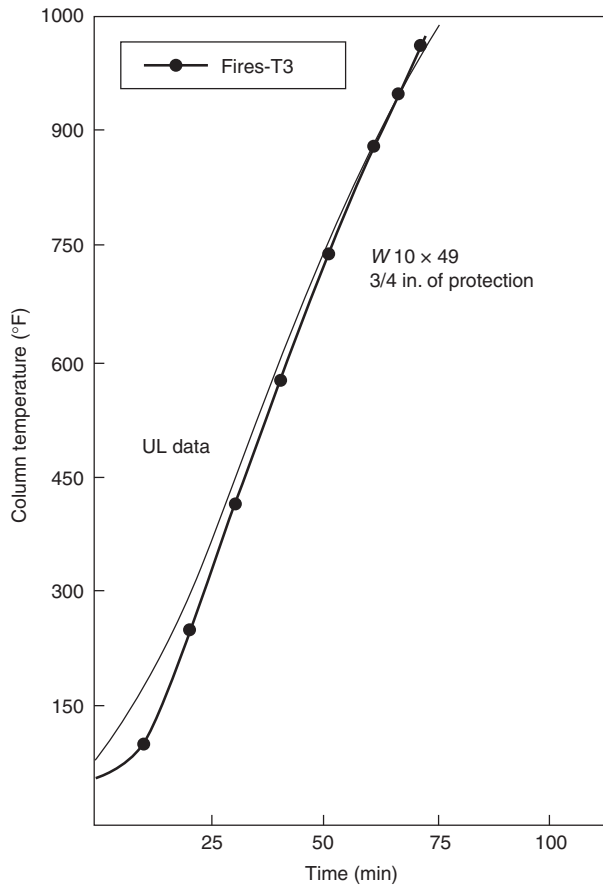


Figure 4-9.25. Comparison of predicted and measured average steel column temperature.⁴⁷

considering all sources of strain. The total strain comprises components of the elastic and plastic strains due to the applied loads, thermal strain (due to thermal expansion), and creep strain.

The calculated deflection and rate of deflection can be compared with established maximum limits of each. The Robertson-Ryan criteria have been widely accepted for this purpose.^{20,54,55} However, calculation of the deflection of unheated beams is difficult except for simple loadings, geometries, and end conditions. Adding the thermal expansion and creep components further complicates the calculation, virtually requiring computer solution.

Critical temperature: As mentioned earlier in the chapter, the material properties of steel change with increasing temperature. The most important material properties for critical-temperature calculations are yield strength, ultimate strength, and modulus of elasticity. The critical temperature is defined as the temperature at which the material properties have decreased to the extent that the steel structural member is no longer capable of carrying a specified load or stress level. In this context, the factor of safety of the member is considered to be reduced if the

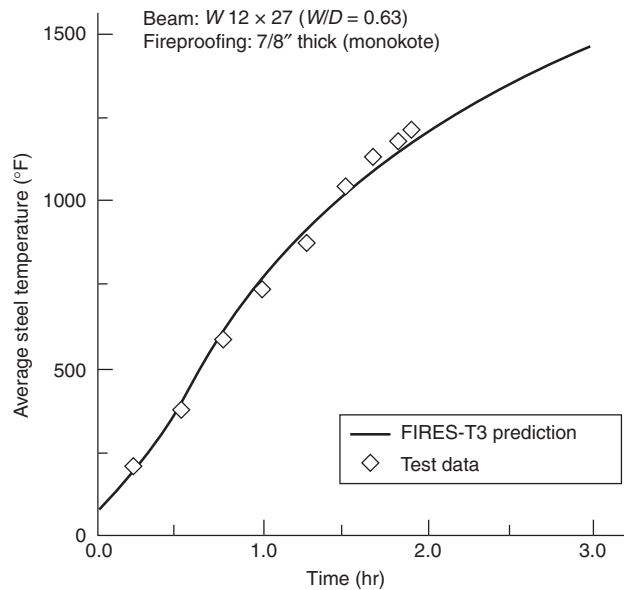
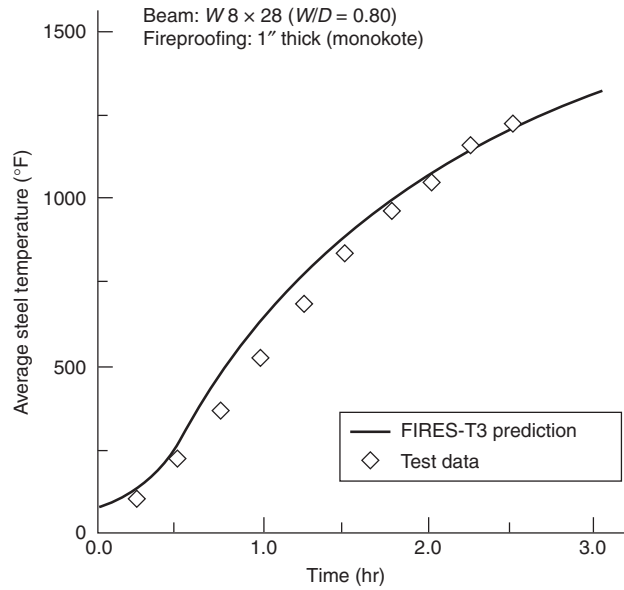


Figure 4-9.26. Comparison of experimental data and FIRES-T3 analysis.¹²

member reaches unacceptable stress levels, buckling becomes imminent, or deflections exceed maximum limits. The critical temperature can be calculated as long as the dependence of the material properties with temperature is known. There are numerous algebraic equations to calculate the critical temperature of steel structural members.⁵⁶ Often, the critical temperature is defined based on temperature limits stated in the standard test. However, in recent tests steel members experienced temperatures in excess of 800°C (1470°F) without collapse.⁵⁷

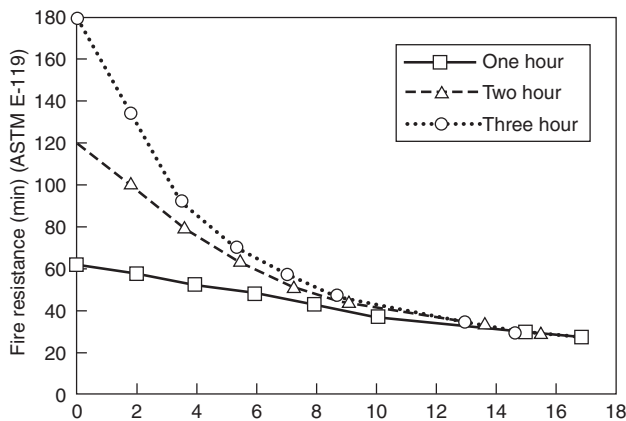


Figure 4-9.27. Fire resistance versus percent protection loss for $W 10 \times 49$ column, flange exposure.

Critical load: The critical load is defined as the minimum applied load that will result in failure if the structural member is heated to a temperature, T . The critical load can be expressed as a point load or distributed load. As with critical temperature, the critical load calculation requires the material properties at elevated temperatures. Critical load calculations can be conducted with algebraic equations or with a computer program.

Algebraic Equations: Critical Temperature

Beams

The critical temperature of Grade 250 steel beams with an allowable stress of 20,000 psi (138 Mpa) can be determined using equations by Lie and Stanzak.³⁰ The Lie and Stanzak equations account for creep strain and assume the beam is simply supported and thermally unrestrained.

Similar approaches have been developed by Malhotra,²¹ Vinnakota,⁵⁵ and Kruppa.⁵⁸ Differences in the percent reduction in yield stress or modulus of elasticity are related to design method (elastic or plastic), factor of safety, and end conditions. Equations for the ratio of yield stress at elevated temperature with yield stress at ordinary room temperature are presented in Table 4-9.9. Typical values of Z/S are between 1.13 and 1.15 for I sections,²¹ and 1.5 for rectangular sections.

Another example of the second approach is the analysis of the critical temperature of beams by European Convention for Constructional Steelwork (ECCS).^{56,59} The ECCS guide addresses the maximum allowable reduction in yield strength by considering the applied loading, beam geometry, structural end conditions, and whether the applied loading results in stresses in the elastic or plastic range. Critical temperature calculations based on the ECCS analysis are presented in Table 4-9.10.

EXAMPLE 5:

Determine the critical temperature of a simply supported $W 12 \times 26$ steel beam supporting a 53-in.- (1.35-m)-

Table 4-9.9 Critical Stress Equations²¹

Design Basics	Critical Yield Stress
Elastic design	$\frac{\sigma_{YT}}{\sigma_Y} = \frac{1}{F_e} \frac{Z_e}{Z_p}$
Plastic design	$\frac{\sigma_{YT}}{\sigma_Y} = \frac{1}{F_p}$

where

σ_{YT} = critical yield stress at elevated temperature, T

σ_Y = yield stress at ordinary room temperature

F_e = factor of safety, elastic design

F_p = factor of safety, plastic design

Z_e = elastic section modulus

Z_p = plastic section modulus

thick rectangular slab. The applied moment is 41,750 ft·lb (15,480 N·m). The rectangular slab is 8 ft (2.4 m) wide. The section properties of the beam are

$$Z_e = 33.4 \text{ in.}^3 (547 \times 10^3 \text{ mm}^3)$$

$$I = 204 \text{ in.}^4 (84.9 \times 10^6 \text{ mm}^4)$$

Assume $\sigma_y = 36,000$ psi (248 MPa).

SOLUTION:

Using Lie and Stanzak's equation for a beam,

$$T_{cr} = \frac{70,000}{45.62 - 4.23(I_d/I)} - 460$$

$$I_d = \frac{3^3 \times 96}{12} = 216 \text{ in.}^4$$

$$T = \frac{70,000}{45.62 - 4.23(216/204)} - 460 = 1,240^\circ\text{F}$$

Columns. Lie and Stanzak calculated a critical temperature of 941°F (505°C) for slender, axially loaded columns.³⁰ The calculation was based on the temperature for the onset of elastic buckling for columns under maximum permissible applied stress conditions.

The Euler buckling stress at which elastic buckling is imminent is given by

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_T}{\lambda^2} \quad (6)$$

where

σ_{cr} = Euler buckling stress (MPa) (psi)

E_T = modulus of elasticity at temperature T (MPa) (psi)

λ = slenderness ratio = Kl/r

r = radius of gyration (ft)(m)

Kl = effective length of column (ft)(m)

Included in the ECCS guide⁵⁹ are dimensionless buckling curves for steel columns at elevated temperatures. These curves are presented in Figure 4-9.28.

Table 4-9.10 Critical Temperature of Steel Beams³⁷

			factor $\frac{kq^*}{q_e}$ resp. $\frac{kq^*}{q_p}$					
			0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	
Base of structural design at room temperature	Theory of plasticity	Statically determinate	585	540	490	430	360	
		Statically indeterminate						
	Theory of elasticity	Statically determinate	605	565	525	475	425	
		Statically indeterminate	$\Theta = 1.33$	640	605	575	545	510
			$\Theta = 1.0$	605	565	525	475	425
$\Theta = 1.47$	650		615	590	560	535		
$\Theta = 1.12$	615		580	545	505	465		
		$\Theta = 1.47$	650	615	590	560	535	

q_p = Ultimate plastic load
 q^* = Applied load
 k = Load multiplier
 Θ = Factor addressing plastic reserve of beam from redistribution of moments.

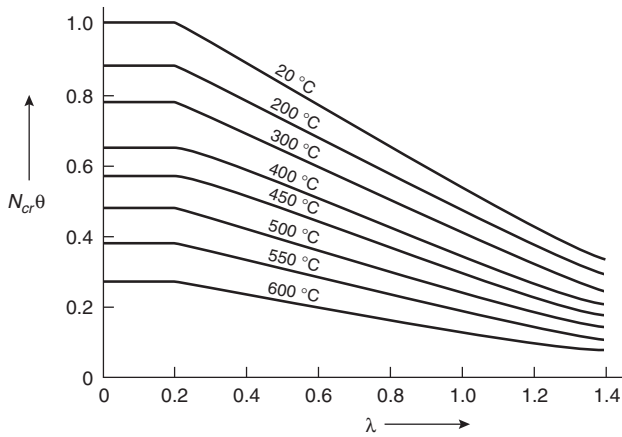


Figure 4-9.28. Dimensionless buckling curves for steel columns.⁵⁹

Equation 6 is only valid for columns that buckle in the elastic range. Generally, slender columns having a slenderness ratio in excess of approximately 90 can be expected to buckle elastically. Buckling stresses for stout columns (slenderness ratio less than 90) are in the plastic range, requiring a more complex analysis. The failure mode for columns with a slenderness ratio between 80 and 100 cannot be reliably predicted.⁶⁰ The tangent mod-

ulus can be used instead of the modulus of elasticity in Equation 6 for stout columns. However, predictions of the critical temperature using Equation 6 may not be accurate, due to residual stresses from the steel fabrication process.⁶⁰ Thus, for stout columns, a conservative estimate for the critical temperature of steel columns may be obtained by determining the temperature at which the yield stress is equal to the applied stress.

General

Malhotra has observed that critical temperatures determined from the structural analysis algebraic equations will be somewhat low when compared to experimental data.²¹ Thus, the following correction factors, V , are suggested by Malhotra to improve the prediction capabilities of the approach:

1. Columns: $V = 0.85$
2. Statically determinate beams: $V = 0.77 + 0.15 \frac{P_s}{P_u}$
3. Statically indeterminate beams: $V = 0.25 + 0.77 \frac{P_s}{P_u}$

where

P_s = service (applied) load (N or N/m) (lb or lb/ft)
 P_u = load to induce ultimate stress at midspan (N or N/m) (lb or lb/ft)

EXAMPLE 6:

Determine if the following steel column is expected to buckle if it achieves an average temperature of 1100°F (593°C). The column is simply supported, 15 ft (4.6 m) long and has an applied load of 12,000 psi (82.8 MPa). Assume the yield stress is 36,000 psi (248.4 MPa) and the modulus of elasticity is 30,000,000 psi. The characteristics of the column are

$$A = 8.23 \text{ in.}^2 \text{ (5310 mm}^2\text{)}$$

$$I = 21.6 \text{ in.}^4 \text{ (8.99} \times 10^6 \text{ mm}^4\text{)}$$

$$Kl = 180 \text{ in. (4572 mm)}$$

At 1100°F (593°C):

$$E_T = 1 + \frac{T}{2000 \ln(T/1100)}$$

$$E_o = 15.6 \times 10^6$$

SOLUTION:

Calculate the slenderness ratio to determine the failure mode.

$$\lambda = \frac{Kl}{r} = 110$$

Since the slenderness ratio exceeds 90, the column is susceptible to buckling. The buckling stress at 1100°F (593°C) is 12,700 psi (87.6 MPa). Thus, the column does not buckle due to the applied load and elevated temperature.

Critical Stress

Columns: Sample expressions for determining the critical stress for steel columns³⁰ are noted below.

$$P_{cr}^2 - P_{cr} \left[\sigma_{yT} + \pi^2 E_T \left(4.8 \times 10^{-5} + \frac{1}{\lambda^2} \right) \right] + \sigma_{yT} A \frac{\pi^2 E_T}{\lambda^2} = 0$$

where

P_{cr} = critical point load (N) (lb)

σ_{yT} = yield stress at temperature T (Pa) (psi)

E_T = modulus of elasticity at temperature T (Pa) (psi)

$$\lambda = Kl/r$$

In order to improve the prediction capabilities of the critical stress approach for slender columns, the modulus of elasticity should be replaced by the reduced modulus of elasticity.¹⁵ The reduced modulus is defined as

$$E_r = \frac{4EE_T}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_T})^2}$$

where

E_t = tangent modulus

In addition, the 0.2 percent proof stress may be replaced by the 0.5 percent proof stress in the yield stress parameter.⁶¹

Results of a buckling analysis on concrete-filled square hollow sections are provided in Figure 4-9.29.

Beams: The expressions for the critical loads for beams assume at failure that the beam is in a state of full plasticity at the location of the maximum moment.⁶¹ Obviously, in order to calculate the critical stress, the material property-temperature relationships must be known.

The critical distributed load for a simply supported beam is⁵⁵

$$q_{cr} = \frac{8\sigma_{yT}Z_P}{L^2}$$

where

q_{cr} = critical distributed load (N/m) (lb/ft)

Z_P = plastic section modulus (m³) (in.³)

L = span of beam (m) (ft)

σ_{yT} = yield stress at elevated temperature (MPa) (psi)

Considering a cantilever beam with a point load applied one-third of the span from the fixed end, plastic hinges can be expected at the point of load application and at the fixed end. The critical load can be determined by

$$p_{cr} \frac{7.5\sigma_{yT}Z}{L}$$

The above equations in this section do not account for creep strain. Based on an analysis of the deflection history of heated, loaded beams, Pettersson et al. include a load ratio, β , to determine the critical distributed stress.³⁵

$$q_{cr} = \beta \frac{8\sigma_{yT}Z}{L^2}$$

where the yield stress is evaluated at ordinary room temperature, relaxing the need to know the yield stress-temperature relations. β is defined as the ratio of the load causing a maximum allowable deflection under fire conditions to the load inducing stresses equal to the yield stress at ordinary room temperature. Thus, the parameter β takes into account the dependence of both the yield stress and creep on temperature. Graphs of β are available for a variety of thermal restraint and structural end conditions.

The Eurocodes include a method of analysis using algebraic equations to consider the moment capacity of steel beams which have a temperature gradient through the depth of the beam.⁹ The method involves dividing the beam into small isothermal sections and treating these isothermal sections as a composite beam (see Figure 4-9.30). In this case, the moment capacity of the beam is given as

$$M_{cap} = \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i z_i$$

where

M_{cap} = moment capacity (N·m) (lb·ft)

σ_i = applied stress in isothermal element (Pa) (psi)

A_i = area of isothermal element (m²) (ft²)

z_i = distance from neutral axis to centroid of isothermal element (m) (ft)

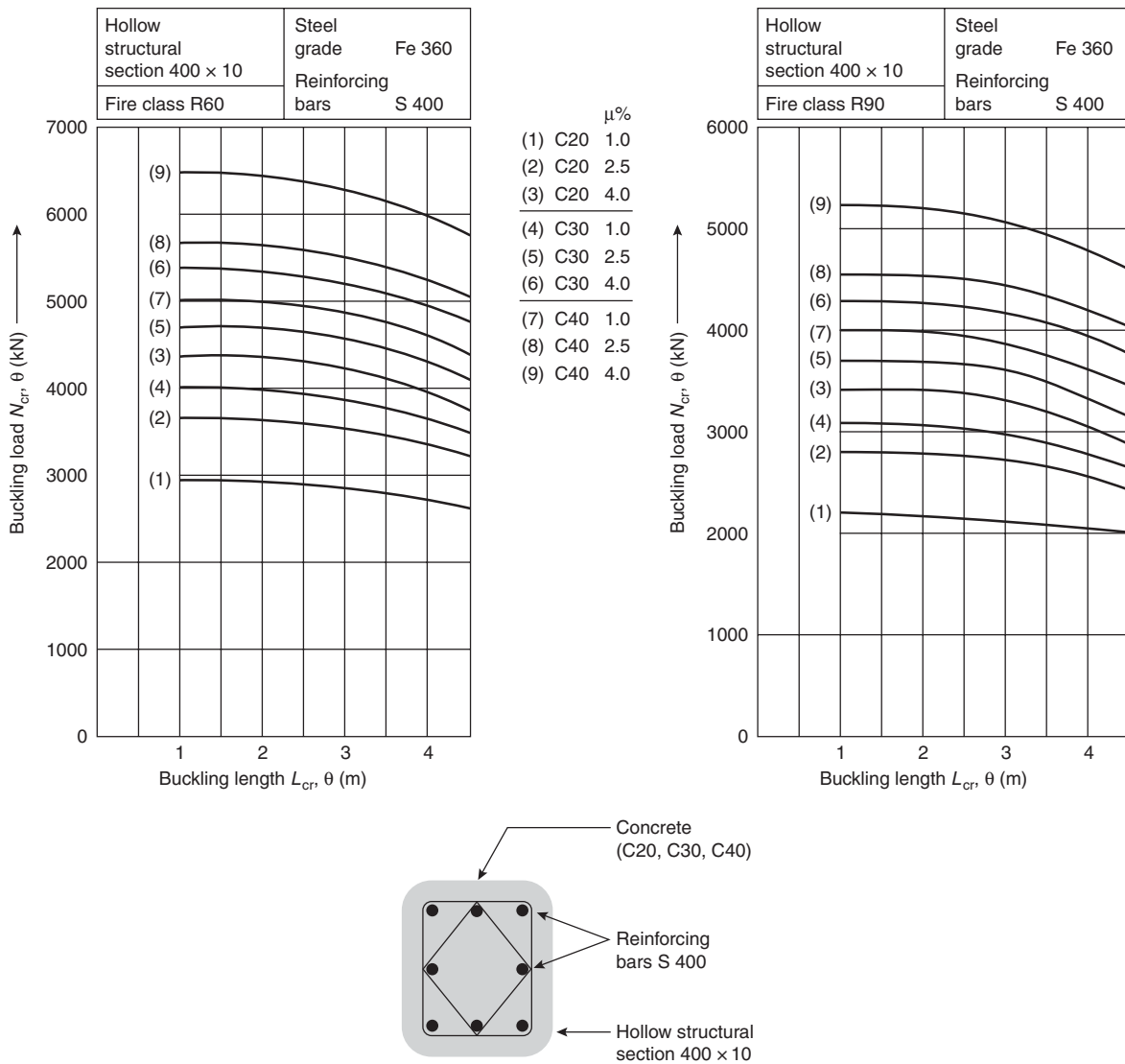


Figure 4-9.29. Design graphs for ISO fire resistance requirements R60 and R90. For the concrete-filled square hollow structural section 400 × 10, the axial buckling load is a function of the buckling length, of the concrete quality, and of the percentage μ of reinforcement; this design diagram is based on a simple calculation model.⁸

Computer Programs

Several finite element computer models are available to assess the structural response of fire-exposed structural members or frames. Sullivan et al. indicate that most of the existing finite element models used for structural fire protection analyses were developed originally for research applications.⁶²

FASBUS-II is an example of a finite element model developed in the United States to evaluate the structural response of complex building assemblies such as floor assemblies consisting of a two-way concrete slab, steel deck, and steel beam.⁶³ Input for FASBUS-II includes the temperature distribution, temperature-dependent mechanical properties, geometry, end conditions, and loading. The output of FASBUS-II includes deflections, rotations,

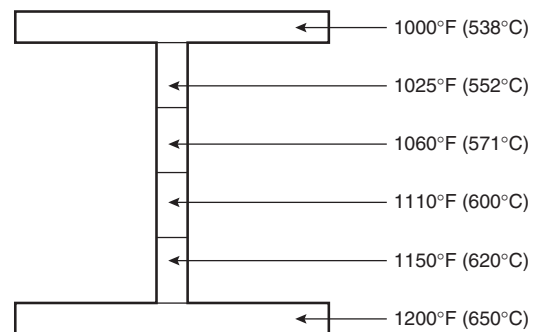


Figure 4-9.30. Isothermal sections of beam.

and stresses in the components of the assembly, which then need to be compared to performance limits.

Sullivan et al. and Franssen et al. provide extensive reviews and comparisons of existing finite element models for structural fire protection applications.^{62,64} According to Sullivan et al. all of the models make the following assumptions:

- Plane sections remain plane (Navier-Bernoulli hypothesis).
- Perfect composite action is assumed for steel-concrete assemblies, disregarding any slippage between the steel and concrete.
- Torsion is disregarded.
- Moisture effects are disregarded.
- Large displacements are not accurately modeled.

Traditionally, analysis of the response of the structure exposed to fire has been limited to an analysis of the response of single members. However, in structural frames comprising many members, load transfer or membrane action may occur to permit the steel member to maintain its integrity, despite achieving a temperature in excess of that typically associated with failure.

Load transfer allows stronger members to support additional loads not capable of being carried by heated, weak members. In order to capture this phenomenon, a frame analysis is required.⁴⁴ Numerous software packages are available to conduct the frame analysis. Results of a frame analysis are presented in Figures 4-9.31 and 4-9.32.

The frame analyses range from algebraic-equation-based methods to finite element analyses. Pettersson et al.

