https://t.me/schoolofstructuralanalysis

تحلیل سازه یک

نمونه سوالات کنکور

۸۹-۸۱

سازه های نامعین

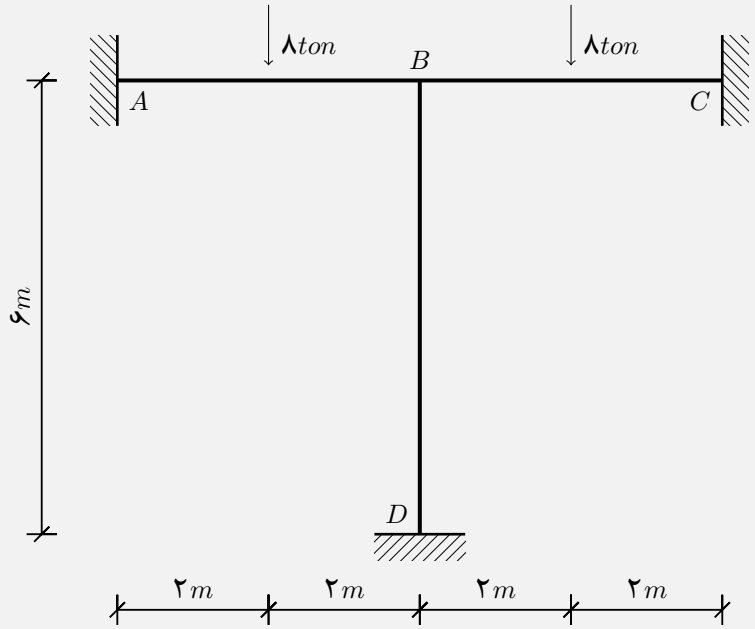
مرتضی دهقان

۱۷ مرداد ۱۳۹۸

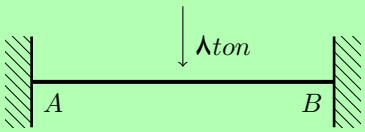
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱. M_A را بر حسب $t.m$ حساب کنید؟ (سراسری ۸۱)

۱) -۲ ۲) -۴ ۳) -۸ ۴) -۱۶



سازه BD نسبت به محور متقارن می باشد.



$$M_A = -\frac{PL}{۸} = -\frac{۸ \times ۴}{۸} = -۴\text{ton.m}$$

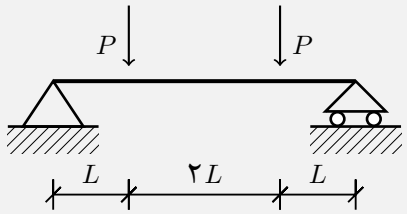
$$M_A = -۴t.m$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲. اگر تغییر شکل حداکثر مربوط به حالت های الف و ب مطابق زیر داده شده باشند، نیروی به وجود آمده در تکیه گاه فنری در حالت ج چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۱)

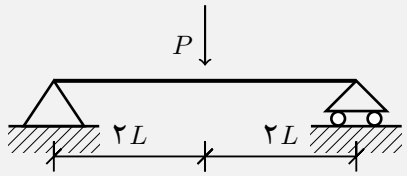
۱) P ۲) $۲P$ ۳) $-\frac{P}{۲}$ ۴) $\frac{۳P}{۲}$

الف



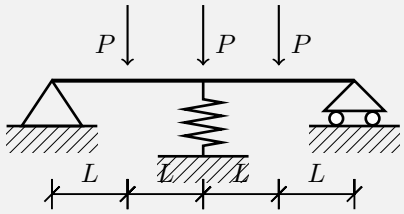
$$\Delta_{max}=\frac{۱۱PL^{۳}}{۶EI}$$

ب



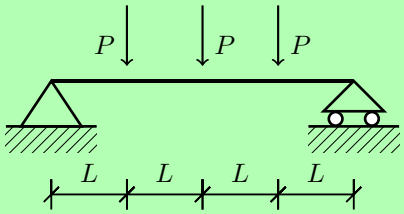
$$\Delta_{max}=\frac{۴PL^{۳}}{۳EI}$$

ج



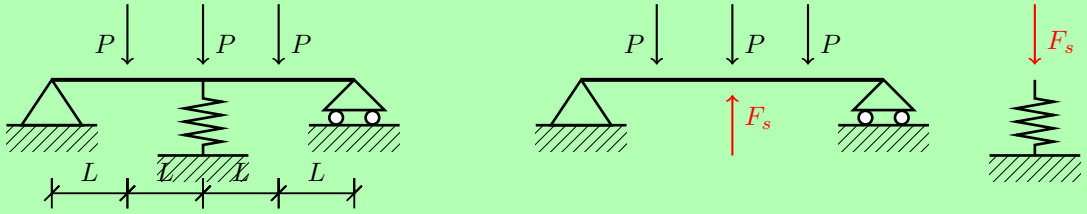
$$K=\frac{EI}{۵L^{۳}}$$

الف+ب



$$\Delta_{max}=\frac{۴PL^{۳}}{۳EI}+\frac{۱۱PL^{۳}}{۶EI}=\frac{۱۹PL^{۳}}{۶EI}\downarrow$$

ج



$$\Delta_s=\frac{F_s}{K}=\frac{۵F_sL^{۳}}{EI}\downarrow \qquad \Delta_{۳P}=\frac{۱۹PL^{۳}}{۶EI}\downarrow \quad \Delta_{F_s}=\frac{۴F_sL^{۳}}{۳EI}\uparrow$$

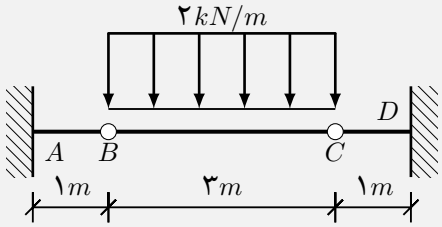
$$\Delta_{۳P}+\Delta F_s=\Delta_S \qquad +\uparrow -\frac{۱۹PL^{۳}}{۶EI}+\frac{۴F_sL^{۳}}{۳EI}=-\frac{۵F_sL^{۳}}{EI}$$

$$F_s=\frac{P}{۲}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

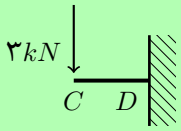
۳. Δ_C را حساب کنید. (EI ثابت است.)(سراسری ۸۱)

۱) $\frac{۱}{EI}$ ۲) $\frac{۲}{EI}$ ۳) $\frac{۳}{EI}$ ۴) $\frac{۶}{EI}$



عضو BC ،عضو دو سر مفصل

$$B_y = C_y = ۳kN$$



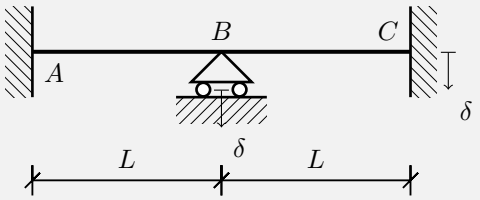
$$\Delta_C = \frac{PL^۳}{۳EI} = \frac{۳ \times ۱^۳}{۳EI} = \frac{۱}{EI}$$

$$\Delta_C = \frac{۱}{EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴. در تیر ممتد شکل مقابل با صلبیت خمشی ثابت EI، تحت نشست های تکیه گاهی نشان داده شده، M_{AB} کدام است؟ (سراسری ۸۱)

۱) $\frac{۳EI\delta}{L^۲}$ ۲) $\frac{۶EI\delta}{L^۲}$ ۳) $\frac{۷/۵EI\delta}{L^۲}$ ۴) $\frac{۴/۵EI\delta}{L^۲}$



$$M_{AB} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_A + \theta_B - ۳\psi_{AB}) + FEM_{AB}$$

$$\theta_A = ۰ \quad \theta_B = ? \quad \psi_{AB} = \frac{\delta}{L} \quad FEM_{AB} = ۰$$

$$M_{AB} = \frac{۲EI}{L}(\theta_B - ۳\frac{\delta}{L})$$

$$M_{BA} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_B + \theta_A - ۳\psi_{BA}) + FEM_{BA}$$

$$M_{BA} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_B - ۳\frac{\delta}{L})$$

$$M_{BC} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_B + \theta_C - ۳\psi_{BC}) + FEM_{BC}$$

$$M_{BC} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_B)$$

تعادل لنگر در گره B $\quad M_{BA} + M_{BC} = ۰$

$$\frac{۸EI}{L}\theta_B - \frac{۶EI\delta}{L^۲} = ۰ \quad \theta_B = \frac{۳\delta}{۴L}$$

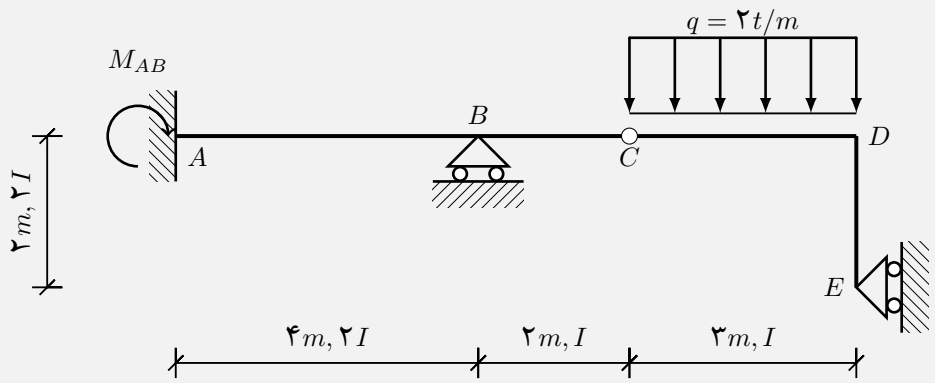
$$M_{AB} = \frac{۲EI}{L}(\frac{۳\delta}{۴L} - \frac{۳\delta}{L})$$

$$M_{AB} = -\frac{۴/۵EI\delta}{L^۲}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۵. میزان M_{AB} بر حسب $t.m$ چقدر است؟ (سراسری ۸۱)

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۴/۵ ۴) ۳−



$\underline{CDE}: \quad \sum F_y = ۰ \quad C_y = ۶t$

$M_B = ۶ \times ۲ = ۱۲t.m$

$M_{AB} = \frac{۱۲}{۲} = ۶t.m$

$M_{AB} = ۶t.m$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

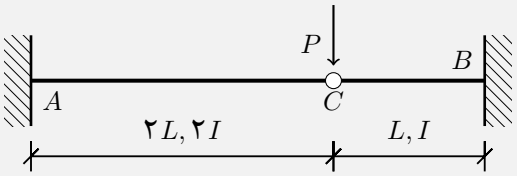
۶. در تیر مقابل قدر مطلق لنگرهای انتهایی تحت اثر بار متمرکز P کدامند؟ (توجه: ممان اینرسی قطعه AC دو برابر ممان اینرسی قطعه BC است.) (سراسری ۸۲)

۱) $M_A = \frac{PL}{۵}, M_B = \frac{۴PL}{۵}$

۲) $M_A = \frac{۲PL}{۵}, M_B = \frac{۴PL}{۵}$

۳) $M_A = \frac{۲PL}{۵}, M_B = \frac{۳PL}{۵}$

۴) $M_A = \frac{PL}{۲}, M_B = \frac{PL}{۲}$



تیرهای BCو ACبا یکدیگر موازی می باشند و در محل مفصل دارای یک جابجایی می باشند.

$$K_{AC} = \frac{۳ \times ۲I}{(۲L)^۳} = \frac{۳EI}{۴L^۳}$$

$$K_{BC} = \frac{۳EI}{L^۳}$$

$$F_{BC} = \frac{P}{K_{AC} + K_{BC}} K_{BC} = \frac{P}{\frac{۳EI}{۴L^۳} + \frac{۳EI}{L^۳}} \times \frac{۳EI}{L^۳} = \frac{۴}{۵}P$$

$$M_{BC} = \frac{۴}{۵}P \times L = \frac{۴}{۵}PL$$

$$F_{AC} = P - \frac{۴}{۵}P = \frac{P}{۵}$$

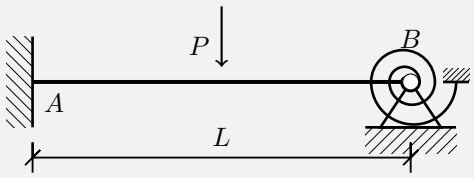
$$M_{AC} = \frac{P}{۵}P \times ۲L = \frac{۲PL}{۵}$$

$$M_A = \frac{۲PL}{۵} \qquad M_B = \frac{۴PL}{۵}$$

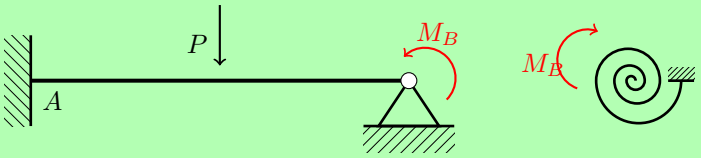
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۷. در تیر شکل مقابل ممان در فنر پیچشی B کدامست؟(EI ثابت است.)(سراسری ۸۲)

۱) $\frac{PL}{۱۲}$ ۲) $\frac{PL}{۱۶}$ ۳) $\frac{PL}{۲۴}$ ۴) $\frac{PL}{۸}$



$$K_\theta = \frac{۲EI}{L}$$



چرخش در نقطه Bبرابر چرخش فنر می باشد.

چرخش در فنر : $\theta_B = \frac{M_B}{K_\theta} = \frac{M_B L}{۲EI}$ ↻

چرخش نقطهB در تیر تحت بار : $\theta_B = \frac{PL^۲}{۳۲EI}$ ↺

چرخش نقطه B تحت لنگر : $\theta_B = \frac{M_B L}{۴EI}$ ↻

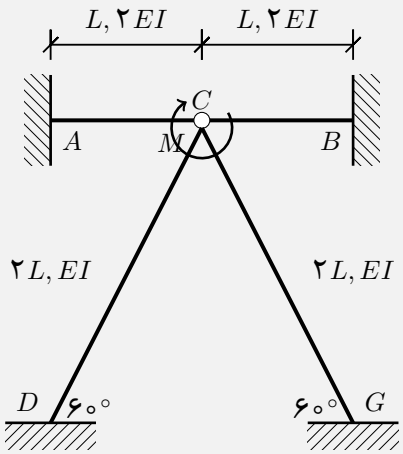
$$+\circlearrowleft \quad \frac{M_B L}{۴EI} + \frac{PL^۲}{۳۲EI} = -\frac{M_B L}{۲EI}$$

$$M_B = \frac{PL}{۲۴}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۸. در سازه شکل زیر لنگر M_{DC} و M_{AC} چقدر خواهد شد؟ (سراسری ۸۲)

۱) $\circ, \frac{M}{۴}$ ۲) $\frac{M}{۴}, \frac{M}{۳}$ ۳) $\circ, \frac{M}{۲}$ ۴) $\frac{M}{۲}, \frac{M}{۶}$



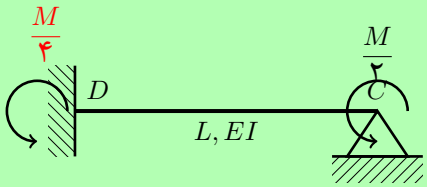
عضوها سازه با بکدیگر موازی می باشند و در گره C دارای چرخش یکسانی می باشند.

