



دانشگاه آزاد اسلامی
واحد تهران شرق
دانشکده فنی و مهندسی
گروه مهندسی عمران

استاتیک

مدرس
سجاد محمدی

تهیه و نگارش
امیر حسین عارف پور

استاذ

14-15 نیا کترم

5-6 فعالیت طلایی جعفر علی

استاذ یک چاقو - دکتر و امیر

@OmranSazad7 →

ارتباط: (ارس)

(500 مسئله حل شده استاذ کترم دکتر علی) (تلفن) 0938 8700503

فصل اول: اصول استاذ و مباحث

فصل دوم: استاذ ذره ها

فصل سوم: اجسام صلب (نویسه)

فصل چهارم: تعامل اجسام صلب

فصل پنجم: ماز هندسی - استاذ لای سطح

فصل ششم: تحلیل سازه ها

فصل هفتم: تحلیل تیرها

فصل هشتم: استاذ و انیس / اعمال انیس

الحمد لله رب العالمين

فصل پنجم

فصل اول: اثر نیروهای وارده بر ذره حرکت می کند. ذره در حالت سکون قرار دارد.

در حالت سکون بر ذره ولادی حرکت مستقیم الخط می تواند حرکت ثابت یا متغیر داشته باشد. به عنوان مثال در حرکت خود را ادامه دهد.

فصل دوم: نسبت به ذره متساوی با نیروهای وارده بر آن خواهد بود به عبارت

در یک سازه نیرو متساوی با حاصل جمع نسبت به حرکت است

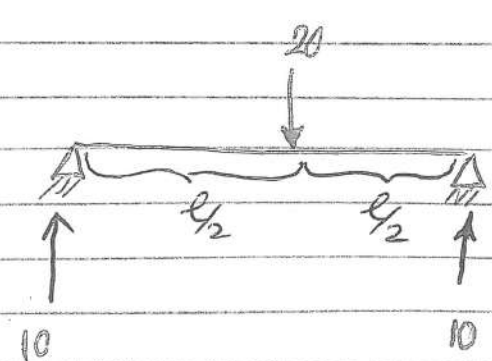
$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

نسبت

کنند

فصل سوم: نیروهای عملی در محاسبات این دو جسم در محاسبات مقدار هم برای بدست

است اما خلاف جهت یکدیگر می کشند



سیستم یکاها: (SI)

در سیستم های اندازه گیری استیج های اصلی عبارتند از: طول، جرم، زمان

در سیستم SI سه سیستم جهانی است: استیج های اصلی ←
 طول
 جرم
 زمان

هر یک از اندازه های بنیادی خود را می تواند به عنوان مثال طول را به متر (m)

و واحد جرم را به کیلوگرم (kg) و برای واحد زمان را به ثانیه (s) (تقسیم ده شده است)

و در اصل یکاها در طول تاریخ هستند

اساسيات ذرات

لست هاي ذريتي، لست هاي نيزي به دو دسته عددي (اسطوري) و لست هاي برداري قسم

مي شود.

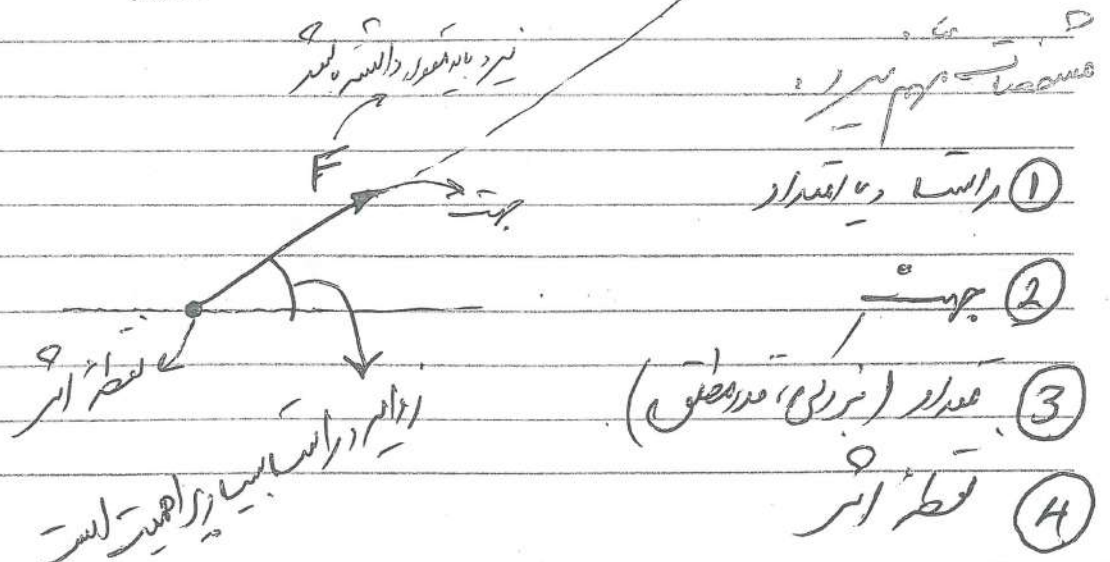
لست هاي عددي (اسطوري): اين لست ها فقط به مقدار مشخص مي گيرند مثل دما، طرازي، جرم.

لست هاي برداري: علاوه بر مقدار لست (لست هاي عددي) جهت را سا، جهت، طرازي

مشخص مي شود. مثل: نيرو، سرعت، تغيير لصل، تغيير لصل، لصل لست در

تغیر نیرو (Force)
 تاثير نيرو بر جسم ديگر را نيرو مي گويند، نيرو خاصي است که باعث تغيير لصل، تغيير لصل

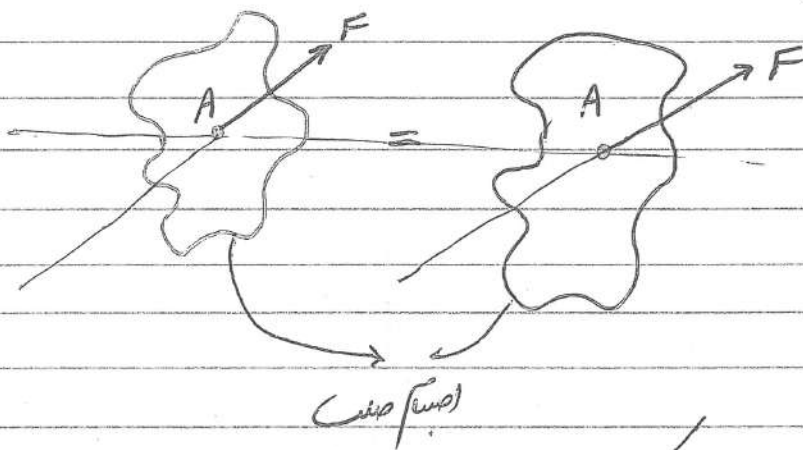
و به حالت سلول اجسام مي شود. نيرو همیشه به دو طرف است



قانون دوم نیوتن را ثابت کنید بر نیرو چیست

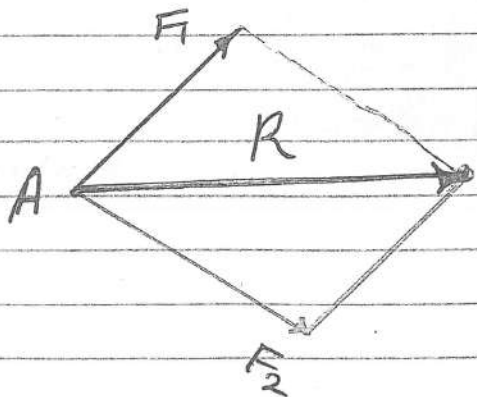
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

اصول حاکمیت نیرو: لذا می بینیم در علم استاتیست اشیاء را صفت می دهیم لذا نیرو را می توان با مشخصات دینی نیز نشان داد که بر یک جابه جایییم بنابراین مشخصه نیرو نقطه ولایت، جهت، مقدار می باشد.



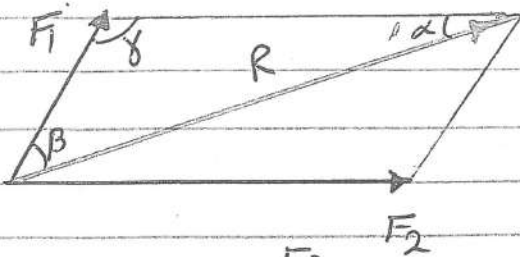
روش گسسی:

قانون نیوتن اول: این اصل است که در همان مکانی که اشیاء به یک اندازه می دهند به جای دینامیک می توانیم جسم صفت بتوانیم یک نیروی معادل با آن دینامیک را در نظر بگیریم معادل این

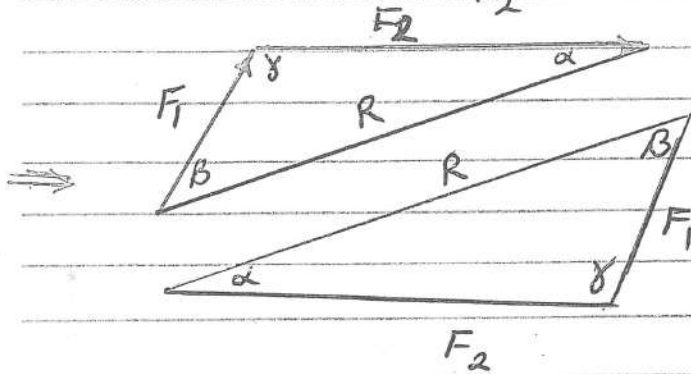


معادل سازی را بر این نیروها می کنند که در این نیروی دینامیکی اشیاء می است که بر آن دینامیک صفت شده و محل قرار دینامیک را وضع می کنند

وایس سینوس ها، کسینوس ها



$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma}$$



$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \gamma$$

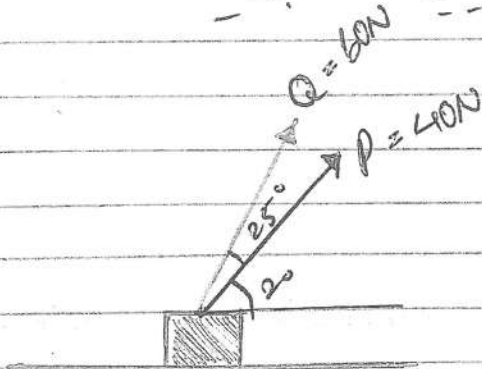
$$F_1^2 = R^2 + F_2^2 - 2F_2R \cos \alpha$$

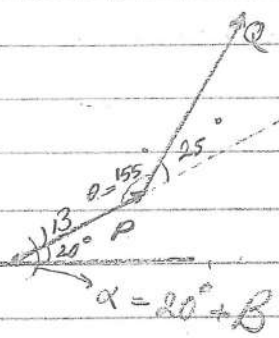
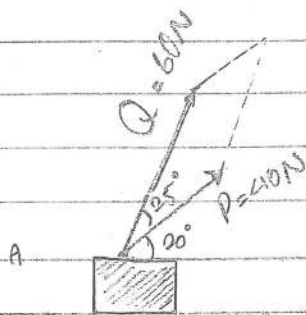
قانون کسینوس ها
برای مثلث ها

نکته مهم: مجموع زاویه داخلی مثلث ها به دست آمده است به 180° باشد

مثال: دو نیروی $F_1 = 400N$ و $F_2 = 60N$ به یک نقطه وارد شده است. محاسبه کنید

الف: تعیین برآیند نیرو
ب: تعیین مقدار برآیند





$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos(155^\circ) \Rightarrow R^2 = 1600 + 3600 + 2 \times 60 \times 40 \times \cos(155^\circ) = 9550$$

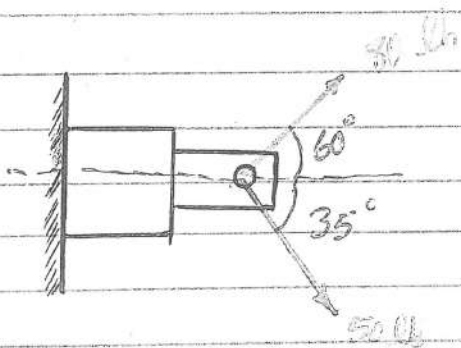
$$R = 97.7$$

$$\frac{R}{\sin \theta} = \frac{Q}{\sin B}$$

$$\frac{97.7}{\sin 155^\circ} = \frac{60}{\sin B} = 0.4 \times 60 = 97.7 \times \sin B$$

$$\sin B = \frac{0.4 \times 60}{97.7} = 0.24 \quad \sin^{-1}(0.24) = B \Rightarrow B = 14^\circ$$

$$\alpha = 20^\circ + B \Rightarrow \alpha = 34^\circ$$



حاصل را بر حسب KN, N محاسب کنید

* تعیین برآیند در صورت
* تعیین امتداد برآیند

$$lb = 4.448 N$$

$$1KN = 1000N$$

$$lb = \frac{1KN}{1000} \times 4.448 = 0.004448 KN$$

$$1 \text{ lb} = 4.448 \text{ N} \approx 4.45 \text{ N} \quad \text{rocco}$$

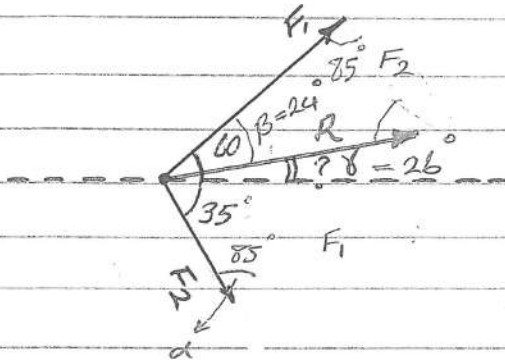
$$F_1 = 80 \text{ lb} = 356 \text{ N} = 0.356 \text{ kN}$$

$$F_2 = 50 \text{ lb} = 222.5 \text{ N} = 0.222 \text{ kN}$$

* محاسبه را بر حسب نیروی KN بیان کنید

* تعیین بردار برآیند

* تعیین راستای برآیند



$$\alpha = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ, \quad \cos(85^\circ) = 0.087$$

* تعیین مقدار نیروی برآیند

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha$$

$$R^2 = (356)^2 + (222.5)^2 - (2 \times 356 \times 222.5 \times 0.087) = 126736 + 49506 - 13782.5$$

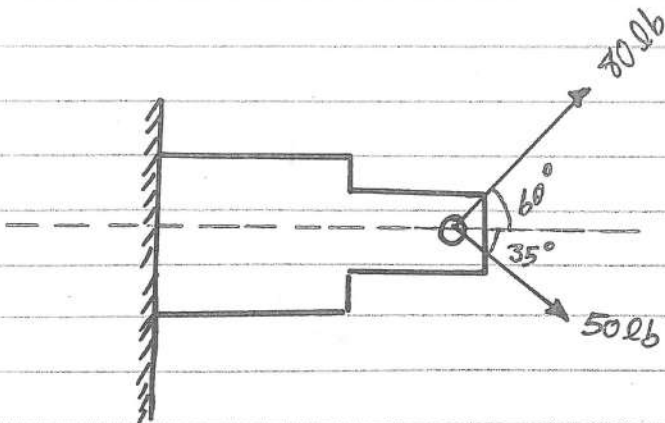
$$R = 162460 \Rightarrow R \approx 403 \text{ N}, \quad 0.403 \text{ kN}, \quad 90.6 \text{ lb}$$

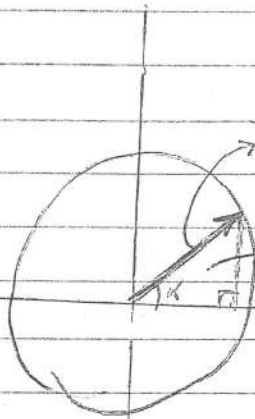
* تعیین راستای نیروی برآیند

$$\frac{R}{\sin 85^\circ} = \frac{F_2}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{90.6}{0.996} = \frac{50}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = 0.549 \Rightarrow \beta \approx 34^\circ$$

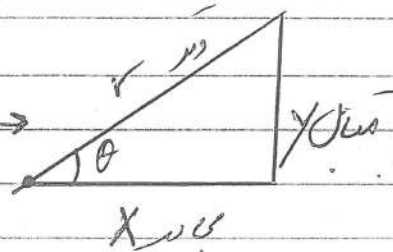
* راستای بردار برآیند R از جهت راستای بردار F_1 را بدست می آوریم

$$\gamma = 60^\circ - 34^\circ = 26^\circ$$





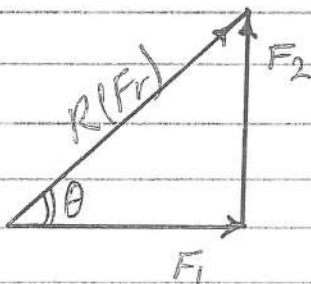
دایره مثلثاتی و مؤلفه‌های یک نیرو



$$\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{r} = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{مقابل}}{r} = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مقابل}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} F_x = F \cos \theta \\ F_y = F \sin \theta \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

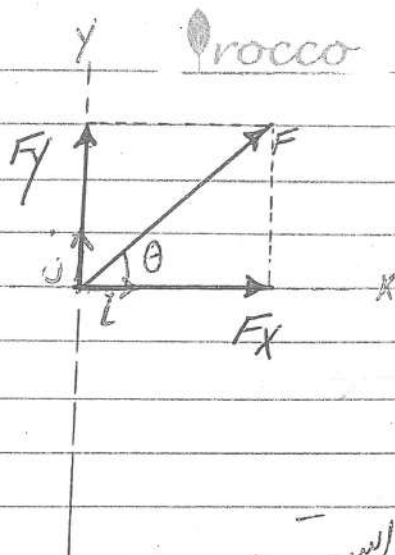
مؤلفه‌های یک نیرو (بردار) را بداند

مؤلفه‌های عمودی یک نیرو (بردار) را بداند

می‌توانیم نیرو را به مؤلفه‌های مربوط به خود تجزیه کرد و این صحت مؤلفه‌های اصلاعی نیروها

به مستطین خدعه بود (توجه: قائم الزامی) اصلاعی مستقیم الزامی مؤلفه‌های

نیرو صحت x و y هستند



$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta \\ F_y &= F \sin \theta \end{aligned}$$

مقدار F ، θ جزء معلوما مسئله است

یا /

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$$

مؤلفه‌های بردار به

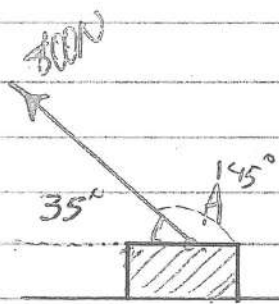
بردارهای نسبی بردارهای واحد هستند در جهت محورها $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ ، $\hat{k}$ در جهت محورها

$\hat{i}$ ، $\hat{j}$ ، $\hat{k}$

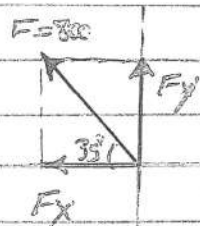
* نیروی F را می‌توان به دو مؤلفه‌ای قائم و بر یکدیگر بردارهای نسبی بردارهای واحد به صورت

عبارت داد

مثال: مطلوب است می‌توانی مؤلفه‌های عمودی و افقی بردار نیروها



$$\begin{aligned} F_x &= 800 \times \cos 45^\circ = -655.32 \text{ N} \\ F_y &= 800 \times \sin 45^\circ = 458.86 \text{ N} \end{aligned}$$



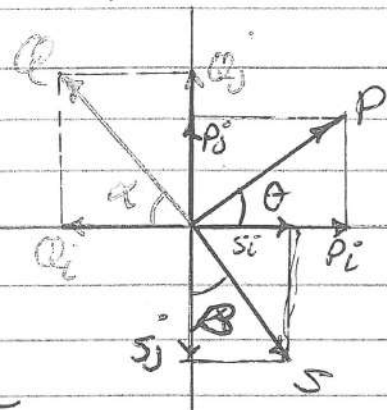
$$\vec{F} = -655.32 \hat{i} + 458.86 \hat{j}$$

ترکیب بردارها با روش مثلثی آنها

نرخ کنیم بردارهای $\vec{P}$ ، $\vec{Q}$ ، $\vec{S}$ همانند یک نیروی یکد (یعنی نیروی $\vec{R}$)

در این گام می دانیم چون نیرو بردار است جمع (ترکیب) آنها به صورت برداری انجام می گیرد

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$$



اگر بخواهیم هر نیرو و مؤلفه های قائم آن را فرموله کنیم خواهیم داشت

$$\vec{S} = S \sin \beta \hat{i} + S \cos \beta \hat{j}$$

$$\vec{Q} = Q \cos \alpha \hat{i} + Q \sin \alpha \hat{j}$$

$$\vec{P} = P \cos \theta \hat{i} + P \sin \theta \hat{j}$$

$$\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j}$$

$$\vec{R} = \underbrace{(S_x + Q_x + P_x)}_{R_x} \hat{i} + \underbrace{(S_y + Q_y + P_y)}_{R_y} \hat{j}$$

$$\textcircled{1} R = \begin{cases} R_x = S_x + Q_x + P_x \\ R_y = S_y + Q_y + P_y \end{cases}$$

دستور می توان مؤلفه های برآیند را با جمع مؤلفه های نیروها برابر داشت یعنی معادله ①

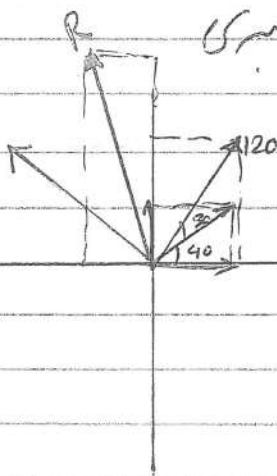
$$\begin{cases} R_x = \sum F_x \\ R_y = \sum F_y \end{cases}$$

و جزییات برآیند اندازه R از رابطه زیر بدست می آید:

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

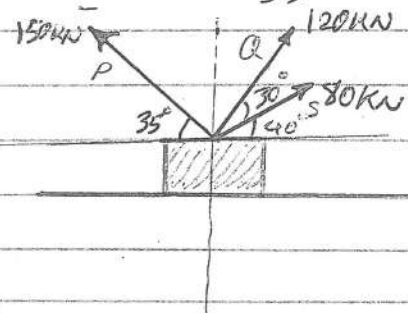
و جهت برآیند $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{R_y}{R_x} \right)$
 با توجه به علامت R_x و R_y

مثال: نیروهای مطابق شکل بر ذره ای اثر می کنند مطلوب است: کالسی



1. تعیین برآیند این نیروها

2. تعیین مقدار برآیند



$$P = -122.87\hat{i} + 86.03\hat{j}$$

$$Q = 41.04\hat{i} + 112.76\hat{j}$$

$$S = 61.28\hat{i} + 51.42\hat{j}$$

$$R = -20.55\hat{i} + 250.21\hat{j}$$

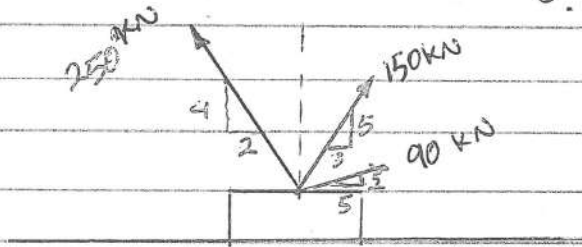
$$\tan \theta = \frac{250.21}{-20.55} \Rightarrow$$

$$\theta = -85^\circ \Rightarrow \theta = 94.70^\circ$$

$$R = \sqrt{422.30 + 62605.04} = \sqrt{63027.34} = 251.05$$

مثلاً اگر بارها tan را در صفحه می توان نشان داد مثل tan چگونه است

مثلاً 2 و از سطح سطح صاف $P=250\text{ kN}$, $Q=150\text{ kN}$, $S=90\text{ kN}$

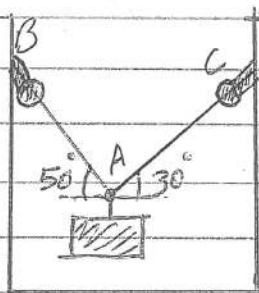


* با توجه به این می توانیم دید که بر اساس اصل لایبونی برای این نیروها می توانیم بر سر آن
در حالت تعادل صفر است. لذا ملاحظه کردیم جمع آثر نیروها بر آینه ها را
به یک مجموعه آنها بدست آوردیم $(\sum F_x, \sum F_y)$ بنابراین برای حل مسائل به بیش تعادل در
تعادل $\sum F_x = 0$ و $\sum F_y = 0$ (تعادل به نقطه مدتی) و یک نقطه مدتی را
در نظر بگیریم و ابتدا نمودار جسم آزاد را به دست آوریم و به دست آوریم
و به نمودار جسم آزاد می رسم کرده و به دست آوریم و به دست آوریم
نمودار شده در این فصل مقدار مقدار را می رسم می کنیم.

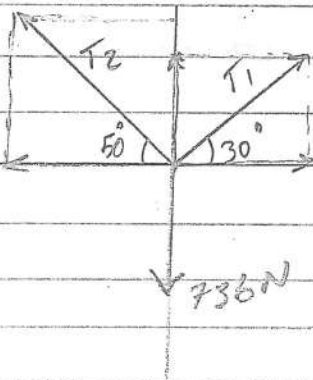
مثلاً با توجه به این می توانیم دید که بر اساس اصل لایبونی برای این نیروها می توانیم بر سر آن

در بردار دلایل: فرض می‌کنیم جهت + محور X ها به سمت راست و جهت + محور Y ها به سمت بالا در نظر می‌گیریم.

مثال: بار 736N سازه داده شده توسط دو کابل AC و AB که دایره شده است. تعیین نیروی کششی در کابل‌ها و طول کابل‌ها را پیدا کنید.



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right.$$



$$\sum F_x = T_1 \cos 30^\circ - T_2 \cos 50^\circ = 0$$

$$\sum F_y = T_1 \sin 30^\circ + T_2 \sin 50^\circ - 736 = 0$$

$$T_1 = T_2 \frac{\cos 50^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$T_2 \times \frac{1.22}{0.77} \times \cos 50^\circ + T_2 \sin 50^\circ - 736 = 0$$

$$1.99 T_2 = 736$$

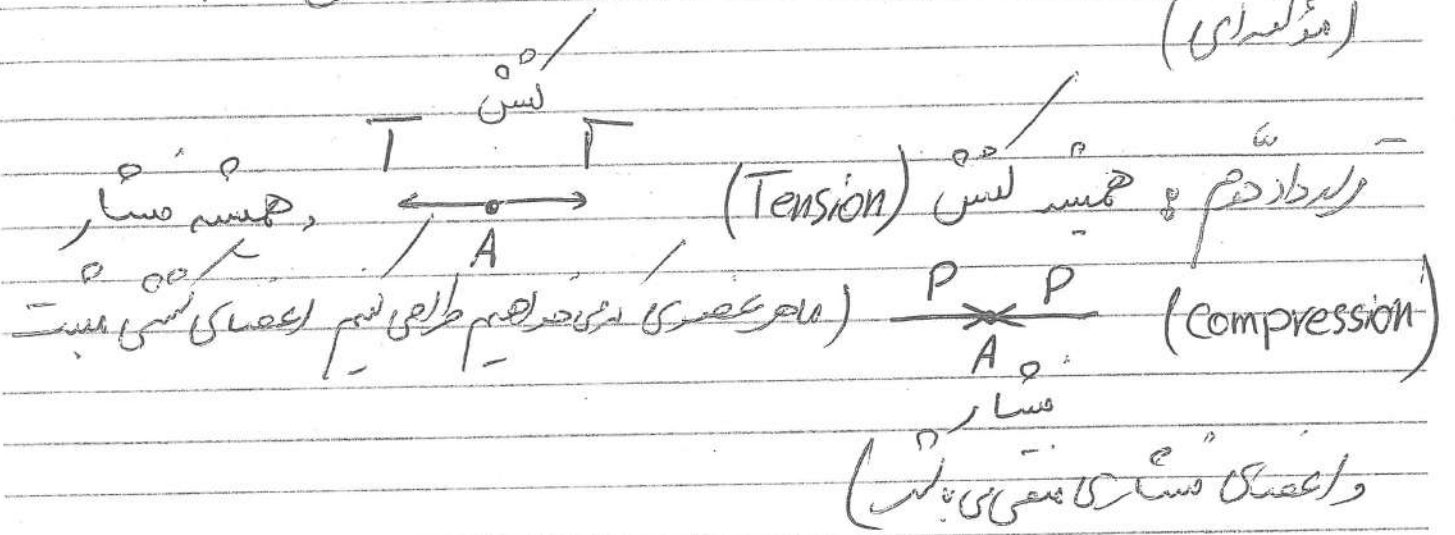
$$T_2 = 647 \text{ N}$$

$$T_1 = T_2 \frac{\cos 50^\circ}{\cos 30^\circ} = T_2 \times 0.7422$$

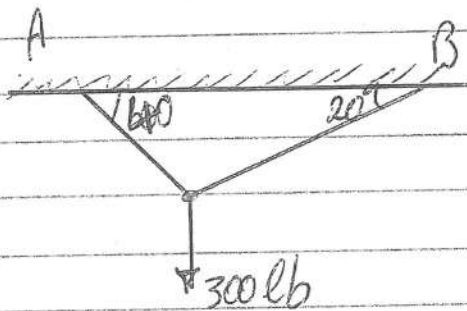
$$T_1 = 480 \text{ N}$$

- ① رسم نمودار جسم آزاد
- ② نوشتن معادلات تعادل برای هر یک از اجزای مسئله
- ③ تعیین نیروهای مجهول به کمک حل این معادلات

تمرین ۳: برین جنبه لیل را بر این معادلات تعادل حل کرده، نتایج را بهم بری کنید.
(مؤلفه ای)



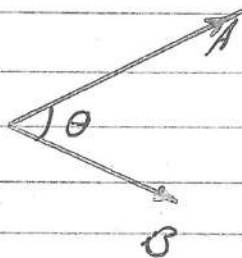
تمرین ۴: مطلوب است نیروی کششی در هر یک از اجزا.



* ضرب داخلی بردارها، اسکالر، پایداری، پایداری، پایداری، پایداری

* ضرب داخلی بردارها (ضرب داخلی)

مطلقاً حاصل داخلی بردارها A و B ، رابطه بین آنها همانند حاصل داخلی بردارهای دیگر است.
 بهر دو بردار در یک فضای اسکالر ضرب داخلی، بهر دو بردار در یک فضای اسکالر ضرب داخلی، بهر دو بردار در یک فضای اسکالر ضرب داخلی.



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

به هر دو بردار در یک فضای اسکالر ضرب داخلی، به هر دو بردار در یک فضای اسکالر ضرب داخلی.

① ضرب داخلی بردارها (ضرب داخلی) حاصل داخلی

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}| |\vec{A}| \cos 0$$

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = A \times A = A^2$$

② حاصل ضرب داخلی بردارها (ضرب داخلی) حاصل داخلی

$$L \cdot L = 1 \quad J \cdot J = 1 \quad K \cdot K = 1$$

③ حاصل ضرب داخلی بردارها (ضرب داخلی) حاصل داخلی

$$L \cdot J = 0 \quad J \cdot K = 0$$

$$K \cdot L = 0 \quad L \cdot K = 0$$

برای به دست آوردن اسکالر حاصل از ضرب داخلی دو بردار
 حاصل از بهای این ضرب خواهد بود

اگر بخواهیم حاصل ضرب داخلی دو بردار A و B را به صورت اسکالر (عدد) بنویسیم

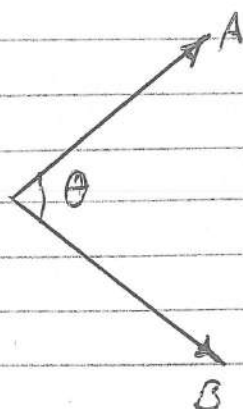
میتوانیم به روش زیر ضرایب بردار

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \\ \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \end{cases} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

بنابراین به روابط اصلی زیر توجه کنید برای تعیین زاویه بین دو بردار از این فرمول استفاده می‌کنیم

$$\cos \theta = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$



مثال: دو بردار A و B مطابق زیر مشخص شده است. مقادیر میانه

الف: حاصل ضرب داخلی دو بردار A و B (U)

ب: زاویه بین دو بردار

ج: تصویر بردار A روی بردار B

$$\vec{A} = 10\hat{i} + 20\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{B} = -10\hat{j} + 12\hat{k}$$

$$|\vec{A} \cdot \vec{B}| = 0 + (-200) + (36) = -164$$

$$\cos \theta = \frac{-164}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{-164}{352.39} = -0.46$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{100 + 400 + 9} = 22.56$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{100 + 144} = 15.62$$

$$\boxed{\theta = 117.39}$$

$$V = \vec{A} \cdot \vec{B} \cdot \cos \theta$$

ج: $\vec{C} = A \cos \theta$ (تصویر بردار A به B می باشد)

$$\vec{C} = |\vec{A}| \times \cos \theta = 23 \times 0.445 = 10.24$$

$$\lambda = \frac{\vec{B}}{B} = \frac{-10\hat{j} + 12\hat{k}}{16} = -0.625\hat{j} + 0.75\hat{k}$$

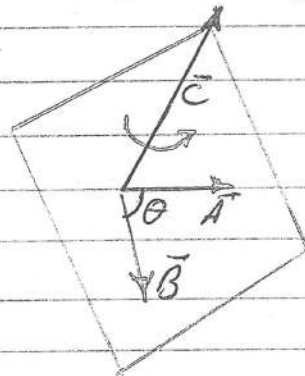
$$\boxed{\vec{C}_n = |\vec{C}| \hat{\lambda} = -6.4\hat{j} + 7.68\hat{k}}$$

A و B
برای

حاصل ضرب برداری بردارها $(\vec{A} \times \vec{B})$

حاصل ضرب خارجی دو بردار چنانچه A, B بردار C می باشد

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$



چنین تعریف (۱) قدر مطلق (مقدار) بردار حاصل ضرب چیست برای است

$$|\vec{C}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta$$

(۲) امتداد بردار C بر صفحه‌ای عمود است که توسط A و B تشکیل می شود
خواهد بود.

(۳) جهت بردار C توسط انگشت راست و انگشت چپ می شود.

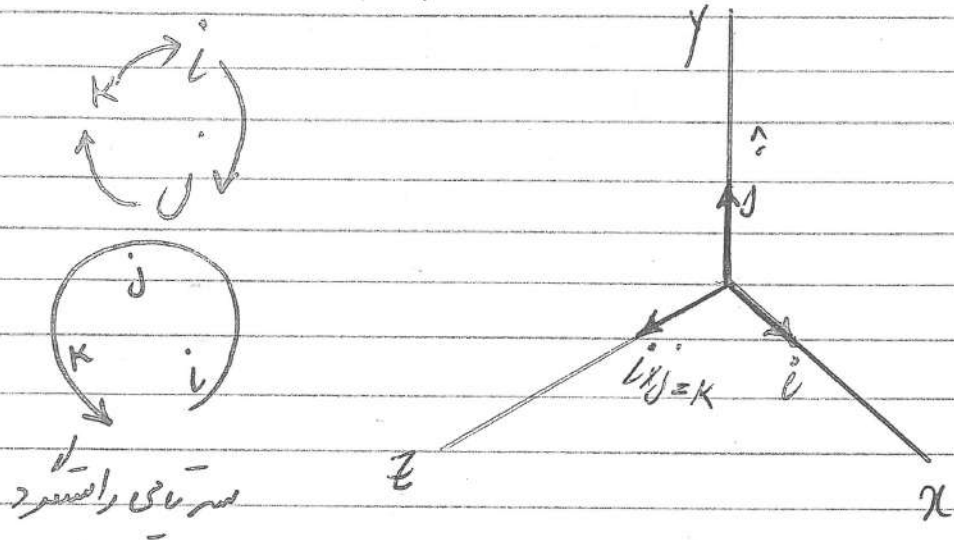
* هرگاه انگشت راست در جهت دوران بردار A بچرخد و به بردار B منتهی شود انگشت چپ جهت بردار C را نمایش می دهد.

$$\oplus - k \quad \ominus + k$$

۶۰

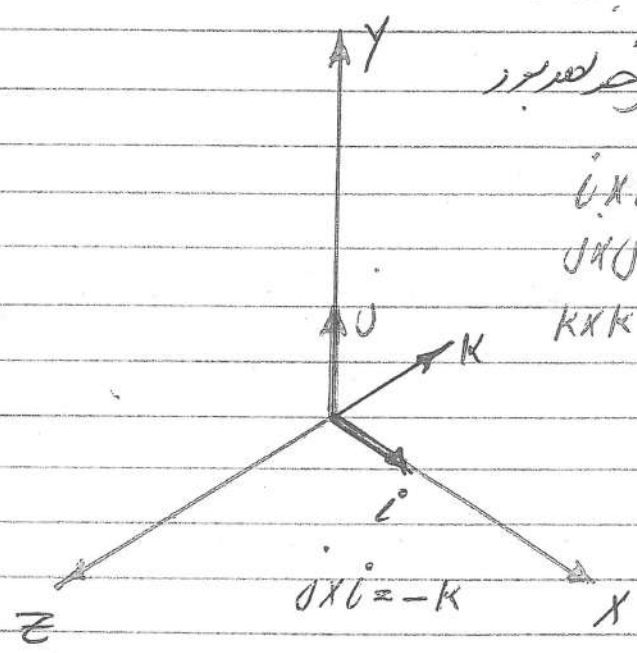
حالت جاری بردارهای پایه

از دید بردارهای پایه همانند دستگاهی مختصاتی زیر قصد حرکت را داریم و بدین ترتیب مقدار برای K و علامت های مثبت و منفی می باشد



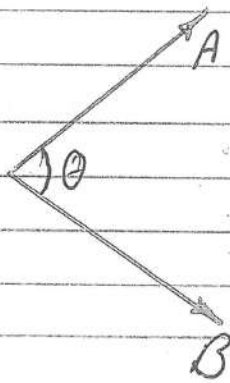
مقدار حاصل ضرب خارجی بردار

برای هر دو بردار حاصل ضرب



$$\begin{aligned} i \cdot x \cdot i &= 0 \\ j \cdot y \cdot j &= 0 \\ k \cdot x \cdot k &= 0 \end{aligned}$$

حل در مؤلفه‌های بردار A ، B معبر باشد حاصل بردار حاصلی این دو بردار همانند زیر می‌باشد.