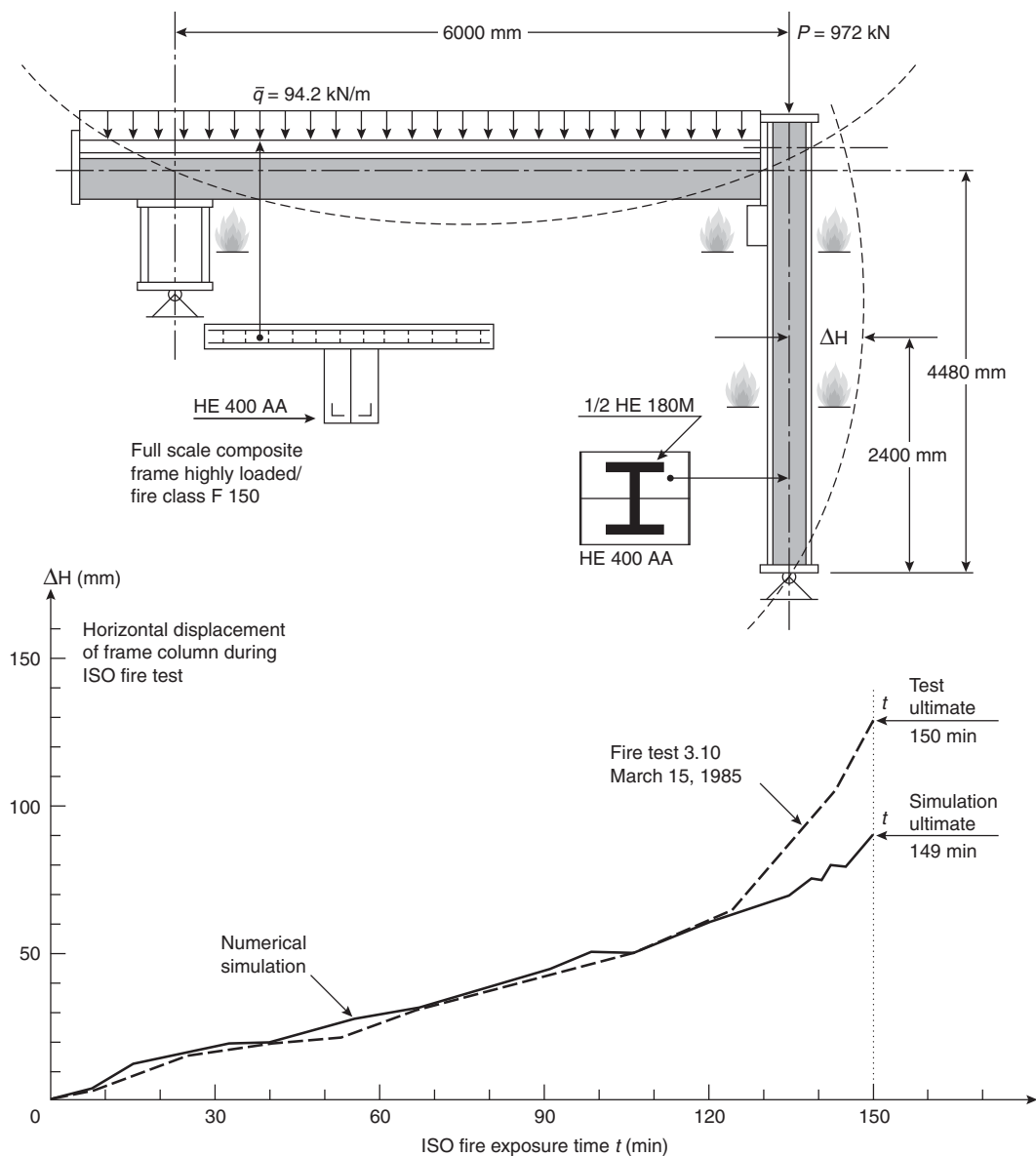


Figure 4-9.31. Deformations measured and calculated by a numerical model for a composite frame.⁸

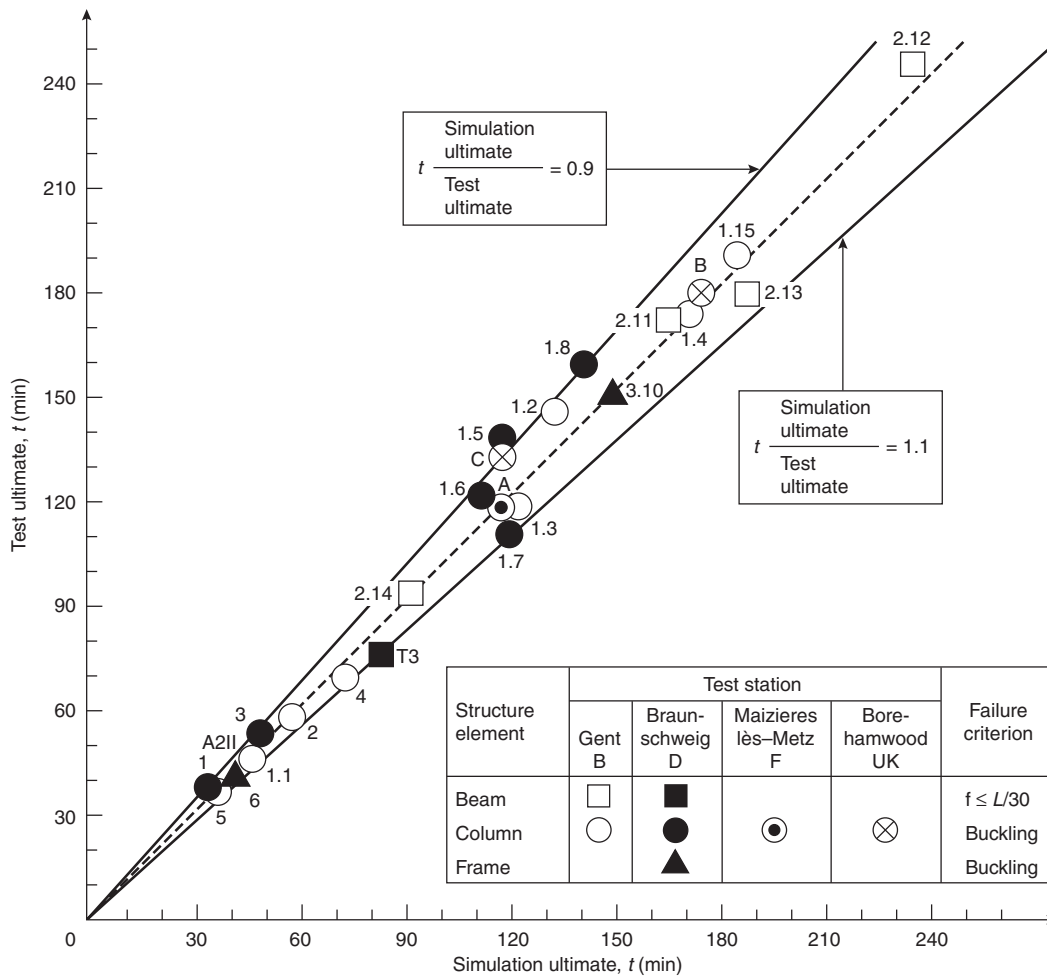


Figure 4-9.32. Fire resistance times measured and calculated by a numerical model for columns, beams, or frames of any cross section types (bare steel, protected steel, composite).⁶

include a frame analysis via algebraic equations used to determine displacement.³⁵ The frames consist of beams supported by one or two columns at mid-span. The analysis assumes that each beam or column has a uniform temperature (though the temperature of the beam is not required to be that of a column). A pinned connection between the structural members is assumed. The analysis considers the compatibility of the deformation of each member by requiring that the change in length of the column is equal to the beam deflection at the point of contact.

Schleich et al. describe the application of CEFICOSS for a frame analysis.^{65,66} The frame consists of a single beam and column, where one end of the column is connected to an end of the beam. Reasonable agreement is indicated between predicted and measured results.

El-Rimavi et al. describe the application of another finite element model, NARR2, for the evaluation of a large building frame involving numerous beams and columns.⁶⁷ The large frame is divided into several sub-frames for computational ease. Good agreement is noted

between predictions of deflections and force resultants obtained involving simulations of the full building frame and subframes. Slightly greater failure temperatures were determined for semi-rigid connections as compared to rigid connections.

Nomenclature

- a characteristic dimension
- A cross-section area of steel tube, steel column
- A_s cross-section area of steel column
- b characteristic dimension
- b_f width of flange
- c characteristic dimension
- c_c specific heat of concrete
- c_i specific heat of protection material
- c_s specific heat of steel
- C_1 constant

C_2	constant
d	outer diameter of steel pipe
d	depth of section
D	heated perimeter of steel section
E_0	modulus of elasticity at ambient temperature
E_r	reduced modulus
E_t	tangent modulus
E_T	modulus of elasticity at temperature T
F	factor of safety
F_e	factor of safety, elastic design
F_p	factor of safety, plastic design
Fo	Fourier number
h	thickness of protection material
H	thermal capacity of steel section at ambient temperature
k	thermal conductivity of steel
k_c	thermal conductivity of concrete
k_i	thermal conductivity of protection material
K	end condition factor
l	unsupported length of column
L	inside dimension of one side of square concrete box protection
L	span of beam
m	moisture concrete of concrete
N	ratio of thermal capacity of protection material to that of steel
P	perimeter of steel tube
P_{cr}	critical point load
P_s	service (applied) load
P_u	ultimate load
q_{cr}	critical distributed load
r	radius of gyration
R	fire resistance
R_0	fire resistance with zero moisture content of concrete
t	wall thickness of steel pipe
t	time
t_w	width of web
Δt	time step
T	steel temperature
T_f	fire temperature
T_m	mean fire temperature
T_0	ambient temperature
T_s	steel temperature
ΔT_s	change in steel temperature
V	correction factor
W	weight of steel section per unit length
Z_e	elastic section modulus
Z_p	plastic section modulus

Greek

α	thermal diffusivity (when used with Fourier number)
α	heat transfer coefficient

α_c	convective heat transfer coefficient
α_r	radiative heat transfer coefficient
α_T	coefficient of thermal expansion at temperature T
β	ratio of distributed load causing maximum allowable deflection to distributed load inducing yielding
ϵ_f	fire emissivity
λ	slenderness ratio
θ	dimensionless temperature
ρ	density
ρ_i	density of insulation material
σ_{cr}	critical stress for buckling
σ_{y0}	yield strength at ambient temperature
σ_{yT}	yield strength at temperature T

References Cited

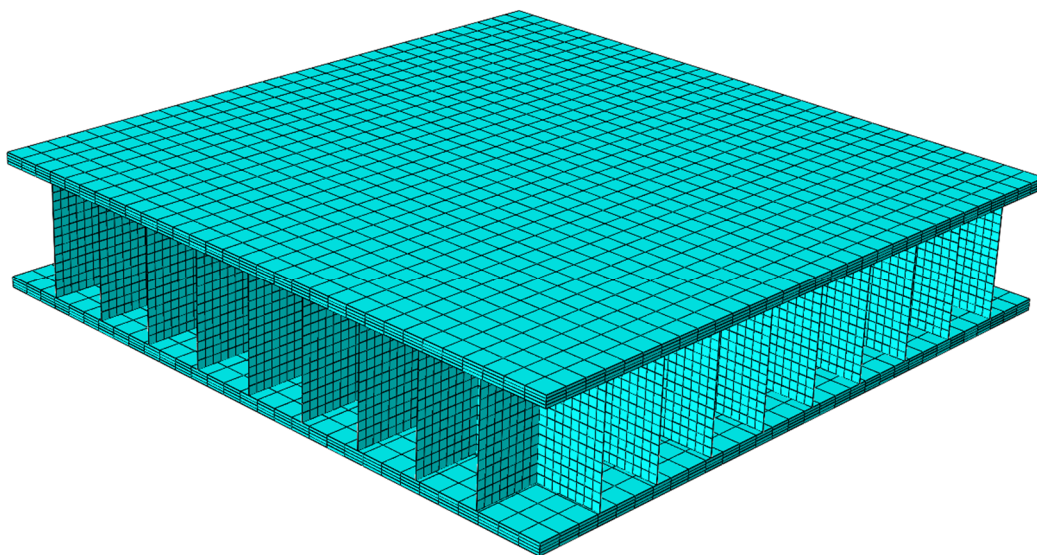
1. ASTM-119-98, *Standard Test Methods for Fire Tests of Building Construction and Materials*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1998).
2. L.G. Seigel, "Fire Test of an Exterior Exposed Steel Spandrel," *Mtls. Res. and Standards*, 10, 2, pp. 10-13 (1970).
3. *Fire Resistance Directory*, Underwriters Laboratories, Northbrook, IL (2000).
4. R.W. Bletzacker, *Effect of Structural Restraint on the Fire Resistance of Protected Steel Beam Floor and Roof Assemblies*, Ohio State University, Columbus, OH (1966).
5. NFPA 251, *Standard Methods of Fire Tests of Building Construction and Materials*, National Fire Protection Association, Quincy, MA (1999).
6. UL 263, *Fire Tests of Building Construction and Materials*, Underwriters Laboratories, Northbrook, IL (1997).
7. T.T. Lie (ed.), *Structural Fire Protection*, American Society of Civil Engineers, New York (1992).
8. *International Fire Engineering Design for Steel Structures: State of the Art*, International Iron and Steel Institute, Brussels, Belgium (1993).
9. *Design of Steel Structures—Part 1-2, General Rules—Structural Fire Design*, CEN, Eurocode 3, Brussels (1995).
10. ASCE/SFPE 29, *Standard Calculation Methods for Structural Fire Protection*, American Society of Civil Engineers (1999).
11. D. Boring, J. Spence, and W. Wells, *Fire Protection through Modern Building Codes*, American Iron and Steel Institute, Washington, DC (1981).
12. D.C. Jeanes, *Technical Report 84-1*, Society of Fire Protection Engineers, Boston (1984).
13. T.Z. Harmathy, *NRCC 20956 (DBR Paper No. 1080)*, National Research Council of Canada, Ottawa (1983).
14. M.S. Abrams, *ASTM STP 685*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1979).
15. T.T. Lie, *Fire and Buildings*, Applied Science, London (1972).
16. *Specification for the Design, Fabrication, and Erection of Structural Steel for Buildings*, American Institute of Steel Construction, New York (1978).
17. T.T. Lie and W.W. Stanzak, "Empirical Method for Calculating Fire Resistance of Protected Steel Columns," *Eng. J.*, 57, 5/6, pp. 73-80 (1974).
18. D.R. Boring, *An Analytical Evaluation of the Structural Response of Simply Supported, Thermally Unrestrained Structural Steel Beams Exposed to the Standard Fire Endurance Test*, master's thesis, Ohio State University, Columbus, OH (1970).

19. R.A. Lindberg, *Processes and Materials of Manufacture*, Allyn and Bacon, Boston (1978).
20. D.C. Jeanes, *Methods of Calculating Fire Resistance of Steel Structures*, Engineering Applications of Fire Technology Workshop, SFPE, Boston (1980).
21. H.L. Malhotra, *Design of Fire-Resisting Structures*, Chapman and Hall, New York (1982).
22. T.Z. Harmathy, "A Comprehensive Creep Model," *ASME J. of Basic Eng.*, 89, pp. 496-502 (1967).
23. T.Z. Harmathy, *ASTM STP 422*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1967).
24. *Fire Resistant Steel Frame Construction*, American Iron and Steel Institute, Washington, DC (1974).
25. *Designing Fire Protection for Steel Columns*, American Iron and Steel Institute, Washington, DC (1980).
26. W.W. Stanzak and T.T. Lie, *Fire Tests on Protected Steel Columns with Different Cross-Sections*, National Research Council of Canada, Ottawa (1973).
27. PABCO, *Pabco Super Firetemp Fireproofing Board Fire Protection Guide*, Ruston, LA (1984).
28. L.G. Seigel, "Designing for Fire Safety with Exposed Steel," *Fire Tech.*, 6, 4, pp. 269-278 (1970).
29. Standard Building Code Congress, *Southern Standard Building Code*, SSB, Birmingham, AL (1985).
30. T.T. Lie and W.W. Stanzak, "Fire Resistance of Protected Steel Columns," *Eng. J. Amer. Inst. Steel Const.*, 10, pp. 82-94 (1973).
31. *Designing Fire Protection for Steel Beams*, American Iron and Steel Institute, Washington, DC (1985).
32. *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, New York (1993).
33. *Designing Fire Protection for Steel Trusses*, American Iron and Steel Institute, Washington, DC (1980).
34. *Fire Resistance Design Manual*, Gypsum Association, Evanston, IL (1984).
35. O. Pettersson, S. Magnusson, and J. Thor, *Bulletin 52*, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden (1976).
36. G. S. Berger, *Estimating the Temperature Response of Wide Flange Steel Columns in the ASTM E119 Test*, Department of Fire Protection Engineering, University of Maryland, College Park (unpublished) (1987).
37. J.A. Milke, "A Simplified Model for Estimating the Thermal Response of Steel Beam/Concrete Slab Ceiling Assemblies," in *ICFRE2*, SFPE, Bethesda, MD (1997).
38. W.W. Stanzak and T.Z. Harmathy, "Effect of Deck on Failure Temperature of Steel Beams," *Fire Tech.*, 4, 4, pp. 265-270 (1968).
39. I.A. Smith and C. Stirland, "Analytical Methods and Design of Fire Safe Steel Structures," in *International Seminar on Three Decades of Structural Fire Safety*, Borehamwood, UK (1983).
40. *Fire-Safe Structural Steel, A Design Guide*, American Iron and Steel Institute, Washington, DC (1979).
41. M. Law, "Prediction of Fire Resistance," *AISC Eng. J.*, pp. 16-29 (1978).
42. G.V.L. Bond, *Fire and Steel Construction—Water Cooled Hollow Columns*, Constrado (1974).
43. T.T. Lie and T.Z. Harmathy, *Fire Study No. 28*, National Research Council of Canada, Ottawa (1972).
44. W.L. Gamble, "Predicting Protected Steel Member Fire Endurance Using Spreadsheet Programs," *Fire Technology*, 25, 3, pp. 256-273 (1989).
45. O.C. Zienkewicz, *The Finite Element Method*, McGraw-Hill, New York (1983).
46. M. Paulsson, *TASEF-2*, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden (1983).
47. R.H. Iding, Z. Nizamuddin, and B. Bresler, *UCB FRD 77-15*, University of California, Berkeley (1977).
48. A. Anderberg, *PC-TEMPCALC*, Institutet for Brandtekniska, Fragor, Sweden (1985).
49. J.A. Milke, "Estimating Fire Resistance of Tubular Steel Columns," in *Proceedings of Symposium on Hollow Structural Sections in Building Construction*, ASCE, Chicago (1985).
50. K. Bardell, *ASTM STP 826*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1983).
51. D. Gross, *NBSIR 85-3223*, National Bureau of Standards, Gaithersburg, MD (1985).
52. R. Stubblefield and M.L. Edwards, *NODES-T3: Making FIRES-T3 a Little Easier*, Department of Fire Protection Engineering, University of Maryland, College Park, MD (unpublished) (1991).
53. D.V. Tomecek and J.A. Milke, "A Study of the Effect of Partial Loss of Protection on the Fire Resistance of Steel Columns," *Fire Technology*, 29, 1, pp. 3-21 (1993).
54. A.F. Robertson and J.V. Ryan, "Proposed Criteria for Defining Load Failure of Beams, Floors, and Roof Constructions during Fire Tests," *J. of Res.*, 63C, 2, pp. 121-124 (1959).
55. S. Vinnkota, *Calculation of the Fire Resistance of Structural Steel Members*, ASCE, p. 105 (1979).
56. ECCS, *Fire Resistance of Steel Structures*, ECCS 89, Brussels, Belgium (1995).
57. B.R. Kirby and D.E. Wainman, *The Behaviour of Structural Steelwork in Natural Fires*, British Steel PLC., Rotherham, England (1997).
58. J. Kruppa, "Collapse Temperature of Steel Structures," *J. of Struc. Div.*, 105, pp. 1769-1788 (1979).
59. European Convention for Constructional Steelwork, Technical Committee 3, *European Recommendations for the Fire Safety of Steel Structures*, Elsevier, Amsterdam (1983).
60. A. Chajes, *Principles of Structural Stability Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1974).
61. T.T. Lie and W.W. Stanzak, "Structural Steel and Fire: More Realistic Analyses," *AISC Eng. J.*, 13, 2, pp. 35-42 (1976).
62. P.J.E. Sullivan, M.J. Terro, and W.A. Morris, "Critical Review of Fire Dedicated Thermal and Structural Computer Programs," *J. of Applied Fire Science*, 3, 2, pp. 113-135 (1994).
63. D.C. Jeanes, *F. Safety J.*, 9, 1 (1985)
64. J-M. Franssen, J-B. Schleich, L-G Cajot, D. Talamona, B. Zhao, L. Twilt, and K. Both, "A Comparison Between Five Structural Fire Codes Applied to Steel Elements," in *Proceedings of Fourth International Symposium of Fire Safety Science*, International Association of Fire Safety Science, Ottawa, Canada, pp. 1125-1136 (1994).
65. J.M. Franssen, *Étude du Comportement au Feu des Structures Mixtes Ancier—Béton (CEFICOSS), A Study of the Behaviour of Composite Steel-Concrete Structures in Fire*, Doctoral Dissertation, Université de Liège, Belgium (1987).
66. J.B. Schleich, J.C. Dotreppe, and J.M. Franssen, "Numerical Simulations of Fire Resistance Tests on Steel and Composite Structural Elements on Frames," in *Proceedings of First International Symposium of Fire Safety Science*, Hemisphere Publishing, Gaithersburg, MD, p. 311 (1986).
67. J.A. El-Rimawi, I.W. Burgess, and R.J. Plank, "Model Studies of Composite Building Frame Behaviour in Fire," in *Proceedings of Fourth International Symposium of Fire Safety Science*, International Association of Fire Safety Science, Ottawa, Canada, pp. 1137-1148 (1994).

تمرین ۱:

پدافند در مفهوم کلی، دفع، فتنی کردن و یا کاهش تاثیرات اقدامات آفندی دشمن و ممانعت از دستیابی به اهداف فودی است. پدافند به بخش عامل و غیرعامل تقسیم بندی خواهد شد. پدافند عامل شامل (ویارویی و مقابله مستقیم با دشمن و به کارگیری جنگ افزارهای مناسب و مویود به منظور دفع ممله و فتنی کردن اقدامات آفندی وی می باشد. پدافند غیرعامل به مجموعه اقداماتی اطلاق می گردد که مستلزم به کارگیری جنگ افزار نبوده و با اجرای آن می توان از وارد شدن فسارات مالی به تجهیزات و تاسیسات میاتی و مساس نظامی و غیرنظامی و تلفات انسانی جلوگیری نموده و یا میزان این فسارات و تلفات را به حداقل ممکن کاهش داد.

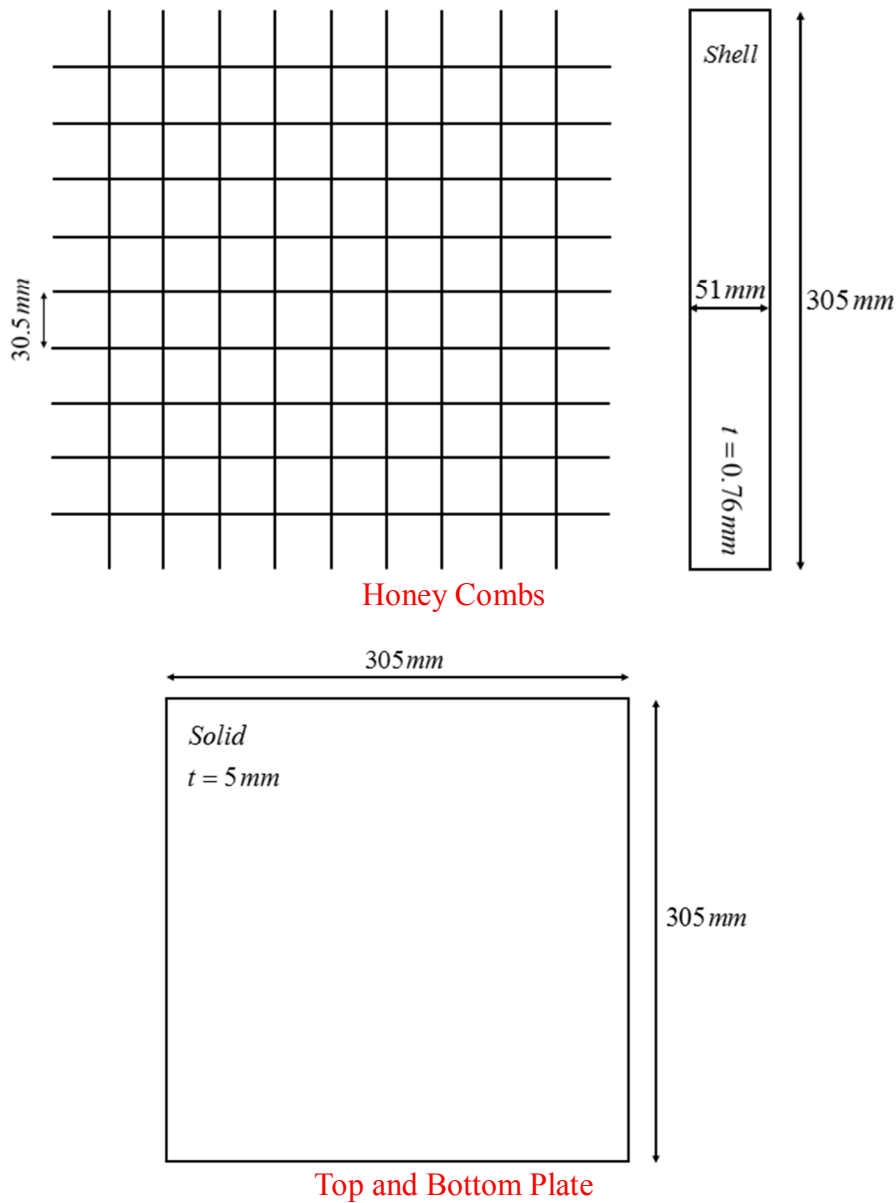
به آزاد شدن ناگهانی مقدار بسیار زیادی انرژی به صورت نور، گرما و شوک، با سرعت بالا در تمام جهات اطراف ماده منفجره، انفجار گویند. امروزه مهار بارهای بزرگ ناشی از انفجار یکی از دغدغه های ذهنی طراحان می باشد. بار انفجار در یک مدت زمان بسیار کوتاه، نیروی سازه به شکل ضربه به سازه وارد خواهد کرد. سافتکارهای ساندوچی یکی از سیستم های مدرن می باشند که می توانند از سازه های آسیب پذیر در برابر انفجار محافظت به عمل آورند.



شکل ۱۳-۱: مدل اجزا ممدودی صفمهی ساندوچی

در تمرین نخست این جلسه به بررسی اثر انفجار بر یک Sandwich Plate فولادی پرداخته خواهد شد. در شکل ۱۳-۱ مدل اجزا محدودی این سیستم نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود این سیستم از یک هسته لانه زنبوری که در بین رویه‌ی بالایی و پایینی قرار گرفته است، تشکیل شده است. در مدل اجزا محدودی از المان‌های Solid برای رویه‌ها و از المان‌های Shell برای هسته استفاده شده است.

*هندسی Sandwich Plate



شکل ۱۳-۲: مشخصات هندسی ورق ساندویچی

***سیستم واحد سازگار**

به طور مثال در سیستم واحد SI، طول، جرم، زمان و نیرو به ترتیب با واحدهای متر، کیلوگرم، ثانیه و نیوتن تعریف خواهد شد. هر گونه تغییر در این واحدهای اصلی منجر به ایجاد تغییر در سایر واحدها خواهد شد. فرض می‌کنیم که واحد نیرو برابر N ، واحد طول برابر mm و واحد زمان برابر s باشد. به دلیل آنکه واحد طول با آنچه در سیستم SI تعریف شده است متفاوت می‌باشد، لازم است که واحد مناسب برای جرم بدست آید. می‌دانیم که یک نیوتن نیرو می‌تواند شتابی برابر با یک متر برمجذور ثانیه در جرمی به جرم یک کیلوگرم به وجود آورد.

$$1 N = 1 kg \times 1 \frac{m}{s^2}$$

حال باید مشخص شود که همین یک نیوتن نیرو در چه میزانی جرمی می‌تواند شتاب یک میلی‌متر بر مجذور ثانیه ایجاد کند؟

$$1 N = \boxed{?} \times 1 \frac{mm}{s^2} \Rightarrow \boxed{?} = 1 N \frac{s^2}{mm} \Rightarrow \boxed{?} = 1 N \frac{s^2}{mm} \times \frac{10^3 mm}{1 m} \Rightarrow$$

$$\boxed{?} = 10^3 N \frac{s^2}{m} \Rightarrow \boxed{?} = 10^3 kg$$

که این واحد جرمی همان تن می‌باشد. بنابراین در این سیستم واحد باید هر جا که نیاز به وارد کردن جرم باشد از واحد تن استفاده شود.

***مدل رفتاری فولاد**

مدل رفتاری فولاد مطابق با حالات قبل، شامل بخش الاستیک و پلاستیک خواهد بود. پگالی فولاد و مشخصات مکانیکی رفتاری الاستیک آن به صورت زیر می‌باشد.

$$\rho = 7.85 \times 10^{-9} \frac{ton}{mm^3}, \quad E = 161 \times 10^3 \frac{N}{mm^2}, \quad \nu = 0.3$$

مدل پلاستیک Johnson-Cook نوع خاص از مدل پلاستیک مایسز بوده که نوعی سفت‌شوندگی تملیلی و وابستگی به نرخ تغییرات نسبت به زمان را شامل می‌شود. این مدل برای حالاتی که مواد (به‌فصوص فلزات) نرخ بالایی از کرنش را تجربه

فرواهند کرد، مناسب می‌باشد. به‌طور معمول در مسائل دینامیکی گذارا که زمان کافی برای وارد شدن یا خارج شدن گرما از سیستم مورد تحلیل وجود نخواهد داشت، این مدل رفتاری مناسب خواهد بود.

سفت شونده‌گی Johnson-Cook یک نوع از سفت شونده‌گی‌های ویژه ایزوتروپیک می‌باشد که تنش تسلیم استاتیکی آن از رابطه زیر بدست خواهد آمد.

$$\sigma^{\circ} = \left[A + B (\bar{\epsilon}^{PL})^n \right] (1 - \hat{\theta}^m) \quad \text{Static Yield Stress}$$

که در رابطه‌ی فوق، $\bar{\epsilon}^{PL}$ کرنش پلاستیک معادل و A ، B ، m و n پارامترهای رفتاری فولاد در دمای گذار ($\theta_{transition}$) می‌باشند. $\hat{\theta}$ نیز دمای بی‌بعد بوده که از رابطه‌ی زیر بدست خواهد آمد:

$$\hat{\theta} = \begin{cases} 0 & \text{for } \theta < \theta_{transition} \\ (\theta - \theta_{transition}) / (\theta_{melt} - \theta_{transition}) & \text{for } \theta_{melt} \geq \theta \geq \theta_{transition} \\ 1 & \text{for } \theta > \theta_{melt} \end{cases}$$

که در رابطه‌ی فوق، θ دمای فعلی و θ_{melt} دمای ذوب می‌باشد. با توجه به رابطه‌ی فوق مشخص است زمانی که دما کمتر از دمای گذار باشد، تنش تسلیم هیچ ولجستگی به دما نخواهد داشت. از طرف دیگر هنگامی که دما بیش از دمای ذوب باشد، ماده به‌صورت مایع درآمده و هیچ مقاومت برشی نمی‌تواند از خود نشان دهد.