با توجه به وجود مفصل در ابتدای عضو های AC و BC لنگری به این دو عضو وارد نمی شود.

$$M_{AC} = \circ \qquad M_{BC} = \circ$$

$$K_{DC} = K_{GC} = \frac{۴EI}{L}$$

$$M_{CD} = \frac{K_{DC}}{K_{DC} + K_{GC}} M = \frac{M}{۲} \qquad M_{DC} = \frac{M}{۴}$$



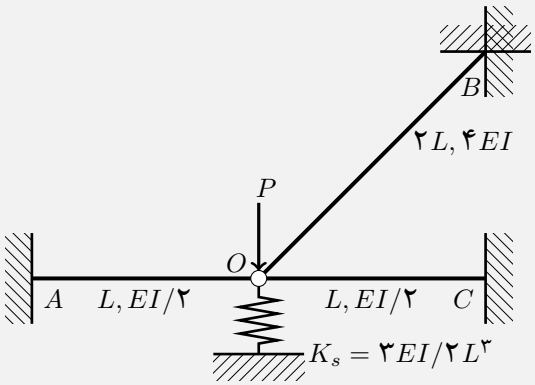
$$M_{AC} = \circ, M_{DC} = \frac{M}{۴}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۹. در سازه مسطح شکل مقابل، بار P عمود بر صفحه سازه در نقطه O به آن اعمال می شود. لنگر خمشی در تکیه گاه B چقدر است؟

صلبیت خمشی اعضا AO و CO برابر $۰/۵EI$ و صلبیت خمشی عضو BO برابر $۴EI$ است. (سراسری ۸۲)

۱) $۰, \frac{PL}{۲}$ ۲) $\frac{PL}{۴}, \frac{M}{۳}$ ۳) $۰, \frac{۳PL}{۴}$ ۴) $\frac{۳PL}{۲}, \frac{M}{۶}$



$$K_{AO} = \frac{۳(EI/۲)}{L^۳} = \frac{۳EI}{۲L^۳} \qquad K_{CO} = \frac{۳(EI/۲)}{L^۳} = \frac{۳EI}{۲L^۳} \qquad K_{BO} = \frac{۳ \times ۴EI}{(۲L)^۳} = \frac{۳EI}{۲L^۳}$$

$$K_{eq} = K_{AO} + K_{BO} + K_{CO} + K_s \qquad K_{eq} = \frac{۶EI}{L^۳}$$

$$\Delta_O = \frac{P}{k_{eq}} = \frac{PL^۳}{۶EI} \qquad F_{AO} = F_{BO} = F_{CO} = F_s = \frac{P}{۴}$$

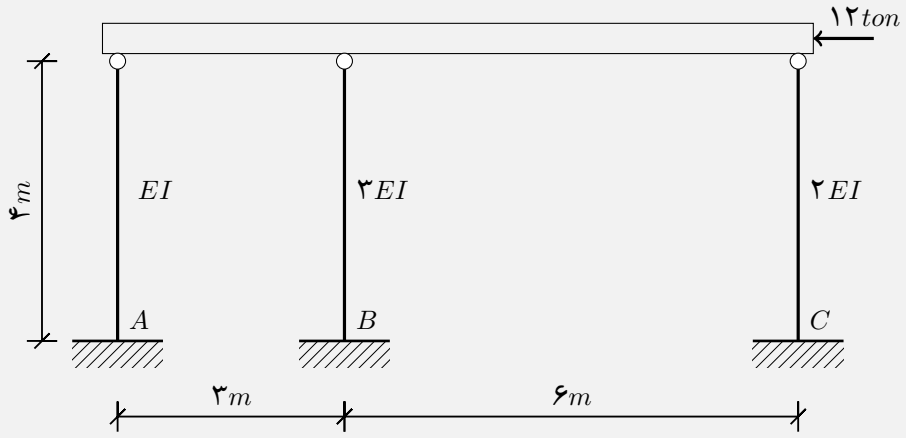
$$M_A = M_C = F_{AO} \times l = \frac{PL}{۴} \qquad M_B = F_{BO} \times ۲L = \frac{PL}{۲}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۰. لنگرهای انتهایی ستونها در سازه داده شده برابر است با: (واحد لنگر $ton.m$)(سراسری ۸۲)

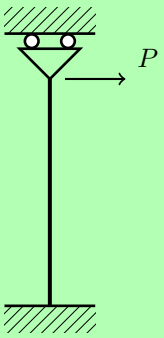
۱) $M_A = M_B = M_C = ۱۶$ ۲) $M_A = ۳M_B = ۲M_C = ۲۴$

۳) $M_A = ۸, M_B = ۳M_A, M_C = ۲M_A$ ۴) $M_A = M_C = ۲۴, M_B = ۰$



با توجه به صلب بودن تیر تغییر مکان انتهای همه ستون های قاب یکسان می باشد.

در نتیجه ستون های قاب به صورت فنرهای موازی عمل می کنند.



$$K = \frac{۳EI}{L^۳}$$

$$K_A = \frac{۳EI}{۴^۳} = \frac{۳EI}{۶۴}$$

$$K_B = \frac{۳ \times ۳EI}{۴^۳} = \frac{۹EI}{۶۴} \qquad K_C = \frac{۳ \times ۲EI}{۴^۳} = \frac{۳EI}{۳۲}$$

$$K_{\text{total}} = \frac{۹EI}{۳۲}$$

$$M_A = \frac{K_A}{K_{\text{total}}} \times ۱۲ \times ۴ = ۸ton.m$$

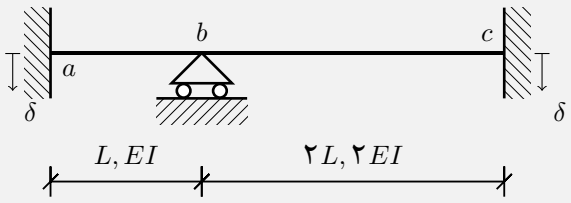
$$M_B = ۲۴ton.m \qquad M_C = ۱۶ton.m$$

$$M_A = ۸, M_B = ۳M_A, M_C = ۲M_A$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۱. در تیر شکل مقابل تحت نشست های تکیه گاهی نشان داده شده M_{ab} کدام است؟ (سراسری ۸۳)

۱) $\frac{۳EI\delta}{L^۲}$ ۲) $\frac{۶EI\delta}{L^۲}$ ۳) $\frac{۳/۷۵EI\delta}{L^۲}$ ۴) $\frac{۵/۲۵EI\delta}{L^۲}$



قضیه شیب افت

$$M_{ab} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_a + \theta_b - ۳\psi_{ab}) + FEM_{ab}$$

$$\theta_a = ۰ \quad \theta_b = ? \quad \psi_{ab} = -\frac{\delta}{L} \quad FEM_{ab} = ۰$$

$$M_{ab} = \frac{۲EI}{L}(\theta_b + ۳\frac{\delta}{L})$$

$$\theta_C = ۰ \quad \psi_{ba} = -\frac{\delta}{L} \quad \psi_{bc} = \frac{\delta}{۲L} \quad FEM_{ba} = FEM_{bc} = ۰$$

$$M_{ba} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_b + ۳\frac{\delta}{L})$$

$$M_{bc} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_b - ۳\frac{\delta}{۲L})$$

تعادل لنگر در گره b $\quad M_{ba} + M_{bc} = ۰$

$$\frac{۲EI}{L}(۴\theta_b + \frac{۳\delta}{۲L}) = ۰ \quad \theta_b = -\frac{۳\delta}{۸L}$$

$$M_{ab} = \frac{۲EI}{L}(-\frac{۳\delta}{۸L} + ۳\frac{\delta}{L}) = \frac{۲۱}{۴}\frac{EI\delta}{L^۲}$$

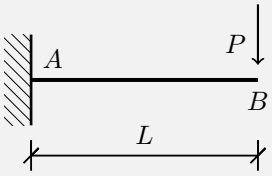
$$M_{ab} = ۵/۲۵\frac{EI\delta}{L^۲}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۲. با استفاده از اطلاعات داده شده در شکل (الف) نیروی موجود در فنر شکل (ب) برابر است با: (سراسری ۸۳)

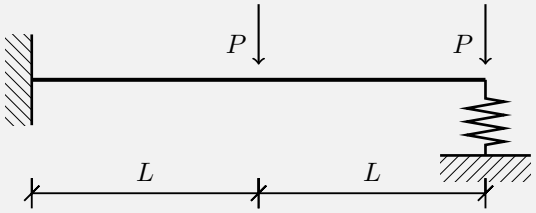
$P(۱$ $\quad \frac{۳}{۲}P(۲$ $\quad \frac{۳}{۸}P(۳$ $\quad \frac{۳}{۴}P(۴$

الف

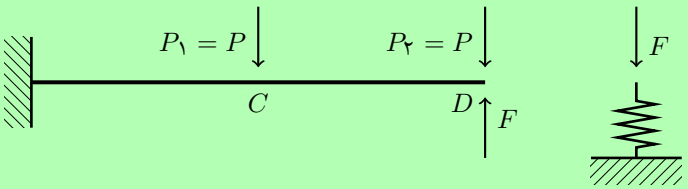


$$\Delta_B = \frac{PL^۳}{۳EI} \qquad \theta_B = \frac{PL^۲}{۲EI}$$

ب



$$K = \frac{EI}{۲L^۳}$$



at $x = L, P$ نیرو $\quad \Delta_C = \frac{PL^۳}{۳EI} \quad \theta_C = \frac{PL^۲}{۲EI} \quad \Delta_{DP۱} = \Delta_B + \theta_C \times L = \frac{۵PL^۳}{۶EI} \downarrow$

at $x = ۲L, P$ نیرو $\quad \Delta_{DP۲} = \frac{P \times (۲L)^۳}{۳EI} = \frac{۸PL^۳}{۳EI} \downarrow$

at $x = ۲L, F$ نیرو $\quad \Delta_{DF} = \frac{F \times (۲L)^۳}{۳EI} = \frac{۸FL^۳}{۳EI} \uparrow$

at $x = ۲L,$ نیرو فنر $\quad \Delta_{\text{فنر}} = \frac{F}{K} = \frac{۲FL^۳}{EI} \downarrow$

$$\Delta_{DP۱} + \Delta_{DP۲} + \Delta_{DF} = \Delta_{\text{فنر}}$$

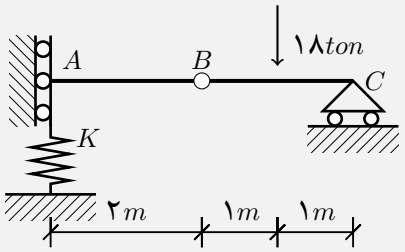
$$+\downarrow \quad \frac{۵PL^۳}{۶EI} + \frac{۸PL^۳}{۳EI} - \frac{۸FL^۳}{۳EI} = \frac{۲FL^۳}{EI}$$

$$F = \frac{۳}{۴}P$$

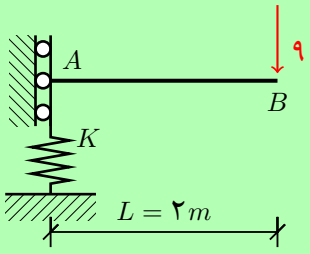
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۳. در تیر شکل مقابل تغییر مکان گره B بر حسب mm کدام است؟($EI = ۱۰۰۰t.m^۲$ و $K = ۲۵۰t/m$) (سراسری ۸۳)

۱) ۳۶ ۲) ۶۰ ۳) ۷۲ ۴) ۸۱



$$\underline{BC} : \sum M_C = ۰ \quad ۱۸ \times ۱ - B_y \times ۲ = ۰ \quad B_y = ۹ \uparrow$$



تیر و فنر سری می باشند و جمع آثار قوای آنها تغییر مکان در سر تیر را می دهد

$$K \to \infty \quad (K_{AB})_{\text{تیر طره}} = \frac{۳EI}{L^۳} = \frac{۳ \times ۱۰۰۰}{۲^۳} = ۳۷۵t/m$$

$$EI \to \infty \quad K_{\text{فنر}} = ۲۵۰t/m$$

$$\Delta_B = \frac{۹}{۳۷۵} + \frac{۹}{۲۵۰} = ۶۰mm$$

$$\frac{۱}{K_{eq}} = \frac{۱}{K_{AB}} + \frac{۱}{K} \quad K_{eq} = ۱۵۰t/m$$

$$\Delta_B = \frac{۹}{۱۵۰} = ۶۰mm$$

$$\Delta_B = ۶۰mm$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

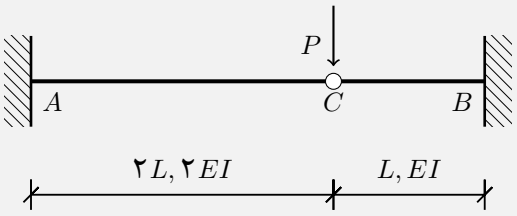
۱۴. مقدار جابجایی نقطه C و لنگر M_{AC} در شکل زیر برابر است با: (سراسری ۸۳)

۱) $-\frac{PL}{۲}, \frac{۸PL^۳}{۱۵EI}$

۲) $-\frac{۲PL}{۵}, \frac{۴PL^۳}{۳EI}$

۳) $-\frac{۲PL}{۵}, \frac{۴PL^۳}{۱۵EI}$

۴) $-\frac{۴PL}{۵}, \frac{PL^۳}{۲EI}$



تیرهای BCو AC با یکدیگر موازی و در نقطه C تغییر مکان یکسانی دارند.