$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

لشت در نیرو در جسم (moment of force about a point)

مقدار لشت در (نقطه) مقدار نیروی $\times$ فاصله ای عمودی

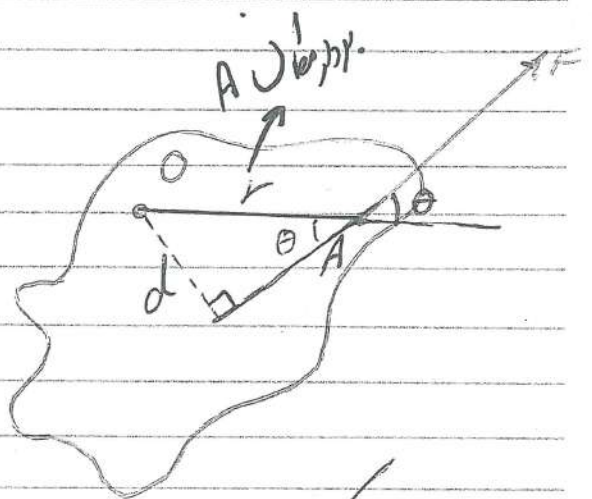
$$M = F \cdot d \quad \text{یا} \quad M = F \cdot r$$

باز به لحاظ مثلث قائم الزامی حاصل از فاصله d نقطه اثر آن به نام O نقطه اثر لشت
به نام A نقطه نیروی F می توان رابطه M را به صورت $M = F \cdot r \cdot \sin \theta$ نوشت

رابطه r (وتر) زاویه θ معنی برداری است که از O به A می کشیم
 $M_0 = \vec{r} \times \vec{F}$

$$M = F \cdot r \cdot \sin \theta$$

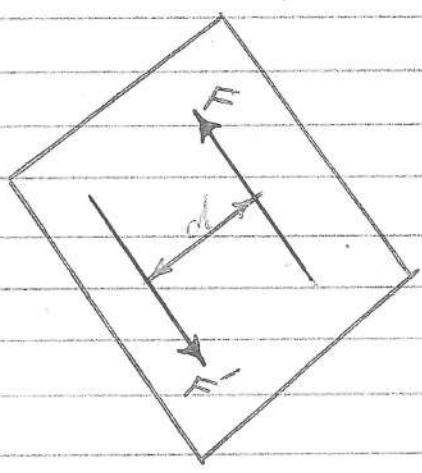
$$r \sin \theta = d$$



دانه لشت M_0 است

لشانه نیروی جفت (Couple Force)

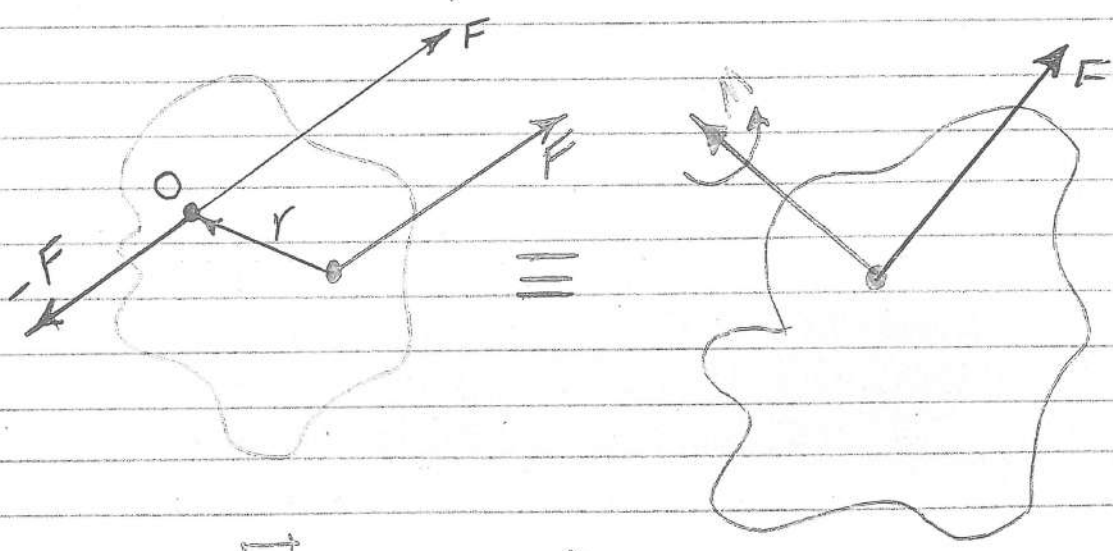
نیروی جفت به دو نیروی موازی و مخالف جهت و قدر مطلق مساوی با فاصله بین خطوط عملیاتی



$$M_{\text{couple}} = F \cdot d$$

در انتقال نیرو در یک سیستم گویا

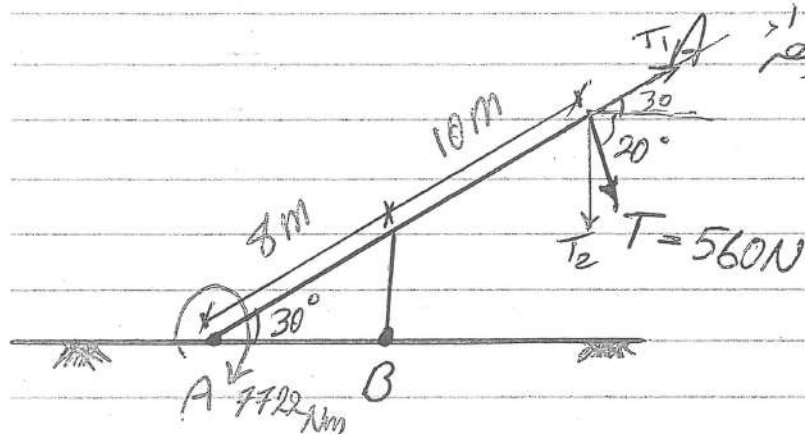
نیروی F را که در نقطه A اثر کرده است به موازات خود به نقطه O انتقال می دهیم. نتیجه آن این خواهد بود که به انتقال نیروی F به نقطه O است و آن هم در نقطه O انتقال می دهیم که بر این نتیجه حاصله سیستم گویا نیروی دو نقطه O گفته می شود



$$\vec{M}_O = \vec{r}_{OA} \cdot \vec{F}$$

جواب: تیس درجہ T کی طرف $560^\circ N$ کی رفتار سے

الف: قسم من نوري محمد دة

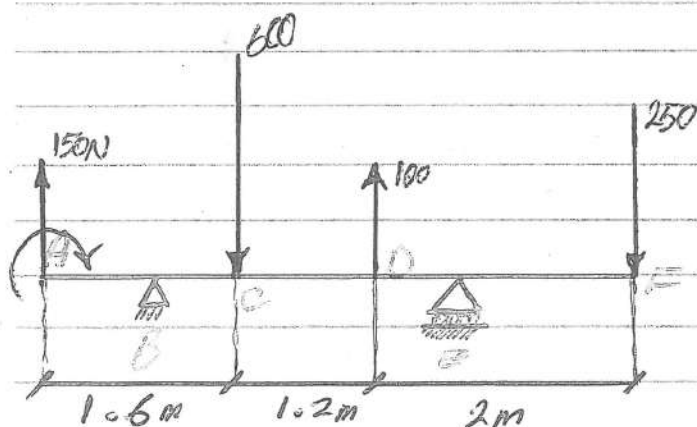


$$M_A = F \cdot d \Rightarrow$$

$$MA = 560 \sin 50^\circ \times 18$$

MA = 7721, 73

$M_A = 7722 \text{ N.m}$ 



$$\sum_{+} MA = c \int_{+} e^{i\omega}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow$$

$$\Sigma F_y = 0 \uparrow$$

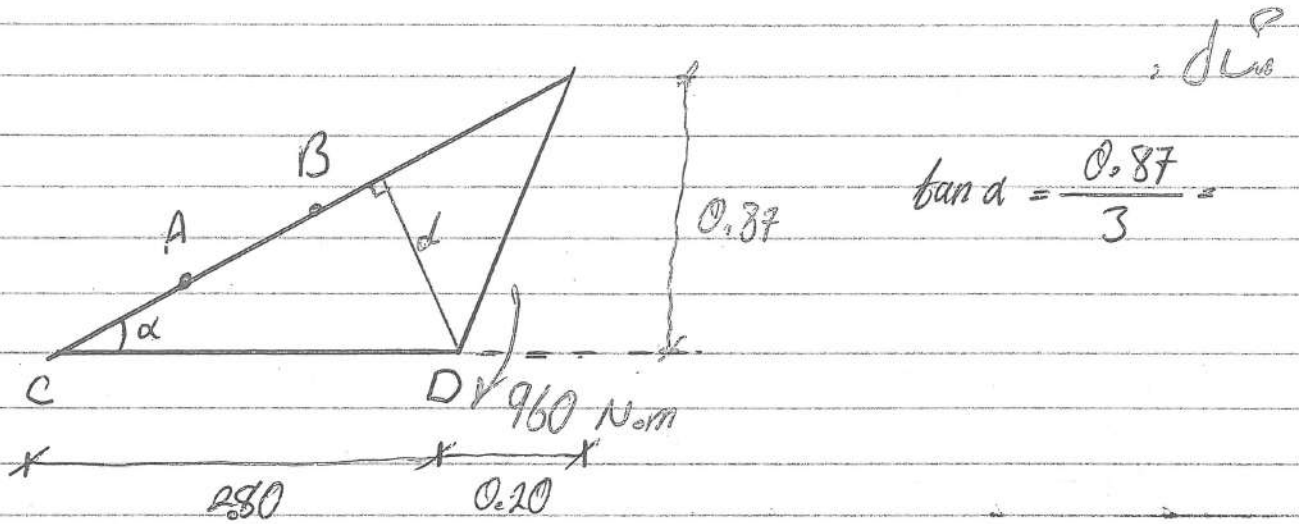
$$\sum F_y = 150 - 600 + 100 - 250 = -600 \text{ N}$$

$$\Sigma MA_{t-1}$$

$$\Rightarrow (-250 \times 480) + (100 \times 2.8) - (600 \times 1.6)$$

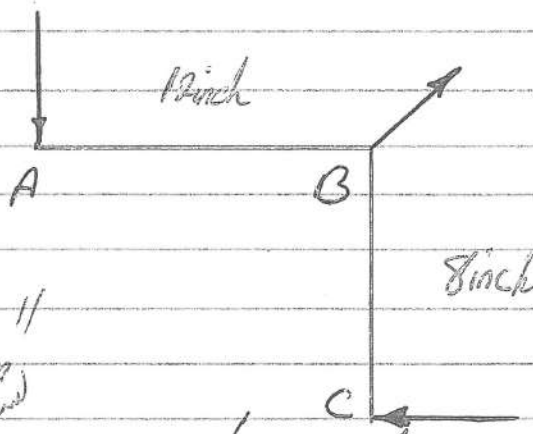
$$\boxed{\Sigma M_A = -1880 \text{ N.m}}$$

نکته: مقدار α در محاسبه استوار نیست و چون معلوم نیست پس از انتخاب آن برای رسم و سپس در رابطه فکری قرار دهیم (چون نسبت در α و $\sin$ و $\cos$ است) (نمونه خط به استوار نیست به حتماً محاسبه کنید)



$$\tan \alpha = \frac{0.87}{3}$$

مسئله 9 مرتبه:



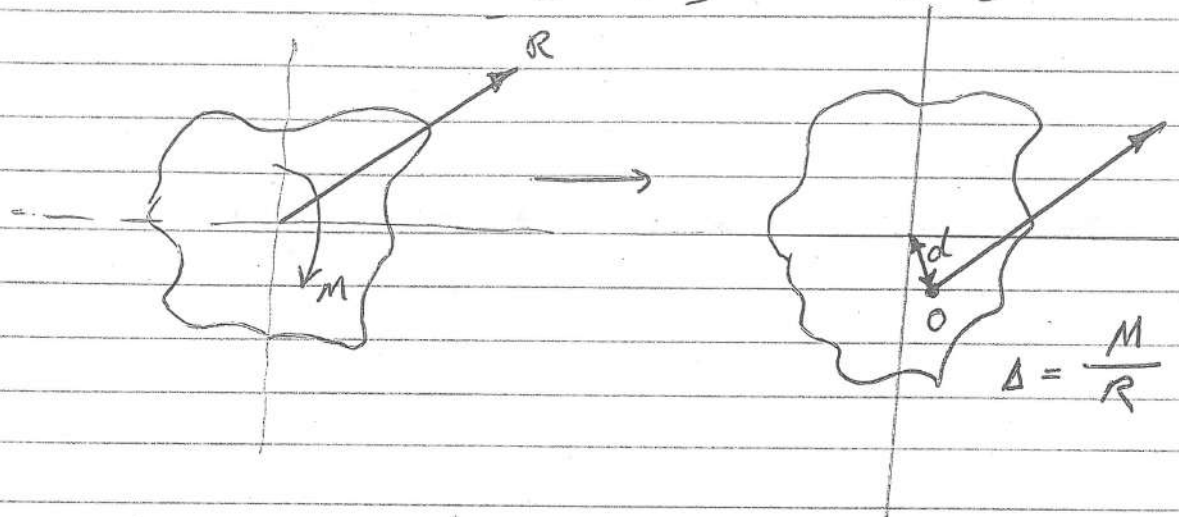
$$\Delta \Rightarrow \Delta = \frac{M_R}{\sum F_y}$$

$$\Delta \Rightarrow \Delta = \frac{M_R}{\sum F_x}$$

نشاندها را نشان دهید

نکته: ابتدا سیستم نیروهای خارجی (درجه‌های مختلف) به یک سیستم کدین نیروی معدل (R, M) تبدیل می‌کنیم برای این منظور هر یک از نیروها را به یک نقطه می‌انقل می‌کنیم. به انتقال هر نیرو نشانده آن نیرو می‌شود. مجموع این جابجایی‌ها نشانده M را می‌سازد و همچنین از برای نیروها (R) بدست می‌آید.

rocco /
 2) با جابجایی نیروی (R) نسبت به نیروی معادل بدست می آید



3) معادل جابجایی نیروی R در جهت (x) و در جهت (y) بدست
 رابطه زیر می شود.

$$R_x = \sum F_x$$

$$R_y = \sum F_y$$

$$M_o^R = \sum M_o$$

$$\Delta x = \frac{M_o^R}{\sum F_y \rightarrow R_y}$$

$$\Delta y = \frac{M_o^R}{\sum F_x \rightarrow R_x}$$

* مؤلفه های x و y در د

* فصل سوم و چهارم

نیروها در فضا

الف: مؤلفه‌های قائم به سطح در فضا: نیروی F را در نظر بگیرید که مبدأ دستگاه مختصات

آن شش α را در ج می‌بندد برای تعیین راستای F صفحه قائم هستند OBA

و اگر F را هم شش β می‌بندد را هم رسم می‌کنیم این صفحه نیز صفحه قائم α را می‌بندد و با صفحه α

و عمود بر آن می‌باشد پس می‌دهد راستای نیروی F در این صفحه عمود بر عمود بر این دو صفحه را می‌بندد

و F با عمود بر شش β می‌بندد می‌دهد می‌بندد F را می‌بندد بر دو مؤلفه عمود

F_y و افقی F_x تجزیه کرد. $(2-30)$ در این زیر نشان داده شده است در صفحه OBA

و طبق قانون مؤلفه‌های عمود بر شش β در یک شش β می‌بندد. مؤلفه‌های افقی F_x و F_y

$$F_y = F \cos \theta_y \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{عبارت‌ها}$$

$$F_x = F \sin \theta_y$$

و اگر F_x را می‌بندد بر دو مؤلفه قائم به سطح F_x و F_y در صفحه α تجزیه کرد

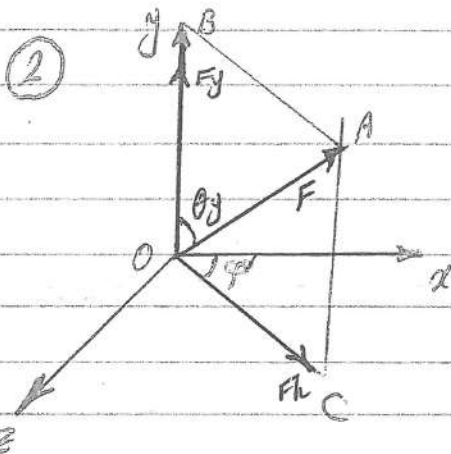
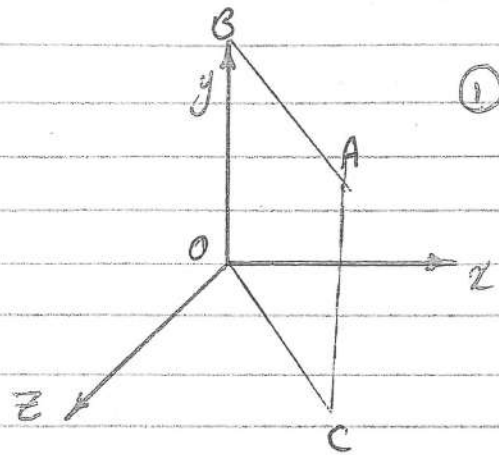
همانند شکل در صفحه α و عمود بر این دو صفحه برای مؤلفه‌های افقی F_x و F_y

پایین نیروها بدست آمد.

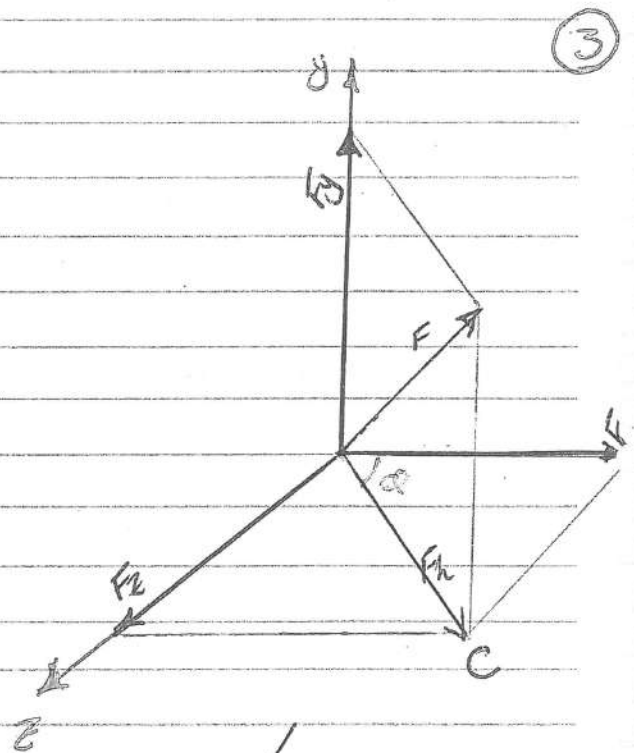
$$\left\{ \begin{array}{l} F_x = F_h \cos \theta = F \sin \theta_y \cos \varphi \\ F_y = F_h \sin \theta = F \sin \theta_y \sin \varphi \end{array} \right.$$

میز نیروی سه‌بعدی (F) را به سه بردار قائم F_x ، F_y ، F_z تجزیه کرده‌ایم. بردارهای

مختصات می‌گیرند.



$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$



توجه: بردار است. بردار آن را می‌توان به سه بردار مختص به خود تجزیه کرد. در واقع این عبارت بیان می‌کند که بردار F را می‌توان به سه بردار مختص به خود تجزیه کرد.

می‌گیرند.

$$\begin{cases} F_x = F \cos \theta_x \\ F_y = F \cos \theta_y \\ F_z = F \cos \theta_z \end{cases}$$

با توجه به بردارهای $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ و $\hat{k}$ در صورتی که به صورت $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ و $\hat{k}$ می توان نوشت
 F_x ، F_y ، F_z نیروی F را به صورت ضرب اسکالر F و بردار آن نوشت
 و به صورت $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ و $\hat{k}$ می توان نوشت (λ) مؤلفه های F را F نام برداری کرد.

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2 + F_z^2$$

$$\hat{k} = \cos \theta_x \hat{i} + \cos \theta_y \hat{j} + \cos \theta_z \hat{k}$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 λ_x λ_y λ_z

در نهایت با توجه به قانون مجموع مربعات مؤلفه های $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ و $\hat{k}$ می توان برای $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ و $\hat{k}$ مؤلفه های
 $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ و $\hat{k}$ برابر با مربع جذری آن می باشد.

$$\lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 = 1$$

$$\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1$$

$$F = F \cdot \hat{k}$$

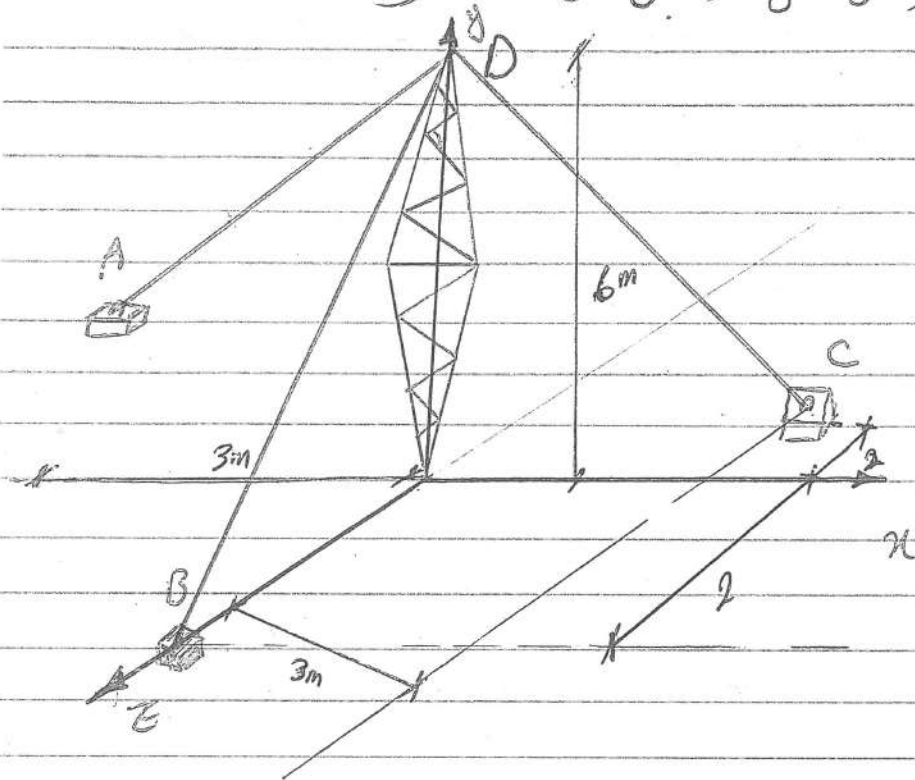
$$\vec{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$\vec{r}_{B/A} =$$

$$\hat{k}_F = \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|}$$

$$\vec{F} = F \cdot \hat{k}_F$$

مسئله: دکل میخبرایی نشان داده شده در شکل زیر به جرم 20 kg به وسیله سیم به طول 3 m به زمین مهار شده است. محاسبات میسر نیروهای کششی در طول های مورد نظر



$$A \begin{vmatrix} -3 \\ 0 \\ -2 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$C \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{vmatrix} \quad D \begin{vmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$W = mg \Rightarrow W = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

$$\vec{AD} = (x_D - x_A)\hat{i} + (y_D - y_A)\hat{j} + (z_D - z_A)\hat{k}$$

$$\vec{AD} = (0 - (-3))\hat{i} + (6 - 0)\hat{j} + (0 - (-2))\hat{k}$$

$$\vec{AD} = 3\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k} \Rightarrow |\vec{AD}| = \sqrt{49} = |\vec{AD}| = 7$$

$$\lambda_{AD} = \frac{\vec{AD}}{|\vec{AD}|} \Rightarrow \frac{3}{7}\hat{i} + \frac{6}{7}\hat{j} + \frac{2}{7}\hat{k}$$

$$\vec{F}_{AD} = F \cdot \lambda_{AD} \Rightarrow \vec{F}_{AD} = F \cdot \left(\frac{3}{7}\hat{i} + \frac{6}{7}\hat{j} + \frac{2}{7}\hat{k} \right)$$

→ F_{BD} :

$$B \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow BD \begin{vmatrix} 0 \\ -6 \\ 2 \end{vmatrix} \Rightarrow BD = -6j + 2k$$

$$|BD| = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 6.32$$

$$\lambda_{BD} = \frac{-6}{6.32}j + \frac{2}{6.32}k = -0.95j + 0.32k$$

$$F_{BD} = \lambda_{BD} \times F = -190j + 64k$$

→ F_{CD} :

$$C \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow CD \begin{vmatrix} 3 \\ -6 \\ -2 \end{vmatrix} \Rightarrow CD = 3i - 6j - 2k$$

$$|CD| = \sqrt{9 + 36 + 4} = \sqrt{49} = 7$$

$$\lambda_{CD} = 0.43i - 0.86j - 0.28k$$

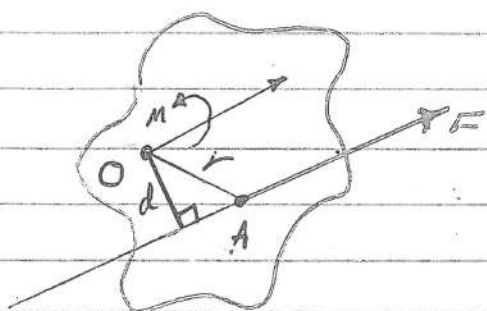
$$F_{CD} = \lambda_{CD} \times F = 86i - 172j - 56k$$

نشیءه عینی در فضای سه بعدی

نشیءه نیرو حول یک نقطه (moment of force about Point)

یادگیری و حفظ، به دلش در فضایی محوره عینیه نشیءه صحت بردیم در این بخش

ای رصیت دقت ایکی دوباره تکرار شود



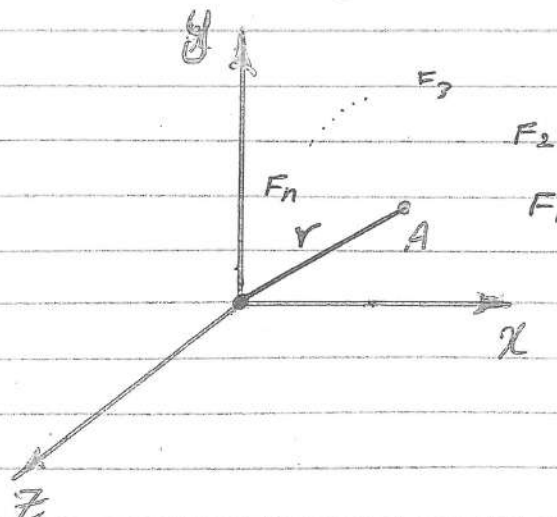
$$\begin{cases} M = F \cdot d \\ M = r \times F = r \cdot \sin \theta \cdot F \end{cases}$$

* در ادامه برای ورود به نشیءه در فضای سه بعدی نیاز به آشنایی با نشیءه واریانت داریم

در این بخش نشیءه صحت توزیع نیروی هر یک از ایکی برای عینی نشیءه و برای نشیءه

نشیءه می شود. اگر چندین نیرو $F_1, F_2, \dots, F_n$ در نقطه ای همانند A وارد شوند

عی نشیءه به یک (۱) برادر مکان نشیءه (A) نشیءه دارد



مؤلفه‌های قائم نسبت در مینند

عموماً از نیرو و بردار مکان قطره‌ای از این مؤلفه‌های قائم (x, y, z) تجزیه کنیم
نسبت نسبت به یک نیرو در فرض به صورت قابل ملاحظه‌ای ساده می‌شود مثلاً اگر نسبت به M_0

یک نیروی F به مؤلفه‌های F_x, F_y, F_z تجزیه شود می‌توان این نیروهای تجزیه

شده را در نقطه‌ای همانند A قرار داده و مشخصاتی چون نسبت به برای اندازان

استفاده از نسبت

$$\begin{cases} F = F_x + F_y + F_z \\ r = r_x + r_y + r_z \end{cases}$$

	i	j	k
M =	r_x	r_y	r_z
	F_x	F_y	F_z

* به طور ساده نسبت به نیرو حول یک نقطه درخواه همانند A قرار داده می‌توان محاسبه
حقیق نقطه A را به نسبت محورهاهای مشخصاتی بدست آوریم.

$$M_A^F = r_{B/A} \times R$$

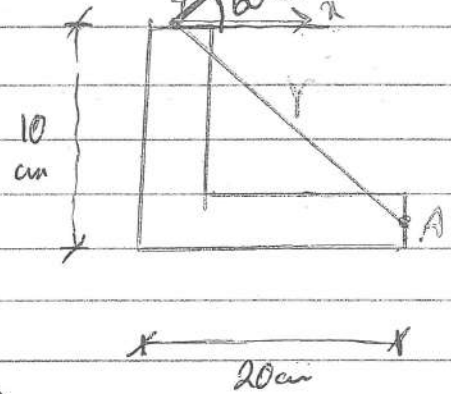
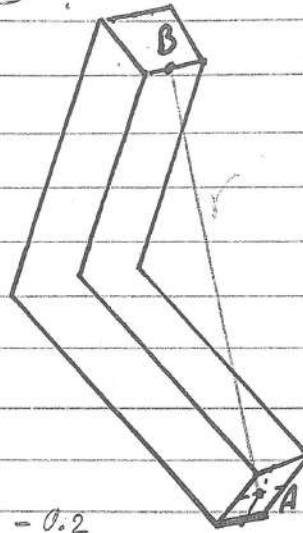
برای بدست آوردن

A	x_1
	y_1
	z_1

B	x_2
	y_2
	z_2

rocco

مسئلہ: نیچر کی شکل دیکھ کر «A» کی سہولت:



$$r_{AB} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} -0.2 \\ +0.1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$F = \begin{vmatrix} F_x = 80 \times \cos 60^\circ = 40 \text{ N} \\ F_y = 80 \times \sin 60^\circ = 69 \text{ N} \end{vmatrix}$$

$$M = F \cdot d$$

$$F = 40\hat{i} + 69\hat{j}$$

$$\text{سہولت: } M = (-40 \times 0.1) + (-69 \times 0.2) \Rightarrow M = -18 \text{ N.m}$$

$$\text{سہولت: } r_{BA} = -0.2\hat{i} + 0.1\hat{j} \quad F = 40\hat{i} + 69\hat{j}$$

$$M_{80} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -0.2 & 0.1 & 0 \\ 40 & 69 & 0 \end{vmatrix} = M_{80} = (-0.2 \times 69) - (0.1 \times 40) = -18 \text{ N.m}$$

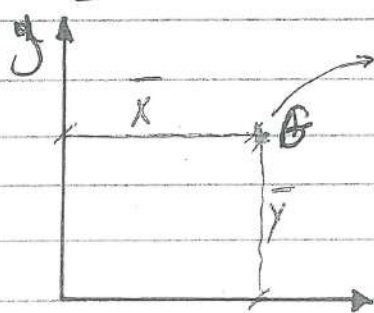
کتاب در الیاف (مجله استانبول)

سید عبدالحق ندو حاصل مرتبہ و حرم صلبہ از طب محکمہ دست و ریل سطح لغوی

مستند به کتب و اسناد و اشیاء و غیره که در این موزه نگهداری می شود

و بحمد خدا - معروض « کشت و زرع را بکارده ایم ، بیس صد و هشتاد و پنج

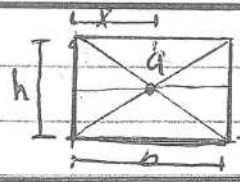
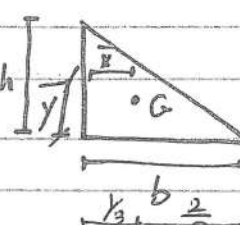
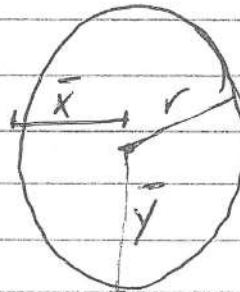
طول l m^3 cm^3 جانتہم ہی بلکہ ہاتھ پر تعزیر غور خواہم داشت



$$\left. \begin{array}{l} \text{center of mass} \\ \text{centroid} \end{array} \right\} \begin{array}{l} Q_x = A \cdot \bar{y} \\ Q_y = A \cdot \bar{x} \end{array}$$

* در روابط حقوق مقادیر α و β محضت برین سطح می باشد در محموله آن را با G نمایش می دهند

* در جدول زیر مرکز سطح بعضی اشکال هندسی متعارف نسبت به محورهای x و y آمده است:

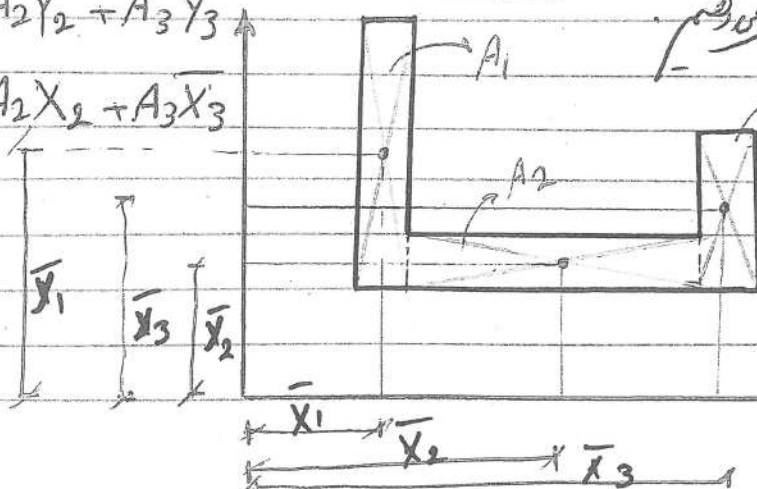
توصیفات	$\bar{Y}$	$\bar{X}$	نقطه هندسی	نام سطح
مرکز سطح این اشکال در محل تقاطع قطر آنها باشد	$\frac{h}{2}$	$\frac{b}{2}$		مستطیل یا مربع
مرکز سطح در این نقطه قرار می‌گیرد فاصله نسبت به لبه‌های مختلف همیشه یکسان است	$\frac{h}{3}$	$\frac{b}{3}$		مثلث قائم الزاویه
مرکز دایره بر روی مرکز سطح آن می‌باشد	r	r		دایره

نسبت اول سطح به سطح مربع

بر مبنای محاسباتی نسبت اول سطح به مربع، اگر با رابطه سطح هندسی ساده بخواهیم محاسبه کنیم
می‌توانیم مرکز سطح هر یک از آنها را به دست آوریم و با استفاده از این نسبت اول سطح را به دست آوریم

$$Q_x = A_1 \bar{Y}_1 + A_2 \bar{Y}_2 + A_3 \bar{Y}_3$$

$$Q_y = A_1 \bar{X}_1 + A_2 \bar{X}_2 + A_3 \bar{X}_3$$



نیز می‌توانیم به روش دیگر محاسبه کنیم

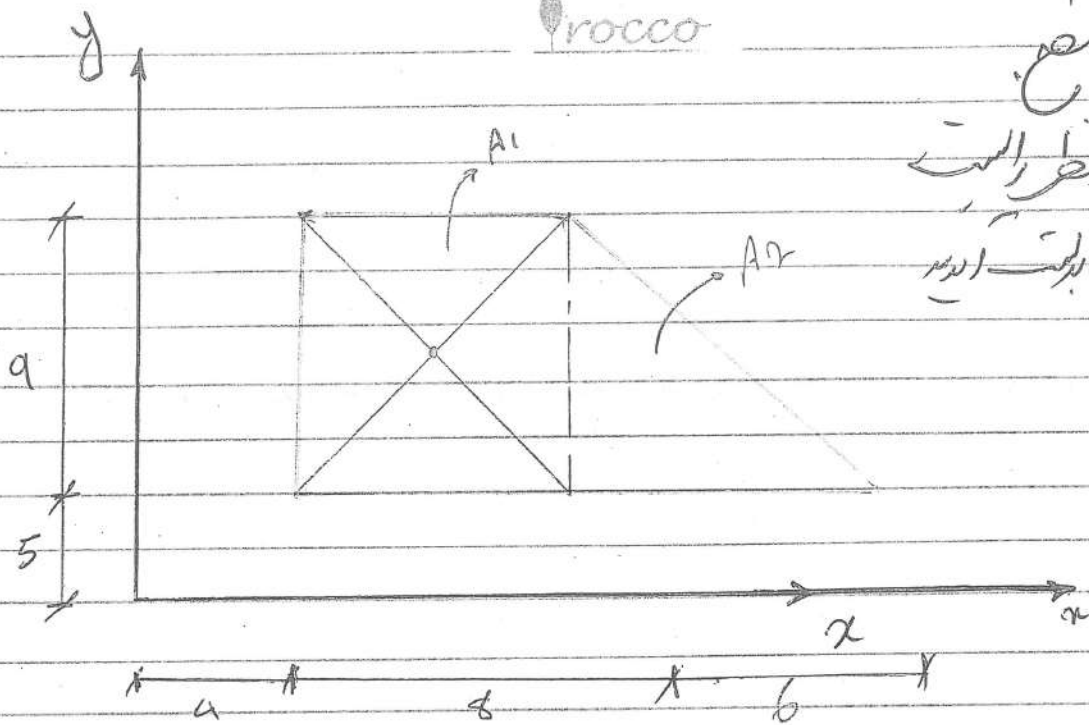
$$Q_x = \sum_{i=1}^n A_i \bar{Y}_i$$

$$Q_y = \sum_{i=1}^n A_i \bar{X}_i$$

rocco

مساحت سطح

برای سطح مساحت را به دست آوریم
بر محورها اول به دست آوریم



$$A_1 = 9 \times 8 = 72$$

شماره	$A_i \text{ (cm}^2\text{)}$	$\bar{x} \text{ (cm)}$	$\bar{y} \text{ (cm)}$	$\bar{x} \cdot A$	$\bar{y} \cdot A$
A_1	72 cm^2	8	9.5	684	576
A_2	27 cm^2	14	8	216	378
Σ	—	—	—	900	954

$$Q_x = 684 + 216 = 900 \text{ cm}^3$$

$$Q_y = 576 + 378 = 954 \text{ cm}^3$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma A_i \bar{x}_i}{\Sigma A_i} = \frac{12500}{500} = 25 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma A_i \bar{y}_i}{\Sigma A_i} = \frac{10000}{500} = 20$$

$$G_{\text{total}} = \begin{cases} x = 25 \\ y = 20 \end{cases}$$

مرکز سطح مقطع

برای محاسبه مرکز سطح مقطع به دو صورت می‌توانستیم مرکز لایه‌ها را به هم جمع کنیم و آن را به مساحت کل تقسیم کنیم. اما در اینجا به دلیل اینکه لایه‌ها به هم چسبیده‌اند و یک جسم واحد را تشکیل می‌دهند، باید از فرمول مرکب استفاده کنیم.

$$Q_y = A \bar{x}$$

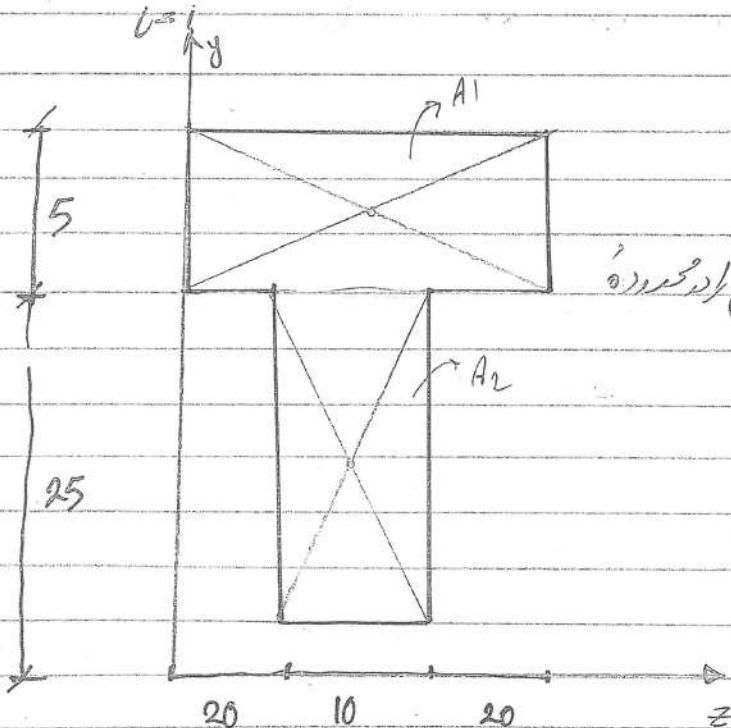
$$Q_y = \sum_{i=1}^n A_i \bar{x}_i$$

$$A \bar{x} = \sum_{i=1}^n A_i \bar{x}_i \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum A_i \bar{x}_i}{\sum A_i}$$

$$Q_x = A \bar{y}$$

$$Q_x = \sum_{i=1}^n A_i \bar{y}_i$$

$$A \bar{y} = \sum_{i=1}^n A_i \bar{y}_i \Rightarrow \bar{y} = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i}$$



م: مرکز سطح مقطع

در این شکل، مرکز سطح مقطع را می‌توانیم به دو روش محاسبه کنیم:

روش اول: استفاده از فرمول مرکب

	A_i	$\bar{x}_i$	$\bar{y}_i$	$A_i \bar{x}_i$	$A_i \bar{y}_i$
A_1	$5 \times 20 = 100$	10	27.5	1000	2750
A_2	$25 \times 20 = 500$	10	12.5	2500	3125
Σ	600	-	-	3500	5875

م: مرکز سطح مقطع
م1: مرکز سطح مقطع
م2: مرکز سطح مقطع

فصل ششم: تحلیل سازه ها - تیر

فصل پنجم: تحلیل سازه ها - تیر

سازه : Structure

مجموعه ای از اعضا و مصالح و ارتباط بین آنها به طوری که تحمل نیروها و بارها و واکنش و جابجایی را به صورت مطلوب و امن برآورد داشته باشد این تحمل بر این مفاهیم است که سازه تحت اثر نیروهای وارد بر آن دچار تغییر شکل های بیسازنده نشده و ارتعاش و لرزش نسبی شود.

