خلاصه دستنویس مقاومت مصالح

نویسنده : سید صادق محققیان

شرایط استفاده از روش سختی
- بارگذاری خارجی بصورت نیروی متمرکز گرهی باشد یا به قطعهٔ صلب وارد شده باشد.
- مجموعه بصورت فنر موازی عمل کند.

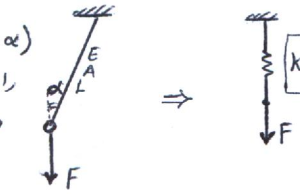
$$\boxed{F_i = \frac{k_i}{\sum k_i} \cdot F}$$

$$\boxed{\Delta_i = \frac{F_i}{k_i} = \frac{F_{کل}}{k_{کل}}}$$

** وقتی فنر مایل را به قائم تبدیل کنیم، سختی آن در $(\cos^2\alpha)$ ضرب می‌شود.

← و برای محاسبه نیروی فنر مایل باید نیروی فنر قائم را بر $(\cos\alpha)$ تقسیم کنیم:

(α زاویهٔ میله با راستای نیروی وارده است)



$$\boxed{k = \frac{EA}{L}\cos^2\alpha}$$

$$\boxed{F_{فنر مورب} = \frac{F_{فنر معادل قائم}}{\cos\alpha}}$$

فنر
- موازی ← $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 \Leftarrow k_{eq} = k_1 + k_2 + k_3$
- سری ← $F_1 = F_2 = F_3 \Leftarrow k_{eq} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$

* نکته: هرگاه یک عضو دو سر مفصل، تغییر طول ندهد، انتهای آن عضو می‌تواند فقط در راستای عمود بر راستای عضو جابجا شود. (اثبات در صفحه ۱۵ جزوه رابین)

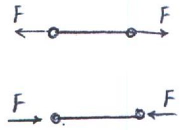
انرژی
- $U_0 = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon = \frac{1}{2}E\varepsilon^2$: انرژی محوری واحد حجم = (چگالی انرژی محوری) ← مساحت ناحیه الاستیک نمودار تنش کرنش
- $U = \frac{1}{2}F\Delta = \frac{1}{2}\frac{F^2L}{EA} = \frac{1}{2}\frac{EA}{L}\Delta^2$: انرژی محوری = (انرژی کرنشی محوری) ← مساحت ناحیه الاستیک نمودار نیرو - تغییر مکان

* اگر بارگذاری خارجی سازه بصورت تک نیروی متمرکز باشد، در صورت اعمال این نیروی متمرکز به مرکز سختی، مجموعه بصورت فنر موازی عمل می‌کند و دوران نمی‌کند. ← * (مرکز سختی به مشخصات میله‌ها و هندسه سازه بستگی دارد نه به بارگذاری خارجی)

$$\boxed{\bar{x}_{مرکز سختی} = \frac{\sum k_i \bar{x}_i}{\sum k_i}}$$

* حرارت *

میله بدون حرارت
- نیروی کششی ← افزایش طول میله
- نیروی فشاری ← کاهش طول میله



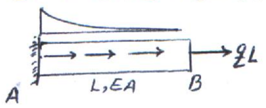
تک میله + نامعین + حرارت (یعنی فقط یک میله تغییر دما داشته باشد)
- گرما ← طول میله افزایش $\xleftarrow{\text{اما}}$ نیروی میله فشاری
- سرما ← طول میله کاهش $\xleftarrow{\text{اما}}$ نیروی میله کششی

* در سازه هیپر معمولاً تحت تغییر دما در اعضا نیرو داخلی ایجاد می‌شود (هم)

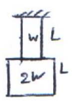
⇐ (سازه هیپر، با عوامل خارجی مبارزه می‌کند.)

