«به نام خدا»

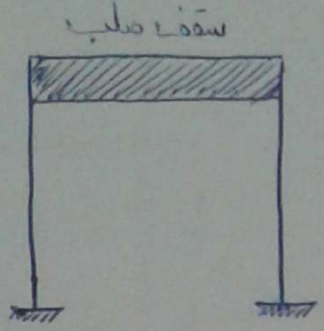
- مهندسی زلزله (سازه یک درجه آزادی)

- محمدتقی خانی (۹۱۰۰۰۵۶۴۳)

- دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول

Scanned by CamScanner

* تک درجه آزاد :



- از تغییر شکل محوری ستون ها صرف نظر می کنیم
- فرض می کنیم سقف صلب است .
- یک طبقه

* درجه ی آزادی در راستای افق

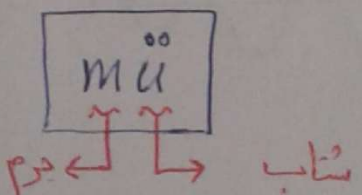
- ارتعاش آزاد : هیچ نیروی خارجی به سازه وارد نمی شود و سازه آزادانه ارتعاش می کند. $P(t)=0$

- ارتعاش اجباری : نیروی خارجی به سازه وارد می شود $P(t)\neq 0$

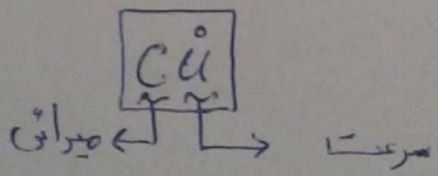
نیروهای خارجی = نیروهای داخلی : شرط تعادل دینامیکی

* نیروهای داخلی:

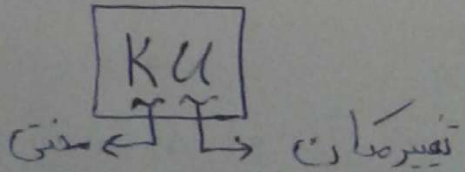
۱- نیروی اینرسی :



۲- نیروی میرائی:



۳- نیروی سختی :



Scanned by CamScanner

* تعادل دینامیکی:

نیروهای خارجی = جمع نیروهای داخلی

u ← تغییر مکان (جابه‌جایی)

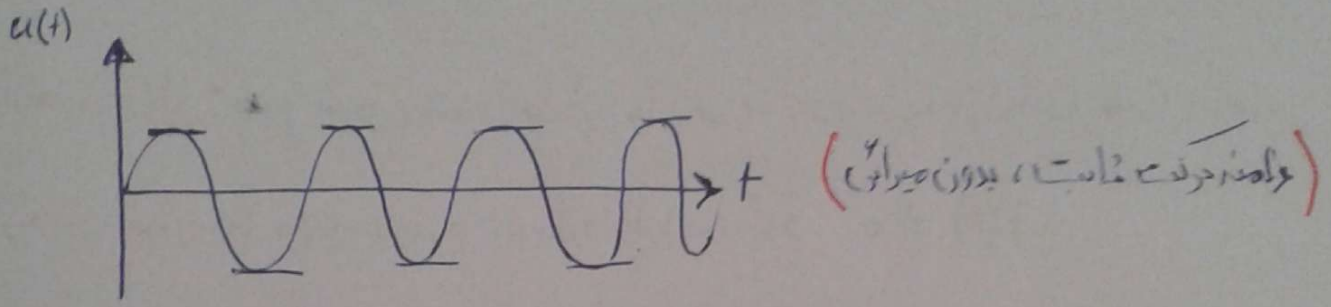
$\dot{u}$ ← سرعت (مشتق u)

$\ddot{u}$ ← شتاب (دوبار مشتق u)

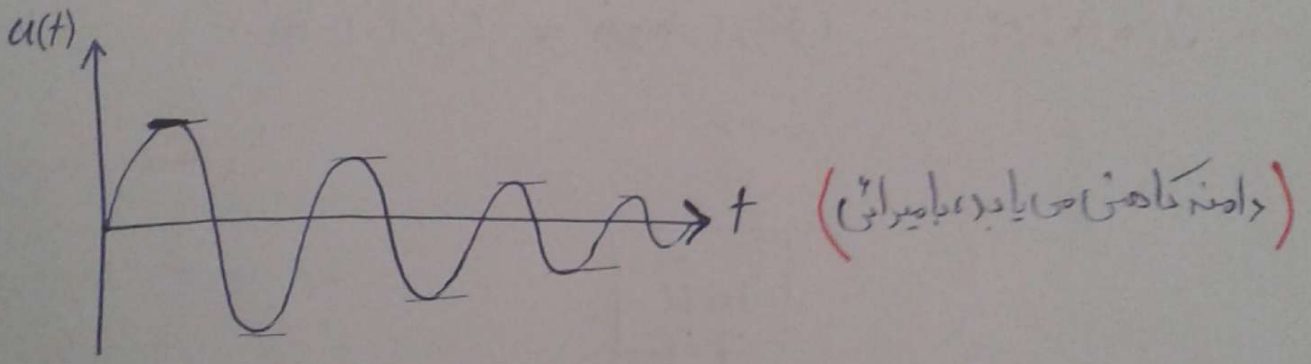
$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t)$$

* هدف زلزله: حل معادله‌ی تعادل دینامیکی و محاسبه‌ی u

*



(دامنه حرکت ثابت، بدون میرائی)



(دامنه کاهش می‌یابد، با میرائی)

انواع مسئله:

1. ارتعاش آزاد بدون میرائی
2. ارتعاش آزاد با میرائی
3. ارتعاش اجباری با میرائی تحت نیروی سینوسی
4. ارتعاش اجباری با میرائی تحت نیروی ضربه
5. ارتعاش اجباری با میرائی تحت نیروی دلخواه
6. ارتعاش اجباری حرکت زمین

Scanned by CamScanner

① سازه یک درجه آزاد با ارتعاش آزاد بدون میرائی:

$C=0$ $\quad$ $f(t)=0$

معادله‌ی حرکت:

$$u(t) = \frac{\dot{u}_0}{\omega}\sin\omega t + u_0\cos\omega t$$

$\dot{u}_0$ ← سرعت اولیه

u_0 ← جابه‌جایی اولیه

ω ← فرکانس زاویه‌ای

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

K ← سختی ستون ها

ω: $\frac{rad}{s}$ ، K: $\frac{N}{m}$ ، m: kg

زمان تناوب (پریود سازه): $T = \frac{2\pi}{\omega}$

فرکانس: $f = \frac{1}{T}$ $\quad$ (Hz) : $\frac{1}{sec}$

$$u_{max} = \sqrt{\left(\frac{\dot{u}_0}{\omega}\right)^2 + (u_0)^2}$$

$$f_{max} = K \cdot u_{max}$$

$$K \text{ هر ستون} = \frac{12EI}{h^3}$$ *

* شد ماشین حساب بروی رادیان باشد.