نیروها اثرات آنها (تیرها) به تیرهای اصلی و تیرهای اصلی به ستون ها و ستون ها به ستون ها به زمین منتقل شده و نهایتاً نیروی نهایی منتقل می شود.

Load on the structure : بارهای وارده بر سازه

مطابق با ضوابط و مقررات سازه های مختلف به آن سازه بارهای وارده می شود به طوری که بارها به دو دسته بارهای ثابت و بارهای متغیر تقسیم می شود
بارهای ثابت : بارهای مرده (Dead Load) ، بارهای زنده (Live Load)

و به ترتیب و بارها ...

بارهای جانبی : Lateral load ، بار باد (Wind Load) ، بار زلزله (Seismic Load) ، دیگره و ...

التمیذ می توان دانست که در این حالت بار استاتیکی و (بار استاتیکی) و بار دینامیکی (بار دینامیکی) نیز می تواند
تفاوت این دو بار عبارتند از:

- ① بارهای دینامیکی نسبت به بارهای استاتیکی تغییر می کنند
 - ② بارهای دینامیکی در سازه ای که ارتعاش و حرکت می نماید
- در عبارت دیگر در بارهای استاتیکی معادله حاکم بر این سیستم ها فقط شامل سختی و جرم جابی
می شود اما در حالت بارهای دینامیکی (پویا) معادله حاکم بر این سیستم ها شامل سختی، جرم،
سرعت و میرایی می باشد.

سختی *Stiffness*: مقاومت در برابر تغییر مکان

میرایی *Damping*: پدیده کاهش تدریجی دامنه ی ارتعاش و یا نیز با ساده تر حاکم بر انرژی

جنبشی - ارتعاشی سازه را به خودی مستقر کند. (چنانچه مستقر شود)

حداقل تغییرات در سازه ها

- ① پایداری *Stability*: پایداری یک سازه را می توان به صورت سختی آن با بارهای ایستایی
تغییرات شکل های زیر در سازه معرفی کرد

- ② قوت *Strength*: مقاومت یک سازه را می توان به صورت سختی آن
سازه تحت اثر بارهای مختلف اعضا و اتصالات آن را معرفی کرد.

تغییرات شکل پس از بارگذاری اعضا و اتصالات در سازه ها است در مقابل تغییرات سازه

به خصوص در مادی انعطاف پذیر و سازه های سختی (سخت) اعضای آن سختی دارند

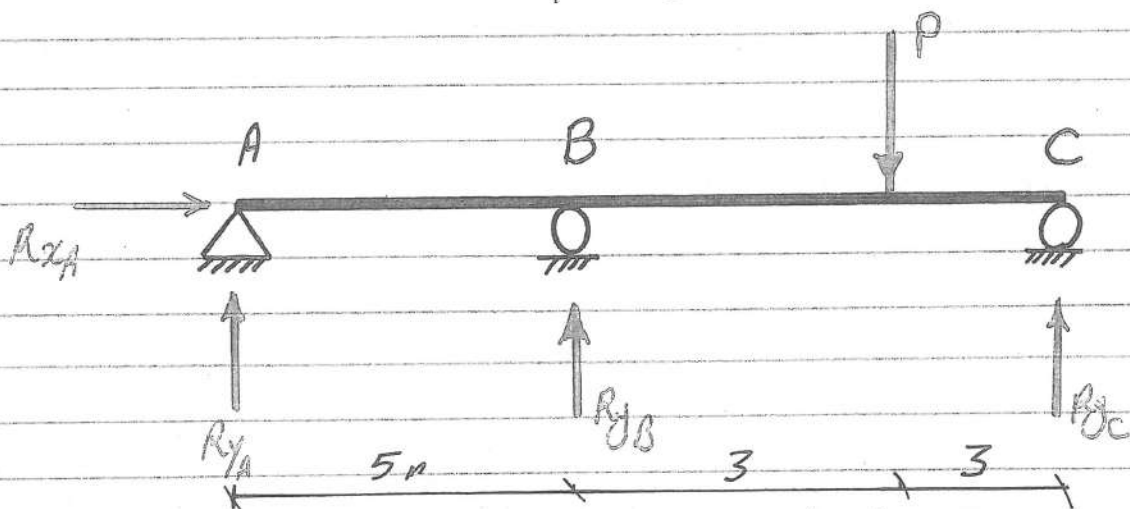
در حالی که تغییراتی به تعداد اعضاء، اتصالات و همچنین نحوه چیدمان (ارزاش) آنهاست
دارد.

معمولاً معین یا نامعین در سازه ها:

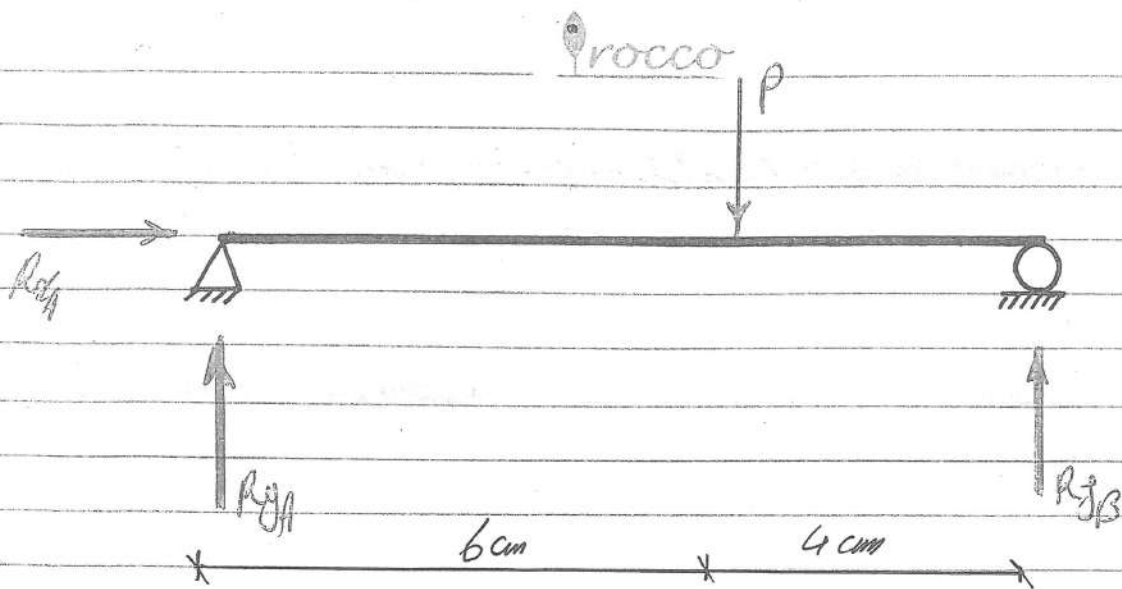
Determinate (معین) , Indeterminate (نامعین) , Hyperstatic

سازه های معین استاتیکی عبارتند از کالری بتوانی صرفاً با معادلات تعادل استاتیکی تمامی واکنش های مجهول را پیدا کنی. در سازه های نامعین یا Hyperstatic سازه را می توان به وسیله معادلات تعادل استاتیکی و معادلات سازگاری (Compatibility) حل کرد.

حالا در مفهوم سازه معین و نامعین بیشتر درجه های معین را می توان به صورت تعداد مجهولات داخلی (انبره های اعضاء) و خارجی (واکنش ها) (مجموع درجه های سازه تعریف کرد که می توان آن را با معادلات تعادل استاتیکی حل کرد).



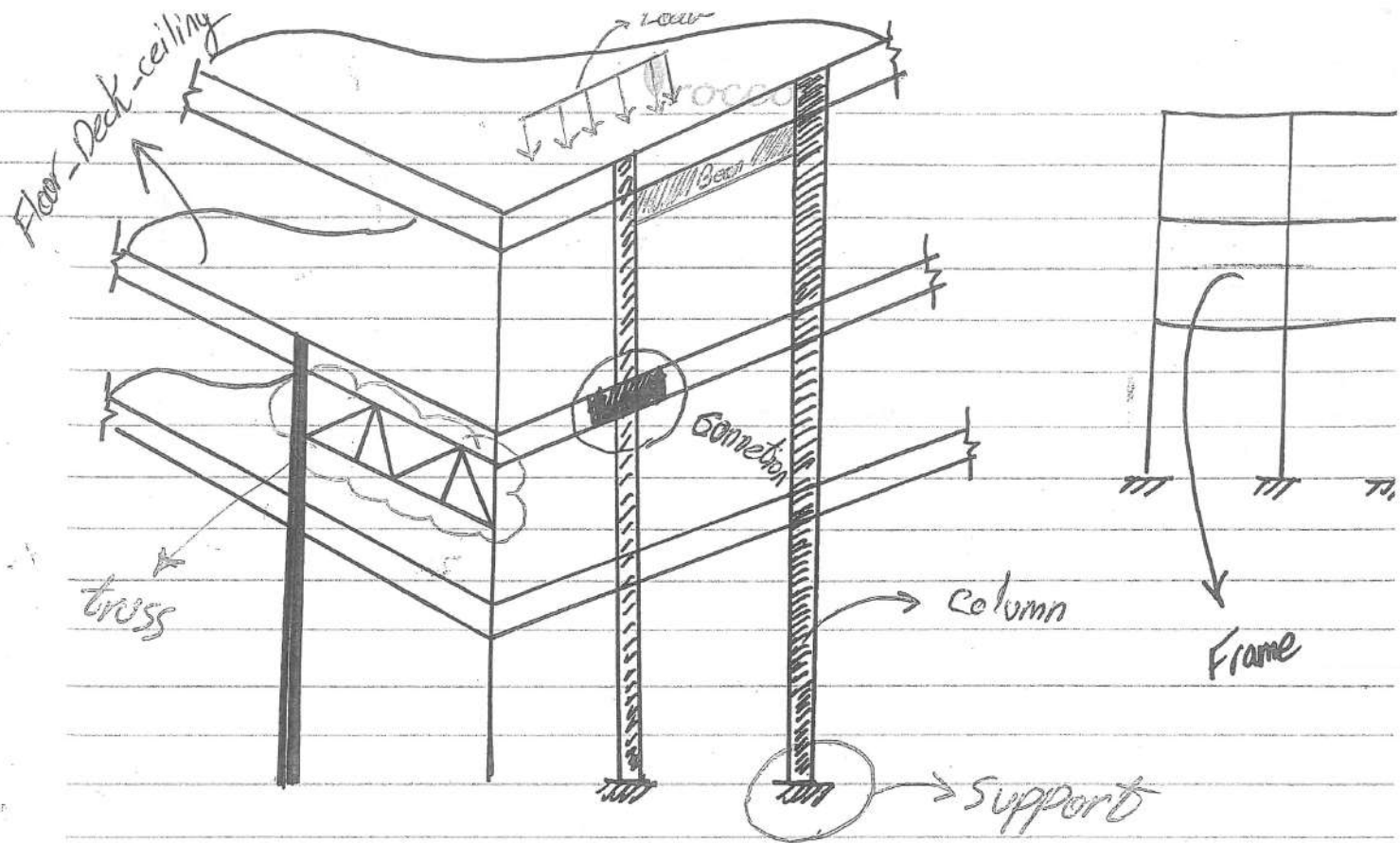
* نامعین indeterminate



Determinate معین

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \rightarrow + \\ \sum F_y = 0 \rightarrow + \\ \sum M = 0 \rightarrow + \end{array} \right.$$

معمولاً ۳ معادله تعادل داریم: $\sum F_x = 0$ ، $\sum F_y = 0$ و $\sum M = 0$.
 تعداد مجهولات باید با تعداد معادلات تعادل برابر باشد.
 اگر مجهولات بیشتر از معادلات تعادل باشد، سیستم نامعین است.
 اگر مجهولات کمتر از معادلات تعادل باشد، سیستم بیش از حد معین است.
 در این مثال: $5 - 3 = 2$ درجه نامعینی داریم.
 این ۲ درجه نامعینی را می‌توانیم به دو روش حل کنیم:
 ۱- استفاده از معادلات تعادل اضافی (مثلاً اگر یک تکیه‌گاه اضافی داشته باشیم).
 ۲- استفاده از روش حذف مجهولات (مثلاً اگر یک عضو اضافی داشته باشیم).



• structure

ساختار : structure ، ستون : Column ، تیر : Beam

پایه : support ، اتصال : Connection ، قاب : Frame

بار : Load ، سقف - کف - تیر : Ceiling - Floor - Deck ، تیر : Tross

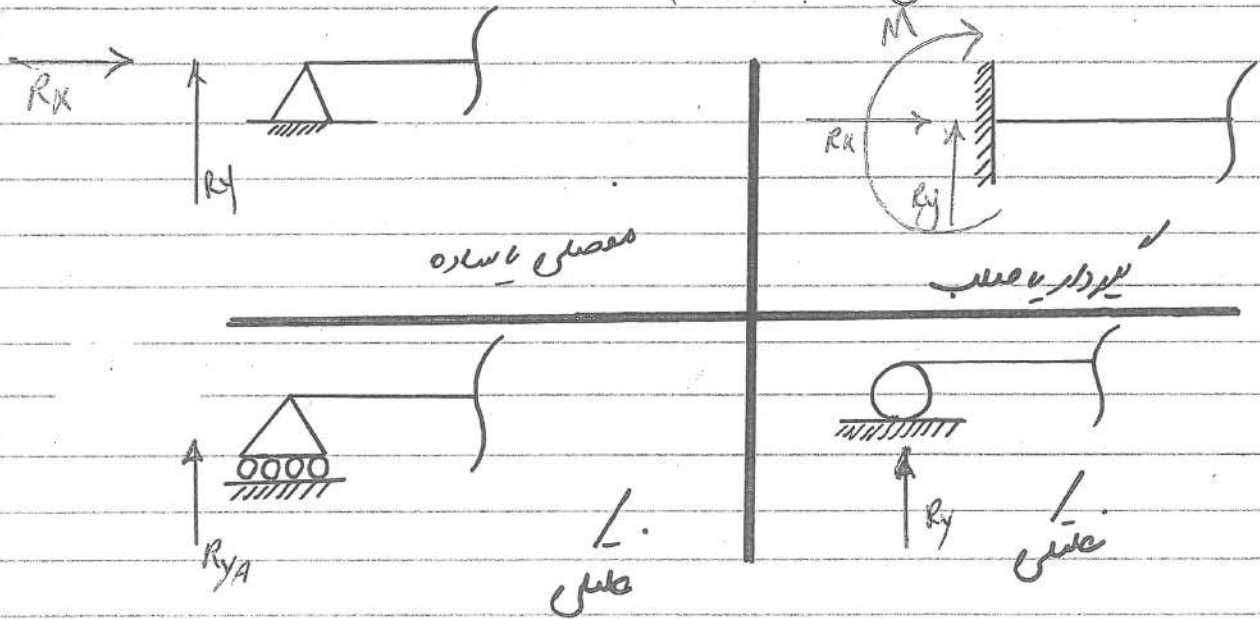
محاسبه عکس العمل‌های تکیه‌گاهی؛

برای حل مسائل استاتیکی بر روش تعادل (معادلات تعادل) ابتدا محدودیت جسم آزاد

آن را ترسیم می‌کنیم. در مورد جسم آزاد نمودار است که هر نیروها، گشتاورهای اعمالی بر جسم

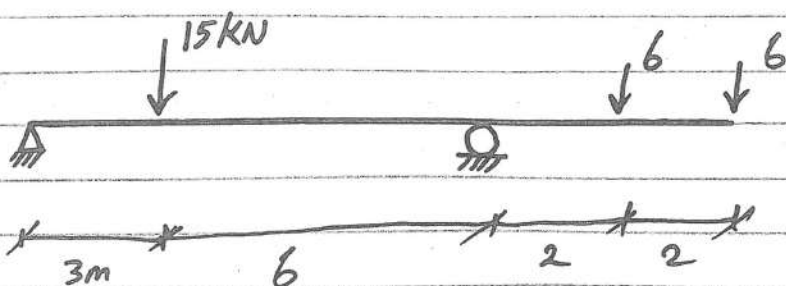
اگرچه نیروها، گشتاورها، گشتاورهای خارجی، تکیه‌گاه‌ها را نشان می‌دهند.
برای نشان دادن نیرو، گشتاور تکیه‌گاهی باید انواع تکیه‌گاه‌ها را نسبت به نوع آنها

عبور کنند (صحنه 93 فصل ۱۰ جلد ۱)

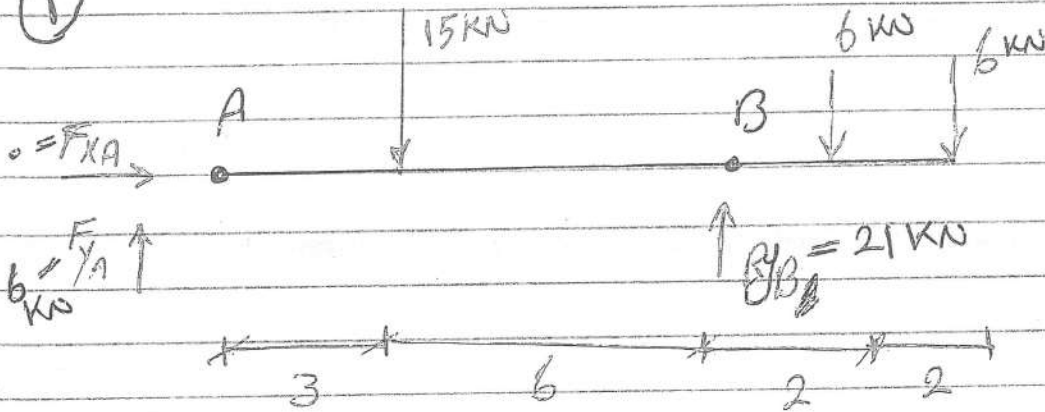


مسئله: در تیرکات با رها کردن معلوم است محاسبه عکس العمل‌های تکیه‌گاهی در نقاط A, B

حل: ① جسم آزاد (سازه) ② نوشتن معادلات تعادل ③ حل معادلات تعادل



①



②

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow + \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M_A = 0 \curvearrowright + \end{cases}$$

③

1) $\sum F_x = 0 \rightarrow + : \boxed{F_{XA} = 0}$

2) $\sum F_y = 0 \uparrow + : F_{YA} - 15 + F_{YB} - 6 - 6 = 0$

$F_{YA} + F_{YB} = 27 \quad (*)$

3) $\sum M_A = 0 \curvearrowright + : -(6 \times 3) - (6 \times 11) + (F_{YB} \times 9) - (15 \times 3) + (F_{YA} \times 0) = 0$

$-78 - 66 + 9 F_{YB} - 45 = 0$

$9 F_{YB} = 189$

$F_{YB} = \frac{189}{9} = 21 \text{ kN}$

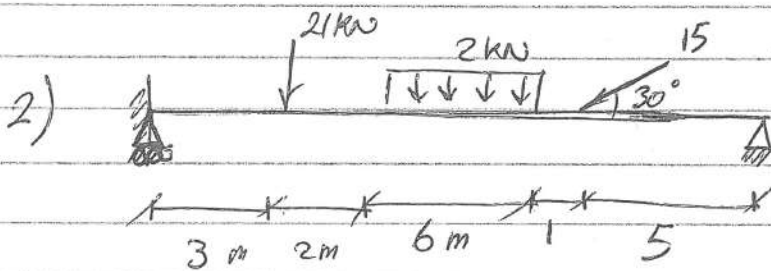
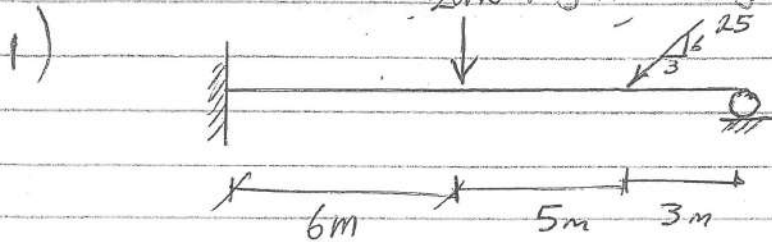
$F_{YA} + F_{YB} = 27, F_{YB} = 21 \Rightarrow F_{YA} = 27 - 21 = 6 \text{ kN}$

rocco

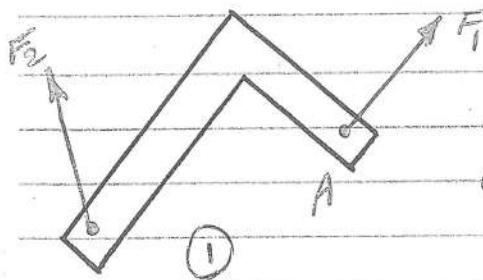
مسألة 1.4 ، 4.4 فصل 4.4 راجع لفصل (التدريبات)

1/ 1

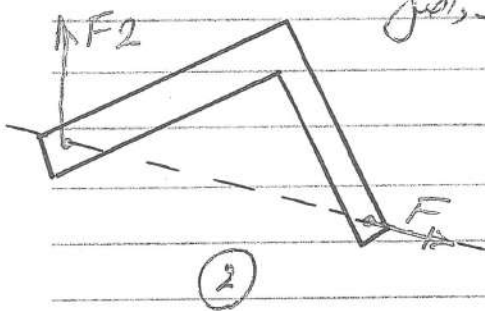
مسألة 1.4 : حساب التفاعل في نقطة 1



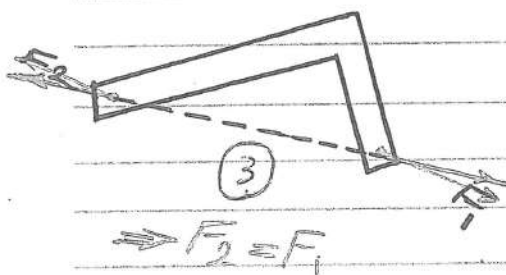
نکات بسیار مهم در مورد اجسام نیریزی



الف: تعادل جسم نیریزی
 اگر عضوی تحت اثر دو نیرو فقط قرار گیرد باید در حالت تعادل باشد آن عضو را دو نیروی می نامیم



گشت دور نیرو حول نقطه اثر نیز نتیجه می دهد که اندک نیروها خط دامن
 و نقطه اثر می باشد همچنین با داشتن معادله نیروها مشخص می شود
 در این دو نیروی هم مساوی و مختلف جهت هستند

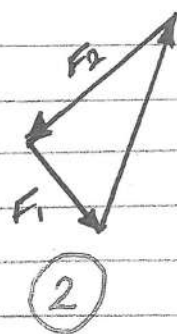
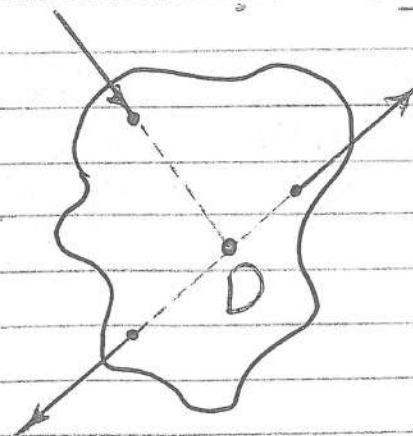
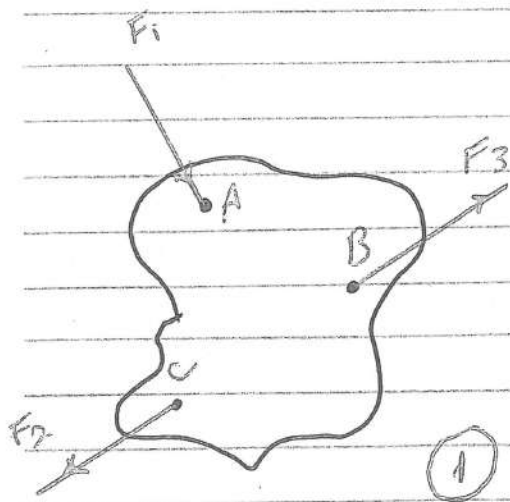


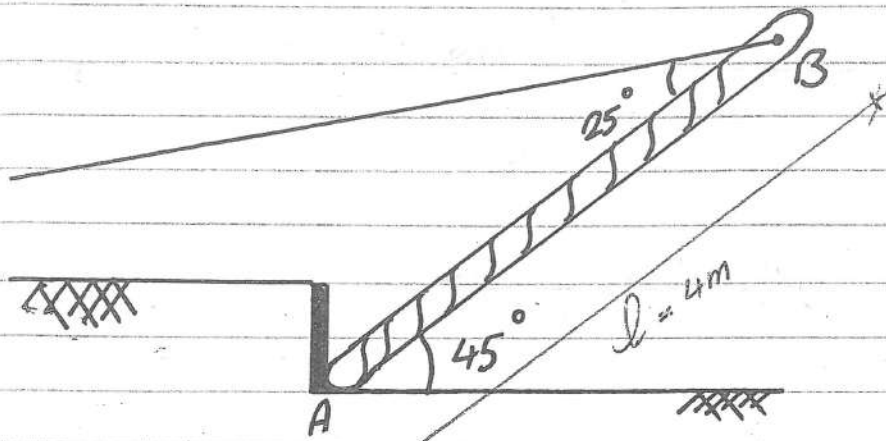
ب: تعادل جسم نیریزی
 اگر عضوی تحت اثر فقط 3 نیرو قرار گیرد در حالت تعادل باشد
 آن جسم را سه نیروی نامند تعادل چرخشی نتیجه می دهد
 $\Rightarrow F_2 = F_1$

نبرد عضله سه نیروی وجود دو نقطه چرخشی نیست

1) اندک سه نیرو از یک خط واحد (مستقیم) می گذرد

2) چند صافی نیرو می توانند یک نقطه باشند



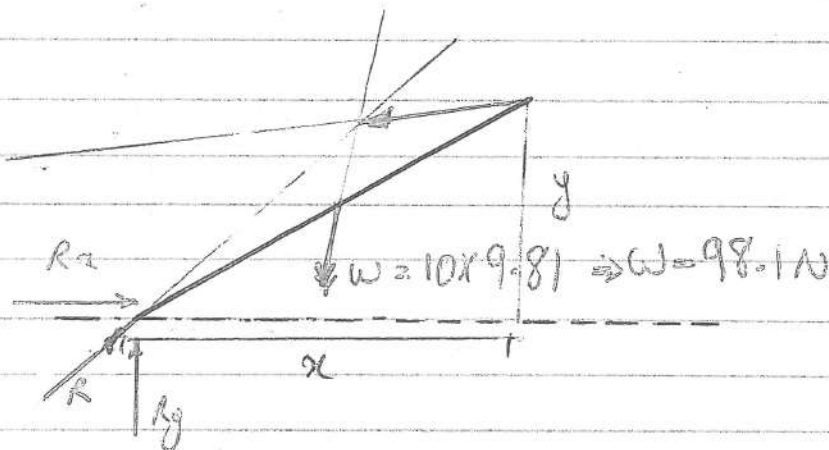


مسئله: سیمی به بسترش 10kg به طول $l = 4m$ از مفصلی به نقطه بالا نگه داشته شده است.

الف: کشش در طول سیم را پیدا کنید

ب: عملیاتی کنید تا سیم در نقطه A

Free Body diagram



$$\tan \frac{y}{x} = \alpha \Rightarrow \alpha = 59^\circ$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow$$

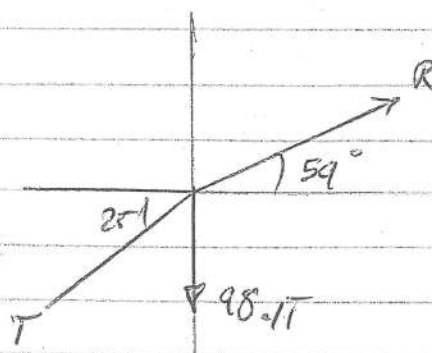
$$R \cos 59^\circ - T \cos 25^\circ = 0$$

$$T = 0.57 R \rightarrow T = 90 N$$

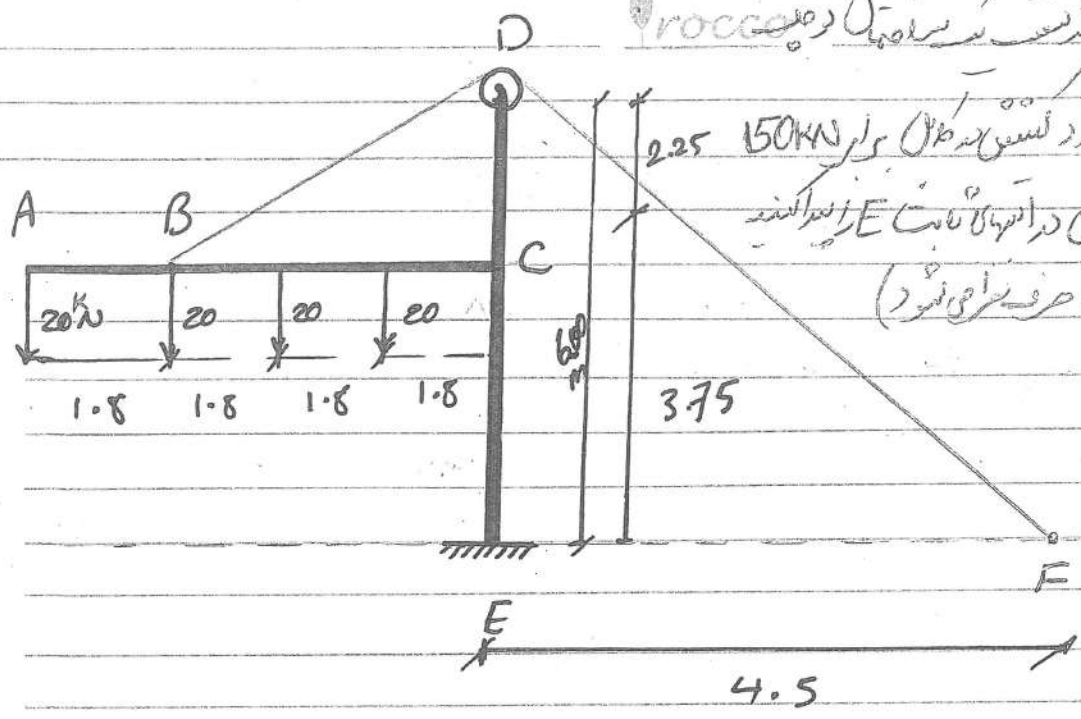
$$\sum F_y = 0 \uparrow$$

$$R \sin 59^\circ - T \sin 25^\circ - 98.1 = 0$$

$$R = 158 N$$

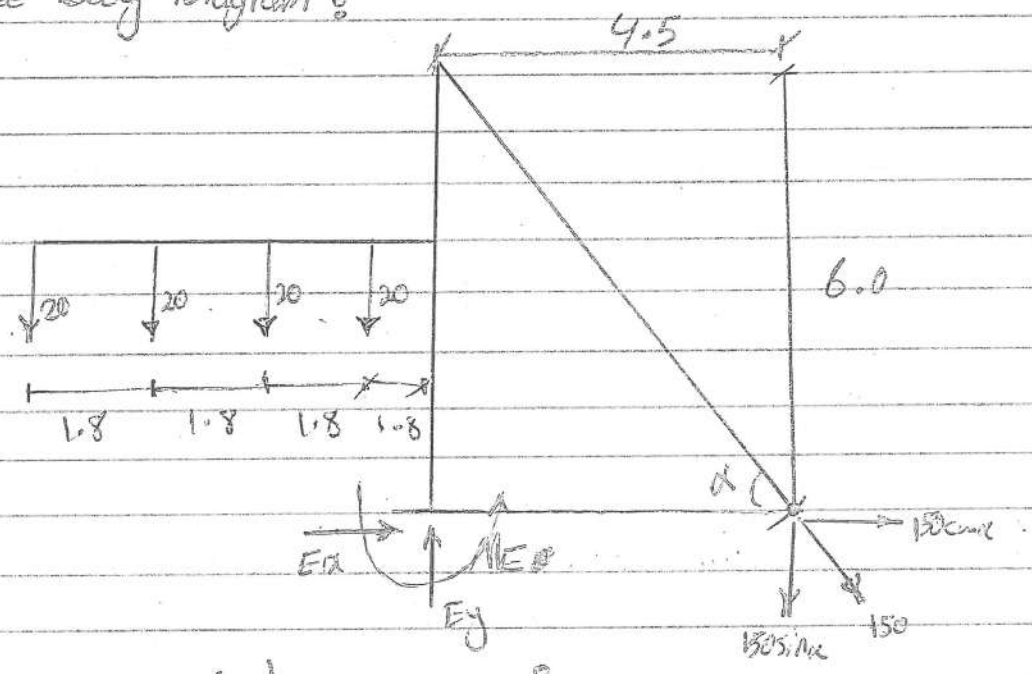


فاب دستان داده شده نسبت به سازه در محاسبه



را با هم می دهد و در محاسبه در نظر می گیریم
 می باشد. محاسبه در این حالت E را می گیریم
 (در محاسبه در نظر می گیریم C حرف می خورد)

① Free Body Diagram :



$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{6}{4.5}\right) \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

② Equation of Equilibrium :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M = 0 \curvearrowright + \end{array} \right.$$

(3)

$$\sum F_x = 0 \rightarrow E_x + 150 \cos 53^\circ = 0$$

$$\Rightarrow E_x = -90 \text{ kN}$$

(*) جهت معروض برای E_x خلاف جهت محور x است

$$\sum F_y = 0 \uparrow \Rightarrow$$

$$E_y - (4 \times 20) - 150 \sin 53^\circ \Rightarrow E_y = 200 \text{ kN}$$

* نکته: در صورتی که برداریم لظیف علامت های ریاضی استفاده کنیم رضای سیستم محاسبه محضیات بر روی نقطه