روش سازگاری
- **هندسی**
  - تک پارامتری
  - دو پارامتری ← تفاضل (کوچکتر - بزرگتر) مثلاً: $\Delta_1 = \alpha L\Delta T - \frac{FL}{EA}$ (کوچکتر، بزرگتر) ← تشخیص اینکه کدام یک بزرگتر یا کوچکتر است، طبق جهت تغییر شکل است. یعنی اگر تغییر شکل جسم در راستای نیروی اعمالی جابجا شد، پس زور نیروی F از حرارت بیشتر بوده و F بزرگتر است. ولی اگر جابجایی جسم در جهت تغییرات دما بوده پس ΔT بزرگتر است. اگر هم ΔT و F هم جهت بودند که کلاً با هم جمع می‌شوند نه تفاضل
  - قدر مطلق می‌نویسیم.
- **جبری**
  - $\oplus$ ← (کششی - گرما - بلندتر)
  - $\ominus$ ← (فشاری - سرما - کوتاهتر)
  - ← تنها حالتی که کاربرد دارد، زمانی است که جابجایی کل صفر باشد.

** در میله‌های تحت بارگسترده برای محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی، تغییر مکان محوری دو انتهای عضو و تغییر مکان محوری نقاط خارج از بارگسترده می‌توان بارهای گسترده را با نیروی متمرکز جایگزین نمود. (برای سایر نقاط باید انتگرال گیری شود)

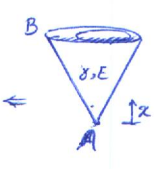


یا



⇐ تحت بار گسترده وزن قرار دارد.

* برای تغییر مکان اعضای غیرمنشوری، تنها راه حل، انتگرال است:

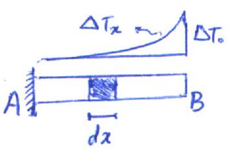


$$\Delta_A = \Delta_{A/B} = \int \frac{W_{(x)} \cdot dx}{A_{(x)} \cdot E}$$

* در روش تیر مشابه ←
$$N_i^{\text{اصلی}} = V_i^{\text{تیر مشابه}}$$
$$\Delta_i^{\text{اصلی}} = \frac{M_i^{\text{تیر مشابه}}}{EA}$$

← * در جایی از تیر که برش صفر است، لنگر خمشی حداکثر است و در این نقطه از میله اصلی، Δ_{max} رخ خواهد داد.

* اگر میله‌ای بصورت غیر یکنواخت حرارت داشت، برای محاسبه تغییر طول ناشی از حرارت باید انتگرال بگیریم:



⇒ تغییر طول یک المان $= \alpha\Delta T \cdot dx \Rightarrow$
$$\Delta_B = \Delta L_{AB} = \int_0^L \alpha\Delta T \cdot dx$$

تحلیل تنش: تعادل نیرو / فرمول تنش‌ها / دایره مور

تنش مسطح:

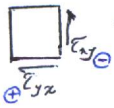
* روش فرمول هنگام وجود مشخصات دو صفحه عمود برهم:

$$\sigma_\theta = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

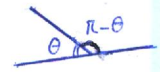
$$\tau_\theta = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

قرارداد: θ نسبت به صفحه قائم سنجیده می‌شود و در جهت مثلثاتی مثبت است.

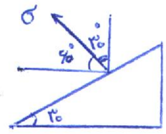
تنش‌های برشی نیز در جهت ساعتگرد مثبت هستند.



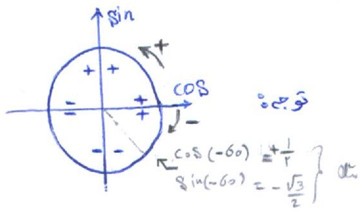
توجه: $\sin\theta = \sin(\pi - \theta)$ ، $\sin\theta . \cos\theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$



توجه:



توجه:

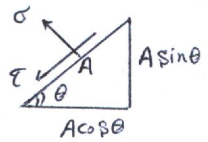


* روش تعادل:

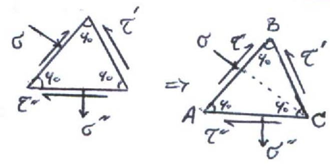
هنگام نوشتن تعادل، تعادل نیرو می‌نویسیم نه تنش، پس مساحت‌ها فراموش نشود.