وابستگی نرخ کرنشی در تنش تسلیم به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\bar{\sigma} = \sigma^{\circ} (\bar{\epsilon}^{PL}, \theta) R(\dot{\bar{\epsilon}}^{PL})$$

که در رابطه‌ی فوق $\bar{\sigma}$ تنش تسلیم در نرخ کرنش غیر صفر، $\dot{\bar{\epsilon}}^{PL}$ نرخ کرنش پلاستیک معادل و $R(\dot{\bar{\epsilon}}^{PL})$ ضریبی به منظور تبدیل

تنش تسلیم استاتیکی به تنش تسلیم در نرخ کرنش غیر صفر می‌باشند. تنش تسلیم در نرخ کرنش غیر صفر به صورت زیر

تعریف خواهد شد :

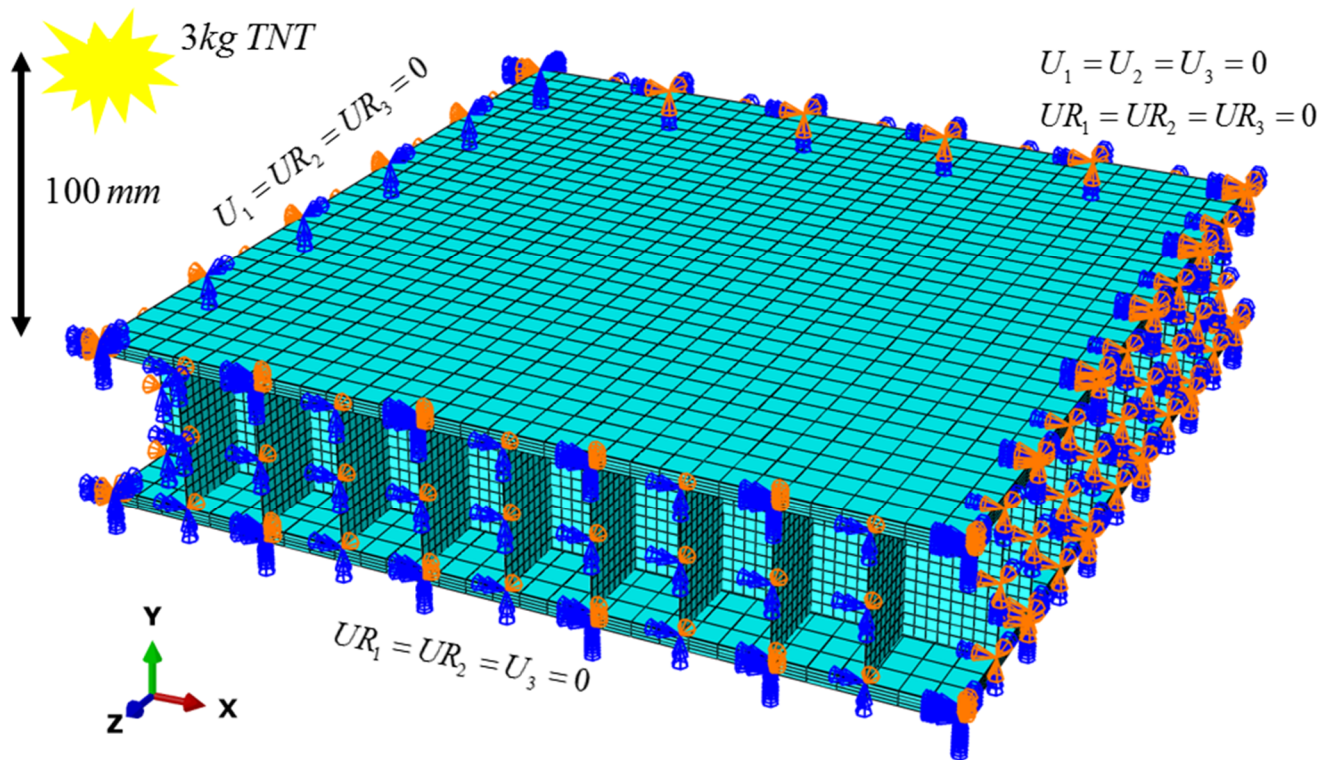
$$\bar{\sigma} = \left[A + B (\bar{\epsilon}^{PL})^n \right] \left[1 + C \ln \left(\frac{\dot{\bar{\epsilon}}^{PL}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] (1 - \hat{\theta}^m)$$

پارامترهای C و $\dot{\epsilon}_0$ نیز در دمای گذار و یا کمتر از آن اندازه‌گیری خواهند شد. در این مساله پارامترهای مدل پلاستیک Johnson-Cook به صورت زیر تعریف شده است.

$$A = 400 \text{ MPa} \quad , \quad B = 1500 \text{ MPa} \quad , \quad C = 0.045 \quad , \quad m = 1.2 \quad , \quad n = 0.4$$

$$\dot{\epsilon}_0 = 0.001 \text{ s}^{-1} \quad , \quad \theta_{transition} = 293 \text{ K} \quad , \quad \theta_{melt} = 1800 \text{ K}$$

انفجار در هوا یک توده‌ی گاز بسیار فشرده می‌باشد که با اندرکنش با هوای اطراف موجب ایجاد موج ضربه‌ای خواهد شد. تأثیر بارگذاری ناشی از انفجار هوایی به صورت یک موج کروی و یا انفجار سطحی به صورت یک موج نیم‌کروی می‌تواند بر اساس مدل Conwep در نظر گرفته شود. این مدل از یک فاصله‌ی مقیاس شده بین منبع انفجار و سطح تحت تأثیر آن و همچنین میزان ماده‌ی منفجره بر اساس جرم TNT استفاده می‌کند. این فاصله‌ی مقیاس شده بر اساس پارامترهای تجربی نظیر حداکثر فشار تولید شده، زمان رسیدن موج، فاز موج فشاری مثبت و مدت زمان آن و ضریب افت انبساط برای فشار به وجود آمده یا منعکس شده بدست خواهد آمد.

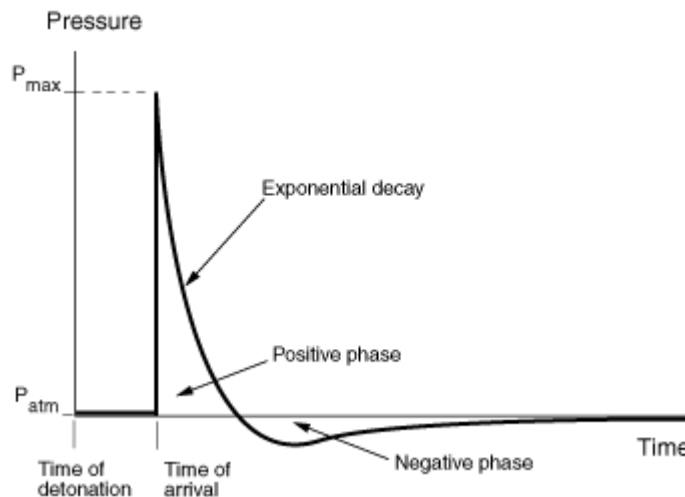


شکل ۱۳-۳: شرایط مرزی و محل وقوع انفجار

فشار کل ناشی از موج انفجار $P(t)$ بر روی سطح تابعی از فشار برافورد $P_{Incident}(t)$ ، فشار منعکس شده $P_{Reflect}(t)$ و زاویهی برافورد θ می‌باشد. θ بیانگر زاویهی مابین بردار نرمال سطح تمت تاثیر انفجار و بردار گذرنده از نقطه‌ی منبع انفجار و نقاط موجود بر روی سطح می‌باشد.

$$P(t) = P_{Incident}(t) [1 + \cos \theta - 2 \cos^2 \theta] + P_{reflect}(t) \cos^2 \theta \quad \text{for } \cos \theta \geq 0$$

$$P(t) = P_{Incident}(t) \quad \text{for } \cos \theta < 0$$



شکل ۱۳-۴: تاریخچه فشار در یک موج انفجاری

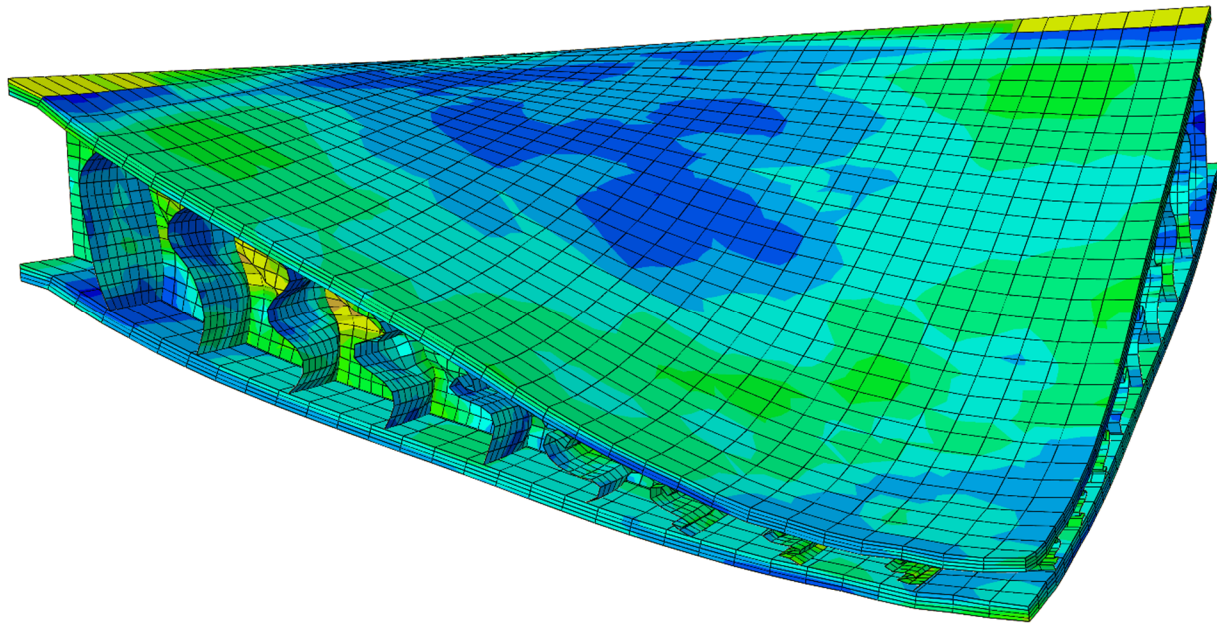
فشار کل ناشی از بارگذاری انفجار بر اساس ضریب مقیاس می‌تواند چند برابر شود. همچنین در خصوص مسائلی که انفجار از لحظه‌ی شروع تملیل به وقوع نخواهد پیوست، می‌توان از گزینه‌ی detonation time استفاده نمود. در مدل Conwep می‌بایست مجموعه‌ای از واحدهای مورد استفاده در مدل سازی به سیستم SI تبدیل شوند. در جدول زیر نمونه‌ای این تبدیل واحد ارائه شده است.

جدول ۱۳-۱: تبدیل واحدهای کاربردی متداول به واحد SI

Quantity	Unit	SI Unit	Multiplier for conversion to SI	Quantity	Unit	SI Unit	Multiplier for conversion to SI
Mass	ton	kg	1000	Time	msec	sec	0.001
Mass	lb	kg	0.45359	Pressure	MPa	Pa	10^{-6}
Length	mm	m	0.001	Pressure	psi	Pa	6894.8
Length	ft	m	0.3048	Pressure	psf	Pa	47.88

مقدار Time Period در این مساله برابر با ۰.۰۱۵ ثانیه در نظر گرفته شده است.

*فروبی گرافیکی نرم افزار



شکل ۱۳-۵: تصویر شکل Sandwich Plate تحت فشار ناشی از انفجار

تمرین ۲:

در مثال دوم از مبمٹ انفجار به مدل سازی پرتاب یک گلوله از لوله ی تفنگ به دلیل انفجار باروت داخل آن پرداخته خواهد شد. به منظور شبیه سازی ماده ی منفجر مدل JWL (Jones-Wilkins-Lee) استفاده نمود که معادله ی حالت یک ماده ی منفجره به صورت زیر پیشنهاد می شود که در این معادله P فشار تولید شده از آزاد سازی انرژی شیمیایی ماده ی منفجره می باشد. در این مدل به جای اعمال مستقیم شوک به سازه، از انفجار ماده ی منفجره و رسیدن موج آن به نقاط سازه بدست خواهد آمد.

$$P = A \left(1 - \frac{\omega \rho}{R_1 \rho_0} \right) e^{-R_1 \frac{\rho_0}{\rho}} + B \left(1 - \frac{\omega \rho}{R_2 \rho_0} \right) e^{-R_2 \frac{\rho_0}{\rho}} + \omega \rho E_m$$

که در معادله ی فوق، A ، B ، R_1 ، R_2 و ω ثوابت ماده بوده که توسط کاربر وارد خواهد شد. ρ و ρ_0 نیز به ترتیب چگالی ماده ی منفجره قبل و بعد از انفجار بوده که لازم است در نرم افزار تعریف گردد. E_m نیز انرژی درونی در واحد جرم می باشد.

آباکوس به منظور محاسبه‌ی زمان رسیدن موج انفجار به جسم تحت تاثیر موج انفجار، از سرعت موج و همچنین فاصله‌ی نقاط جسم مورد نظر تا نقطه‌ی شروع انفجار استفاده خواهد کرد.

$$t_d^{mp} = \min \left[t_d^N + \frac{\sqrt{(x^{mp} - x_d^N) \cdot (x^{mp} - x_d^N)}}{C_d} \right]$$

که در رابطه‌ی فوق x^{mp} مختصات نقاط بر روی جسم تحت تاثیر از انفجار، x_d^N مختصات N ام نقطه‌ی ماده‌ی منفجره و t_d^N زمان تاخیری نقطه‌ی N ام انفجار است. C_d نیز سرعت موج انفجار ماده‌ی منفجره می‌باشد.

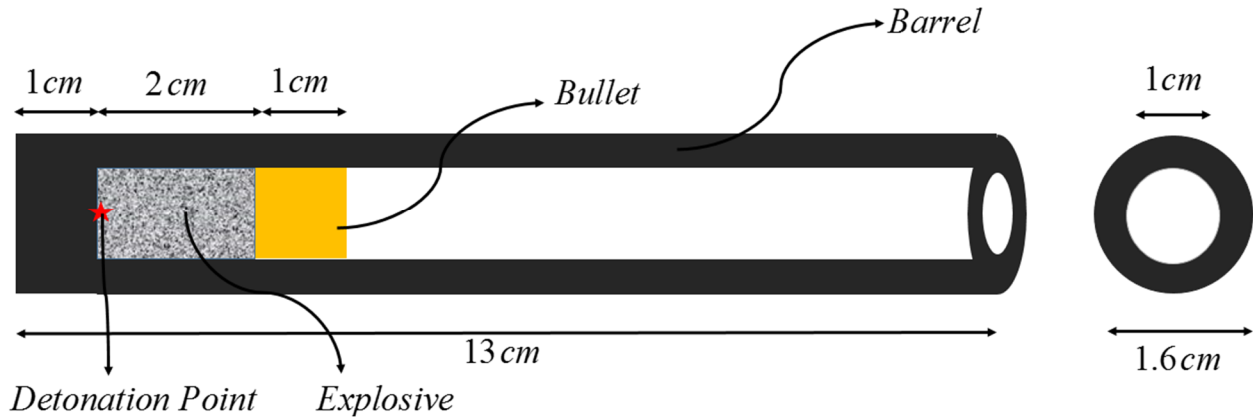
در این مدل می‌توان چندین نقطه متفاوت برای انفجار تعریف نمود. برای این منظور لازم است که مختصات نقاط و زمان تاخیر شروع انفجار در نرم‌افزار تعریف شود. در این حالت زمان رسیدن موج انفجار به جسم مورد نظر برای آن نقطه‌ی از انفجار است که موج ناشی از آن در کم‌ترین زمان به جسم برسد.

به‌طور معمول مواد منفجره مقداری سفتی مجمی قبل از شروع انفجار خواهند داشت. این سفتی مجمی که مدول بالک قبل از انفجار¹ نامیده می‌شود K_{pd} ، زمانی که ماده‌ی منفجره قبل از شروع انفجار در معرض تنش قرار گیرد، لازم است تعریف شود. تا زمان قبل از انفجار فشار بر مبنای کرنش مجمی و مدول بالک مناسبه شده و بعد از آن فشار از معادله‌ی حالت پیروی خواهد کرد. در این شرایط می‌توان متی یک تنش اولیه برای ماده‌ی انفجاری در نظر گرفت. مقدار انرژی اولیه‌ی ماده‌ی منفجره نیز برابر با E_0 می‌باشد.

*مشخصات هندسی لوله‌ی تفنگ

در شکل زیر مشخصات هندسی لوله‌ی تفنگ، گلوله‌ی داخل آن و میزان ماده‌ی منفجره نشان داده شده است. همچنین محل شروع انفجار در انتهای باروت می‌باشد.

¹ pre-detonation bulk modulus



شکل ۱۳-۶: مشخصات هندسی لوله تفنگ

*سیستم واحد سازگار

فرض می‌کنیم که واحد جرم برابر gr ، واحد طول برابر cm و واحد زمان برابر μs باشد. به دلیل آنکه واحد جرم، طول و زمان با آنچه در سیستم SI تعریف شده است متفاوت می‌باشد، لازم است که واحد مناسب برای نیرو بدست آید.

مال باید مشخص شود که چه مقدار نیرو لازم است که در جرمی معادل با یک گرم شتابی برابر با یک سانتی‌متر بر مجذور میکرو ثانیه ایجاد کند؟

$$[?] = 1 gr \times 1 \frac{cm}{(\mu s)^2} \Rightarrow [?] = 1 gr \times 1 \frac{cm}{(\mu s)^2} \times \frac{1 kg}{10^3 gr} \times \frac{1 m}{100 cm} \times \frac{10^{12} (\mu s)^2}{1 s^2} \Rightarrow$$

$$[?] = 10^7 kg \times \frac{m}{s^2} \Rightarrow x = 10^7 N$$

بنابراین در این سیستم واحد باید هر جا که نیاز به وارد کردن نیرو باشد، مقدار آن بر حسب نیوتن تقسیم بر 10^7 می‌بایست وارد گردد.

*پارامترهای رفتاری مساله

مشخصات رفتاری فولاد لوله :

$$\rho_{Ba} = 7.8 \frac{gr}{cm^3}, \quad \nu_{Ba} = 0.3$$

$$E_{Ba} = 2.21 \times 10^{11} \frac{N}{m^2} = 2.21 \times 10^{11} \frac{N}{m^2} \times \frac{1 x}{10^7 N} \times \frac{1 m^2}{10^4 cm^2} = 2.21 \frac{x}{cm^2} = 2.21 Mbar$$

مشخصات رفتاری فولاد گلوله :

$$\rho_{Bu} = 10 \frac{gr}{cm^3}, \quad \nu_{Bu} = 0.33$$

$$E_{Ba} = 1 \times 10^{11} \frac{N}{m^2} = 1 \times 10^{11} \frac{N}{m^2} \times \frac{1x}{10^7 N} \times \frac{1m^2}{10^4 cm^2} = 1 \frac{x}{cm^2} = 1Mbar$$

مشخصات رفتاری ماده‌ی منفجره:

$$\rho_{Ex} = 1.9 \frac{gr}{cm^3}$$

$$Eos \left\{ \begin{array}{l} A = 5.206 MBar, \quad B = 0.053 MBar, \quad \omega = 0.35, \quad Em_0 = 0 \\ Pre-deton Bulk Modulus = 0, \quad Detonation Point = (0, 0, 1) \\ R_1 = 4.1, \quad R_2 = 1.2, \quad Detonation Wave Speed = 0.7596 \frac{cm}{\mu s} \end{array} \right.$$

*اندرکنش اعضا

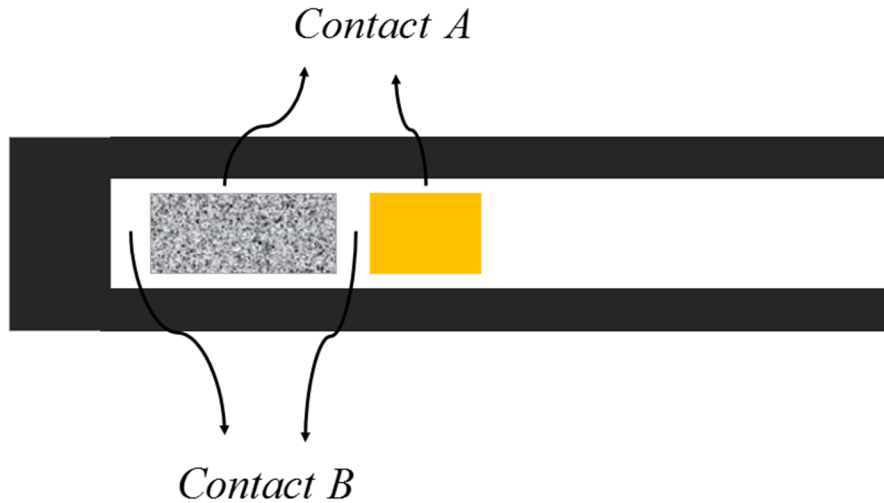
اندرکنش‌های تعریف شده در این بخش شامل ۴ مورد به صورت زیر می‌باشند. موارد اول و دوم از نوع Contact A و موارد سوم و چهارم از نوع Contact B می‌باشند.

- تماس ماده‌ی منفجره با بدنه‌ی لوله تفنگ
- تماس گلوله با بدنه‌ی لوله‌ی تفنگ
- تماس ماده‌ی منفجره با انتهای لوله‌ی تفنگ
- تماس گوله و ماده‌ی منفجره

جدول ۱۳-۲: مشخصات نوع برخورد

Contact	Normal Behavior	Allow separation	Tangential Behavior
A	Hard Contact	Yes	Penalty ($\mu = 0.2$)
B	Hard Contact	NO	Frictionless

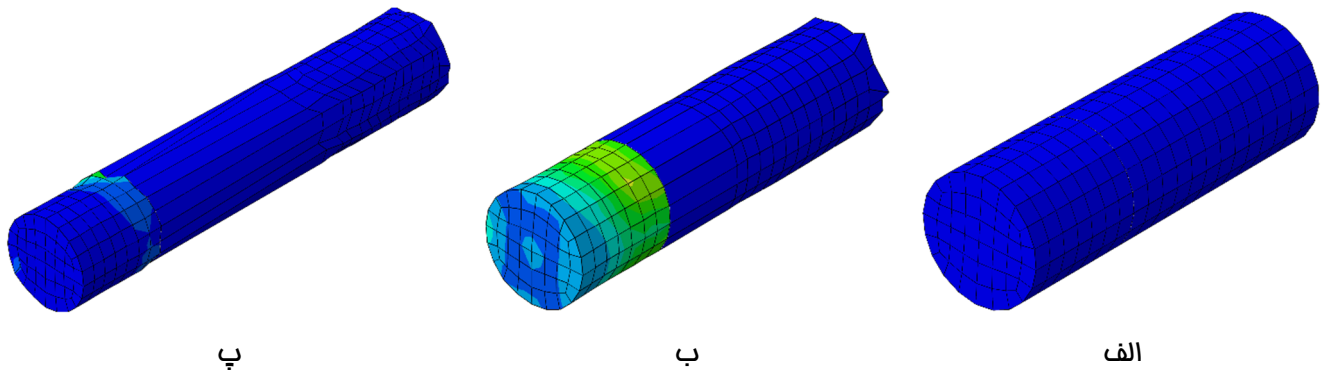
در شکل زیر نیز محل تعریف هر نوع از این اندرکنش‌ها نشان داده شده است.



شکل ۱۳-۷: ممل تعریف اندرکنش مابین اعضا

با توجه به نکته که سرعت اولیه گلوله فروچی اصلی این تحلیل می‌باشد، مقدار Time Period در این مساله برابر با ۵۰ میکروثانیه در نظر گرفته شده است.

***فروچی گرافیکی نرم افزار**



شکل ۱۳-۸: انفجار باروت و حرکت گلوله در داخل لوله تفنگ الف) زمان صفر؛ ب) زمان ۲۵ میکروثانیه؛ پ) زمان ۵۰ میکروثانیه

***فایل همراه**

الف) مقاله‌ای تحت عنوان

Mechanical response of metallic honeycomb sandwich panel structures to high-intensity dynamic loading

Mechanical response of metallic honeycomb sandwich panel structures to high-intensity dynamic loading

Kumar P. Dharmasena^{a,*}, Haydn N.G. Wadley^a, Zhenyu Xue^b, John W. Hutchinson^b

^a*Department of Materials Science & Engineering, University of Virginia, USA*

^b*Division of Engineering and Applied Sciences, Harvard University, USA*

Received 9 September 2005; received in revised form 1 June 2007; accepted 3 June 2007

Available online 10 July 2007

Abstract

Explosive tests were performed in air to study the dynamic mechanical response of square honeycomb core sandwich panels made from a super-austenitic stainless steel alloy. Tests were conducted at three levels of impulse load on the sandwich panels and solid plates with the same areal density. Impulse was varied by changing the charge weight of the explosive at a constant standoff distance. At the lowest intensity load, significant front face bending and progressive cell wall buckling were observed at the center of the panel closest to the explosion source. Cell wall buckling and core densification increased as the impulse increased. An air blast simulation code was used to determine the blast loads at the front surfaces of the test panels, and these were used as inputs to finite element calculations of the dynamic response of the sandwich structure. Very good agreement was observed between the finite element model predictions of the sandwich panel front and back face displacements and the experimental observations. The model also captured many of the phenomenological details of the core deformation behavior. The honeycomb sandwich panels suffered significantly smaller back face deflections than solid plates of identical mass even though their design was far from optimal for such an application.

© 2007 Elsevier Ltd. All rights reserved.

Keywords: Air blast testing; Blast loading; Finite element simulation; Impulse loads; Sandwich panels

1. Introduction

The need to protect structures from the high-intensity dynamic loads created by explosions has stimulated renewed interest in the mechanical response of metallic structures subjected to localized, high rate loading [1,2]. One promising approach utilizes sandwich panel concepts to disperse the mechanical impulse transmitted into structures, thereby reducing the pressure applied to a protected structure located behind the panel [1–3].

A schematic illustration of the basic concept is shown in Fig. 1. Consider a sandwich panel consisting of a pair of solid metal faces and a cellular metal core that is rigidly edge supported and an explosive charge is detonated above the system. Several groups have examined the dynamic response of sandwich structures to impulse loading [1–5].

Detailed finite element calculations using fully meshed geometries with a square honeycomb, prismatic corrugations and pyramidal truss topologies made from materials defined by their yield strength, strain hardening rate and strain rate sensitivity have been conducted. These studies indicate a complex dynamic structural response.

For near-field air blasts, a shock wave propagates from the source of the explosion to the front face and is reflected. The pressure resulting from the shock wave decays with distance (from the explosion source) and time. When the shock is incident on a rigid surface, the shock wave front undergoes a reflection. This requires the forward-moving air molecules comprising the shock wave to be brought to rest and further compressed, inducing a reflected overpressure on the wall that is of higher magnitude than the incident overpressure [6–8]. An impulse is imparted to the front face of the structure (Fig. 2a), causing it to acquire a velocity, Fig. 2b. In the acoustic limit, the pressure pulse applied to the sample front face during this process is twice

*Corresponding author.