$$K_{AC} = \frac{۳ \times (۲EI)}{(۲L)^۳} = \frac{۳EI}{۴L^۳}$$

$$K_{BC} = \frac{۳EI}{L^۳}$$

$$\Delta_C = \frac{P}{k_{AC} + K_{BC}} = \frac{P}{\frac{۳EI}{۴L^۳} + \frac{۳EI}{L^۳}} = \frac{۴PL^۳}{۱۵EI}$$

$$F_{AC} = \frac{P}{K_{AC} + K_{BC}} \times K_{AC} = \frac{P}{۵}$$

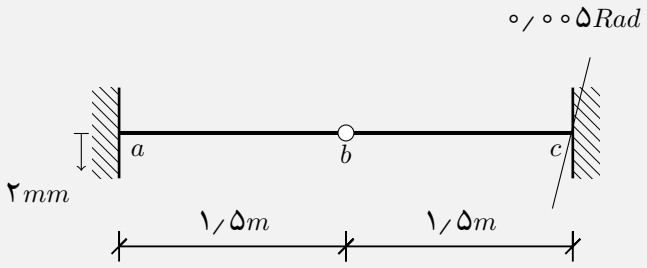
$$M_{AC} = -\frac{P}{۵} \times ۲L = -\frac{۲PL}{۵}$$

$$\Delta_C = \frac{۴PL^۳}{۱۵EI}, M_{AC} = -\frac{۲PL}{۵}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

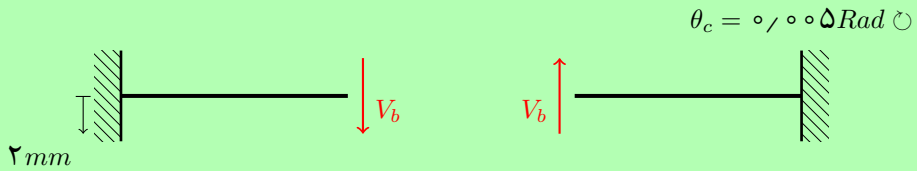
۱۵. در تیر شکل مقابل تحت نشست و چرخش تکیه گاهی نشان داده شده M_{ab} بر حسب $kg.m$ کدام است؟ ($EI = ۱۳۵ton.m^۲$) (سراسری ۸۳)

۱) ۴۰۵ ۲) ۴۹۵ ۳) ۸۵۵ ۴) ۹۴۵



سازگاری تغییر شکل ها در گره b

$$\Delta_b^L = \Delta_b^R$$



$$\Delta_b^L = \frac{V_b L^۳}{۳EI} \downarrow + ۲mm \downarrow \qquad L = ۱/۵m$$

$$\Delta_b^R = \frac{V_b L^۳}{۳EI} \uparrow + ۰/۰۰۵ \times L \uparrow$$

$$+\uparrow: \quad \Delta_b^L = \Delta_b^R$$

$$-\frac{V_b L^۳}{۳EI} - ۰/۰۰۲ = \frac{V_b L^۳}{۳EI} + ۰/۰۰۵ \times L$$

$$V_b = -۰/۵۷ton \qquad V_b = ۰/۵۷ \uparrow\downarrow$$

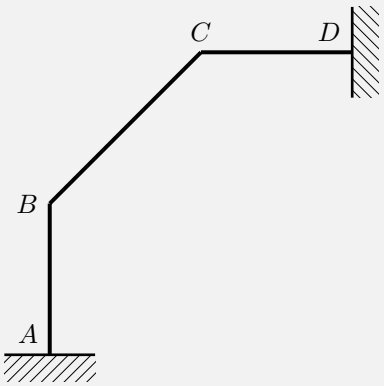
$$M_{ab} = ۰/۵۷ \times ۱/۵ = ۰/۸۵۵ton.m = ۸۵۵kg.m$$

$$\boxed{M_{ab} = ۸۵۵kg.m}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

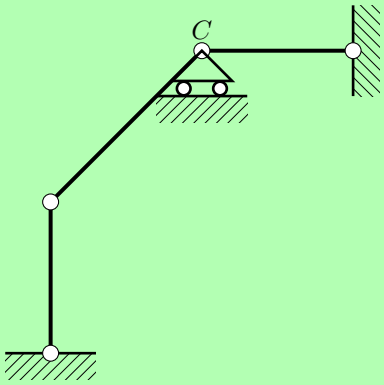
۱۶. سازه شکل مقابل کلا چند Δ مستقل دارد؟ (جابجایی هر گره: Δ)(سراسری ۸۴)

۰(۱ ۱(۲ ۲(۳ ۳(۴



کلیه ی گره های سازه را مشخص کرده و آنها را به مفصل تبدیل می کنیم

تعداد درجات آزادی انتقالی در کل سازه برابر است با تعداد مولفه های تکیه گاهی لازم برای پایدار کردن سازه.



برای پایداری سازه به یک قید اضافی نیاز است.

$$n_{\Delta} = ۲m + n - p$$

تعداد گره های داخلی(غیر تکیه گاهی) : m

تعداد تغییرمکان های تکیه گاهی : n

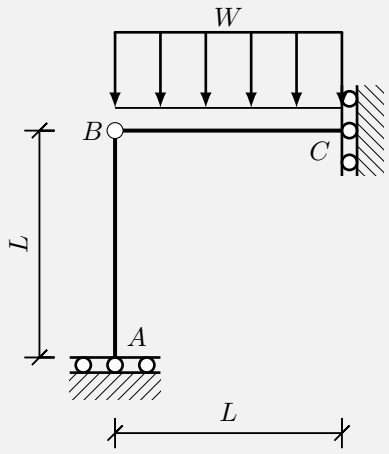
تعداد اعضای فاقد تغییر شکل محوری : p

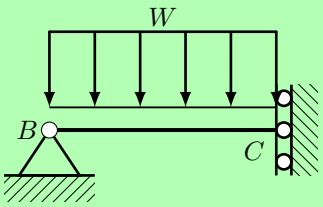
$$m = ۲, n = ۰, p = ۳ \qquad n_{\Delta} = ۲ \times ۲ + ۰ - ۳ = ۱$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۷. در قاب شکل مقابل صلبیت خمشی اعضا EI می باشد. دوران سمت راست مفصل B مربوط به تیر BC مطابق با کدام پاسخ می باشد؟(سراسری ۸۴)

۱) $\frac{WL^۳}{۳EI}$ ۲) $\frac{WL^۳}{۲EI}$ ۳) $\frac{WL^۳}{۴EI}$ ۴) $\frac{WL^۳}{۶EI}$





گره Bبه دلیل عدم وجود تغییرشکل های محوری در جای خود ثابت می ماند.

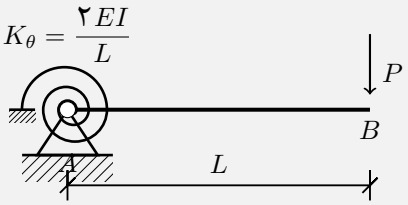
روابط حفظی $\theta_B = \frac{WL^۳}{۳EI}$

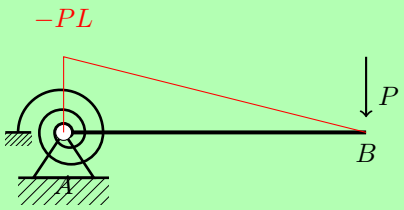
$$\theta_B = \frac{WL^۳}{۳EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۸. در تیر شکل مقابل تغییر مکان گره B کدام است؟(EI ثابت است.) (سراسری ۸۴)

۱) $\frac{PL^۳}{۳EI}$ ۲) $\frac{PL^۳}{۲EI}$ ۳) $\frac{۲PL^۳}{۳EI}$ ۴) $\frac{۵PL^۳}{۶EI}$





$$\Delta_{By} = \int \frac{mM}{EI} + \frac{mM}{k_\theta}$$

$$\Delta_{By} = PL \times L \times L \times \frac{۱}{۳EI} + \frac{L \times PL}{\frac{۲EI}{L}}$$

$$\Delta_{By} = \frac{۵PL^۳}{۶EI}$$

$$K_\theta \to \infty \quad \Delta_B = \frac{PL^۳}{۳EI}$$

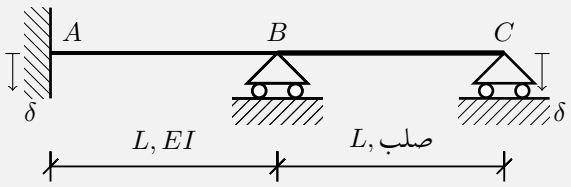
$$EI \to \infty \quad \Delta_B = \theta_A \times L = \frac{\frac{PL}{۲EI}}{L} = \frac{PL^۳}{۲EI}$$

$$(\Delta_B)_{\text{total}} = \frac{PL^۳}{۳EI} + \frac{PL^۲}{۲EI} = \frac{۵PL^۳}{۶EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۱۹. در تیر شکل مقابل تحت نشست های تکیه گاهی نشان داده شده M_{AB} کدام است؟ (سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۸EI\delta}{L^۲}$ ۲) $\frac{۶EI\delta}{L^۲}$ ۳) $\frac{۴EI\delta}{L^۲}$ ۴) $\frac{۳EI\delta}{L^۲}$



قضیه شیب افت

$$M_{AB} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_A + \theta_B - ۳\psi_{AB}) + FEM_{AB}$$

$$\theta_A = ۰ \quad \theta_B = ? \quad \psi_{AB} = -\frac{\delta}{L} \quad FEM_{AB} = ۰$$

با توجه به صلب بودن قطعه BC

$\theta_B = \frac{\delta}{L}$ ↻ ساعت گرد مثبت

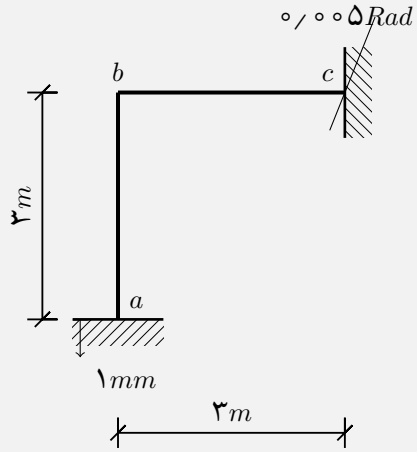
$$M_{ab} = \frac{۲EI}{L}(\frac{\delta}{L} + ۳\frac{\delta}{L})$$

$$M_{ab} = ۸\frac{EI\delta}{L^۲}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۰. در قاب شکل مقابل تحت نشست در تکیه گاه a و دوران در تکیه گاه c، M_{cb} بر حسب $kg.m$ چقدر است؟ (از تغییر شکل های محوری و برسی صرف نظر می گردد. $EI = ۱۴۴۰t.m^۲$)(سراسری ۸۴)

۱) ۸۱۶۰ ۲) ۸۶۴۰ ۳) ۹۱۲۰ ۴) ۱۰۵۶۰



قضیه شیب افت

$$\theta_a = ۰ \quad \theta_c = ۰/۰۰۵ \quad \theta_b = ? \quad \psi_{ab} = ۰ \quad \psi_{cb} = \psi_{bc} = -\frac{۰/۰۰۱}{۳} \quad FEM_{ba} = FEM_{bc} = ۰$$

$$M_{bc} = \frac{۲EI}{۳}(۲\theta_b + ۰/۰۰۵ + ۳\frac{۰/۰۰۱}{۳})$$

$$M_{ba} = \frac{۲EI}{۳}(۲\theta_b)$$

تعادل لنگر در گره b

$$M_{ba} + M_{bc} = ۰$$

$$\frac{۲EI}{۳}(۴\theta_b + ۰/۰۰۶) = ۰ \qquad \theta_b = -۱/۵ \times ۱۰^{-۳} Rad$$

$$M_{cb} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_c + \theta_b - ۳\psi_{cb})$$

$$M_{cb} = \frac{۲ \times ۱۴۴۰ \times ۱۰^۳}{۳}(۲ \times ۰/۰۰۵ - ۰/۰۰۱۵ + \frac{۳ \times ۰/۰۰۱}{۳}) = ۹۱۲۰kg.m$$

$$M_{cb} = ۹۱۲۰kg.m$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

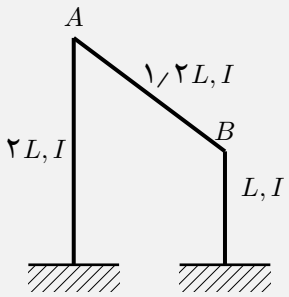
۲۱. در قاب شکل مقابل، چنانچه θ_A و θ_B معلوم باشد، در مورد تعیین M_{AB} کدام درست است؟ (سراسری ۸۴)

۱) با نوشتن معادله شیب افت به دست می آید.

۲) بدون محاسبه Δ (تغییر مکان جانبی) نمی توان M_{AB} را به دست آورد.

۳) با داشتن θ_A و θ_B برش پای ستون ها را باید حساب کرد و سپس لنگر M_{AB} را به دست آورد.

۴) ابتدا باید معادله شیب افت را برای ستون ها نوشت سپس از معادلات تعادل M_{AB} را محاسبه نمود.



$$M_{AB} = \frac{۲EI}{L_{AB}}(۲\theta_A + \theta_B - ۳\psi_{AB})$$

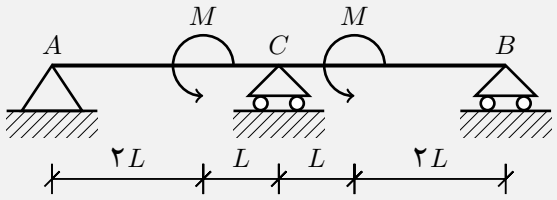
$$\psi_{AB} = \frac{\Delta_B - \Delta_A}{L'}$$

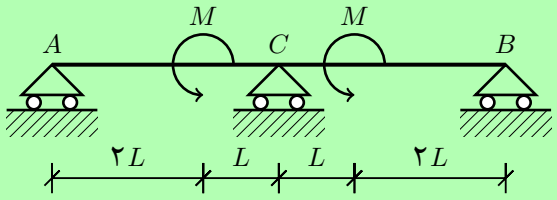
Δ_A و Δ_B در رابطه بالا، تغییر مکان Aو B در راستای عمود بر محور AB می باشند. اما این تغییر مکان ها با هم برابر می باشند زیرا در غیر این صورت عضو AB دارای تغییر طول محوری خواهد بود که خلاف فرضیات روش شیب و افت است. لذا $\psi_{AB} = ۰$ بوده و با معلوم بودن θ_A و θ_B لنگر M_{AB} به دست خواهد آمد.