$\Sigma F_x = \dots$

$\Sigma F_y = \dots$



- دقت شود که از تعادل گشتاور نیز می‌توان استفاده کرد: $\Rightarrow \Sigma M_C = 0 \Rightarrow \frac{\sigma''}{L} = \sqrt{3}$



* دایره مور برای تنش مسطح:

** در صفحاتی که تنش برشی ماکزیمم است، تنش عمودی صفحات باشد برابر σ_{ave} است.

* تنش‌های اصلی، تنش‌های عمودی صفحاتی هستند که در آن صفحات تنش برشی صفر است.

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

مرکز C: $\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ ، 0

زمانی از دایره مور استفاده می‌کنیم که حداقل مشخصات دو صفحه عمود برهم و زاویه بین آنها را داشته باشیم.

$$\boxed{\sigma_{\substack{max \\ min}} = \sigma_{ave} \pm R}$$

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}} \xrightarrow{\text{یا}} \boxed{\tau_{max} = \pm R} \Rightarrow \boxed{\gamma_{max} = \frac{\tau_{max}}{G}}$$

** در صفحاتی که تنش برشی ماکزیمم است، کرنش برشی نیز حداکثر است، یعنی:

- نکته: مجموع تنش‌های عمودی صفحات عمود برهم، همواره مقدار ثابت (برابر $2\sigma_{ave}$) می‌باشد.

$$\boxed{\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_{max} + \sigma_{min} = \sigma_x' + \sigma_y' = \dots = 2\sigma_{ave}}$$

- دو صفحه عمود برهم در المان، دو سر یک قطر در دایره مور هستند و دو صفحه موازی نیز نقاط متناظر آنها در دایره مور بر یکدیگر منطبق است یعنی τ و σ صفحات موازی با هم برابر است.

* نکته: نامتغیرهای تانسور تنش حتی در صورت دوران هم ثابت می‌مانند:

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

اولین نامتغیر (مجموع تنش‌های روی قطر اصلی): $\boxed{I_1 = \sigma_x + \sigma_y} \rightarrow \boxed{I_1 = \sigma_x + \sigma_y = \sigma_{max} + \sigma_{min}}$

دومین نامتغیر (دترمینان تانسور): $\boxed{I_2 = \sigma_x . \sigma_y - \tau_{xy}^2} \rightarrow \boxed{I_2 = \sigma_x . \sigma_y - \tau_{xy}^2 = \sigma_{max} . \sigma_{min}}$ ← در مسائل دوران پرکاربرد است.

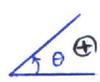
* تحلیل کرنش مسطح:

فرمول:

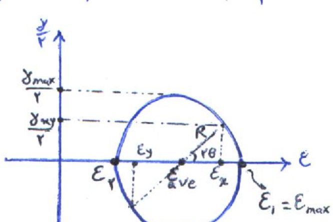
$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \sin^2\theta - \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

$$\frac{\gamma_\theta}{2} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos 2\theta$$

* دقت: در روابط کرنش، θ نسبت به صفحه افق سنجیده می‌شود.



دایره مور:



$$R = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

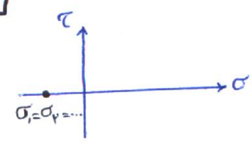
$$\varepsilon_{\substack{max \\ min}} = \varepsilon_{ave} \pm R$$

$$\boxed{\frac{\gamma_{max}}{2} = \pm R}$$ * دقت

مرکز C: $\varepsilon_{ave} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}$ ، 0

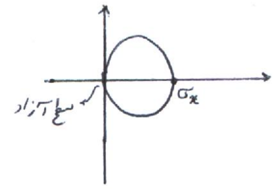
$$\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_{max} + \varepsilon_{min} = \varepsilon_x' + \varepsilon_y' = \dots = 2\varepsilon_{ave}$$