E-mail address: Kumar@Virginia.edu (K.P. Dharmasena).

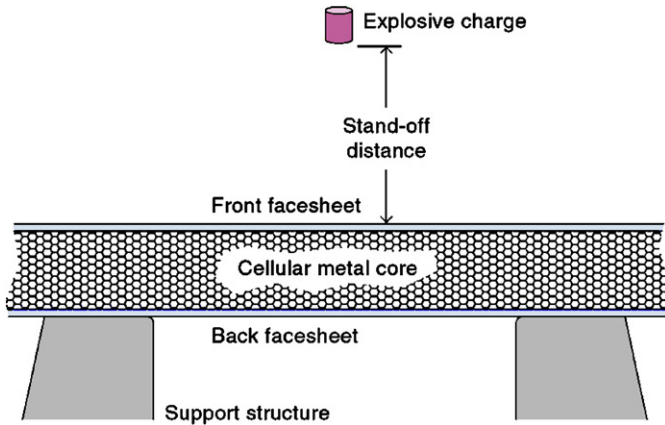


Fig. 1. Air blast mitigation concept using a sandwich panel.

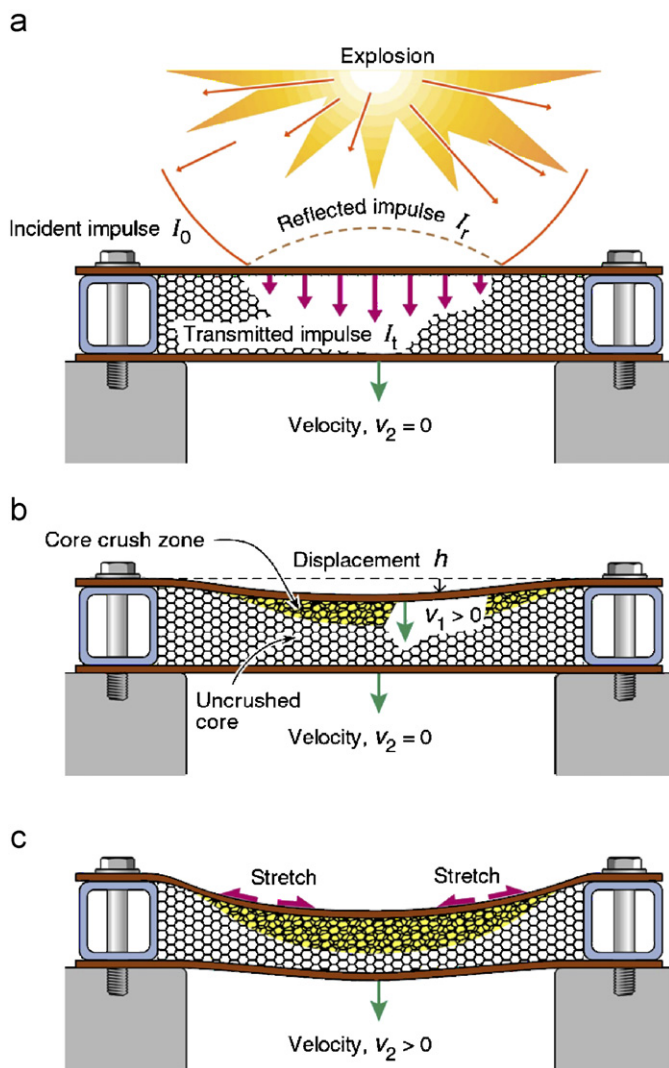


Fig. 2. Response of sandwich beams to blast loading. (a) Impulse loading (stage I); (b) core crushing (stage II); (c) panel bending (stage III).

that of the free-field shock (large stand-off distances and for weak explosions). In the near field where non-linear effects are present in the shock front, the pressure reflection coefficient can rise to a value of eight (under an ideal gas

assumption). Even larger pressure reflection coefficients result when real gas effects (dissociation and ionization of the air molecules) occur in the free-field shock [6,7]. Deshpande and Fleck [9] refer to this initial phase of the blast shock–structure interaction as Stage I.

For an ideal blast with no delayed (reflected) shock arrivals (e.g. due to the ground), a front face of mass m_f will be moving at a velocity V_1 towards the back face sheet, and will have acquired its full momentum ($m_f V_1$) at the end of stage I. For sandwich panel structures, this front face motion is resisted by compression of the cellular core. A region of densified core is then created at the front face and this propagates at the core plastic wave speed towards the back face (Fig. 2b). This plastic wave speed V_p is given by

$$V_p = \sqrt{E_t / \bar{\rho}}, \quad (1)$$

where E_t is the tangent modulus of the material used to make the core structure and $\bar{\rho}$ is its relative density. V_p is typically ~ 500 m/s for stainless steel alloys subjected to plastic strains of around 10%. It is about a tenth of the elastic wave speed of the materials used to make the structure.

Core crushing occurs at a characteristic pressure and this crushing resists the front plate movement and slows the front face motion (Stage II). For weak explosive shocks, it is possible to arrest the densification front within the core [10]. The pressure that is transmitted to the support structure is controlled by the dynamic crush strength of cellular material during densification [11]. This crush strength depends on the core relative density, cell topology and properties of the material used to make the cellular structure [12].

For large, spatially localized shock loadings, the impulse transmitted to the back face sheet can be sufficient to cause an edge-supported panel to bend. During this panel bending (Stage III), Fig. 2c, further mechanical energy dissipation occurs by a combination of core collapse and core/face sheet stretching. In a well-designed system, the restraining forces accompanying this plastic dissipation are sufficient to arrest the motion of the panel before the loads applied to the support structure exceed design objectives, or tearing of the front face plate occurs. It is important to recognize that core crushing continues to play an important role during Stage III because highly crush-resistant cores maintain a larger face sheet separation and therefore a higher panel bend resistance [13].

Efforts to implement these blast shock wave protection concepts require a detailed understanding of the dynamic structural response and core collapse mechanisms, the development of a design science that enables preferred core topologies, core relative densities and core materials to be identified, and manufacturing approaches for the materials/topologies of interest. Recent studies indicate that a square honeycomb topology with the webs aligned perpendicular to the face sheets has the highest crush resistance [14]. The dynamic response of this core to

a shock wave has been simulated using the finite element method [14]. Significant quasi-static core strength enhancements can be achieved by constructing such cores from metals with a high yield strength and tangent modulus. This causes web buckling to control the core strength and the critical strength for this buckling mode can increase by increasing the web material's tangent modulus. During dynamic loading, additional core strengthening has been predicted to occur by inertial buckling stabilization and strain rate hardening [14]. Materials with a high strength, tangent modulus and strain hardening rate are then best suited for blast wave mitigation applications. Many austenitic and super-austenitic stainless steels have a desirable combination of these properties [15].

Recent cellular manufacturing developments now enable the fabrication of many cellular metal core structures from stainless steels. These include the fabrication of triangular and square honeycombs [16], prismatic corrugations [17], lattice truss structures with pyramidal, tetrahedral, three-dimensional Kagome architectures [17,18], and lattice structures with hollow truss or wire mesh lay-ups [19]. These cellular metal cores can be attached to face sheets using transient liquid phase bonding methods to create sandwich panel structures.

Here, we describe a method for making square honeycomb sandwich cores from super-austenitic stainless steels and use it to construct large sandwich panels with a core relative density of around 5–6%. The panels were then exposed to shock waves created by close proximity air blasts and the resulting deformation and structural collapse mechanisms were characterized. The panel's distribution of mass between the top face sheet, core and bottom face sheet was around 2:1:2, somewhat different from distributions obtained from preliminary optimization studies [5]. Thicker panel faces than the optimized mass distributed design were used to deliberately avoid face sheet tearing so that the core collapse behavior under very high intensity loadings could be examined. We also tested and characterized solid plates of equivalent mass per unit area subjected to identical explosive loadings. The pressure fields applied to the panels were estimated using an air blast simulation code [8], and finite element simulations were then performed using ABAQUS/Explicit [20] to investigate the dynamic deformation sequence and the core collapse mechanisms controlling the overall response. The non-optimized sandwich panels tested here suffered significantly smaller back face deflections than their equivalent areal density solid counterparts.

2. Air blasts

When an explosive charge is detonated in air, the rapidly expanding gaseous reaction products compress the surrounding air and move it outwards with a high velocity that is initially close to the detonation velocity of the explosive (~ 7200 m/s). The rapid expansion of the detonation products creates a shock wave with discontinuities in

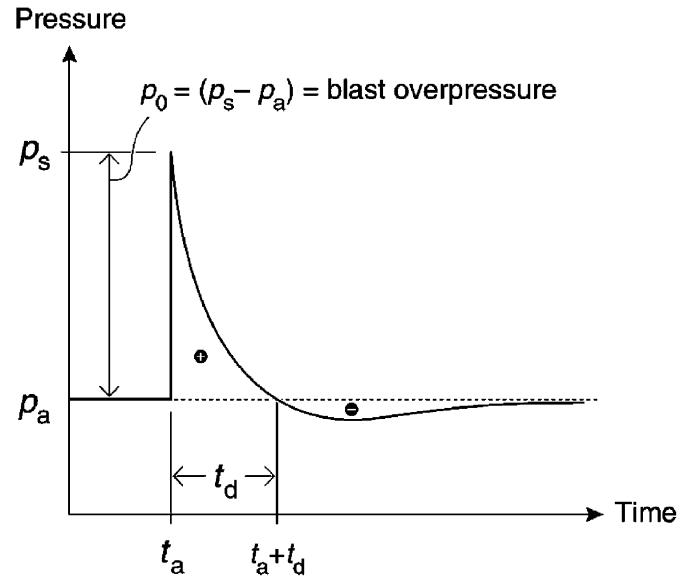


Fig. 3. Characteristic air blast pressure response.

pressure, density, temperature and velocity [6]. The pre- and post-shock states are described by conservation equations for mass, momentum and energy, and are collectively referred to as the Rankine–Hugoniot jump equations [6].

The shock wave that travels through the air consists of highly compressed air particles that exert pressure on all surfaces they encounter. There is a discontinuous “jump” of the shock front pressure, with the pressure rising from ambient (p_a) to p_s . The pressure difference ($p_s - p_a$) is referred to as the blast overpressure (Fig. 3). At a fixed location in space, the pressure decays exponentially with time and is followed by a negative (i.e. suction) phase. An ideal blast wave pressure pulse has a very short time duration, typically measured in fractions of milliseconds. The free-field pressure–time response can be described by a modified Friedlander equation,

$$p(t) = (p_s - p_a) \left[1 - \frac{t - t_a}{t_d} \right] e^{-(t - t_a)/\theta}, \quad (2)$$

where t_a is the arrival time, t_d the time duration of the positive phase and θ the time decay constant [8].

The air blast load intensity on a target surface depends on the explosive material, the mass of the explosive (m) and the standoff distance between the explosive and the target surface (r). The free-field peak pressure of the blast wave (P) for a given explosive can be approximated by

$$P = K \left[\frac{m}{r^3} \right], \quad (3)$$

where K is an explosive material parameter [21].

When the shock wave encounters a surface, it is reflected, amplifying the incident overpressure. The magnification can be highly non-linear and depends on the incident shock strength and the angle of incidence. For a weak shock, the

resultant blast loads are doubled on reflection of the shock wave. For strong shocks, reflection coefficients of 8 have been reported assuming ideal gas conditions and up to 20 when real gas effects such as the dissociation and ionization of air molecules have been considered [6].

The impulse load (I) delivered to the structure can be calculated by the time integration of the applied pressure–time response during the positive phase:

$$I = \int_{t_a}^{t_a+t_d} p \, dt, \quad (4)$$

where p is the incident pressure multiplied by the pressure reflection coefficient. The pressure and impulse loads applied to the surface of the test structures examined here were estimated using ConWep, a blast simulation code developed by the US Army Corps of Engineers [8].

3. Sandwich panel fabrication

Fig. 4(a) shows the design of the flat test panel structure used for the study. For a square honeycomb core geometry with straight webs, the core relative density is determined by the thickness of the honeycomb cell walls (t) and the spacing between the webs (l). The test panels used here are subjected to large bending loads, and it is important to create high-strength joints between the core webs and face sheets. To enable this, a small top and bottom L-shaped

flange was used to ensure a larger contact area between the core webs and the face sheet.

The core relative density, $\bar{\rho}$, of the flange-modified square honeycomb can be calculated from the unit cell, Fig. 4(b).

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_c}{\rho_s} = \frac{2t(h+2w)}{lh}, \quad (5)$$

where t is the cell wall thickness, l the cell spacing, h the core height, w the flange width, ρ_c the core density and ρ_s the parent alloy density. Recent studies have shown that sandwich core relative densities in the 3–10% range are of most interest for blast resisting structures [2]. In this study, square honeycomb core panels were designed with a core relative density of approximately 6%. These cores had a 0.76 mm web (wall) thickness, a 5 mm flange width and a cell wall spacing of 30.5 mm.

Selections of the face sheet thickness and core height were dictated by a desire to avoid face sheet rupture and the retention of the ability to compare the performance of the sandwich panel with an equivalent solid plate with the same areal density. The sandwich panel equivalent mass solid plate thickness, t_s , is given by

$$2t_f + \bar{\rho}h_c = t_s. \quad (6)$$

For the series of tests reported here, a thickness of 5 mm was used for the front and back face plates and a thickness of 51 mm for the core. With a 6% core density, the

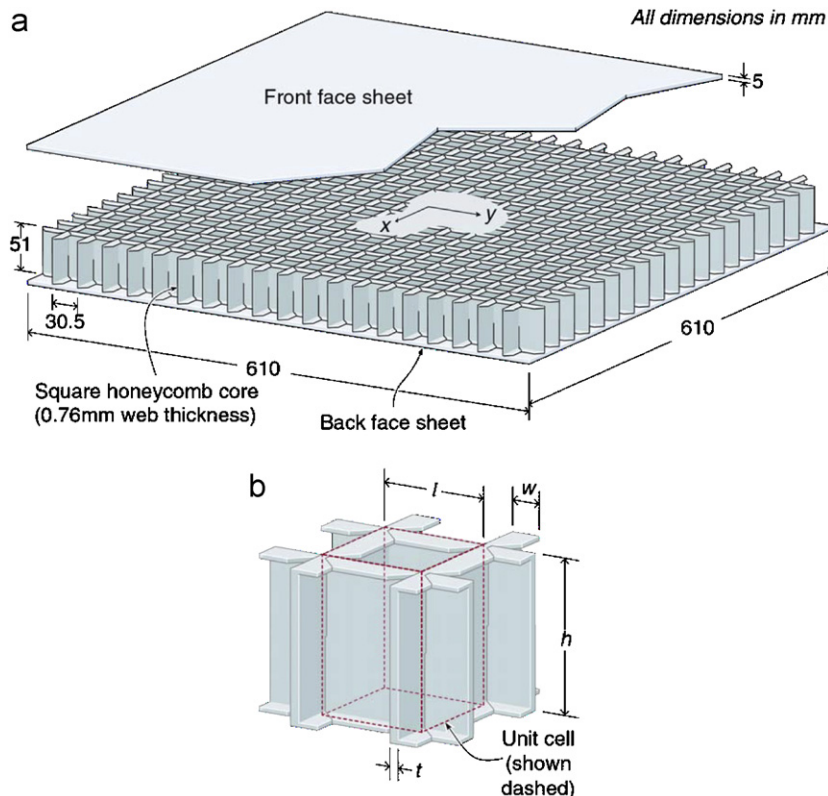


Fig. 4. Square honeycomb core sandwich panel design for air blast tests.

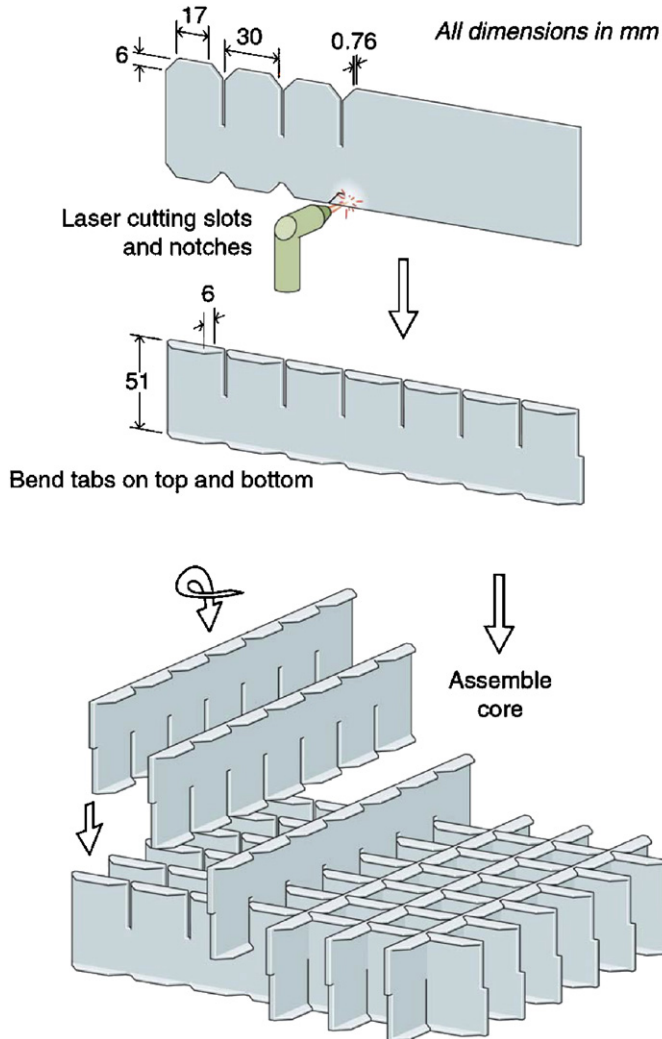


Fig. 5. Square honeycomb core fabrication using a slotted assembly approach.

calculated equivalent solid plate thickness (t_s) was found to be 13.1 mm, and for the baseline solid plate experiments, a 12.7 mm thick solid plate was used.

The square honeycomb core and face sheet were fabricated from a high-ductility stainless steel alloy with an approximate composition of 49Fe–24Ni–21Cr–6Mo (wt%). A slotted metal sheet assembly approach was used for fabrication. Fig. 5 schematically illustrates the fabrication sequence. First, a two-dimensional profile was generated with a laser on a sheet metal strip incorporating the slots needed for the interlocking strip assembly and with allowances for bending the top and bottom flanges. The flanges were then bent at 90 degrees to the core web. Finally, the core was assembled by slip fitting the laser cut and bent strips to form a square grid pattern. The core consisted of an assembly of 38, 0.76 mm thick (22 gauge) strips spaced 30 mm apart to form an 18 cell \times 18 cell square grid. A brazing method was used for bonding the face plates to the core. One side of each face plate was sprayed with Wall Colmonoy Nicrobraz 31 braze alloy

powder. Three 610 \times 610 \times 61 mm square honeycomb panel assemblies were then brazed in a vacuum furnace (Solar Atmospheres, Souderton, PA). The furnace chamber was evacuated to a pressure of 0.133 Pa and the temperature was raised to 550 $^{\circ}$ C and held for approximately 30 min to remove the polymer binder used with the braze alloy. The temperature was then raised to 925 $^{\circ}$ C at 5 $^{\circ}$ C/min and the temperature was allowed to equilibrate for 30 min. The temperature was then raised at 3 $^{\circ}$ C/min to the brazing temperature of 1155 $^{\circ}$ C and held for 60 min, before cooling to ambient.

4. Air blast experiments

As indicated by equation (3), selection of an explosive charge mass (m) and/or standoff distance (r) enables a test panel to be subjected to a range of blast load intensities. We chose to fix the standoff distance, r , and vary the intensity of loading by varying the explosive charge weight. Three experiments with center detonated, TNT cylindrical charges of 1, 2 and 3 kg at a standoff distance of 10 cm were conducted with the sandwich panel test samples. An identical set of explosive charges was also used for three solid plate tests whose areal density was very close to that of the sandwich panels.

For each test, a cylindrical charge with a length to diameter aspect ratio close to 1 was mounted on a platform with its axis aligned with the center of the test panel. Its front was 10 cm from the front face of the sandwich plate, Fig. 6. Each test sandwich panel or plate was attached to

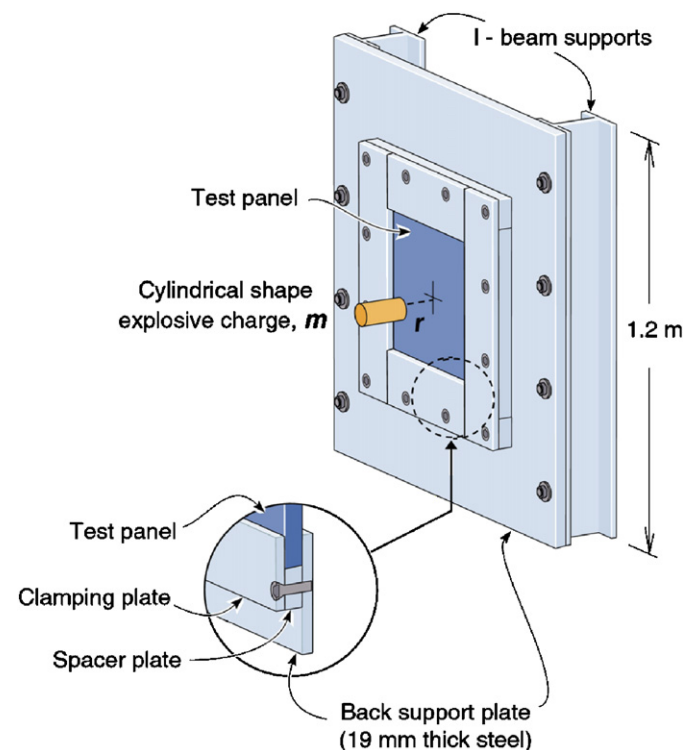


Fig. 6. Schematic arrangement for air blast test.

a 19 mm thick steel plate that was bolted onto two I-beam vertical channels. The I-beam channels were restrained from movement by a heavy back support structure. The

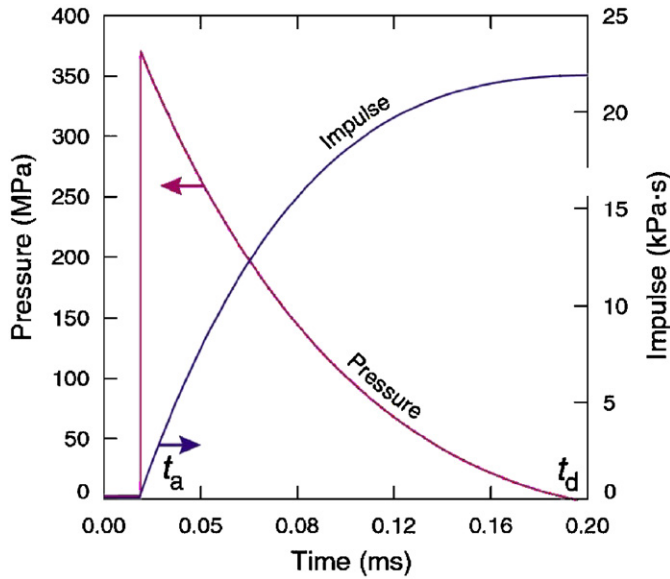


Fig. 7. Reflected pressure and impulse response for an air blast for a 1 kg TNT charge and 0.1 m standoff distance.

Table 1
Peak reflected pressure and reflected impulse calculated from ConWep blast simulation code

Test panel	Peak pressure (MPa)	Impulse (kPa.s)
1	366	21.5
2	458	28.4
3	506	33.7

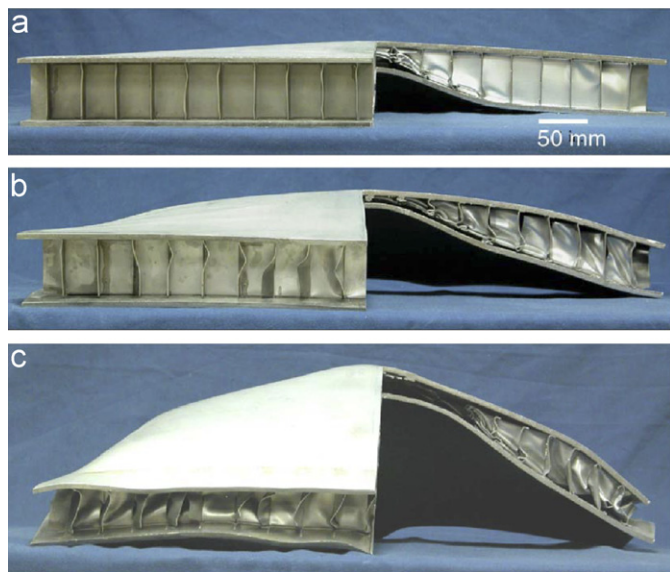


Fig. 8. Half sectioned square honeycomb core test panels: impulse load is (a) 21.5 kPa.s, (b) 28.4 kPa.s and (c) 33.7 kPa.s.

19 mm thick steel support plate had a 410 × 410 mm square hole cut out at the center to allow open space for the sandwich panel to deform. The 610 × 610 × 60 mm sandwich panel was placed vertically against the flat plate, centered on the flat plate opening. A square frame consisting of four flat bars and four 51 × 51 mm square tubes were used to hold the test panel in position. The square tubes were used as spacers between the flat bar frame and the panel support plate. In the test arrangement used, the flat bar strips providing the picture frame effect in

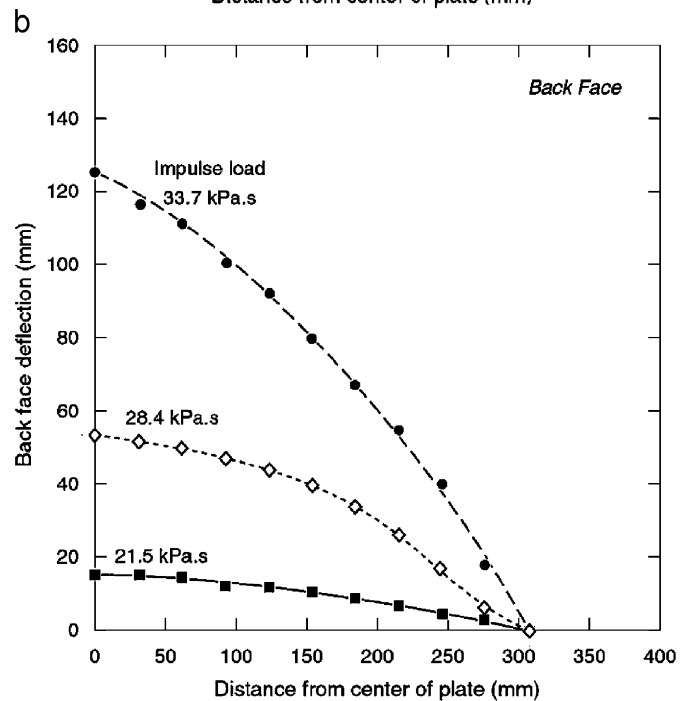
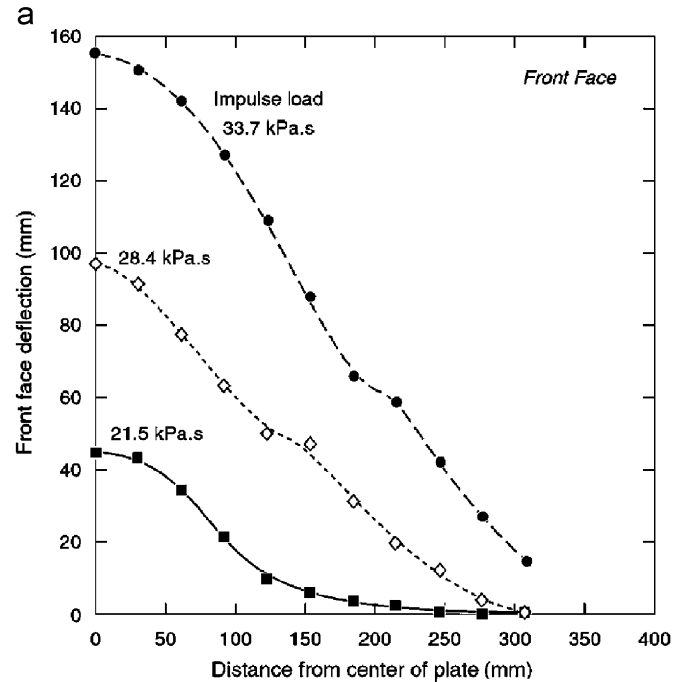


Fig. 9. (a) Front face sandwich panel profile measurements. (b) Back face sandwich panel profile measurements.

front of the test panel were bolted to the back support plate and the bolts tightened to a 34 N m torque level. The process of test panel assembly, explosive charge placement and detonation was repeated for each sandwich panel and solid plate. A quadrant of each panel was wire EDM cut after the explosion tests to examine the deformation mechanisms at the center of each panel.