Scanned by CamScanner

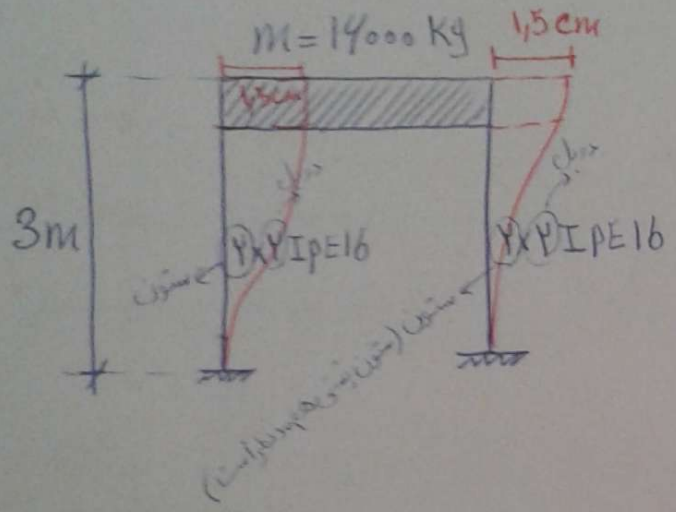
مثال: در سازه‌ی زیر با یک طناب سازه را به اندازه‌ی 1,5cm جابجا می‌کنیم سپس طناب قطع می‌گردد

مطلوبست:

الف - معادله‌ی حرکت

ب - جابجایی در زمان $t=3s$

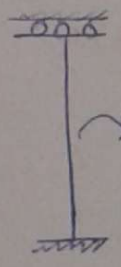
ج - نیروی مورد نیاز جهت جابجایی 1,5cm



* 1 طبقه پس یک درجه آزاد
* نیروی خارجی نداریم پس ارتعاشی آزاد.
* چون میرائی نداریم: بدون میرائی

$I = 4 \times 870$ ← تعداد ستون

$E = 2 \times 10^6 \ kg/cm^2$



$$K = \frac{12EI}{h^3}$$

$$K = 4 \times \frac{12 \times E \times (2I)}{h^3}$$

4 ← تعداد ستون

دوبل ↗

Scanned by CamScanner

$$u(t) = \frac{\dot{u}_0}{\omega}\sin\omega t + u_0\cos\omega t$$

: که

$\dot{u}_0 = 0 \rightarrow$ ساکن رها کردن

$u_0 = 1{,}5\,cm = 0{,}015\,m$

$$u(t) = \frac{0}{\omega}\sin\omega t + u_0\cos\omega t$$

$$\rightarrow \boxed{u(t) = 0{,}015\cos\omega t} \quad *$$

$$K = 4\times\frac{12E(2I)}{h^3} = 4\times\frac{12\times(2\times10^{9})\times2\times\text{۸۷۵}}{300^2} = 9148{,}4\ \text{Kg/cm}$$

$$K = 9148{,}4\times9{,}81\times100 = 9{,}49120\ N/m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{9{,}49120}{14000}} = 19{,}724\ rad/s \rightarrow \boxed{\omega = 19{,}724\ rad/s}$$

$*$ $\quad u(t) = 0{,}015\cos\omega t = 0{,}015\cos 19{,}724\,t$

$$\boxed{u(t) = 0{,}015\cos 19{,}724\,t}$$

Scanned by CamScanner

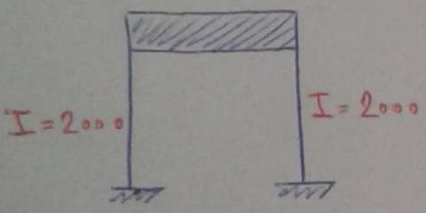
ب) $t=3s \longrightarrow u(t=3s) = 0.10 \cos(19.477 \times 3) = -4.28 \times 10^{-2}\ m$

ج) $1.0\ cm$ جابجایی به صورت استاتیکی می باشد.

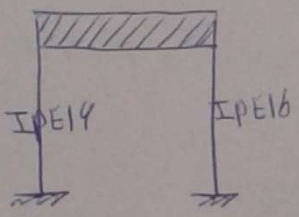
$$f_{st} = K u_{st}$$

$$f_{st} = 9114.97\ \frac{kg}{cm} \times 1.0\ cm = 9280\ kg$$

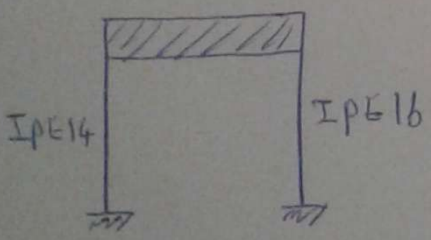
* مکانی در مورد سختی ستون ها:



$$K = 2 \times \frac{12EI}{h^3}$$

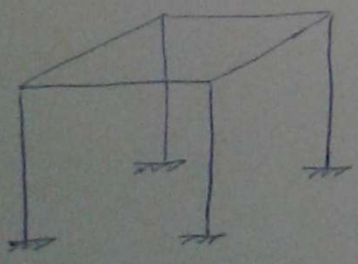


$$K = 2 \times \frac{12EI}{h^3}$$

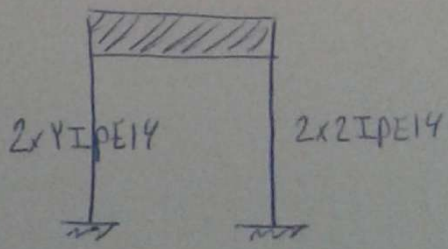


$$K = \frac{12EI}{h^3} + \frac{12EI}{h^3}$$

IPE14 ↑ IPE16 ↑



$\equiv$



$$K = 4 \times \frac{12E(2I)}{h^3}$$

$$K = 8 \times \frac{12EI}{h^3}$$

Scanned by CamScanner

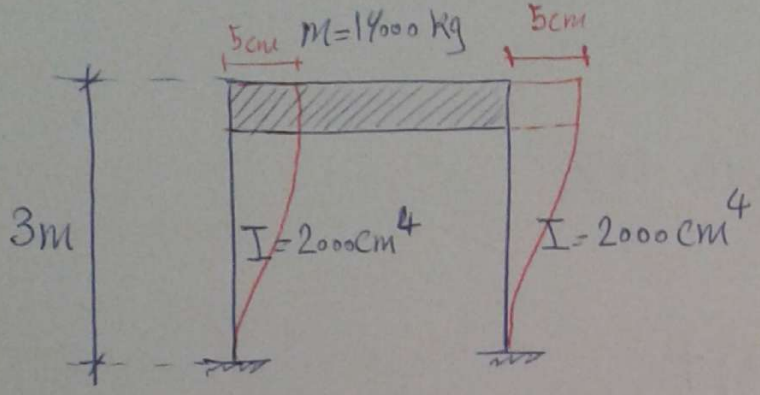
مثال: یک سازه‌ی یک درجه آزاد به جرم 14000 Kg (سازه فلزی است) می‌خواهیم 5cm از راستای تعادلی خودش خارج کنیم:

الف) مطلوبت محاسبه سختی سازه

ب) نیروی اولیه مورد نیاز جهت ایجاد تغییرمکان 5cm

ج) محاسبه‌ی معادله‌ی حرکت.

د) فرکانس و پریود سازه.



* یک طبقه ← 1 درجه آزاد
* جرم دورانی نداریم ← بدون دورانی
* جرم نیروی خارجی نداریم ← ارتعاش آزاد.