- اگر در یک المان دو بعدی، در بیش از دو صفحه، تنش برشی صفر گردد، المان تنش هیدرواستاتیک خواهد بود و در نتیجه:

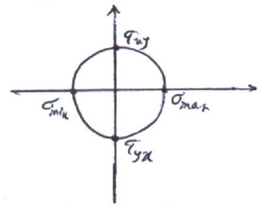


$\Leftarrow$ تنش برشی در تمام صفحات صفر خواهد بود.
تنش عمودی در تمام صفحات برابر و هم علامت است.
دایره مور المان، یک نقطه خواهد بود.

توجه:



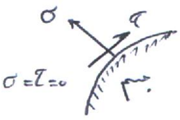
« المان تک محوری »



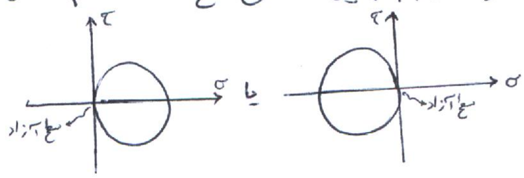
« المان برشی خالص »

* توجه * هرگاه کلمهٔ <u>مطلق</u> <u>یا واقعی</u> مطرح شد، برای تنش برشی باید المان را سه بعدی در نظر بگیریم و اگر دو بعدی باشد، بعد سوم تنش صفر خواهد داشت.

*** نکته: در سطح آزاد جسم، تنش های عمودی و برشی صفر است. بنابراین هرموقع سطح آزاد داشتیم، دایره مور تک محوره رسم کن.



$\Rightarrow$ دایره مور بسته به کششی یا فشاری بودن تنش $\Rightarrow$



<u>قانون هوک:</u>

هوک سه محوره

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E}\left[\sigma_x-\nu(\sigma_y+\sigma_z)\right]+\alpha\Delta T$$
$$\varepsilon_y=\frac{1}{E}\left[\sigma_y-\nu(\sigma_x+\sigma_z)\right]+\alpha\Delta T$$
$$\varepsilon_z=\frac{1}{E}\left[\sigma_z-\nu(\sigma_x+\sigma_y)\right]+\alpha\Delta T$$

هوک دو محوره $(\sigma_z=0)$

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E}(\sigma_x-\nu\sigma_y)$$
$$\varepsilon_y=\frac{1}{E}(\sigma_y-\nu\sigma_x)$$
$$\varepsilon_z=\frac{1}{E}(-\nu\sigma_x-\nu\sigma_y)$$

هوک تک محوره $(\sigma_y=\sigma_z=0)$

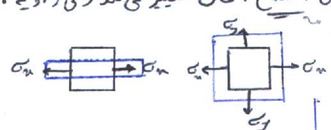
$$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}$$
$$\varepsilon_y=-\frac{\nu\sigma_x}{E}$$
$$\varepsilon_z=-\frac{\nu\sigma}{E}$$

- توجه: در المان های دو محوره و تک محوره و سه محوره طول اضلاع المان تغییر می کند ولی زاویه بین آنها تغییر نمی کند. (برعکس المان برشی خالص) در المان برشی خالص طول اضلاع المان تغییر نمی کند ولی زاویه بین اضلاع (γ_{xy}) تغییر می کند.

هوک برشی:

$$\boxed{\gamma_{xy}=\frac{\tau_{xy}}{G}}\qquad G=\frac{E}{2(1+\nu)}$$

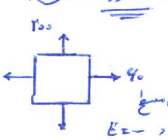
علامت γ را مطابق علامت τ_{xy} تعیین می کنیم.