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

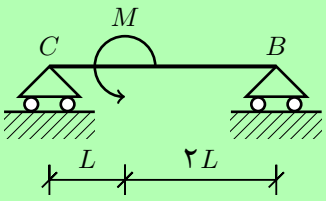
۲۲. در سازه شکل مقابل، عکس العمل B و C چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

۱) $0, -\frac{2M}{3L}$ ۲) $0, -\frac{M}{3L}$ ۳) $-\frac{M}{L}, \frac{M}{L}$ ۴) $-\frac{M}{3L}, \frac{M}{3L}$





با توجه به بارگذاری پادمتقارن بر روی تیر عکس العمل قائم C باید الزاما صفر باشد.



$$\sum M_C = 0 \qquad B_y = \frac{M}{3L}$$

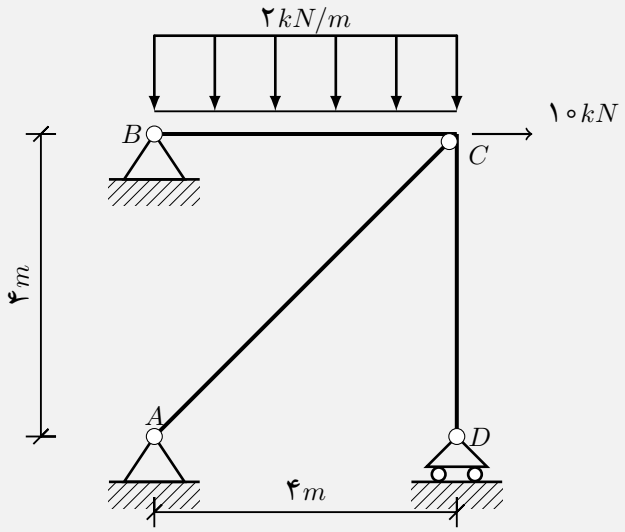
$$B_y = \frac{M}{3L}, C_y = 0$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۳. با صرف نظر کردن از اثر نیروی محوری در قطعه BCD مقدار F_{AC} کدام است؟

سطح مقطع میله $AC = ۲cm^۲$ $I = ۱۰۰cm^۴$ ثابت $E =$ (سراسری ۸۴)

۱) ۰ ۲) $۵kN$ ۳) $۱۰kN$ ۴) $۲۰kN$



با توجه به عدم حضور تغییر شکل های محوری در اعضای BC و CD گره C تغییر مکانی به خود نمی بیند.

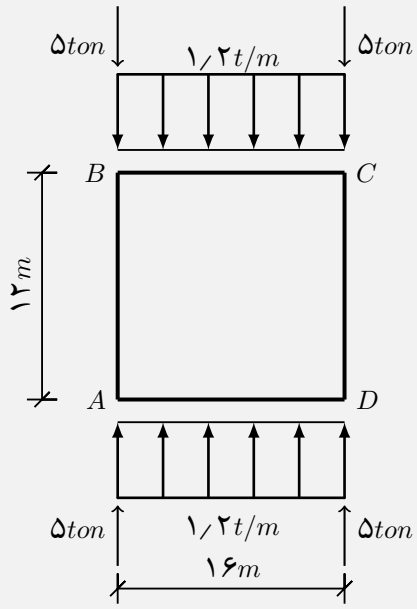
$$\Delta_C = ۰ \quad \Delta L_{AC} = ۰ \quad F_{AC} = ۰$$

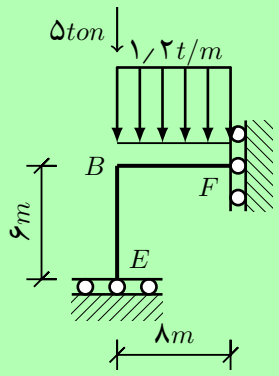
$F_{AC} = ۰$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۴. در سازه شکل زیر چرخش θ_B چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

۱) $\frac{۲۵/۶}{EI}$ ۲) $\frac{۶۱۴/۴}{EI}$ ۳) $\frac{۴۳/۹}{EI}$ ۴) $\frac{۸۷/۸}{EI}$





قضیه شیب افت اصلاح شده

$$M_{BE}=\frac{EI}{۶}(\theta_B-\theta_E)+FEM''_{BE}=۰ \quad \theta_E=۰, FEM''_{BE} \quad M_{BE}=\frac{EI}{۶}\theta_B$$

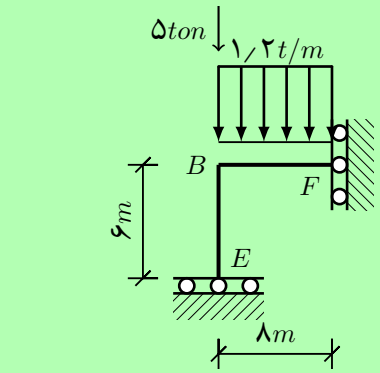
$$M_{BF}=\frac{EI}{۸}(\theta_B-\theta_F)+FEM''_{BF} \quad \theta_F=۰, FEM''_{BF}=-\frac{۱/۲\times ۸^۲}{۳}=-۲۵/۶$$

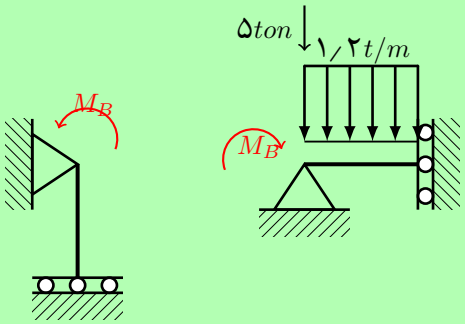
$$M_{BF}=\frac{EI}{۸}\theta_B-۲۵/۶$$

$$M_{BE}+M_{BF}=۰ \quad \frac{۷EI}{۲۴}\theta_B-۲۵/۶=۰$$

$$\theta_B=\frac{۸۷/۸}{EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis





(I) (II)

$$\theta_B^I = \theta_B^{II}$$

$$+\circlearrowleft \quad -\frac{M_B \times ۶}{EI} = \frac{M_B \times ۸}{EI} + \frac{۱/۲ \times ۸^۳}{۳EI} \qquad M_B = -۱۴/۶۳t.m$$

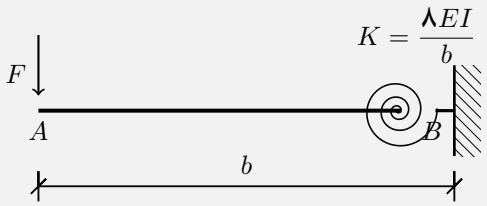
$$\theta_B = \frac{M_B \times ۶}{EI} = \frac{۱۴/۶۳ \times ۶}{EI}$$

$$\theta_B = \frac{۸۷/۸}{EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۵. هنگامی که خمش موثر باشد، دوران A چه مقدار دارد؟ (ثابت $=EI$) (سراسری ۸۵)

۱) $\frac{۵Fb^۲}{۸EI}$ ۲) $\frac{Fb^۲}{۲EI}$ ۳) $\frac{۵Fb^۲}{۶EI}$ ۴) $\frac{۳Fb^۲}{۴EI}$



سازه ناپایدار است. به علت اینکه در فنر پیچشی امکان انتقال نیروی محوری و برشی نیست.

$$K \mapsto \infty \quad \theta_A = \frac{Fb^۲}{۲EI}$$

$$EI \mapsto \infty \quad \theta_A = \frac{Fb}{K} = \frac{Fb^۲}{۸EI}$$

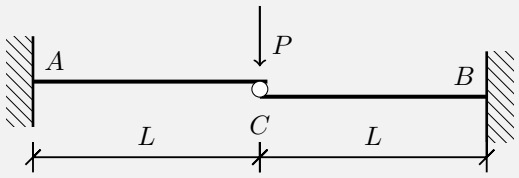
$$(\theta_A)_{\text{totoal}} = \frac{Fb^۲}{۲EI} + \frac{Fb^۲}{۸EI}$$

$$\theta_A = \frac{۵Fb^۲}{۸EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۶. $M_A = ?$ (سراسری ۸۵)

۱) PL ۲) $\frac{PL}{۴}$ ۳) $\frac{PL}{۲}$ ۴) ۰



تیرهای AC و BC موازی بایکدیگر عمل میکنند

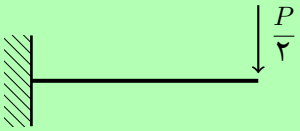
$$K_{AC} = K_{BC} = \frac{۳EI}{L^۳}$$

با توجه به برابر بودن سختی دو قطعه نصف بار به هرکدام می رسد.

$$F_{AC} = F_{BC} = \frac{P}{۲}$$

$$M_A = \frac{P}{۲} \times L = \frac{PL}{۲}$$

سازه و بارگذاری متقارن



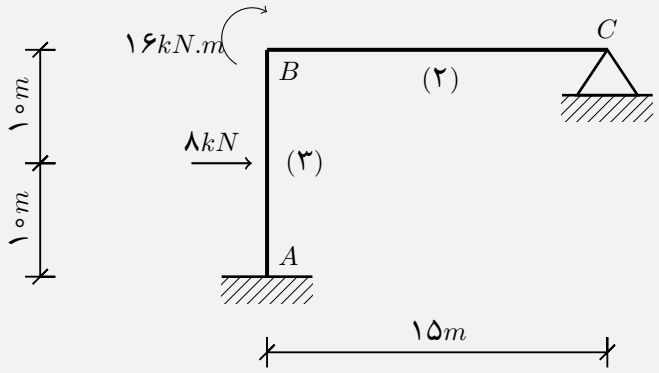
$$M_A = \frac{P}{۲} \times L = \frac{PL}{۲}$$

$$M_A = \frac{PL}{۲}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۷. اعداد نوشته شده داخل پرانتز مقادیر نسبی $\frac{I}{L}$ اعضا می باشد. M_A را حساب کنید. (سراسری ۸۵)

۱) $-۴/۳۳kN.m$ ۲) $-۱۶/۳۳kN.m$ ۳) $-۲۱/۳۳kN.m$ ۴) $-۴۰/۳۳kN.m$



شیب افت

$$M_A = M_{AB} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_A + \theta_B - ۳\psi_{AB}) + FEM_{AB}$$

$$\theta_A = ۰ \quad \theta_B = ? \quad FEM_{AB} = -\frac{۸ \times ۲۰}{۸} = -۲۰kN.m \quad \frac{I}{L} = ۳$$

$$M_{AB} = ۶E\theta_B - ۲۰$$

$$M_{BA} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_B + \theta_A - ۳\psi_{BA}) + FEM_{BA}$$

$$\theta_B = ? \quad \theta_A = ۰ \quad FEM_{BA} = \frac{PL}{۸} = ۲۰ \quad \frac{I}{L} = ۳$$

$$M_{BA} = ۱۲E\theta_B + ۲۰$$

$$M_{BC} = \frac{۳EI}{L}(\theta_B - \psi_{BC}) + FEM'_{BC}$$

$$\theta_B = ? \quad \psi_{BC} = ۰ \quad FEM'_{BC} = ۰ \quad \frac{I}{L} = ۲$$

$$M_{BC} = ۶E\theta_B$$

معادله تعادل لنگر در گره B

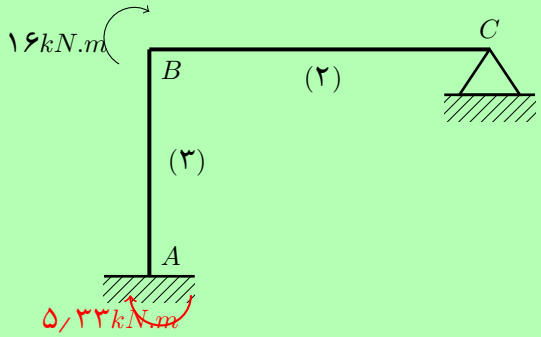
$$M_{BA} + M_{BC} = ۱۶$$

$$۱۸E\theta_B + ۲۰ = ۱۶ \quad \theta_B = -\frac{۲}{۹E}$$

$$M_A = ۶E \times \frac{-۲}{۹E} - ۲۰$$

$$M_A = -۲۱/۳۳kN.m$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

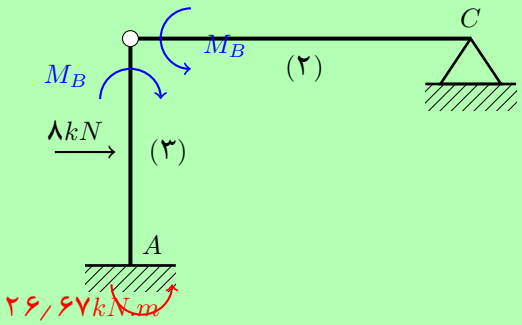


دو تیر سازه به صورت موازی عمل کرده و در گره B دارای چرخش یکسانی هستند.

$$K_{BC}=\frac{۳EI}{L}=۶E \qquad K_{AB}=\frac{۴EI}{L}=۱۲E$$

$$M_{BA}=M\times\frac{K_{AB}}{K_{AB}+K_{BC}}=۱۶\times\frac{۱۲E}{۱۲E+۶E}=\frac{۳۲}{۳}$$

$$M_A=M_{AB}=\frac{M_{BA}}{۲}=\frac{۳۲}{۶}=۵/۳۳\circlearrowleft$$



$$\theta_B^{AB}=\theta_B^{BC}$$

$$+\circlearrowleft \qquad \frac{M_BL_{AB}}{۴EI_{AB}}-\frac{۸L_{AB}^{۲}}{۳۲EI_{AB}}=-\frac{M_BL_{BC}}{۳EI_{BC}}$$

$$M_B=\frac{۲۰}{۳}$$

$$M_A=\frac{M_B}{۲}-\frac{۳\times۸\times۲۰}{۱۶}=-۲۶/۶۷kN.m \qquad M_A=۲۶/۶۷\circlearrowleft$$

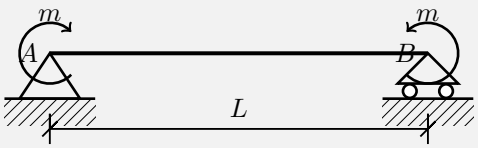
$$M_A=۲۶/۶۷-۵/۳۳=۲۱/۳۳\circlearrowleft$$

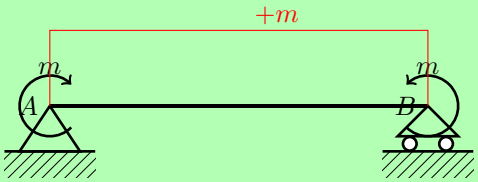
$$M_A=-۲۱/۳۳kN.m$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۷. مقدارهای انحراف A از مماسی بر Bو نیز دوران A کدام اند؟ (ثابت $=EI$) (سراسری ۸۵)

۱) $\frac{mL}{۳EI}, \frac{mL^۲}{۳EI}$ ۲) $\frac{mL}{EI}, \frac{mL^۲}{EI}$ ۳) $\frac{mL}{۴EI}, \frac{mL^۲}{۴EI}$ ۴) $\frac{mL}{۲EI}, \frac{mL^۲}{۲EI}$





قضیه اول لنگر سطح

$$\delta_{A/B} = \frac{m \times L}{EI} \times \frac{L}{۲} = \frac{mL^۲}{۲EI}$$

استفاده از روابط حفظی

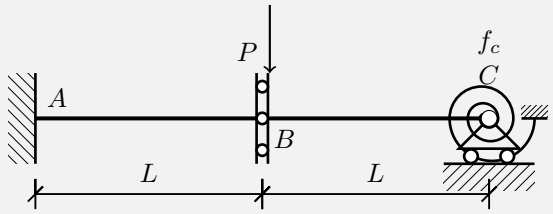
$$\theta_A = \frac{mL}{۳EI} + \frac{mL}{۶EI} = \frac{mL}{۲EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

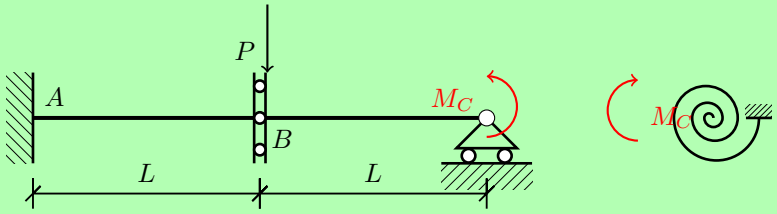
۲۸. در تیر شکل زیر مقدار لنگر فنر را محاسبه نمایید. صلبیت خمشی اعضا EI طول اعضا L و ضریب نرمی فنر $f_c = \frac{L}{EI}$ است.

