https://t.me/schoolofstructuralanalysis

تحلیل سازه یک

نمونه سوالات کنکور

۸۹-۸۱

تغییرشکل

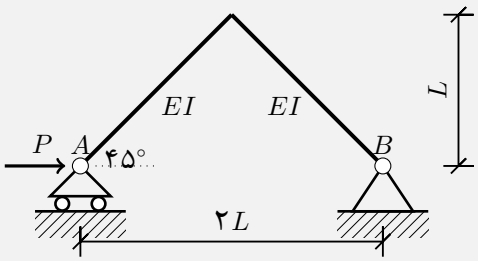
مرتضی دهقان

۱۶ مرداد ۱۳۹۸

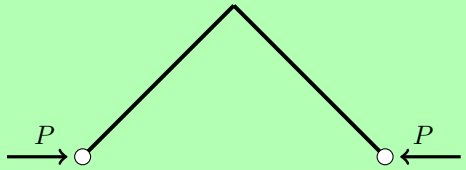
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

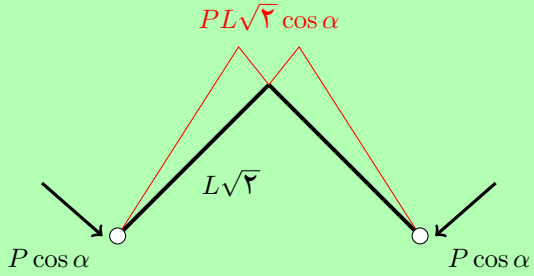
۱- مقدار نزدیک شدگی تکیه گاه A و B سازه روبرو چقدر است؟ (سراسری ۸۱)

۱) $\frac{PL^{۳}}{۳EI}$ ۲) $\frac{۲PL^{۳}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}PL^{۳}}{۳EI}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۲}PL^{۳}}{۳EI}$



$$A_y = B_y = ۰$$





$$\Delta_{A/B} = \int \frac{mM}{EI} dx$$

$$\Delta_{A/B} = \frac{۲}{EI} \times \frac{۱}{۳} \times PL\sqrt{۲}L\cos\alpha \times L\sqrt{۲}\cos\alpha \times L\sqrt{۲} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳EI} PL^{۳}\cos^{۲}\alpha$$

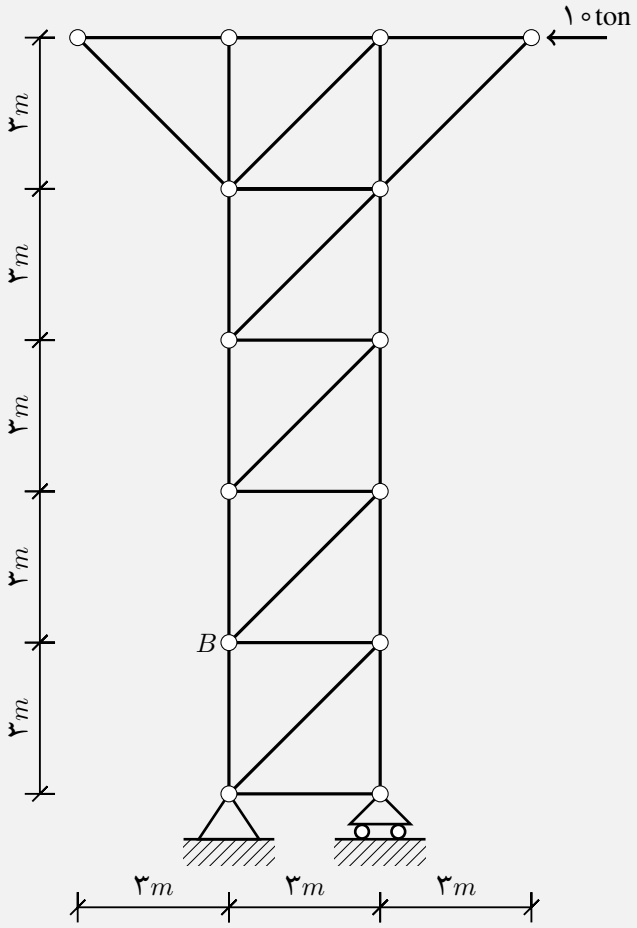
$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Delta_{A/B} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}\frac{PL^{۳}}{EI}$$

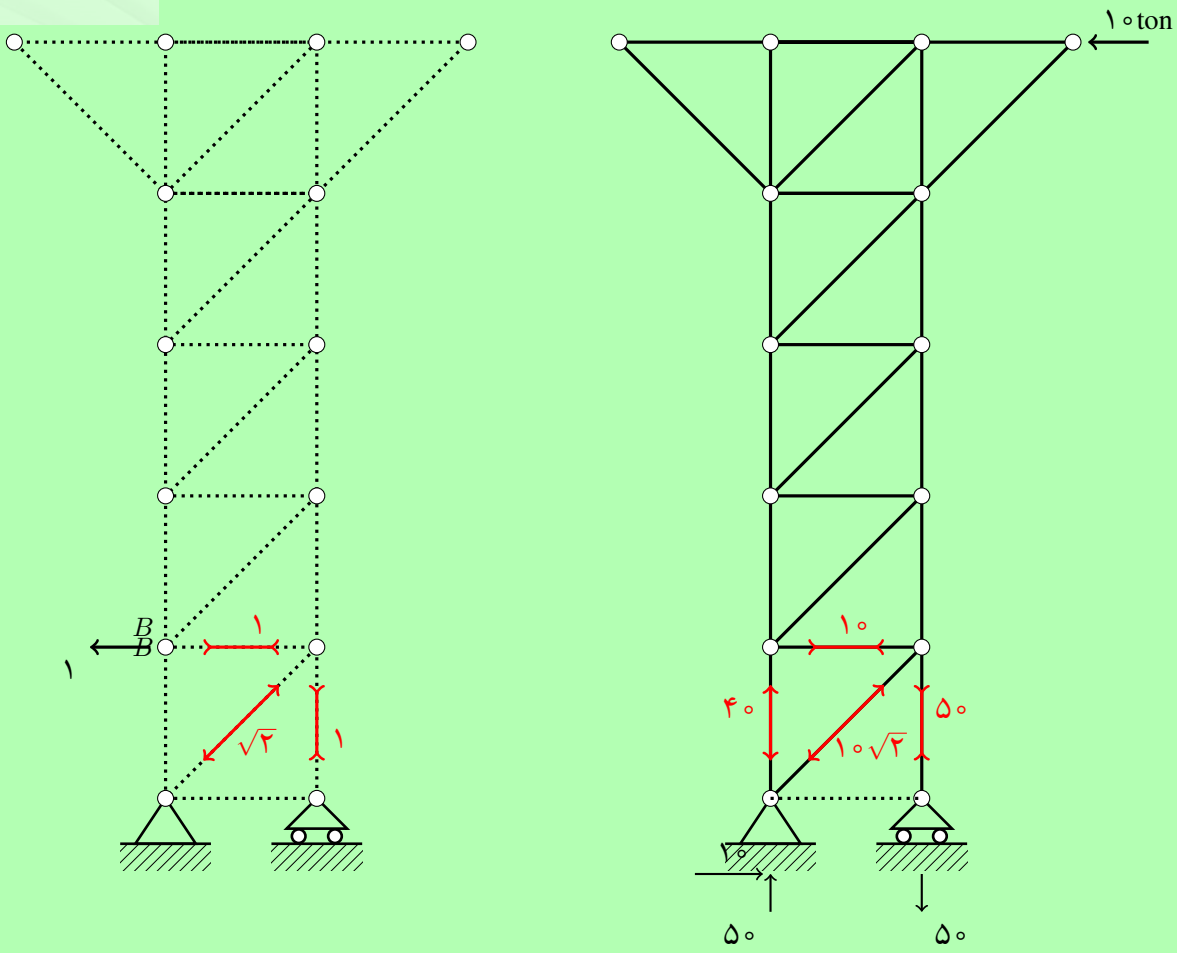
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲. در خرپای شکل زیر جابجایی افقی نقطه B چقدر است؟(EA ثابت است.)(سراسری ۸۱)

۱) $\frac{۱۸۰}{EA}$ ۲) $\frac{۶۰\sqrt{۲}}{EA}$ ۳) $\frac{۲۰۴/۸}{EA}$ ۴) $\frac{۲۶۴/۸}{EA}$



https://t.me/schoolofstructuralanalysis



$$\Delta_B = \sum \frac{fFL}{EA}$$

$$\Delta_B = \frac{۱ \times ۱۰ \times ۳}{EA} + \frac{۱ \times ۵۰ \times ۳}{EA} + \times \frac{(-\sqrt{۲}) \times (-۱۰\sqrt{۲}) \times ۳\sqrt{۲}}{EA}$$

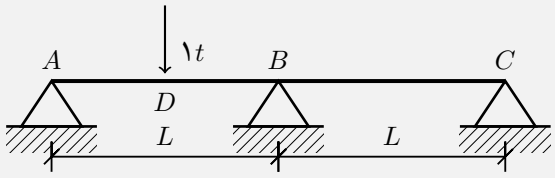
$$(\Delta_B)_{\text{افقی}} = \frac{۲۶۴/۸}{EA}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

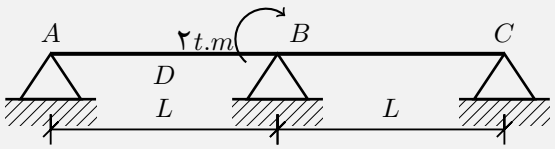
۳. تیر ABC تحت بارگذاری (الف) و (ب) قرار گرفته است. اگر تحت اثر بارگذاری (الف) $\theta_B = ۰/۰۱R$ باشد، تغییر مکان نقطه D تحت بارگذاری (ب) چقدر است؟ (سراسری ۸۱)

۱) $۰/۰۱L$ ۲) $۰/۰۲L$ ۳) $۱cm$ ۴) $۲cm$

(الف)



(ب)



قضیه بتی ماکسول

الف(چرخش متناظر) × ب(چرخش) = ب(تغییر مکان متناظر) × الف(نیرو)

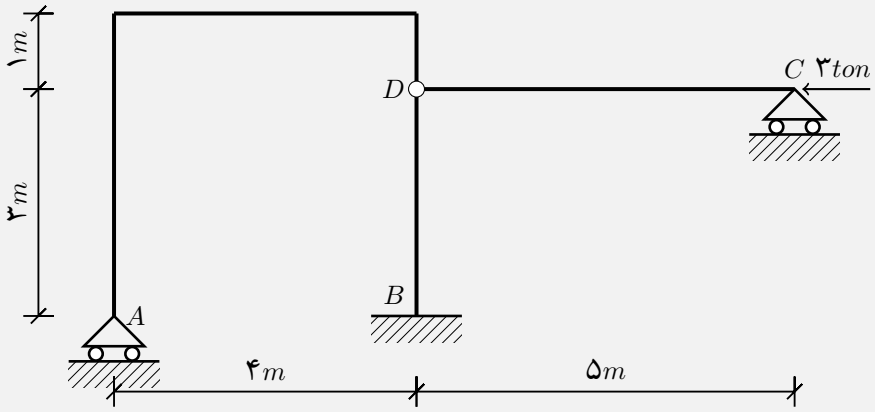
$$۱ \times (\Delta_D)_{ب} = ۲ \times ۰/۰۱$$

$$\Delta_D = ۰/۰۲ = ۲cm$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴. در سازه شکل مقابل جابجایی افقی نقطه D در اثر اعمال بار و نشست تکیه گاه A در جهت قائم به اندازه $۳cm$ چقدر است؟ (فقط اثر خمش در نظر گرفته شود. EI ثابت است) (سراسری ۸۱)

۱) $\frac{۲۷}{EI}$ ۲) $\frac{۳}{EI}$ ۳) $\frac{۸۱}{EI}+\frac{۹}{۴}$ ۴) $\frac{۲۷}{EI}+۳/۱$



عکس العمل قائم تکیه گاه A معین است بنابراین نشست این قسمت نیرویی در سازه ایجاد نمی کند.