** نکته مهم: برای زمانیکه تنش مسطح باشد $(\sigma_z=0)$: (هوک دو محوره)

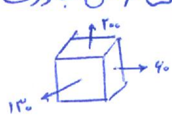
$$\boxed{\sigma_x=\frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x+\nu\varepsilon_y)}\quad \boxed{\sigma_y=\frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y+\nu\varepsilon_x)}\quad \boxed{\sigma_x+\sigma_y=\frac{E}{1-\nu}(\varepsilon_x+\varepsilon_y)}\quad \boxed{\varepsilon_z=\frac{-\nu}{1-\nu}(\varepsilon_x+\varepsilon_y)}$$

* نکته: در حالت تنش مسطح، معمولاً وضعیت کرنش بصورت مسطح نمی باشد و برعکس. یعنی در حالت کرنش مسطح، معمولاً تنش بصورت مسطح نمی باشد و سه محوره است.



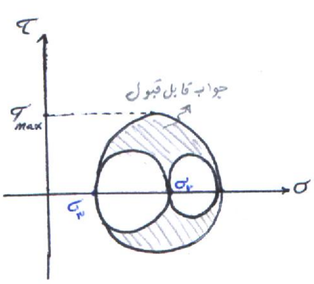
فرض: المان کرنش مسطح $\varepsilon_z=0$ ، $\nu=\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \varepsilon_z=0\Rightarrow\frac{1}{E}\left[\sigma_z-\nu(\sigma_x+\sigma_y)\right]=0\Rightarrow\sigma_z=130\Rightarrow$$



$$\Rightarrow\tau_{max}=\frac{200-40}{2}=70$$

* <u>تنش سه محوره:</u>



$$\tau_{max}=\pm R_{max}=\frac{|\sigma_1-\sigma_3|}{2}$$

σ_1: σ_{max} ، σ_3: σ_{min}

مجموع $\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3=\dots$

کرنش طولی (هوک سه محوره)

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E}\left[\sigma_x-\nu(\sigma_y+\sigma_z)\right]$$
$$\varepsilon_y=\frac{1}{E}\left[\sigma_y-\nu(\sigma_x+\sigma_z)\right]$$
$$\varepsilon_z=\frac{1}{E}\left[\sigma_z-\nu(\sigma_y+\sigma_x)\right]$$

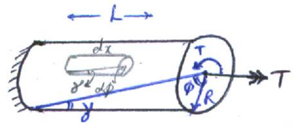
کرنش

کرنش سطحی: $\varepsilon_A=\frac{\Delta A}{A}=\varepsilon_x+\varepsilon_y$

کرنش حجمی: $\varepsilon_V=\frac{\Delta V}{V}=\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z=\frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)\overset{+3\alpha\Delta T}{=}\frac{1-2\nu}{E}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)+3\alpha\Delta T$ برای المان سه محوره (هوک سه محوره)

پیچش

پیچش:
- مقاطع مدور: توپر / توخالی
- مقاطع غیرمدور
- مقاطع جدار نازک: باز / بسته



طبق هندسه (چون هندسه است، هم برای رفتار خطی و هم غیرخطی صادق است)

$$\boxed{\phi R = \gamma_{max} L} \rightsquigarrow \boxed{\gamma = \rho \cdot \frac{d\phi}{dx}}$$

$$\boxed{\phi = \frac{TL}{GJ}}$$

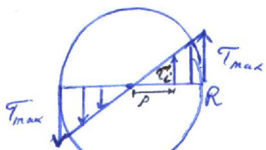
$$\phi_{ij} = \int \frac{T\,dx}{GJ} = \phi_i - \phi_j \Rightarrow \boxed{\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{GJ}}$$

زاویه پیچش نسبی

شدت پیچش = نرخ پیچش

* نرخ پیچش همواره در یک مقطع ثابت ولی در طول عضو می‌تواند تغییر کند.