5. Results

By specifying charge weight, standoff distance and target panel surface area as input information, the ConWep blast simulation code [8] could be used to calculate the spatial distribution of the pressure and impulse loading on a target surface. Although ConWep assumes a spherical air burst or a hemispherical-shaped surface burst adjacent to a reflecting ground plane, we feel that with our center detonated, nearly 1:1 aspect ratio cylindrical charges, it provides a reasonable “estimate” of the pressure loading. Fig. 7 shows the reflected pressure and impulse load response at 10 cm for the 1 kg TNT charge calculated from ConWep. The reflected pressure (which is the “effective” loading on the structure) was found to be ~12 times larger than the incident pressure for this standoff distance and explosive charge, as well as for the 2 and 3 kg charges. Table 1 shows the peak reflected pressures and impulse loads.

Fig. 8 shows the wire EDM cut sandwich panels after the explosion tests. It clearly illustrates the degree of face sheet bending/stretching and core crushing at each impulse load level. In Fig. 8(a), the honeycomb core is only partially crushed at the lowest intensity load. At the next intensity load (Fig. 8b), the core at the center of the panel is

completely crushed. Fig. 8c shows that at highest intensity load, core debonding from the front face plate occurred, resulting in a greater separation between the front and back plates (compared with the mid-level intensity loaded panel) indicative of a “spring back” effect of the front plate.

Measurements of the sectioned half profiles are plotted in Fig. 9 for the sandwich panels and in Fig. 10 for the equivalent areal density (12.7 mm thick) solid plates tested at the same impulse load levels. The difference in the front plate (Fig. 9a) and back plate deflections (Fig. 9b) along the length (or width) of the sandwich panel gives a measure of the relative core crushing effect of the square honeycomb core. Core strains of 59% and 87% are deduced from the relative deflections of the front and back face plates for

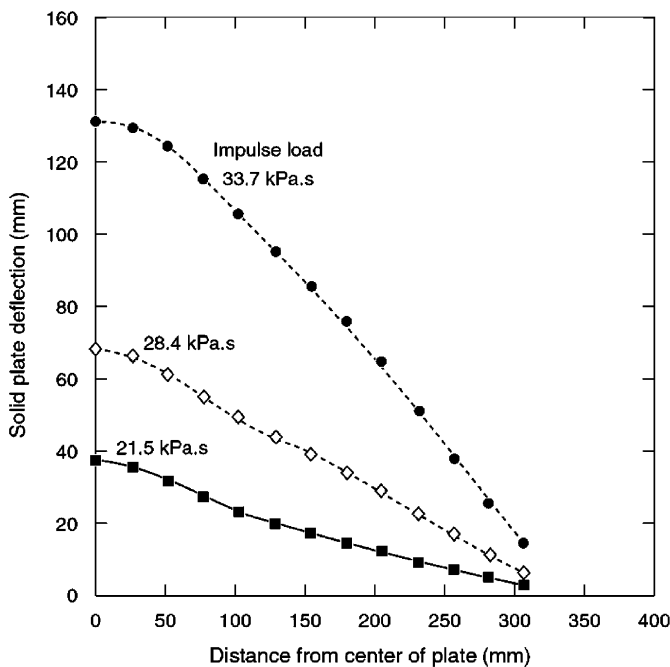


Fig. 10. Solid plate profile measurements.

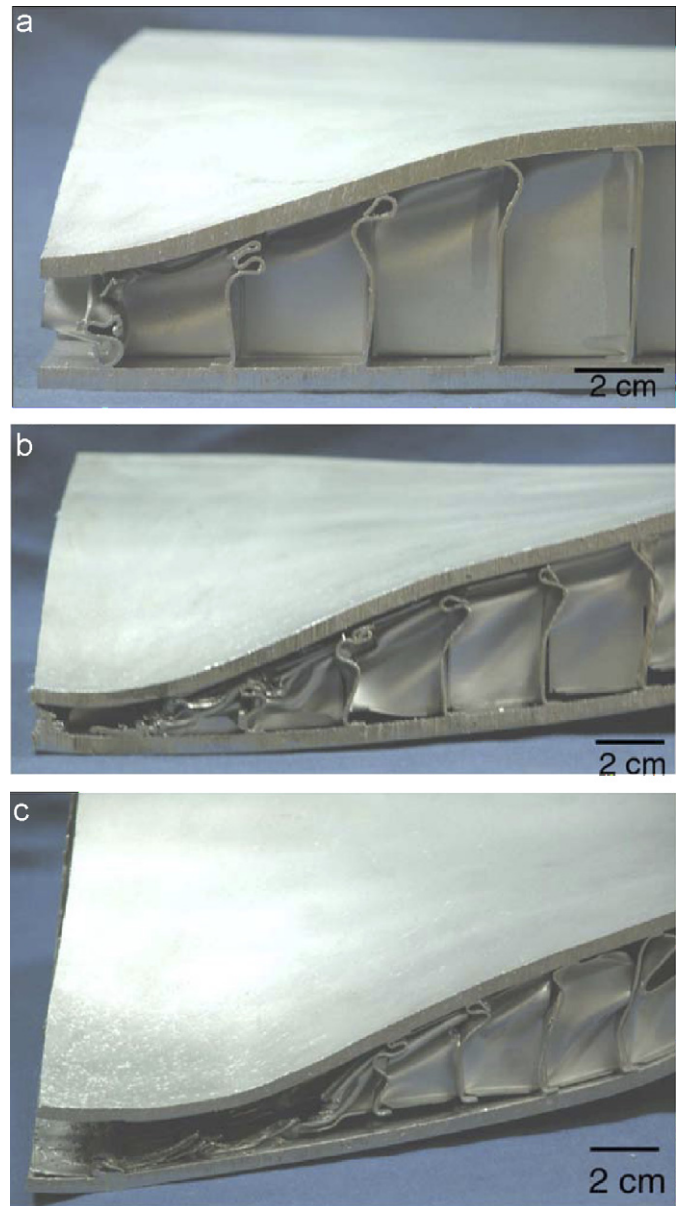


Fig. 11. Cross-sections of square honeycomb cores showing core crushing, cell wall folding: impulse load is (a) 21.5 kPa.s, (b) 28.4 kPa.s and (c) 33.7 kPa.s.

the 21.5 and 28.4 kPa s load intensities. A higher densification strain occurred for the 33.7 kPa s impulse, consistent with the flattened appearance of the core at the center of the panel.

The failure mechanisms of the square honeycomb core under the dynamic loading conditions can be observed from the cross-sections shown in Fig. 11. In Fig. 11(a), cell wall buckling is predominantly observed. A progressive transition from elastic buckling and plastic buckling to cell wall folding (with an increasing number of folds) is clearly seen moving from the outer edge to the center of the panel. Figs. 11(b) and (c) show transverse shear behavior of the core and face sheet stretching with the appearance of core shear bands. Fig. 11(c) also shows a core debonding effect at very high intensity loads.

6. Numerical simulations

Air blast tests are one way of understanding the performance of sandwich panels under dynamic load conditions. Present-day finite element codes allow simulations under these dynamic conditions to be performed without the need for destructive air blast experiments [22,23].

Three-dimensional dynamic finite element calculations were performed using ABAQUS/Explicit [20] to simulate the tests. The faces of the sandwich panels were fully meshed using eight-node linear brick elements with reduced integration. Such elements are capable of accurately capturing the stresses and strains. Each face sheet was discretized with five layers of elements through the thickness. The honeycomb core members were meshed using four-node shell elements with finite membrane strains. Five section integration points with Simpson's integration rule were used in each shell element. These elements allow large rotations and finite membrane deformation, making them particularly well suited for post-buckling analyses. Thirty layers of elements were

uniformly distributed through the core thickness. As schematically shown in Fig. 12, the core webs were “welded” to the face sheet at their connections. Support structures were simply modeled as rigid surfaces and the front and back faces of the sandwich panels were assumed to be “welded” to the corresponding rigid wall at all ends. Effects of the contact between the core cell wall and the face sheets due to the plastic buckling, as well as the self-contact of the core wall due to cell wall folding, were taken into account in the model. The contact was taken to be frictionless. A failure criterion was not included in the calculations, so neither fracture of the plate nor core debonding from the front face was captured. Pressure was applied on the surface of the front face as time varying and spatially distributed functions from calculations made with ConWep for the explosive material, charge weight and standoff distance values used for the experiment. Although ConWep assumes a spherical air blast (and not a cylindrical charge), it is believed that with center detonated cylindrical charges with length to diameter aspect ratios close to 1, it provides a reasonable estimate of the blast wave pressure loading profile. For any point on the surface of the front face, its distance to the center of the front face surface is noted as d , and then the pressure on that point can be expressed as a function of d and t , such that

$$p(d, t) = p(t) e^{-(d/d_0)^2}, \quad (7)$$

where d_0 , the reference distance, is determined by fitting the results from calculations made with ConWep, and $p(t)$ is given by Eq. (2). Fig. 13 shows that, when d_0 is set as 0.12 m for all levels of applied impulses, Eq. (7) provides very good estimates of peak pressure applied to the panel for the whole range of distance from the center to any location of interest. Finally, because of the symmetry of the structure and loading condition, only one quarter of the panel was analyzed for simplification, where the symmetry boundary conditions were imposed to the sandwich panel as illustrated in Fig. 12.

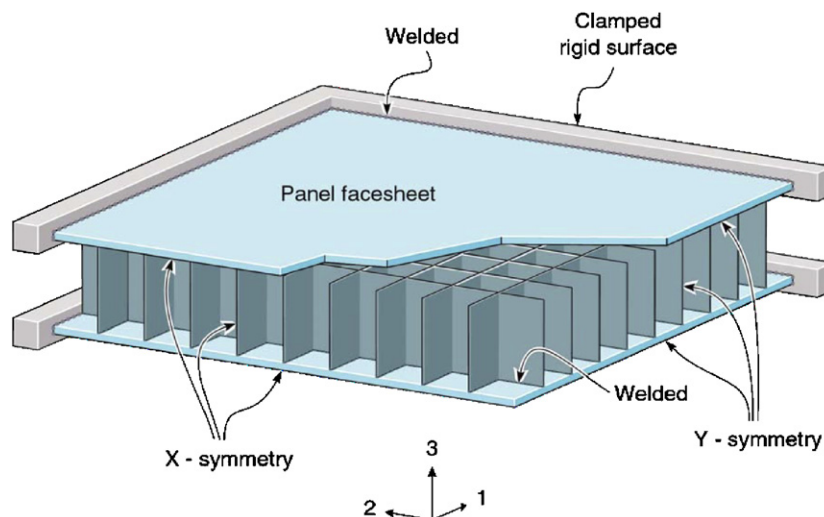


Fig. 12. Schematic diagram of the finite element model geometry (1/4th of geometry modeled due to symmetry).

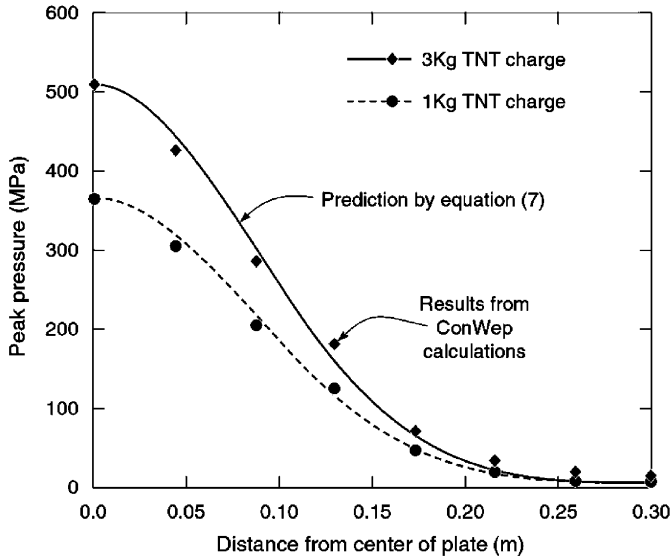


Fig. 13. Spatial distributions of peak pressure exerted on the surface from 1 and 3 kg TNT explosions at a 0.1 m standoff distance.

Simulations were carried out with strain rate dependence for the stainless steel alloy. This material has substantial strain hardening that is nearly linear and moderate strain rate sensitivity. In tension, the relation between true stress and true strain is taken to be strictly bilinear for each value of plastic strain rate, $\dot{\epsilon}_p$, as

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & \varepsilon \leq \frac{\sigma_Y}{E} (1 + (\dot{\epsilon}_p/\dot{\epsilon}_0)^m), \\ \sigma_Y (1 + (\dot{\epsilon}_p/\dot{\epsilon}_0)^m) + E_t \left(\varepsilon - \frac{\sigma_Y}{E} (1 + (\dot{\epsilon}_p/\dot{\epsilon}_0)^m) \right), & \varepsilon > \frac{\sigma_Y}{E} (1 + (\dot{\epsilon}_p/\dot{\epsilon}_0)^m). \end{cases} \quad (8)$$

Here, Young’s modulus $E = 200$ GPa, Poisson’s ratio $\nu = 0.3$, initial yield stress $\sigma_Y = 300$ MPa and tangent modulus $E_t = 2.0$ GPa. Dynamic measurements on stainless steels are well represented using the values $\dot{\epsilon}_0 = 4916 \text{ s}^{-1}$ and $m = 0.154$ [15,24].

Additional three-dimensional finite element calculations were performed for equivalent mass solid plates and the results are presented in Section 7. The solid plates were fully meshed using eight-node linear brick elements with reduced integration. The material properties and boundary conditions were similar to those imposed on the sandwich panels.

7. Discussion

Fig. 14 shows the center deflections of the sandwich panel front face, back face and the equivalent solid plate plotted as a function of the impulse load. The finite element-predicted deflections after panel spring back are also plotted for comparisons with the experimental measurements. The benefits of a sandwich panel construction over a solid plate to withstand blast loads are clearly evident by the lower back plate deflections compared with the equivalent weight solid plates subjected to the same

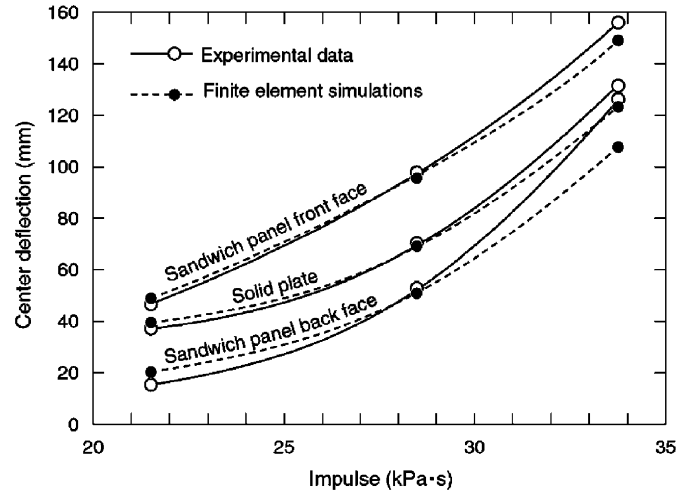


Fig. 14. Measurements and simulations of panel deflections after “spring back” as a function of impulse loading. The deflections of the front and back faces of the sandwich panel are compared with the solid plate center deflections.

loads. The benefits of sandwich construction are particularly evident at low impulse levels ($I = 21.5$ kPa s), wherein the center deflection of the back face is only about 40% of those for the solid plate. At high impulse levels ($I = 33.7$ kPa s), the benefits diminish, the deflections of the sandwich panel being about 90% of the solid panel.

Figs. 15(a)–(c) illustrate deformed sandwich panels for each impulse load level predicted by finite element simulations. Compared with the corresponding experimental measurements and observations (Fig. 8), the simulations capture most of the details of the deformation patterns quite realistically, including shearing of the core and buckling of the lateral webs. Moreover, the center displacements deduced from the calculations, when superposed on Fig. 14, are very similar to the measurements for both sandwich panel and equivalent solid plate at two lower impulse levels ($I = 21.5$ and 28.4 kPa s). It is noticeable in Fig. 8(c) that the highest intensity load results in a separation between the front face and core webs, thus weakening the overall strength of the plate, while the present finite element model does not capture this failure mechanism since a debonding criterion was not included. Additionally, the edges of the sandwich panel used with the test arrangement are actually more “flexible” than the “clamped” condition that was adopted in the present finite element simulation. Consequently, the finite element simulation predicts a smaller center deflection for the sandwich panel, and also for the solid plate for the highest impulse level ($I = 33.7$ kPa s) as plotted in Fig. 14.

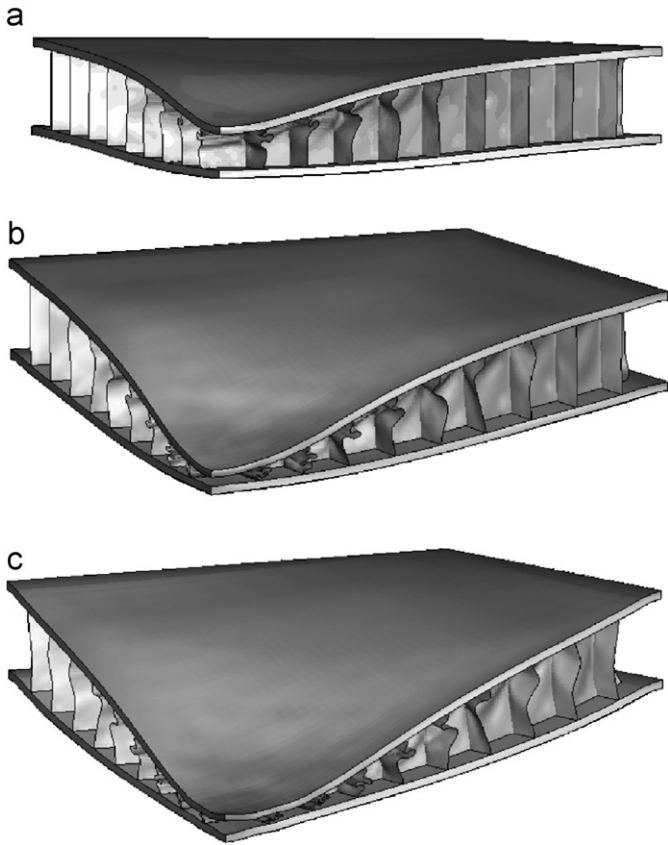


Fig. 15. Finite element simulations of the sandwich panel deformation at impulse levels (a) 21.5 kPa s, (b) 28.4 kPa s and (c) 33.7 kPa s.

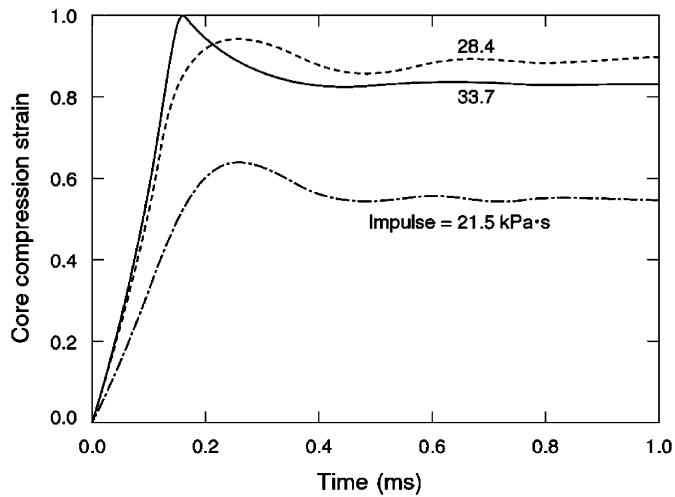


Fig. 16. Time dependence of core crushing obtained from finite element calculations.

Computed core compressive strains at the center of the panel as a function of time for each applied impulse are shown in Fig. 16. Significant core crushing occurs for high intensity impulses. For example, the maximum core compressive strain is up to 1 for the highest impulse ($I = 33.7 \text{ kPa s}$). It is also indicated that core web crushing

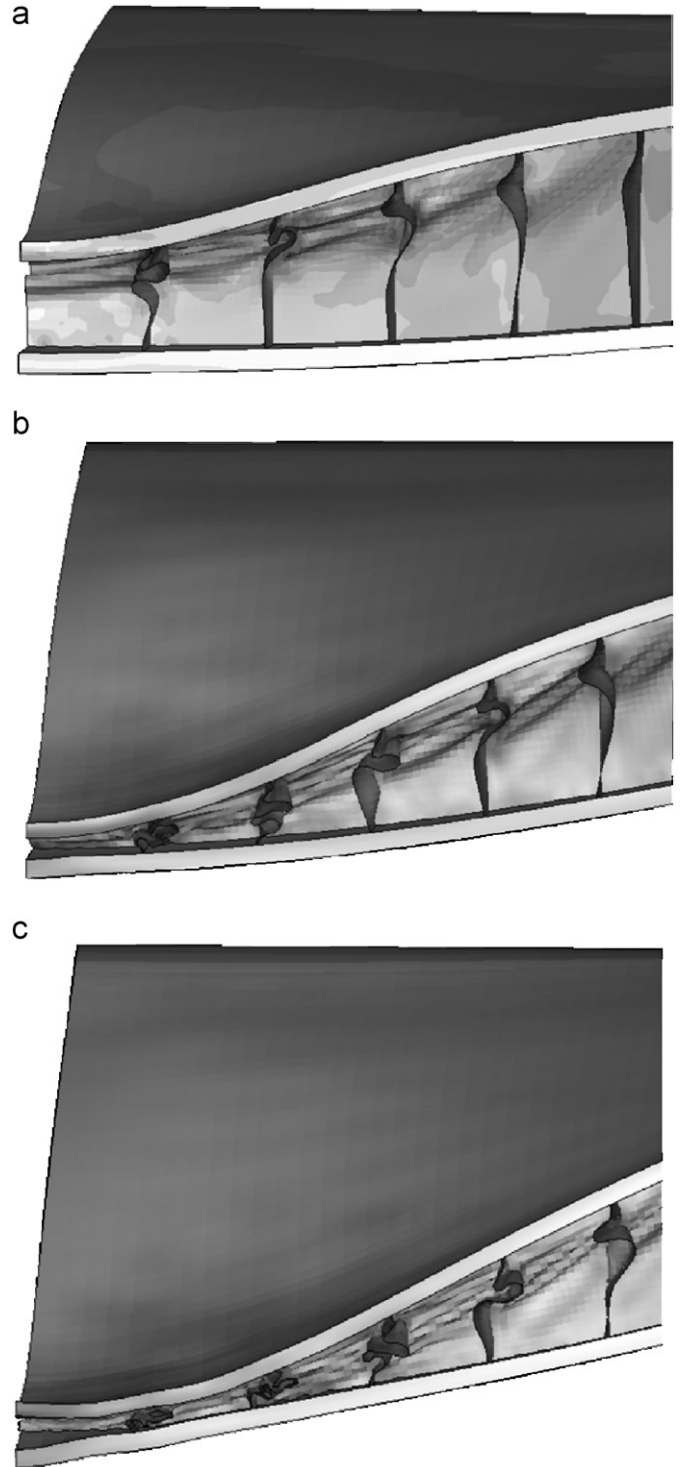


Fig. 17. Finite element simulations of core crushing and transverse shear behavior near the center of the panels, at impulse levels (a) 21.5 kPa s, (b) 28.4 kPa s and (c) 33.7 kPa s.

has been completed very quickly, within a time less than 0.2 ms, followed by a “spring back” phenomenon of core compression strain. Particularly, the “spring back” effect for the highest impulse ($I = 33.7 \text{ kPa s}$) is more obvious than that for moderately high impulse ($I = 28.4 \text{ kPa s}$), which is again consistent with the experimental observations.

The effects of impulse on the mode of core crushing are also illustrated in the close up view of the FEM-predicted panel deformed shape shown in Fig. 17. All three longitudinal core members near the sandwich panel center buckle plastically. The crushing strains are greatest in the central core member, because of the greatest applied pressure associated with the explosion. For the lowest impulse ($I = 21.5 \text{ kPa s}$), the buckle of the core web is located within the upper segment of the core member, whereas the lower segment remains planar and undeformed. This is consistent with the previous finding on the dynamic crush behavior of square honeycomb sandwich cores by Xue and Hutchinson [14]. In Fig. 17, the extensive bending of the buckled segment causes it to contact the front face. Correspondingly, the associated plastic strain ruptures the contact node as shown in Fig. 11. Good agreement is observed between the finite element predicted and experimental panel deformed shapes, except for the observation that the present finite element model fails to predict the debonding of core webs. For example, at the intermediate intensity load level (Fig. 17b), evidence of core shear is indicated by the appearance of shear bands also observed in the experimentally tested panel (Fig. 11b). At the highest load (Fig. 17c), complete crushing of the core is predicted, which is consistent with experimental observations (Fig. 11c).

For the intermediate intensity load ($I = 28.4 \text{ kPa s}$), the overall stretching forces of the front face and back face of the sandwich panel along one edge are plotted as a function of time in Fig. 18. In the present finite element model, forces can be calculated as the reaction forces exerted on the corresponding support structures modeled as rigid surfaces. Because of the symmetry of the structure and loading condition, all four sides have almost the same force responses. When the sandwich panel deforms, the front face starts to stretch very early, then the stretching force remains at a high level, and finally the stretching force is released. While the back face is under compression first, where bending dominates the overall behavior of the

sandwich panel, the back face starts to stretch at around 0.3 ms, and finally the stretching force of the back face is also released. The maximum stretching force experienced at the front face is twice that at the back face, thus indicating that the front face is much easier to fail.

8. Conclusions

From the series of basic experiments conducted in this study, the advantage of using a sandwich structure with a cellular metal core has been demonstrated as a suitable candidate for deflection-limited designs capable of withstanding air blast loads. A more detailed experimental study with well-established boundary conditions (e.g. clamped edges) and different face sheet selections is needed to fully realize the face sheet stretching contribution to the overall blast energy absorption and sandwich panel performance. Finite element simulations of the air blast loading on the test panels have been able to capture the phenomenological details of the sandwich panel deformation. A finite element model that incorporates a debonding failure criterion of the face sheet–core interface is needed to analyze this mode of failure, which appears to be important for higher intensity blasts.

Acknowledgments

We wish to thank Keith Williams and Mike Maston of NEWTEC services group for their explosive test services, and Christian Yungwirth for his support with the air blast experiments. We also wish to acknowledge Ed Johnson, Steve Fishman and Roshdy Barsoum of the Office of Naval Research for their support of our research in this area. The research described above was conducted under grant number N00014-03-1-0281.