حل:

الف: سازه دوبُعدی: 2 ستون

$$K = 2 \times \frac{12EI}{h^3} = \frac{2 \times 12 \times 2 \times 10^{+6} \times 2000}{(300)^3} = 3000/04 \ Kg/cm$$

ب: 5cm از حالت تعادل که خارج می‌شود استاتیکی است بعد شروع به ارتعاش می‌کند که دینامیکی است نیرویی که باعث ایجاد 5cm جابه‌جایی می‌شود، نیروی استاتیکی است.

$$F_{st} = K \times u_{st} \longrightarrow F_{st} = 3000/04 \ \frac{Kg}{cm} \times 5cm = 17777 \ Kg \simeq 18 \ t$$

Scanned by CamScanner

ج) معادله حرکت برای قسمت ارتعاش آزاد نوشته می‌شود یعنی از 5cm به بعد:

$$* \quad u(t) = \frac{\dot{u}_0}{\omega} \sin \omega t + u_0 \cos \omega t$$

$\dot{u}_0 = 0$

$u_0 = 5cm = 0.05m$

$$k = 2550.54 \frac{kg}{cm} \times 9.81 \times 100 = 2501100 \ N/m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2501100}{12000}} = 14.45 \ rad/s$$

$$\rightarrow u(t) = 0 + 0.05 \cos(14.45)t$$

$$\boxed{u(t) = 0.05 \cos 14.45 \, t}$$

د) فرکانس و پریود سازه:

T ← زمان تناوب

زمان تناوب $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{14.45} = 0.4 \ sec$

فرکانس $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.4} = 2.5 \ Hz \ (\frac{1}{s})$

Scanned by CamScanner

② حالت یک درجه آزاد با اتلافی آزاد، با میرایی:

$C \neq 0$ $\quad$ $f(t) = 0$

پاسخ کلی معادله:

$$u(t) = e^{-\xi \omega t} \cdot \left(\frac{\dot{u}_0 + \xi \omega u_0}{\omega_D} \cdot \sin \omega_D t + u_0 \cos \omega_D t \right)$$

u_0 ← جابجایی اولیه

$\dot{u}_0$ ← سرعت اولیه

ω ← فرکانس زاویه‌ای

ω_D ← فرکانس زاویه‌ای با میرائی

ξ ← درصد میرائی

میرایی
ξ

$$\xi = \frac{C}{C_{cr}} = \frac{C}{2m\omega}$$

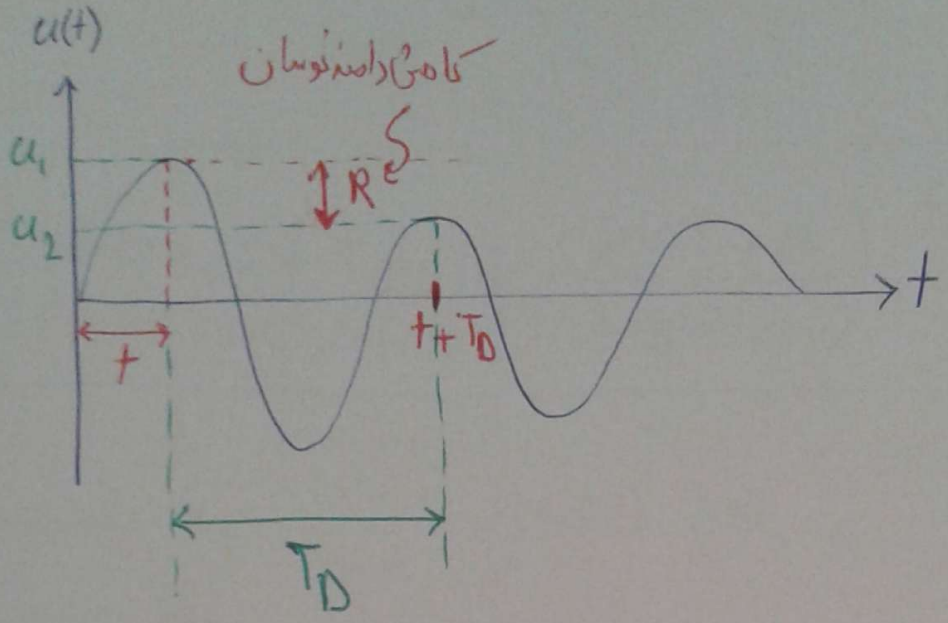
$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \longrightarrow \omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D}$$

$$f_D = \frac{1}{T_D}$$

Scanned by CamScanner

* درصد کاهش دامنه نوسان (یا میرایی) :



$$R = \frac{u_2}{u_1}$$

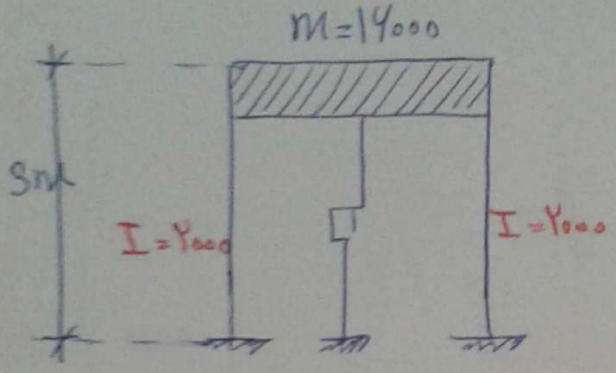
$$R = e^{-2\pi\xi \frac{\omega}{\omega_D}}$$ ← رابطه دقیق

$$R = e^{-2\pi\xi}$$ ← رابطه تقریبی $\omega \simeq \omega_D$

درصد کاهش دامنه نوسان $= (1-R)\times 100$

Scanned by CamScanner

- مثال: سازه‌ای به جرم $14000\,kg$، ارتفاع ۳ متر و ممان اینرسی هر ستون $I=2000\,cm^4$، $E=210\,GPa$ راستای تعادلی خود خارج کرده مطلوبست اگر $\xi=0.5$ باشد، معادله‌ی حرکت؟



یک طبقه یک درجه آزاد

میراگر داریم و ξ ← داده میرایی

نیروی خارجی نداریم ← ارتعاش آزاد.

$$\begin{cases} \dot{u}_0 = 0 \\ u_0 = 0.05m = 5cm \end{cases}$$

$$K = 2\times\frac{12EI}{h^3} = 2\times\frac{12\times2\times10^4\times2000}{(300)^3}$$

$$K = 2000.04\ \frac{kg}{cm}\times9.8\times100 = 2448000\ N/m \rightarrow \boxed{K = 2448000\ N/m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{2448000}{14000}} = 14.748 \rightarrow \boxed{\omega = 14.748}$$

$$\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2} = 14.748\sqrt{1-(0.5)^2} = 14.747 \rightarrow \boxed{\omega_D = 14.747}$$

$$u(t) = e^{-\xi\omega t}\cdot\left(\frac{\dot{u}_0+\xi\omega u_0}{\omega_D}\sin\omega_D t + u_0\cos\omega_D t\right)$$

$$u(t) = e^{-0.5\times14.748\times t}\cdot\left(\frac{0+0.5\times14.748\times0.5}{14.747}\sin14.747t + 0.5\cos14.747t\right)$$

$$u(t) = e^{-7.4t}\left(0.748\sin14.747t + 0.5\cos14.747t\right)$$

Scanned by CamScanner

* مثال: با توجه به مثال قبل: ① درصد کاهش دامنه نوسان
② زمان یک نوسان کامل

$\omega = 14,790$

$\omega_D = 14,74$

* $R = e^{-2\pi\xi\frac{\omega}{\omega_D}} = e^{-2\pi \times 0.05 \times \frac{14,790}{14,74}} = 0.73$

درصد کاهش دامنه نوسان $= (1-R)\times 100 = (1-0.73)\times 100 = 27\%$

زمان یک نوسان کامل $T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = \frac{2\pi}{14,74} = 0.42\ sec$

مثال: یک سازه یک درجه آزاد با میرائی تحت ارتعاش آزاد در لحظه‌ی t خالص مقدار جابجایی $20cm$ و پس از گذشت یک زمان تناوب در همان موقعیت صدا به میزان جابجایی $15cm$ شده است مطلوبست درصد میرائی؟

$u(t+T_D)$

$u_1 = 20cm$
$u_2 = 15cm$ $\longrightarrow$ $R = \frac{u_2}{u_1} = \frac{15}{20} = 0.75$

* چون مشخصات سازه را نداریم از روش تقریبی استفاده می‌کنیم.