با این نشست سازه در نقطه D به راحتی میچرخد و خود را با شرایط جدید بدون ایجاد نیرو وفق می دهد.

$$\Delta_{Dx} + \Delta_{\text{نشست}} = \int \frac{mM}{EI}dx$$

$$\Delta_{Dx} + (\text{مقدار نشست تکیه گاه } A) \times (\text{نیروی ایجاد شده در تکیه گاه تحت بار مجازی واحد}) = \int \frac{mM}{EI}dx$$

$$\text{نیروی ایجاد شده در تکیه گاه } A \text{ تحت بار واحد مجاز} = ۰$$

$$\Delta_{Dx} = \frac{PL^۳}{۳EI} = \frac{۳ \times ۳^۳}{۳EI}$$

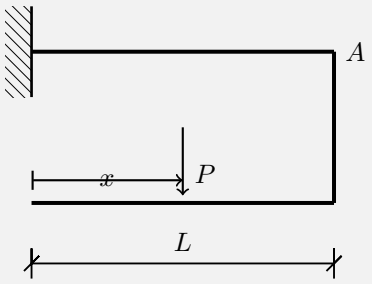
$$\Delta_{Dx} = \frac{۲۷}{EI}$$

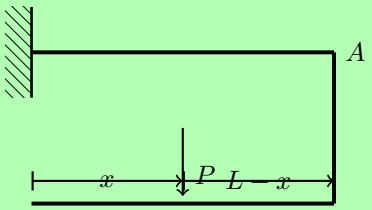
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

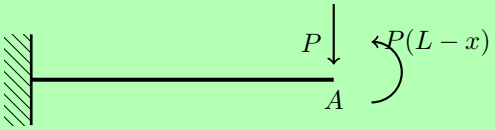
۵. با توجه به شکل مقابل در چه فاصله ای از انتهای میله بایستی نیروی P اعمال گردد تا تغییر مکان نقطه A صفر شود؟ (x =?)

(سراسری ۸۱)

۱) $x = L$ ۲) $x = \frac{L}{۳}$ ۳) $x = \frac{L}{۲}$ ۴) $x = \frac{۲L}{۳}$







$$\Delta_{Ax} = \int \frac{mM}{EI} dx$$

load : $\Delta_A = \frac{PL^۳}{۳EI} \downarrow$

moment : $\Delta_A = \frac{P(L-x)L^۲}{۲EI} \uparrow$

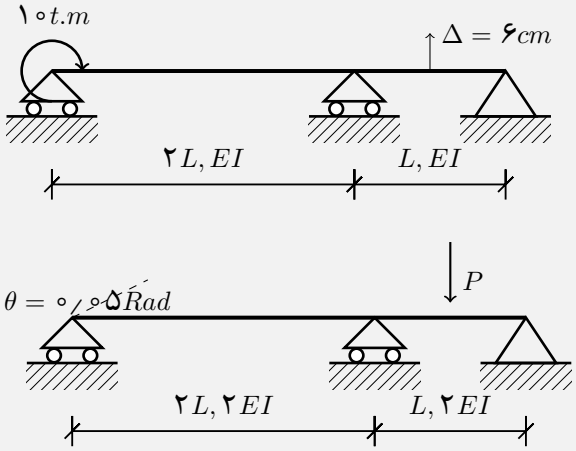
$\Delta_A = ۰$ $\frac{PL^۳}{۳EI} - \frac{P(L-x)L^۲}{۲EI} = ۰$

$$x = \frac{L}{۳}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۶. با توجه به اشکال زیر مقدار P را به دست آورید. تغییر شکل در اثر اعمال بار در شکل نشان داده شده است. سختی هر تیر در کنار آن نوشته شده است؟ (سراسری ۸۲)

۱) $\frac{۱}{۶}ton$ ۲) $\frac{۲۵}{۳}ton$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}ton$ ۴) $\frac{۵۰}{۳}ton$



قضیه بتی ماکسول

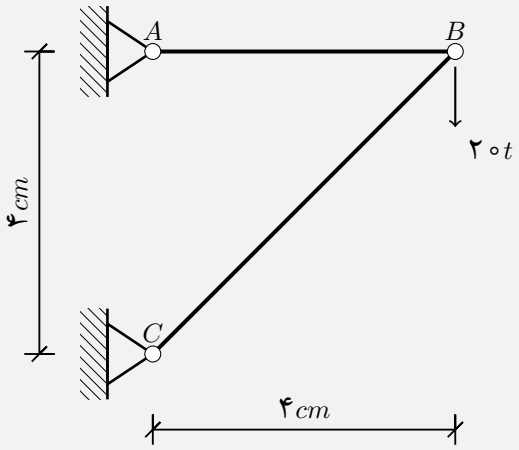
$$-۱۰ \times ۰/۰۵ \times ۲EI = -P \times ۰/۰۶ \times EI$$

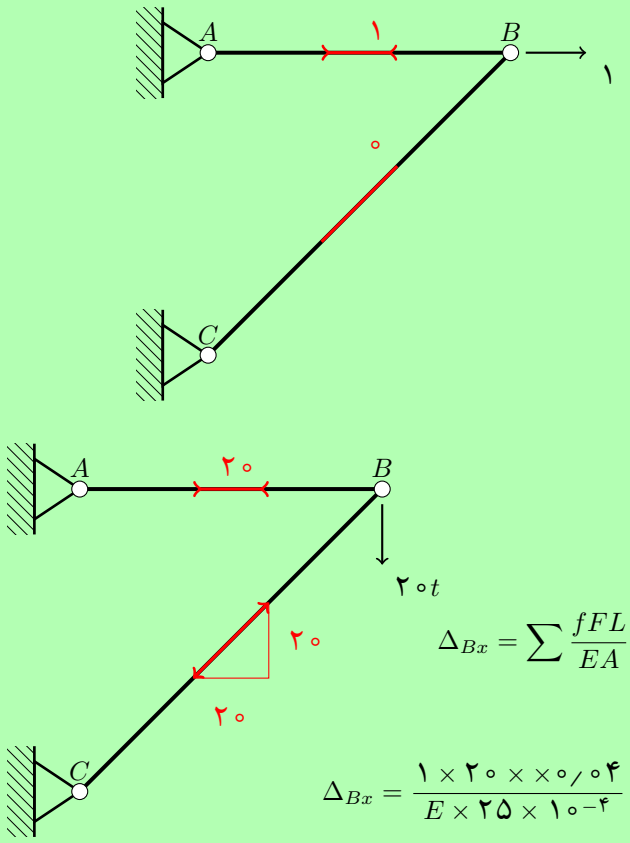
$$P = \frac{۵۰}{۳}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۷. تغییر مکان افقی گره B را حساب کنید. (E ثابت و $A = ۲۵cm^۲$است.) (سراسری ۸۲)

۱) $\frac{۱۲۰۰۰}{EI}$ ۲) $\frac{۱۶۰۰۰}{EI}$ ۳) $\frac{۲۳۰۰۰}{E}$ ۴) $\frac{۳۲۰۰۰}{E}$





$$\Delta_{Bx} = \sum \frac{fFL}{EA}$$

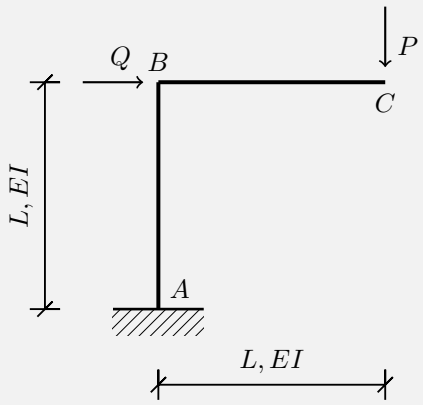
$$\Delta_{Bx} = \frac{۱ \times ۲۰ \times \times ۰/۰۴}{E \times ۲۵ \times ۱۰^{-۴}} = \frac{۳۲۰}{E} m$$

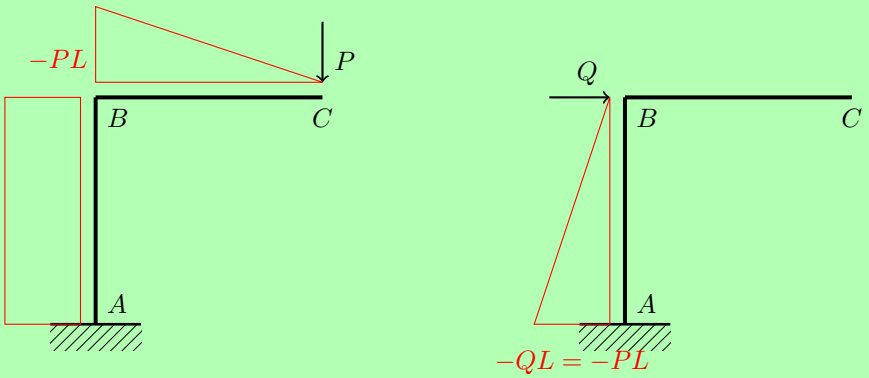
$$\Delta_{Bx} = \frac{۳۲۰۰۰}{EI} cm$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۸. تغییر مکان قائم C برای حالتی که $P = Q$ و EI ثابت باشد، چقدر است؟ $L_{BC} = L_{AB} = L$ (سراسری ۸۲)

۱) $\frac{۲PL^۳}{۳EI}$ ۲) $\frac{۶PL^۳}{۱۱EI}$ ۳) $\frac{۱۱PL^۳}{۶EI}$ ۴) $\frac{۱۲PL^۳}{۵EI}$





$$\Delta_{C_y} = \int \frac{mM}{EI} dx$$

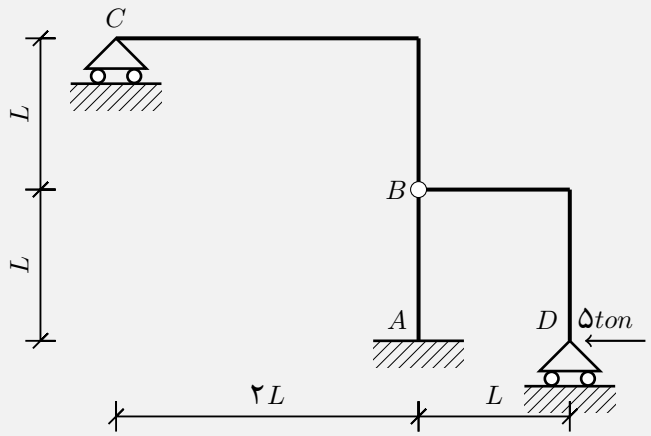
$$\Delta_{By} = \frac{۱}{EI}\left[\frac{L \times PL \times L}{۳} + L \times PL + \frac{L \times PL \times L}{۲}\right]$$

$$\Delta_{Cy} = \frac{۱۱PL^۳}{۶EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۹. در سازه شکل زیر تکیه گاه C به اندازه $۲cm$ در جهت قائم نشست کرده و بار افقی $۵ton$ در نقطه D به آن اثر میکند. با در نظر گرفتن خمش، جابجایی افقی B را به دست آورید؟(EI ثابت است) (سراسری ۸۲)

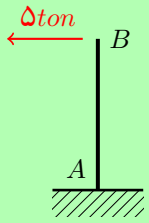
۱) $\frac{۵L^۳}{EI}$ ۲) $\frac{۵L^۳}{۳EI}$ ۳) $\frac{۱۰L^۳}{EI}$ ۴) $\frac{۵L^۳}{۳EI}+۱$



با توجه به معین بودن عکس العمل قائم تکیه گاه C و وجود الزام این عکس العمل برای پایداری

این نشست نیرویی در سازه ایجاد نمیکند.

قسمت BCبا نشست تکیه گاه Cبه راحتی حول مفصل B میچرخد و خود را با شرایط جدید وفق می دهد.



$$\Delta_{Bx}+\Delta_{\text{نشست}}=\int\frac{mM}{EI}dx$$

$$\Delta_{Bx}+(\text{مقدار نشست تکیه گاه } C)\times(\text{نیروی ایجاد شده در تکیه گاه تحت بار مجازی واحد})=\int\frac{mM}{EI}dx$$

$$\text{نیروی ایجاد شده در تکیه گاه } C \text{ تحت بار واحد مجاز}=۰$$

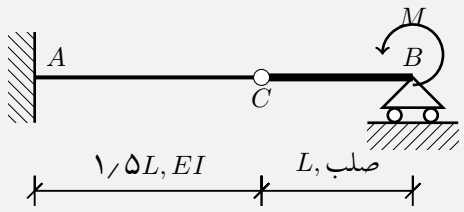
$$\Delta_{Bx}=\frac{PL^۳}{۳EI}=\frac{۵\times L^۳}{۳EI}$$

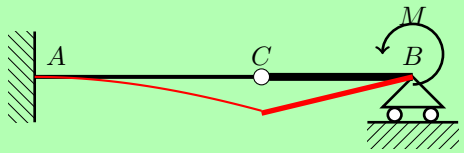
$$\Delta_{Bx}=\frac{۵PL^۳}{۳EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

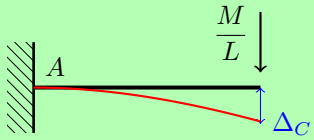
۱۰. در سازه شکل زیر مقدار چرخش نقطه B را به دست آورید. (سراسری ۸۲)