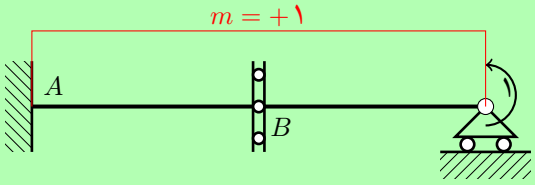
(ضریب نرمی عکس ضریب سختی است.) (سراسری ۸۶)

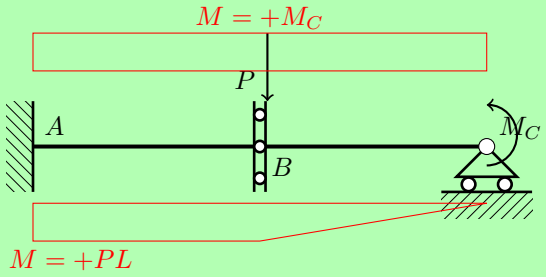
۱) ۰ ۲) PL ۳) $۲PL$ ۴) $۰/۵PL$



$$(\theta_C)_{\text{تیر}} = \theta_{\text{فنر}} = \frac{M_C L}{EI}$$







$$(\theta_C)_{\text{تیر}} = \frac{۱}{EI}\left[۱ \times M_C \times ۲L + ۱ \times PL \times L + \frac{۱ \times PL \times L}{۲}\right] = \frac{۳PL^۲}{۲EI} + \frac{۲M_C L}{EI}$$

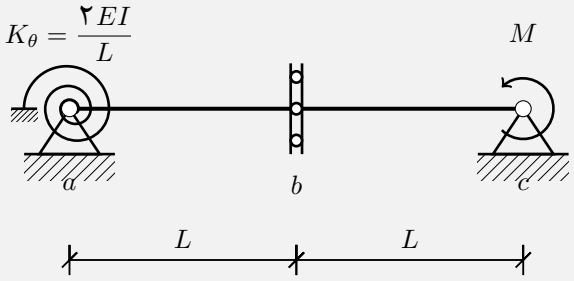
$$+\circlearrowleft \quad (\theta_C)_{\text{تیر}} = \theta_{\text{فنر}} \quad -\frac{۳PL^۲}{۲EI} - \frac{۲M_C L}{EI} = \frac{M_C L}{EI} \quad M_C = -\frac{PL}{۲}$$

پادساعتگرد در فنر $M_C = \frac{PL}{۲}$

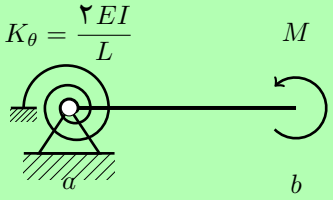
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۲۹. در تیر شکل مقابل تغییر مکان در سمت چپ مفصل برشی b کدام است؟(EI ثابت است.) (سراسری ۸۶)

۱) ۰ ۲) $\frac{ML^۲}{EI}$ ۳) $\frac{ML^۲}{۲EI}$ ۴) $\frac{ML^۲}{۳EI}$



$$\underline{bc}: \quad \sum M_c = ۰ \qquad M_b = M$$



$$K_\theta \mapsto \infty \qquad \Delta_b = \frac{ML^۲}{۲EI}$$

$$EI \mapsto \infty \qquad \Delta_b = \theta_a \times L = \frac{M}{K_\theta} \times L = \frac{ML^۲}{۲EI}$$

$$(\Delta_b)_{\text{total}} = \frac{ML^۲}{۲EI} + \frac{ML^۲}{۲EI}$$

$$\Delta_{by} = \frac{ML^۲}{EI} \uparrow$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۰. کدام مورد (موارد) زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۶)

الف- افزایش متفاوت دما در اعضای یک سازه نامعین باعث به وجود آمدن نیروهای داخلی می گردد.

ب- افزایش متفاوت دما در اعضای یک سازه معین باعث به وجود آمدن نیروهای داخلی نمی گردد.

ج- در روش نیروها حل مسئله با نوشتن معادلات تعادل انجام میگیرد.

د- ماتریس نرمی وقتی متقارن است که اعضا سازه دارای مقطع یکنواخت باشند.

۱)الف ۲)الف،ب ۳)الف،ج ۴)الف،ج،د

الف و ب صحیح می باشند.

اگر با تغییر دما تغییر شکل ها سازگار باشند نیرویی در سازه ایجاد نمیگردد و فقط در سازه تغییر شکل به وجود می آید.

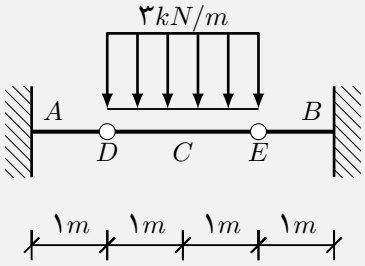
در روش نیروها از معادلات سازگاری به همراه معادلات تعادل استفاده می شود.

متقارن بودن ماتریس نرمی نتیجه ای از قضیه بتی ماکسول است که برای اعضای غیر منشوری نیز صادق است.

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۱. Δ_C را حساب کنید. (EI کلیه اعضا را ثابت فرض کنید.) (سراسری ۸۶)

۱) $\frac{۱}{EI}$ ۲) $\frac{۱/۵}{EI}$ ۳) $\frac{۱/۶۲۵}{EI}$ ۴) $\frac{۰/۶۲۵}{EI}$



عضو DE مانند یک تیر دو سر مفصل

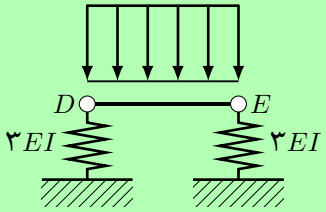
$$\Delta_C = \frac{۵wL^۴}{۳۸۴EI} = \frac{۵ \times ۳ \times ۲^۴}{۳۸۴EI} = \frac{۰/۶۲۵}{EI}$$

دو سر دهانه تیر DEبه اندازه جابجایی سر تیرهای کنسول نیز جابجا می شوند.

$$\Delta_C = \Delta_D = \Delta_E = \frac{PL^۳}{۳EI} = \frac{۳ \times ۱^۳}{۳EI} = \frac{۱}{EI}$$

$$(\Delta_C)_{\text{total}} = \frac{۰/۶۲۵}{EI} + \frac{۱}{EI}$$

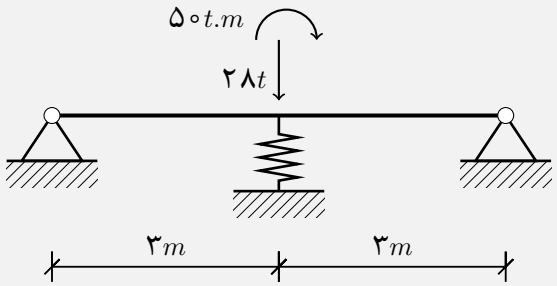
$$(\Delta_C)_{\text{total}} = \frac{۱/۶۲۵}{EI}$$

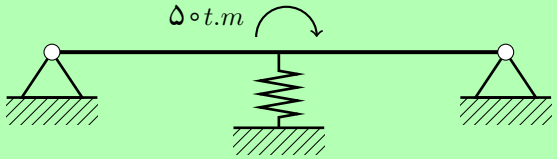


https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۲. تیر شکل مقابل با صلبیت خمشی $۵۴۰۰t.m^۲$ در وسط دهانه بر فنری به سختی $۲۰۰t/m$ اتکا دارد. نیرو در فنر بر حسب ton چقدر است؟ (سراسری ۸۶)

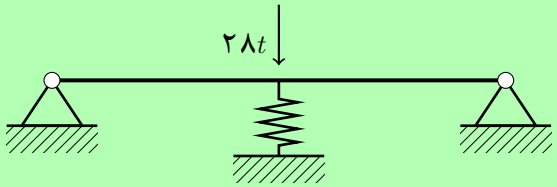
۱) ۴ ۲) ۷ ۳) ۱۰ ۴) ۲۸





با توجه به پاد متقارن بودن بارگذاری نیروی فنر باید صفر باشد تا بارگذاری پاد متقارن حفظ شود.

$$\text{نیروی فنر} = ۰$$



تیر دو سرمفصل و فنر با یکدیگر موازی می باشند.

$$K_{\text{تیر}} = \frac{۴۸EI}{L^۳} = \frac{۴۸ \times ۵۴۰۰}{۶^۳} = ۱۲۰۰t/m \qquad K_{\text{فنر}} = ۲۰۰t/m$$

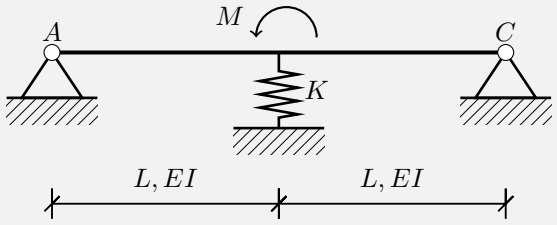
$$F_{\text{فنر}} = ۲۸ \times \frac{K_{\text{فنر}}}{K_{\text{فنر}} + K_{\text{تیر}}} = ۲۸ \times \frac{۲۰۰}{۲۰۰ + ۱۲۰۰} = ۴t$$

$$\text{نیروی فنر} = ۴t$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۳. نیرو در فنر چقدر است؟ ($K = \frac{۳EI}{L^۳}$) (سراسری ۸۶)

۱) ۰ ۲) $\frac{M}{L}$ ۳) $\frac{M}{۳L}$ ۴) $\frac{M}{۲L}$



سازه متقارن و بارگذاری آن پاد متقارن است

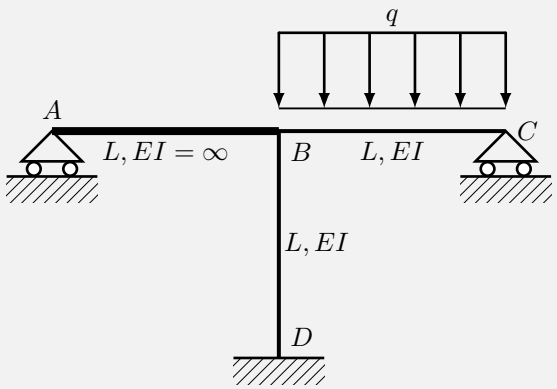
در صورت وجود نیروی فنر پاد متقارن بودن بارگذاری از بین می رود

پس باید نیروی فنر صفر باشد.