$R = e^{-2\pi\xi}$

$0.75 = e^{-2\pi\xi} \xrightarrow{Ln} Ln\ 0.75 = -2\pi\xi$

$\boxed{\xi = 0.046}$

Scanned by CamScanner

مثال: در یک سازه یک درجه آزاد سازه به شکل استاتیکی $1,0\,cm$ از وضعیت تعادلی خود خارج شده و سپس بدون سرعت اولیه رها می گردد: (مقدار درصد میرایی سازه $\xi = \%5$ می باشد)

الف) معادله حرکت

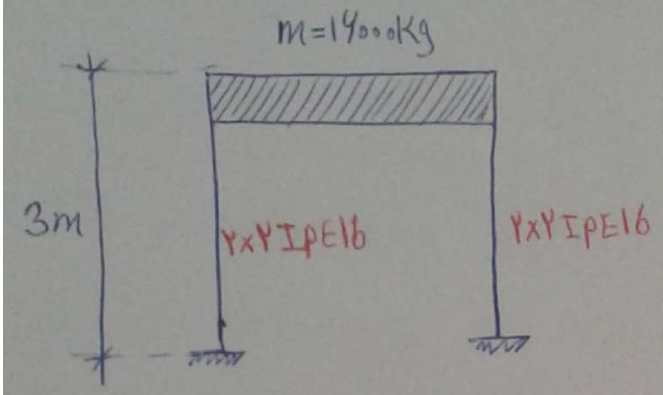
ب) پریود حرکتی

ج) فرکانس

د) بیرون رفت سازه پس از رها شدن

هـ) درصد تامین دامنه نوسان

و) جابه جایی سازه در شروع سیکل دوم



الف)

$$* \quad u(t) = e^{-\xi\omega t}\left(\frac{\dot{u}_0 + \xi\omega u_0}{\omega_D}\cdot \sin\omega_D t + u_0 \cos\omega_D t\right)$$

$$* \quad u_0 = 1,0\,cm = \%10\,dm$$

$$* \quad \dot{u}_0 = 0 \qquad \text{بدون سرعت اولیه}$$

$$* \quad K = 4 \times \frac{12 \times 2 \times 10^4 \times (2 \times 8 V_0)}{(300)^2} = 9184,4V \ \ Kg/cm$$

$$* \quad K = 9184,4V \ \frac{Kg}{cm} \times 9,81 \times 100 = 9049120 \ \ N/m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{9049120}{14000}} = 19,472 \ \ rad/s$$

$$\omega_D = \omega \times \sqrt{1-\xi^2} = 19,472 \times \sqrt{1-(\%0)^2} \longrightarrow \omega_D = 19,482 \ \ rad/s$$

Scanned by CamScanner

$$u(t) = e^{-\%05 \times 19,472 t} \times \left(\frac{0 + \%05 \times 19,472 \times \%10}{19,472} \sin 19,472t + \%10 \cos 19,472t \right)$$

$$u(t) = e^{-\%97258 t} \cdot \left(\frac{\%014}{19,472} \sin 19,472t + \%10 \cos 19,472t \right)$$

ب) چون با میرایی است $\leftarrow T_D$

ج) چون میرایی است $\leftarrow f_D$

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = \frac{2\pi}{19,472} = \%322 \text{ sec}$$

$$f_D = \frac{1}{T_D} = \frac{1}{\%322} = 2 \text{ Hz}$$

د) نیروی استاتیکی مدنظر است

$$F_{st} = K u_{st} = 9189,97 \frac{kg}{cm} \times 1,0 cm = 9280 kg$$

ه) $R = e^{-2\pi \xi \frac{\omega}{\omega_D}} = e^{-2\pi \times \%05 \times \frac{19,472}{19,472}} \rightarrow R = \%273$

درصد کاهش دامنه نوسان $= (1 - R) \times 100 = (1 - \%273) \times 100 = 27\%$

و) سیکل دوم یعنی یک زمان تناوب بعد از لحظه شروع

$t_1 = 0 \longrightarrow u_1 = 1,0 cm$

$t_2 = t_1 + T_D \longrightarrow u_2 = 1,0 \times \%273 = 1,098 cm$

Scanned by CamScanner

مثال: در یک سیستم یک درجه آزاد با میرائی جابه‌جایی سیستم در یک لحظه خاص 1,5cm و در سیکل بعدی حرکت در موقعیت مشابه تغییر مکان سیستم 1,2cm بوده است، مطلوبست محاسبه درصد میرایی ξ

$a_1 = 1,5\,cm$ در لحظه‌ی t_1

$a_2 = 1,2\,cm$ در لحظه‌ی $t_1 + T_D$ موقعیت مشابه

سیکل بعدی

$$R = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1,2}{1,5} = \%80$$

$$R = e^{-2\pi\xi} \rightarrow \%80 = e^{-2\pi\xi}$$

$$\rightarrow \ln \%80 = -2\pi\xi \rightarrow \xi = \frac{\ln \%80}{-2\pi} = \%3,55$$

$$\boxed{\xi = 3,55\,\%}$$

Scanned by CamScanner

نکته :

① فرض کنید جابجایی در زمان $t = 2.22$ sec

$t_1 = 0$
$T_D = 2.22$
$\Big]$ → $t = 2.22$

$t = 0 + 2.22$ → $u = 1.0 \times 2.72$ (R)

t_1 ↙ ↘ $1 \times T_D$

---

② فرض کنید جابجایی در زمان $t = 4.44$ s

$t_1 = 0$
$T_D = 2.22$
$\Big]$ → $\Big[$ $t = 4.44$

$t = 0 + 2 \times 2.22$ → $u = 1.0 \times 2.72 \times 2.72$

t_1 ↙ ↘ $2 \times T_D$

---

③ فرض کنید جابجایی در زمان $t = 5$ sec

$t_1 = 0$
$T_D = 2.22$
$\Big]$ → $t = 5$

$t = 0 + n \times 2.323$

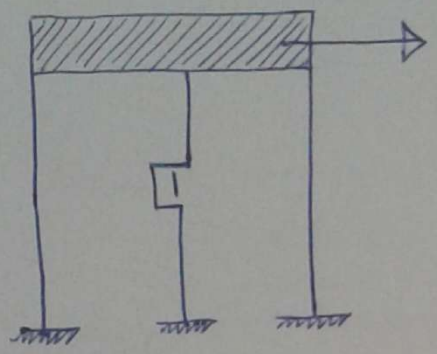
t_1 ↙ ↘ n

$t = 5$ را در معادله حرکت قرار داده و u را محاسبه کنیم ← در نتیجه برای حالت ③ باید $1 \times$ / $2 \times$

Scanned by CamScanner

③ سازه‌ی یک درجه آزاد با ارتعاش اجباری و با میرائی و تحت نیروی سینوسی:

$C \neq 0$ $\quad$ $f(t) \neq 0$



$$F(t) = F_0 \sin \omega' t$$

D ضریب بزرگنمایی

u_{st}

$$* \quad u(t) = \frac{F_0}{K} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \cdot \sin(\omega' t + \phi)$$

u_{max}

$$u_{st} = \frac{F_0}{K} \quad , \quad \beta = \frac{\omega'}{\omega}$$

ω': فرکانس بار

$\omega = \sqrt{K/m}$: فرکانس سیستم

ضریب بزرگنمایی $D = \dfrac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$

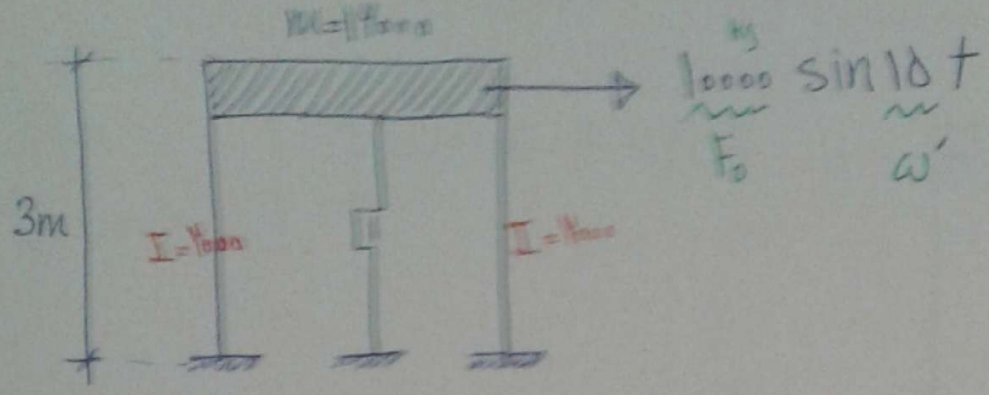
$$(u_{max})_{\text{دینامیکی}} = u_{st} \times D$$

$$(F_{max})_{\text{دینامیکی}} = F_0 \times D$$

Scanned by CamScanner

مثال: مطلوبست جابجایی و آیا سازه تخریب خواهد شد؟

$\xi = \%5$



* یک طبقه، یک درجه آزاد
* نیروی خارجی داریم ← ارتعاش اجباری ← sin
* ξ داریم ← با میرایی

از مثال قبل $\begin{cases} K = 7033/64 \text{ kg/cm} \\ \omega = 15/748 \end{cases}$

* $u_{max} = u_{st} \times D$

$$u_{st} = \frac{F_0}{K} = \frac{10000 \text{ kg}}{7033/64 \text{ kg/cm}} = 1/42 \text{ cm}$$

* $$D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-(1)^2)^2 + (2 \times \%05 \times 1)^2}} = 10$$

* $$\beta = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{15}{15/748} \cong 1$$

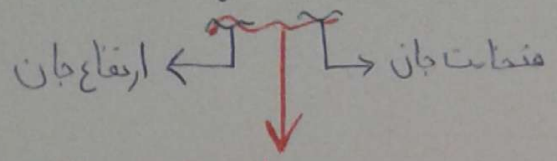
$u_{max} = 1/42 \times 10 = 14.2 \text{ cm} \rightarrow$ **$u_{max} = 14.2$ cm**

Scanned by CamScanner

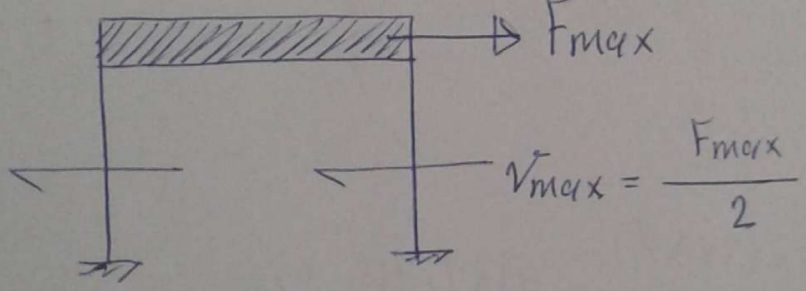
* برای بررسی تخریب سازه باید کنترل برشی انجام دهیم:

شرط برشی $\tau_{max} \leqslant 0.4 f_y$ ⟵ تخریب نمی‌شود

$$\tau_{max} = \frac{V}{d \times t_w}$$



ضخامت جان (ستون‌ها) IPE ها



$$F_{max} = F_0 \times D = 10000 \times 10 = 100000 \text{ kg}$$

$$V_{max} = \frac{F_{max}}{2} = 50000$$

دوستون داریم ⟵ S

$$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{d \times t_w} = \frac{50000}{14 \times 0.7} = 4980 > 0.4 \times 2400 = 960$$

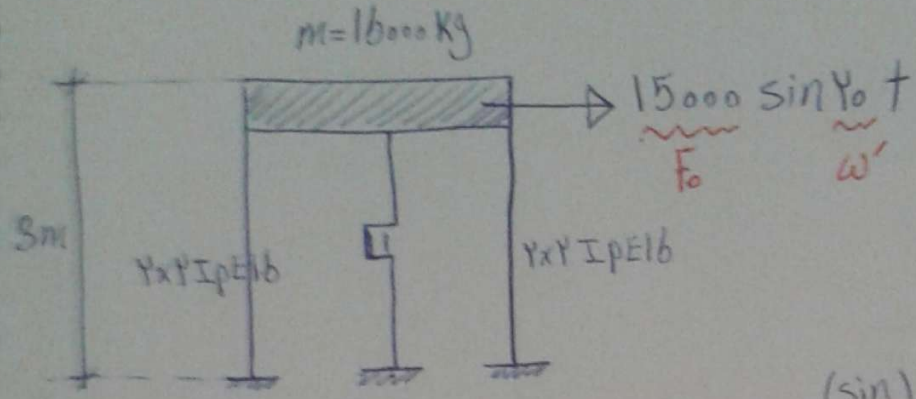
N.O.K

تخریب می‌شود.

ابرستون IPE160 دوتا ⟵ 2 فرض می‌شود

Scanned by CamScanner

مثال: در سازه مقابل مطلوبست کنترل برشی سازه مقابل:



* یک طبقه بی یک درجه آزادی
* ξ داریم: بامیرایی
* نیروی خارجی داریم ← ارتعاشی ابیاری (sin)

$E = 2 \times 10^{+9}$

$I = 4 \times 80$

$\xi = 0.05$

حل:

* $f_{max} = F_0 \times D$

* $k = 4 \times \frac{12 \times (2 \times 10^{+9}) \times (2 \times 80)}{(300)^3} = 9189.27 \ kg/cm$