عقیده دارد و لذا نیروهای مثبت چپ خط EO علامت منفی، نیروهای راست خط EO علامت

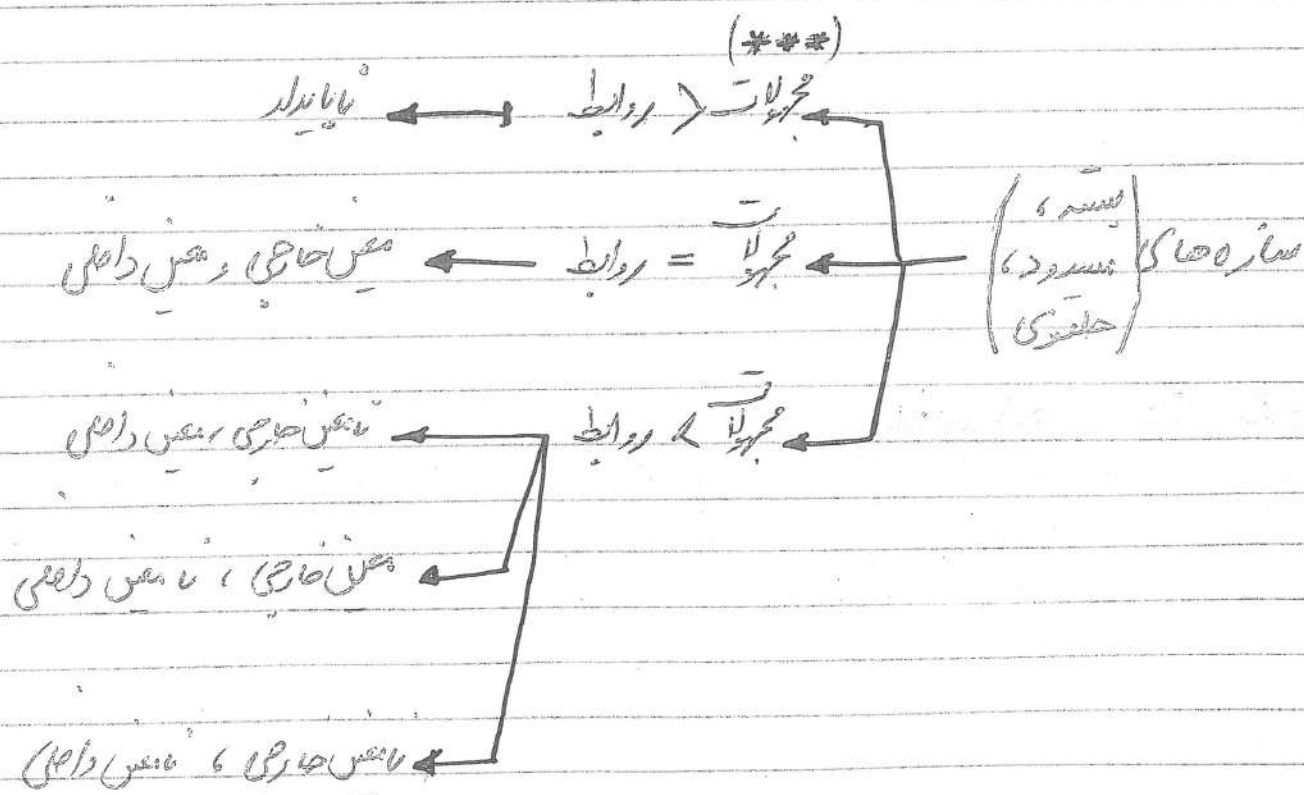
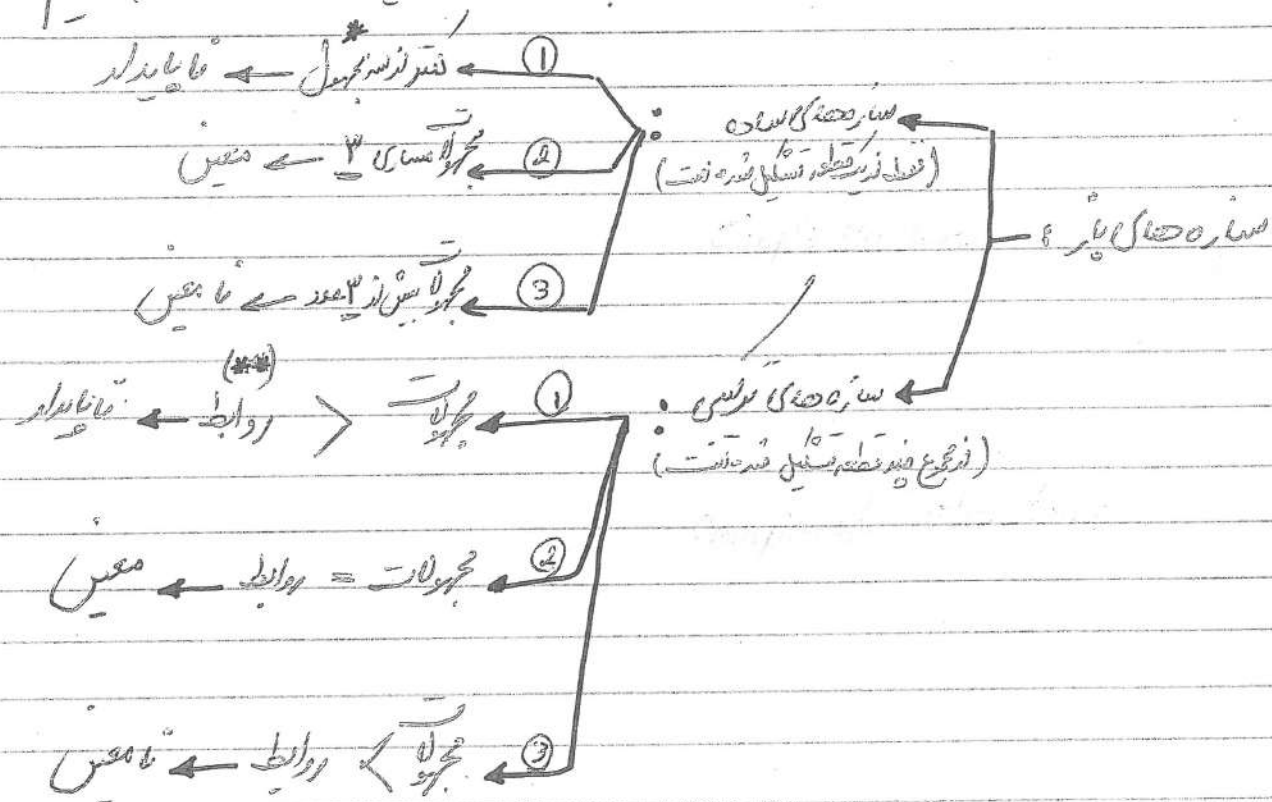
مثبت دارند و نسبت به صورت مثال نیروی 20 kN در نقطه A علامت پر علامت خود ندارد (-) است

در یک منفی (-) هم ضرب می شود، نسبت می شود که هنگام محاسبه لظیف لظیف بر هم می آید و آن استفاده کرد

$$\sum M_E = 0 \uparrow \Rightarrow (20 \times 7.2) + (20 \times 5.4) + (20 \times 3.6) + (20 \times 1.8) + M_E - (150 \sin 53^\circ \times 4.5) = 0$$

$$M_E = 181 \text{ kN.m}$$

سازمان بهر دو دسته کی سازندهای پاره سازندهای بسته (عسکری) و سازندهای (حلقه‌ای) تقسیم می‌شوند



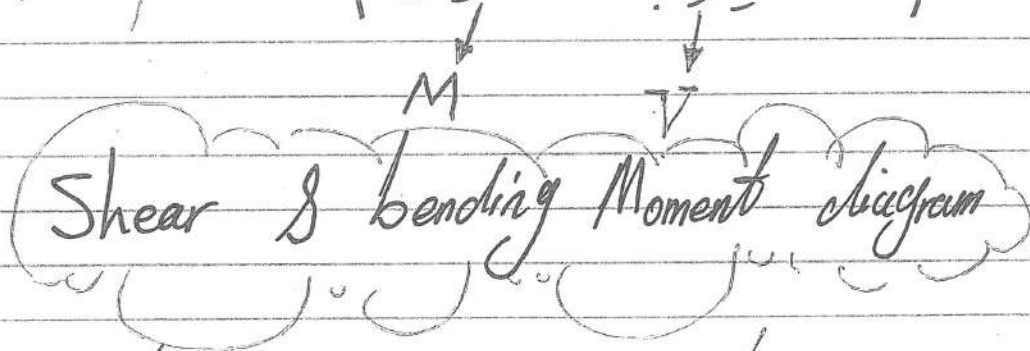
نکته: درکهای مولود ابتدا باید پایدار، پایدار، سفته بر روی و سپس به بر روی معنی، و معنی می باشد

(*) منطق از مجهولات و التمس های مجهول نتیجه می باشد

(**) روابط = سرباطی تعادل + روابط ترکیبی

(***) منطق از مجهولات و التمس های مجهول نتیجه می باشد و نه ردهای مجهول داخلی می باشد

کلید ترها (رسم نمودارهای نیروی برشی و گشتاور خمشی) (اصل هشتم کتاب)



هدف از رسم نمودارهای نیروی برشی و گشتاور خمشی بدست آوردن مقدار حداکثر و کمینه نیرو و گشتاور در طول تیر می باشد که در آنجا جهت طراحی تیرها مورد استفاده قرار می گیرد

برای رسم نمودارها در دو مرحله وجود دارد ① روش برشی (مقطع) Section

② روش سطح زیر منحنی (روش جمع بندی)

① روش برشی برای ترسیم نمودارهای M و V :

در روش برشی مراحل زیر را جهت رسم نمودارهای نیروی برشی (V) و گشتاور خمشی (M)

ایجاد کنیم ① رسم نمودار جسم آزاد ② تعیین پایداری یا ناپایداری و معنی یا نامعنی تیر مورد نظر

③ محاسبه عکس العمل های تکیه ها ④ روش در حدناقص نیروهای اعمالی بر آن (مطابق

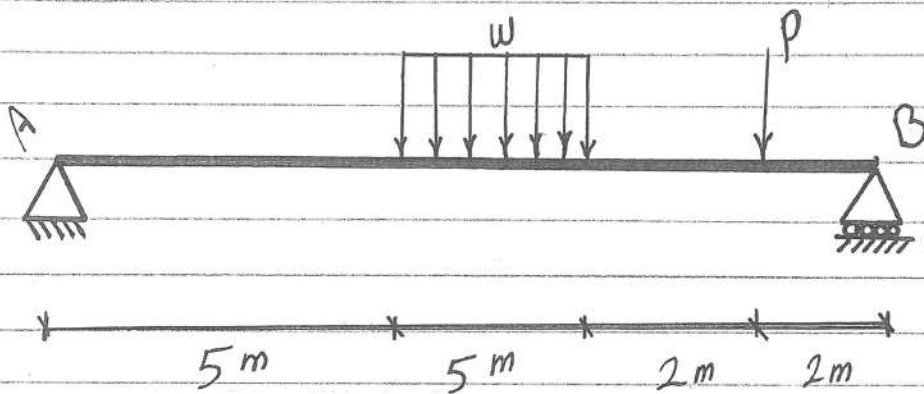
شکل در مقطع برشی جهت های نیروی برشی و گشتاور خمشی به صورت حرکت قرار می دهند جهت ترها

در نظر گرفته خواهد شد

(5) نوشتن معادلات تعادل برای این که دو قسمت برش خورده (بر اساس این معادلات

نیروی برش (V) راست در جهتی (M) بر حسب ضل تغییر می‌دهد (در صورتی که معادلات تعیین می‌شود)

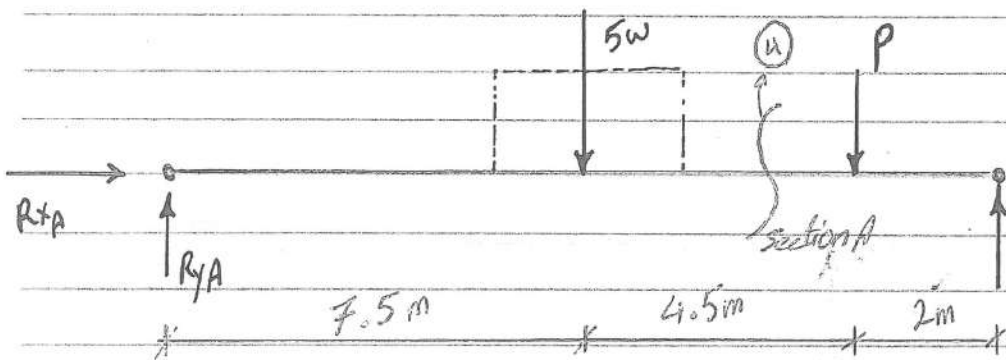
نکته: حداقل دو برش باید روی تیرها کشیده شود و تیر باید از تیرهای هم نمی‌شود.



① Free Body Diagram رسم جداگانه از تیر

② تعیین پایداری ناپایداری

معین یا نامعین



3 و تعادل طولی

3 و تعادل عمودی (معادلات)

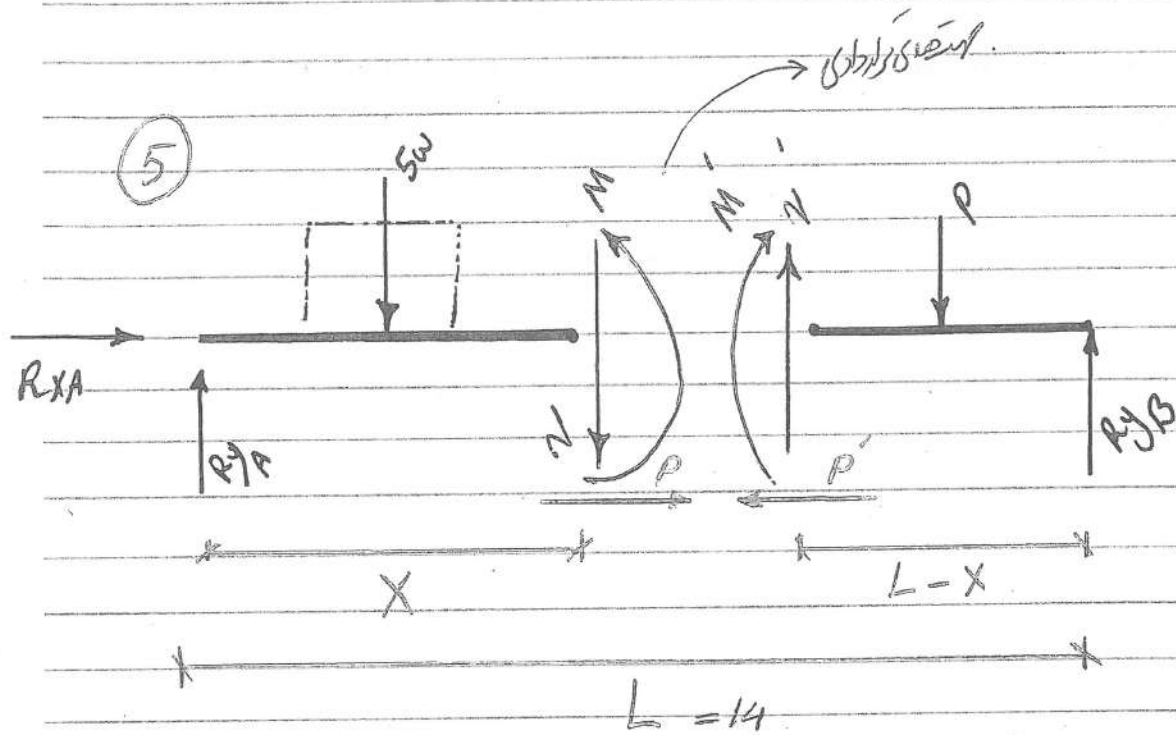
③ Equation of Equilibrium معادلات تعادل

ساده تر نوع بار و تیر

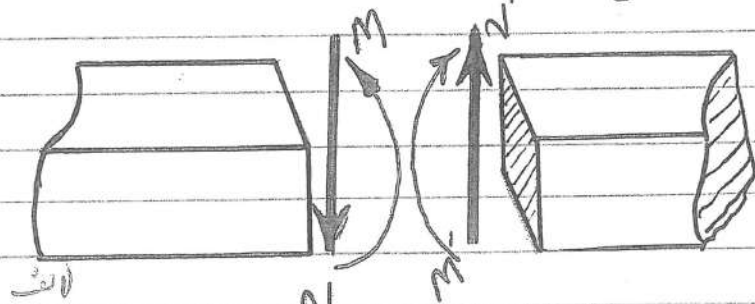
تعیین معادله پایداری و معین

$$\begin{cases} 1) \sum F_x = 0 \rightarrow + \\ 2) \sum F_y = 0 \uparrow + \\ 3) \sum M_A = 0 \curvearrowright \end{cases}$$

14 انتخاب محل و رسم برش حدیثی دو عدد در نزدیکی یکدیگر و محاسبه محل این برش بر روی دیوار
جسم آزاد (برای دیدن مشخص شده است)

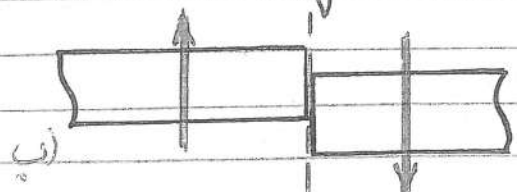


* برش N و M در یک نقطه یعنی از تیر را می‌شکند می‌گیرید برش را که نیروهای داخلی و بیرونی
وارد بر هر بخش از تیر در همان راستا هابی باشند که در فصل 9.7 (الف) نشان داده شده است

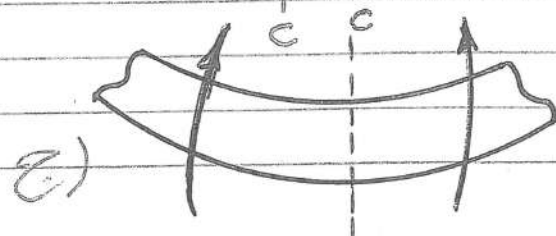


«کتاب جهان»

الف) اثر نیروهای داخلی در مقطع
(برش و گشتاور خمشی نیست)

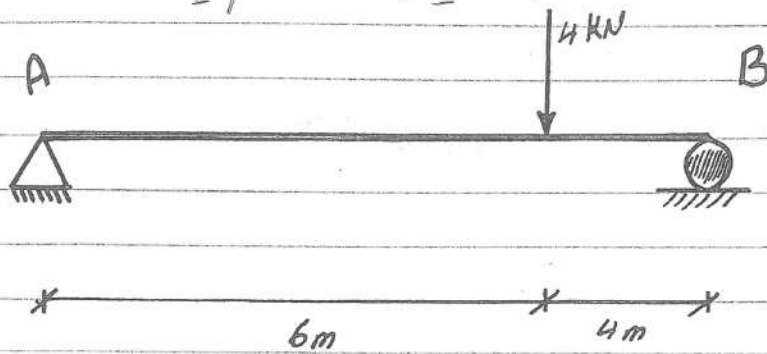


ب) اثر نیروهای خارجی (برش نیست)

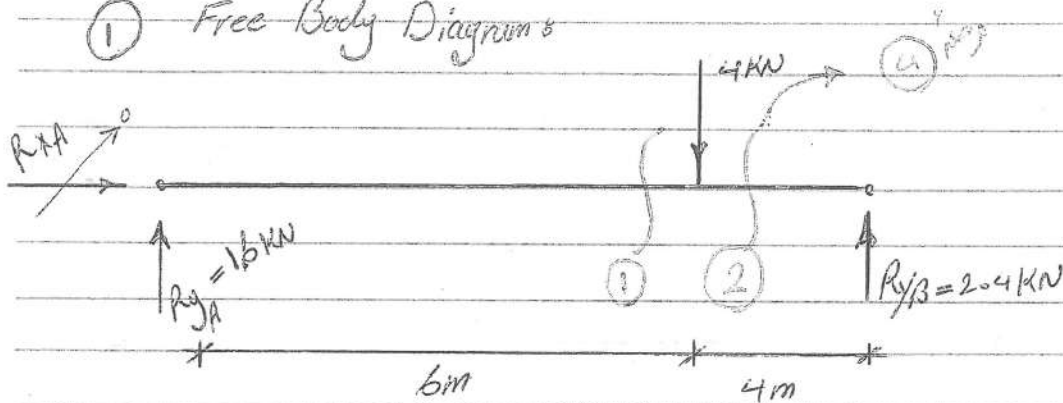


ج) اثر نیروهای خارجی (گشتاور نیست)

برای تحلیل نیروی داخلی و استرین در حین بارگذاری برای تیر مورد نظر را رسم کنید.



① Free Body Diagrams



② Structure pre analyze, (stability & determinacy check)



$\text{مقدمات} = 3$
 $\text{مقدمات} = 3$

تیر را به دو بخش تقسیم می‌کنیم

③ Equation of Equilibrium: حل معادلات تعادل

$$\begin{cases}
 \sum F_x = 0 \rightarrow R_{xA} = 0 \\
 \sum F_y = 0 \uparrow + R_{yA} + R_{yB} - 4 = 0 \Rightarrow R_{yA} + R_{yB} = 4 \quad (*) \\
 \sum M_A = 0 \uparrow + \Rightarrow (R_{yB} \times 10) - (4 \times 6) + (R_{xA} \times 0) = 0 \\
 \Rightarrow R_{yB} = 2.4 \text{ kN}
 \end{cases}$$

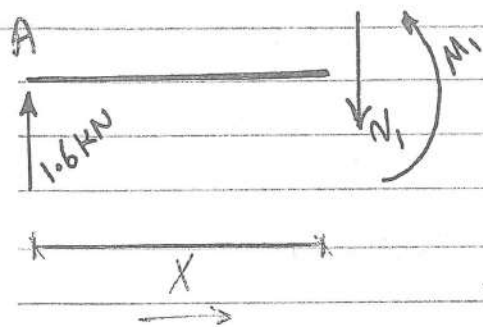
$(*) \Rightarrow R_{yA} = 4 - 2.4 = 1.6 \text{ kN}$

5

rocco

مرکز 5

برش در مقطع 1



$$1) \sum F_y = 0 \uparrow +$$

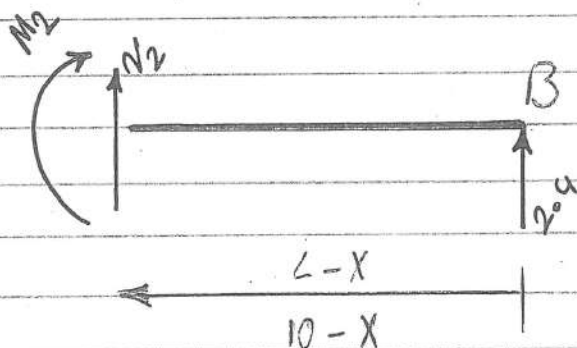
$$2) \sum M_A = 0 \curvearrowright +$$

$$1.6 - V = 0 \Rightarrow V = 1.6 \text{ kN}$$

$$M_1 - (1.6 x) = 0$$

$$M_1 = 1.6 x$$

$$0 < x < 6$$



برش در مقطع 2

$$1) \sum F_y = 0 \uparrow +$$

$$V_2 + 2.4 = 0$$

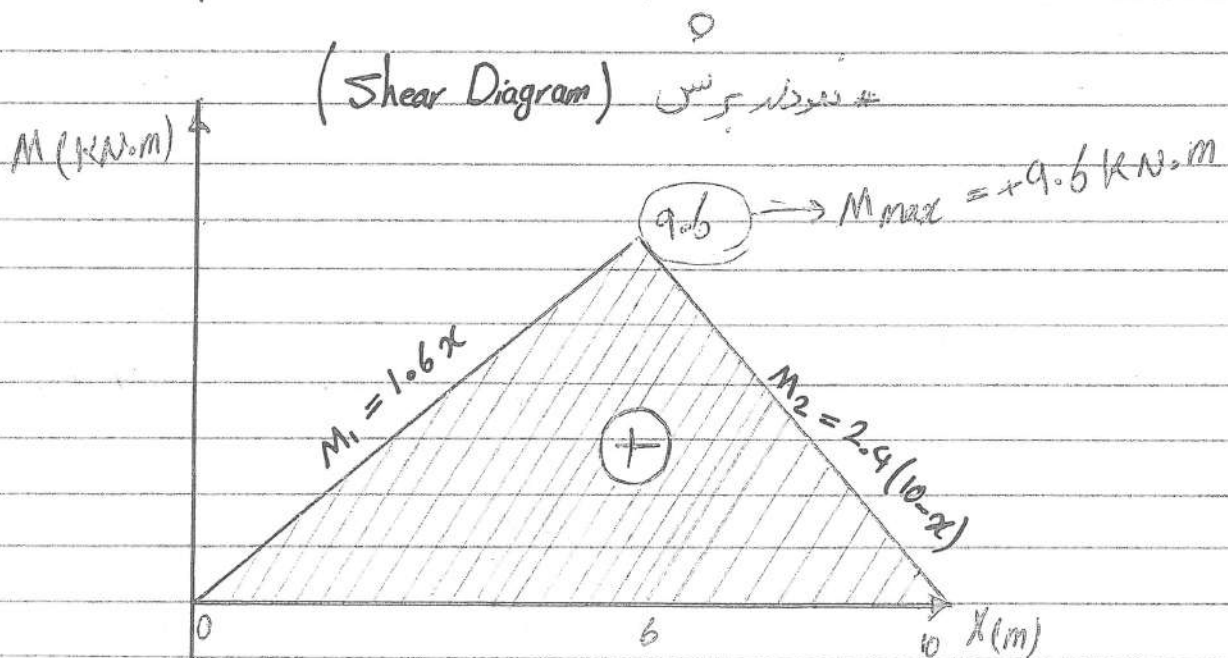
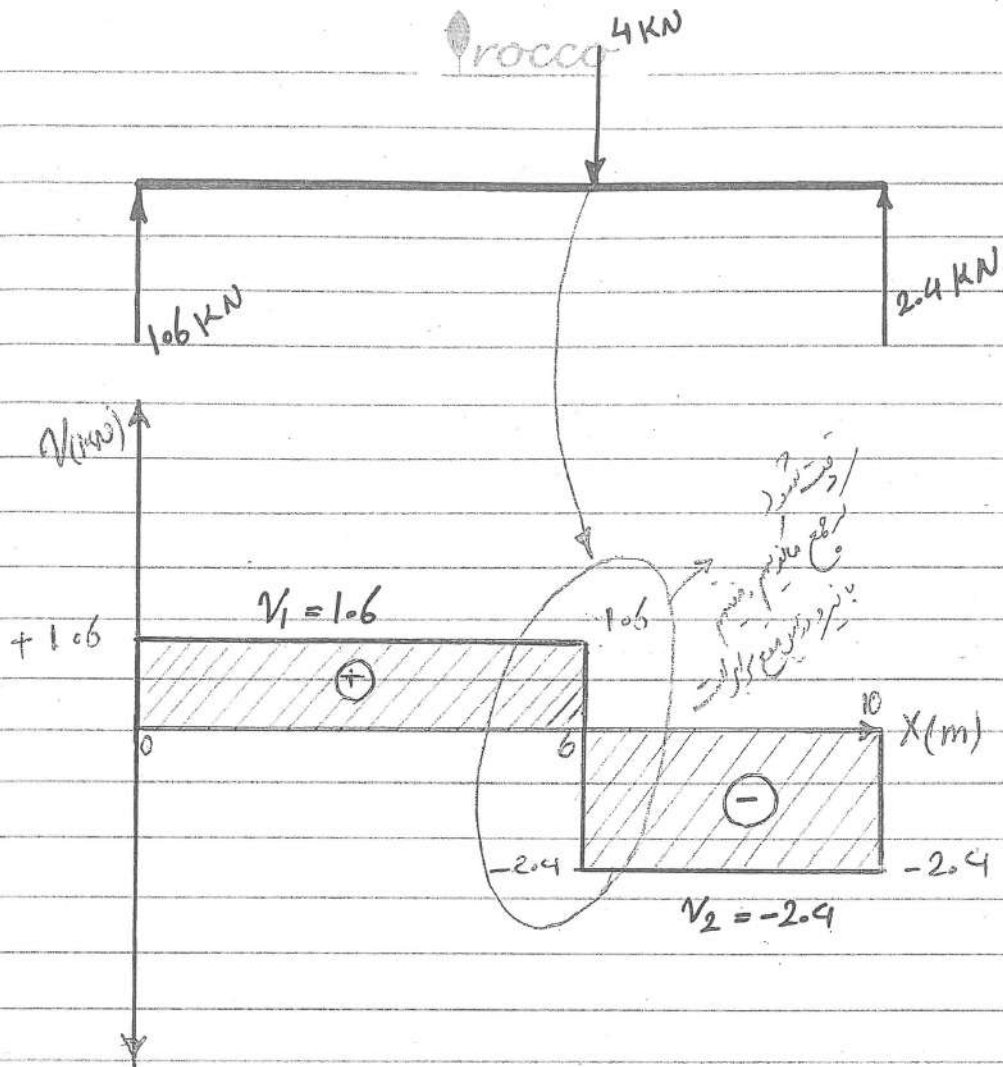
$$V_2 = -2.4 \text{ kN}$$

$$2) \sum M_B = 0 \curvearrowright +$$

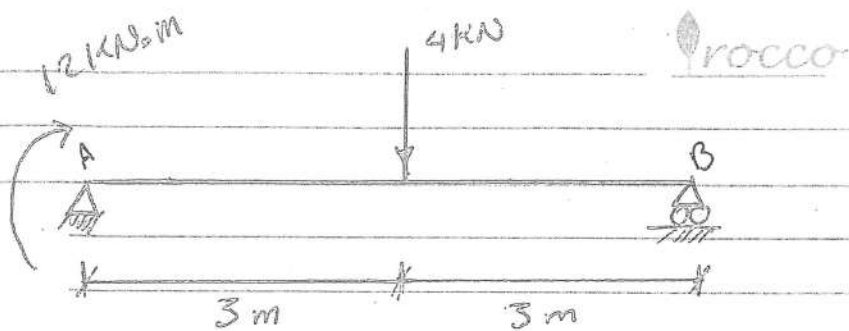
$$M_2 + (-2.4 \cdot (10 - x)) = 0$$

$$\Rightarrow M_2 = 2.4(10 - x)$$

$$6 < x < 10$$



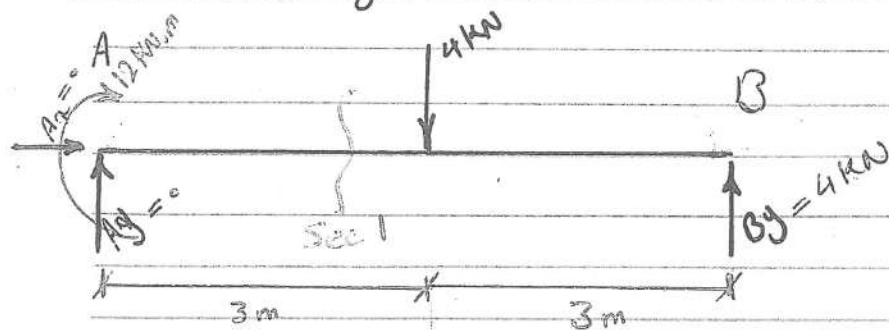
(bending moment diagram) نمودار لنگر خمشی



rocco

اسم خود را در حاشیه درج کنید

① Free Body diagram:



② سازه ساکنه، بار و معین و مقید

$$\sum V_x = 3$$

$$3 = 3 \rightarrow$$

معین

$$\sum V_y = 1 \times 3 = 3$$

③ Equation of Equilibrium

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{A_x = 0}$$

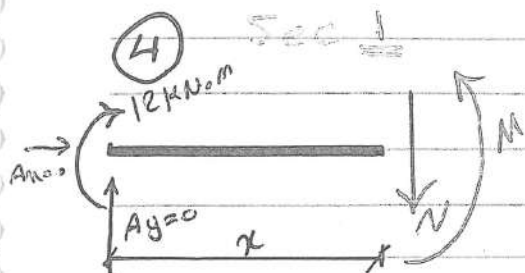
$$A_y + B_y - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{A_y + B_y = 4}$$

$$(B_y \times 6) - (4 \times 3) - 12 = 0$$

$$B_y = \frac{24}{6} = \boxed{4 \text{ kN} = B_y}$$

$$* \Rightarrow \boxed{A_y = 0}$$

Sec 1



$$0 < x < 3$$

V	0
M	12 kN.m

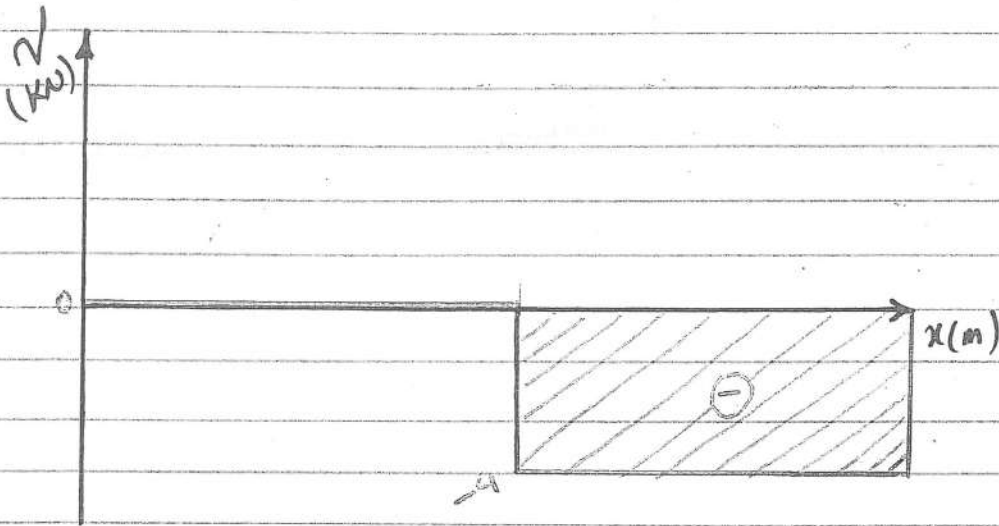
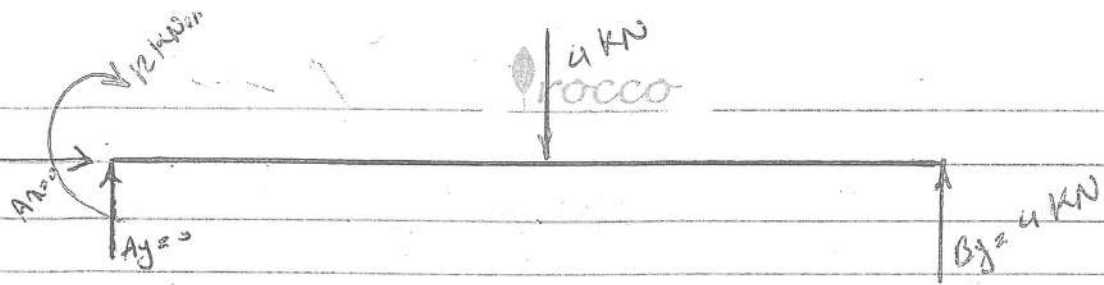
$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_y - V = 0 \Rightarrow \boxed{V = 0}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow$$

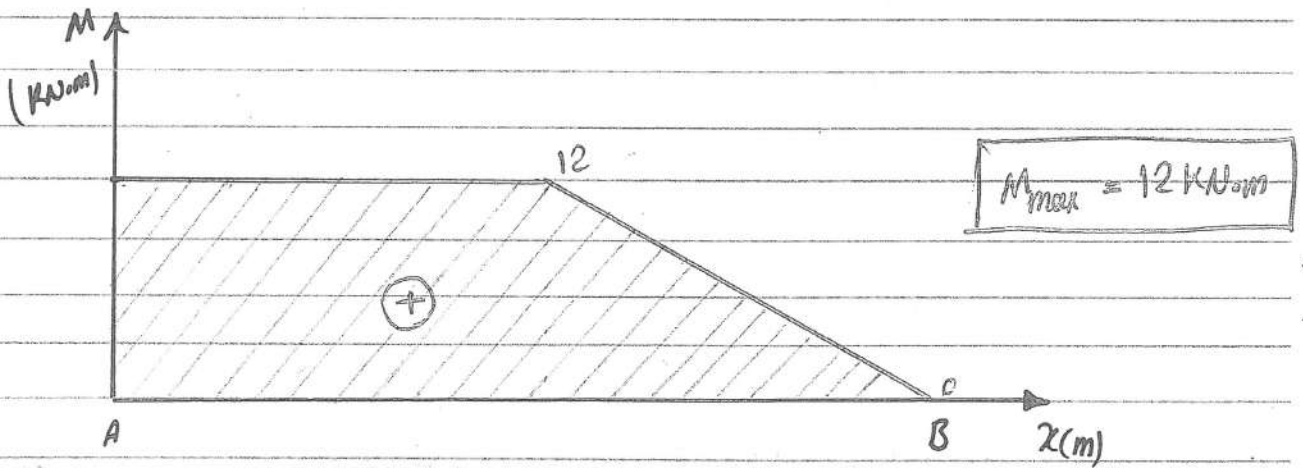
$$\sum M = 0 \rightarrow M - 12 = 0 \Rightarrow \boxed{M = 12 \text{ kN.m}}$$

6

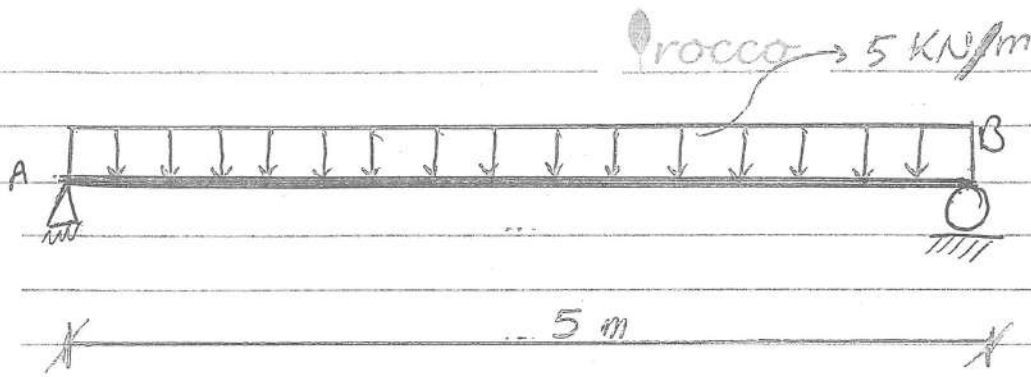
اسم
جوڈر
حصہ
پیش



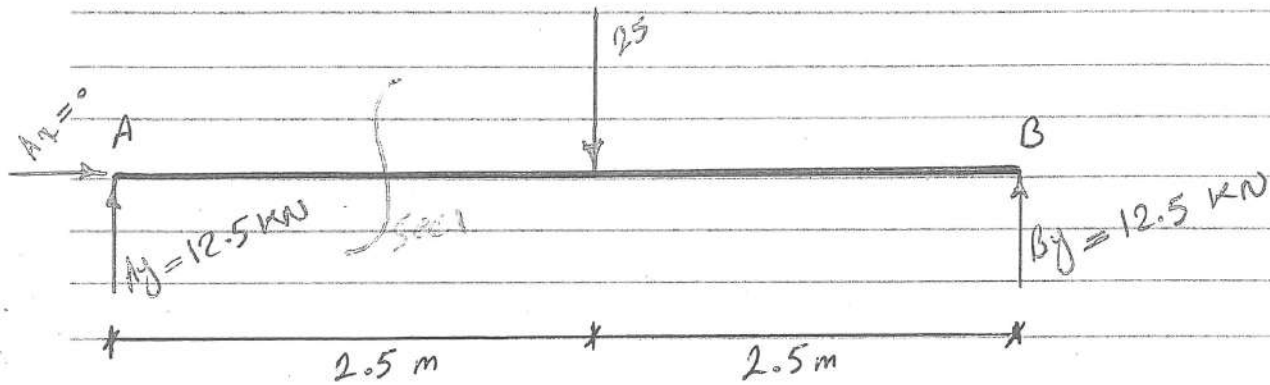
« Shear Diagram »



« Bending Moment Diagram »