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۴. در سازه نشان داده شده عکس العمل A کدام است؟ (سراسری ۸۶)

۱) $\frac{qL}{۴}$ ۲) $\frac{qL}{۲}$ ۳) $\frac{qL}{۱۲}$ ۴) $\frac{qL}{۸}$



با توجه به صلب بودن AB

$$\theta_B = ۰$$

$$M_{BC} = \frac{۳EI}{L}(\theta_B - \psi_{BC}) + FEM'_{BC}$$

$$\theta_B = ۰ \quad \psi_{BC} = ۰ \quad FEM'_{BC} = -\frac{qL^۲}{۸}$$

$$M_{BC} = -\frac{qL^۲}{۸}$$

$$M_{BD} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_B + \theta_D - ۳\psi_{BD}) + FEM_{BD}$$

$$\theta_B = \theta_D = \psi_{BD} = ۰ \quad FEM_{BD} = ۰$$

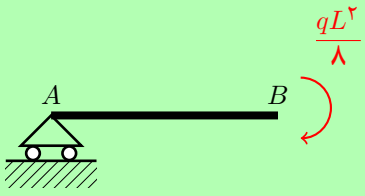
$$M_{BD} = ۰$$

معادله تعادل لنگر حول گره B

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = ۰$$

$$M_{BA} = \frac{qL^۲}{۸}$$

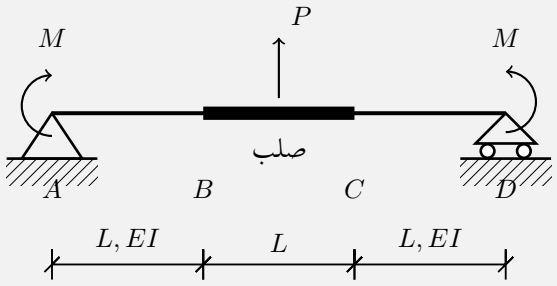
$$\underline{BD} : \sum M_B = ۰ \quad R_A = \frac{qL}{۸}$$

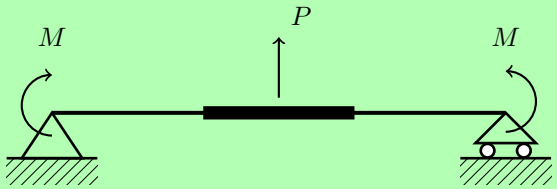


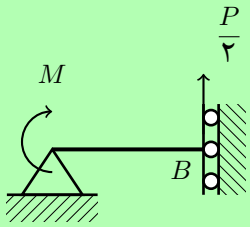
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۵. در تیر شکل روبرو، مطلوبست مقدار بار P تا تیر صلب میانی جابجا نشود. (سراسری ۸۷)

۱) $\frac{۴M}{L}$ ۲) $\frac{۳M}{L}$ ۳) $\frac{۲M}{L}$ ۴) $\frac{۳M}{۲L}$







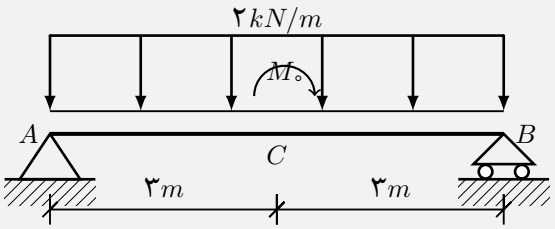
$$\Delta_B = ۰ \qquad \frac{ML^۲}{۲EI} = \frac{\frac{P}{۲}L^۳}{۳EI} \qquad P = \frac{۳M}{L}$$

$$P = \frac{۳M}{L}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۶. $M_\circ$ را آنچنان تعیین کنید که θ_C برابر ۰/۰۲ رادیان گردد. (EI ثابت است.) (سراسری ۸۷)

۱) $0/01EI$ ۲) $0/02EI$ ۳) $0/04EI$ ۴) $0/08EI$



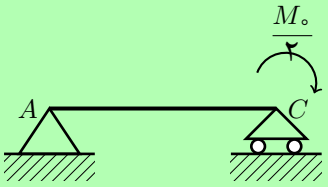
چرخش در وسط تیر تحت بار گسترده با توجه به تقارن بارگذاری صفر می باشد.

چرخش تحت لنگر متمرکز در وسط تیر

$$\theta_C = \frac{ML}{۱۲EI}$$

$$۰/۰۲ = \frac{M_\circ \times ۶}{۱۲EI}$$

$$M_\circ = ۰/۰۴EI$$



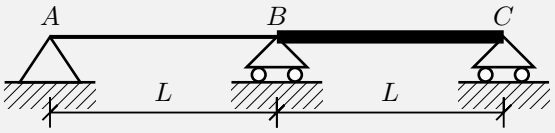
$$\theta_C = \frac{M_\circ \times ۳}{۲ \times ۳EI} = \frac{M_\circ}{۲EI}$$

$$\frac{M_\circ}{۲EI} = ۰/۰۲ \qquad M_\circ = ۰/۰۴EI$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۷. تیر دو دهانه ABC مفروض است. دهانه AB با صلبیت خمشی EI و دهانه BC با صلبیت خمشی بینهایت است. اگر تکیه گاه C به اندازه δ به سمت بالا حرکت کند. لنگر خمشی تکیه گاه B را محاسبه کنید. (سراسری ۸۷)

۱) $\frac{EI\delta}{L^۲}$ ۲) $\frac{۲EI\delta}{L^۲}$ ۳) $\frac{۳EI\delta}{L^۲}$ ۴) $\frac{۶EI\delta}{L^۲}$



قضیه شیب افت

$$\theta_B = -\frac{\delta}{L}$$

$$M_B = M_{BA} = \frac{۳EI}{L}(\theta_B - \psi_{BA}) + FEM'_{BA}$$

$$\theta_B = -\frac{\delta}{L} \quad \psi_{BA} = ۰ \quad FEM'_{BA} = ۰$$

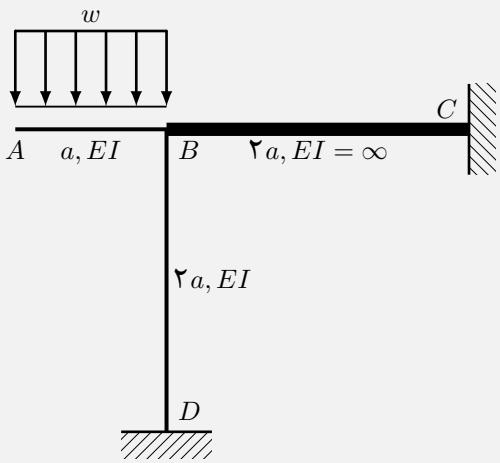
$$M_B = \frac{۳EI}{L}(-\frac{\delta}{L}) = -\frac{۳EI\delta}{L^۲}$$

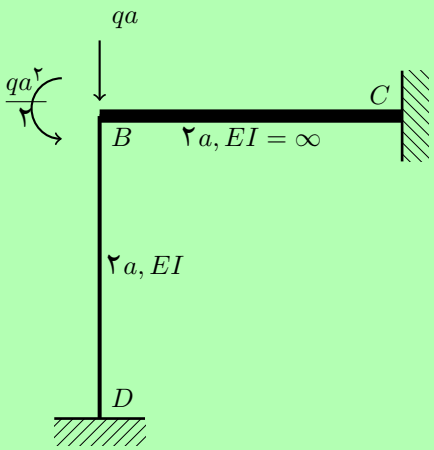
$$M_B = -\frac{۳EI\delta}{L^۲}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۸. در قاب مقابل لنگر انتهای B در ستون BD چقدر است؟ (سراسری ۸۷)

۱) ۰ ۲) $\frac{wa^۲}{۲}$ ۳) $\frac{۲wa^۲}{۳}$ ۴) $\frac{wa^۲}{۴}$





$$M_{BD} = \frac{۲EI}{L}(۲\theta_B + \theta_D - ۳\psi_{BD}) + FEM_{BD}$$

$\theta_B = ۰$ به علت وجود عضو صلب BC

$\theta_D = ۰ \quad \psi_{BD} = ۰ \quad FEM_{BD} = ۰$

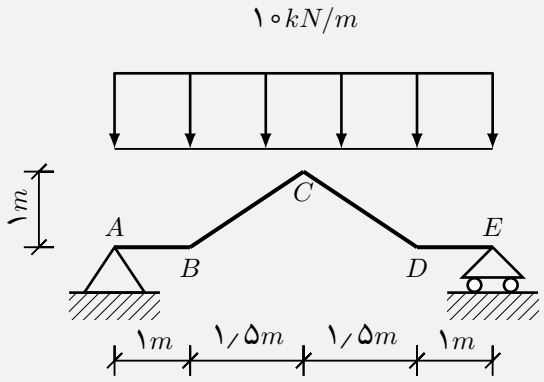
$$M_{BD} = \frac{۲EI}{L}(۰) = ۰$$

$M_{BD} = ۰$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۳۹. شیب نقطه C را حساب کنید. (سراسری ۸۷)

۱) ۰ ۲) $\frac{۲}{EI}$ ۳) $\frac{۳}{EI}$ ۴) $\frac{۸}{EI}$



هندسه و بارگذاری سازه متقارن می باشد

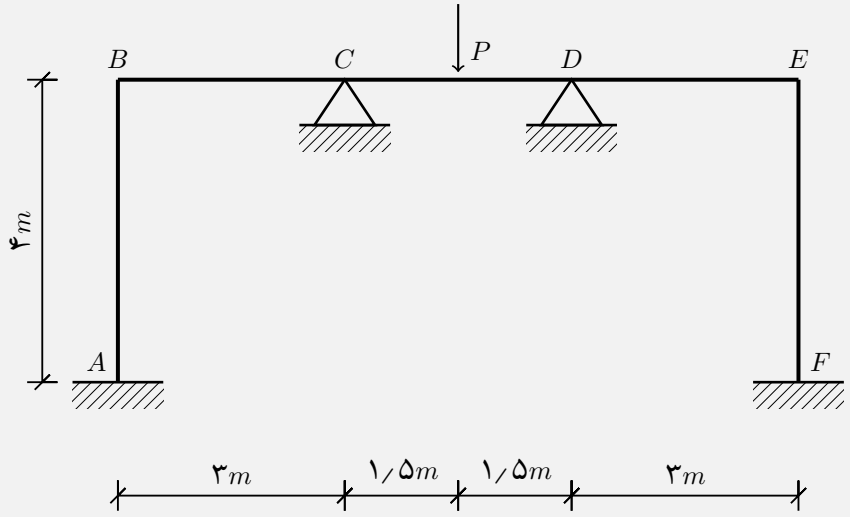
بنابراین شیب نقطه Cکه بر روی محور تقارن قرار دارد برابر صفر می باشد.

$\theta_C = ۰$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۰. P را آنچنان انتخاب کنید که $M_{CD}=۰, \theta_C=\frac{۱}{EI}rad$ (سراسری ۸۷)

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۱۶}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۱۶}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$



هندسه و بارگذاری سازه متقارن است

با توجه به صورت سوال M_{CD}برابر صفر می باشد

بنابراین با توجه به تقارن $M_{DC=۰}$

رفتار تیر CDمانند یک تیر دو سر مفصل می شود.

$$\theta_C=\frac{PL^۲}{۱۶EI}$$

$$\theta_C=\frac{P\times ۳^۲}{۱۶EI}=\frac{۱}{EI} \qquad P=\frac{۱۶}{۹}$$

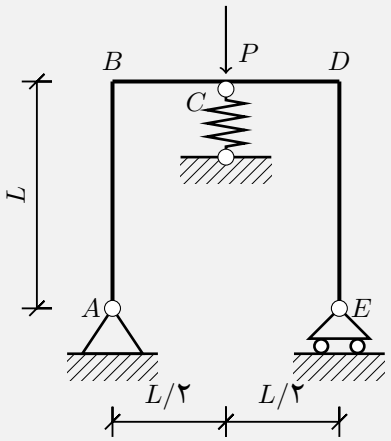
$$P=\frac{۱۶}{۹}$$

توجه: تحت این بارگذاری امکان صفر شدن لنگر در گره های یاد شده وجود ندارد.

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۱. صلبیت خمشی اعضای قاب شکل مقابل EI و فنریت فنر C برابر $\frac{L^3}{48EI}$ می باشد، نیروی فنر را محاسبه کنید. (سراسری ۸۷)

۱) ۰ ۲) $\frac{P}{2}$ ۳) $\frac{P}{3}$ ۴) P



با توج به عدم وجود نیروی برشی در دو ستون تیر BD مانند یک تیر دو سر مفصل عمل میکند.

تیر BDو فنر با یکدیگر موازی می باشند.

$$K_{BD} = \frac{48EI}{L^3} \qquad K_{\text{فنر}} = \frac{48EI}{L^3}$$

$$F_{\text{فنر}} = P \times \frac{K_{\text{فنر}}}{K_{\text{فنر}} + K_{BD}} = \frac{P}{2}$$

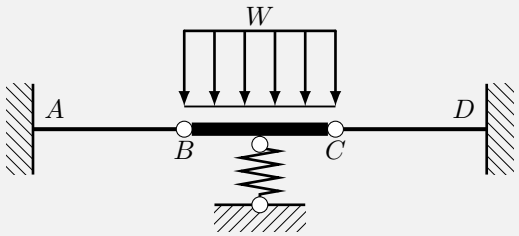
$$\text{نیروی فنر} = \frac{P}{2}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۲. تیر $ABFCD$ در نقاط B و C دارای مفصل است. قسمت BC به طول L و صلبیت خمشی بینهایت و قسمت AB و CD به طول L و صلبیت خمشی EI می باشد. فنر F در وسط تیر BC قرار دارد و ضریب فنریت آن $\frac{L^۳}{۲EI}$ است. نیروی محوری فنر را محاسبه کنید.

(سراسری ۸۷)

۱) ۰ $\quad$ ۲) $\frac{WL}{۴}$ $\quad$ ۳) WL $\quad$ ۴) $\frac{WL}{۲}$

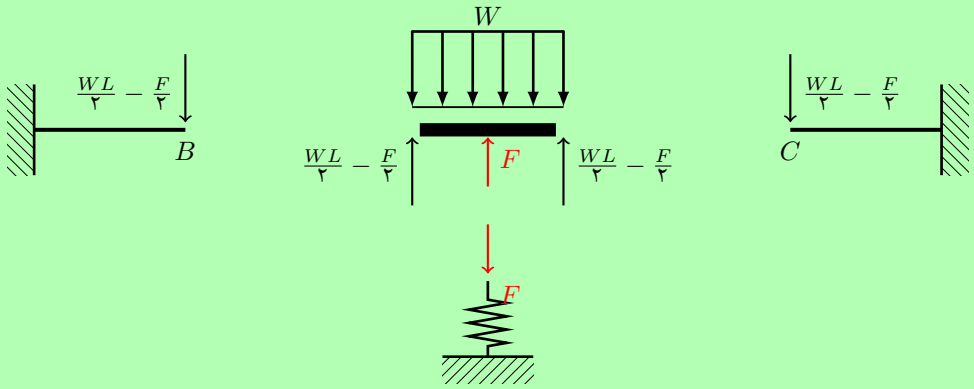


با توجه به وجود تیر صلب و اتصال تیر AB و DC و فنر به یکدیگر،و بارگذاری متقارن ، به صورت موازی عمل می کنند.

$$K_{AB} = K_{DC} = \frac{۳EI}{L^۳} \qquad K_s = \frac{۲EI}{L^۳}$$

$$F_s = WL \times \frac{K_s}{K_{AB} + K_{DC} + K_s} = \frac{WL}{۴}$$

$$\text{نیروی فنر} = \frac{WL}{۴}$$



سازگاری تغییر مکان ها : $\quad \Delta_B = \Delta_C = \Delta_{\text{فنر}}$

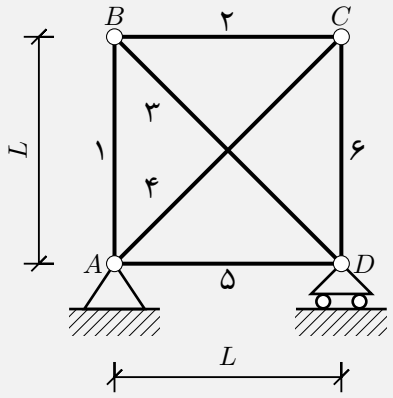
$$+\downarrow \quad \frac{(\frac{WL}{۲} - \frac{F}{۲})L^۳}{۳EI} = \frac{FL^۳}{۲EI}$$

$$\text{نیروی فنر} = \frac{WL}{۴}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