* $k = 9189.27 \ \frac{kg}{cm} \times 9.8 \times 100 \ cm = 900912 \ N/m$

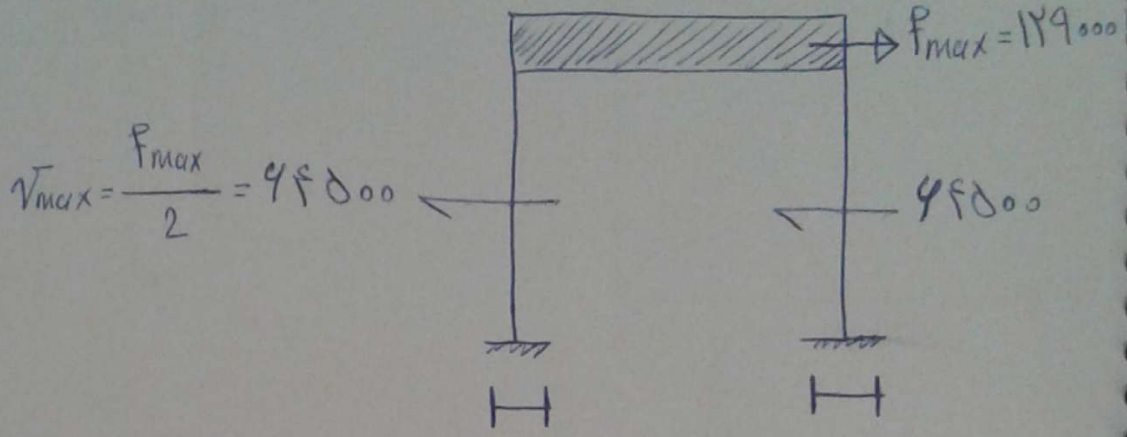
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{900912}{16000}} = 19.472 \ rad/s$$

$$\beta = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{20}{19.472} = 1.027$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-(1.027)^2)^2 + (2 \times 0.05 \times 1.027)^2}} = 1.9$$

Scanned by CamScanner

$$f_{max} = f_0 \times D = 15000 \times 8{,}6 = 129000\ kg$$



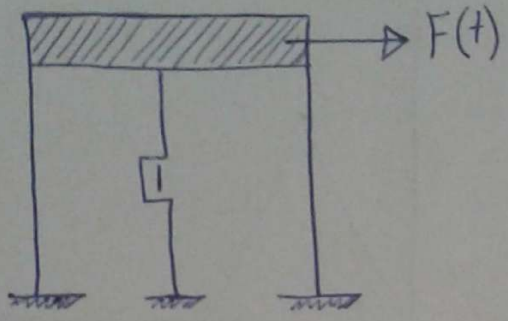
$$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{d \times t_w} = \frac{64500}{4(14 \times 0{,}7)} = 2610\ kg/cm^2 > \tau_{all} = 0{,}4 f_y = 960$$

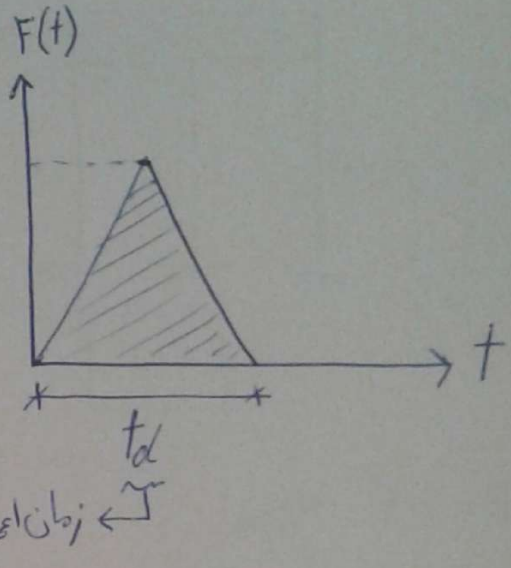
N.OK

IPE از استال ساخته شده ستون d و t_w

Scanned by CamScanner

④ بررسی سازه‌ی یک درجه آزاد ، ارتعاشی اجباری با میرایی تحت اثر ضربه :





شرط ضربه بودن نیرو : $t_d \leq \frac{1}{4} T_D$

if①: $t < t_d \longrightarrow u(t) = 0$

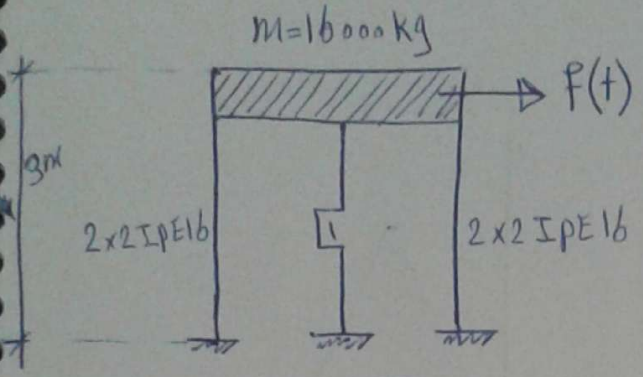
if②: $t \geq t_d \longrightarrow u(t) = e^{-\xi\omega(t-t_d)} \cdot \left[\frac{\int_0^{t_d} F(t)\,dt}{m\omega_D} \cdot \sin\omega_D (t-t_d) \right]$

* $t = t_d + \frac{T_D}{4} \longrightarrow u_{max}$

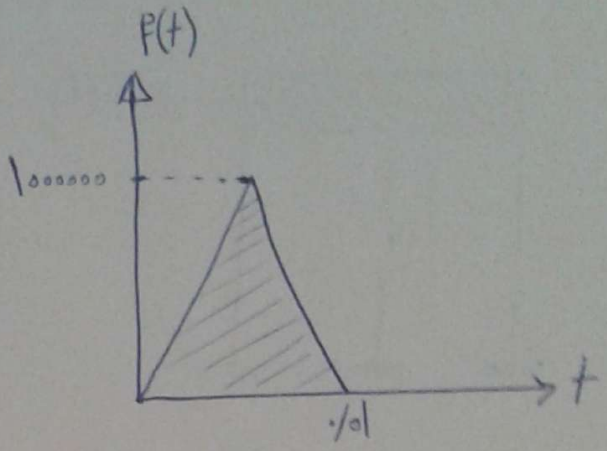
* $F_{max} = K \times u_{max}$

Scanned by CamScanner

مثال: محاسبه کنترل برشی سازه مقابل:



$\xi = 0.05$



$E = 2 \times 10^9 \ kg/cm^2$

$I = 4 \times 8V_0 \ cm^4$

* یک طبقه بیس یک درجه آزاد
* ξ داریم ← بامیرایی
* نیروی ناریس داریم ← ارتعاش اجباری
* می‌دانیم sin نیت پس یا ضربه است یا دلخواه

شرط ضربه بودن نیرو: $t_d \leq 0.1 T_D$ *

$K = 0.99120 \ N/m$

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 19.472$

$\omega_D = \omega \times \sqrt{1 - \xi^2} = 19.452$

$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = \frac{2\pi}{19.452} = 0.322$

* → $0.01 \leq 0.1 \times 0.322 = 0.0322$ ⟶ ضربه است ok ✓

۲۲

✓

Scanned by CamScanner

* $t = t_d + \frac{T_D}{4} = 0.1 + \frac{0.242}{4} = 0.0605$

* $\int_0^{t_d} F(t)\,dt =$ مساحت زیر بار $= \frac{1000000 \times 0.1}{2} \times 9.11 = 45500\ N$

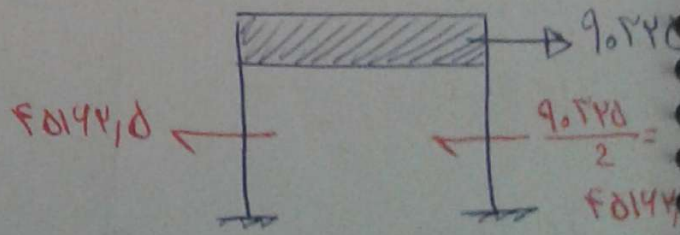
* $u(t) = e^{-\xi\omega(t-t_d)} \times \left[\frac{\int_0^{t_d} F(t)\,dt}{m\omega_D} \times \sin\omega_D(t-t_d) \right]$