① Free Body Diagram



② سازه یاز، ساده، معین، یک طرفه

$\sum F_x = 0$, 3 $3 = 3 \rightarrow$ معین
 $\sum F_y = 0$, $1 \times 3 = 3$

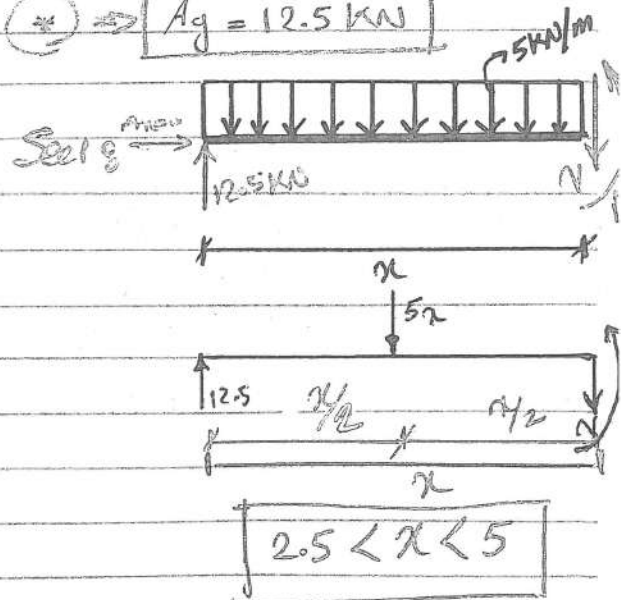
③ Equation of Equilibrium

$$\begin{aligned}
 \sum F_x = 0 \rightarrow & \boxed{A_x = 0} \\
 \sum F_y = 0 \uparrow + & \boxed{A_y + B_y = 25}^* \\
 \sum M_A = 0 \uparrow + & (B_y \times 5) - (25 \times 2.5) = 0 \\
 & \boxed{B_y = 12.5 \text{ kN}} , \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_y = 12.5 \text{ kN}}
 \end{aligned}$$

④ سازه یاز → Sec 1

⑤ Sec 1 Diagram

$$\begin{aligned}
 \sum F_x = 0 \rightarrow & \boxed{A_x = 0} \\
 \sum F_y = 0 \uparrow + & \Rightarrow A_y - V - 5x = 0 \\
 & \Rightarrow \boxed{V = 12.5 - 5x} \\
 \sum M = 0 \uparrow + & \\
 & (-12.5 \times x) + (5x \times \frac{x}{2}) + M = 0 \\
 & \boxed{M = 12.5x - 2.5x^2}
 \end{aligned}$$



See 1

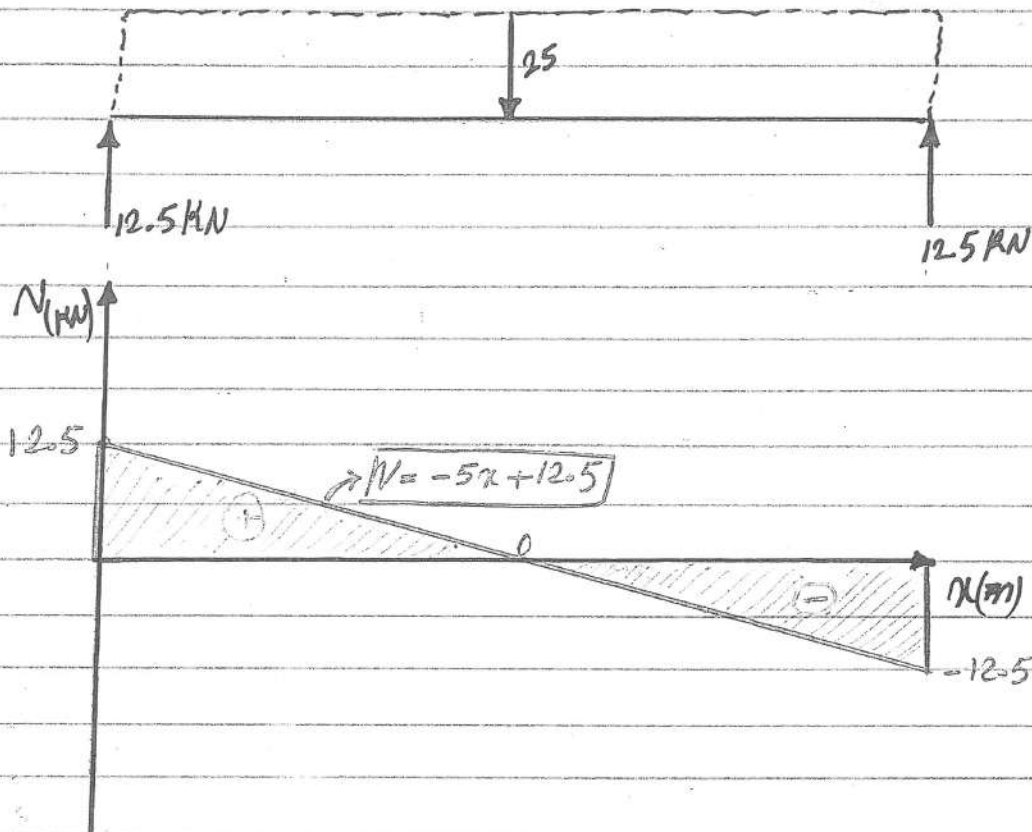
$$2.5 < x < 5 \text{ m}$$

rocco

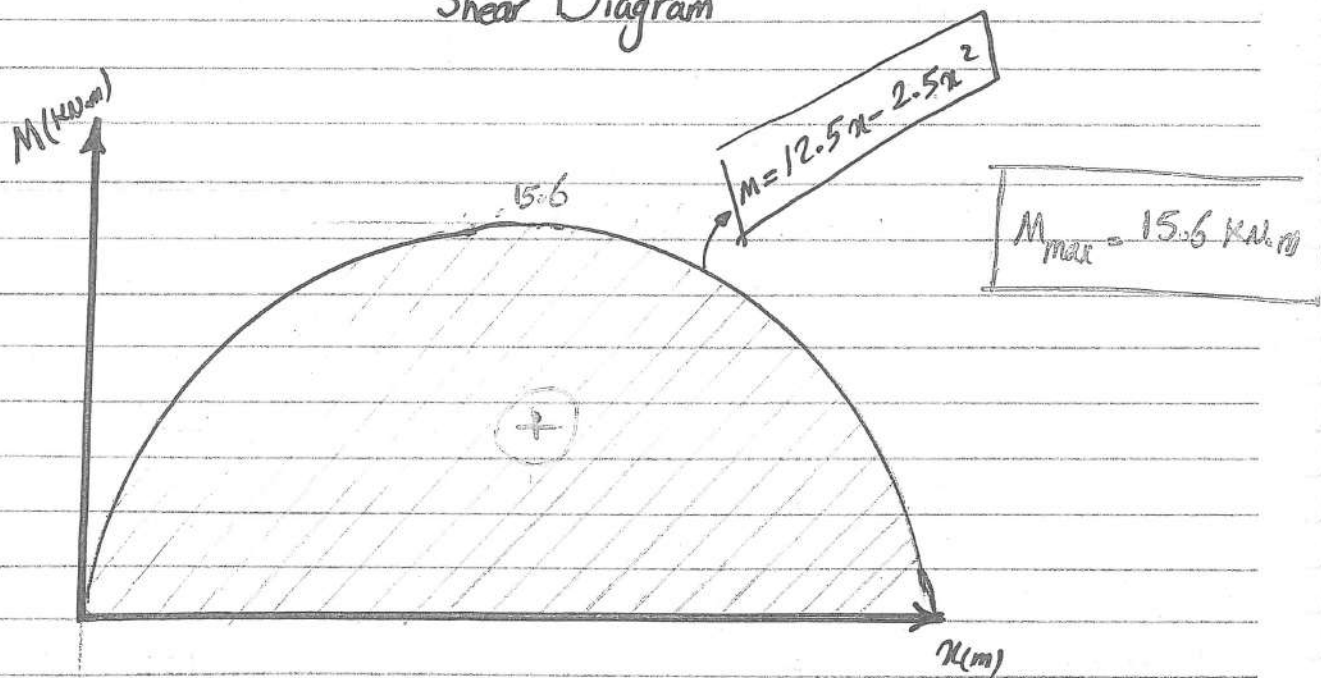
$$V = -5x + 12.5$$

$$M = 12.5x - 2.5x^2$$

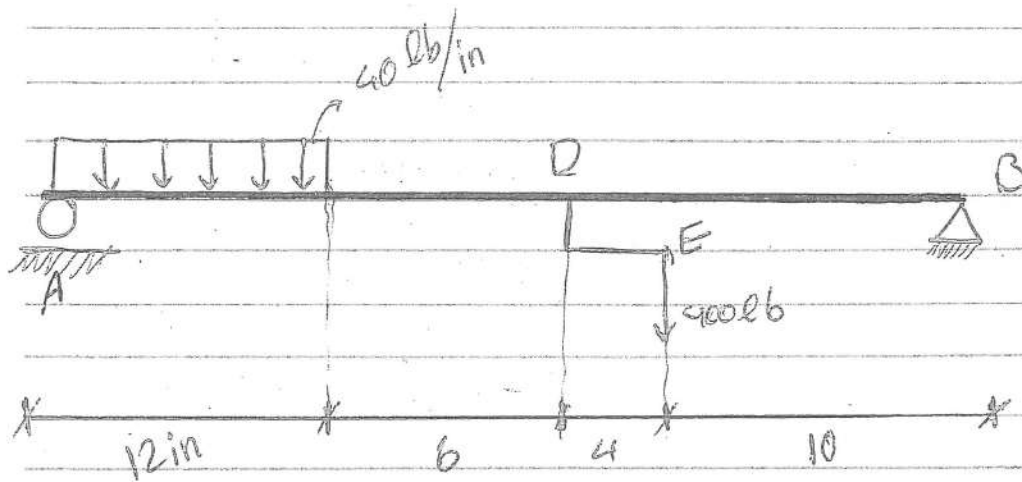
⑥ رسم دیاگرام



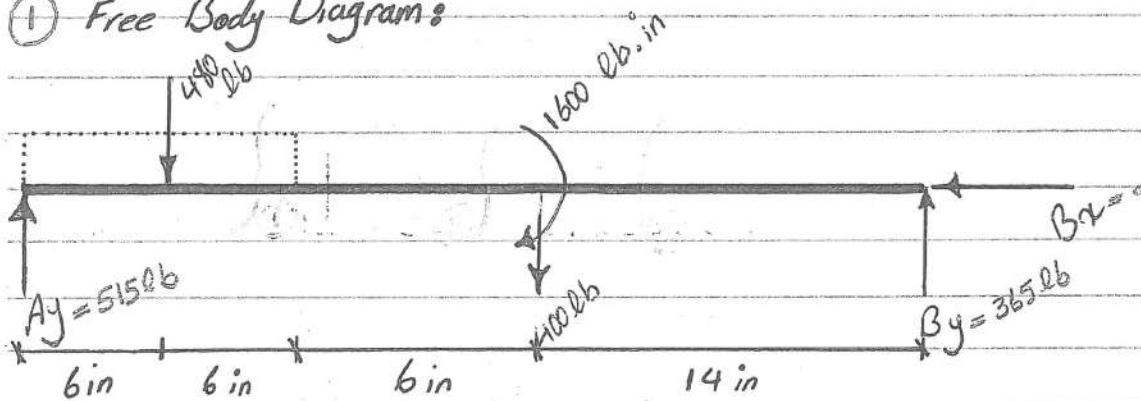
Shear Diagram



Bending Moment Diagram



① Free Body Diagram:



② Beam stability & Determinacy analyze:

$\frac{3}{3} = 3$ $\Rightarrow 3 = 3$
 سازه بار، پایداری، تعیین، پایداری
 تعداد معادلات: 3

③ Equation of Equilibrium:

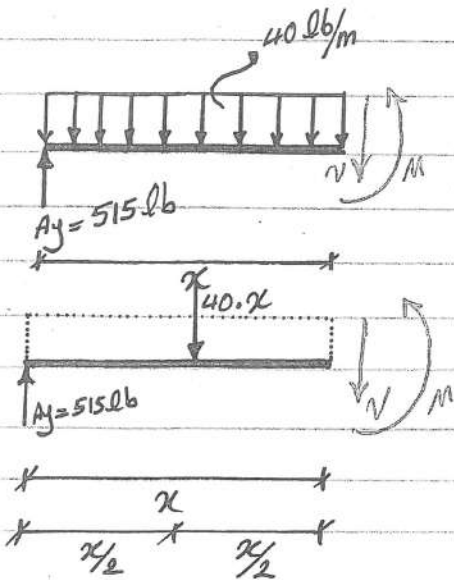
$$\begin{cases}
 \sum F_x = 0 \rightarrow & B_x = 0 \\
 \sum F_y = 0 \uparrow + & B_y + A_y - 400 - 480 = 0 \\
 & B_y + A_y = 880 \quad * \\
 \sum M_A = 0 \curvearrowright + &
 \end{cases}$$

$$(B_y \times 32) - 1600 - (400 \times 18) - (480 \times 6) = 0$$

$$B_y = \frac{11680}{32} = 365 \text{ lb} \quad , \quad (*) \Rightarrow A_y = 515 \text{ lb}$$

④ ⑤ section nominatd & section analyze:

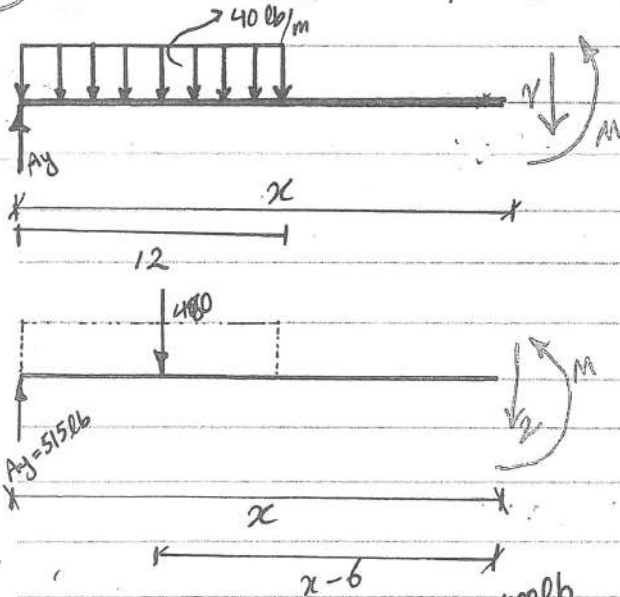
⑤ $0 < x < 12 \text{ inch} / V = 515 - 40x / M = 515x - 20x^2$



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M = 0 \curvearrowright + \end{cases} \quad \begin{cases} 515 - 40x - V = 0 \\ \boxed{V = 515 - 40x} \\ -515x + 40x\left(\frac{x}{2}\right) + M = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{M = 515x - 20x^2}$$

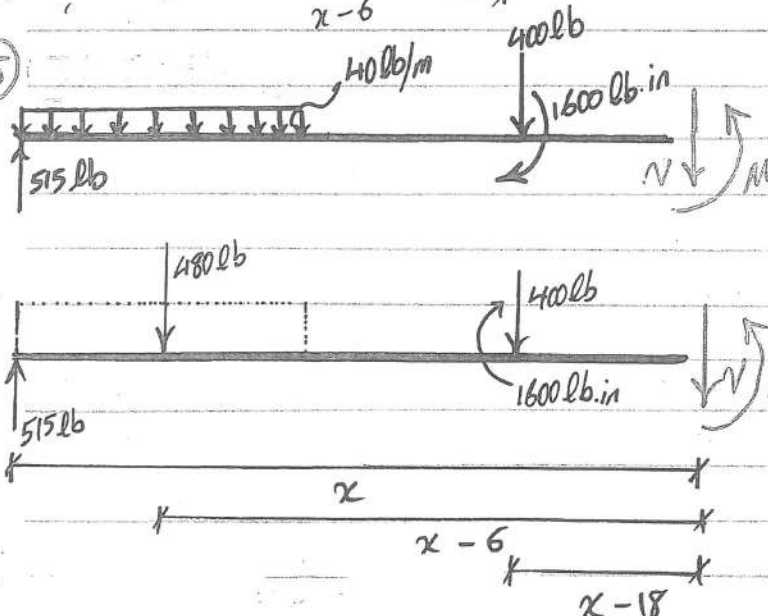
⑤ $12 < x < 18 / V = 35 \text{ lb} / M = 35x + 2880$



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M = 0 \curvearrowright + \end{cases} \quad \begin{cases} 515 - 480 - V = 0 \\ \boxed{V = 35 \text{ lb}} \\ 480(x-6) - 515x + M = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{M = 35x + 2880}$$

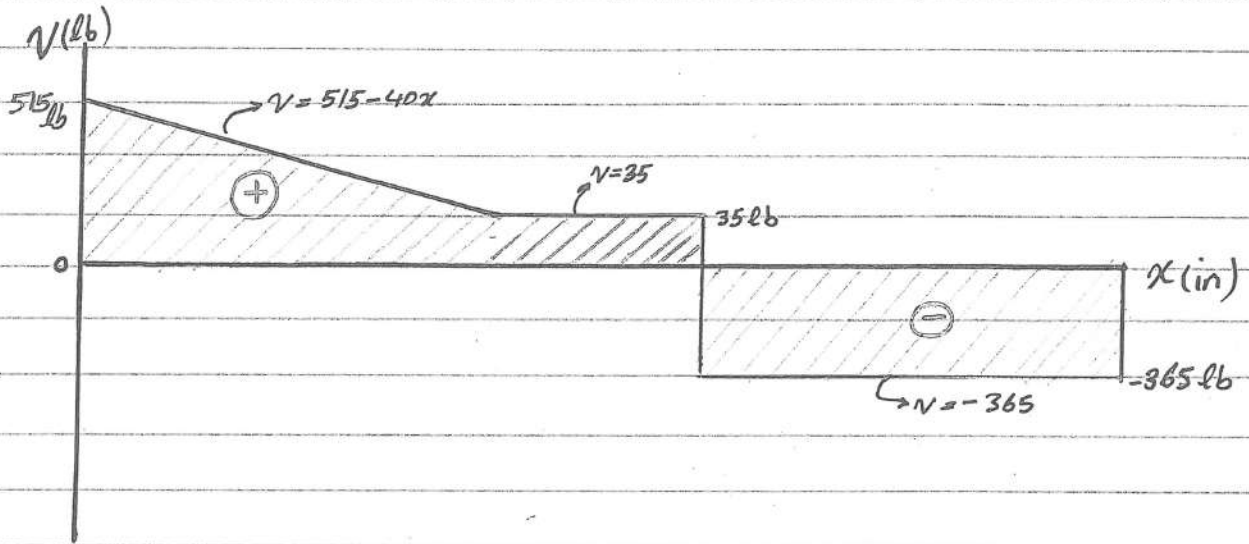
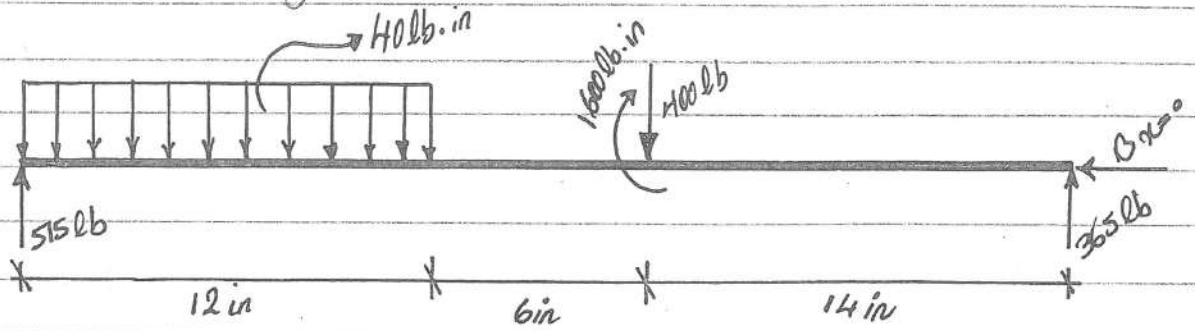
⑤ $18 < x < 32 \text{ in} / V = -365 \text{ lb} / M = -365x + 11680$



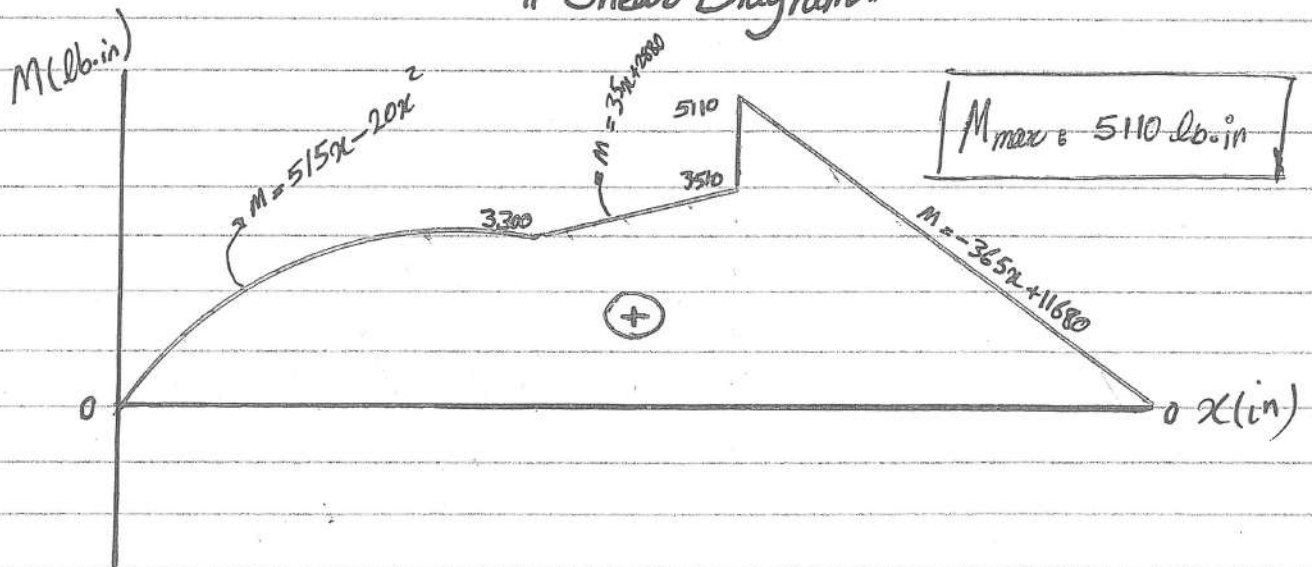
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M = 0 \curvearrowright + \end{cases} \quad \begin{cases} 515 - 480 - 400 - V = 0 \\ \boxed{V = -365 \text{ lb}} \\ -515(x) + 480(x-6) + 400(x-18) - 1600 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{M = -365x + 11680}$$

6) Shear & Bending Moment Diagrams



"Shear Diagram"



"Bending Moment Diagram"

(۱) حصار که قتل گشته شد پس از شروع بحالت پیرها حدی بارهای کسره را به باری میسند

وحد کائنات منقسم ہے۔ ہر کسی کو ہم اس طرح سے دیکھیں کہ وہ اپنے منہ سے

② برای نمایش نیروهای داخلی (m, n) دیواره‌های گسترده مدل گسترده را اعتبار می‌دهیم
نیروی کششی و لغزش مربوط به عنصر ① را در آن لحاظ می‌کنیم

3) برای رسم دلبسته نمودار حش در بارهای گسترده که می نمودار صحت تر کرد از زیر حش می نمود

۱ * اگر ضرب $\times$ در جدول آیه قیت پیدا
باشد یا صفت باشد هم دو ضعیف به
صفت (عین) یا کندی است. (↓)
و در غیر این صورت نمودار کاهنده ای باشد
بالا است. (↑)

محدوده‌ی $\oplus$ خود ابرهای برش $\cap$ شخصی

کود دردی - خود ادره های برش / طمیرای

نعم خیر و بد نیست

* **نوعاً حرفاً**، **ریشه** و **رو به** **جمله** است
منضم **جمله** **نوعی** و **منضم** **جمله** **دارا** **است**
هم **جمله** **دارا** **است** **رو به** **جمله** **است** **↓**

2) روس لصف زینک دله (جمن زری)

در پیش جعفری نسبی اثری عکس العملی که به طاهر و جمشید شخص بدل سازهای ابتدا

گویند که بر سر راهم می‌نشیند (معنی آنست که خود را در پیش منازعه و عداوت می‌نهد) و می‌گوید (معنی آنست که من به عداوت می‌نشینم)

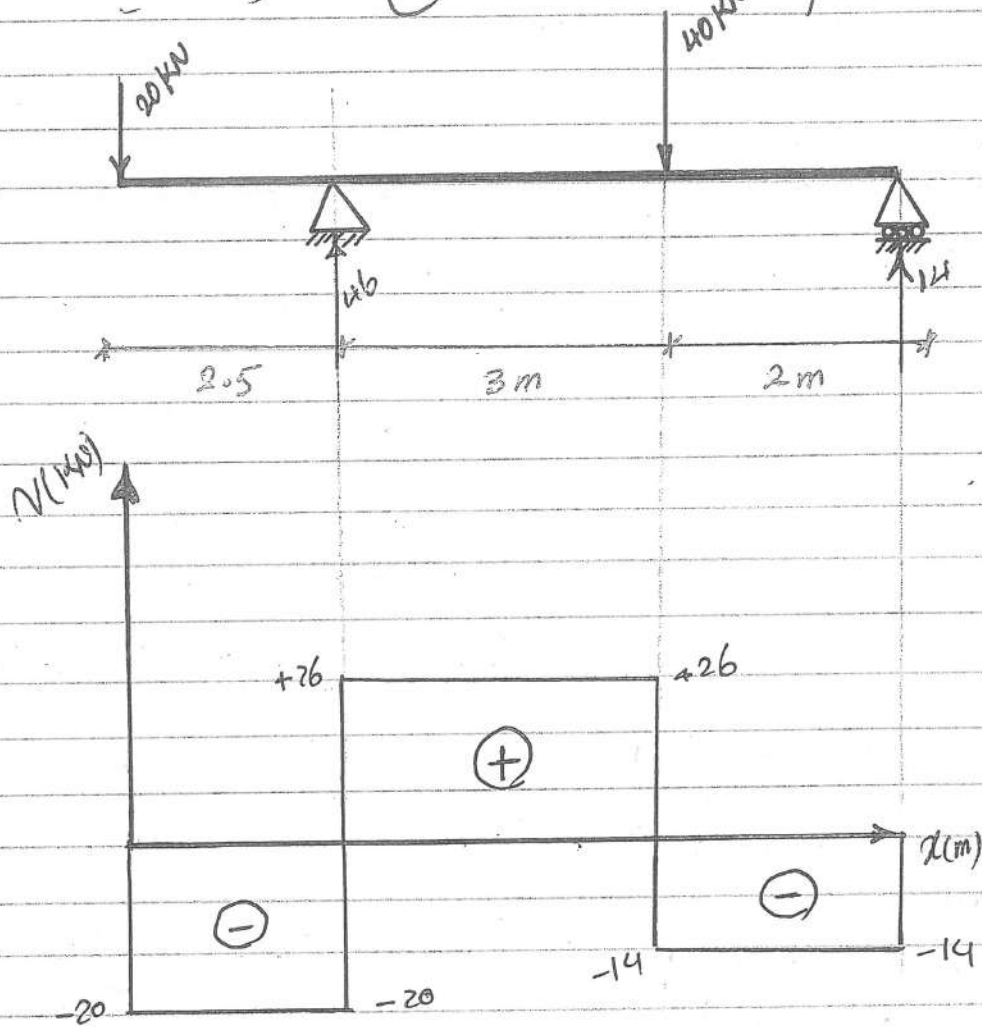
کتابت مساجد - نسخ از کتب درج شده در فهرست موجود در کتابخانه مسجد اعظم

در معنی است که میانی بخار بر شش رسد و معده را نیز شریقی تواند بود و در
برخی موارد در معده باشد. اگر هفت باشد است که میانی رو به طایفه باشد و هم
در بعضی موارد رو به طایفه باشد. (با حلقه کف دست است.)

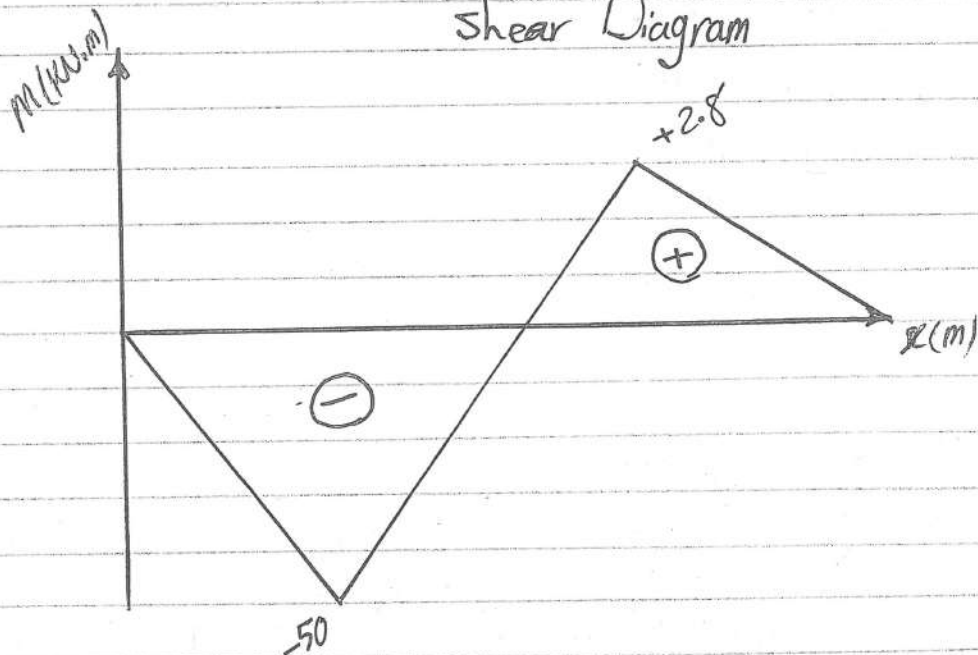
* اگر مقدار آب، گسترده از نقطه A به سمت B کاهش یافته باشد (از پیشتر هم صفر نبوده) مقدار T معکوس است
فهرست روایتی طبقه بندی شده در پیوسته ۱۷ یا کلاسهای فنی یا مهندسی (۱۴)

مسئله: مطلوب است رسم نمودارهای دھش و برش جھجھری برای آبرھدی زیر:

①

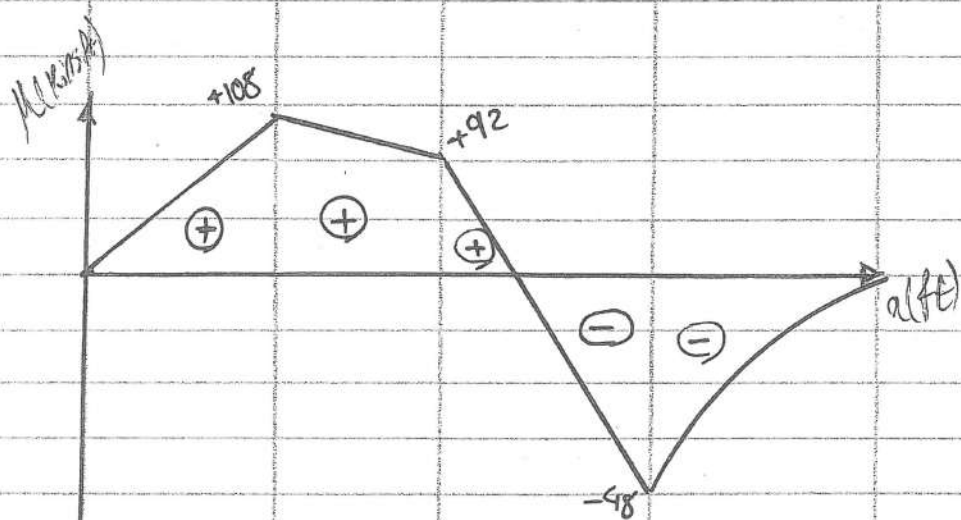
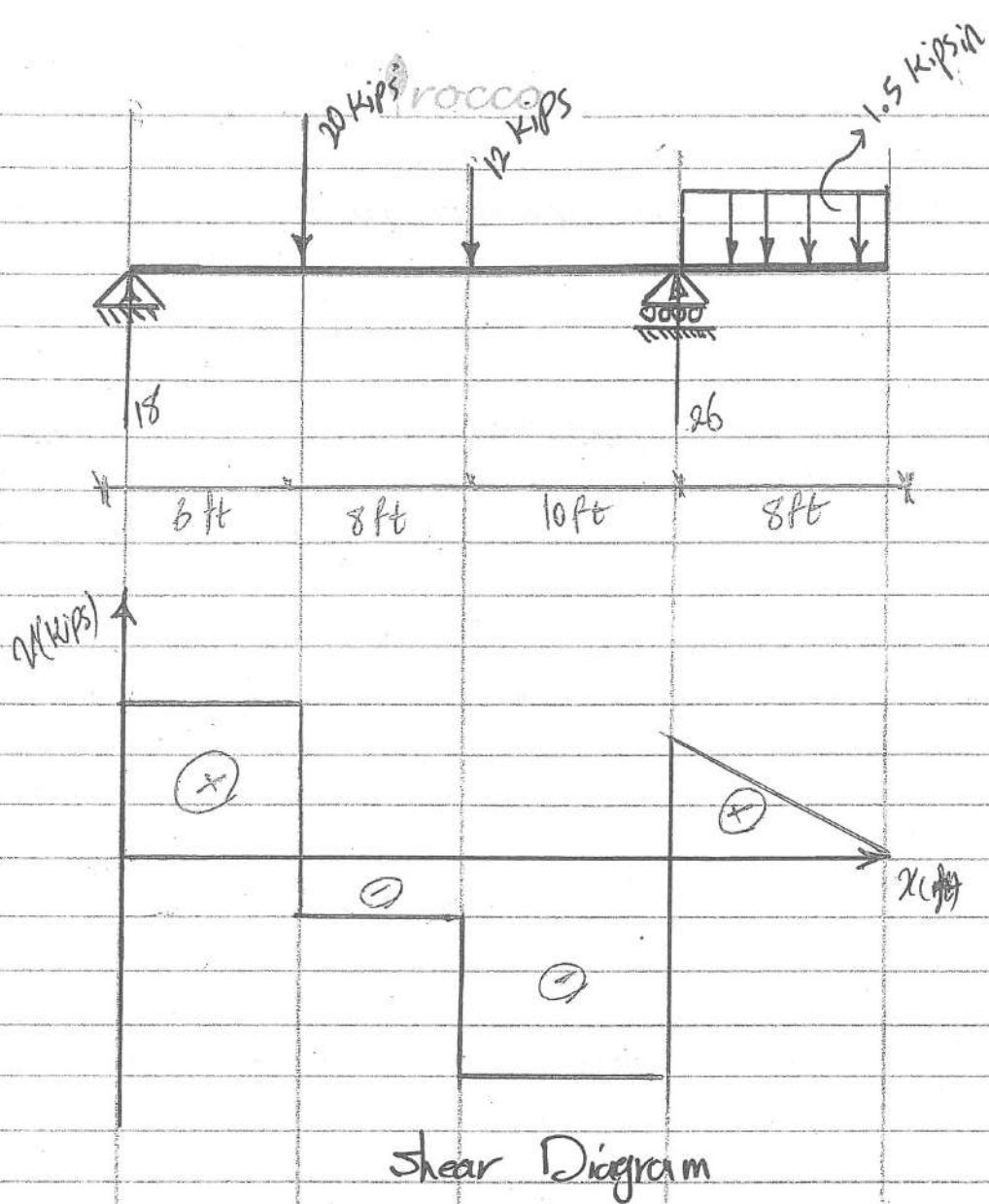


Shear Diagram



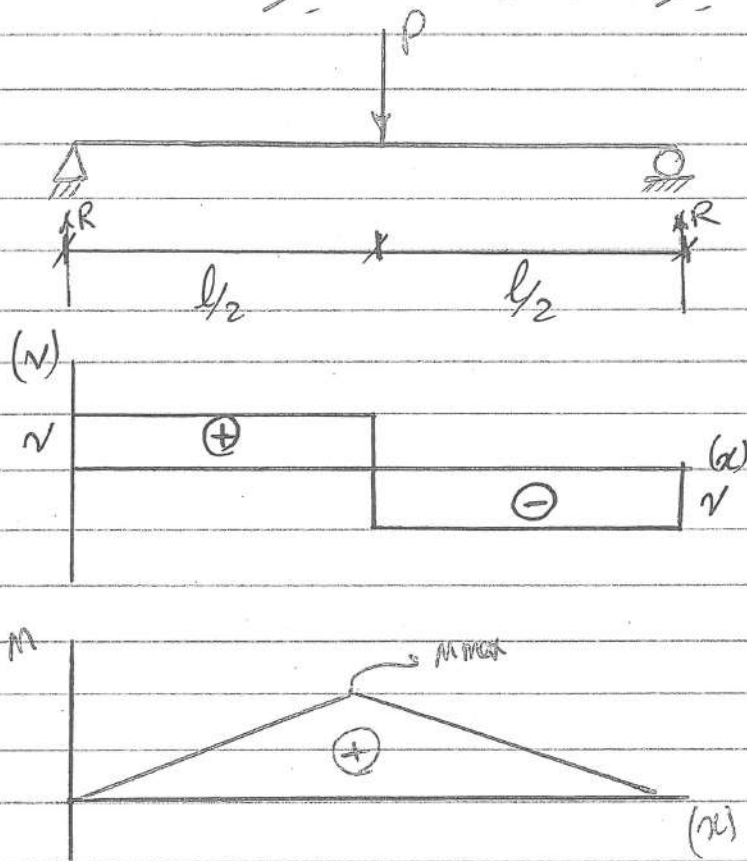
Bending Moment Diagram

Q1



برخی روابط مهم و کاربردی برای تحلیل سازه ها :