مقاطع مدور توپر:



$$\boxed{\tau_i = \frac{\rho_i}{R} \cdot \tau_{max}} \qquad \boxed{\gamma_i = \frac{\rho_i}{R} \cdot \gamma_{max}}$$

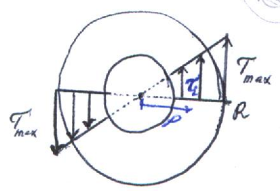
$$\boxed{\tau_{max} = \frac{TR}{J}} \quad , \quad \boxed{\tau_i = \frac{T \cdot \rho_i}{J}} \quad \boxed{J = \frac{\pi}{2} R^4}$$

دایره توپر

* سهم گشتاور پیچشی تحمل شده توسط قسمت هاشور خورده در یک مقطع دایره‌ای همگن =

$$\frac{T'}{T} = \frac{J'}{J} = \left(\frac{R'}{R}\right)^4 = \left(\frac{A'}{A}\right)^2$$

مقاطع مدور توخالی:



$$\boxed{\tau_{max} = \frac{TR_o}{J}} \rightsquigarrow J = \frac{\pi}{2}(R_o^4 - R_i^4) \qquad \boxed{\tau_i = \frac{T \cdot \rho_i}{J}}$$

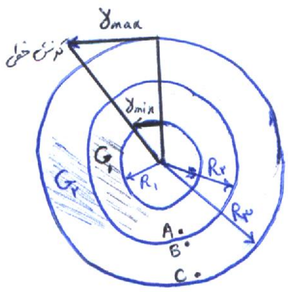
مقایسه مقاطع همگن و غیرهمگن

مقاطع همگن: $\boxed{\tau_i = \frac{T_{کل} \cdot \rho_i}{J_{کل}}}$

* همیشه وقتی مقطع همگن داریم، T کل مقطع را می‌نویسیم.

مقاطع غیرهمگن: $\boxed{\tau_{i\,غیرهمگن} = \frac{T_i \, \rho}{J_i}}$

پیچش در مقاطع دایره‌ای غیرهمگن:



* کرنش برشی در کل مقطع متناسب با فاصله از مرکز بوده و از جنس مقطع مستقل است.

$$\gamma_A = \gamma_B = \frac{1}{2}\gamma_C$$

* تنش برشی در هر نقطه، از حاصلضرب مدول برشی در شعاع بدست می‌آید:

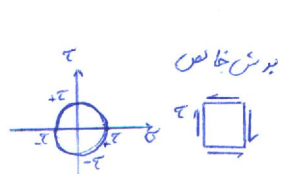
$$\boxed{\frac{\tau_A}{\tau_B} = \frac{R_A \times G_A}{R_B \times G_B}}$$

گشتاور همیشه به نسبت GJ تقسیم می‌شود، چه جدا از هم چه توپر: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{G_1 J_1}{G_2 J_2}$

* در یک مقطع غیرهمگن تحت پیچش با توجه به تناسب تنش برشی با ρ، حداکثر تنش برشی هر ماده در دورترین فاصله از مرکز برای آن ماده رخ می‌دهد:

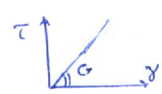
$$\boxed{\frac{\tau_{max\,1}}{\tau_{max\,2}} = \frac{R_A \cdot G_1}{R_C \cdot G_2}}$$

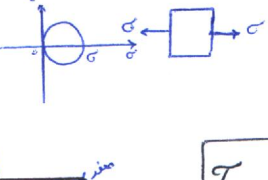
مقایسه گشتاور پیچشی و نیروی محوری:



برش خالص

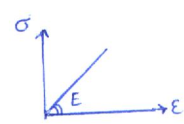
انرژی پیچشی	$U = \frac{1}{2} T\phi = \frac{T^2 L}{2GJ}$	انرژی محوری
سختی پیچشی	$K = \frac{GJ}{L}$	
تغییر شکل (زاویه پیچش)	$\phi = \frac{TL}{GJ}$	
کرنش برشی (پیچشی)	$\gamma = \rho \frac{d\phi}{dx}$	
چگالی انرژی پیچشی	$U_0 = \frac{1}{2}\tau \cdot \gamma$	
هوک برشی	$\tau = G\gamma$	