۱) $\frac{ML}{۳EI}$ ۲) $\frac{ML}{۲EI}$ ۳) $\frac{۱/۲۵ML}{EI}$ ۴) $\frac{۹ML}{۸EI}$





$$\theta_B = \frac{\Delta_C}{L}$$



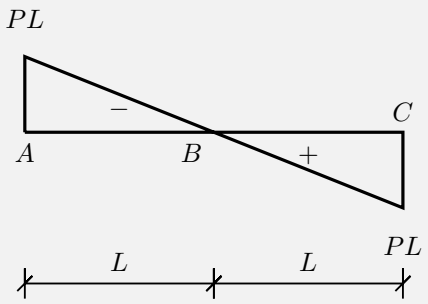
$$\Delta_C = \frac{\frac{M}{L}(۱/۵L)^۳}{۳EI} = \frac{۹ML^۲}{۸EI}$$

$$\theta_B = \frac{۹ML}{۸EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۱. قطعه پیوسته ABC از سازه ای مفروض است. لنگر خمشی مثبت پایین و لنگر خمشی منفی بالای تیر رسم شده است. فاصله (تغییرمکان) نقطه C نسبت به مماس بر نقطه A چقدر است؟ صلبیت خمشی AB و BC به ترتیب برابر $۲EI$ و EI می باشد. (سراسری ۸۳)

۱) $-\frac{PL^۳}{۴EI}$ ۲) $-\frac{PL^۳}{۶EI}$ ۳) $-\frac{PL^۳}{۲EI}$ ۴) $-\frac{PL^۳}{۱۲EI}$



روابط قضیه لنگر سطح

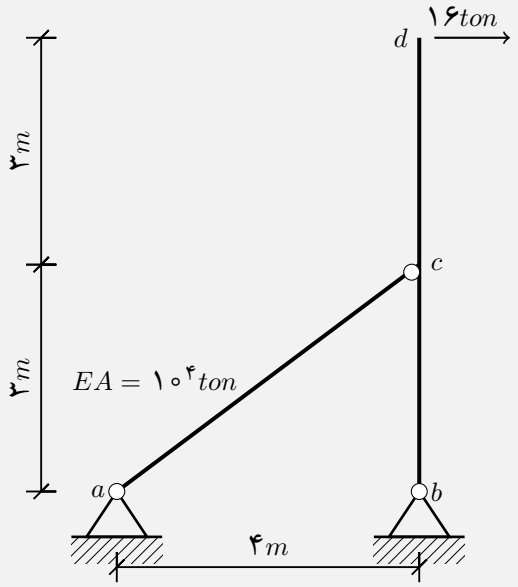
$$\delta_{C/A} = -PL \times L \times ۰/۵ \times (\frac{۲}{۳}L + L) \times \frac{۱}{۲EI} + PL \times L \times ۰/۵ \times \frac{۱}{۳}L \times \frac{۱}{EI}$$

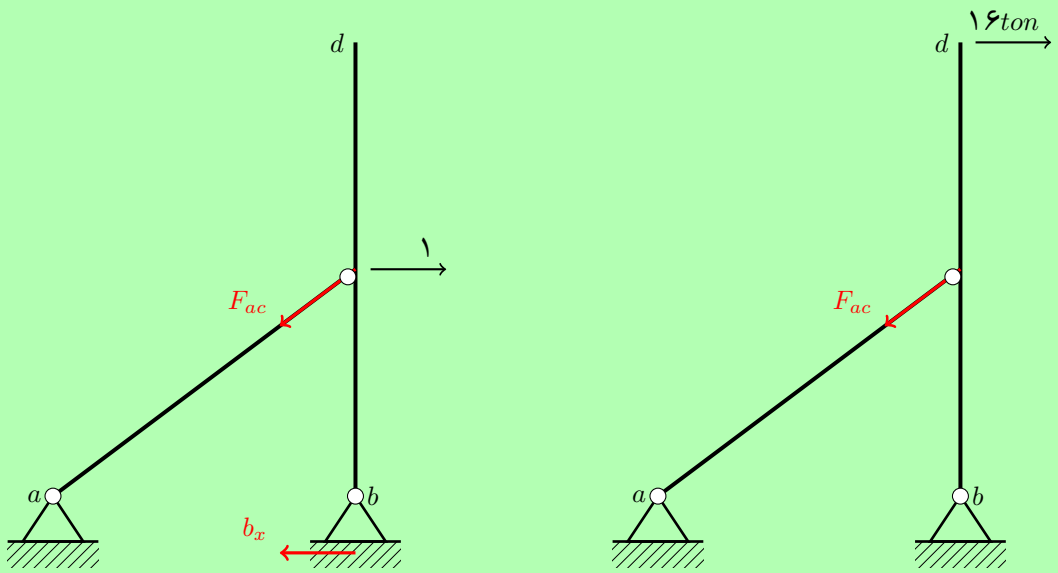
$$\delta_{C/A} = -\frac{PL^۳}{۴EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۲. در سازه شکل مقابل ستون bcd با صلبیت خمشی $۱۴۴۰t.m^۲$ و سطح مقطع زیاد توسط میله ac با صلبیت محوری $۱۰^۴ton$ مهار شده است. تغییر مکان گره C بر حسب mm کدام است؟ (سراسری ۸۳)

۱)۱۳ ۲)۲۵ ۳)۴۴ ۴)۵۶





سازه مجازی $\underline{bcd}$: $\sum M_c = ۰ \quad b_x = ۰ \quad M(x) = ۰ \quad \sum M_b = ۰ \quad F_{ac} = ۱/۲۵ton$

سازه اصلی $\underline{bcd}$: $\sum M_b = ۰ \quad F_{ac} \times \frac{۴}{۵} \times ۳ - ۱۶ \times ۶ = ۰ \quad F_{ac} = ۴۰ton$

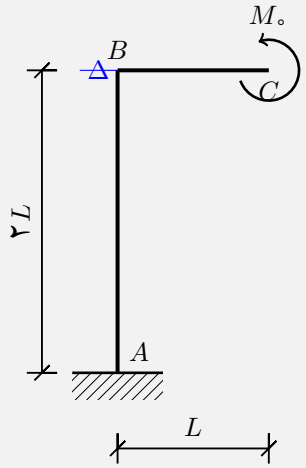
$$\Delta_{cx} = \frac{fFL}{EA} = \frac{۴۰ \times ۱/۲۵ \times ۵}{۱۰^۴} = ۲۵mm$$

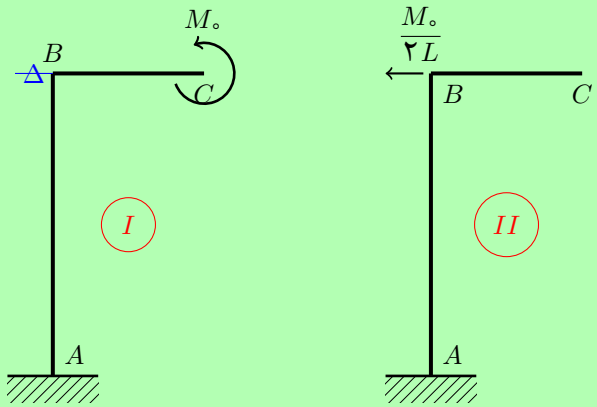
$$\boxed{\Delta_{cx} = ۲۵mm}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۳. اگر جابجایی افقی نقطه B تحت اثر ممان متمرکز $M_\circ$ در انتهای آزاد C مطابق شکل روبرو برابر Δ باشد، آنگاه جابجایی قائم انتهای آزاد C تحت اثر بار افقی $\frac{M_\circ}{۲L}$ در نقطه B چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۳)

۱) Δ ۲) ۲Δ ۳) $۰/۵\Delta$ ۴) ۴Δ





قضیه بتی ماکسول

$$(\text{لنگر در نقطه } C)_I \times (\theta_C)_{II} = (\text{نیروی افقی در نقطه } B)_{II} \times (\Delta_{Bx})_I$$

$$M_\circ \times (\theta_C)_{II} = \frac{M_\circ}{۲L} \times \Delta \qquad (\theta_C)_{II} = \frac{\Delta}{۲L}$$

با توجه به عدم وجود تغییر شکل های خمشی در قسمت BC در سازه شماره دو

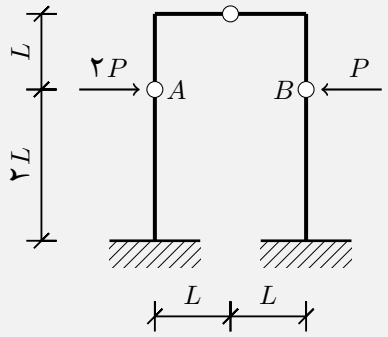
$$(\theta_C)_{II} = (\theta_B)_{II} \qquad (\Delta_{cy})_{II} = (\theta_B)_{II} \times L$$

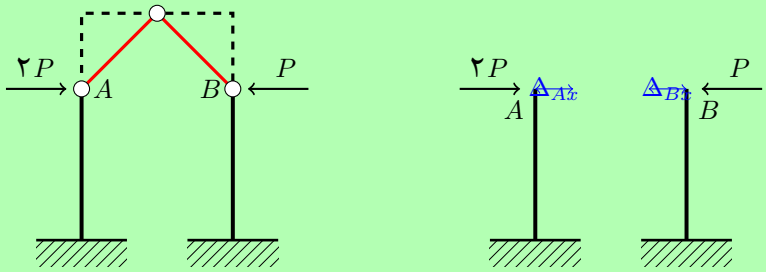
$$(\Delta_{cy})_{II} = \frac{\Delta}{۲}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۴. مقدار نزدیک شدن دو نقطه A و B در سازه شکل زیر برابر است با: (سراسری ۸۳)

۱) $\frac{PL^{۳}}{۳EI}$ ۲) $\frac{۸PL^{۳}}{EI}$ ۳) $\frac{۲PL^{۳}}{۳EI}$ ۴) $\frac{۳PL^{۳}}{EI}$





$$۲P: \quad \Delta_{Ax} = \frac{۲P \times (۲L)^{۳}}{۳EI} = \frac{۱۶PL^{۳}}{۳EI} \rightarrow$$

$$P: \quad \Delta_{Bx} = \frac{P \times (۲L)^{۳}}{۳EI} = \frac{۸PL^{۳}}{۳EI} \leftarrow$$

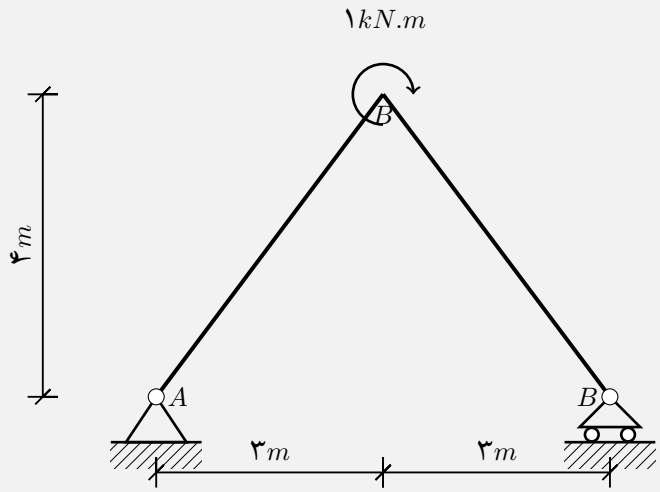
$$\Delta_{A/B} = \Delta_{Ax} + \Delta_{Bx} = \frac{۱۶PL^{۳}}{۳EI} + \frac{۸PL^{۳}}{۳EI} = \frac{۸PL^{۳}}{EI}$$

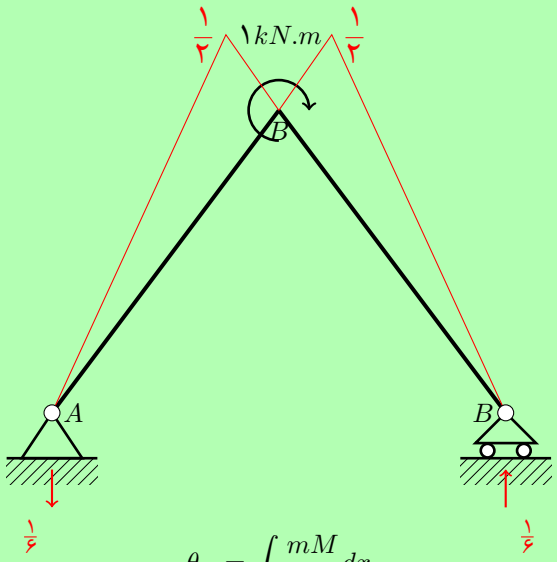
$$\Delta_{A/B} = \frac{۸PL^{۳}}{EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۵. در سیستم داده شده θ_B را حساب کنید.(EI ثابت است.) (سراسری ۸۳)