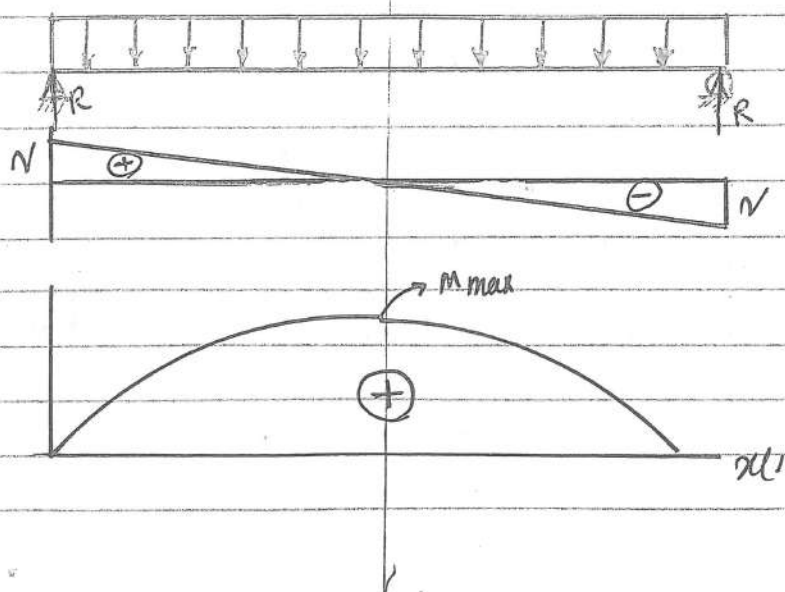
۱. # همیشه نیروهای ساده داشته باشیم و نیروی P حقیقتاً در وسط تیر وارد شود



$$R = V = \frac{P}{2}, \quad M_{max} = \frac{PL}{4} \quad (\text{در مرکز})$$

$$M(x) = \frac{Px}{2} \rightarrow x < \frac{L}{2}$$

۲. # همیشه تیر دو سر ساده و نیروی حقیقی کمتر به وسط تیر



$$R = V$$

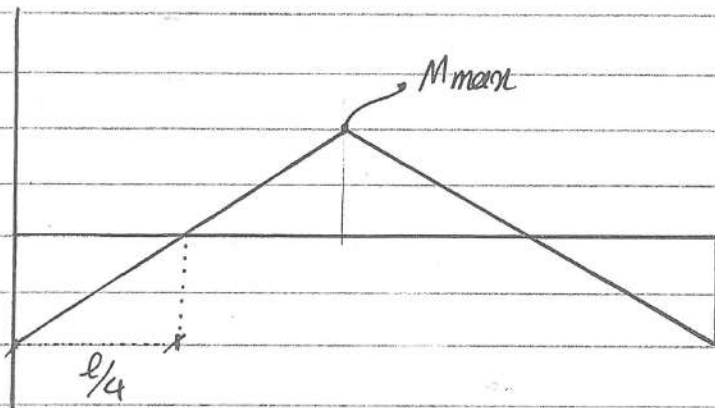
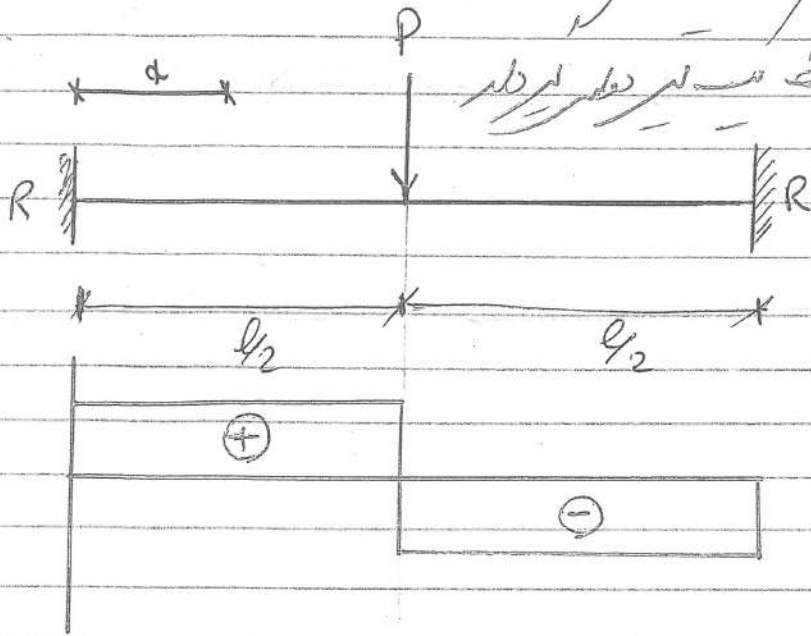
$$M_{max} = \frac{wl^2}{8} \quad \text{در وسط}$$

$$V_x = w\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

$$M(x) = \frac{wx}{2}(l-x)$$

rocco

هنگامه میبری P وقتی در وسط می تری در وسط

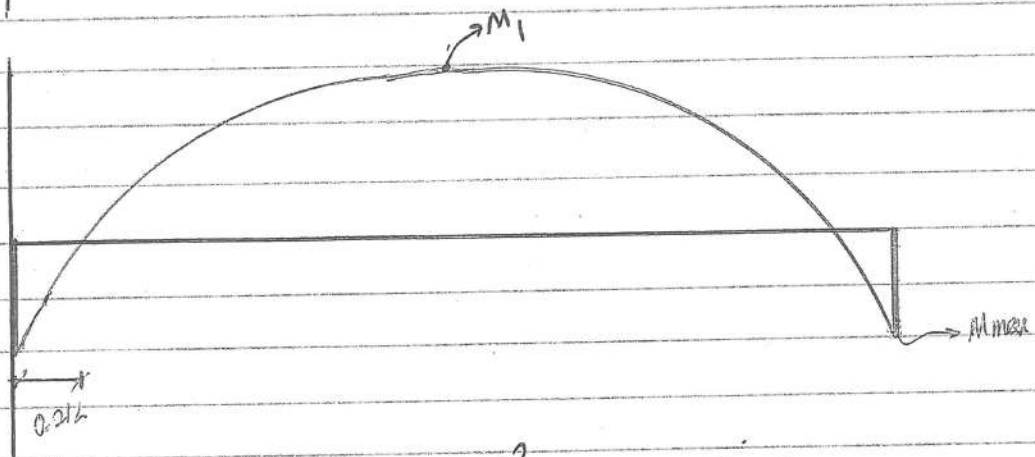
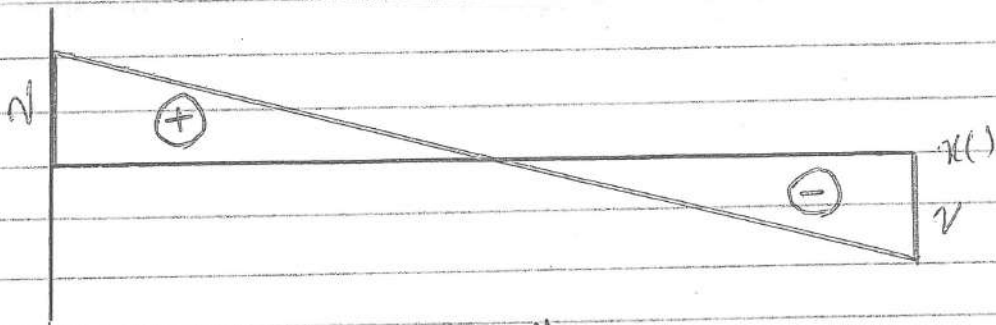
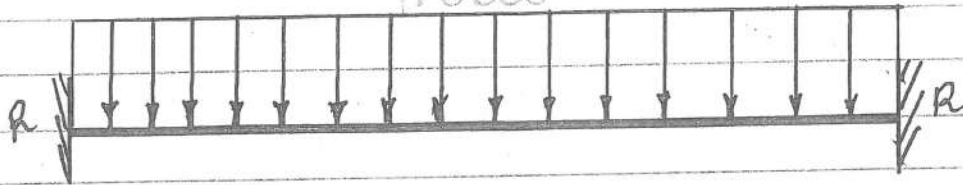


$$R = V$$

$$m_x = \frac{P}{8}(4x - l) \rightarrow x < \frac{l}{2}$$

$$M_{max} = \frac{PL}{8} \quad (\text{در وسط})$$

rocco



$$M_{max} = \frac{wl^2}{16} \quad (\text{in the center})$$

$$V(x) = w\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

$$M(x) = \frac{w}{16}(6lx - l^2 - 6x^2)$$

$$M_1 = \frac{wl^2}{24} \quad (\text{in the center})$$

((Truss))

فصل هفتم: تحلیل سازه‌ها - خرپا

(فصل ششم کتاب جانسون)

خرپا یک سازه ایست که برای بسیاری از مسائل مهندسی همراه حل عملی و همراه تحلیل عددی دارد. معمولاً از خرپاها در سقف‌ها، پل‌ها، و سازه‌های (آلنگ‌ها) استفاده می‌شود. خرپاها شامل عضوه‌های مستقیم هستند که در محل‌ها (گره) به یکدیگر متصل می‌شوند.

عضوه‌های خرپا تنها از دو سر به یکدیگر متصل می‌شوند، بنابراین هیچ عضوه‌ای در محل اتصال به یکدیگر نمی‌رسد.

اعضای خرپا معمولاً به یک یا دو جهت هستند و به‌همراهی جابجایی اندکی را تحمل می‌کنند.

تک‌تارم در عضوه‌های خرپاها نیست، بلکه برای بارها باید به عضوه‌ها اعمال شود و اعمال بار بر عضو

عضو مجزا نیست. در خرپا فرض بر این است که وزن اعضای آنها بر عضوه‌ها وارد می‌شود.

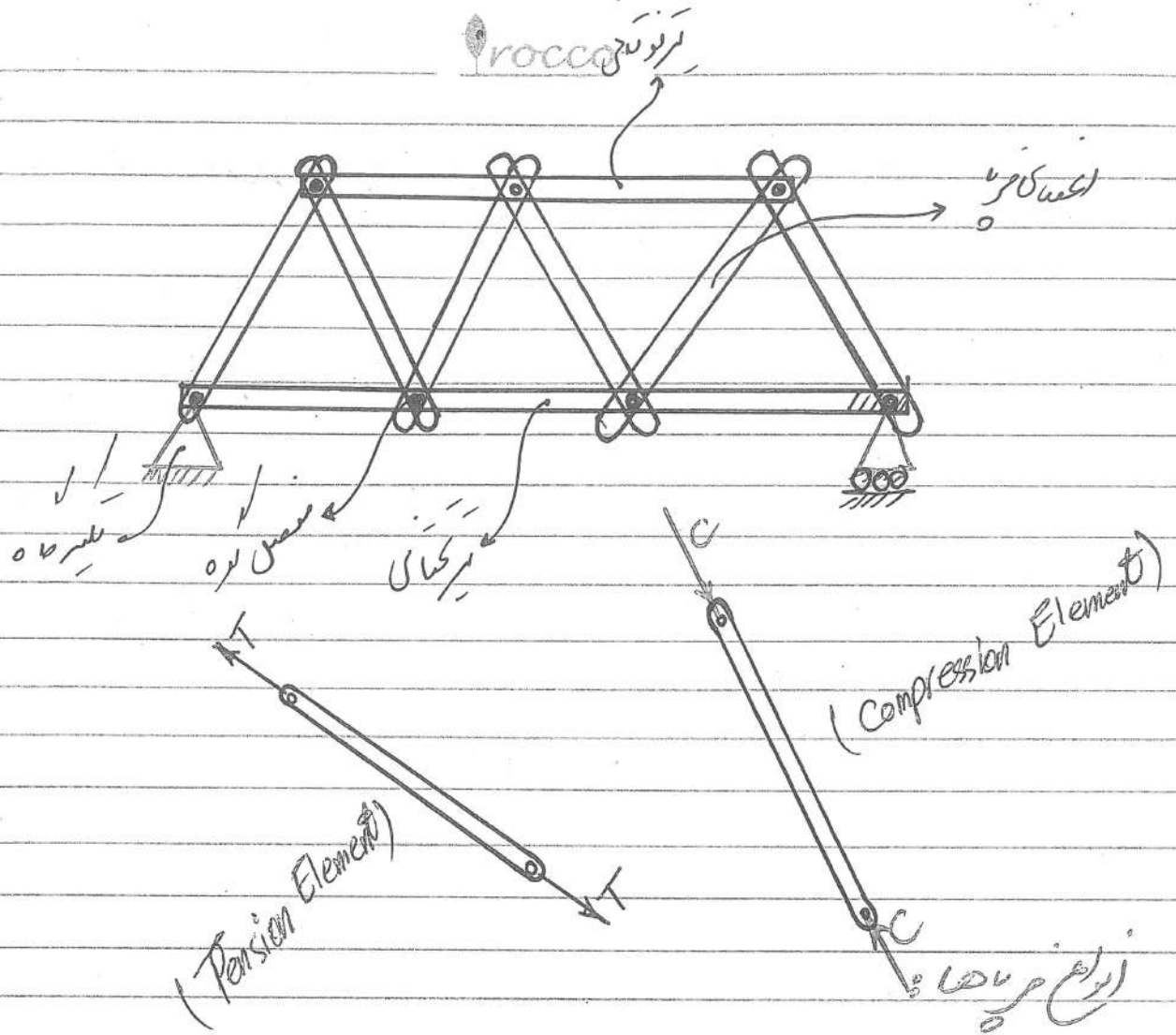
نیروها به صورت تک‌تار بر اعضای اعمال شده و هیچ نوعی ایجاد نمی‌کنند.

بند بر این فرض است که در دو سر هر خرپا، بارها می‌تواند وارد شود و می‌تواند هم از نوع کشش و هم از نوع فشار باشد.

کشش (Tension) (+) و از نوع فشاری (compression) (-)

(C)

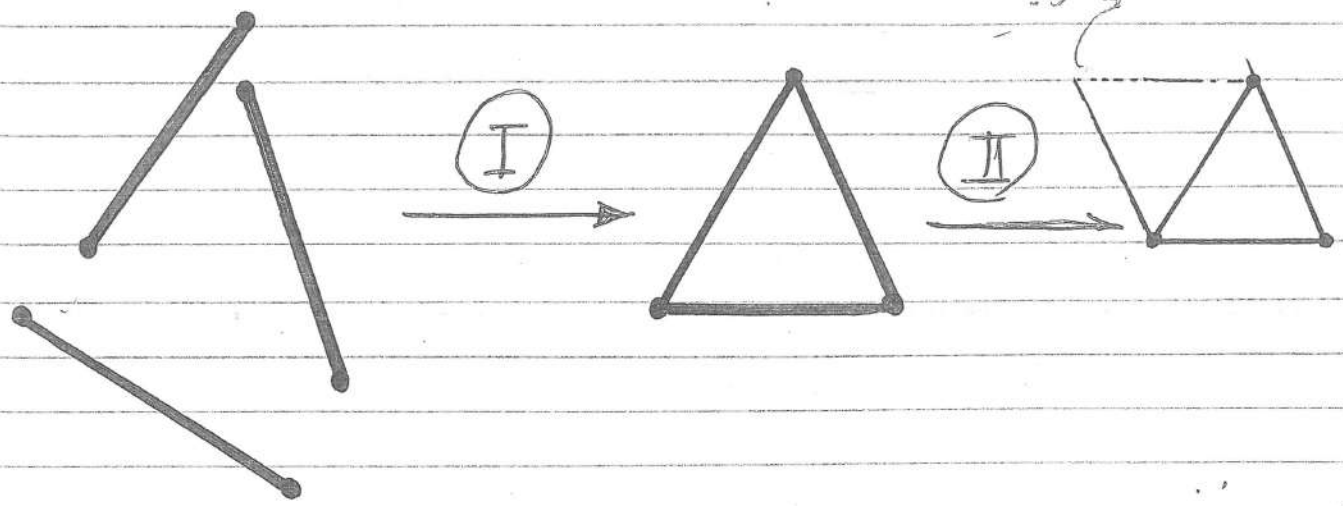
(T)



(Simple truss)
 خرپه‌های معمولی به دو دسته تقسیم می‌شوند: خرپه‌های ساده (دو بعدی) و

خرپه‌های فضایی (سه بعدی) (space truss)

خرپه‌های ساده (Simple truss): این دسته عضو از طریق مفاصل به یکدیگر متصل می‌شوند و تنها در یک صفحه قرار دارند. این خرپه‌ها معمولاً از یک عضو اصلی تشکیل شده‌اند و برای انتقال بار در سازه‌ها استفاده می‌شوند. (اصطلاحاً صلب است.)
 (Rigid) استوار: می‌تواند پس از بارگذاری تغییر شکل دهد و فقط منحنی است.
 تغییر شکل‌دهی: دارای تغییر شکل است.



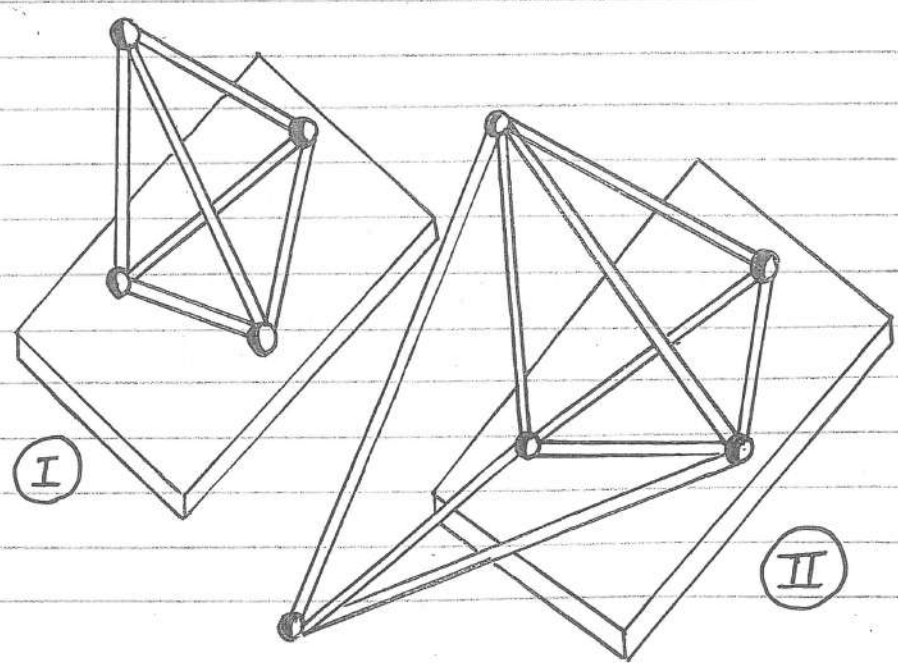
حرای اعضای

وقتی که حای جدید به صورت مستقیم طوری بهم متصل شوند که پلری که بعضی را
 تسلسل دهند به سازه بدست آمده خرای فضای می گوئیم. در این حالت
 ابتدا سس عضو به وسیلهی مفصل ها بهم متصل می شوند و به اعداد سس
 هر عضو جدید خرای فضای جدیدی را متصل می دهند

معمولاً خرای های فضای دلای اعضای زیادی می باشند که برای محاسبه ی تعداد اعضا در آنها
 از رابطه ی زیر استفاده می شود

$$m = 3n - 6$$

تعداد اعضا



تکلیف خریجات

هدف از تکلیف خریجات می باشد و به دست آوردن نیروهای داخلی اعضا (جهت فشاری کششی)

می باشد و از این نیروها برای طراحی مقاطع خریجات استفاده می شود در تکلیف خریجات تیرها

از دو روش استفاده می کنند:

روش مفصل (مرد)

روش مقطع (برش)

مراحل کار در این روش به شرح زیر می باشد:

① بررسی پایداری یا ناپایداری سازه و همچنین تعیین درجه نامعینی خراب از طریق روابط زیر:

$$m + r > 2j \rightarrow \text{سازه پایداری نامعین}$$

$$m + r < 2j \rightarrow \text{سازه ناپایدار}$$

$$n = (m + r) - 2j \Rightarrow \text{نامعین}$$

$$n = \text{تعداد درجه نامعینی}$$

$$j = \text{تعداد زوایا}$$

$$r = \text{تعداد واکنش های صافی}$$

$$m = \text{تعداد اعضا}$$

② رسم نمودار جسم آزاد صحرای

③ نوشتن معادلات تعادل و حل آنها جهت محاسبه واکنش‌های تکیه‌گاهی

④ انتخاب بدنه، یا معضل مناسب

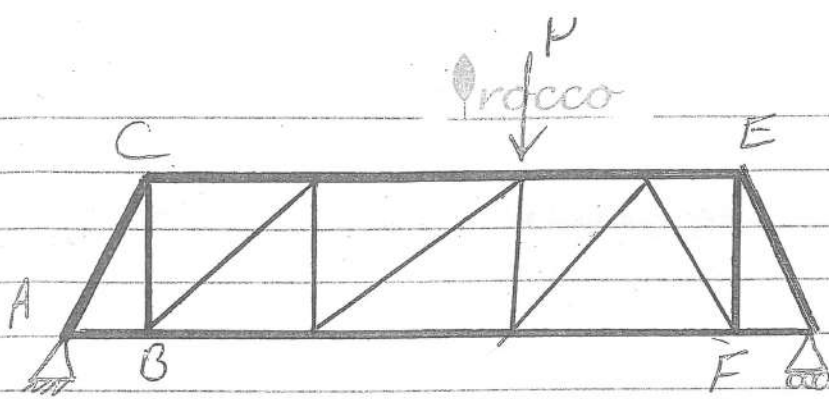
(در انتخاب بدنه اولاً به بدنه مجهولات کمتر شود و همچنین از محاسبه نیروی درجه‌های تکیه‌گاهی یا فشارهای تکیه‌گاهی پرهیز شود)

⑤ در این مرحله همراه وجود دارد
① رسم مجدد نمودار جسم آزاد صحرای و نوشتن معادلات تکیه‌گاهی

بررسی آنها به همراهی در فشارهای تکیه‌گاهی بودن

② رسم مجددی مستقل از نام اعضای تکیه‌گاهی
آنها، مدد صحت تکیه‌گاهی یا فشارهای تکیه‌گاهی آنها را مشخص

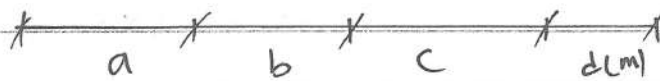
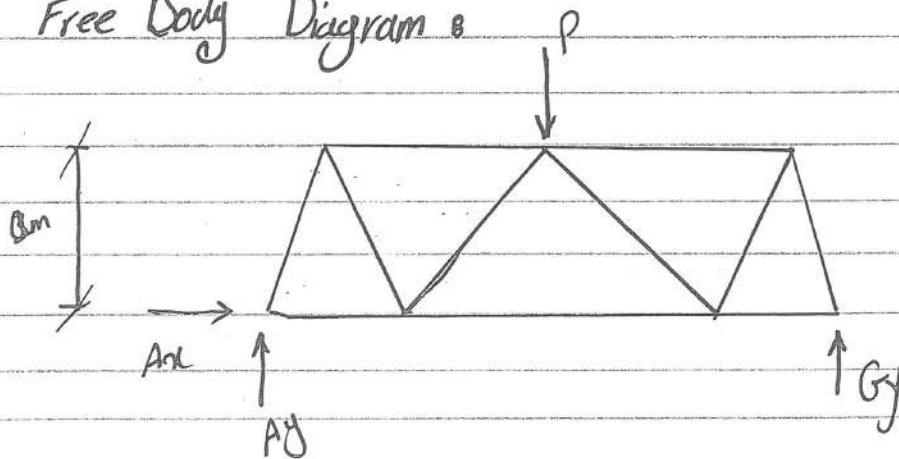
بجز



① stability control :

$$\left\{ \begin{array}{l} m+r > 2j \\ m+r = 2j \quad , \quad n = (m+r) - 2j \\ m+r < 2j \end{array} \right.$$

② Free Body Diagram :



③ Equation of Equilibrium :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \quad \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \quad \uparrow \\ \sum M_O = 0 \quad \curvearrowright \end{array} \right.$$

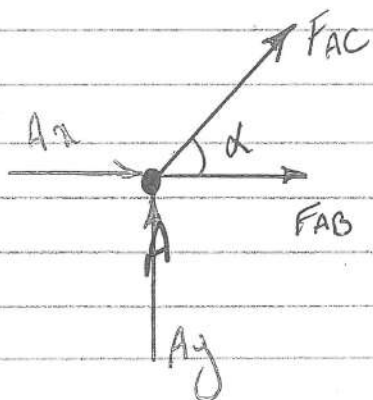
$$A_x = ?$$

$$A_y = ?$$

$$G_y = ?$$

4

انتخاب نیرو مناسب و محاسبه نیروها



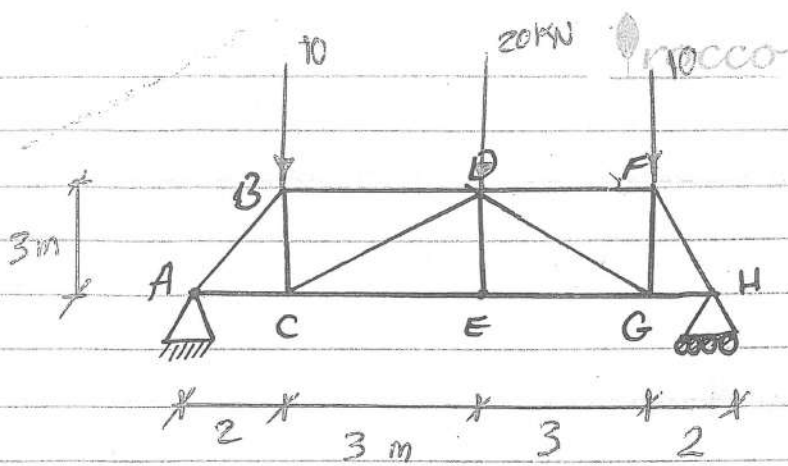
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow \end{cases}$$

* تعداد مجهولات بر مجهول ها باید کمتر مساوی باشد

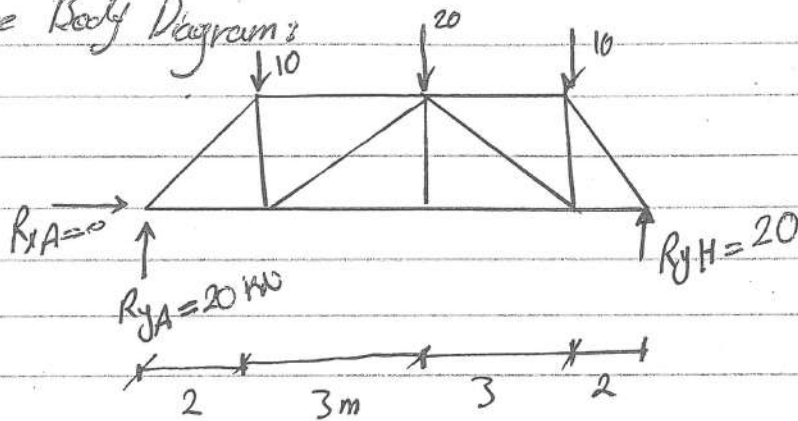
5

تقسیم جدول نیروها

ردیف	عضو	نیرو (واحد KN)	ماهیت نیرو
1	AB	10	C
2	AC	20	T



① * Free Body Diagrams



② Stability & Determinacy Control

$$\begin{array}{ll}
 m = 13 & m + r = 2j \\
 r = 3 & 13 + 3 = 2 \times 8 \\
 j = 8 & 16 = 16 \quad \text{سا، متوازن، مستقر} \\
 \hline
 n = 0 &
 \end{array}$$

③ Equation of Equilibrium

$$1) \sum F_x = 0 \rightarrow R_{xA} = 0$$

$$2) \sum F_y = 0 \uparrow + R_{yA} - 10 - 20 - 10 + R_{yH} = 0$$

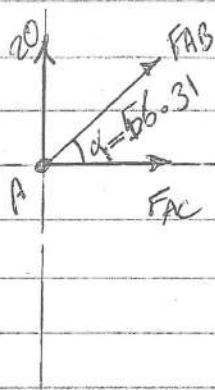
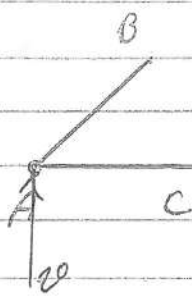
$$R_{yA} + R_{yH} = 40 \quad (*)$$

$$3) \sum M_A = 0 \curvearrowright (R_{yH} \times 10) - (10 \times 8) - (20 \times 5) - (10 \times 2) + (\cancel{R_{yA} \times 0}) = 0$$

$$R_{yH} = 20 \text{ kN}$$

$$(*) \Rightarrow R_{yA} = 20 \text{ kN}$$

(4)



برگرفته از A
برگرفته از B

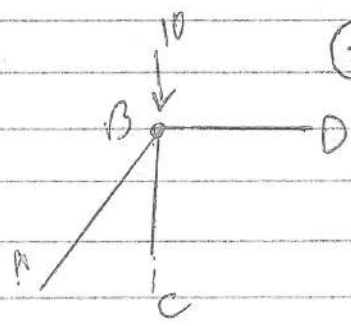
$$\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = \alpha_1 = 56.31$$

$$1) \sum F_{Ax} = 0 \rightarrow F_{AC} + F_{AB} \cos(56.31) = 0$$

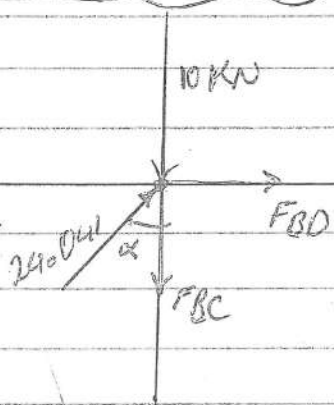
$$F_{AC} = -0.555 F_{AB} \quad *$$

$$2) \sum F_y = 0 \uparrow 20 + F_{AB} \sin 56.31 = 0$$

$$0.832 F_{AB} = -20 \Rightarrow F_{AB} = -24.041 \text{ (C)}$$



$$(*) F_{AC} = +13.343 \text{ kN (T)}$$



برگرفته از B

$$1) \sum F_{Ax} = 0 \rightarrow$$

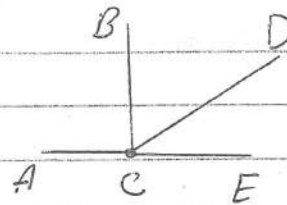
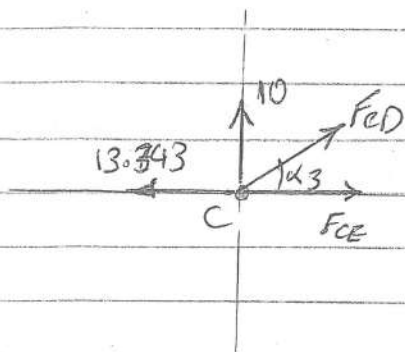
$$F_{BD} + 24.041 \sin 33.69 = 0 \Rightarrow$$

$$F_{BD} = -13.335 \text{ kN (C) } 15.1 \text{ mm}$$

$$2) \sum F_y = 0 \uparrow$$

$$-10 + F_{BC} + 24.041 \cos 33.69 = 0 \Rightarrow$$

$$F_{BC} = 10 \text{ kN (T) } 15.1 \text{ mm}$$



✓
C = 0.707

$$\alpha_3 = \tan^{-1}\left(\frac{3}{3}\right) = 45^\circ$$

$$1) \sum F_x = 0 \rightarrow -13.343 + F_{CE} + F_{CD} \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow$$

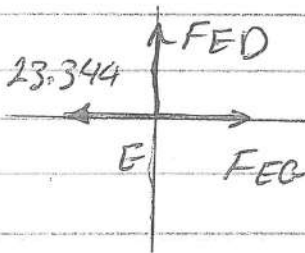
$$\boxed{F_{CE} + 0.707 F_{CD} = 13.343} \quad \text{***}$$

$$2) \sum F_y \uparrow + \quad F_{CD} = -14.142 \text{ kN} \quad \text{C}$$

$$10 + F_{CD} \sin 45^\circ = 0$$

$$\begin{matrix} \text{7} & \text{8} \\ \text{8} & \end{matrix} \quad F_{CE} + 0.707 (-14.142) = 13.343$$

$$\boxed{F_{CE} = 23.344 \text{ kN} \quad \text{T}}$$

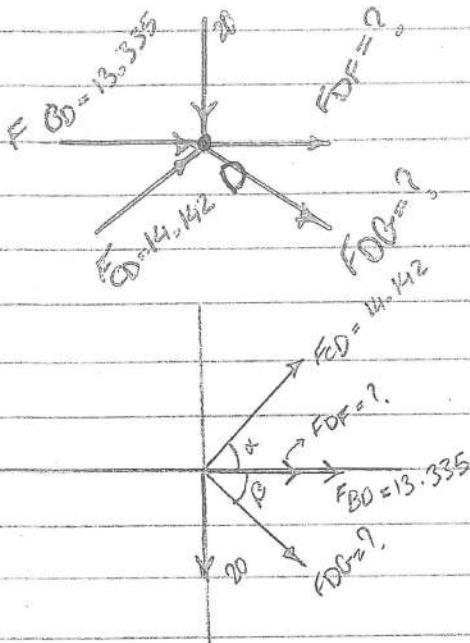


$$1) \sum F_x = 0 \rightarrow$$

$$-23.344 + F_{EC} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{EC} = 23.344 \text{ kN} \quad \text{T}$$

$$2) \sum F_y = 0 \uparrow + \quad F_{ED} = 0 \quad \text{معرض نیروی}$$



$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{3}\right) = 45^\circ$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{3}\right) = 45^\circ$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \Rightarrow F_{DF} + 13.335 + 9.9999 + 0.7071 \times F_{DG} = 0$$

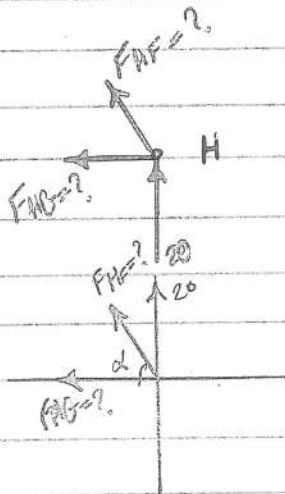
$$(*) F_{DF} + 0.7071 \times F_{DG} = -23.33$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow 9.9999 - 20 - 0.7071 \times F_{DG} = 0$$

$$F_{DG} = -14.142 \text{ kN} \quad (C)$$

$$(*) \Rightarrow F_{DF} - 9.9999 = -23.3349$$

$$F_{DF} = -13.335 \text{ kN} \quad (C)$$



$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = 56.31^\circ$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \Rightarrow -0.5547 \times F_{HF} - F_{HG} = 0$$

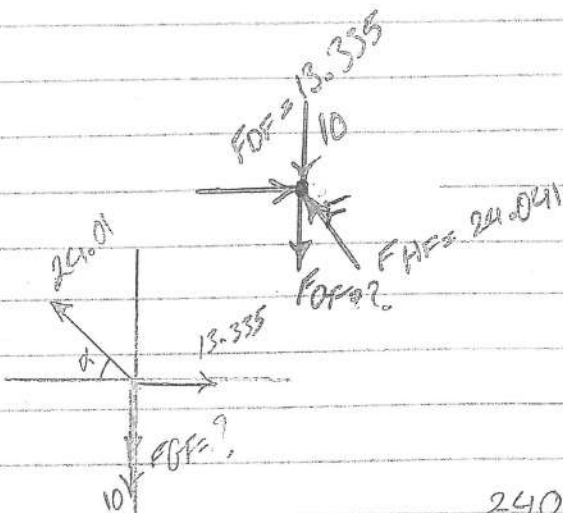
$$(*) F_{HG} + 0.5547 \times F_{HF} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow 20 + 0.8320 \times F_{HF} = 0$$

$$F_{HF} = -24.041 \quad (C)$$

$$(*) \Rightarrow F_{HG} = 0.555 \times 24.041$$

$$F_{HG} = 13.343 \quad (T)$$



$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = 56.31^\circ$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \Rightarrow 13.335 - 0.555 \times F_{HF} = 0$$

$$\text{test} \rightarrow F_{HF} = 24.027 \approx 24.041$$

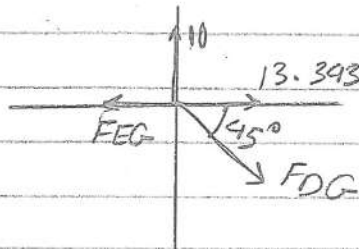
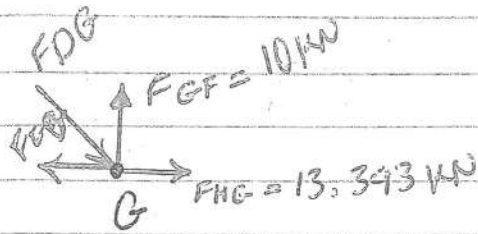
$$= 0.014$$

$$24.041 \times 0.8320 - 10 - F_{GF} = 0$$

$$F_{GF} = 10 \text{ kN} \quad (T)$$

for Test

B G 0.0



$$\sum F_x = 0 \rightarrow 0.7071 F_{DG} + 13.343 - F_{EG} = 0$$

$$(*) \quad 0.7071 F_{DG} = F_{EG} - 13.343$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow \Rightarrow 0.7071 F_{DG} = 10$$

$$F_{DG} = 14.142 \text{ kN} \quad (C)$$

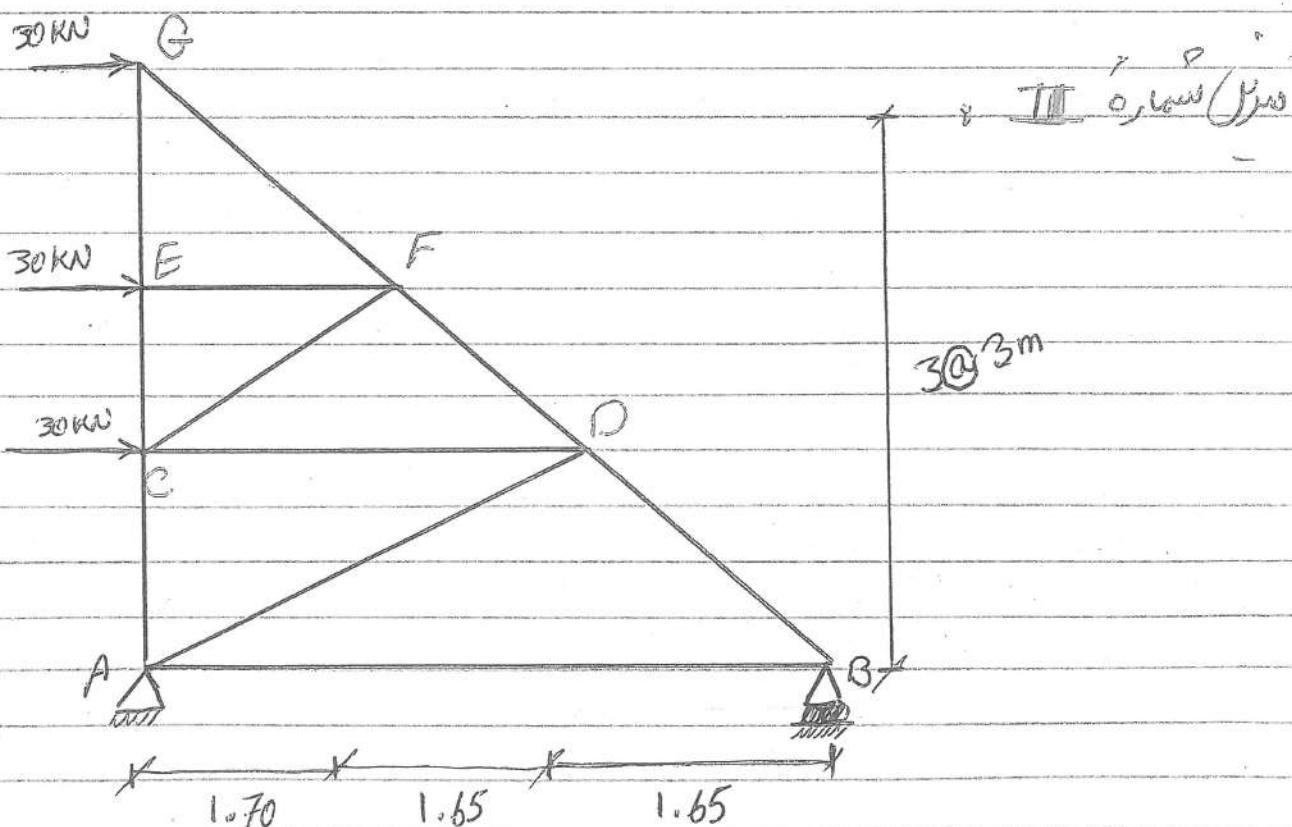
$$(*) \Rightarrow F_{EG} = 23.334$$

$$\rightarrow = 23.344 - 23.334 = 0.009 \checkmark$$

Load Table:

NO.	Force name	Force amount	T/C
1	AB	24.0 kN	C
2	AC	13.343 kN	T
3	BD	13.335 kN	C
4	BC	10 kN	T
5	CD	14.142 kN	C
6	CE	23.344	T
7	EG	23.344	T
8	ED	0	—
9	DG	14.142 kN	C
10	DF	13.335 kN	C
11	HF	24.041 kN	C
12	HG	13.343 kN	T
13	GF	10 kN	T

نقشه و درختها برای کنترل وضعیت نسبی می باشد این هم کشیده شده و وجود دارد و همانطور
 که در مثال قبل ملاحظه می کنید تیرهای مختلف را عدد بزرگی ترکیب دادیم معمولاً در تیرهای آخر و یا
 (آخرین تیر مانده به آخر) می توانیم به روش نقطه میانه معادلات تعادل (EF یا EK) می توانیم
 تیر و در آخر عضو را می کشیم اما برای کنترل روند می باشد معادله ای بعدی را می کشیم و اگر
 در طرف معادله برابر می باشد می کشیم و اگر نه می کشیم و اگر نه می کشیم و اگر نه می کشیم
 خطهای کشیده شده می کشیم و اگر نه می کشیم و اگر نه می کشیم و اگر نه می کشیم
 به طور مثال در تیر (مثال قبل) پس از نوشتن رابطه تعادل در جهت $\uparrow$ هر طرف
 معادله برابر می شود اما در تیر ۱۹ جواب معادله در راستای $\downarrow$ برابر (-0.02 ± 0)
 در راستای $\uparrow$ خواهد شد که این اختلاف اندک قابل قبول خواهد بود.