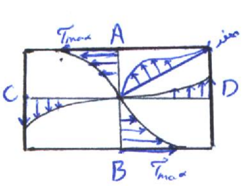


بار تک محوری

انرژی محوری	$U = \frac{1}{2} F \cdot \Delta = \frac{F^2 L}{2EA}$
سختی محوری	$K = \frac{EA}{L}$
تغییر طول نسبی	$\Delta = \frac{FL}{EA}$
کرنش محوری	$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$
چگالی انرژی محوری	$U_0 = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon$
هوک تک محوری	$\sigma = E\varepsilon$



مقاطع غیرمدور:



$$\boxed{\tau_{max} = \tau_{AB} = \frac{T}{\alpha a b^2}} \qquad \boxed{\tau_{CD} = \eta \cdot \tau_{AB}} \quad \eta \leq 1 \qquad J = \beta a b^3$$

b^2 (ضلع کوچکتر) ** ; b^3 (ضلع کوچکتر) **

توجه:
- مقاطع مدور: ثابت پیچشی = قطبی J = $I_x + I_y$
- مقاطع غیرمدور: J قطبی ≠ J پیچشی

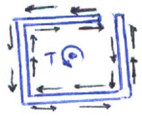
* در مقاطع مستطیلی، تنش برشی ناشی از پیچش در گوشه‌ها و مرکز، صفر و توزیع بصورت منحنی است.

*** J همیشه (در مقاطع مدور و غیرمدور) با (بعد)^4 رابطه مستقیم دارد، و در مقاطع جدار نازک با (بعد)^3

*** مقاطع جدار نازک باز با ضخامت ثابت:**

$$\boxed{J = \frac{1}{3}at^3}$$

$$\boxed{\tau = \frac{T}{\frac{1}{3}at^2}} \longrightarrow \tau_{max} \text{ معنای ندارد.}$$

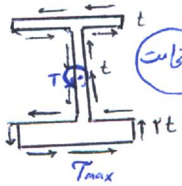


*** مقاطع جدار نازک باز با ضخامت متغیر:**

$$\boxed{J_{کل} = \Sigma \frac{1}{3}at^3}$$

$$\boxed{\tau_i = \frac{T_i \cdot t_i}{J_i} = \frac{T \cdot t_i}{J_{کل}}} \qquad J_i = \frac{1}{3}a_i t_i^3$$

τ_{max} در بیشترین ضخامت



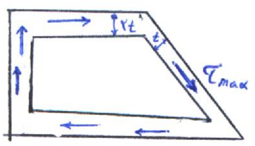
* در مقاطع جدار نازک باز با ضخامت متغیر، τ_{max} در محل بیشترین ضخامت رخ می‌دهد.

*** مقاطع جدار نازک بسته با ضخامت ثابت:**

$$\boxed{J = \frac{4A_m^2}{\frac{L_m}{t}}} \qquad \boxed{\tau = \frac{T}{2A_m t}}$$

*** مقاطع جدار نازک بسته با ضخامت متغیر:**

$$\boxed{J_t = \frac{4A_m^2}{\Sigma \frac{L_i}{t_i}}} \qquad \boxed{\tau_i = \frac{T}{2A_m t_i}}$$



شار برشی یا جریان برش: $\boxed{q = \tau \cdot t}$ ← برای جدار نازک بسته $q = \frac{T}{2A_m}$

ضخامت ثابت $q = \tau \cdot t$

ضخامت متغیر $q = \tau_i t_i$

**** جدار نازک باز**

- نیروی هر قسمت ← $F_i = \tau_i \times A_i$ ← (نیرو = سطح × تنش)
- سهم گشتاور هر قسمت ← $T_i = \frac{J_i}{J_{کل}} \cdot T$ ← (به نسبت صلبیت J)

*** جدار نازک بسته**

- نیروی هر قسمت ← $F \propto$ طول ← در مقطع جدار نازک بسته (ضخامت ثابت یا متغیر) نیرو به نسبت طول تقسیم می‌شود.
- سهم گشتاور هر قسمت ← $T_i = \frac{J_i}{J_{کل}} \times T$ ← اگر J را نداشتیم، از طریق (بازو × نیرو = گشتاور) حل کن.