۱) $\frac{۰/۴۲}{۳EI}$ ۲) $\frac{۰/۸۳}{EI}$ ۳) $\frac{۱}{EI}$ ۴) $\frac{۱/۲}{EI}$





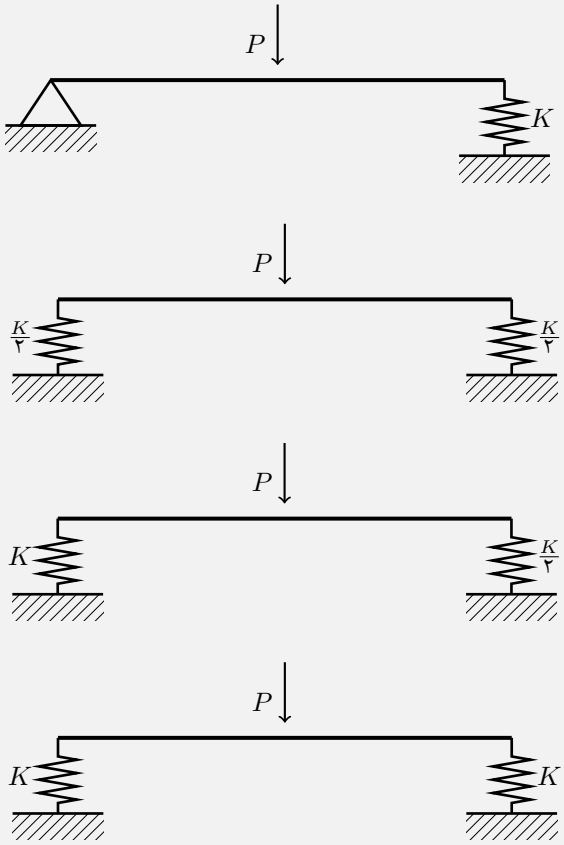
$$\theta_B = \int \frac{mM}{EI} dx$$

$$\theta_B = ۲ \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times ۵ \times \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{EI} = \frac{۵}{۶EI}$$

$$\theta_B = \frac{۰/۸۳}{EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۶. در کدامیک از سازه های زیر انرژی بیشتری ذخیره می شود؟ (EI در کلیه تیرها یکسان است و P در وسط قرار دارد.) (سراسری ۸۵)



$$U = \frac{۱}{۲}P\Delta \qquad \Delta \uparrow \mapsto U \uparrow$$

$$(\Delta)_{\text{تیر دو سر مفصل}} = \frac{PL^۳}{۴۸EI}$$

جابجایی وسط دهانه ناشی از فنر

$$\Delta_۱ = \frac{۱}{۲} \times \frac{P}{۲K} = \frac{P}{۴K}$$

$$\Delta_۲ = \frac{\frac{P}{۲}}{\frac{K}{۲}} = \frac{P}{K}$$

$$\Delta_۳ = \frac{۱}{۲} \times [\frac{\frac{P}{۲}}{K} + \frac{\frac{P}{۲}}{\frac{K}{۲}}] = \frac{۳P}{۴K}$$

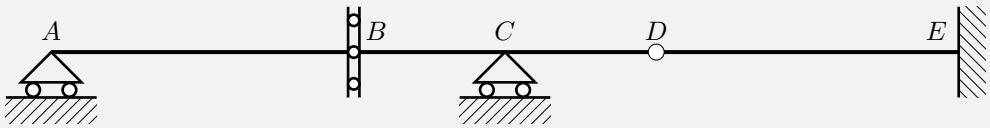
$$\Delta_۴ = \frac{P}{۲K}$$

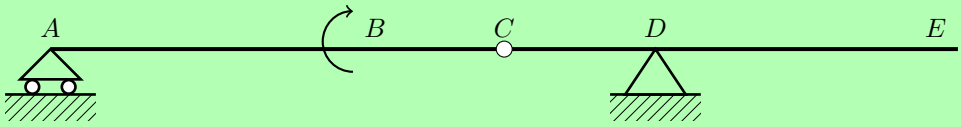
$$U_۲ > U_۳ > U_۴ > U_۱$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۸. تیر مزدوج تیر شکل زیر مطابق کدامیک از اشکال داده شده می باشد؟ (سراسری ۸۳)

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۳}{۲}$

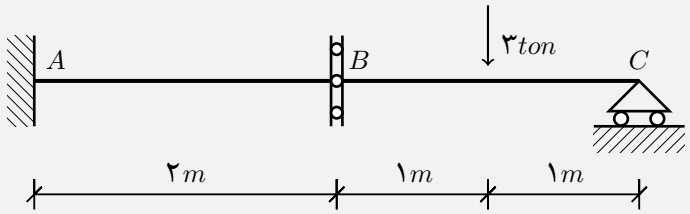




https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۹. در تیر شکل مقابل تغییر مکان در سمت چپ مفصل برشی B بر حسب mm کدام است؟($EI = ۱۰۰۰t.m^۲$)(سراسری ۸۴)

۱) ۰ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۳



$\underline{BC}$: $\sum M_C = ۰$ $M_B - ۳ \times ۱ = ۰$ $M_B = ۳ton.m \circlearrowright$

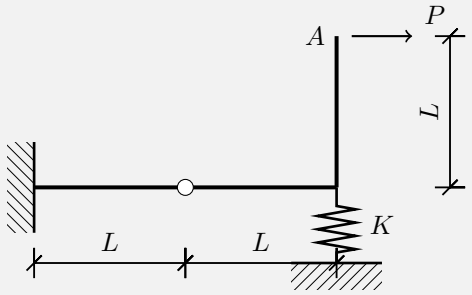
$$\Delta_{By} = \frac{ML^۲}{۲EI} = \frac{۳ \times ۲^۲}{۲ \times ۱۰۰۰} = ۶mm$$

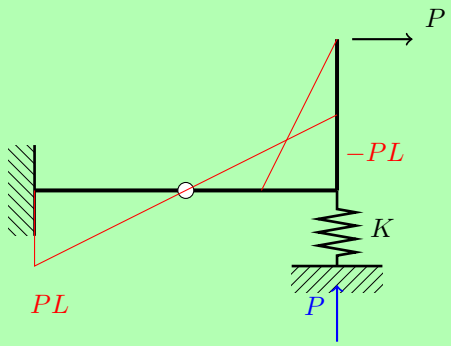
$$\Delta_{By} = ۶mm$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۰. جابجایی افقی انتهای آزاد A تحت اثر بار متمرکز P چقدر است؟ (EI برای کلیه اعضا ثابت و یکسان است. $K = \frac{۳EI}{L^۳}$)(سراسری ۸۴)

۱) $\frac{PL^۳}{EI}$ ۲) $\frac{۲PL^۳}{۳EI}$ ۳) $\frac{۴PL^۳}{۳EI}$ ۴) $\frac{۵PL^۳}{۳EI}$





$$\Delta_{Ax} = \int \frac{mM}{EI} dx + \frac{fF}{K}$$

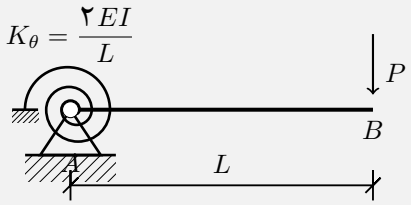
$$\Delta_{Ax} = ۳ \times PL \times L \times L \times \frac{۱}{۳EI} + \frac{۱ \times P}{\frac{۳EI}{L^۳}}$$

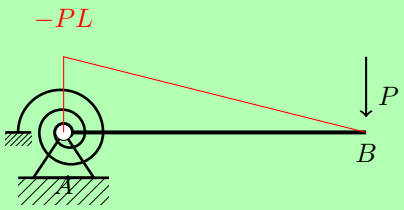
$$\Delta_{Ax} = \frac{۴PL^۳}{۳EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۱. در تیر شکل مقابل تغییر مکان گره B کدام است؟(EI ثابت است.) (سراسری ۸۴)

۱) $\frac{PL^۳}{۳EI}$ ۲) $\frac{PL^۳}{۲EI}$ ۳) $\frac{۲PL^۳}{۳EI}$ ۴) $\frac{۵PL^۳}{۶EI}$





$$\Delta_{By} = \int \frac{mM}{EI} + \frac{mM}{k_\theta}$$

$$\Delta_{By} = PL \times L \times L \times \frac{۱}{۳EI} + \frac{L \times PL}{\frac{۲EI}{L}}$$

$$\Delta_{By} = \frac{۵PL^۳}{۶EI}$$

$$K_\theta \to \infty \qquad \Delta_B = \frac{PL^۳}{۳EI}$$

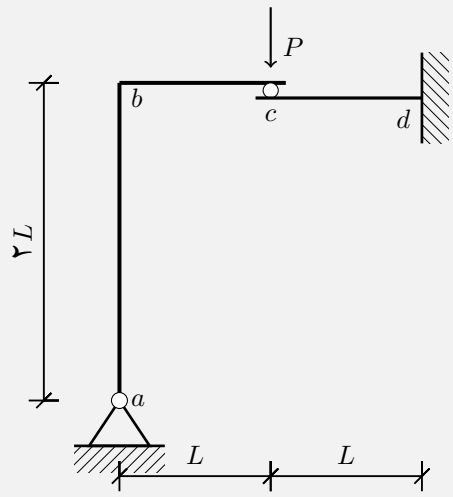
$$EI \to \infty \qquad \Delta_B = \theta_A \times L = \frac{PL}{\frac{۲EI}{L}} = \frac{PL^۳}{۲EI}$$

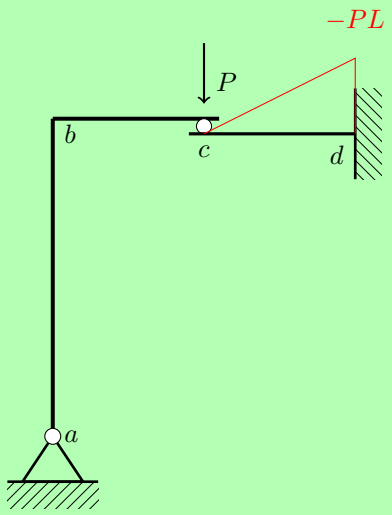
$$(\Delta_B)_{\text{total}} = \frac{PL^۳}{۳EI} + \frac{PL^۲}{۲EI} = \frac{۵PL^۳}{۶EI}$$

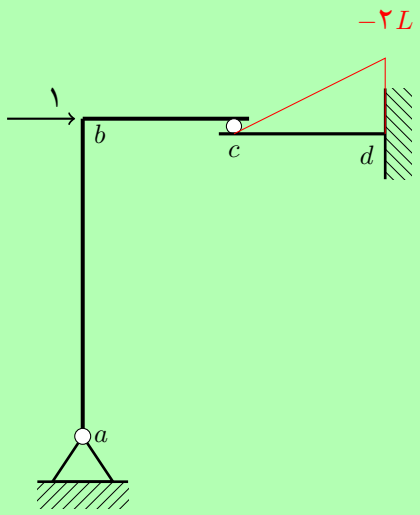
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۲. در سازه شکل مقابل، تغییر مکان گره b کدام است؟(EI ثابت است.) (سراسری ۸۴)

۱) ۰ ۲) $\frac{PL^{۳}}{۳EI}$ ۳) $\frac{PL^{۳}}{۶EI}$ ۴) $\frac{۲PL^{۳}}{۶EI}$







$\underline{abc}: \quad \sum F_x = ۰ \quad a_x = ۰$

$\underline{abc}: \quad \sum M_c = ۰ \quad a_y = ۰$

$\underline{abc}: \quad \sum M_a = ۰ \quad c_y = ۲ \uparrow$

$\underline{abc}: M(x) = ۰$

$$\Delta_{bx} = \int \frac{mM}{EI} dx$$

$$\Delta_{bx} = PL \times ۲L \times L \times \frac{۱}{۳EI} = \frac{۲PL^{۳}}{۳}$$

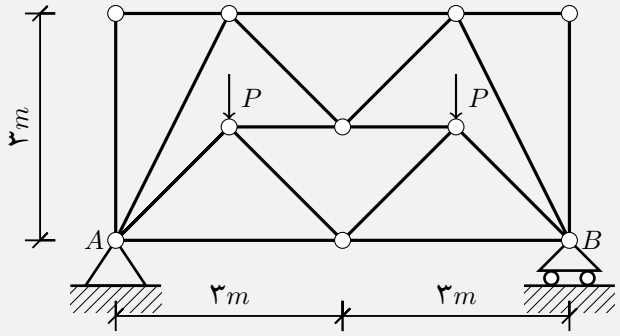
$$\Delta_{bx} = \frac{۲PL^{۳}}{۳EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

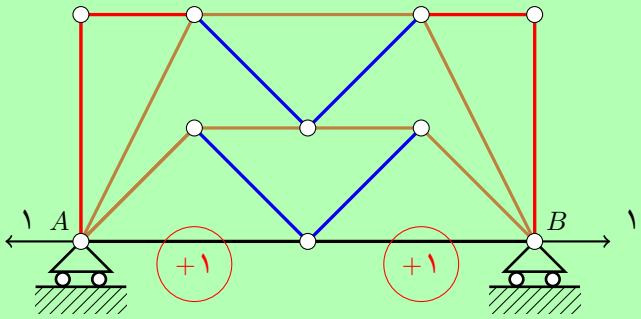
۲۳. جابجایی افقی تکیه گاه B در اثر افزایش دمای اعضا به مقدار ۳۰° و نیروهای وارده چقدر است؟ (ضریب انبساط حرارتی α است.)