References

- [1] Fleck NA, Deshpande VS. The resistance of clamped sandwich beams to shock loading. *J Appl Mech* 2004;71:386–401.
- [2] Xue Z, Hutchinson JW. Preliminary assessment of sandwich plates subject to blast loads. *Int J Mech Sci* 2003;45:687–705.
- [3] Xue Z, Hutchinson JW. A comparative study of impulse-resistant metal sandwich plates. *Int J Impact Eng* 2004;30:1283–305.
- [4] Rathbun HJ, Radford DD, Xue Z, He MY, Yang J, Deshpande VS, et al. Performance of metallic honeycomb-core sandwich beams under shock loading. *Int J Solids Struct* 2006;43:1746–63.
- [5] Hutchinson JW, Xue Z. Metal sandwich plates optimized for pressure impulses. *Int J Mech Sci* 2005;47:545–69.
- [6] Baker WE. *Explosions in air*. Austin, TX: University of Texas Press; 1973.
- [7] Smith PD, Hetherington JG. *Blast and ballistic loading of structures*. Butterworth-Heinemann: London; 1994.
- [8] ConWep blast simulation software, US Army Corps of Engineers, Vicksburg, MS.
- [9] Deshpande VS, Fleck NA. Blast resistance of clamped sandwich beams, ICTAM04.
- [10] Fleck NA, Deshpande VS. The resistance of clamped sandwich beams to shock loading. *J Appl Mech* 2004;71:386–401.

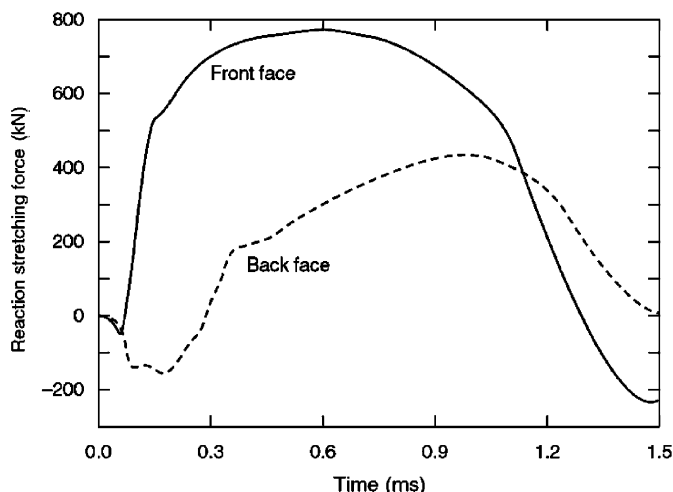


Fig. 18. Overall stretching forces exerted on the support structures on one side of the sandwich panel.

- [11] Ashby MF, Evans AG, Fleck NA, Gibson LJ, Hutchinson JW, Wadley HNG. *Metal foams: a design guide*. London: Butterworth-Heinemann; 2000.
- [12] Gibson LJ, Ashby MF. *Cellular solids: structure and properties*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1997.
- [13] Plantema FJ. *Sandwich construction*. New York: Wiley; 1966.
- [14] Xue Z, Hutchinson J. Crush dynamics of square honeycomb sandwich cores. *Int J Numer Methods Eng* 2005;65:2221–45.
- [15] Nemat-Nasser S, Guo WG, Kihl DP. Thermomechanical response of AL-6XN stainless steel over a wide range of strain rates and temperatures. *J Mech Phys Solids* 2001;49:1823–46.
- [16] Wadley HNG, Fleck NA, Evans AG. Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures. *Compos Sci Technol* 2003;63:2331–43.
- [17] Kooistra GW, Deshpande VS, Wadley HNG. Compressible behavior of age hardenable tetrahedral lattice truss structures made from aluminum. *Acta Mater* 2004;52:4229–37.
- [18] Wang J, Evans AG, Dharmasena KP, Wadley HNG. On the performance of truss panels with Kagome cores. *Int J Solids Struct* 2003;40:6981–8.
- [19] Queheillalt DT, Wadley HNG. Cellular metal lattices with hollow trusses. *Acta Mater* 2005;53:303–13.
- [20] ABAQUS/Explicit user's manual, Version 6.0, Hibbit, Karlsson and Sorenson Inc., 2001.
- [21] Cooper PW. *Explosives engineering*. New York: Wiley-VCH; 1996.
- [22] ChungKimYuen S, Nurick GN. Experimental and numerical studies on the response of quadrangular stiffened plates. Part I: Subjected to uniform blast load. *Int J Impact Eng* 2005;31(1):55–83.
- [23] Langdon GS, ChungKimYuen S, Nurick GN. Experimental and numerical studies on the response of quadrangular stiffened plates. Part II: Localised blast loading. *Int J Impact Eng* 2005;31(1):85–111.
- [24] Stout MG, Follansbee PS. Strain rate sensitivity, strain hardening, and yield behavior of 304 L stainless steel. *Trans ASME: J Eng Mater Tech* 1986;108:344–53.

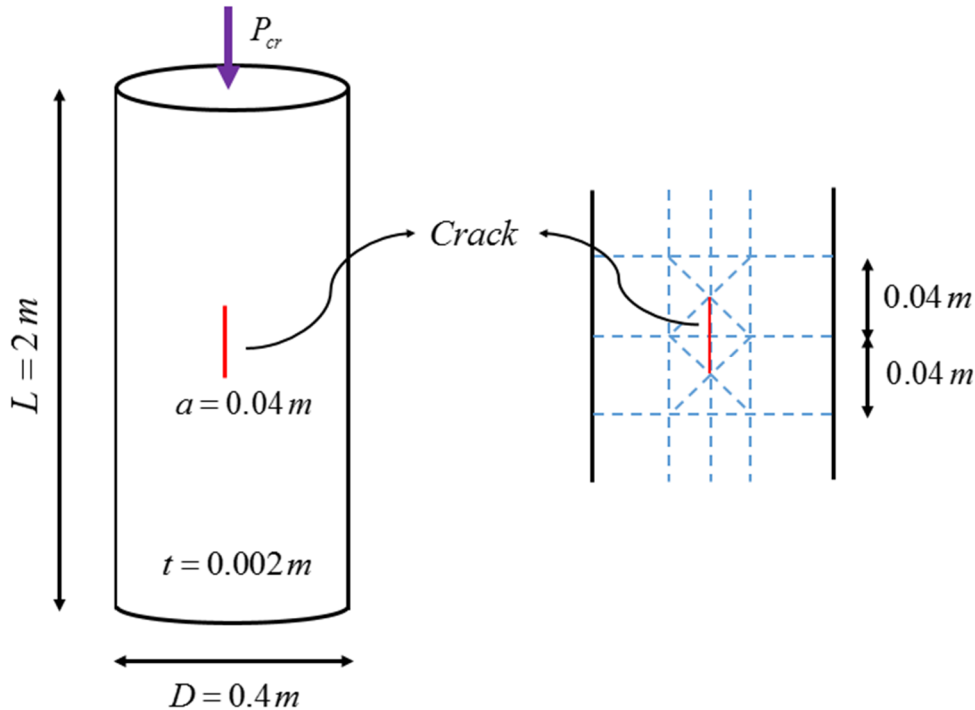
جلسه چهاردهم

سازه‌های جدار نازک به شکل صفحات و پوسته‌ها در علوم مختلف مانند عمران، مکانیک، هوافضا، زیردریایی و مهندسی شیمی کاربرد دارند. چنین استفاده‌ی گسترده‌ای از سازه‌های صفحه‌ای و پوسته‌ای ناشی از خواص داخلی و ذاتی این سازه‌ها است. هنگامی که صفحات نازک و به‌خصوص پوسته‌ها مناسب طراحی شده باشند، قابلیت تحمل بارهای زیاد را فواید داشت. کاربرد پوسته‌های استوانه‌ای به‌عنوان یک سازه‌ی جدار نازک، از دیرباز برای مهندسی و طراحان در شافه‌های مختلف علوم مهندسی شناخته شده است و موارد کاربرد آن، از نیازهای اساسی صنعت مدرن مسموب می‌شود. به‌علت کم بودن ضخامت پوسته در مقایسه با سایر ابعاد آن، اغلب کمانش به‌عنوان یک حالت مدی برای تحلیل پوسته مسموب می‌گردد. نقص اولیه در پوسته ممکن است تاثیر قابل توجهی بر رفتار سازه‌های جدار نازک و پوسته‌ها داشته باشد. نقص می‌تواند به تغییر شکل موضعی بزرگ (به‌عنوان مثال کمانش محلی و یا تغییر شکل پلاستیک) منجر شود و در نتیجه از ظرفیت باربری سازه بکاهد. ارزیابی میزان ضعف جدار و پوسته‌ها در برابر بارهای وارده لازمی طراحی برای بهسازی پوسته می‌باشد.

در این جلسه در گام نخست کمانش فطری و رفتار پس از کمانش نمونه‌ی سیلندر آلومینیومی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. سپس در وسط سیلندر آلومینیومی، ترکی به‌صورت قائم بر روی نمونه به‌عنوان نقص اولیه در نظر گرفته شده و مساله مجدداً مورد تحلیل قرار خواهد گرفت.

*ابعاد هندسی سیلندر استوانه‌ای

در شکل زیر ابعاد هندسی سیلندر استوانه‌ای شکل نشان داده شده است. برای نمونه‌ای که دچار نقص اولیه‌ی ترک می‌باشد، محل قرارگیری ترک، پارتیشن بندی اطراف ترک و طول ترک نیز نشان داده شده است. به‌منظور مدل‌سازی ترک از مسیر Special → Crack → Assign Seams در ماژول Interaction استفاده خواهد شد. لازم به‌ذکر است برای مدل‌سازی ترک اولیه می‌بایست در ماژول Assembly، نوع نمونه‌ها Independent باشد. همچنین به دلیل ضخامت کم نسبت به سایر ابعاد، برای مدل‌سازی سیلندر آلومینیومی از المان‌های Shell استفاده خواهد شد.



شکل ۱۴-۱: ابعاد هندسی سیلندر استوانه‌ای

*مشخصات مکانیکی آلومینیوم

مشخصات مکانیکی آلومینیوم برای بخش الاستیک و پلاستیک به صورت زیر می‌باشد. لازم به ذکر است که برای تحلیل کماتشی تنها از بخش الاستیک و برای تحلیل Static Riks هم از بخش الاستیک و هم از بخش پلاستیک استفاده خواهد شد.

$$E = 69 \text{ GPa} \quad , \quad \nu = 0.33 \quad , \quad F_y = 276 \text{ MPa} \quad , \quad F_u = 310 \text{ MPa} \quad , \quad \varepsilon_u = 0.17$$

*نوع تحلیل در مساله

تحلیل‌های کماتش فطی (Buckle) یک مسالهی مقادیر ویژه می‌باشد که با توجه به تعداد درجات آزادی مدهای کماتشی آن مشخص خواهد شد. مد کماتشی نسبت به دلیل آنکه در سطح انرژی پایین‌تری به تعادل می‌رسد، همواره ماکم بر م مساله خواهد شد، مگر آنکه با اعمال شرایط مصنوعی مانع از تشکیل این مد کماتشی شده و تعادل در مدهای بالاتر با انرژی بیش‌تر برقرار شود. در این تحلیل منمنی رفتاری مادی همواره در میطهی الاستیک بوده و معادلات آن تنها براساس شرایط اولیهی مساله حل خواهد شد. فروجی این تحلیل نیز مقدار ظرفیت کماتشی سیستم و شکل مدی آن می‌باشد. پس تا کتون چند ایراد اساسی بر این تحلیل وارد می‌باشد که شامل عدم در نظر

گرفتن رفتار غیرالاستیک مواد، عدم تغییر شرایط مرزی مساله در طول تحلیل و ارائه رفتار مدل پس از کمانش می‌باشند. برای حل این مشکلات و تعیین رفتار پس از کمانش، در نرم‌افزار آباکوس از تحلیل Static Riks استفاده خواهد شد. در این تحلیل نه تنها رفتار ماده و شرایط مرزی می‌تواند وارد نامیهی غیرخطی شود، بلکه میزان باربری و تغییر شکل سیستم حتی بعد از کمانش نیز ارائه خواهد شد. به‌طور معمول لازم است که قبل از تحلیل Riks، یک تحلیل کمانشی صورت گرفته و درصدی از تغییر شکل‌های مدی به‌صورت خطی سافت برای فعال شدن مدهای کمانشی به نمونه تممیل شود. به‌منظور این کار لازم است در محیط Edit Keywords دستوراتی مطابق زیر اضافه شود. بخشی از این دستورات در تحلیل کمانش خطی و بخشی دیگر در تحلیل Static Riks اعمال خواهد شد. در جدول زیر این دستورات ارائه شده است.

جدول ۱۴-۱: دستورات نوشته شده در محیط Keywords

Edit Keywords Buckle	Edit Keywords Static Riks
** *Output, field, variable=PRESELECT *node output u, *node file, global=yes u, *End Step	**ASSEMBLY ** *Imperfection, file=Job-1, step=1 1,0.005 2,0.003 3,0.001 *Assembly, name=Assembly

*مشخصات مکانیکی آلومینیوم

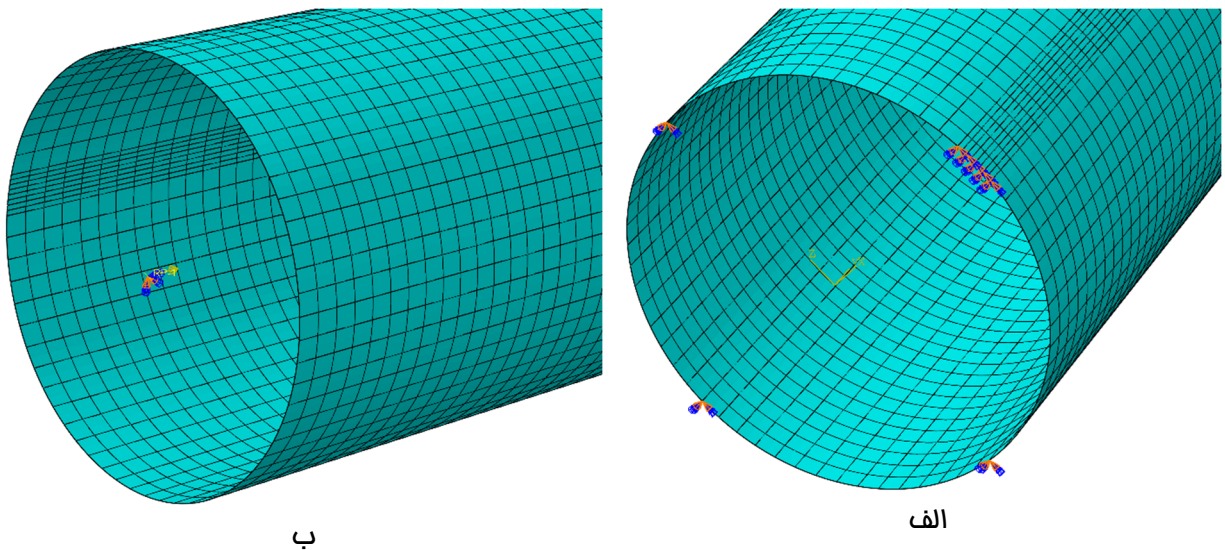
مشخصات مکانیکی آلومینیوم برای بخش الاستیک و پلاستیک به‌صورت زیر می‌باشد. لازم به‌ذکر است که برای تحلیل کمانشی تنها از بخش الاستیک و برای تحلیل Static Riks هم از بخش الاستیک و هم از بخش پلاستیک استفاده خواهد شد.

$$E = 69 \text{ GPa} \quad , \quad \nu = 0.33 \quad , \quad F_y = 276 \text{ MPa} \quad , \quad F_u = 310 \text{ MPa} \quad , \quad \epsilon_u = 0.17$$

*شرایط مرزی و بارگذاری

همانطور که در جلسه سوم اشاره شد، برای تحلیل‌های کمانشی نمونه توزیع بار و سفتی نمونه در حل مساله ماکم می‌باشد. طبق پیش‌فرض نرم‌افزار لازم است برای تعیین میزان صمیع مقاومت بمرانی کمانشی، باری برابر با واحد

اعمال شود. در این سیلندر نیز لازم است که نیروی متمرکز به محل مرکز سطح مقطع سیلندر اعمال گردد. برای این منظور لازم است در گام نخست نقطه‌ای مرجع در محل مرکز سطح تعریف شده و با قید Coupling، درجات آزادی آن به ممیط پیرامونی سیلندر مقید شود. در نهایت بار متمرکز وارد بر نقطه‌ی مرجع اعمال خواهد شد. در این بخش از سیلندر تمامی درجات آزادی به استثناء جهت اعمال بار مموری، مقید می‌باشند. همچنین تمامی درجات آزادی انتهای سیلندر مقید می‌باشند. در شکل زیر نمونه‌ی اعمال درجات آزادی نشان داده شده است.



شکل ۱۴-۲: شرایط مرزی سیلندی الف) قسمت تحتانی؛ ب) قسمت فوقانی

*مش بندی سیلندر استوانه‌ای

سایز مش بندی در استوانه برابر با ۲ سانتی‌متر می‌باشد. ولی لازم به ذکر است برای سیلندر با ترک اولیه لازم است که در اطراف ترک، سایز مش‌ها ریزتر بوده تا به نتایج صمیم‌تری دست یافت. نوع مش‌ها $S8R$ ^۱ می‌باشد.

*صحت سنجی نتایج کمانش فطی

بر اساس تمقیقات انجام گرفته، توسط تیمو شنکو و گری، مقدار تنش بمرانی کمانش الاستیک از رابطه‌ی زیر بدست خواهد آمد.

^۱ An 8-node doubly curved thick shell, reduced integration.

$$\sigma_{cr} = \frac{Et}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}}$$

که در رابطه‌ی فوق σ_{cr} ، E ، ν ، R و t به ترتیب تنش بمرانی کمانش الاستیک، مدول یانگ، ضریب پواسون، شعاع و ضخامت سیلندر می‌باشند. میزان بار بمرانی کمانش الاستیک، P_{cr} ، از ضرب σ_{cr} در سطح مقطع سیلندر استوانه‌ای بدست خواهد آمد.

$$P_{cr} = \sigma_{cr} A = \frac{Et}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}} \times 2\pi R t = \frac{2\pi E t^2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}$$

که با جایگذاری مدول یانگ و ضریب پواسون آلومینیوم در رابطه‌ی فوق داریم:

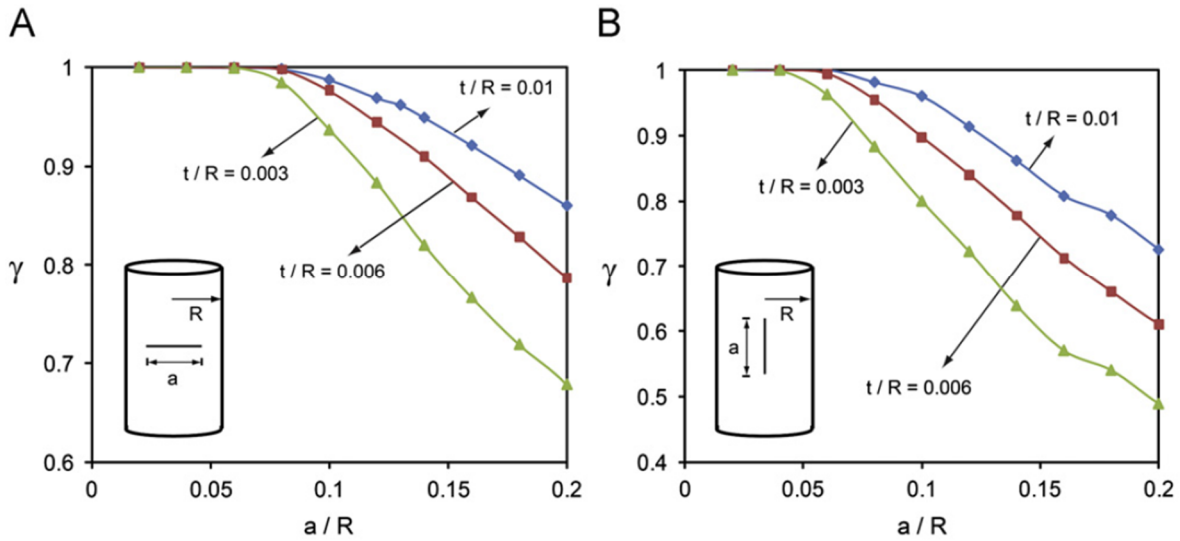
$$P_{cr} = \frac{2\pi \times 69 \times 10^3 \times t^2}{\sqrt{3(1-0.33^2)}} = 265.1582 t^2$$

که در رابطه‌ی فوق t برمسب میلی‌متر و P_{cr} برمسب کیلونیوتن است. با توجه به ضخامت ۲ میلی‌متری سیلندر، مقدار بار بمرانی برابر ۱۰۶۰٫۶۳ کیلونیوتن بدست خواهد آمد.

برای نمونه‌ی سیلندر ترک‌دار می‌توان از نتایج پژوهش انجام شده توسط جهرمی و وزیری استفاده نمود. در شکل زیر با استفاده از گراف‌های ارائه شده میزان بار بمرانی نمونه‌ی با ترک نسبت به نمونه‌ی بدون ترک را براساس مشخصات هندسی سیلندر استوانه‌ای آلومینیومی می‌توان بدست آورد. در نمودار زیر γ برابر نسبت بار بمرانی کمانش الاستیک سیلندر استوانه‌ای با ترک، P_{cr-cr} ، به بدون ترک، P_{cr} ، می‌باشد. پارامتر a نیز برابر با طول ترک است. در مدل مورد بررسی در این جلسه ترکی قائم به طول ۱۴ سانتی‌متر وجود دارد. بر مبنای تعیین پارامترهای بی‌بعد مرتبط با هندسه‌ی مدل، از نمودار B، مقدار پارامتر بی‌بعد γ برآورد خواهد شد.

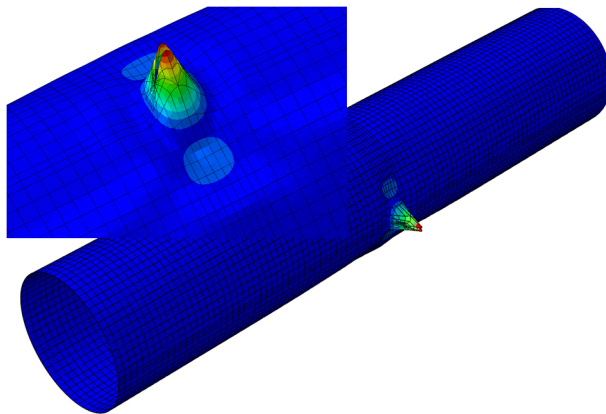
$$\frac{a}{R} = \frac{0.04}{0.2} = 0.2 \quad , \quad \frac{t}{R} = \frac{0.002}{0.2} = 0.01$$

$$\gamma = 0.72 \quad \Rightarrow \quad \frac{P_{cr-cr}}{P_{cr}} = 0.72 \quad \Rightarrow \quad P_{cr-cr} = 0.72 \times 1060.63 \quad \Rightarrow \quad P_{cr-cr} = 763.65 \text{ kN}$$

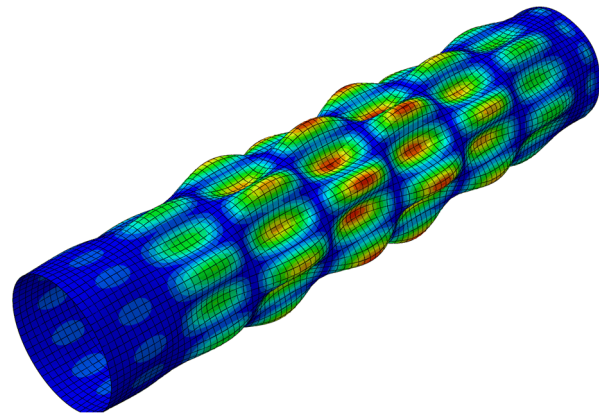


شکل ۱۴-۳: نیروی بحرانی کمانش سیلندر استوانه‌ای با ترک قائم و افقی

*فروبی گرافیکی نرم افزار



ب



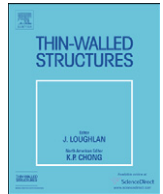
الف

شکل ۱۴-۴: شکل مد اول کمانشی سیلندر استوانه‌ای الف) بدون ترک؛ ب) با ترک

*فایل همراه

الف) مقاله‌ای تمت عنوان

Instability of cylindrical shells with single and multiple cracks under axial compression



Instability of cylindrical shells with single and multiple cracks under axial compression

Babak Haghpanah Jahromi, Ashkan Vaziri*

Department of Mechanical and Industrial Engineering, Northeastern University, Boston, MA 02115, USA

ARTICLE INFO

Article history:

Received 31 October 2011

Received in revised form

10 January 2012

Accepted 25 January 2012

Available online 3 March 2012

Keywords:

Cracked cylinder
Eigenvalue analysis
Buckling behavior
Finite element model

ABSTRACT

Linear eigenvalue buckling analysis was carried out for singly and doubly cracked cylindrical thin shells under axial compression using the finite element method. First, the effect of crack size and orientation on the buckling behavior of an axially loaded shell with a single crack was studied. Then, the buckling behavior of a cylinder with two parallel longitudinal cracks was investigated. Two different buckling shapes with cross-sectional deformation profiles that resemble letters M (symmetric) and N (anti-symmetric) were identified as the first buckling modes of the cylinder. The exchange between these local buckling modes due to variation of crack size and spacing was illustrated. The transition between these two buckling shapes can be used to estimate the 'maximum interaction distance' of the cylinder cracks—the separation distance beyond which the two cracks do not interact in affecting the buckling load of the cylindrical shell. The influence of shell thickness and crack length on the maximum interaction distance was quantified for cylinders with two co-centered (i.e., parallel offset) or collinear longitudinal cracks. Additional simulations were carried out for cylinders with multiple symmetrically spaced longitudinal cracks to show how the behavior of single and double cracks can give the buckling load and mode shape of cylinders with multiple cracks.

© 2012 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Defects can have a significant influence on the behavior of thin-walled structures. From the structural point of view, the most detrimental consequence of a defect is the excessive stress, which could result in fracture at or near the defect location and possibly overall structural failure. Defects could also lead to large localized deformations (e.g. local buckling or plastic deformation), which can alter the structure's load carrying capacity or function [1–5]. Thus, there is a driving need to better understand the effect of defects on the mechanical behavior and structural performance of plates and shells. We have chosen to focus on cracks, which could appear due to overload, fatigue, manufacturing errors, or harsh environmental condition. The mechanics of cracked shells have been studied extensively in recent decades. These studies range from development of theoretical approaches to better understand stress distribution and structural behavior of the shell in the presence of defects [6–15], and numerical simulations of linear and nonlinear response of cracked shells under loading [16–28], to experimental investigation of shells with defects [29–37].

Cracked shells have often been explored numerically, since this makes it possible to probe the response over a broad range of geometrical parameters and loading conditions. However, most of these studies are focused on investigating the role of a single defect (e.g., a crack) on shell failure. In this study, the role of single and multiple cracks on the eigenvalue buckling load of cylindrical shells – which represent the most common type of shells used in pipelines and marine or aerospace structures – was studied using finite element analysis. Finite element models of cracked cylinders were developed by extending a special plane stress crack tip meshing scheme developed by Estekanchi and Vafai [16] to the case of cylinders with multiple cracks. This approach accurately captures the crack-tip stress intensity factor with relatively few elements. The method has been previously used to study the eigenvalue buckling behavior of cracked plates [17,18] and cylinders with a single crack subjected to tension or compression [19,28], pure torsion [20] and combined axial compression and internal pressure [21]. This method simplifies the generation of numerical models of cracked shells and thus, allows comprehensive and parametric investigations on the behavior and mechanical response of cracked shells. More details of the computational models are provided in Section 2. In Section 3, we revisit the buckling of a cylinder with a single crack under axial compression which had previously been investigated by Estekanchi and Vafai [16] and Vaziri [19] for circumferential or

* Corresponding author.