$F_i \propto L_i$

$$\boxed{\frac{F_{AB}}{F_{CD}} = \frac{L_{AB}}{L_{CD}}}$$

سهم گشتاور پیچشی در همگن و غیرهمگن

مقاطع همگن: $\boxed{T_i = \frac{J_i}{\Sigma J_i} \cdot T}$

مقاطع غیرهمگن: $\boxed{T_i = \frac{G_i J_i}{\Sigma G_i J_i} \cdot T}$

* این دو فرمول برای همهٔ مقاطع (مدور ـ غیرمدور ـ جدار نازک بسته یا باز و ...) صادق هستند.

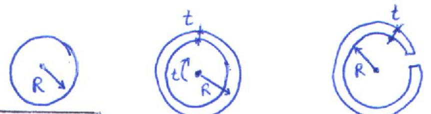
* نکته: مقدار نیروی تحمل شده در مقاطع تحت پیچش بصورت مقابل است:

$$\boxed{F_{میخ} = \tau_{میخ} \times A_{\text{موثر بازشوی}}}$$

* برای دو مقطع هم جنس که تحت اثر گشتاور پیچشی یکسان قرار گرفته‌اند:

$$\boxed{\frac{\text{مقاومت پیچشی مقطع (1)}}{\text{مقاومت پیچشی مقطع (2)}} = \frac{\tau_{max(2)}}{\tau_{max(1)}}}$$

* نکته: در روش تیر مشابه برای پیچش داریم: $T_i = V_i$ و $\phi_i = \frac{M_i}{GJ}$

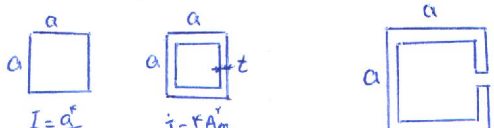


$\boxed{J = \frac{\pi}{2}R^4}$ $\quad I = \frac{\pi R^4}{4}$

بسته $\boxed{J = 2\pi R^3 t}$ $\quad I = \pi R^3 t$

باز $J = \frac{1}{3}at^3 = \ldots$ $\quad I = \pi R^3 t$

وجود برش تاثیری در I ندارد.



$I = \frac{a^4}{12}$

$J = \beta a^4$

$J = \frac{4A_m^2}{\Sigma \frac{L}{t}}$

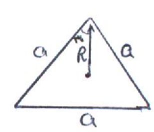
$I = \frac{2}{3}ta^3$

$\boxed{J = \frac{1}{3}(4a)t^3}$

$I = \frac{2}{3}ta^3$

وجود برش تاثیری در I ندارد.

* توجه:



$A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ، $a = \sqrt{3}R$

در شرایط یکسان:

مقاطع توخالی نسبت به مقاطع توپر در پیچش بهتر (اقتصادی‌تر) هستند. ← (بهترین مقطع لوله است)

صلبیت، سختی و مقاومت پیچشی مقاطع جدار نازک بسته بیشتر از مقاطع جدار نازک باز است. و همچنین صلبیت و سختی و مقاومت پیچشی مقاطع جدار نازک باز به شکل مقطع وابسته نیست.

صلبیت و سختی و مقاومت پیچشی مقاطع جدار نازک بسته به شکل مقطع وابسته بوده و هرچه تعداد محورهای تقارن بیشتر باشد عملکرد مقطع بهتر است.

مقطع مدور دارای سختی، صلبیت و ظرفیت پیچشی نسبت به مقطع ... می‌باشد.