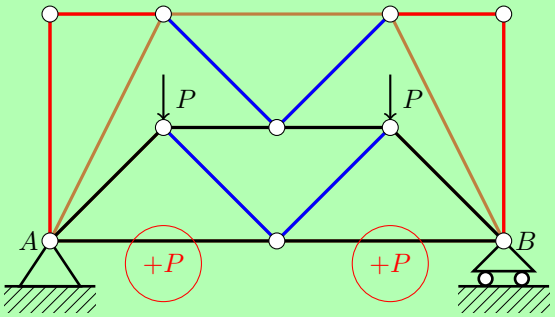
(سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۶P}{EA}$ ۲) $-\frac{۶P}{EA}+۱۸۰\alpha$ ۳) $\frac{۳P}{EA}+۱۸۰\alpha$ ۴) $\frac{۶P}{EA}+۱۸۰\alpha$



اعضای رنگی (قرمز، قهوه ای و آبی) صفر نیرویی می باشند.





$$\Delta_{Bx}=\sum\frac{fFL}{EA}+\sum f\alpha\Delta TL$$

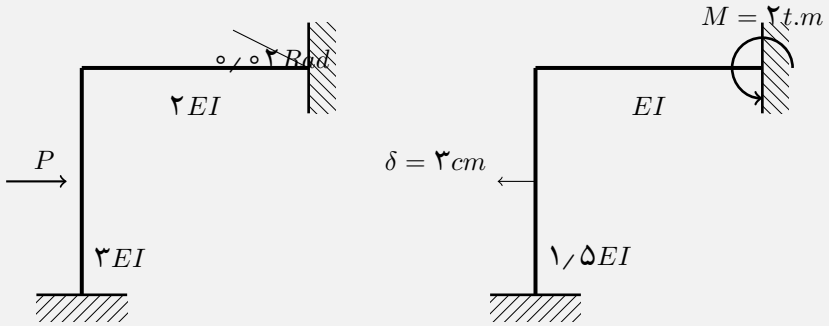
$$\Delta_{Bx}=۲\times\frac{۱\times P\times ۳}{EA}+۲\times ۱\times\alpha\times ۳۰\times ۳$$

$$\Delta_{Bx}=\frac{۶P}{EA}+۱۸۰\alpha$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۴. با توجه به اشکال ۱ و ۲ مقدار P چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

۱) $P = -۱$ ۲) $P = \frac{۲}{۳}ton$ ۳) $P = \frac{۴}{۳}ton$ ۴) $P = \frac{۸}{۳}ton$



قضیه بتی ماکسول

$$\frac{(EI)_۲}{(EI)_۱} = ۲$$

$$-P \times ۰/۰۳ \times (EI)_۱ = -۲ \times ۰/۰۲ \times (EI)_۲$$

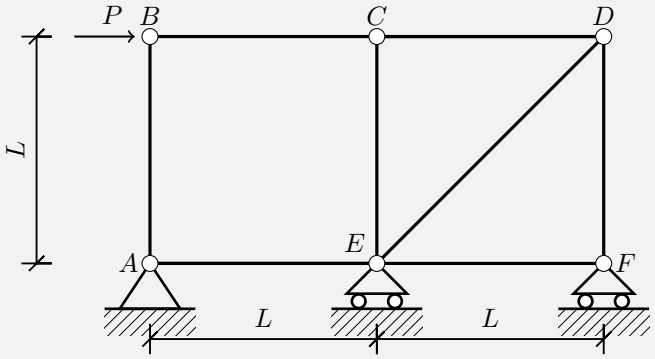
$$P = \frac{۸}{۳}ton$$

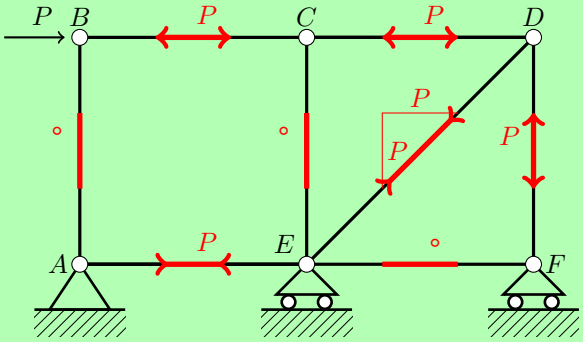
$$P = \frac{۸}{۳}\text{ton}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۵. خرپای شکل مقابل مفروض است. اگر صلبیت محوری اعضا برابر EA باشد. تغییر مکان افقی B کدام است؟ (سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۲PL}{EA}(۱+\sqrt{۲})$ ۲) $\frac{۴PL}{EA}(۱+۲\sqrt{۲})$ ۳) $\frac{۲PL}{EA}(۲+\sqrt{۲})$ ۴) $\frac{۴PL}{EA}(۱+۲\sqrt{۲})$





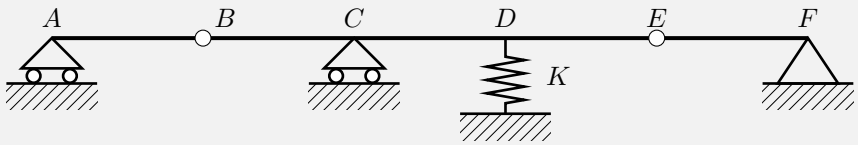
$$\Delta_{Bx} = \sum \frac{fFL}{EA}$$

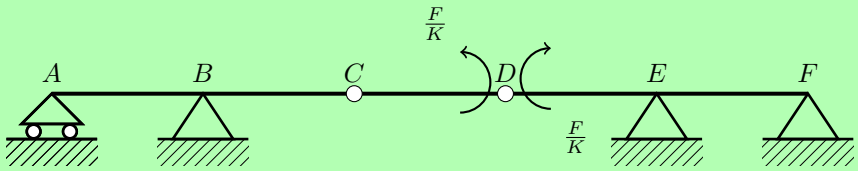
$$\Delta_{Bx} = ۴ \times \frac{۱ \times P \times L}{EA} + \frac{\sqrt{۲} \times P\sqrt{۲} \times L\sqrt{۲}}{EA}$$

$$\Delta_{Bx} = \frac{۲PL}{EA}(۲+\sqrt{۲})$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۶. تیر مزدوج تیر شکل زیر کدام است؟ (سراسری ۸۵)



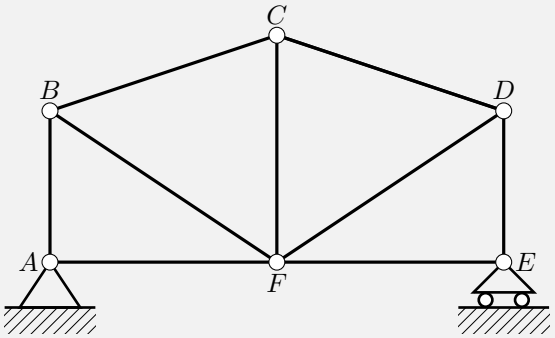


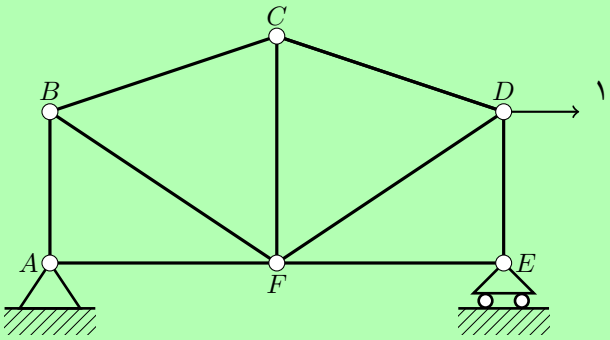
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۷. در خرپای شکل زیر CF در حین اجرا ۲ سانتی متر کوتاه تر اجرا شده است. تغییر مکان افقی نقطه D را پس از مونتاژ حساب کنید.

(می دانیم در صورتی که این خرپا تحت اثر بار افقی $۷ton$ از چپ به راست قرار گیرد. نیروی داخلی میله CF برابر $-۲/۶۲۵ton$ (فشاری) می باشد) (سراسری ۸۵)

۱) $\leftarrow$ ۰/۷۵ ۲) $\rightarrow$ ۰/۷۵ ۳) $\rightarrow$ ۵/۲۵ ۴) ابعاد خرپا باید داده شود.





$$\Delta_{Dx} = f_{CF} \times (\text{خطای ساخت})$$

$$f_{CF} = \frac{F_{AC}}{۷} = \frac{-۲/۶۲۵}{۷} = -۰/۳۷۵$$

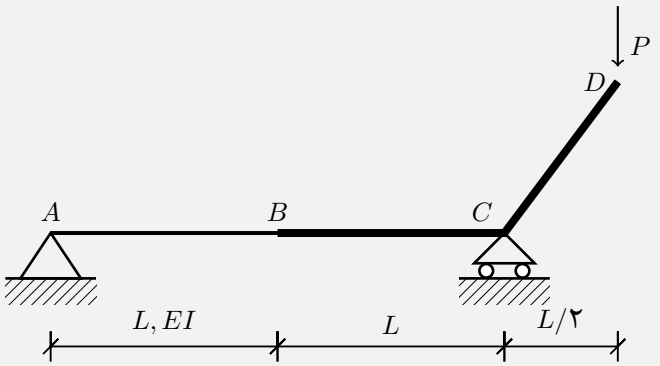
$$\Delta_{Dx} = -۰/۳۷۵ \times (-۲) = ۰/۷۵ \rightarrow$$

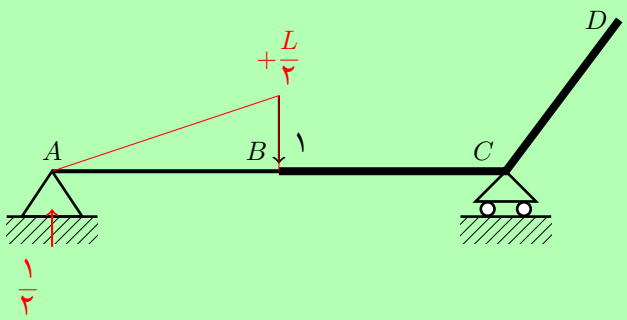
$$\boxed{\Delta_{Dx} = ۰/۷۵ \rightarrow}$$

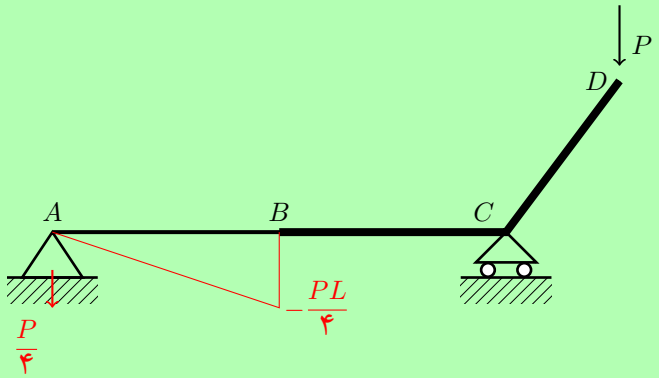
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۸. قطعه BCD صلب است. $\Delta_{By} = ?$ (سراسری ۸۵)

۱) $\frac{PL^۳}{EI}$ ۲) $\frac{PL^۳}{۳EI}$ ۳) $\frac{PL^۳}{۱۲EI}$ ۴) $\frac{PL^۳}{۸EI}$







سازه اصلی : $M_C = ۰ \quad A_y \times ۲L - P \times \frac{L}{۲} = ۰ \quad A_y = \frac{P}{۴} \downarrow$

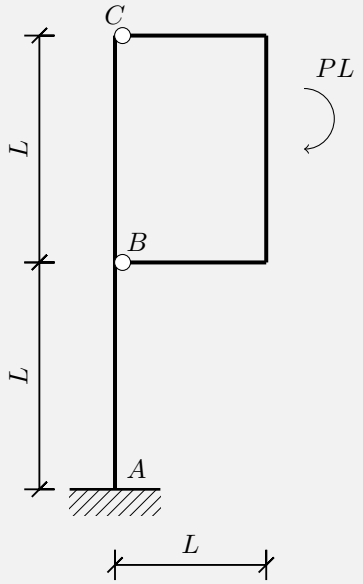
$$\Delta_{By} = -\frac{PL}{۴} \times \frac{L}{۲} \times L \times \frac{۱}{۳EI}$$