E-mail address: vaziri@coe.neu.edu (A. Vaziri).

longitudinal crack orientations. Here, we expand those results by carrying out a parametric study for different crack orientations, and studying the appearance of non-symmetric mode shapes when cracks are not at 0° or 90° . In Section 4 we extend our study to cylindrical shells with two parallel cracks. For this purpose, we focused on parallel longitudinal cracks since the results in Section 3 show that a single longitudinal crack has the most detrimental effect on the buckling load of the cylindrical shell. We particularly studied the effect of crack separation distance. A maximum interaction distance, d_{im} , was defined as the separation beyond which the effect of any crack on the buckling load is decoupled from the effects of the other crack. In this case, the lowest buckling load of the cracked cylinder is dictated only by the worst-case crack, ignoring the others entirely. The dependence of the maximum interaction distance on cylinder thickness and crack size is exhibited for equal co-centered cracks (i.e., with parallel offset) and equal collinear cracks. In Section 5, we discussed how the results obtained for single- and double- cracked cylindrical shells could be used to understand the behavior of a cylindrical shell with multiple cracks. The conclusions were drawn in Section 6.

2. Finite element modeling of cracked shells

We used the meshing scheme proposed by Estekanchi and Vafai [16] for constructing the shell elements close to the crack tip. In this approach, the element size is relatively uniform everywhere away from the crack tips, while decreasing proportionally only in a region near the crack tip by approaching the crack tip. Fig. 1 shows an example of the developed finite element mesh based on this meshing scheme. The parametric study carried out in this work required constructing a substantial number of finite element computational models. We have developed a MATLAB code that allow automatic creation of the finite element model of cracked cylindrical shells with different crack length, a , and crack orientation, α , where $\alpha=0^\circ$ corresponds to circumferential direction. Furthermore, we developed an additional MATLAB code to create finite element models of cracked cylindrical shells with two parallel or collinear longitudinal cracks (i.e. both cracks having $\alpha=90^\circ$). Eight-node shell elements (S8R) with reduced integration and quadratic shape functions were used for the meshing. The cylindrical shell in the uncracked region was meshed into 150 elements in each of the axial and circumferential directions. For meshing the crack region, the

zooming factor of 1/2 and zooming level of 6 were used. In this meshing scheme, the zooming level denotes the number of element layers surrounding the crack tip with reduced element size compared to uniform element size in the uncracked region, see Fig. 1. The zooming factor denotes the relative size (both length and width) of the element at each element layer to the size of the element in the previous element layer, as approaching the crack tip. This results in the crack tip element size 1/64 of the element size far from the crack tip. A sensitivity analysis was performed to assure that the obtained results are minimally sensitive to the selected mesh size.

Finite element models of cracked shells were numerically solved using Abaqus finite element package. The cylindrical shell was modeled as isotropic and linear elastic with Young's modulus $E=69$ GPa, and Poisson ratio $\nu=0.33$ (corresponding to the elastic properties of aluminum). Computational models of cracked cylindrical shells with length $l=2$ m, radius $R=0.2$ m, and various thickness t , were created. The cylinder shell was fully clamped at one end and was free to move in only the axial direction at the other end. The large l/R ratio adopted minimizes the effects of the end boundary conditions in the crack-containing mid-region of the cylinder [38]. A linear eigenvalue analysis was performed to obtain the buckling shape and buckling load of the cracked cylindrical shell. The calculated first mode buckling load of a cracked shell, F_c , was normalized by the theoretical buckling load of an uncracked cylinder with the same thickness, $F_t=3.8 Et^2$, where E is the elastic modulus of the shell material [38]. The normalized buckling load of a cracked shell is denoted by $\gamma=F_c/F_t$.

3. Cylindrical shells with a single crack

A sufficiently short crack has no significant effect on the buckling behavior of a cylindrical shell: buckling occurs at $\gamma \sim 1$ and covers the cylinder in axisymmetric corrugations with wavelength $2\pi\sqrt[4]{R^2D/Et}$ where D is the flexural rigidity of the shell [38]. In contrast, a sufficiently long crack gives rise to buckling in the vicinity of the crack, with the buckling load $\gamma < 1$. Figs. 2A and B show the normalized buckling load of a cylindrical shell with a single circumferential crack ($\alpha=0^\circ$) and a longitudinal crack ($\alpha=90^\circ$), respectively. The buckling loads were calculated using linear eigenvalue analysis for cracked cylinders with three different values of t/R , the shell thickness to radius ratio. The results show that a thinner cylinder suffers more from the presence of a given-length crack, and that in general a longitudinal crack has a

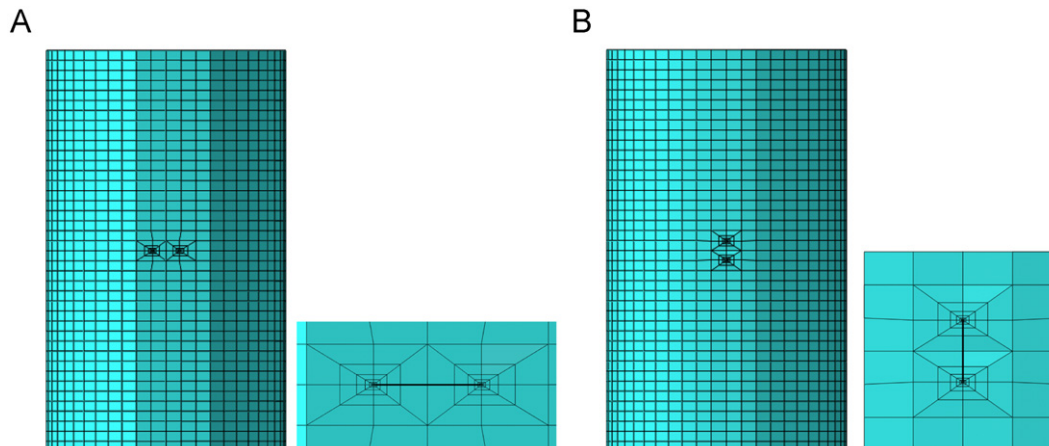


Fig. 1. Computational models of a cylindrical shell with (A) a circumferential crack and (B) an axial crack created by employing a special meshing scheme at the crack region proposed by Estekanchi and Vafai [16]. It should be noted that the actual mesh used in the finite element calculations was much finer than the mesh sizes shown in this figure.

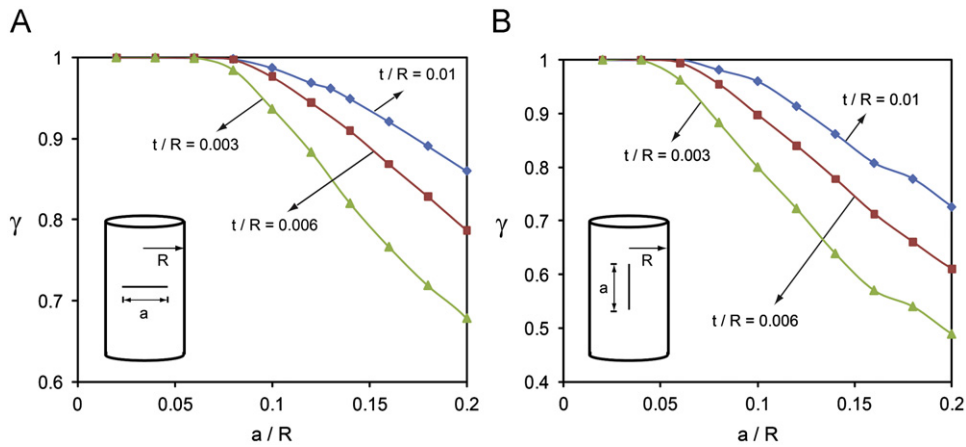


Fig. 2. Buckling of a single cracked cylindrical shell. γ , the buckling load normalized by that of an uncracked shell, versus crack length ratio, a/R , for cylindrical shells with (A) a circumferential crack ($\alpha=0^\circ$) and (B) an axial crack ($\alpha=90^\circ$). The results are presented for three thickness to radius ratios.

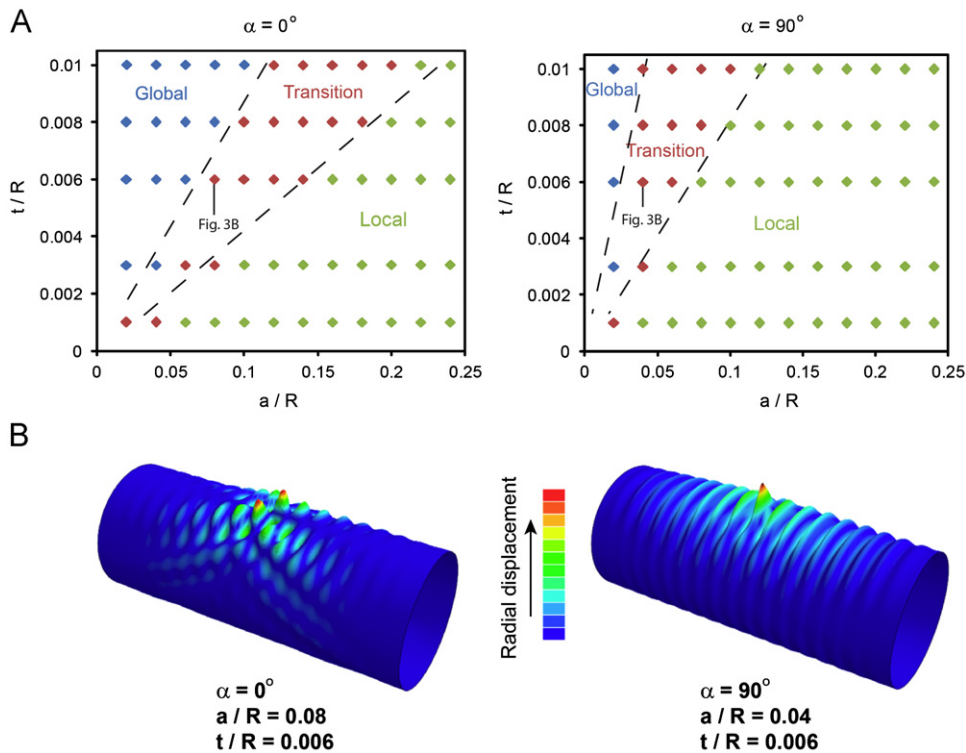


Fig. 3. (A) Global, transition and local buckling shapes for a circumferentially cracked (top left) and a longitudinally cracked (top right) cylindrical shell. (B) The transition buckling shape for the two cases identified in Fig. 3A.

more profound effect on cylinder buckling behavior compared to a circumferential crack. To study the transition from entire-cylinder to near-crack buckling as the crack length increases, we constructed buckling mode shape maps for cylinders with a circumferential or a longitudinal crack, Fig. 3 A. Three different distributions of buckling deformation were identified: (i) Global: The buckling shape and load are approximately the same as those of the counterpart uncracked cylinder (i.e. $0.95 < \gamma < 1$ with ‘corrugations’ distributed over the entire shell); (ii) Transition: The crack has an effect on both the buckling shape and the buckling load, but the buckling shape is not localized (the mode still involves most of the cylinder), see Fig. 3B. Depending on the thickness of the shell, a transitional buckling load of the cracked cylinder can be as low as 0.8 of the buckling load of the uncracked counterpart cylinder. (iii) Local: Buckling deformation is localized

to the crack region, and the buckling load tends to be considerably lower than the buckling load of the counterpart uncracked shell. For the two studied crack orientations, the crack length associated with the transition between each two buckling shapes changes approximately linearly with the shell thickness, as shown by the dashed lines in Fig. 3A. Here, we define a critical crack length, a_c , as the maximum crack length leading to a truly global buckling shape as the first buckling shape of the cylinder. In this article, the critical crack length, a_c , is quantified as the crack length corresponding to the normalized buckling load equal to $\gamma=0.98$.

Fig. 4A shows the normalized buckling load of a cracked cylinder with $t/R=0.006$ as a function of crack length for different crack orientations, α . The buckling load of a cracked cylinder decreases as the crack changes from circumferential to longitudinal. In Fig. 4B, we have re-plotted the results to show the

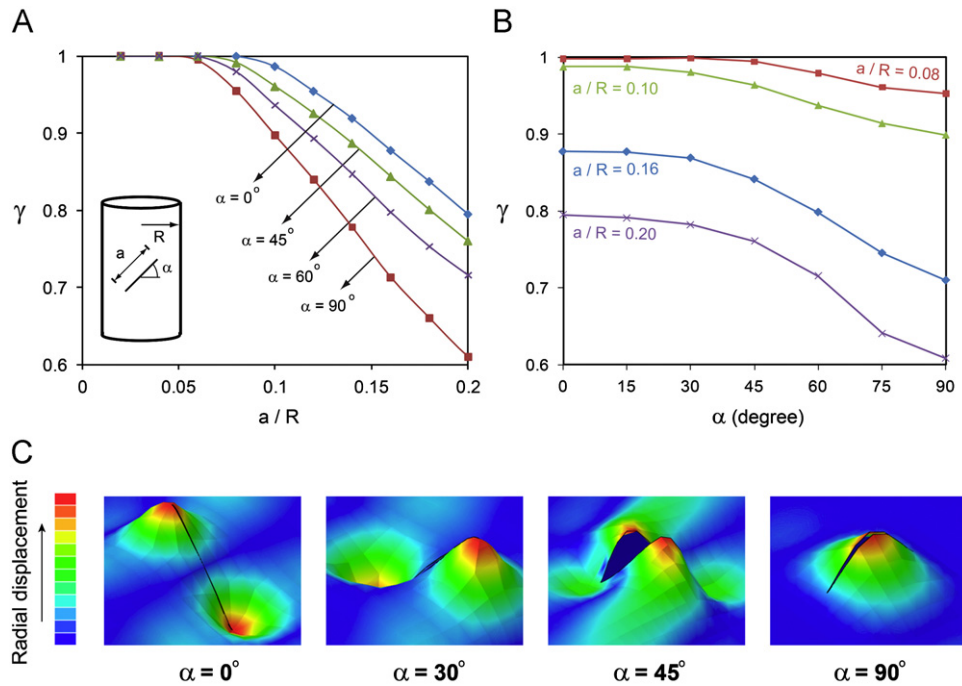


Fig. 4. (A) Normalized buckling load for a cylindrical shell with $t/R=0.006$ versus a/R for different crack angles, α . (B) Normalized buckling load for a cylindrical shell with $t/R=0.006$ versus the crack orientation. (C) Local buckling shapes for cracked-cylinders with different crack angles. Our analysis shows that the local buckling shape depends primarily on the crack angle, and is insensitive to the crack length and shell thickness.

cylinder buckling load versus the crack orientation for different crack lengths. The buckling load of a cracked shell with $\alpha < 30^\circ$ is approximately independent of the crack orientation. However, by further increasing the crack angle, the buckling load reduces significantly. Fig. 4C displays the buckling shapes of cylinders with four different crack angles. The local buckling mode shape is approximately independent of the cylinder thickness and the crack length. The cylinders with $\alpha=0^\circ$ and $\alpha=30^\circ$ have similar buckling shapes with maximum outward and inward displacements at the crack tips and the deformation is approximately symmetric with respect to the crack. The buckling shape of a cylinder with $\alpha=45^\circ$ is quite different, with the shell bulging out asymmetrically relative to the crack axis. In this case, the deformation at the crack tips is almost zero. The cracked cylinder with $\alpha=90^\circ$ bulges out symmetrically relative to the crack axis. In Fig. 5, we plotted the critical crack length (i.e. the length below which the 'global' buckling pattern predominates) normalized by cylinder radius, a_c/R , versus the crack orientation α , for three different cylinder thicknesses. The critical crack length changes nonlinearly with the crack orientation, α , and is higher for thicker cylindrical shells.

4. Cylindrical shells with two longitudinal cracks

In this section, we investigate the buckling behavior of a cylinder with two longitudinal cracks. The results provide insight into the elastic instability of shells with multiple parallel cracks, as will be discussed in Section 5. The choice of longitudinal cracks was made because, per unit length, this type of crack has the most detrimental effect on the buckling load of the cracked cylinder, as discussed in Section 3. As a starting point, we consider a cylindrical shell with two equal longitudinal cracks with length a located at distance d from each other in the circumferential direction, Fig. 6A. Fig. 6B shows the normalized buckling load of the cracked cylinder as a function of crack length for different crack separation distances. The buckling load of a cylinder with a

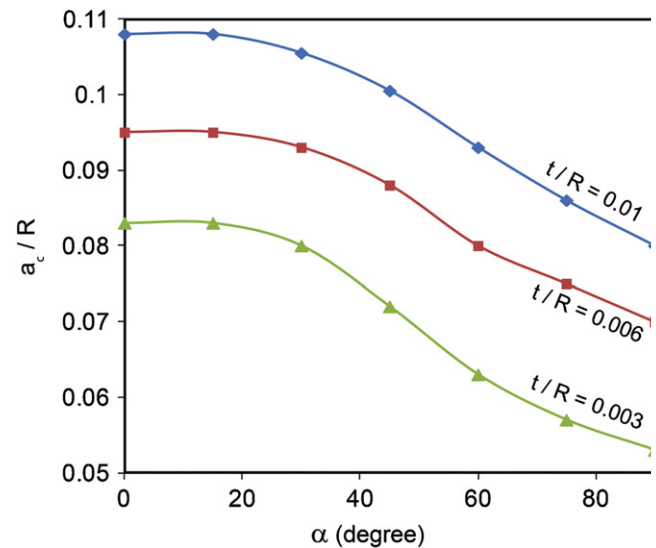


Fig. 5. Normalized critical crack length versus the crack angle for different shell thickness ratios, t/R . (The critical length is that below which a 'global' buckling mode becomes relevant.).

single longitudinal crack is also shown for comparison. A cylinder with two parallel cracks, which are located relatively far from each other (e.g. $d/R=0.33$ in Fig. 6B), has a buckling load that is approximately equal to the buckling load of the same cylinder with a single longitudinal crack. In other words, once cracks are separated by more than the maximum interaction distance, they can be treated as isolated and the weakest (i.e. the one with the lowest buckling load) controls the load and appearance of buckling. The cylinder buckling load decreases somewhat when the distance between the two parallel cracks is reduced. The behavior at relatively small separation distance corresponds to buckling of the slender strip between two cracks.

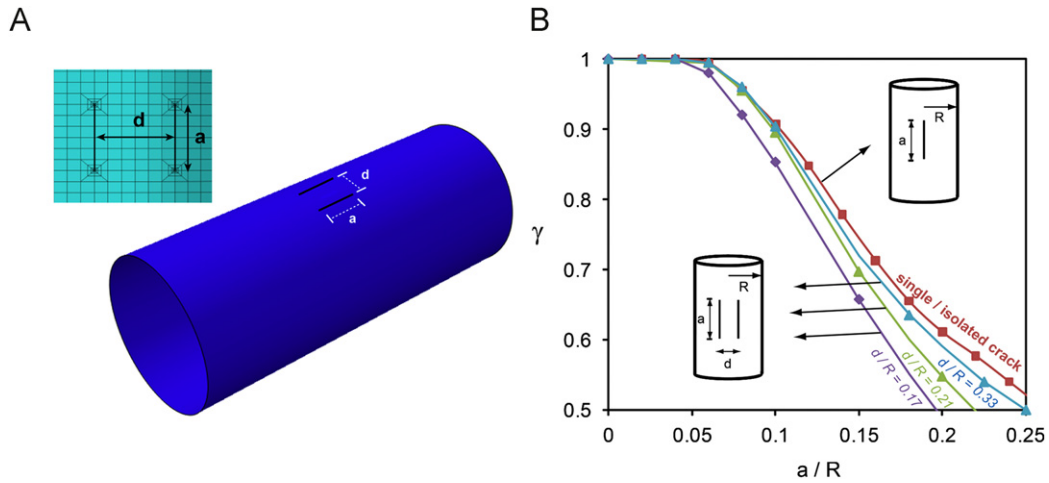


Fig. 6. Local buckling of a cylindrical shell with two, longitudinal, co-centered cracks. (A) Schematic of the cracked cylinder and the meshing scheme used for analysis. (B) Normalized buckling load of the cylinder versus the relative length of the two cracks, for a cylinder with $t/R=0.006$.

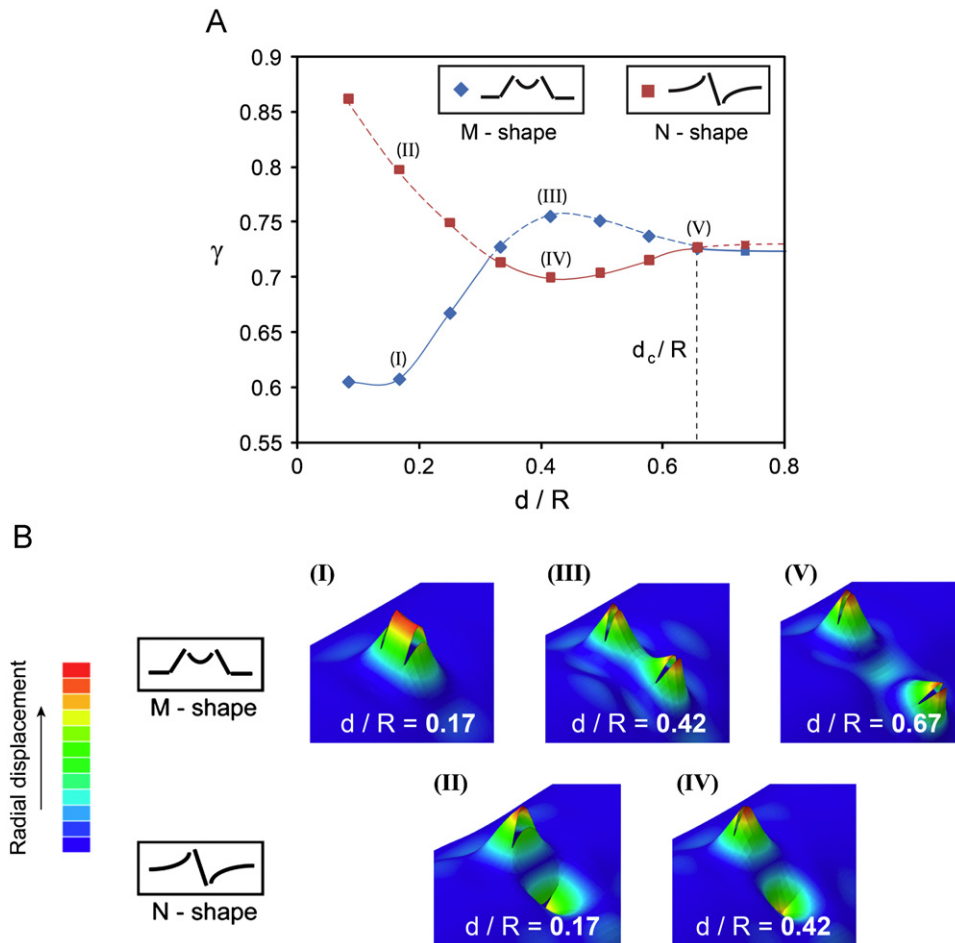


Fig. 7. (A) Normalized buckling load versus the relative separation distance of two cracks for a cylinder with $a/R=0.2$ and $t/R=0.01$. The solid line corresponds to the first (lowest) mode of buckling, while the dashed line denotes the second mode. Red squares and blue diamonds correspond to the “M” (symmetric) and “N” (antisymmetric) shapes of buckling, which perform an exchange at $d/R=0.33$. (B) “M” and “N” shaped local buckling deformations for double-cracked cylinders of different crack separations, indicated in Fig. 7A. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

In order to better understand the interactions of adjacent cracks, we have studied the buckling mode shape as a function of parallel offset separation. Fig. 7 shows the buckling loads and mode shapes for the first two buckling modes of a cylindrical shell with $t/R=0.01$, $a/R=0.2$ versus different normalized crack distances, d/R . Two distinct buckling shapes are observed which are

denoted as ‘M’ shape (symmetric) and ‘N’ shape (anti-symmetric). In the ‘M’ shape, the cylinder bulges locally outward at both cracks and the shell surface between the two parallel cracks moves outward with some symmetric bending. When the two cracks are located very close to each other (e.g. $d/R=0.17$, Case I in Fig. 7), the area between the two parallel cracks buckles like a

flat plate. For the ‘N’ shape, two local deformation peaks at the cracks’ centers extend to opposite sides of the shell surface (i.e. outward and inward displacements). The surface between the two cracks deforms accordingly, as can be seen in cases II and IV. Half way between the two cracks there is a slope but no deflection. In Fig. 7B, we plotted the load associated with each mode as d/R is varied for the cylinder with $t/R=0.01$, $a/R=0.2$. For $d/R < 0.35$, the lowest-load buckling mode of the cylinder is an ‘M’ shape, while for a larger value of d/R , an ‘N’ shape is the dominant (lowest load) mode of the cylinder buckling. An apparent discontinuity in lowest-mode shape is simply explained as a cross-over between these two modes with geometry-dependent eigenvalues. For $d/R > 0.73$, the interaction of the two cracks is no longer significant and the buckling load is simply that of a cylinder with a single crack of the same size. In this case, the local mode consists of localized outward deformation of the crack edges, similar to the buckling shape of a longitudinally cracked shell—see Fig. 3C. The shell surface between the two parallel cracks has approximately zero deformation and zero slope. According to the above analysis, we defined a maximum interaction distance between two cracks, denoted by d_{im} , as the minimum distance at which the two cracks display an independent effect on the buckling behavior of the cylindrical shell. If the crack separation is greater than the maximum interaction distance, the buckling load of the cracked cylinder is determined purely by the larger crack alone. In this case the Section 3 results suffice for estimating the buckling mode shape and critical load based on the length of the larger crack. For the cylinder discussed in Fig. 7, the two cracks have the same size, $a/R=0.2$, and the normalized cylinder thickness is $t/R=0.01$. For this case, $d_{im}/R=0.73$.

For a given configuration (e.g. longitudinal co-centered cracks), the maximum interaction distance depends on the cylinder dimensions and crack sizes. In Fig. 8, we studied the buckling of a cylindrical shell with two longitudinal co-centered cracks of non-equal length. The length of two cracks were denoted by a and a_2 , and the larger crack size was kept constant in the calculations and equal $a/R=0.2$. The size of the smaller crack was varied systematically $0 \leq a_2/a \leq 1$, where $a_2/a=0$ corresponds a cylinder with a single crack of length a . Fig. 8B shows the dependence of the normalized maximum interaction distance, d_c/R , on a_2/a , for cylinders with three different thickness, $t/R=0.003$, 0.006 and 0.01. These results were obtained by performing a parametric study on the effect of crack distances on the buckling load and shape of the cylinder. For each case, this involves a set of calculations similar to the investigation discussed in Fig. 7. By increasing a_2/a , the maximum interaction distance increases nonlinearly. The maximum interaction distance is larger for thicker cylinders with the same crack size ratio, a_2/a , meaning that thick-cylinder results would be conservative compared to thinner cases. This outcome could perhaps be explained by the increase of the natural ‘decay length’ of a cylindrical shell which is proportional to $\sqrt[3]{R^*t}$. The maximum interaction distance of the cracks also decreases as crack a_2 gets shorter, as quantified for selected cases in Fig. 8B. To further illustrate the effect of shell thickness on the maximum interaction distance of two equal size interacting cracks, in Fig. 8C we showed the normalized buckling load associated with the ‘M’ and ‘N’-shaped interactional local buckling in cylinders with two cracks of equal length, $a/R=0.2$ and different thickness, $t/R=0.003$, 0.006 and 0.01.