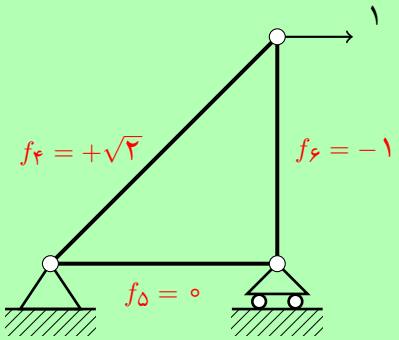
۴۳. خرپای نامعین شکل مقابل مفروض است اگر بر اثر بارگذاری خارجی نیروی محوری اعضا را F_i بنامیم، تغییر مکان افقی C برابر است با: (سراسری ۸۷)

۱) $\frac{L}{EA}(\sqrt{۲}F_۴ - F_۶)$ ۲) $\frac{L}{EA}(F_۴ - ۲F_۶)$ ۳) $\frac{L}{EA}(۲F_۴ - F_۶)$ ۴) $\frac{L}{EA}(F_۴ - \sqrt{۲}F_۶)$



با توجه به اینکه نیروهای به وجود آمده تحت بارگذاری داده شده است

قسمتی معین و پایدار ومناسب از سازه را نتخاب میکنیم.



$$\Delta_{Cx} = \sum \frac{fFL}{EA}$$

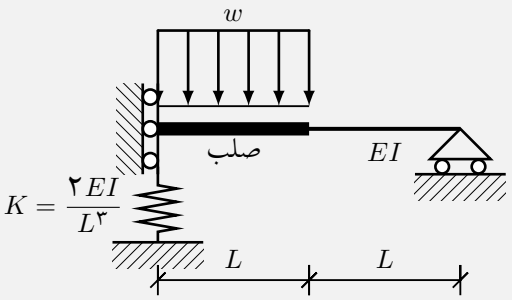
$$\Delta_{Cx} = \frac{\sqrt{۲} \times F_۴ \times L\sqrt{۲}}{EA} + \frac{-۱ \times F_۶ \times L}{EA}$$

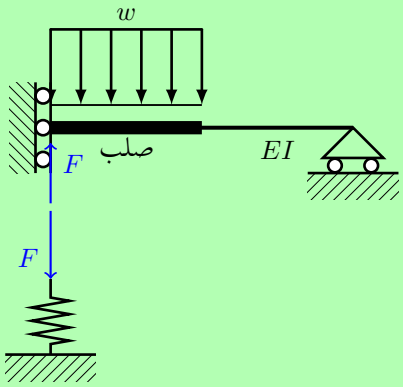
$$\Delta_{Cx} = \frac{(۲F_۴ - F_۶)L}{EA}$$

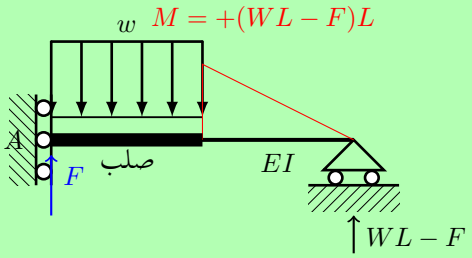
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

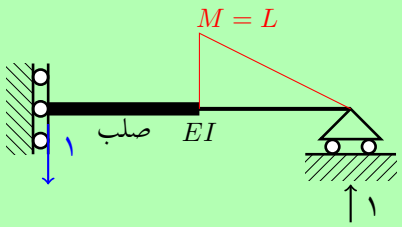
۴۴. در تیر شکل مقابل، نیرو در فنر کدام است؟ (سراسری ۸۸)

۱) $۰/۲wL$ ۲) $۰/۵wL$ ۳) $۰/۵wL$ ۴) $۰/۳wL$









$$\Delta_{Ay} = \frac{L \times (WL - F)L \times L}{۳EI} \downarrow \qquad \Delta_{\text{فنر}} = \frac{F}{K} = \frac{FL^۳}{۲EI} \downarrow$$

$$\Delta_{Ay} = \Delta_{\text{فنر}}$$

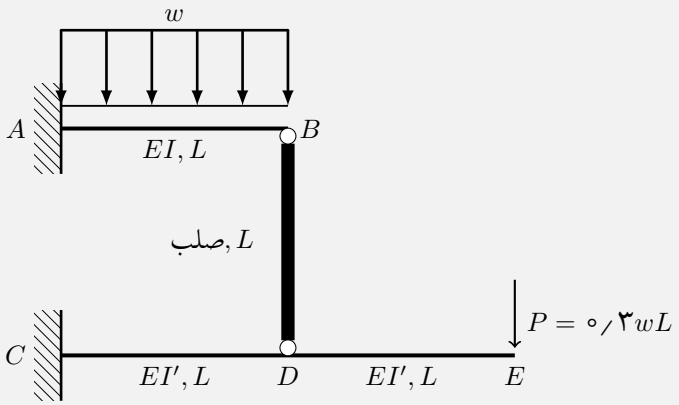
$$+\downarrow: \quad \frac{L^۳(WL - F)}{۳EI} = \frac{FL^۳}{۲EI} \qquad F = ۰/۴WL$$

نیروی فنر $= ۰/۴WL$

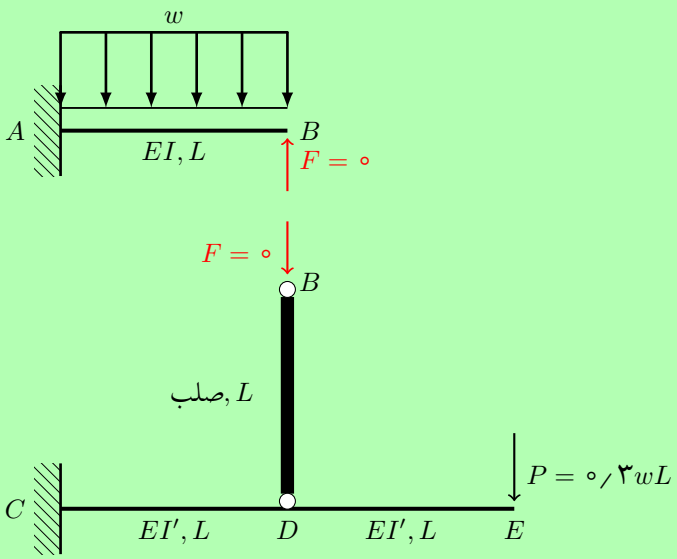
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۵. ممان اینرسی عضو CDE چند برابر ممان اینرسی عضو AB باشد تا مقدار نیرو در عضو BD صفر شود؟ (سراسری ۸۸)

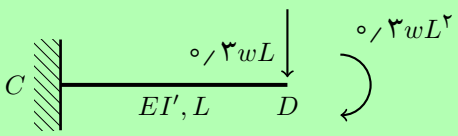
۱) ۰/۵ ۲) ۲ ۳) ۱/۵ ۴) ۱



معادله سازگاری : $\Delta_B = \Delta_D$



$$(\Delta_B)_{AB} = \frac{wL^۴}{۸EI} \downarrow \qquad (\Delta_D)_{CD} = \frac{۰/۳wL \times L^۳}{۳EI'} + \frac{۰/۳wL^۲ \times L^۲}{۲EI'} \downarrow$$

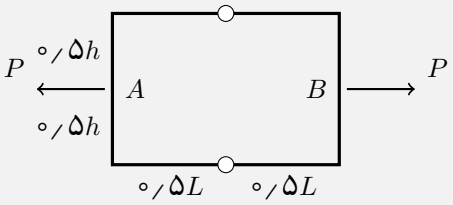


$$(\Delta_B)_{AB} = (\Delta_D)_{CD} \qquad \frac{I'}{I} = ۲$$

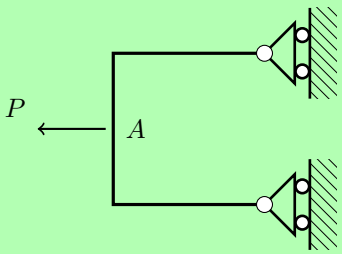
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۶. در سازه نشان داده شده، جابجایی نسبی B و A کدامند؟ (EI برای کلیه عضوها ثابت) (سراسری ۸۸)

۱) $\frac{Ph^۳}{۲۴EI}$ ۲) $\frac{Ph^۳}{۱۹۲EI}$ ۳) $\frac{Ph^۳}{۹۶EI}$ ۴) $\frac{Ph^۳}{۴۸EI}$



ساز ه از لحاظ هندسه و بارگذاری متقارن است.



قاب مانند یک تیر دو سر مفصل

$$\Delta_A = \Delta_B = \frac{Ph^۳}{۴۸EI}$$

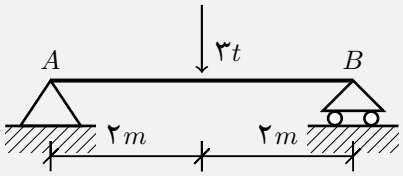
$$\Delta_{AB} = \Delta_A + \Delta_B = \frac{Ph^۳}{۲۴EI}$$

$$\Delta_{AB} = \frac{Ph^۳}{۲۴EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

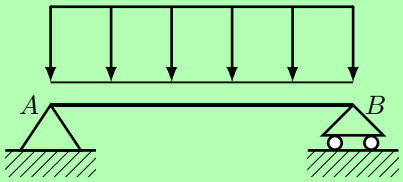
۴۷. تیر AB به طول $۴m$ و صلبیت خمشی $EI = ۱۰^۴ t.m^۲$ مفروض است. مساحت زیر منحنی تغییر شکل بر حسب $cm^۲$ چقدر است؟ (منظور منحنی تغییر شکل ناشی از خمش می باشد.)سراسری ۸۸

۱)۵ ۲)۲۰ ۳)۱۵ ۴)۱۰



قضیه بتی ماکسول

تیری مانند همانند تیر سوال با بارگذاری یکنواخت گسترده واحد در نظر میگیریم



$S_{AB} = ۳ \times$ (تغییر مکان در تیر دوم در راستای بار اعمالی تیر اول $= \Delta$)

$$\Delta = \frac{۵qL^۴}{۳۸۴EI} = \frac{۵ \times ۱ \times ۴^۴}{۳۸۴ \times ۱۰^۴}$$

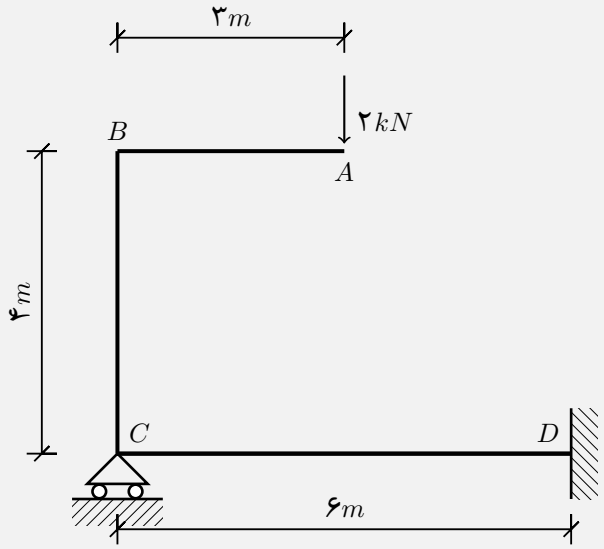
$$S_{AB} = ۳ \times \frac{۵ \times ۱ \times ۴^۴}{۳۸۴ \times ۱۰^۴} = ۱۰cm^۲$$

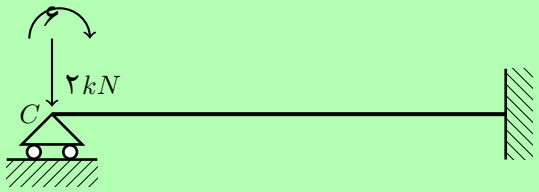
$$S_{AB} = ۱۰cm^۲$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۸. واکنش تکیه گاه C بر حسب kN چقدر است؟ (سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$





عکس العمل تکیه گاه C ناشی از لنگر $= \frac{۳M}{۲L} = \frac{۳ \times ۶}{۲ \times ۶} = \frac{۳}{۲} \downarrow$

ناشی از بار متمرکز در روی تکیه گاه $= ۲ \uparrow$

$$C_y = ۲ - \frac{۳}{۲} = \frac{۱}{۲} \uparrow$$

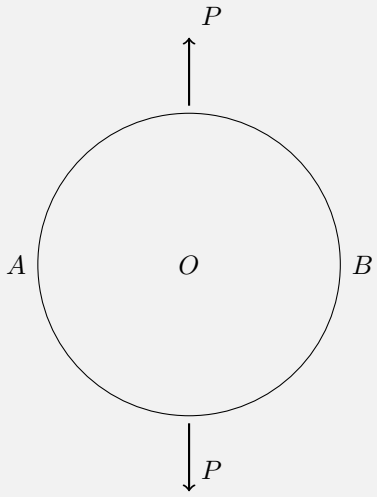
$$C_y = \frac{۱}{۲}$$

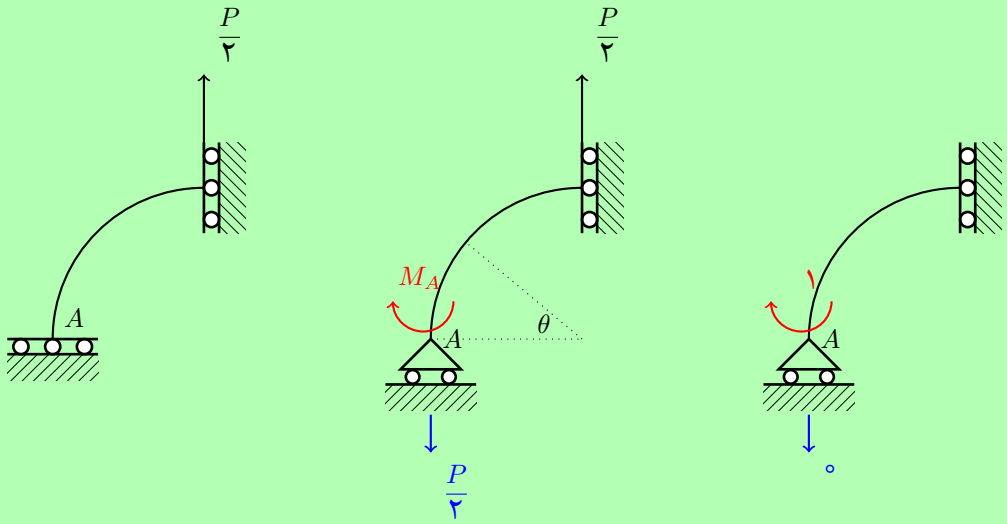
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۴۹. M_A کدام است؟