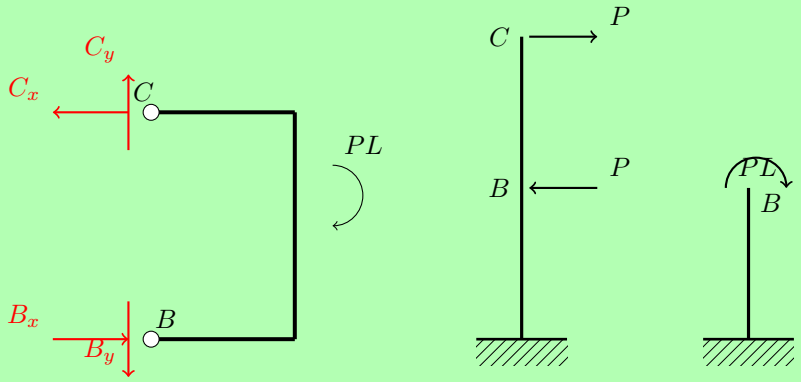
$$\Delta_{By} = \frac{PL^۳}{۲۴EI} \uparrow$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۹. $\Delta_{Bx} = ?$ (ثابت =EI) (سراسری ۸۵)

۱) $-\frac{PL^{۳}}{۳EI}$ ۲) $-\frac{PL^{۳}}{۲EI}$ ۳) $-\frac{PL^{۳}}{۸EI}$ ۴) $-\frac{۲PL^{۳}}{EI}$





$\sum M_B = ۰ \qquad C_x = P \leftarrow \qquad B_x = P \rightarrow$

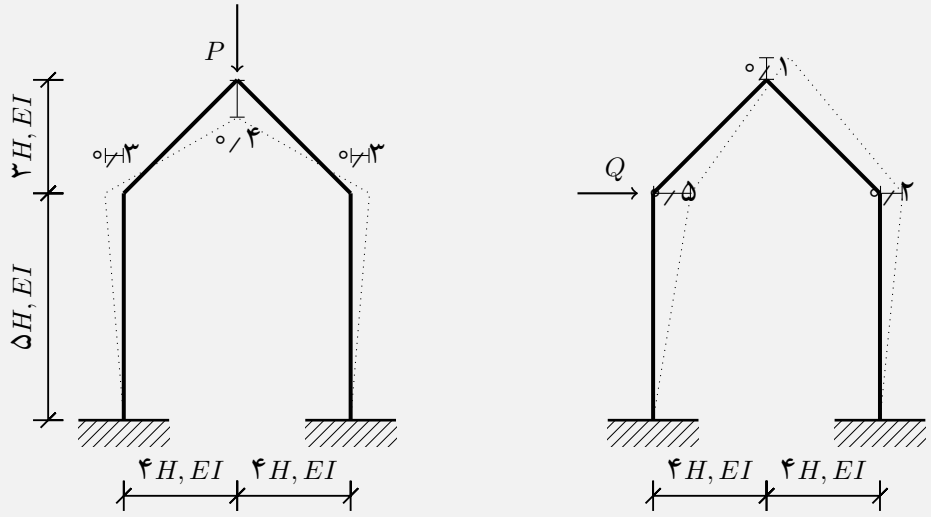
$$\Delta_{Bx} = \frac{PL \times L^{۲}}{۲EI}$$

$$\Delta_{Bx} = \frac{PL^{۳}}{۲EI} \leftarrow$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۰. چه رابطه ای بین P و Q در قاب دروازه ای زیر برقرار است؟ (سراسری ۸۵)

۱) $P = Q$ ۲) $P = ۲Q$ ۳) $P = -۳Q$ ۴) $P = ۳Q$



قضیه بتی ماکسول

سازه سمت چپ سازه شماره یک، سازه سمت راست سازه شماره دو

$P \times$ (تغییر مکان در راستای بار P در سازه دو) $= Q \times$ (تغییر مکان در راستای بار Q در سازه یک)

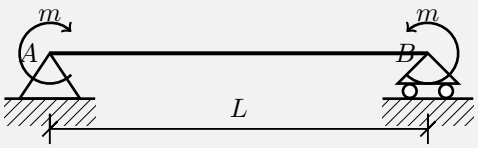
$$-P \times ۰/۱ = -Q \times ۰/۳$$

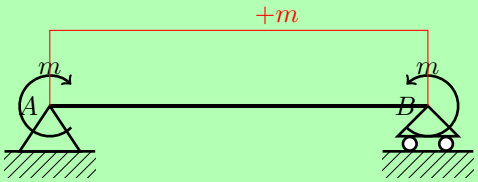
$$P = ۳Q$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۱. مقدارهای انحراف A از مماسی بر Bو نیز دوران A کدام اند؟ (ثابت =EI) (سراسری ۸۵)

۱) $\frac{mL}{۳EI}, \frac{mL^۲}{۳EI}$ ۲) $\frac{mL}{EI}, \frac{mL^۲}{EI}$ ۳) $\frac{mL}{۴EI}, \frac{mL^۲}{۴EI}$ ۴) $\frac{mL}{۲EI}, \frac{mL^۲}{۲EI}$





قضیه اول لنگر سطح

$$\delta_{A/B} = \frac{m \times L}{EI} \times \frac{L}{۲} = \frac{mL^۲}{۲EI}$$

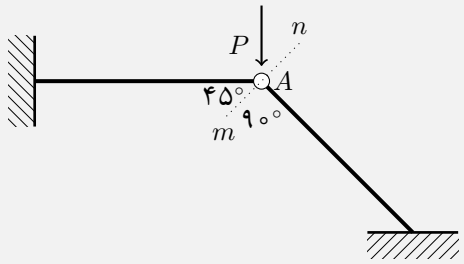
استفاده از روابط حفظی

$$\theta_A = \frac{mL}{۳EI} + \frac{mL}{۶EI} = \frac{mL}{۲EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۲. تغییر مکان نقطه A در راستای mn چقدر است؟ (طول اعضا L و صلبیت خمشی آنها EI است.) (سراسری ۸۵)

۱) ۰ ۲) $\frac{PL^{۳}}{۳EI}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}PL^{۳}}{۶EI}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}PL^{۳}}{۳EI}$



سازه فقط شامل اعضای خمشی است.

بنابراین اعضا تغییر طول محوری ندارند

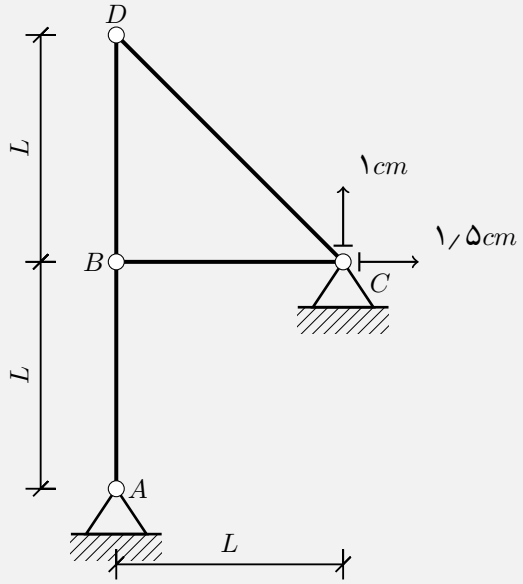
بنابراین جابجایی گره Aباید در راستای عمود بر هر دو عضو باشد که امکان پذیر نیست.

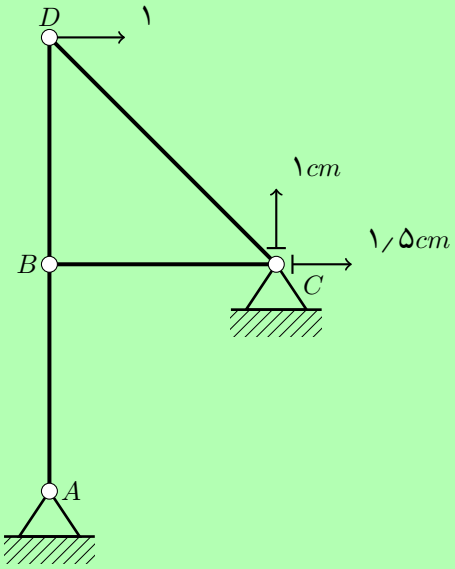
بنابراین نقطه Aنمیتواند جابجا شود و جابجایی آن صفر است.

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۳. در خرپای شکل مقابل چنانچه تکیه گاه C به میزان $۱/۵cm$ به سمت راست و $۱cm$ به سمت بالا نشست کند. تغییر مکان افقی نقطه D را محاسبه نمایید. صلبیت محوری همه اعضا EA است.(سراسری ۸۶)

۱) $۰/۵cm$ ۲) $۱cm$ ۳) $۱/۵cm$ ۴) $۲/۵cm$





node A : $\sum F_x = ۰ \quad A_x = ۰ \mapsto C_x = ۱ \leftarrow$

$\sum M_A = ۰ \quad C_y \times L - ۱ \times L = ۰ \quad C_y = ۱ \uparrow$

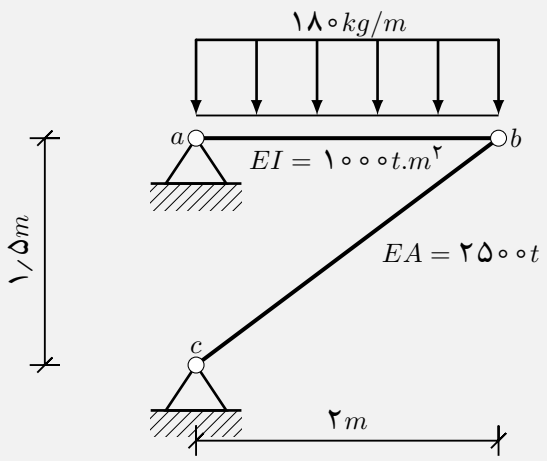
$\Delta_{Dx} +$ کار ناشی از نشست $= ۰$

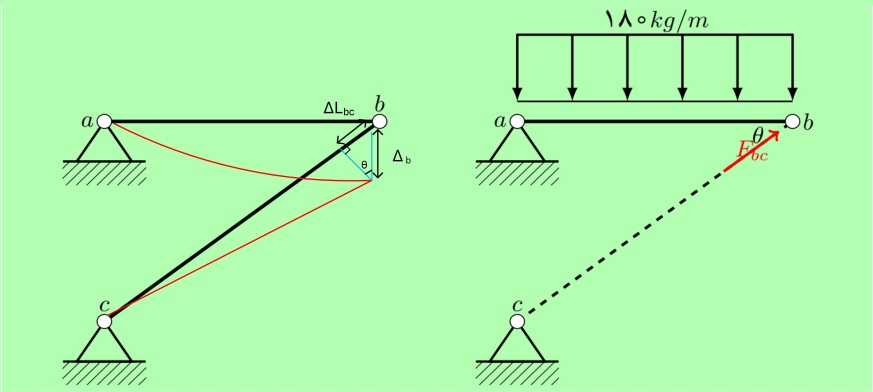
$\Delta_{Dx} + ۱ \times ۱ + ۱/۵ \times (-۱) = ۰ \quad \Delta_{Bx} = ۰/۵cm \rightarrow$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۴. در سازه شکل مقابل با اتصالات مفصل خمشی از تغییر شکل محوری و برشی عضو ab صرف نظر می شود. تغییر مکان گره b بر حسب mm کدام است؟ (سراسری ۸۶)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶





$$\Delta_b = \frac{\Delta L_{ac}}{\sin\theta}$$

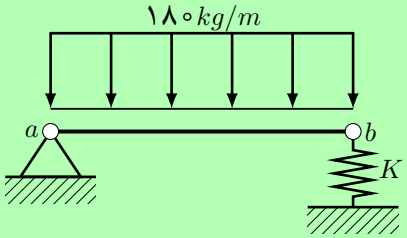
$$\sum M_a = ۰ \qquad F_{bc}\sin\theta \times ۲ - ۱۸۰ \times ۲ \times ۱ = ۰ \qquad \sin\theta = \frac{۳}{۵} \qquad F_{bc} = ۳۰۰۰kg$$

$$\Delta L_{bc} = \frac{F_{bc} \times ۲/۵}{EA} = \frac{۳۰۰۰ \times ۲/۵}{۲۵۰۰ \times ۱۰^۳} = ۳mm$$

$$\Delta_b = \frac{۳}{\frac{۳}{۵}} = ۵mm$$

$$\Delta_b = ۵mm$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis



$$K = \frac{EA}{L}\cos^{۲}(۹۰ - \theta) = \frac{EA}{L}\cos^{۲}\theta$$

$$K = \frac{۲۵۰۰}{۲/۵} \times (\frac{۳}{۵})^{۲} = ۳۶۰t/m$$

نیروی فنر F_s : $\sum M_a = ۰ \quad ۱۸۰ \times ۲ \times ۱ - F_s \times ۲ = ۰$

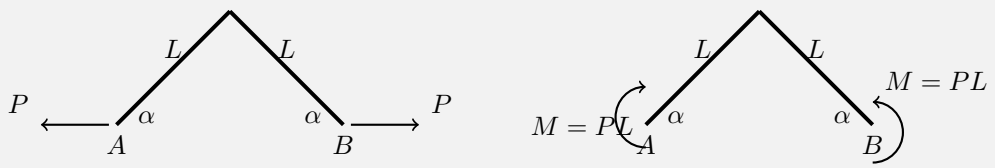
$$F_s = ۱۸۰۰kg = ۱/۸ton$$

$$\Delta_b = \frac{F_s}{K} = \frac{۱/۸}{۳۶۰} = ۵mm$$

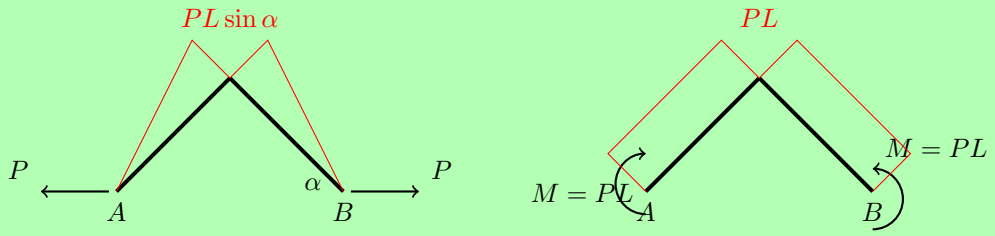
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۵. نسبت تغییر فاصله A و B در سازه (۱) به تغییر فاصله A و B در سازه (۲) چقدر است؟ $\frac{(\delta AB)_۱}{(\delta AB)_۲}=?$ (فقط اثرات خمش را در نظر بگیرید و EI کلیه اعضا دو سازه یکسانند.) (سراسری ۸۶)