$t = 0.0605 \longrightarrow u_{max}$

$$u_{max} = e^{-0.05 \times 19.47 (0.0605 - 0.1)} \times \left[\frac{45500}{14000 \times 19.47} \times \sin\left(19.47 \times (0.0605 - 0.1)\right) \right]$$

$$u_{max} = 0.149\,m = 14.9\,cm$$

$$P_{max} = K \times u_{max} = 4114.4\ \frac{kg}{cm} \times 14.9\,cm = 9.242\,kg$$

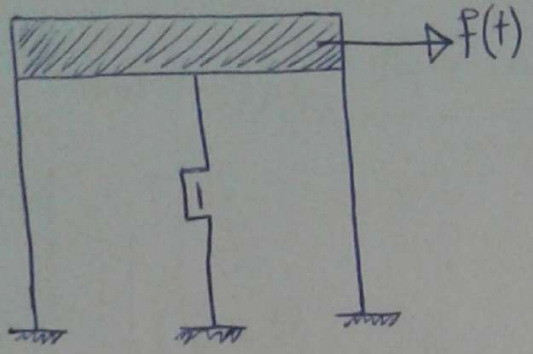


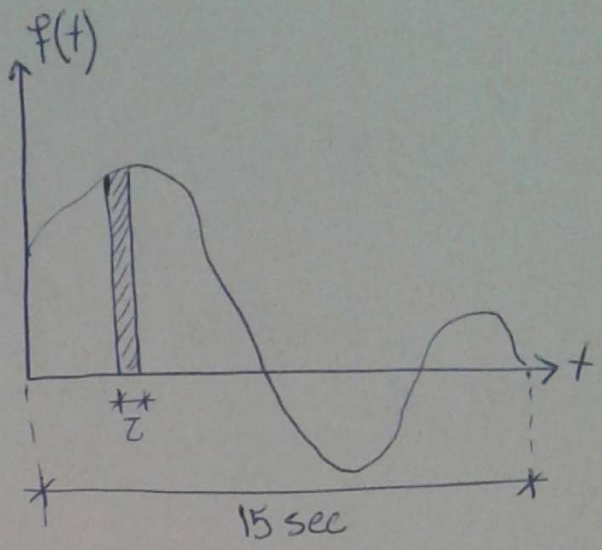
$$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{d \times t_w} = \frac{4614.5}{4 \times (14 \times 0.5)} = 164.1 > \tau_{all} = 0.4 f_y = 940$$

N.G.K

Scanned by CamScanner

⑤ بررسی سازه یک درجه آزاد تحت اثر نیروی دلخواه:





$$u(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot f(\tau) \cdot \sin\omega_D(t-\tau)\, d\tau$$

انتگرال دوهامل:

فرض = $\Delta t = ,1$

$u(,1) =$ - - - -

$u(,2) =$ - - - -

$u(,3) =$ - - - -

$u(,4) =$ - - - -

$u(t) = 0$

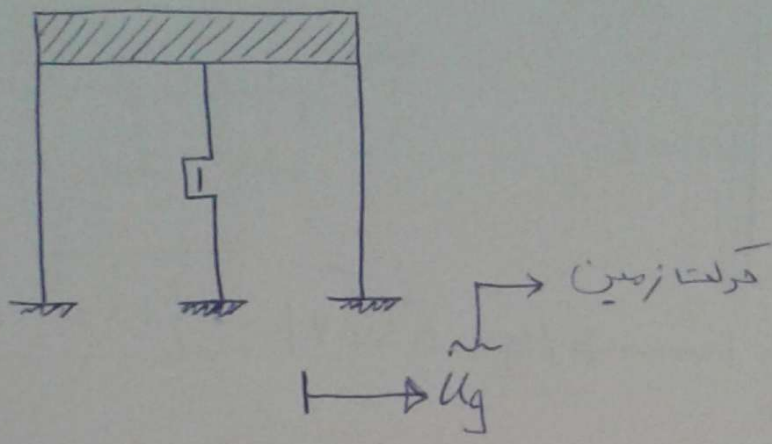
$\longrightarrow u_{max} = \checkmark$

$$f_{max} = K \times u_{max}$$

✓

Scanned by CamScanner

۴) بررسی سازه تحت حرکت زمین:



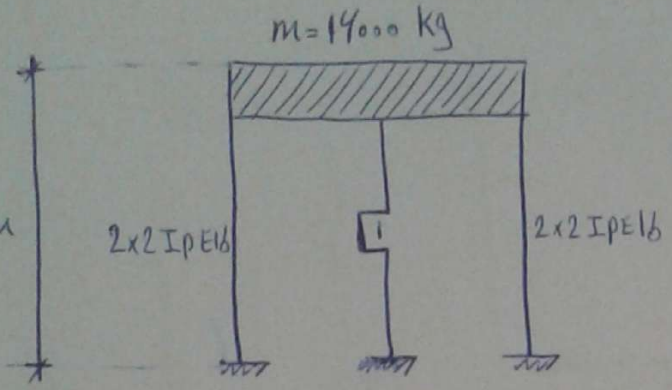
$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g$$

$-m\ddot{u}_g$ که از طرف حرکت زمین به سازه وارد می‌شود $f(t)$

Scanned by CamScanner

مثال: در سازه‌ی مقابل مطلوبست کنترل برش پای سازه:

* اطلاعات پس یک درجه آزاد
* ξ داریم پس با میرایی
* u_g پس ارتعاش ایجاد می‌شود اما مدلش معلوم نیست



$\xi = 0.05$ ⟼ $u_g = 5 \sin 2t$

سازه: $f(t) = -m\ddot{u}_g$

$u_g = 5 \sin 2t$

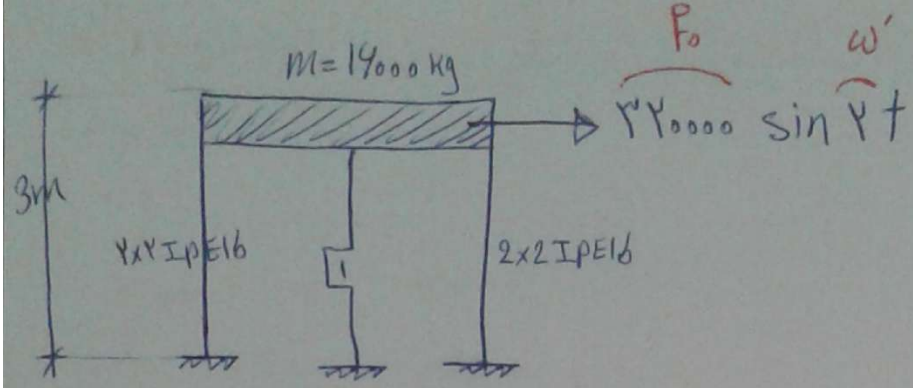
$\dot{u}_g = 5 \times 2 \cos 2t$

$\ddot{u}_g = -5 \times 2 \times 2 \sin 2t \longrightarrow \boxed{\ddot{u}_g = -20 \sin 2t}$