کلید خرابیها بر روی مقطع (برش)

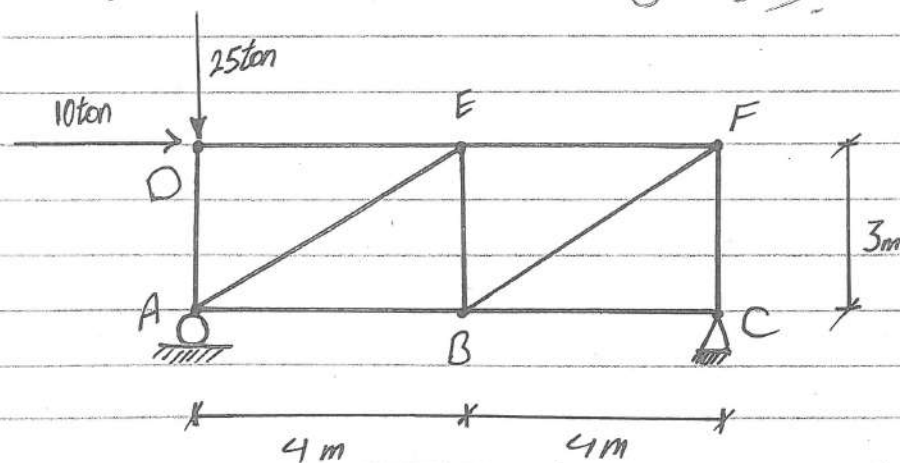
این برش می تواند برش های است در بدنه لگم برش حجم محاسب و توابعی در حال در آن عمل کند و بیشتر در مواقعی کاربرد دارد که می خواهیم در محاسب نیروهای داخلی عضوهای خاصی اظهار نظر کنیم اما برای کلید خرابیهای حاصل یک خرابی نیز کاربرد دارد حجم مجهول در این برش عملی است

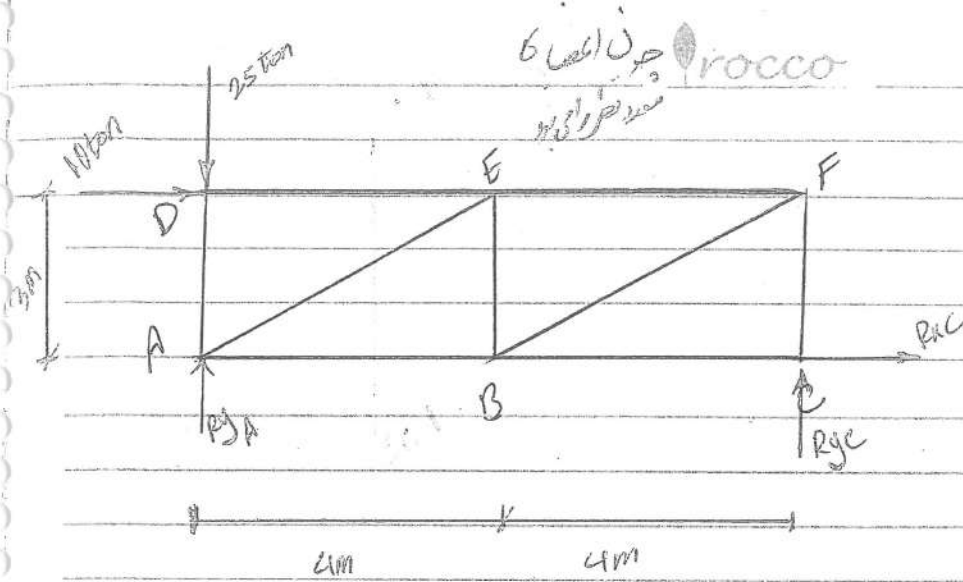
بیشتر از حد معمول باشد

* برش طرأ حدودی همانند برش منصف (بره) می باشد به طریقی پس از رسم نمودار جسم آزاد و مشخص سازی و تعیین محاسبه محاسبه عملیات طرأ در مرحله (۱) مقادیری را در محاسبه مشخص شده پس از آن می زنیم پس از بررسی نیروها، ملاحظه آنها مقادیر نیروهای داخلی را می شناسیم و در آخر جدول قرار می دهیم و یا جسم آزاد مجدداً نیز در آن رسم می کنیم

مثال: مصلحت می باشد نیروهای داخلی در اعضای (EA) ، (EB) و (AB)

در عرضی مثال





② stability & Determinacy Control

$$\left. \begin{array}{l} m=9 \\ r=3 \\ j=6 \\ n=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} m+r=2j \\ 9+3=12 \\ 12=12 \text{ معین} \end{array}$$

معین و پایدار

③ Equation of Equilibrium

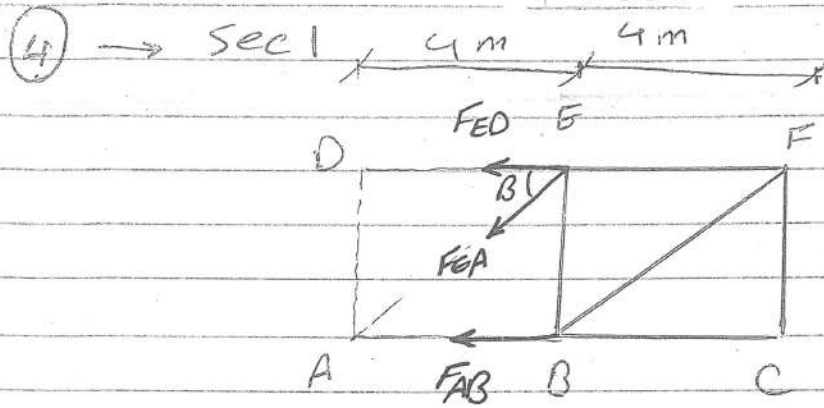
$$1) \sum F_x = 0 \rightarrow R_{xC} = -10 \text{ ton} \quad \text{برعکس جهت مثبت}$$

$$2) \sum F_y = 0 \uparrow : R_{yA} - 25 + R_{yC} = 0 \Rightarrow R_{yA} + R_{yC} = 25 \quad (*)$$

$$3) \sum M_A = 0 \curvearrowright : (R_{yC} \times 8) - (10 \times 3) = 0 \Rightarrow R_{yC} = 3.75 \text{ ton}$$

$$(*) \quad R_{yA} + R_{yC} = 25$$

$$R_{yA} = 21.25 \text{ ton}$$



$$B = ? \Rightarrow B = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow B = 36.78^\circ$$

$$\boxed{B = 37^\circ}$$

مردم: در این بخش بر حسب روش نقطه تدریجاً محاسبه $\sum F_x$ ، $\sum F_y$ انجام می‌دهیم
 اجازه داریم از رابطه $\sum M_o$ برای راحتی محاسبه، می‌توانیم از سایر نیروهای مجهول استفاده کنیم
 بنا بر این جدولی درست می‌کنیم

1) $\sum M_A = 0$ ↓ +

$$(-F_{ED} \times 3) - (3.75 \times 8) = 0$$

$$F_{ED} = -10 \text{ ton} \text{ (C)} \quad \text{شدنی}$$

2) $\sum M_E = 0$ ↓ +

$$(F_{AB} \times 3) - (3.75 \times 4) + (10 \times 3) = 0$$

$$F_{AB} = -5 \text{ ton} \text{ (C)} \quad \text{شدنی}$$

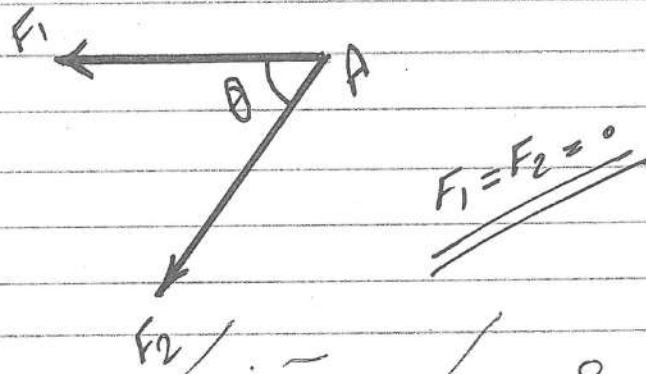
ردیف	عصر	بزرگی (ton)	نوعیت
1	ED	10	C
2	EA	6.25	T
3	AB	5	C

3) $\sum F_y = 0$ ↑: $3.75 - F_{EA} \sin 37^\circ \Rightarrow F_{EA} = 6.25 \text{ ton} \text{ (T)}$

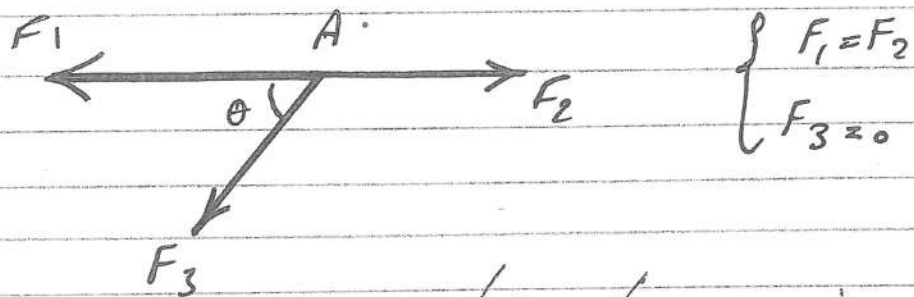
مقدار مهم در محاسبه کلی اعضای خنجرها :

برای تعیین نوع قاعده محاسبه لولا اعضای خنجرهای درجه ۱ را مشخص کرده و از هم جدا سازیم که این روش بیشتر در مواقع حل خنجرهای مستقیم در دسترس است و برقرار است.

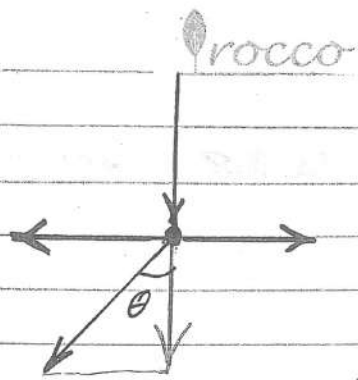
① اگر در یک محصل دو نیرو وارد شود و در آن محصل نیروی خارجی اثر نکرده باشد آن در محصل خنجرهای هستند



② در یک محصل نیرو وارد شود به طوری که در آن محصل اثر نکرده باشد و هیچ نیروی خارجی بر آن اثر نکرده باشد محصل خنجرهای است

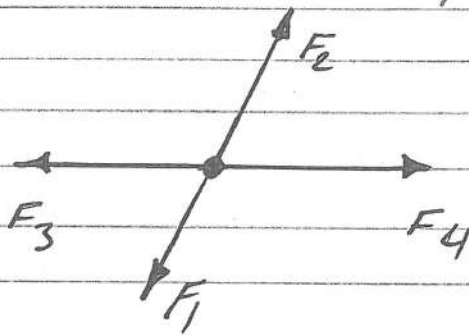


③ اگر در یک محصل سه نیرو وارد شده باشد که در آن محصل اثر نکرده باشد و هیچ نیروی خارجی هم اثر نکرده باشد آن محصل خنجرهای است و محصل خنجرهای است



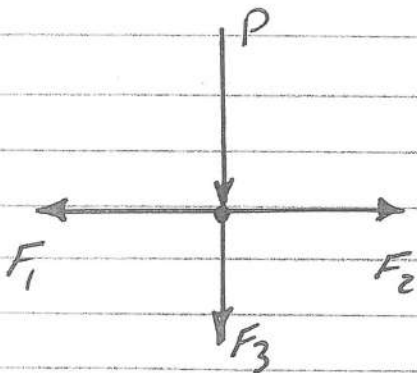
$$P = F_3 \cos \theta$$

1.5 / 9 / 1 / 1
 (4) اگر دو عضو وارد شود به یک نقطه و هیچ نیروی خارجی برش نیفتاده باشد
 نیروی داخلی اعضا هم اندازه و جهت یکدیگر دارند



$$\begin{cases} F_1 = F_2 \\ F_3 = F_4 \end{cases}$$

5) اگر دو عضو وارد یک نقطه در یک راستا باشند و نیروی خارجی برش نیفتاده باشد
 مقدار نیروی ششم با نیروی وارد شده برش نیفتاده است

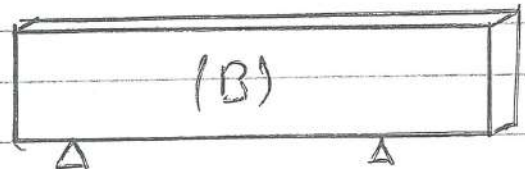
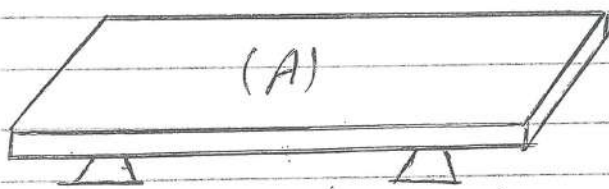


$$P = F_3$$

فصل هشتم: گشتاور خم سطح، میان انرسی، گشتاور خم

Moment of Inertial

خطای را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید بر روی دو لایه از آن را هم داریم



با توجه به شکل درسی به بیم علمی هم آنکه سطح مقطع خطای در هر دو حالت یکسان است و حالت

(A) خطای راحت تر خم می شود یعنی مقاومت آن در مقابل خم شدن (خمش) را

کمتر از حالت (B) می باشد علت آن همان انرسی سطح مقطع خطای است که در

حالت (A) کمتر از (B) می باشد. به عنوان یک تعریف ساده از میان انرسی می توان گفت

گشتاور خم سطح یا میان انرسی حاصل می شود از مربع فاصله از مرکز ثقل و از

مساحت دهنده حجم حول محور خمش می شود و دارد

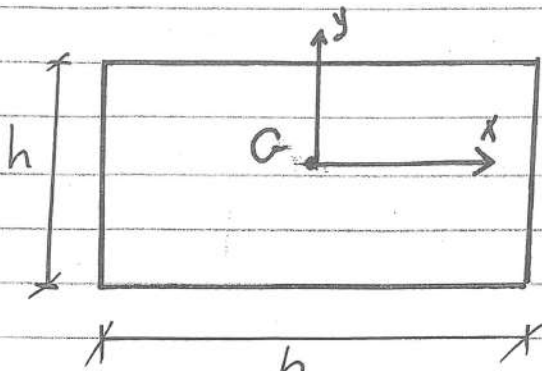
میان انرسی را با نماد (I) نشان داده نسبت به محورهای مختلف می توانیم آن محور میانی

می گویند مثلاً I_x ، I_y

I_x : یعنی میان انرسی نسبت به محور x ها

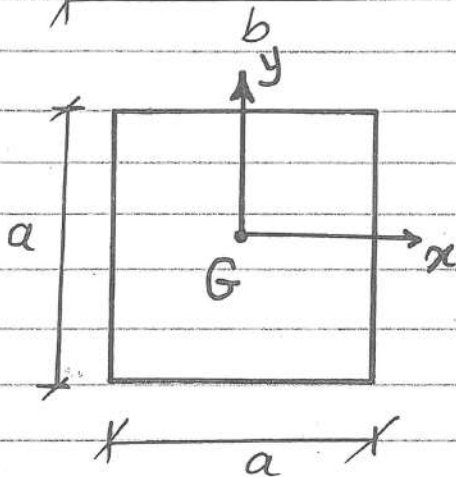
واحد میان انرسی $(\text{طول})^4$ می باشد $(m^4, cm^4, mm^4, \dots)$

می باشد



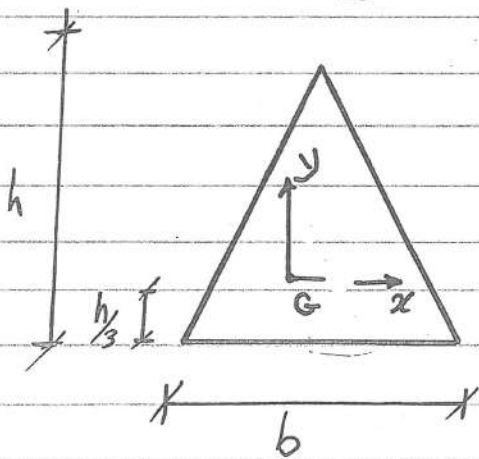
$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12}$$



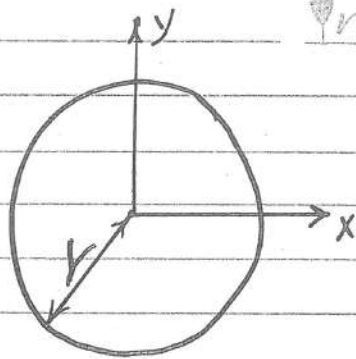
$$I_x = \frac{a^4}{12}$$

$$I_y = \frac{a^4}{12}$$

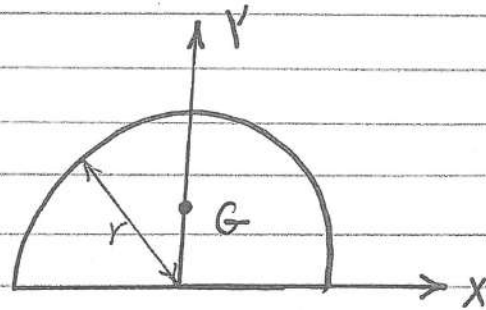


$$I_x = \frac{bh^3}{36}$$

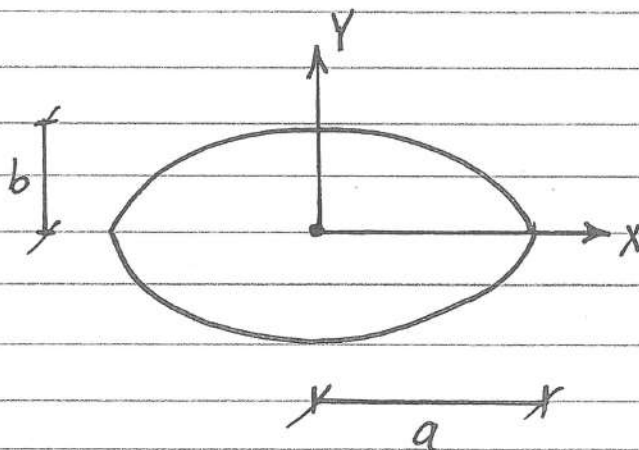
rocco



$$I_X = I_Y = \frac{\pi r^4}{4}$$



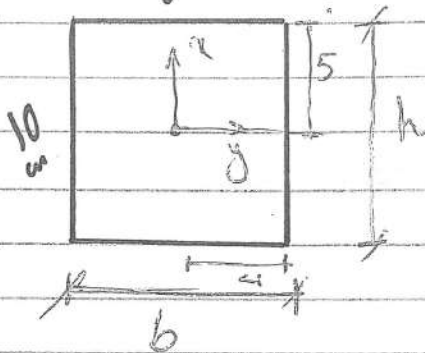
$$I_X = I_Y = \frac{\pi r^4}{8}$$



$$I_X = \frac{\pi a b^3}{4}$$

$$I_Y = \frac{\pi b a^3}{4}$$

مثال: محاسبه ممان انرسی برای شکل مقابل

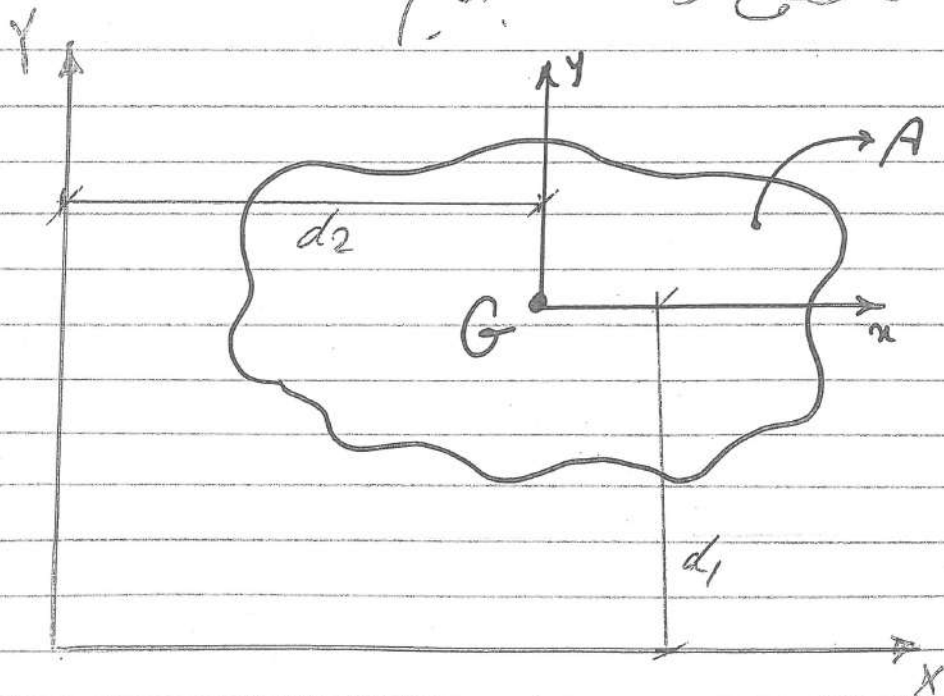


$$I_x = \frac{bh^3}{12} \Rightarrow I_x = \frac{8 \times 10^3}{12} \Rightarrow$$

$$I_x = 666.67 = 667 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12} \Rightarrow I_y = \frac{10 \times 8^3}{12} \Rightarrow I_y = 427 \text{ cm}^4$$

قضیه گره‌های مولدگی: در بخش قبلی روش تعین ممان انرسی یک سطح نسبت به محورهای در آن در نظر می‌گرفتیم. در این بخش خواهیم دید که چگونه می‌توانیم ممان انرسی یک سطح را نسبت به محورهای گره‌های مولدگی آن سطح محاسبه کنیم. در این حالت ابتدا ممان انرسی را نسبت به محورهای مولدگی می‌نویسیم و بعد ممان انرسی مقطع را نسبت به محورهای x, y مورد نیاز برای محاسبه ممان انرسی در اصل می‌نویسیم. در این حالت ممان انرسی در اصل را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:



فصل موضوع را به یک صفحه مخصوصی مولای به صورت زیر می‌نویسیم

* میان انیتری سطح نسبت به محورها به محوری که از سطح آن اصلی باشد برابر است. میان انیتری آن سطح نسبت به محورها مرکز سطح به اصغر حاصل شود.
نسبت است هر چیزی که عدد عددی باشد به آن سطح

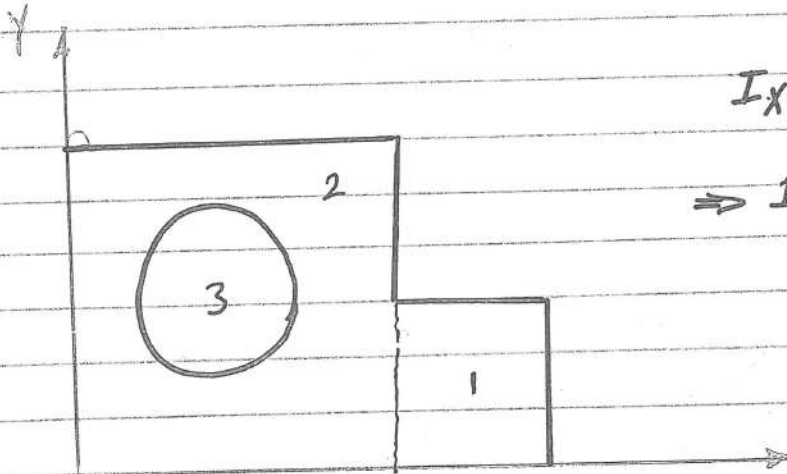
$$I_x = I_{x_0} + A d_1^2$$

$$I_y = I_{y_0} + A d_2^2$$

قسمت مخصوصی مولای که در زیر می‌نویسیم میان انیتری سطح را یک دایره که پس از تجربه شکل بود

به شکل ساده تر می‌نویسیم میان انیتری هر یک نسبت به محورها می‌نویسیم و در نهایت

به تغییر جمع صریح (جمع تفریق) می‌نویسیم و روابط قبل را چندین اصلاح می‌نویسیم

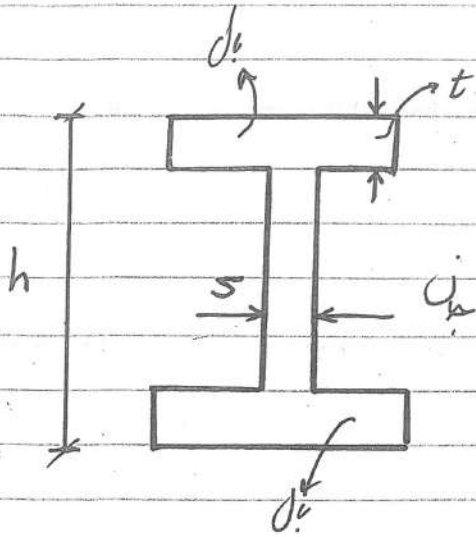


$$I_x = I_{x_1} + I_{x_2} - I_{x_3}$$

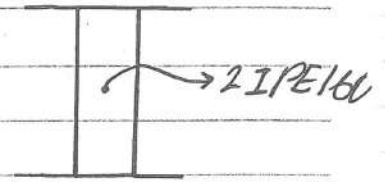
$$\Rightarrow I_x = \sum_{i=1}^n (I_{x_i} + A_i d_i^2)$$

$$I_y = I_{y_1} + I_{y_2} - I_{y_3}$$

$$\Rightarrow I_y = \sum_{j=1}^n (I_{y_j} + A_j d_j^2)$$



مثال: محاسبه جرمه میان اینرسی مقطع تقارن
حول محورهای مختصات



مقطع مرکب است پس لول محور مختصات اصلی
را مشخص می کنیم

$$h = 160 \text{ mm}$$

$$I_x = 869 \text{ cm}^4$$

$$b = 82 \text{ mm}$$

$$I_y = 68.3 \text{ cm}^4$$

$$t = -$$

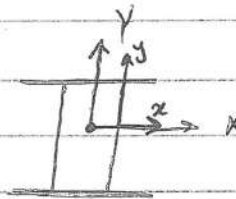
$$s = -$$

$$S_x = -$$

$$A = 20.1 \text{ cm}^2$$

$$S_y = -$$

$$C = -$$



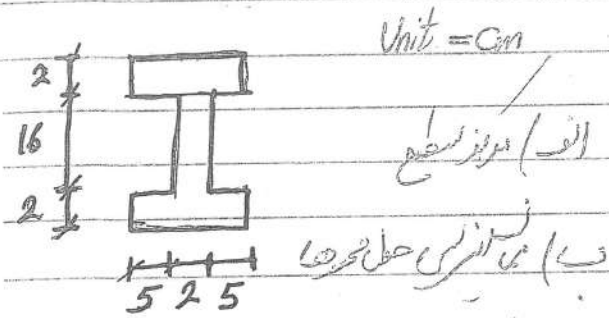
الگای چون تقارن در بخش وجود دارد ما اجازه داریم میان اینرسی می را می بینیم اگر جمع می کنیم

$$1) I_x = I_x + Ad^2 \Rightarrow (869 + [20.1 \times 0^2]) \times 2$$

$$I_x = 1738 \text{ cm}^4$$

$$2) I_y = I_y + Ad^2 \Rightarrow (68.3 + [(20.1 \times 4.1^2)]) \times 2 \Rightarrow$$

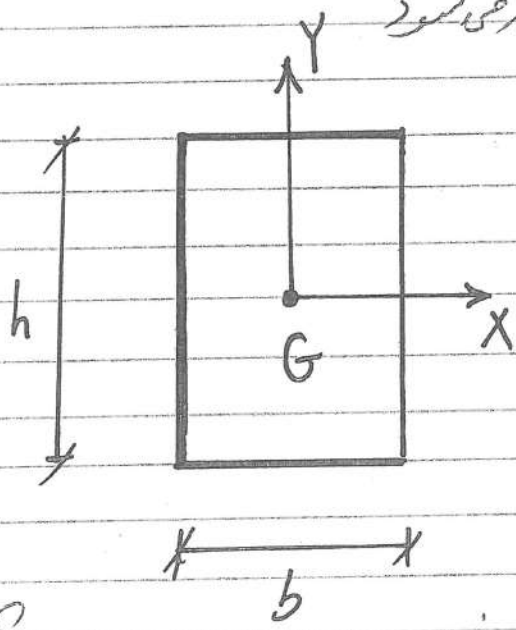
$$I_y = 812 \text{ cm}^4$$



Section Modulus

مدول مقطع (اساس مقطع)

اساس مقطع به مدول مقطع خاص از سطح است که همانند عمل انحراف خاص مقدار در مقابل جیس می باشد مدول مقطع به نوع اتصال و در این زیر می باشد می شود



$$S_x = \frac{I_x}{C_1}$$

$$S_y = \frac{I_y}{C_2}$$

در اینجا S_x و S_y مدول مقطع یا اساس مقطع نسبت به محوره های x و y می باشد
 I_x و I_y همان انرسی سطح نسبت به محوره های x و y می باشد C_1 و C_2
فاصله مرکز ثقل تا دانه های یا فاصله دور فاصله دور ترین دانه است چپ و راست

راست نسبت به محور مرکزی (مرکز سطح) می باشد

$$C_1 = \frac{h}{2}$$

واحد اساس مقطع (چول) mm^3 ، cm^3 ، mm^3 ، cm^3

$$C_2 = \frac{b}{2}$$

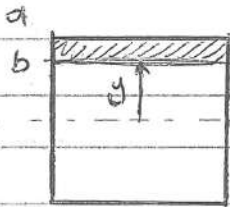
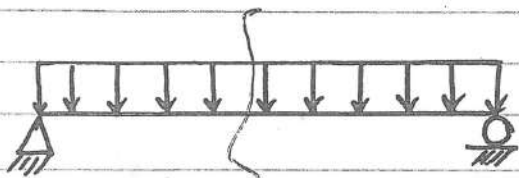
باز هم به عنوان هادی C به خط خنثی و کمترین تنش در خنثی

Neutral Axis به خط خنثی می دهند

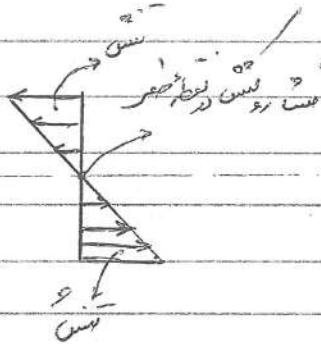
تار خنثی خطی است فرضی که در معرض تنش قرار دارد این خط هم در قسمت بر و در قسمت

و تنه بر و در قسمت برای بدست آوردن میان اینرسی طرورد دارد مفهوم بهتر تار خنثی

در فصل زیر قابل مشاهده می باشد



نمای از پیش ۱



مثال ۱: محاسبه ضریب مقاومت برای بخش مثال ۲

$$I_x = 1738 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 812 \text{ cm}^4$$

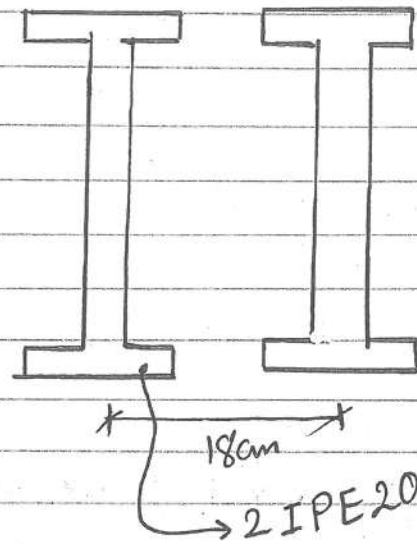
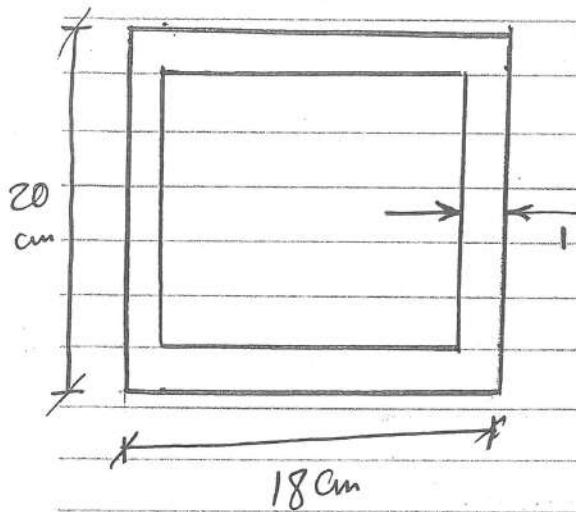
$$S_x = \frac{I_x}{c_1} \Rightarrow S_x = \frac{1738}{8} = 217 \text{ cm}^3$$

$$c_1 = \frac{16}{2} \Rightarrow c_1 = 8 \text{ cm}$$

$$S_y = \frac{I_y}{c_2} \Rightarrow S_y = 91 \text{ cm}^3$$

$$c_2 = b \Rightarrow c_2 = 8.2$$

نیز، می‌توان مکان انحراف و اساس مقطع اشکال ذیل مطالعه است.



شعاع دوران یا شعاع ژیراسیون

معنی است که در یک جهت چرخش دور از شعاع دوران می‌چرخد. یعنی است که مشخص می‌کند برای یک جسم

چگونه می‌توان آن را به عنوان یک محور چرخش در نظر گرفت که از یک شعاع دور از مرکز دوران می‌گذرد.

گردد. مکان انحراف (I) بدست آمده حول محور مشخصه برابر با مکان انحراف اولی می‌باشد.

در واقع حاصل مساحت A ضرب در شعاع ژیراسیون به عنوان دو همان مکان انحراف می‌باشد.

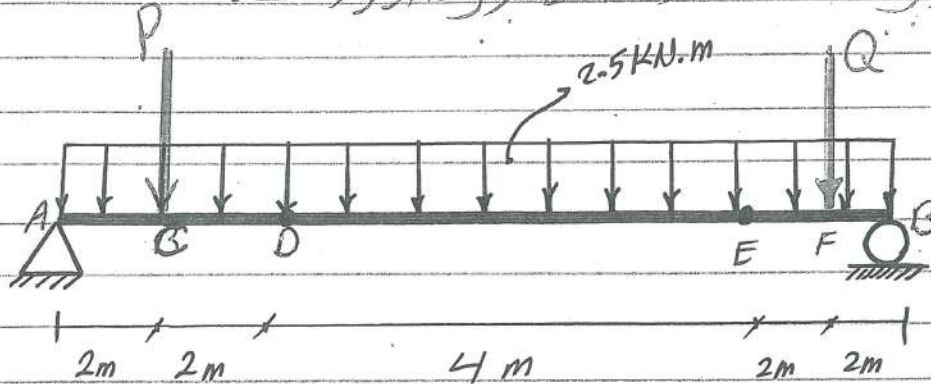
$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad , \quad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

واحد آن برابر واحد طول می‌باشد. Cm ... می‌باشد و در واحدهای متر و سانتی‌متر

انحراف اعصاب کاربرد دارد.

3 تمرین از کتاب میریاد:

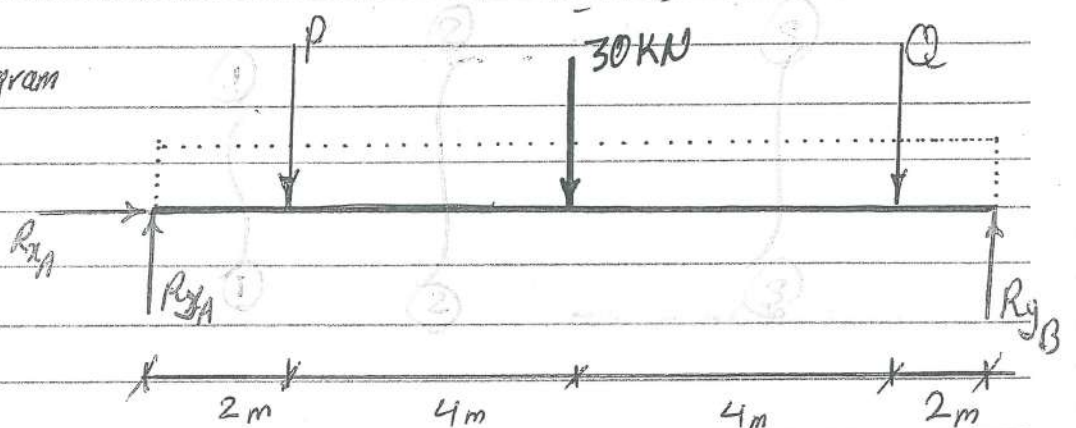
① ابتدا مقدار P ، Q را می‌توانیم پس از آن که در حین برش برآیند را پیدا کنیم. مقدار P و Q را می‌توانیم پس از آن که در حین برش برآیند را پیدا کنیم. مقدار P و Q را می‌توانیم پس از آن که در حین برش برآیند را پیدا کنیم.