۱) $\sin\alpha$ ۲) $\frac{۲}{۳}\sin\alpha$ ۳) $\frac{۱}{۳}\sin\alpha$ ۴) $\frac{۱}{۲}\sin\alpha$



سازه (۱) سازه (۲)



سازه (۱) سازه (۲)

سازه یک : $(\delta AB)_۱=\frac{۲}{۳EI}(PL\sin\alpha\times L\sin\alpha\times L)=\frac{۲}{۳}\frac{PL^۳\sin^۲\alpha}{EI}$

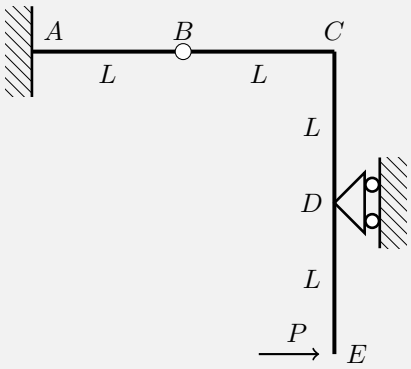
سازه دو : $(\delta AB)_۲=\frac{۲}{۲EI}(PL\times L\sin\alpha\times L)=\frac{PL^۳\sin\alpha}{EI}$

$$\frac{(\delta AB)_۱}{(\delta AB)_۲}=\frac{۲}{۳}\sin\alpha$$

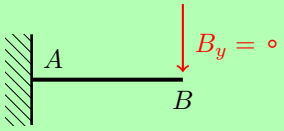
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۶. در سازه نشان داده شده حداکثر جابجایی قائم مفصل B چقدر است؟ (EI برای کلیه اعضا ثابت) (سراسری ۸۶)

۱) ۰ ۲) $\frac{PL^3}{EI}$ ۳) $\frac{PL^3}{3EI}$ ۴) $\frac{2PL^3}{3EI}$



$\underline{BCDE}$: $\sum F_y = 0 \quad B_y = 0$



$$\Delta_B = \frac{B_y L^3}{3EI} = 0$$

$$\Delta_{By} = 0$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

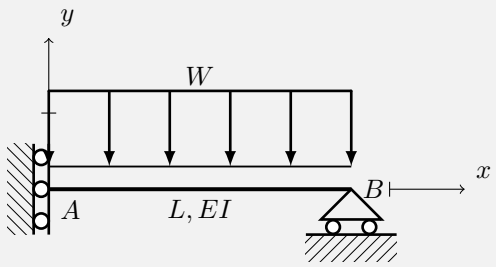
۳۷. تابع خیز سازه مقابل کدام است؟ (سراسری ۸۷)

۱) $y = \frac{W}{۲۴EI}(L^۲x^۲ - x^۴)$

۲) $y = \frac{W}{۲۴EI}(۶L^۲x^۲ - ۳x^۴)$

۳) $y = \frac{W}{۲۴EI}(۶L^۲x^۲ - x^۴ - ۵L^۴)$

۴) $y = \frac{W}{۲۴EI}(۶L^۲x^۲ - x^۴ - ۵L^۳X)$



$$\sum M_B = ۰ \qquad W \times L \times ۰/۵L - M_A = ۰ \qquad M_A = \frac{WL^۲}{۲} \circlearrowleft$$

$$M(x) = \frac{WL^۲}{۲} - \frac{Wx^۲}{۲} \qquad ۰ \le x \le L$$

شرایط مرزی : $\quad x = ۰, \theta_A = ۰ \qquad x = L, y = ۰$

$$\theta = \int_۰^x \frac{M(x)}{EI}dx = \frac{۱}{EI}\int_۰^x (\frac{WL^۲}{۲} - \frac{Wx^۲}{۲})dx = \frac{۱}{EI}(\frac{WL^۲x}{۲} - \frac{Wx^۳}{۶} - C_۱)$$

$$\theta(۰) = ۰ \qquad \mapsto C_۱ = ۰$$

$$y(x) = \int_۰^x \theta(x)dx = \frac{۱}{EI}(\frac{WL^۲x^۲}{۴} - \frac{Wx^۴}{۲۴} + C_۲)$$

$$y(L) = ۰ \qquad \mapsto C_۲ = -\frac{۵WL^۴}{۲۴}$$

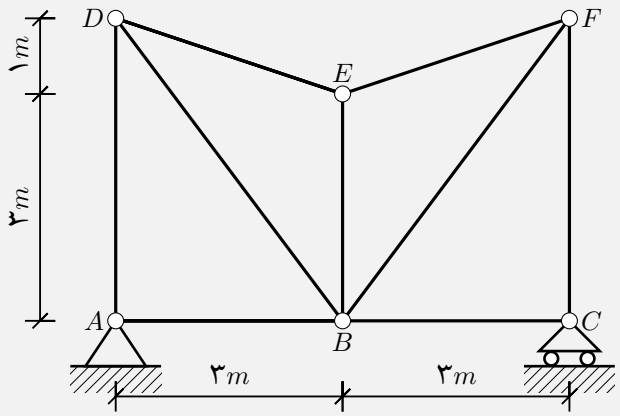
$$y(x) = \frac{W}{۲۴EI}(۶L^۲x^۲ - x^۴ - ۵L^۴)$$

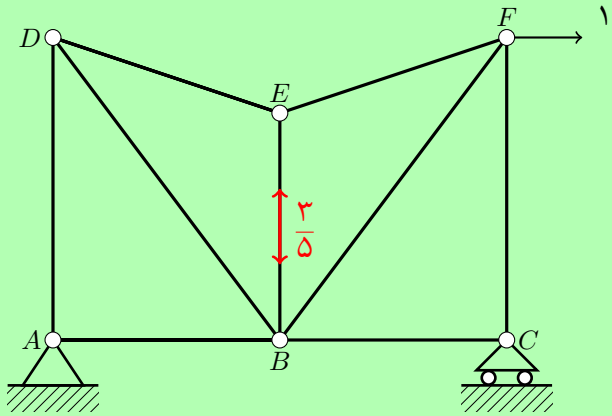
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۸. در خرپای شکل مقابل، میله EB موقع مونتاژ سه سانتی متر کوتاه است. چنانچه با اعمال بار افقی ۵ تنی در نقطه F نیروی داخلی میله EB، ۳ تن فشاری باشد. تغییر مکان افقی نقطه F پس از مونتاژ و قبل از هر گونه بارگذاری بر حسب سانتی متر چقدر خواهد بود؟

(سراسری ۸۸)

۱) ۰/۶ ۲) ۱/۸ ۳) ۱/۲ ۴) ۰/۹





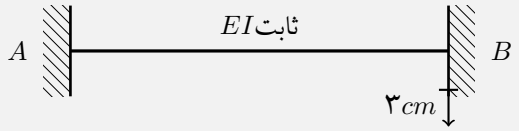
$\Delta_{Fx} =$ (مقدار خطای ساخت) $\times$ (مقدار نیروی ایجاد شده در عضو تحت بار واحد)

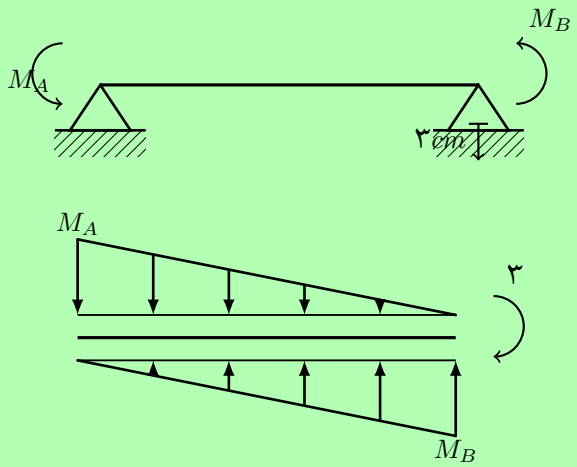
$$\Delta_{Fx} = (-۳) \times (-\frac{۳}{۵}) = ۱/۸$$

$$\Delta_{Fx} = ۱/۸cm$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۹. در تیر شکل مقابل، تکیه گاه B، ۳ سانتی متر نشست کرده است، تیر مزدوج این تیر کدام است؟ (سراسری ۸۸)

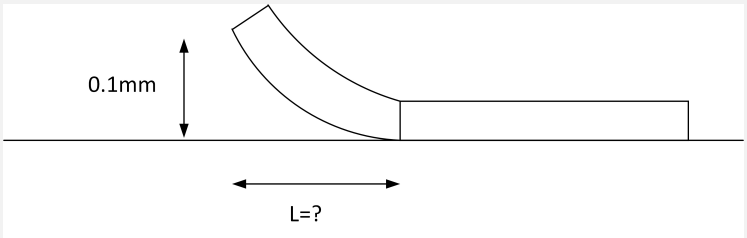




https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۰. تیری که طول آن به حد کافی طولانی است بر روی زمین صلب قرار گرفته است، اگر انتهای آن را به اندازه ۰/۱ میلیمتر بالا ببریم، طولی که از آن بر حسب متر از زمین جدا می شود، چقدر است؟ (وزن تیر ۰/۰۳ تن بر متر و $EI = ۲۰۰ t.m^۲$ می باشد.) (سراسری ۸۸)

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۲



در نقطه جداشدگی تیر از زمین انحنای تیر برابر صفر می باشد.

B : محل جداشدگی تیر از زمین

A : انتهای آزاد تیر در هوا

$$\kappa = \frac{۱}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

$$M_B = ۰$$

بنابراین نمودار لنگر خمشی در عضو AB مانند یک عضو دو سر مفصل با بار گستره (وزن تیر) می باشد.

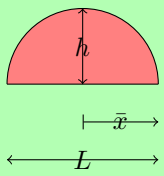
قضیه دوم لنگر سطح

$$\delta_{A/B} = \delta_B = \int_A^B \frac{M}{EI} x dx = \frac{\text{مساحت زیر نمودار لنگر خمشی}}{EI} \times \bar{x}$$

$$\frac{۱}{۱۰۰۰۰} = \frac{\frac{۲}{۳} \times \frac{۰/۰۳}{۱۶} \times L^۴}{۲۰۰} \qquad L = ۲m$$

$$S_{AB} = \text{مساحت زیر نمودار لنگر} = \frac{۲}{۳} \times h \times L \qquad \bar{x} = \frac{L}{۲}$$

$$h = \text{ارتفاع نمودار لنگر} = \frac{(\text{وزن بار گسترده}) \times L^۲}{۸}$$



https://t.me/schoolofstructuralanalysis

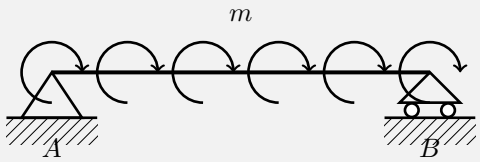
۴۱. تیر AB به طول L تحت اثر لنگر خمشی گسترده یکنواخت به شدت m قرار گرفته است. اگر صلبیت خمشی و برشی تیر در طول آن ثابت فرض شود، تغییر مکان ناشی از خمش ..... و ناشی از برش ..... است. (سراسری ۸۸)

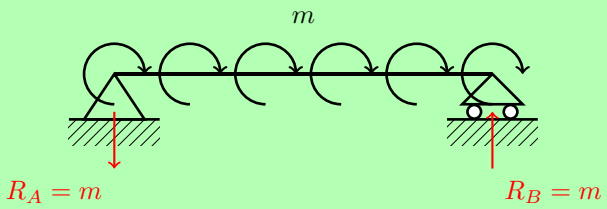
۱) صفر-صفر

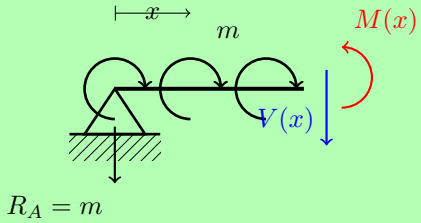
۲) غیرصفر-صفر

۳) غیرصفر-غیرصفر

۴)صفر-غیرصفر





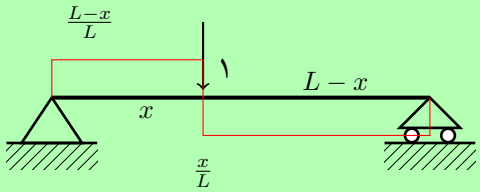


$$M(x) - m \times x + m \times x = 0 \qquad M(x) = 0 \qquad \Delta_{\text{خمشی}} = \int \frac{m(x)M(x)}{EI}dx = 0$$

با توجه به صفر شدن لنگر خمشی در طول تیر بنابراین سازه تغییر شکل خمشی ندارد.