$f(t) = -m\ddot{u}_g = -14000 \times (-20 \sin 2t) = 280000 \sin 2t$

$\boxed{f(t) = 280000 \sin 2t}$

Scanned by CamScanner



* $F_{max} = F_0 \times D$

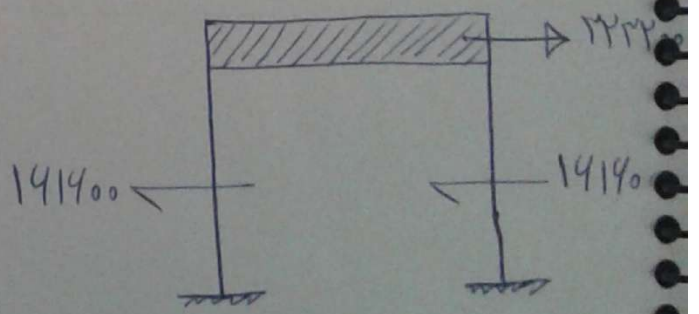
* $K = 94912.0$ N/m

* $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 19.472$

* $\beta = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{2}{19.472} = 0.103$

* $D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-0.103^2)^2 + (2\times 0.05\times 0.103)^2}} = 1.01$

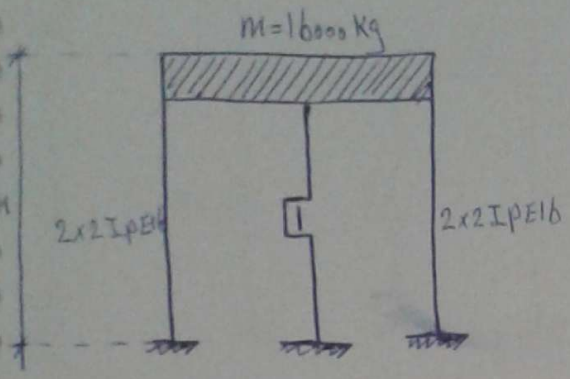
* $F_{max} = F_0 \times D = 22000.0 \text{ kg} \times 1.01 = 22220.0 \text{ kg}$



$$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{4 \times d \times t_w} > \tau_{all} = 0.4 \times f_y = 940$$

Scanned by CamScanner

مثال: سازه مقابل تحت نیروی انفجاری قرار گرفته است، اگر زمان اعمال نیرو ۰/۱ ثانیه باشد مطلوست تعیین لنگر ستون:



$$u_g = -2t^4 - 3t^2$$

$$\xi = 0.05$$

$$P(t) = -m\ddot{u}_g$$

$$u_g = -2t^4 - 3t^2$$

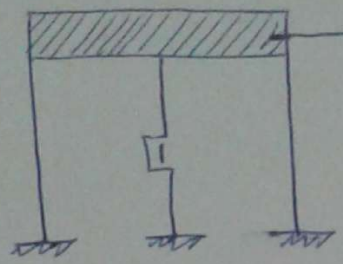
$$\dot{u}_g = -8t^3 - 9t$$

$$\ddot{u}_g = -24t^2 - 9$$

$$P(t) = -m\ddot{u}_g = -16000 \times (-24t^2 - 9)$$

$$P(t) = 384000t^2 + 144000$$

Scanned by CamScanner



$F(t) = ۲۸۴۰۰۰ t^۲ + ۹۴۰۰۰$

الان هش دادیم که sin نیست
یا هندسه است یا دلخواه

شرط هندسه بودن : $t_d \leqslant ٪۱ T_D$

زمان اعمال نیرو ; $t_d = ۰/۱$

از مثال های قبل $T_D = ٪۲۲۲$

$\rightarrow \quad t_d = ۰/۱ \leqslant ٪۱ \times ٪۲۲۲ = ۰/۲۲۲$ ok هندسه است.

$$* \quad t = t_d + \frac{T_D}{4} = ۰/۹۰۷$$

$$\int_0^{t_d} F(t)\,dt = \int_0^{۰/۱} (۲۸۴۰۰۰ t^۲ + ۹۴۰۰۰)\,dt$$

$$= \frac{۲۸۴۰۰۰ t^۳}{۳} + ۹۴۰۰۰ t \Big|_0^{۰/۱} = \frac{۲۸۴۰۰۰ (۰/۱)^۳}{۳} + ۹۴۰۰۰ (۰/۱) - (۰+۰) = ۹۴۰/۱۲$$

Scanned by CamScanner

$$u(t) = e^{-\xi\omega(t-t_\alpha)} \times \left[\frac{\int_0^{t_\alpha} P(t)\,dt}{m\omega_D} \cdot \sin\omega_D(t-t_\alpha) \right]$$

$t = 0.090\,V \longrightarrow u_{max}$

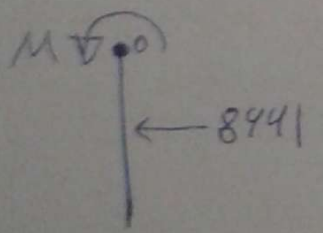
$$u_{max} = e^{-0.05 \times 19.672 \times (0.090V - 0.01)} \times \left[\frac{99.12 \times 9.81}{14000 \times 19.672} \times \sin\left(19.672 \times (0.090V - 0.01)\right) \right]$$

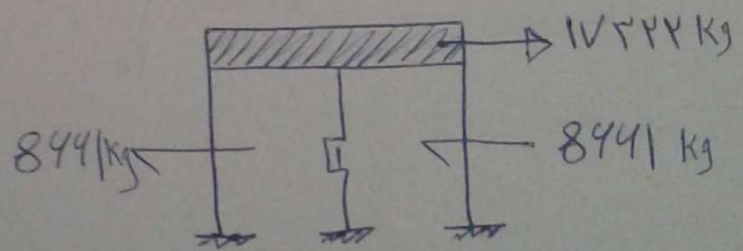
$$u_{max} = 0.028\,m \times 100 = 2.8\,cm$$

$$f_{max} = \underbrace{K}_{\frac{kg}{cm}} \times \underbrace{u_{max}}_{cm} = 9189.9V\ \frac{kg}{cm} \times 2.8\,cm = 12229.48\ kg$$

$$K = 4 \times \frac{12E(2I)}{h^3} = 4 \times \frac{12 \times 2 \times 1.0^{+9} \times 2 \times 80}{(300)^3} = 9189.9V\ kg/cm$$

$$K = 9189.9V\ \frac{kg}{cm} \times 9.8 \times 100 = 9.0129154\ N/m$$





$$+\circlearrowleft \quad \Sigma M_0 = 0 \longrightarrow +M - (1441 \times 150\,cm) = 0$$

$$\boxed{M = 1299180\ kg \cdot cm}$$

Scanned by CamScanner

* بررسی سازه تک درجه آزاد تحت نیروی زمین لرزه با آئین نامه ی 2800 :

$$F_{st)eq} = C \cdot W \longrightarrow F_{st)eq} = K \times U_{max}$$

ضریب زلزله $C = \frac{ABI}{R}$

A ← شتاب مبنای طرح ← شهر سازه

I ← ضریب اهمیت سازه

R ← ضریب رفتار ساختمان

B ← ضریب بازتاب ساختمان

برای B :

if ① $T_{st} < T_0 \longrightarrow B = (1+\$)\left(\frac{T_{st}}{T_0}\right)$

if ② $T_0 \leqslant T_{st} \leqslant T_\$ \longrightarrow B = 1+\$$

if ③ $T_{sr} > T_\$ \longrightarrow B = (1+\$)\left(\frac{T_\$}{T_{st}}\right)^{2/3}$

* $\$, T_S, T_0$ ← از جدول طبق نوع خاک $(I, II, III, --)$

* $T_{str} = \frac{2\pi}{\omega}$, $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

* W: وزن سازه = بار مرده + ٪ W_{LL}

Scanned by CamScanner