(سراسری ۸۸)

۱) $PR(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{\pi})$ ۲) $-\frac{PR}{\pi}$ ۳) $\frac{PR}{\pi}$ ۴) $\frac{PR}{۲}$





$$\theta_A = ۰$$

$$M(\theta) = M_A - \frac{P}{۲}R(۱-\cos\theta) \qquad ۰ \le \theta \le \frac{\pi}{۲}$$

$$m = (\theta) = ۱ \qquad ۰ \le \theta \le \frac{\pi}{۲}$$

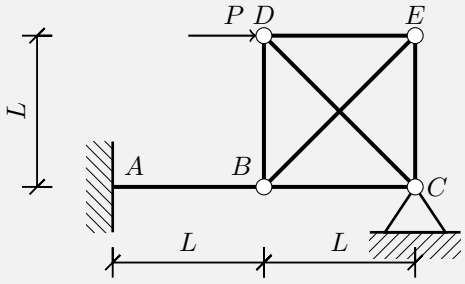
$$\theta_A = \int_۰^{\frac{\pi}{۲}} \frac{mM}{EI}Rd\theta = \frac{R}{EI}\int_۰^{\frac{\pi}{۲}} (M_A - \frac{PR}{۲}(۱-\cos\theta))d\theta = ۰$$

$$M_A = PR(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{\pi})$$

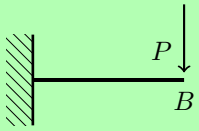
https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۵۰. تغییر مکان قائم نقطه B را تعیین کنید. (سراسری ۸۸)

۱) $\frac{PL^۳}{۲EI}$ ۲) $\frac{PL^۳}{۱۲EI}$ ۳) $\frac{PL^۳}{۸EI}$ ۴) $\frac{PL^۳}{۳EI}$



$\underline{BDEC}$: $\sum M_C = ۰$ $B_y = P$

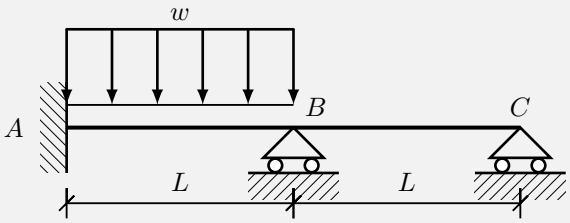


$$\Delta_B = \frac{PL^۳}{۳EI}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۵۱. اگر در تحلیل تیر نامعین شکل مقابل یکی از مجهولات اضافی را M_B انتخاب کنیم، رابطه سازگاری تغییر مکان مربوطه بر اساس کدام رابطه نوشته می شود؟ (چپ:L، راست: R) (سراسری ۸۸)

۱) $M_{BL}\theta_{BL} + M_{BR}\theta_{BR}$ ۲) $\theta_{BL} = \theta_{BR}$ ۳) $\theta_{BL} + \theta_{BR} = 0$ ۴) $M_{BL}\theta_{BL} = M_{BR}\theta_{BR}$



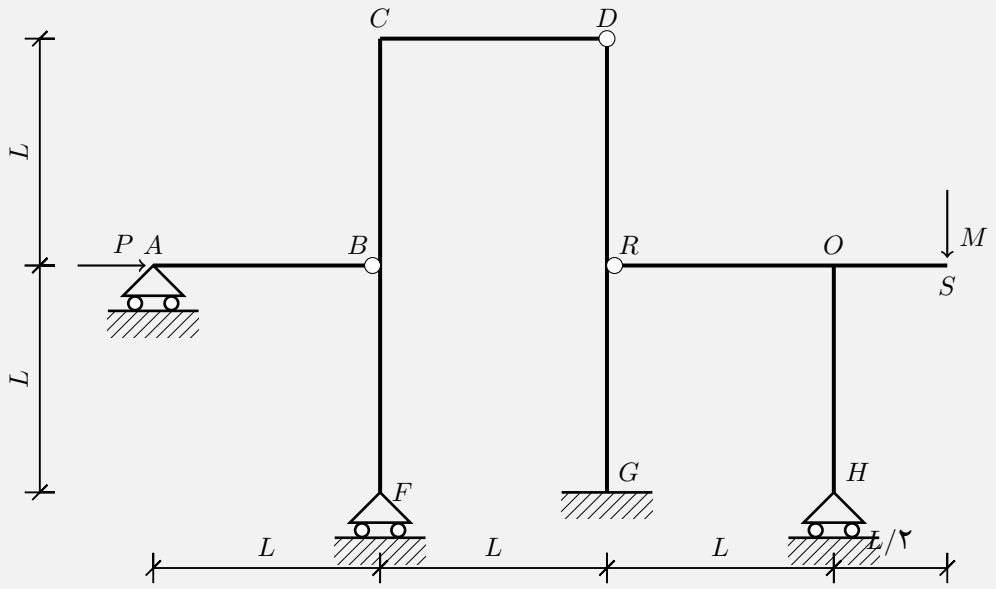
با توجه به پیوسته بودن تیر در گره B واضح است که چرخش چپ و راست در این گره برابر است.

$$\theta_{BL} = \theta_{BR}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۵۲. چنانچه جابجایی افقی D برابر $\frac{۹ML^۳}{EI}$ باشد، نسبت $\frac{M}{P}$ کدام است؟ (سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۸}{۲۷}$ ۳) ۰ ۴) ۱



$\underline{ROSH}$: $\sum F_x = ۰$ $R_x = ۰$

بنابراین برشی از گره R به عضو DG وارد نمی گردد.

$\underline{ABFCD}$: $\sum F_x = ۰$ $D_y = P$

فقط نیروی برشی معادل P به عضو DG وارد می گردد.

$$\Delta_{Dx} = \frac{P \times (۲L)^۳}{۳EI} = \frac{۸PL^۳}{۳EI}$$

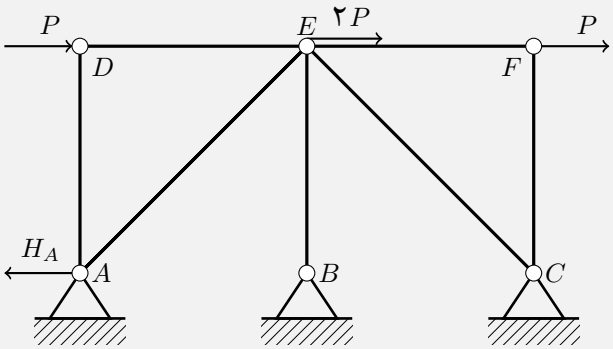
$$\frac{۹ML^۳}{EI} = \frac{۸PL^۳}{۳EI} \quad \frac{M}{P} = \frac{۸}{۲۷}$$

$$\frac{M}{P} = \frac{۸}{۲۷}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۵۳. خرپای متقارن(از لحاظ هندسی) مطابق شکل مفروض است. طول اعضای مورب $L\sqrt{۲}$ و سایر اعضا L و صلبیت محوری اعضا EA فرض می شود. عکس العمل افقی $A(H_A)$ چقدر است؟ (سراسری ۸۹)

۱) P ۲) $۱/۵P$ ۳) $۴P$ ۴) $۲P$

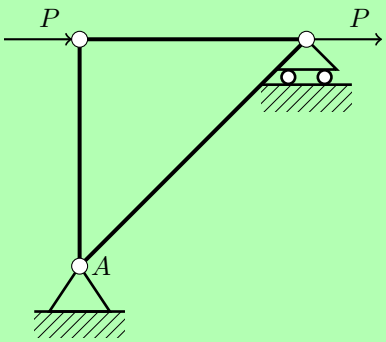


سازه از لحاظ هندسی متقارن و از لحاظ بارگذاری پاد متقارن است

عضو BEدو سر مفصل می باشد و نیروی افقی ندارد.

$$H_A = H_C = \frac{۱}{۲}(P + ۲P + P) = ۲P$$

$$H_A = ۲P$$

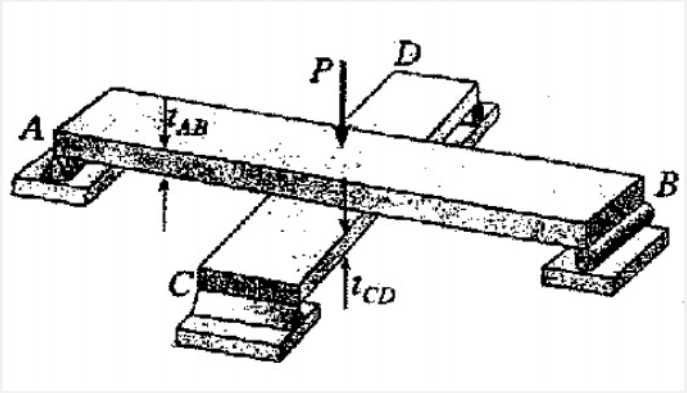


$$\sum F_x = ۰ \qquad H_A = ۲P$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۵۴. تیرهای AB و CD از یک جنس و با عرض یکسان مطابق شکل عمود بر یکدیگر در یک صفحه روی یکدیگر قرار گرفته اند. قبل از اعمال بار P هیچ نیرویی در تیرها وجود ندارد (از وزن آنها صرف نظر می شود) در صورتیکه $L_{AB} > L_{CD}$ باشد، نسبت t_{AB}/t_{CD} چقدر باشد تا اینکه عکس العمل های هر چهار تکیه گاه برابر شوند؟ (سراسری ۸۹)

۱) $\frac{t_{AB}}{t_{CD}} = \frac{L_{CD}}{L_{AB}}$ ۲) $\frac{t_{AB}}{t_{CD}} = \frac{L_{AB}}{۲L_{CD}}$ ۳) $\frac{t_{AB}}{t_{CD}} = \frac{۲L_{AB}}{L_{CD}}$ ۴) $\frac{t_{AB}}{t_{CD}} = \frac{L_{AB}}{L_{CD}}$



تیرهای AB و DC مانند دو فنر موازی عمل کرده و نیروی P به نسبت سختی بین آن ها توزیع می گردد.

برای اینکه چهار عکس العمل تکیه گاه با هم برابر گردند باید سختی دو تیر با یکدیگر برابر گردند.

$$K_{AB} = K_{CD}$$

$$\frac{۴۸(EI)_{AB}}{L_{AB}^{۳}} = \frac{۴۸(EI)_{CD}}{L_{CD}^{۳}} \qquad \frac{I_{AB}}{I_{CD}} = \left(\frac{L_{AB}}{L_{CD}}\right)^{۳}$$

$$I = \frac{۱}{۱۲}bt^{۳}$$

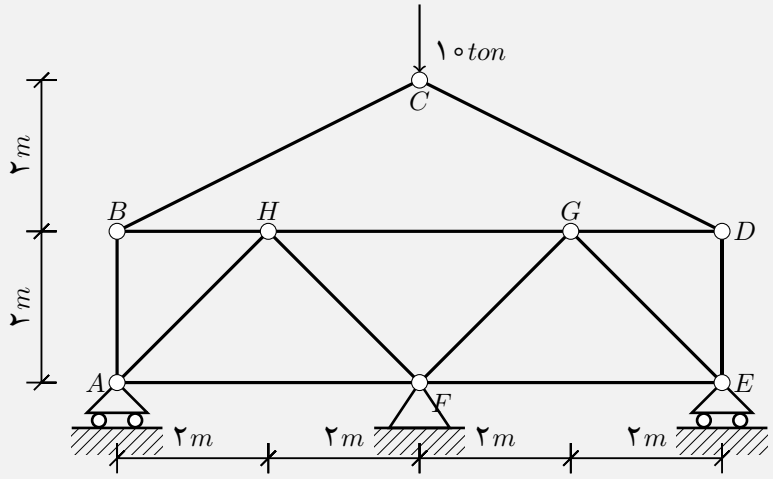
$$\frac{I_{AB}}{I_{CD}} = \frac{t_{AB}^{۳}}{t_{CD}^{۳}} = \left(\frac{L_{AB}}{L_{CD}}\right)^{۳}$$

$$\frac{t_{AB}}{t_{CD}} = \frac{L_{AB}}{L_{CD}}$$

https://t.me/schoolofstructuralanalysis

۵۵. در خرپای شکل داده شده، چنانچه دمای تمامی اعضا $۲۰°C$ بالا رفته است با فرض $EA = ۲۰۰ton$ برای تمام اعضا و ضریب انبساط حرارتی $\alpha = ۱ \times ۱۰^{-۵} cm/cm°C$ باشد. نیروی داخلی عضو DG چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۹)

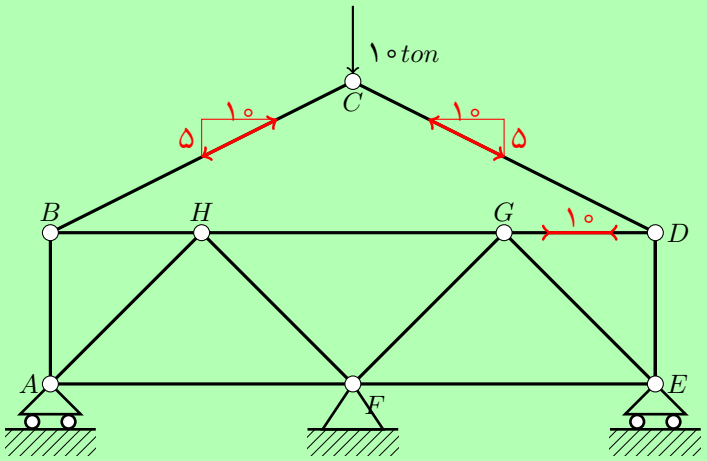
۱) $۵t$ ۲) $۱۰t$ ۳) $۲۰t$ ۴) $۱۵t$



خرپا یک درجه نامعین است و همان طور که مشخص است این نامعینی مربوط به عکس العمل های تکیه گاهی است.

بنابراین نیروی عضو DG و بقیه اعضا به راحتی قابل محاسبه است.

در نتیجه تغییرات دما در این عضو نیرویی ایجاد نمی کند و نیروی به وجود آمده در این عضو فقط ناشی از بارگذاری خارجی است.



$F_{GD} = ۱۰t$