برش در طول تیر مقدار ثابتی دارد. $V(x) = -m$

$v(x)$:



$$\Delta_{\text{برشی}} = \int \frac{v(x)V(x)}{GA_s}dx = \frac{x}{L} \times (L-x) \times (-m) - \frac{L-x}{L} \times x \times (-m) = 0$$

تیر تغییر شکل برشی نیز ندارد.

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

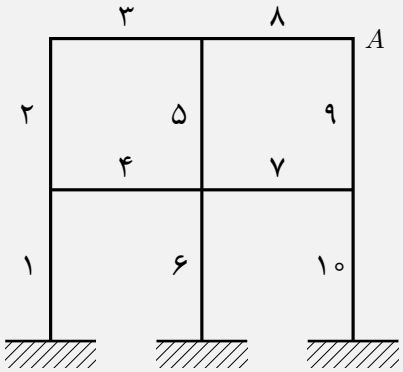
۴۲. قابی مطابق شکل مفروش است. اعضای قاب مطابق شکل شماره گذاری شده اند. اگر لنگر خمشی عضو شماره i را با M_i نشان دهیم که در طول عضو (x) متغییر می باشد. $M_i = M_i(x)$ دوران نقطه A محل تقاطع عضو ۸ و ۹، کدام است؟ (سراسری ۸۸)

۱) $\int_{L_۸} M_۸(x)dx + \int_{L_۹} M_۹(x)dx$

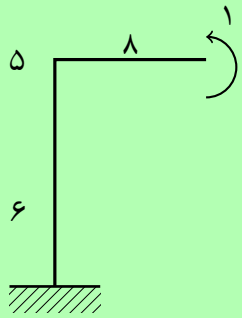
۲) $\int_{L_{۱۰}} M_{۱۰}(x)dx + \int_{L_۹} M_۹(x)dx + \int_{L_۸} M_۸(x)dx$

۳) $\int_{L_۶} M_۶(x)dx + \int_{L_۵} M_۵(x)dx + \int_{L_۸} M_۸(x)dx$

۴) $\int_{L_۳} M_۳(x)dx + \int_{L_۸} M_۸(x)dx$



با توجه به اینکه لنگر های اعضا داده شده است، قسمتی معین و پایدار شامل اعضای ۵ و ۶ و ۸ انتخاب میکنیم.



$$m(x) = ۱$$

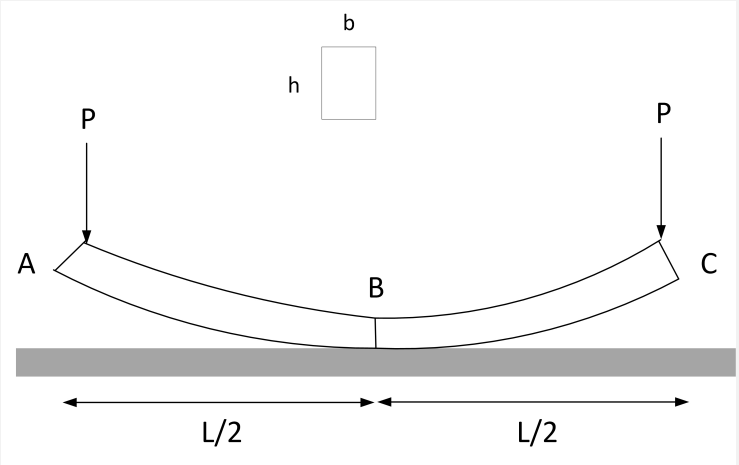
$$\theta_A = \int \frac{m(x)M(x)}{EI}dx$$

$$\theta_A = \frac{۱}{EI}\left[\int_{L_۶} M_۶dx + \int_{L_۵} M_۶dx + \int_{L_۸} M_۶dx\right]$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۳. در تیر مورد نظر انحنا اولیه آن بدون بار در نقطه B برابر $R_۱$ می باشد. مقدار نیروی لازم P چقدر باشد تا انحنا در B صفر شود؟(سراسری ۸۹)

۱) $\frac{Ebh^۳}{۶LR_۱}$ ۲) $\frac{Ebh^۳}{۱۲LR_۱}$ ۳) $\frac{Ebh^۳}{۳LR_۱}$ ۴) $\frac{Ebh^۳}{۲۴LR_۱}$



برای صفر شدن انحنا در Bبایستی لنگری در خلاف جهت انحنای اولیه بر تیر اعمال شود.

$$M = \frac{PL}{۲}$$

$$I = \frac{b \times h^۳}{۱۲}$$

$$M = \frac{EI}{R_۱} = \frac{Ebh^۳}{۱۲R_۱}$$

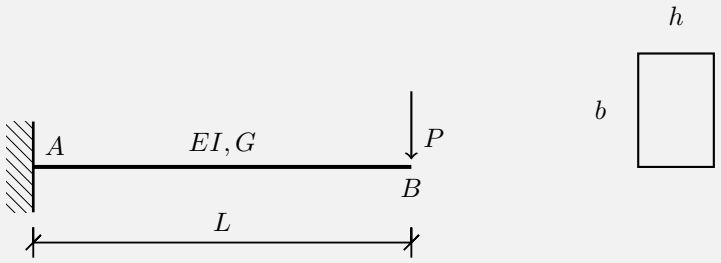
$$\frac{PL}{۲} = \frac{Ebh^۳}{۱۲R_۱}$$

$$P = \frac{Ebh^۳}{۶LR_۱}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۴. تغییر مکان قائم نقطه B با در نظر گرفتن انرژی برشی و خمشی نسبت به حالتی که فقط انرژی خمشی در نظر گرفته شود چند درصد افزایش می یابد؟ فرض کنید $\frac{E}{G} = ۲/۴$ ، $\frac{L}{h} = ۱۰$ (سراسری ۸۹)

۱) ۱/۰۰۷۲٪ ۲) ۰/۷۲٪ ۳) ۱/۰۷۲٪ ۴) ۱/۷۲٪



$$U = \frac{۱}{۲}P\Delta$$

طبق رابطه بالا انرژی رابطه مستقیمی با تغییر مکان در راستای بار دارد.

$$(\Delta_B)_{\text{خمشی}} = \frac{PL^۳}{۳EI} = \frac{PL^۳}{۳E \times \frac{bh^۳}{۱۲}} = \frac{۴P}{Eb}(\frac{L}{h})^۳ = \frac{۴۰۰۰P}{Eb}$$

$$(\Delta_B)_{\text{برشی}} = \frac{PL}{GA_s} = \frac{PL}{\frac{E}{۲/۴} \times \frac{bL}{۱۲}} = \frac{۲۸/۸P}{Eb}$$

$$A_s = \frac{۵}{۶}A = \frac{۵}{۶}bh = \frac{bL}{۱۲}$$

$$\frac{\Delta_{\text{برشی}}}{\Delta_{\text{خمشی}}} = \frac{\frac{۲۸/۸P}{Eb}}{\frac{۴۰۰۰P}{Eb}} = ۷/۲ \times ۱۰^{-۳}$$

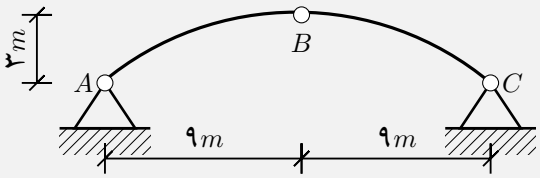
$$\text{درصد افزایش} = ۷/۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰۰ = ۰/۷۲٪$$

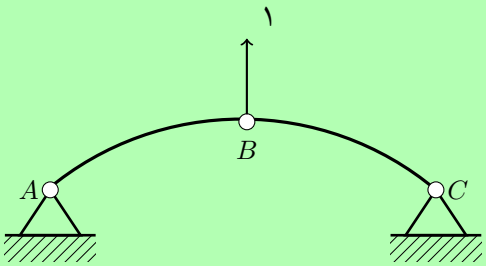
$$\Delta U = ۰/۷۲٪$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۵. پیش بینی می شود در اثر بارهای وارده نقطه B به اندازه $۳cm$ جابجایی قائم به طرف پایین داشته باشد. به منظور جلوگیری از این جا به جایی تکیه گاه A چند سانتی متر به سمت تکیه گاه C باید کشیده شود؟ (سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۱ ۴) ۲





$$\sum F_y = ۰ \qquad A_y = C_y = \frac{۱}{۲} \downarrow$$

$$\underline{AB}: \quad \sum M_C = ۰ \qquad A_x \times ۳ - \frac{۱}{۲} \times ۹ = ۰ \qquad A_x = \frac{۳}{۲} \leftarrow$$

نشست افقی تکیه گاه را باید طوری بیابیم که جابجایی قائم B به مقدار سه سانتی متر به سمت بالا شود.

$$\Delta_B + (\text{کار ناشی از نشست}) = ۰$$

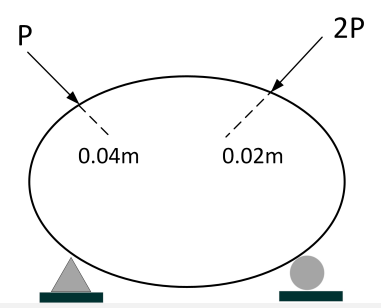
$$۳ - \frac{۳}{۲} \times (\text{نشست}) = ۰$$

$$\text{نشست} = ۲cm$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۶. سازه ی الاستیک خطی مطابق شکل مفروض است. اگر انرژی تغییر شکل این سازه را بر حسب نیروهای وارده P بیان کنیم، $U = U(p)$ کدام رابطه صحیح است؟ (سراسری ۸۹)

۱) $\frac{\partial U}{\partial P} = ۰/۰۵m$ ۲) $\frac{\partial U}{\partial P} = ۰/۰۴m$ ۳) $\frac{\partial U}{\partial P} = ۰/۰۶m$ ۴) $\frac{\partial U}{\partial P} = ۰/۰۸m$



قضیه کاستیلیانو

$$\frac{\partial U}{\partial Q} = Q \text{ تغییر مکان در راستای بار}$$

$$Q_۱ = P \qquad Q_۲ = ۲P$$

$$\frac{\partial U}{\partial P} = \frac{\partial U}{\partial Q_۱} \times \frac{\partial Q_۱}{\partial P} + \frac{\partial U}{\partial Q_۲} \times \frac{\partial Q_۲}{\partial P}$$

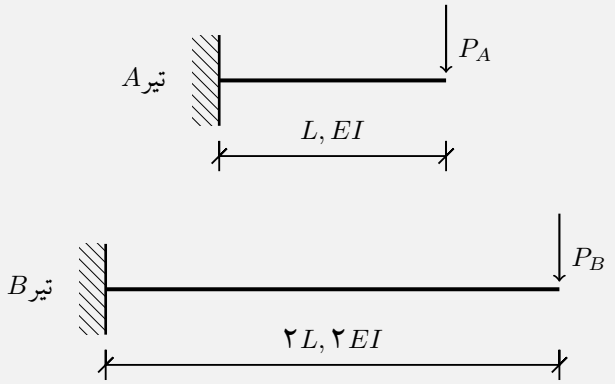
$$\frac{\partial U}{\partial P} = ۰/۰۴ \times ۱ + ۰/۰۲ \times ۲ = ۰/۰۸m$$

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial P} = ۰/۰۸m}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۷. اگر انرژی ذخیره شده در تیرهای A و B در اثر خمش برابر باشد، نسبت $\frac{P_A}{P_B}$ چقدر است؟ (سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{۲}$



تیر A : $U_A = \frac{۱}{۲} P_A \Delta_A = \frac{P_A}{۲} \frac{P_A L^۳}{۳EI} = \frac{P_A^۲ L^۳}{۶EI}$

تیر B : $U_B = \frac{۱}{۲} P_B \Delta_B = \frac{P_B}{۲} \frac{P_B (۲L)^۳}{۳(۲EI)} = \frac{۲ P_B L^۳}{۳EI}$

$$U_A = U_B$$

$$\frac{P_A}{P_B} = ۲$$