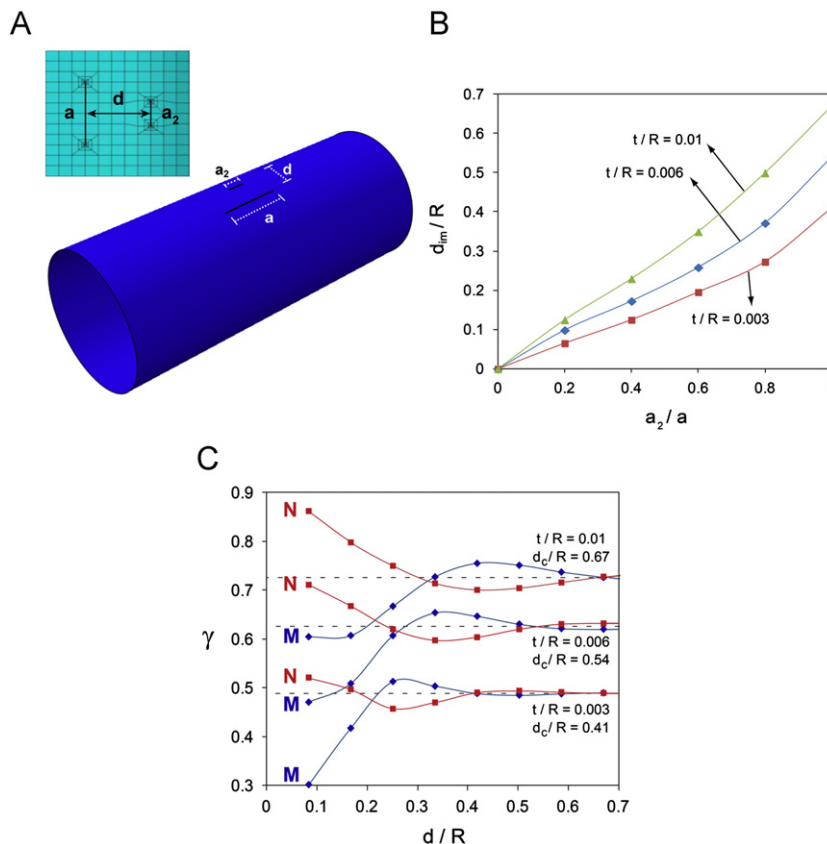


Fig. 8. Local buckling of a cylindrical shell with two different-size co-centered longitudinal cracks. (A) Schematic of the cracked cylinder and the meshing scheme used for analysis. (B) The maximum interaction distance versus the cracks size ratio. In this case the longer crack has a length ratio of $a/R=0.2$. (C) Normalized buckling load associated with the ‘M’ and ‘N’ -shaped interactional local buckling in cylinders with two crack of equal length, $a/R=0.2$ and different thickness, $t/R=0.003$, 0.006 and 0.01.

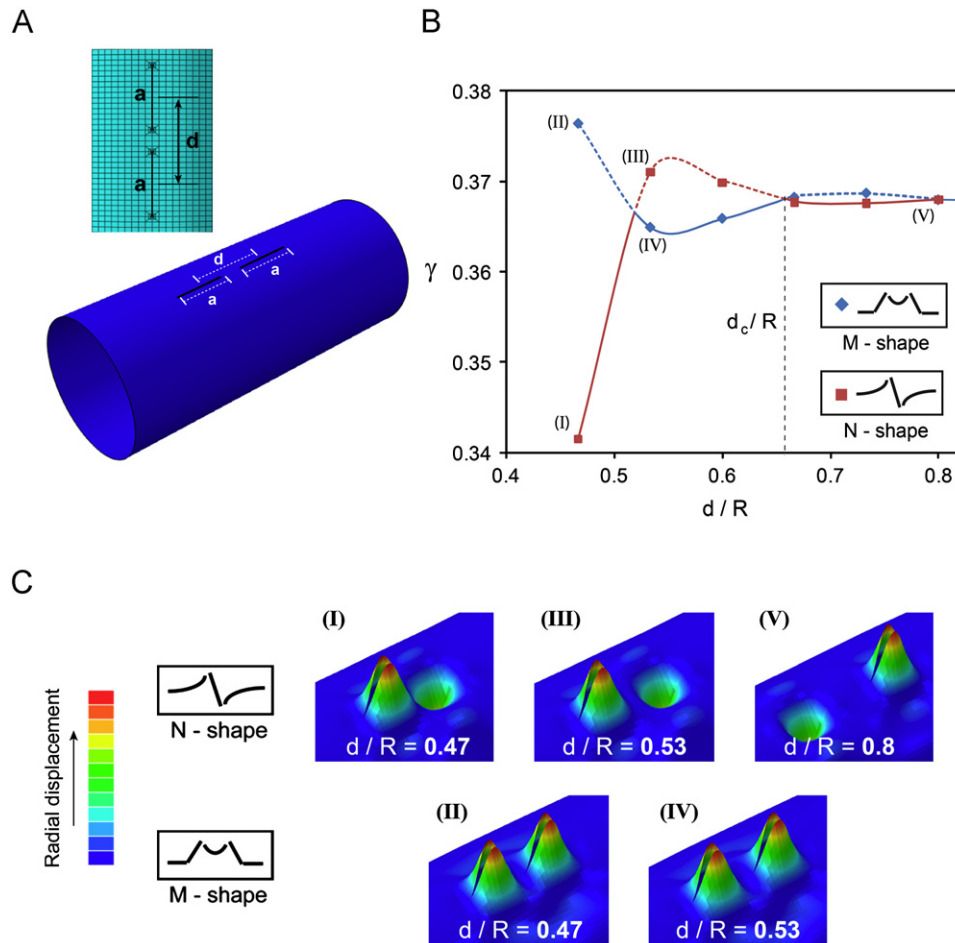


Fig. 9. Local buckling of a cylindrical shell with two equal-size vertically oriented collinear cracks. (A) Schematic of the cracked cylinder and the meshing scheme used for analysis. (B) Normalized buckling load versus the distance of the two cracks for a cylinder with $t/R=0.01$ and $a/R=0.2$. The solid line corresponds to the first buckling mode while the dashed line denotes the second mode of buckling. The red squares and blue diamonds correspond to the “M” and “N” shapes of buckling, respectively. (C) “N” and “M” shaped local buckling deformations for double-cracked cylinders of different crack distance, indicated in Fig. 9B. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

In Fig. 9, we repeated similar calculations for a double cracked cylindrical shell with two equal-size longitudinal collinear cracks. Analogously to the results presented in Fig. 7, two buckling shapes were identified which resemble the ‘M-shape’ and ‘N-shape’ modes discussed before. In this figure, d is again defined as the distance between the centers of the two cracks (thus, $d > a$ in order to have two separate cracks). In Fig. 9B, we plotted the buckling load associated with each of the above buckling shapes (‘M’ and ‘N’ shapes) for the cylinder with $t/R=0.01$, $a/R=0.2$ and different crack distances, d . For cylinders with $d/R < 0.52$ or $0.66 < d/R$, the N-shape buckling mode is the first buckling shape and for two cracks with $0.52 < d/R < 0.66$, the M shape of buckling becomes the first buckling mode. Also in this case, the normalized maximum interaction distance of $d/R \approx 0.8$ was obtained, which is slightly larger than the maximum interaction distance of the counterpart cylinder (same thickness and crack size) with parallel offset cracks.

5. Cylindrical shells with multiple longitudinal cracks

Based on the maximum interaction distance d_{im} of adjacent longitudinal cracks, it seems reasonable that the behavior of many equally spaced cracks might also be understood based on that same distance – particularly, if the spacing is greater than d_{im} , the buckling load will be that of just one isolated crack of the same size. Fig. 10A shows the normalized buckling load versus

the normalized thickness of cylindrical shell of thickness t and radius R , for three different crack configurations: (i) one longitudinal crack, (ii) two parallel longitudinal cracks of equal size located at distance $d=0.39R$, and (iii) multiple parallel longitudinal cracks (for a total of 16) at a fixed distance from each other, $d=0.39R$. The results are presented for fixed crack length, $a=0.2R$. For cylinders with many cracks and with a relatively thin shell (e.g. $t/R < 0.0033$ at this crack length), the local buckling deformation at each crack opening is not influenced by the presence of other cracks. With this spacing, the buckling loads of cylinders with single, double, and multiple cracks are practically identical. By increasing the thickness of the shell ($t/R > 0.0033$ in this set of calculations), d_{im} grows and the cracks begin to interact: the buckling deformation near each crack is influenced by its neighbor. As a result, cylindrical shells with a greater number of interacting cracks have lower buckling loads in the local interactive buckling regime. As the shell thickness further increases, the buckling of the shell becomes transitional and then global. In the latter case, the buckling load of the cylindrical shells for the three configurations is $\gamma \sim 1$. In Fig. 10B the local buckling shape for two thickness ratios of $t/R=0.002$ and 0.01 are shown for cylindrical shells with 1 and 16 cracks. At $t/R=0.002$ due to the lack of interaction between the cracks, there is nearly no difference in the local buckling deformation at the crack opening between the two cases. In this case, the buckling pattern at the cylindrical shell with 16 cracks has a 16-fold rotational symmetry. However, for the cylinder with $t/R=0.01$ the cracks interact in a way that favors anti-

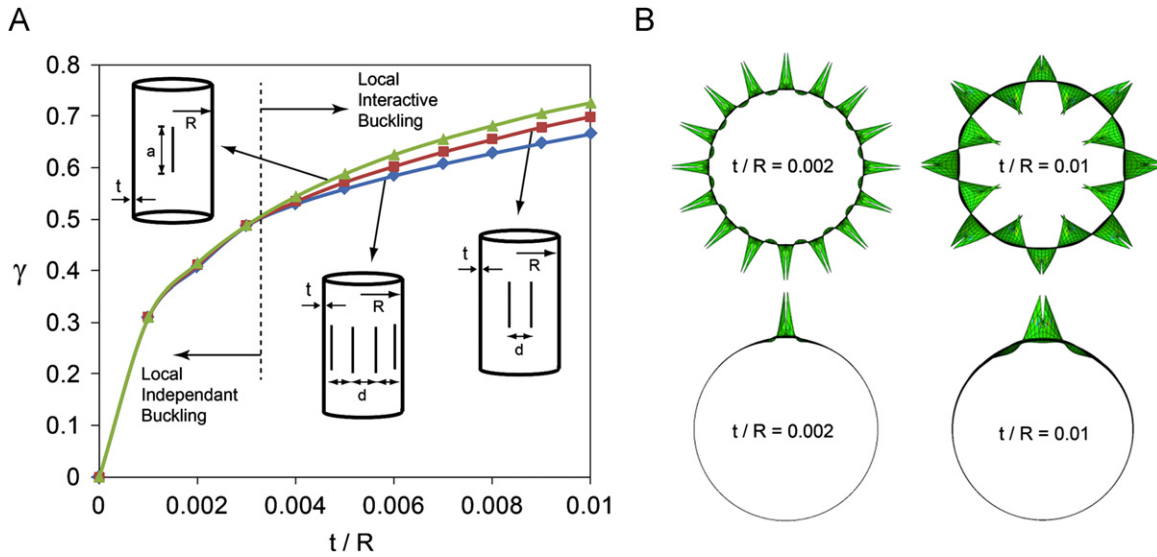


Fig. 10. (A) Normalized buckling load of a cylinder with single, double and multiple cracks of fixed distance, $d/R=0.39$, versus the shell thickness ratio. The crack size is fixed and equal to $a=0.2R$. (B) Local buckling modes corresponding to cylinders with 1 and 16 cracks and with the shell thickness ratios of $t/R=0.002$ and 0.01 .

symmetric modes, resulting in only 8-fold rotational symmetry (this phenomenon requires an even number of cracks).

6. Post-buckling response of cracked shells

It should be noted that the eigenvalue analysis does not necessarily predict the overall collapse of the cylinder. For example, in the case of cylinder with two parallel cracks, the eigenvalue analysis may obtain the eigenvalue that corresponds to the premature local buckling deformation of the curved strip between two cracks. This does not necessarily result in the overall collapse of the cylindrical shell [39]. To illustrate this, we carried out a preliminary post-buckling analysis of longitudinally cracked cylinders with a single crack using finite element analysis. The post-buckling response of the cracked shells was obtained by using a stabilizing mechanism based on automatic addition of volume-proportional damping [40,41]. For each set of calculations, the damping value was decreased systematically to assure that the response is insensitive to this change [40]. No initial geometric or material imperfection was included in the computational models. The post-buckling analysis showed that the force-strain response of an elastic cracked shell is almost linear before and after local buckling until the overall collapse of the structure. Fig. 11 shows the results of our preliminary study on the buckling of a cylindrical shell with a longitudinally oriented crack with $a/R=0.2$, using both eigenvalue and post-buckling analyses. In this figure the normalized buckling loads of the cracked cylinder is plotted as a function of the crack size ratio, a/R . In the case of a perfect cylinder the buckling load is almost equal to 1 and the buckling shape is global. For the a cracked cylindrical shell with $a/R < 0.06$, the buckling deformation is axisymmetric and sinusoidal along the axial direction (global buckling). For values of $0.06 < a/R < 0.18$ the buckling deformation first occurs locally at the crack region but does not considerably affect the overall response of the cylinder. The collapse occurs at $\gamma=1$ accompanied by the axisymmetric sinusoidal wrinkling of the cylindrical shell (global buckling). In the range of $0.18 < a/R < 0.26$ the buckling first happens locally at the crack region and then the buckling deformations are increased until they cause the entire structure to collapse at the load ratio $\gamma < 1$. For $a/R > 0.26$ the eigenvalue and post-buckling load of the cylindrical shell coincide and the structure will collapse

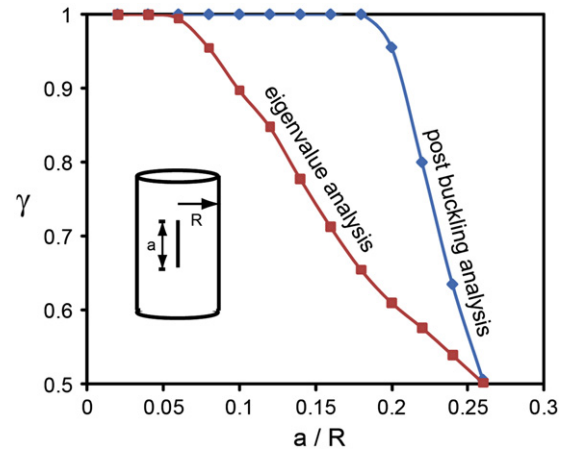


Fig. 11. Normalized buckling load versus crack size from post buckling (blue line) and eigen value (red line) analysis of the cracked cylindrical shell with $a/R=0.2$. The normalized shell thickness is $t/R=0.006$. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

as soon as the local buckling at the crack region occurs. Further post-buckling analysis is required to provide a complete understanding of the role of cracks on the overall collapse load of cracked shells.

7. Concluding remarks

We performed eigenvalue analysis to explore the linear buckling behavior of cylindrical shells with single or multiple cracks under axial-compression. For a cylinder with a single crack, a thorough parametric study on the effect of crack length and angle on the buckling load and shape of the cylinder has been carried out. The current investigation complements previous studies on the behavior of single cracked cylinders [16,19] and more specifically highlights the role of crack angle. Based on eigenvalue analysis, a longitudinal crack has the most detrimental effect on the buckling load of a single-cracked cylindrical shell. The local buckling shape mainly depends on the crack angle and is insensitive to the crack length and shell thickness.

For cylinders with two cracks, the buckling behavior is influenced not only by the buckling behavior of each individual crack but also by the interaction between the cracks. By increasing the separation between the two cracks above a particular separation distance called the maximum interaction distance, crack-interaction effects on the buckling load vanish. The maximum interaction distance in the two basic cases of two longitudinal cracks with co-centered (i.e., parallel offset) or collinear orientations was shown to decrease by reducing the size of the two cracks or the thickness of the shell. Finally, the case of a cylindrical shell with multiple cracks with and without interaction was studied. If the crack separation distances are all larger than the maximum interaction distance, then the buckling behavior is regulated by the largest crack. In this case, the buckling load of the cylinder is approximately equal to the buckling load of a counterpart single-cracked cylinder containing only the largest crack. The results provide insight into the buckling behavior of shells with defects and more specifically cracks.

Acknowledgment

The authors thank Dr. Jim Papadopoulos, Dr. Hamid Nayeb-Hashemi and Dr. John W. Hutchinson for fruitful discussions. This work was supported in part by the NSF CMMI grant award no. 1065759.

References

- [1] Javidruzi M, Vafai A, Chen JF, Chilton JC. Vibration, buckling and dynamic stability of cracked cylindrical shells. *Thin-Walled Structures* 2004;42:79–99.
- [2] Rajani B, Kleiner Y. Comprehensive review of structural deterioration of water mains: physically based models. *Urban Water* 2001;3:151–64.
- [3] Makar JM, Desnoyers R, McDonald SE. Failure modes and mechanisms in gray cast iron pipe 2001:1–10.
- [4] Rajani BB, Zhan C, Kuraoka S. Pipe-soil interaction analysis of jointed water mains. *Canadian Geotechnical Journal* 1996;33:393–404.
- [5] Li YW, Elishakoff I, Starnes JH, Bushnell D. Effect of the thickness variation and initial imperfection on buckling of composite cylindrical shells: Asymptotic analysis and numerical results by BOSOR4 and PANDA2. *International Journal of Solids and Structures* 1997;34:3755–67.
- [6] Anderson RB, Sullivan TL. Fracture Mechanics of Through-Cracked Cylindrical Pressure Vessels. In: NASA TN D-3252; 1966.
- [7] Erdogan F, Kibler JJ. Cylindrical and spherical shells with cracks. *International Journal of Fracture* 1969;5:229–37.
- [8] Copley LG, Sanders JL. A longitudinal crack in a cylindrical shell under internal pressure. *International Journal of Fracture* 1969;5:117–31.
- [9] Erdogan F, Ratwani M. A circumferential crack in a cylindrical shell under torsion. *International Journal of Fracture* 1972;8:87–95.
- [10] Duncan-Fama M, Sanders J. A circumferential crack in a cylindrical shell under tension. *International Journal of Fracture* 1972;8:15–20.
- [11] Budiansky B, JW H. Contributions to the Theory of Aircraft Structures. In: Buckling of circular cylindrical shells under axial compression. Delft University Press, 1972, pp. 239–260.
- [12] Xie YJ. A theory on cracked pipe. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 1998;75:865–9.
- [13] Xie YJ. An analytical method on circumferential periodic cracked pipes and shells. *International Journal of Solids and Structures* 2000;37:5189–201.
- [14] Hutchinson JW. Buckling and Initial Postbuckling Behavior of Oval Cylindrical Shells under Axial Compression. *Journal of Applied Mechanics* 1968;35:66–72.
- [15] Hutchinson JW. On the Postbuckling Behavior of Imperfection-Sensitive Structures in the Plastic Range. *Journal of Applied Mechanics* 1972;39:155–62.
- [16] Estekanchi HE, Vafai A. On the buckling of cylindrical shells with through cracks under axial load. *Thin-Walled Structures* 1999;35:255–74.
- [17] Vafai A, Estekanchi HE. A parametric finite element study of cracked plates and shells. *Thin-Walled Structures* 1999;33:211–29.
- [18] Vafai A, Javidruzi M, Estekanchi HE. Parametric instability of edge cracked plates. *Thin-Walled Structures* 2002;40:29–44.
- [19] Vaziri A. On the buckling of cracked composite cylindrical shells under axial compression. *Composite Structures* 2007;80:152–8.
- [20] Estekanchi HE, Vafai A, Kheradmandnia K. Finite element buckling analysis of cracked cylindrical shells under torsion. *Asian Journal of Civil Engineering* 2002;3:73–84.
- [21] Vaziri A, Estekanchi HE. Buckling of cracked cylindrical thin shells under combined internal pressure and axial compression. *Thin-Walled Structures* 2006;44:141–51.
- [22] Starnes JH, Rose CH. Nonlinear response of Thin Cylindrical Shells With Longitudinal Cracks and Subjected to Internal Pressure and Axial Compression Loads. In: NASA Langley Technical Report Server; 1997.
- [23] Starnes JH, Rose CH. Buckling and Stable Tearing Responses of Unstiffened Aluminum Shells With Long Cracks. In: NASA Langley Technical Report Server; 1998.
- [24] Hung ND, Ngoc TT. Analysis of cracked plates and shells usingmetis finite element model. *Finite Elements in Analysis and Design* 2004;40:855–78.
- [25] Wyart E, Coulon D, Duflot M, Pardoën T, Remacle JF, Lani F. A substructured FE-shell/XFE-3D method for crack analysis in thin-walled structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2007;72:757–79.
- [26] Schenk CA, Schuëller GI. Buckling analysis of cylindrical shells with random geometric imperfections. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 2003;38:1119–32.
- [27] Brighenti R. Buckling of cracked thin-plates under tension or compression. *Thin-Walled Structures* 2005;43:209–24.
- [28] Vaziri A, Nayeb-Hashemi H, Estekanchi HE. Buckling of the Composite Cracked Cylindrical Shells Subjected to Axial Load. *ASME Conference Proceedings* 2003;2003:87–93.
- [29] Koiter WT. The effect of axisymmetric imperfections on the buckling of cylindrical shells under axial compression. *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen* 1963.
- [30] Weingarten VI, Morgan EJ, Seide P. Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under axial compression. *AIAA* 1965;3:500–6.
- [31] Hutchinson JW. Buckling and Initial Postbuckling Behavior of Oval Cylindrical Shells under Axial Compression. *Journal of Applied Mechanics* 1968:66–72.
- [32] Weingarten VI, Morgan EJ, Seide P. Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under combined external pressure and axial compression, 3. *AIAA*; 1965, pp. 913–20.
- [33] Weingarten VI, Morgan EJ, Seide P. Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under combined external pressure and axial compression. *AIAA* 1965;3:1118–25.
- [34] Foster C. Axial compression buckling of conical and cylindrical shells. *Experimental Mechanics* 1987;27:255–61.
- [35] Krishnakumar S, Foster C. Axial load capacity of cylindrical shells with local geometric defects. *Experimental Mechanics* 1991;31:104–10.
- [36] Hutchinson JW, Muggeridge DB, Tennyson RC. Effect of a local axisymmetric imperfection on the buckling behavior of a circular cylindrical shell under axial compression. *AIAA* 1971;9:48–52.
- [37] Hilburger MW, Starnes Jr JH. Effects of imperfections on the buckling response of compression-loaded composite shells. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 2002;37:623–43.
- [38] Timoshenko SP, Green JM. Theory of elastic stability. McGraw-Hill Book Co.; 1961.
- [39] Shariati M, Sedighi M, Saemi J, Eipakchi HR, Allahbakhsh HR. Numerical and experimental investigation on ultimate strength of cracked cylindrical shells subjected to combined loading. *Mechanika* 2010;4:12–9.
- [40] Vaziri A. Mechanics of highly deformed elastic shells. *Thin-Walled Structures* 2009;47:692–700.
- [41] Cao Y, Hutchinson JW. From wrinkles to creases in elastomers: the instability and imperfection-sensitivity of wrinkling. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*; 2011.

آیین‌نامه‌ی طرح سافتمان‌ها در برابر زلزله: (دستورالعمل استاندارد ۲۸۰۰)، (۱۳۹۲) مرکز تحقیقات سافتمان و مسکن، ویرایش چهارم، چاپ دهم.

ازهری، م.، صرامی، س. و میرقادری، ر. (۱۳۹۴)، *پایداری در سازه‌های فولادی*، چاپ اول، انتشارات نشر ارکان.

ازهری، م. و میرقادری، ر. (۱۳۸۹)، *طراحی سازه‌های فولادی*، جلد اول، چاپ سیزدهم، انتشارات نشر ارکان.

ازهری، م. و میرقادری، ر. (۱۳۹۱)، *طراحی سازه‌های فولادی*، جلد چهارم، چاپ چهارم، انتشارات نشر ارکان.

دستورالعمل بهسازی لرزه‌ای سافتمان‌های موجود: (نشریه‌ی شماره ۳۶۰)، (۱۳۹۲)، تجدید نظر اول، معاونت برنامه‌ریزی و نظارت راهبردی رئیس جمهور

رمیمیان، م. و اسکندری قادی، م. (۱۳۹۰)، *تئوری ارتجاعی*، چاپ دوم، انتشارات دانشگاه تهران.

رضاپور کامی، معین. (۱۳۹۵)، بررسی عملکرد تیرهای همبند فولادی خاص در سافتمان‌های قاب تونلی، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی عمران، دانشگاه تهران.

زهرایی، م. (۱۳۸۹)، *کنترل غیرفعال ارتعاشات*، چاپ اول، انتشارات دانشگاه تهران.

طامونی، ش. وافخوان لیل آبادی، م. (۱۳۸۸)، *تحلیل سازه‌ها (روش کلاسیک و ماتریسی)*، چاپ بیست و هشتم، انتشارات جهاد دانشگاهی و امد صنعتی امیرکبیر.

مرتضی‌قلی، م. (۱۳۹۴)، رفتار چرخه‌ای قاب‌های فلزی مهاربندی شده با میراگر تسلیمی بیضی‌شکل و اثر سفت‌کننده، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی عمران، دانشگاه تهران.

مستوفی‌نژاد، د. (۱۳۸۹)، *سازه‌های بتن آرمه*، جلد اول، چاپ شانزدهم، انتشارات ارکان دانش.

Abaqus, V. (2016). 2017. *User Subroutines Reference Manual*.

Chopra, A. K., & Chopra, A. K. (1995). *Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering* (Vol. 2). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Dharmasena, K. P., Wadley, H. N., Xue, Z., & Hutchinson, J. W. (2008). Mechanical response of metallic honeycomb sandwich panel structures to high-intensity dynamic loading. *International*

Journal of Impact Engineering, 35(9), 1063-1074.

Federal Emergency Management Agency. (2000). Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings. *American Society of Civil Engineers (ASCE)*.

Galambos, T. V., & Surovek, A. E. (2008). *Structural stability of steel: concepts and applications for structural engineers*. John Wiley & Sons.

Jahromi, B. H., & Vaziri, A. (2012). Instability of cylindrical shells with single and multiple cracks under axial compression. *Thin-Walled Structures*, 54, 35-43.

Lawson, R. M., & Newman, G. M. (1990). *Fire Resistant Design of Steel Structures: A Handbook to BS 5950*. Steel Construction Institute.

Lee, E., Finger, M., & Collins, W. (1973). *JWL equation of state coefficients for high explosives* (No. UCID-16189). Lawrence Livermore National Lab.(LLNL), Livermore, CA (United States).

Milke, J. A. (2016). Analytical methods for determining fire resistance of steel members. In *SFPE handbook of fire protection engineering* (pp. 1909-1948). Springer, New York, NY.

Portier, L., Calloch, S., Marquis, D., & Geyer, P. (2000). Ratchetting under tension–torsion loadings: experiments and modelling. *International Journal of Plasticity*, 16(3-4), 303-335.

Priestley, M. J. N., & Paulay, T. (1992). Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings. *New York: John Wiley & Sons, Inc.*

Ramberg, W., & Osgood, W. R. (1943). Description of stress-strain curves by three parameters.

Swati, A. K., & Gaurang, V. (2014). Study of steel moment connection with and without reduced beam section. *Case Studies in Structural Engineering*, 1, 26-31.

Watanabe, A., Hitomi, Y., Saeki, E., Wada, A., & Fujimoto, M. (1988, August). Properties of brace encased in buckling-restraining concrete and steel tube. In *Proceedings of ninth world conference on earthquake engineering* (Vol. 4, pp. 719-724).

Zhou, C. W. Y., & Han, J. T. J. (2012). Study on the seismic performance of X-added damping and stiffness energy dissipation device.