① Stability & Determinacy Control

این سازه یک سازه بیاض - ساده - بیاض است.
 * زیرا در این سازه یک سازه بیاض - ساده - بیاض است.
 تعداد مجهولات: 3
 تعداد معادلات: 3

② Free Body Diagram



③ Equation of Equilibrium

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{xA} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow \rightarrow R_{yA} + R_{yB} - P - 30 - Q = 0 \Rightarrow R_{yA} + R_{yB} = P + Q + 30$$

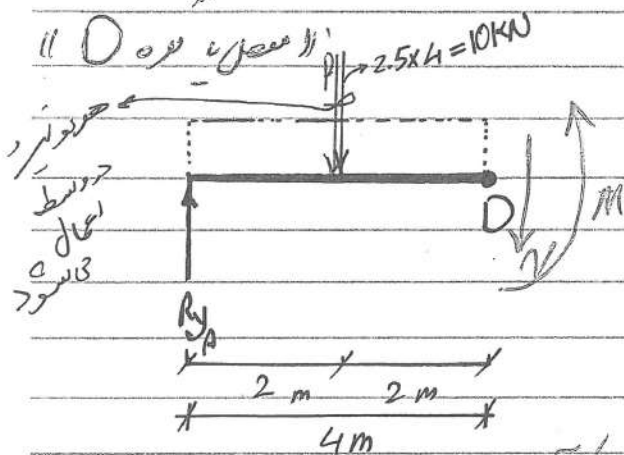
$$\sum M_A = 0 \uparrow + (R_{yB} \times 12) - (Q \times 10) - (30 \times 6) - (P \times 2) = 0$$

$$R_{yB} = \frac{10Q + 2P + 180}{12} \Rightarrow R_{yB} = \frac{5}{6}Q + \frac{1}{6}P + 15$$

$$(*) \Rightarrow R_{yA} + \left(\frac{5}{6}Q + \frac{1}{6}P + 15 \right) = P + Q + 30$$

$$\Rightarrow R_{yA} = \frac{1}{6}Q + \frac{5}{6}P + 15$$

* حل ترمیم بر داده های مسئله برای دایره های D و E صورتی نیست



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow \\ \sum M_D = 0 \curvearrowright \end{array} \right.$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow \Rightarrow \text{توجه به جهت بارها (برش) (کشش) (فشار) (کشش) (فشار) (کشش) (فشار)}$$

$$\sum M_D = 0 \curvearrowright \Rightarrow -(R_{yA} \times 4) + (P \times 2) + (10 \times 2) + M = 0$$

$$\Rightarrow R_{yA} = \frac{1}{6}Q + \frac{5}{6}P + 15$$

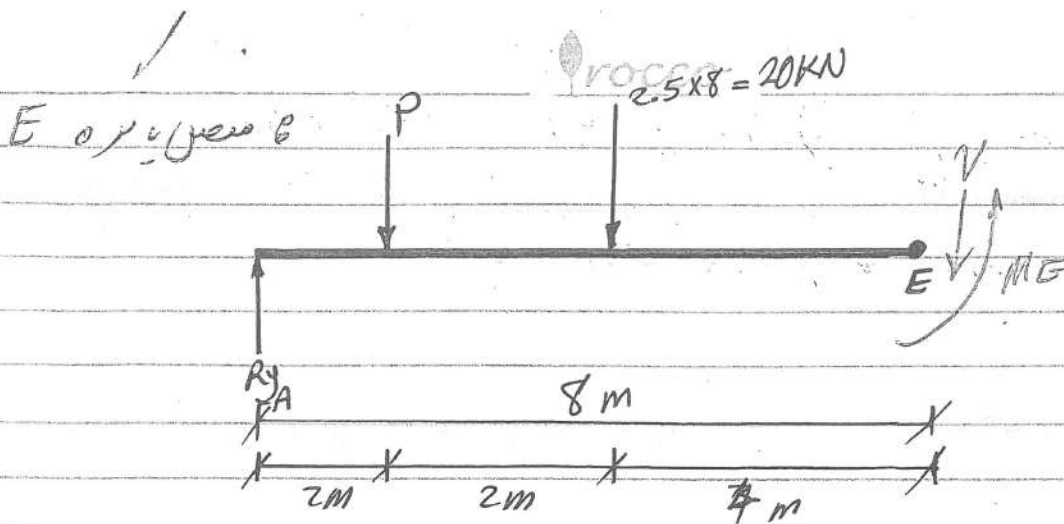
$$-\left(\frac{4}{6}Q + \frac{20}{6}P + 60 \right) + 2P + 20 + M = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{4}{6}Q - \frac{8}{6}P - 40 + M_D = 0 \\ \Rightarrow \frac{4}{6}Q + \frac{8}{6}P = 61 - 40 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow M_D = 61 \text{ kN.m}$$

$$\boxed{\frac{2}{3}Q + \frac{4}{3}P = 21}$$

اولین معادله حسب P, Q



+ حساب می‌کنیم بر اساس اصل تعادل $\sum Fy = 0$ در معادلات تعادل برش (V) کار می‌کنیم که به صورت

$$\sum M_E = 0 \quad + \Rightarrow (-8 R_{yA}) + 6P + (4 \times 20) + M_E = 0$$

(معادلات تعادل می‌شود) $\Rightarrow R_{yA} = \frac{1}{6}Q + \frac{5}{6}P + 15$

$$-\frac{8}{6}Q - \frac{40}{6}P - 120 + 6P + 80 + M_E = 0$$

از معادله دوم $\Rightarrow M_E = 55 \text{ kN.m}$

$$55 = \frac{8}{6}Q + \frac{40}{6}P + 40 \Rightarrow \left[\frac{4}{3}Q + \frac{2}{3}P = 15 \right] \rightarrow \text{معادله اول}$$

Q, P

$$\begin{cases} \frac{4}{3}Q + \frac{2}{3}P = 15 \\ \frac{2}{3}Q + \frac{4}{3}P = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &\text{از معادله اول} \\ &\text{در 2 - جمع} \\ &\text{دوم معادله} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &-\frac{6}{3}P = -27 \Rightarrow \boxed{P = 13.5 \text{ kN}} \\ &\Rightarrow \text{زیر معادله اول} \Rightarrow \boxed{Q = 4.5 \text{ kN}} \end{aligned}$$

با استفاده از $R_{yA} = \frac{1}{6}Q + \frac{5}{6}P + 15 \Rightarrow \boxed{R_{yA} = 27 \text{ kN}}$

معادلات تعادل کلی $R_{yB} = \frac{5}{6}Q + \frac{1}{6}P + 15 \Rightarrow \boxed{R_{yB} = 21 \text{ kN}}$

(*) کنترل می‌کنیم: $R_{yA} + R_{yB} = P + Q + 30$

$$27 + 21 = 13.5 + 4.5 + 30$$

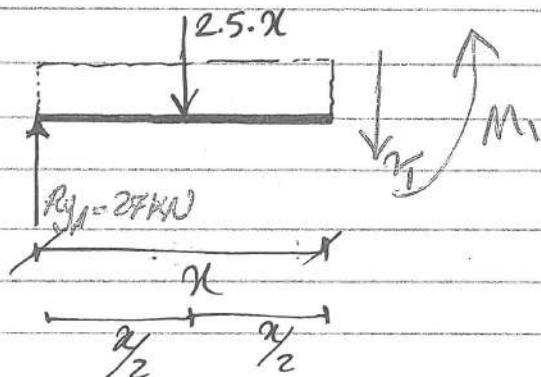
$$\boxed{48 = 48} \quad \checkmark$$

حل برای رسم نمودارهای محاسبه برش و گشتاور در طول پیرامون (3)، (2)، (1) و (0) را در محاسبه از آن استفاده می‌کنیم

Sections analysis:

① — ① Section ① :

$$0 < x < 2$$



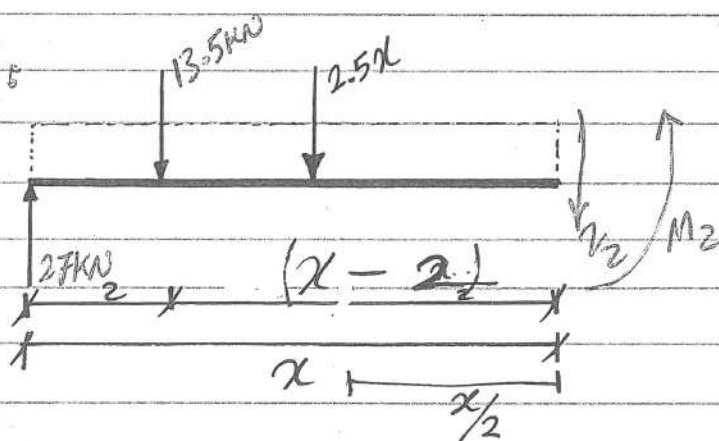
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M_O = 0 \curvearrowright + \end{cases}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow 27 - 2.5x - V_1 = 0 \Rightarrow V_1 = 27 - 2.5x$$

$$\sum M_O = 0 \curvearrowright + \Rightarrow -27x + (2.5x)\left(\frac{x}{2}\right) + M_1 = 0 \Rightarrow M_1 = 27x - \left(\frac{2.5x^2}{2}\right)$$

Section ② :

$$2 < x < 10$$



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M_O = 0 \curvearrowright + \end{cases}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow 27 - 13.5 - 2.5x - V_2 = 0$$

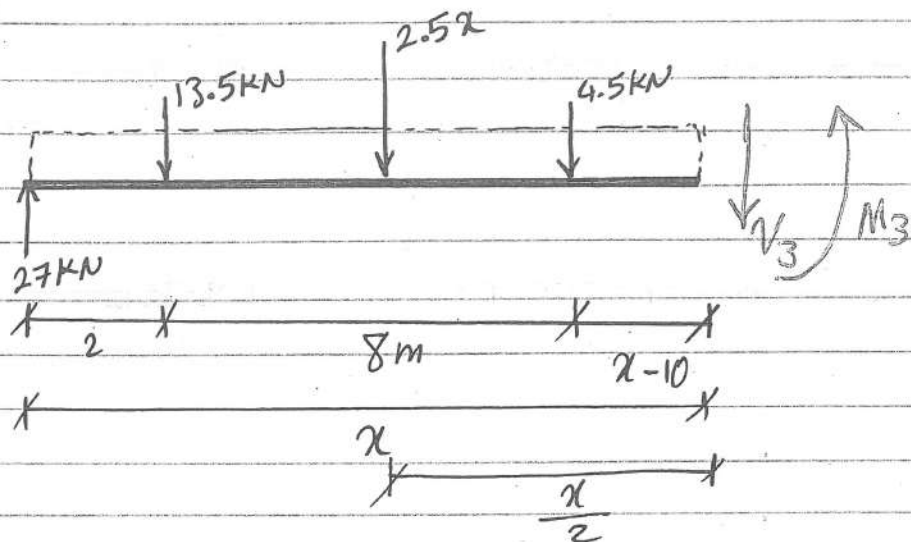
$$V_2 = 13.5 - 2.5x$$

$$\begin{aligned} \sum M_O = 0 \curvearrowright + \Rightarrow & -27x + 13.5(x-2) + 2.5x\left(\frac{x}{2}\right) + M_2 = 0 \\ & -13.5x + 2.5\frac{x^2}{2} - 27 + M_2 = 0 \end{aligned}$$

$$M_2 = -2.5\frac{x^2}{2} + 13.5x + 27$$

Section (3) :

$$10 < x < 12$$



$$\begin{cases} \sum F_{x=0} \rightarrow \\ \sum F_{y=0} \uparrow \\ \sum M_0=0 \end{cases}$$

$$\sum F_{y=0} \uparrow \Rightarrow 27 - 13.5 - 4.5 - 2.5x - V_3 = 0$$

$$V_3 = -2.5x + 9$$

$$\sum M_0=0 \uparrow \Rightarrow -27x + 13.5(x-2) + 2.5x\left(\frac{x}{2}\right) + 4.5(x-10) + M_3 = 0$$

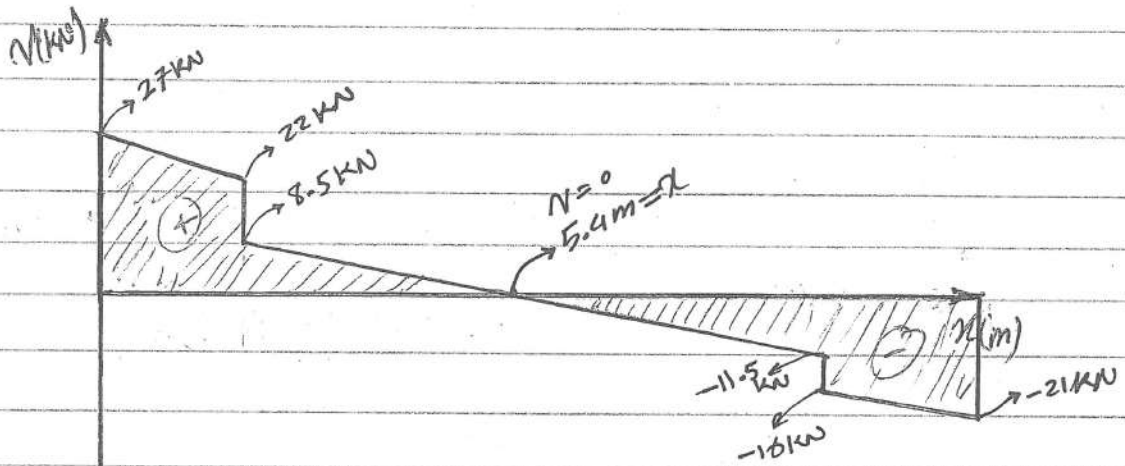
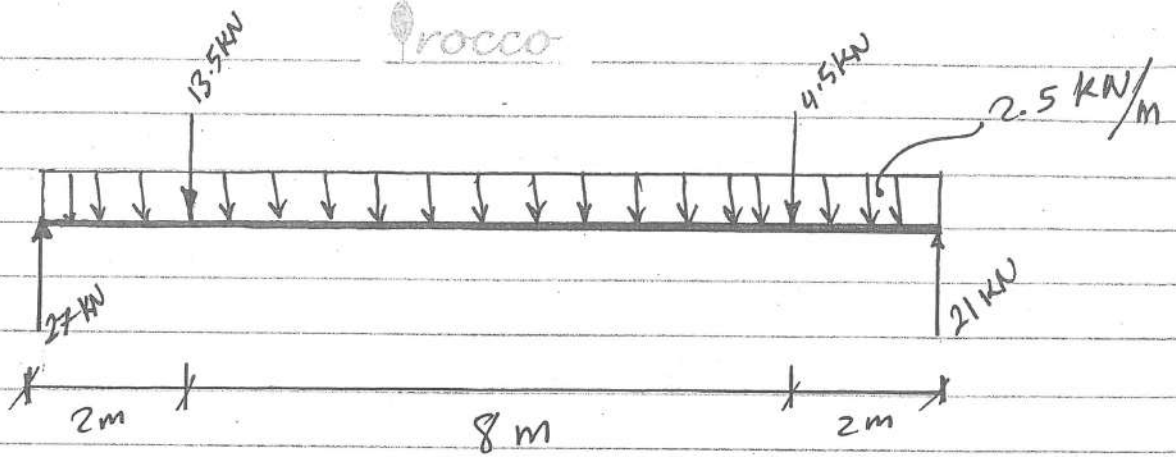
$$M_3 = -2.5\frac{x^2}{2} + 9x + 72$$

محال است اسم نمودارهای بخش و جیس فعل بر خورد نزدیک باشد به غیر از جابجایی نامبرم
و می دانیم که جیس فعل می تواند فعل می دانیم به این اسم است و جیس به این

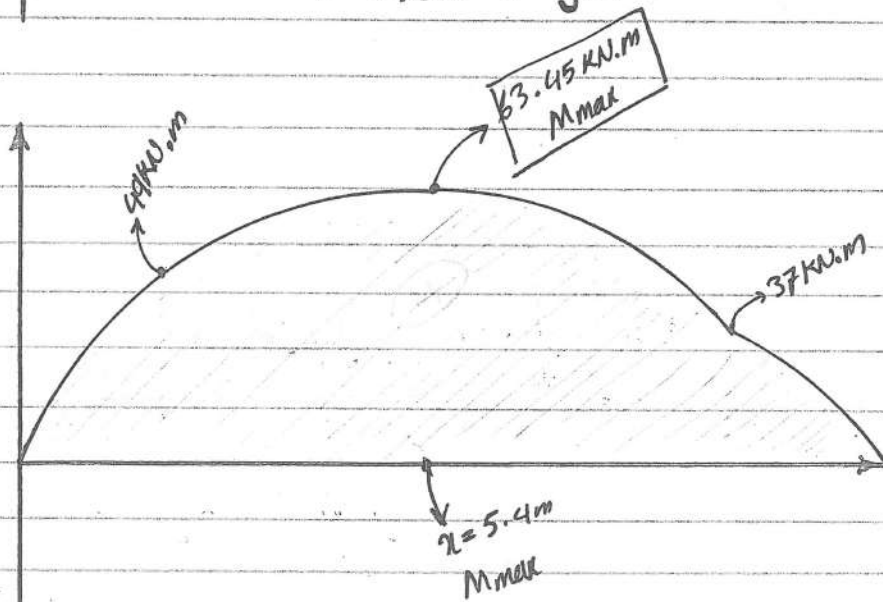
$$V_2 = 13.5 - 2.5x \Rightarrow 13.5 - 2.5x = 0 \Rightarrow x = 5.40m$$

$$M_2 = -2.5\frac{x^2}{2} + 13.5x + 27 \Rightarrow -2.5\frac{(5.4)^2}{2} + 13.5(5.4) + 27$$

$$M_2 = 63.45 \text{ KN.m}$$

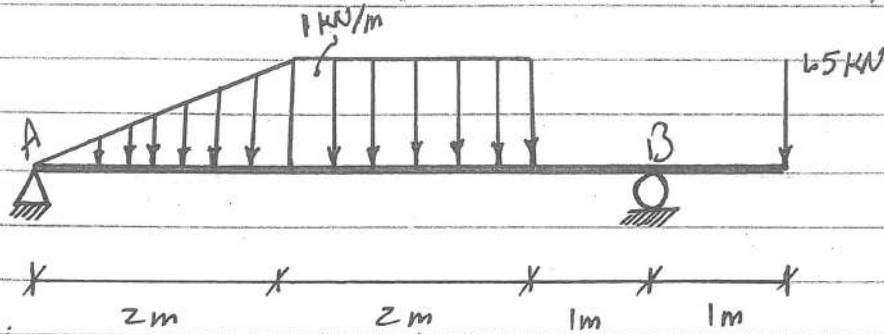


* Shear Diagram



Bending Moment Diagram

2) مطلوب است رسم نمودار محسوس و برش محسوس از زیر مقید:



1) Stability & Determinacy Control:

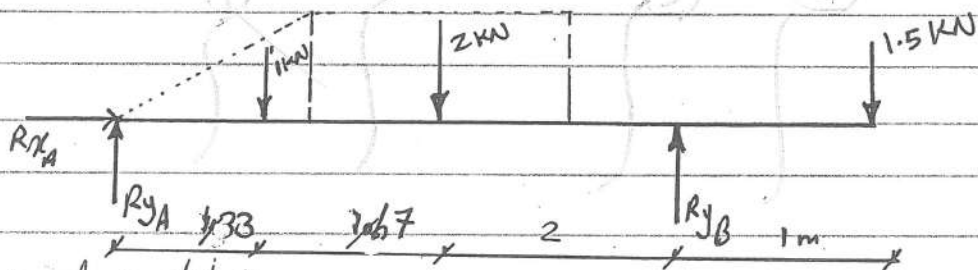
3: تعداد واکنش

3: تعداد محسوسات

محسوسات کلی همانند محسوسات در محسوسات در محسوسات

سازه بار - سازه - سازه - سازه

2) Free Body Diagram:



3) Equation of Equilibrium:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow + \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M_A = 0 \curvearrowright + \end{cases}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow + \Rightarrow R_{xA} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow R_{yA} + R_{yB} - 1 - 2 - 1.5 = 0$$

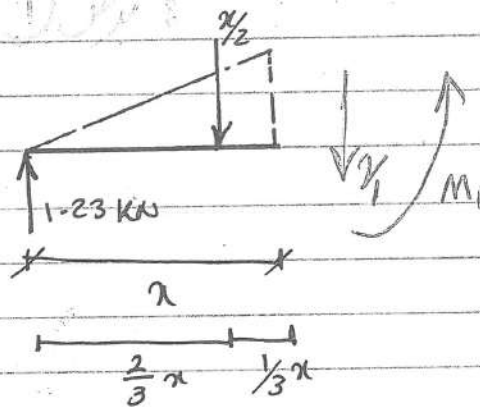
$$R_{yA} + R_{yB} = 4.5$$

$$\sum M_A = 0 \curvearrowright + \Rightarrow (-1.5 \times 6) + (R_{yB} \times 5) - (2 \times 3) - (1 \times 1.33) = 0$$

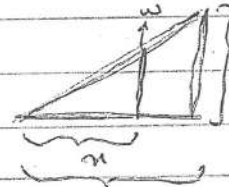
$$R_{yB} = 3.27 \text{ kN}$$

$$(*) \Rightarrow R_{yA} + R_{yB} = 4.5 \Rightarrow R_{yA} = 1.23 \text{ kN}$$

④ Sections analyze



$$0 < x < 2$$



$$\frac{x}{2} = \frac{w}{1}$$

$$w = \frac{x}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow \\ \sum M_O = 0 \curvearrowright \end{array} \right.$$

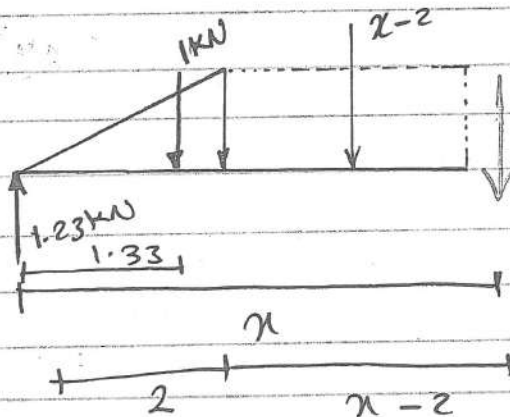
$$\sum F_y = 0 \uparrow \Rightarrow 1.23 - \frac{x^2 \cdot 2}{4} - V_1 = 0$$

$$V_1 = 1.23 - \frac{x^2}{4}$$

$$\sum M_O = 0 \curvearrowright \Rightarrow -1.23x + \left(\frac{x^2}{4} \times \frac{1}{3}x \right) + M_1 = 0$$

$$M_1 = 1.23x - \frac{x^3}{12}$$

$$M_1 = 1.23x - \frac{x^3}{12}$$



$$2 < x < 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow \\ \sum M_O = 0 \curvearrowright \end{array} \right.$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow \Rightarrow 1.23 - 1 - (x-2) - V_2 = 0$$

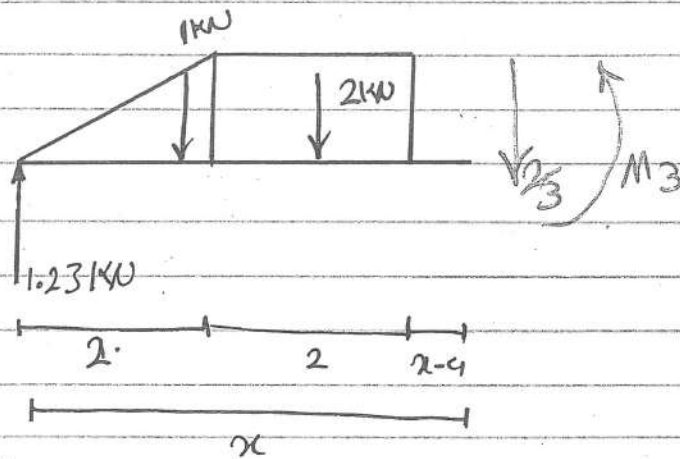
$$V_2 = 2.23 - x$$

$$\sum M_O = 0 \curvearrowright \Rightarrow (-1.23x) + (x-1.33) + \frac{(x-2)^2}{2} + M_2 = 0$$

$$-1.23x + x - 1.33 + \frac{x^2}{2} + 2 - 2x + M_2 = 0$$

$$M_2 = +2.23x - \frac{x^2}{2} - 0.67$$

3) 4



$$4 < x < 5$$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M_O = 0 \curvearrowright + \end{cases} \Rightarrow 1.23 - 1 - 2 - V_3 = 0$$

$$V_3 = -1.77$$

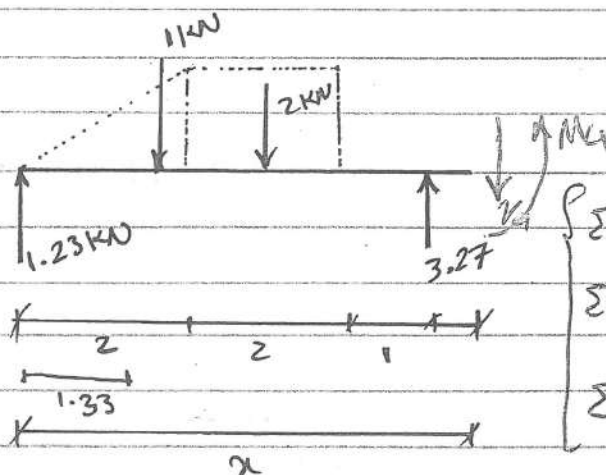
$$V_3 = -1.77 \text{ kN}$$

$$\sum M_O = 0 \curvearrowright + \Rightarrow -(1.23x) + (x - 1.33) + 2(x - 3) + M_3 = 0$$

$$M_3 = -1.77x + 7.33$$

$$M_3 = -1.77x + 7.33$$

4) 5



$$5 < x < 6$$

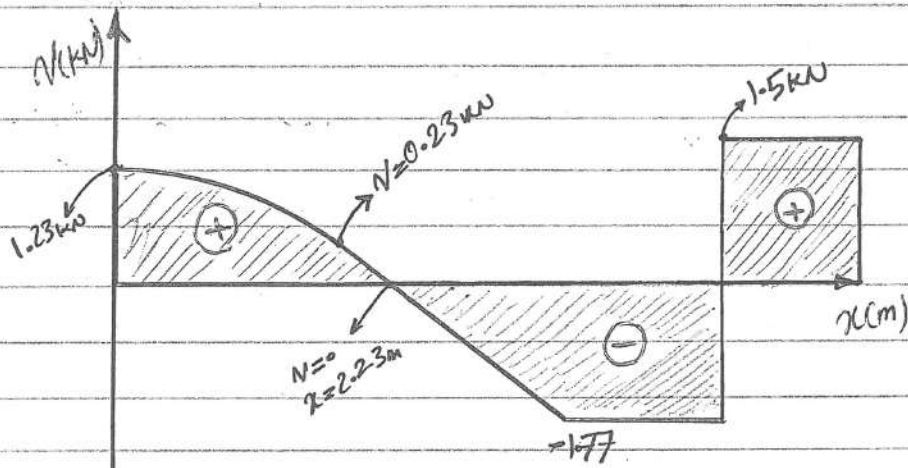
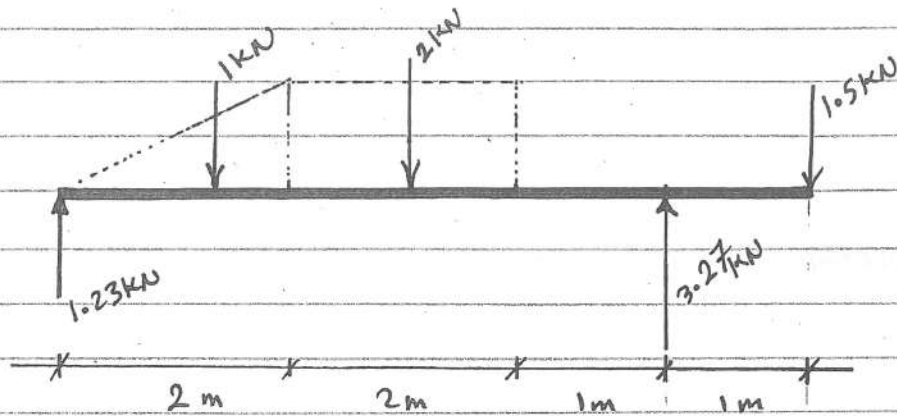
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M_O = 0 \curvearrowright + \end{cases} \Rightarrow 1.23 + 3.27 - 1 - 2 - V_4 = 0$$

$$V_4 = 1.5$$

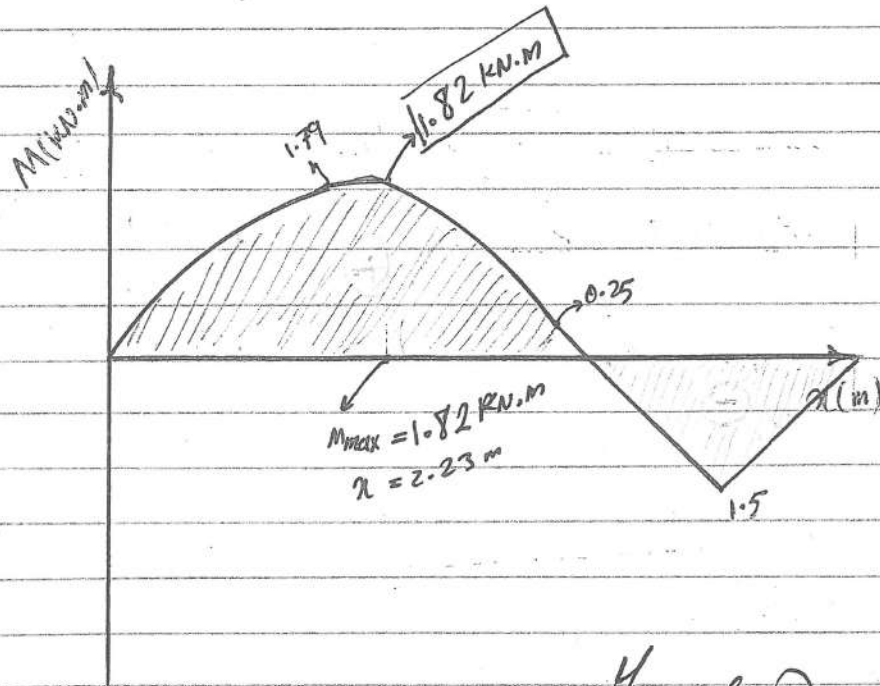
$$\sum M_O = 0 \curvearrowright + \Rightarrow -1.23x + (x - 1.33) + 2(x - 3) - 3.27(x - 5) + M_4 = 0$$

$$= -1.5x + 9.02 + M_4 = 0$$

$$M_4 = 1.5x - 9.02$$

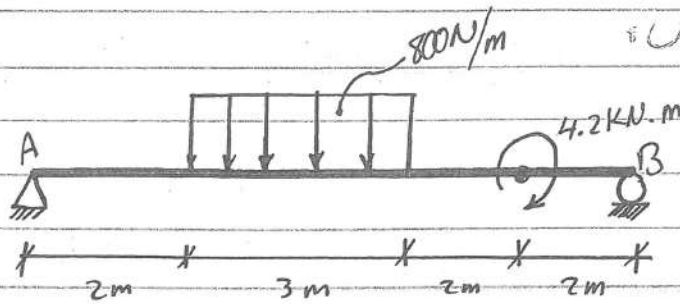


* Shear Diagram



* Bending Moment Diagram

مطلوب است رسم نمودار برش و محسوس



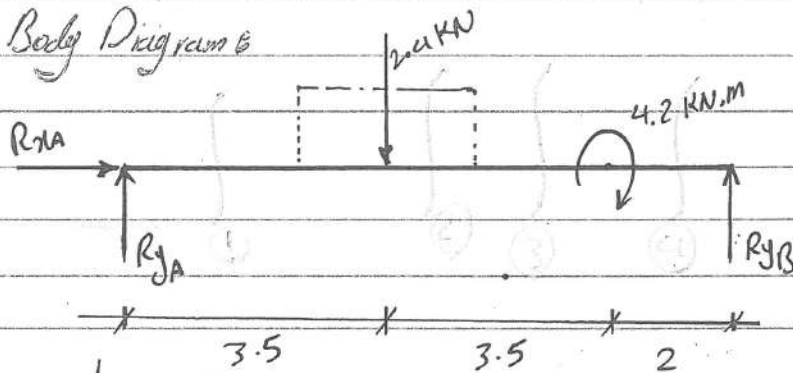
① stability & Determinacy Control

3 شرط تعادل
3 شرط محسوس

* برجهای محسوس اصل مراد از استتد و در این نظام برش محسوس نیست

این سازه | بار - سازه - پدیده - محسوس

② Free Body Diagram



③ Equation of Equilibrium

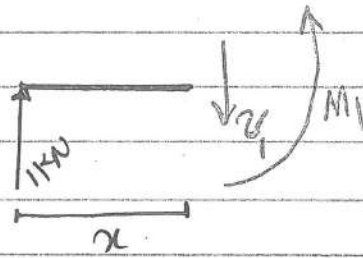
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \rightarrow \\ \sum F_y = 0 \uparrow \\ \sum M_A = 0 \curvearrowright \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \rightarrow \Rightarrow R_{xA} = 0 \\ \sum F_y = 0 \uparrow \Rightarrow R_{yA} + R_{yB} - 2.4 = 0 \Rightarrow R_{yA} + R_{yB} = 2.4 \quad (*) \end{array} \right.$$

$$\sum M_A = 0 \curvearrowright \Rightarrow (R_{yB} \times 9) - 4.2 - (2.4 \times 3.5) = 0$$

$$R_{yB} = 1.4 \text{ kN}$$

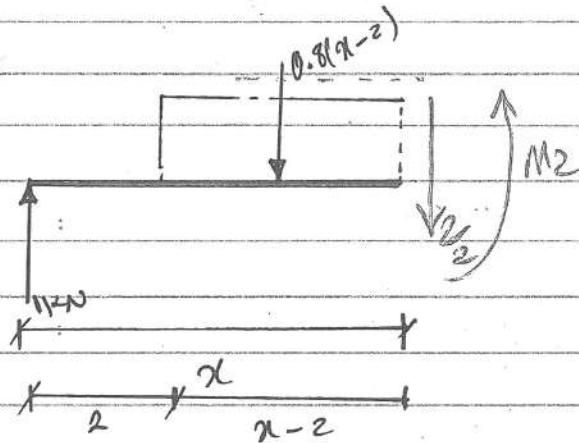
$$(*) \Rightarrow R_{yA} = 1 \text{ kN}$$

④ Sections analysis B



$$0 < x < 2$$

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow 1 - V_1 = 0 \Rightarrow V_1 = 1 \text{ kN} \\ \sum M_o = 0 \curvearrowright + \Rightarrow -(1 \times x) + M_1 = 0 \Rightarrow M_1 = x \end{cases}$$



$$2 < x < 5$$

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow \sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow 1 - 0.8(x-2) - V_2 = 0 \\ \sum M_o = 0 \curvearrowright + \end{cases}$$

$$V_2 = 2.6 - 0.8x$$

$$V_2 = 2.6 - 0.8x$$

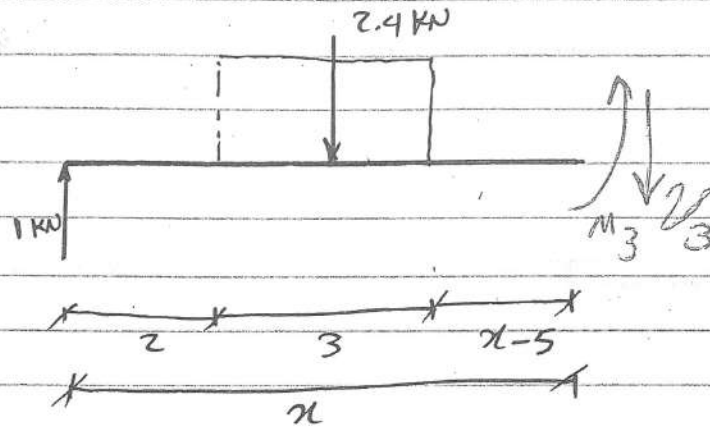
$$\sum M_o = 0 \curvearrowright + \Rightarrow -(1 \times x) + 0.8(x-2) \frac{(x-2)}{2} + M_2 = 0$$

$$-x + 0.4x^2 - (0.4x^2) - 1.6x + M_2 = 0$$

$$-2.6x + 0.4x^2 + 1.6x + M_2 = 0$$

$$M_2 = 2.6x - 0.4x^2 - 1.6$$

$$M_2 = 2.6x - 0.4x^2 - 1.6$$



$$5 < x < 7$$

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M_O = 0 \curvearrowright + \end{cases}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow 1 - 2.4 - V_3 = 0$$

$$V_3 = -1.4$$

$$V_3 = -1.4$$

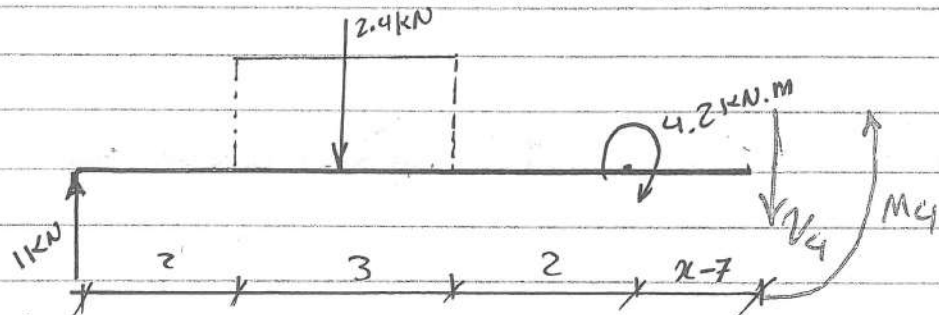
$$\sum M_O = 0 \curvearrowright + \Rightarrow (-1 \cdot x) + 2.4 \cdot (x - 3.5) + M_3 = 0$$

$$-x + 2.4x - 8.4 + M_3 = 0$$

$$M_3 = -1.4x + 8.4$$

$$M_3 = -1.4x + 8.4$$

$$7 < x < 9$$



$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \uparrow + \\ \sum M_O = 0 \curvearrowright + \end{cases}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + \Rightarrow 1 - 2.4 - V_4 = 0$$

$$V_4 = -1.4$$

$$\sum M_O = 0 \curvearrowright + \Rightarrow -(1 \cdot x) + 2.4 \cdot (x - 3.5) - 4.2 + M_4 = 0$$

$$M_4 = -1.4x + 12.6$$

