

جلسه اول

مطالعه جمع بندی TA ریاضیات مهندسی:

$$Z = a + ib$$

↓ ↓
Re Im

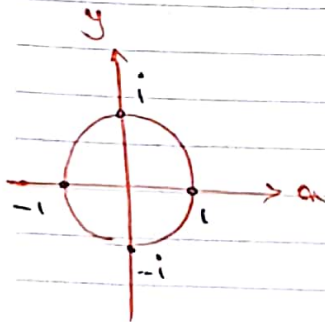
اسفاره در حالت جمع

فهم رابطه عدد مختلط

$$= r e^{i\theta} \rightarrow \arg \theta$$

↓
 $|z|$

اسفاره در حالت ضرب



$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$i \left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi \right)$$

مثلا : $z = 1 + i = \sqrt{2} e^{i\pi/4}$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$



Oil

Gold

\$

€

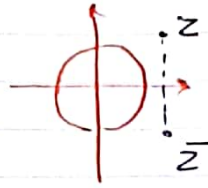
ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۴	۳	۲	۱			
۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵
۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹
۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	

2017 17

۱۹ رجب ۱۴۳۸
April Monday

۱۳۹۶/۰۱/۲۸
۱۳۹۶
دوشنبه
فروردین
۲۸

۸ $\bar{z} = x + iy = r e^{-i\theta}$



مزدبج ۳ در خط

۱۰ $z \bar{z} = |z|^2 = r^2 = x^2 + y^2$

$|z| = |\bar{z}|$

۱۱ $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = r$

۱۲ علامت () روی ۴ عمل اول کس و شود

۱۳ علامت () روی ضرب، تقسیم و توان کس و شود

۱۴ مثال: فرضیات: $|z| = 1$ و $z \neq \frac{b}{a}$

۱۵ $\left| \frac{az+b}{bz+\bar{a}} \right| = 1$

۱۶ حکم: ثابت شد

۱۷ حل:

۱۸ $\left| \frac{az+b}{bz+\bar{a}} \right| = \frac{|az+b|}{|bz+\bar{a}|} = \frac{|az+b|}{|b\bar{z}+a|}$

۱۹ $\frac{z\bar{z}=|z|}{\bar{z}=\frac{|z|}{z}} \rightarrow \frac{|az+b|}{|b\bar{z}+a|} = \frac{|az+b||z|}{|b+az|} = 1$

ش	ی	د	س	چ	ج
۴	۳	۲	۱		
۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶

Oil

Gold

\$

€

مثال: α, β, γ را زنجیره واحد هسته ($|z|=1$) ، $|\alpha+\beta+\gamma|=1$ ،

$$|\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma|=1$$

$$|\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma| = \left| \frac{\gamma\alpha\beta}{\gamma} + \frac{\beta\alpha\gamma}{\beta} + \frac{\alpha\beta\gamma}{\alpha} \right|$$

$$= |\cancel{\alpha\beta\gamma}| \left| \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha} \right| \stackrel{\bar{z} = \frac{|z|}{z}}{=} |\bar{\gamma} + \bar{\beta} + \bar{\alpha}|$$

$$= |\overline{\alpha+\beta+\gamma}| = 1 \quad \checkmark$$

تابع مختلط :

$$w = e^z = u + iv$$

$$= e^{x+iy} = e^x e^{iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$\Rightarrow u = e^x \cos y \quad v = e^x \sin y$$



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۴	۳	۲	۱			
۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵
۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹
۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	

Oil

Gold

\$

€

2017 19

۲۱ رجب ۱۴۳۸
April Wednesday

۱۳۹۶/۰۱/۲۰
۱۳۹۶
چهارشنبه
فروردین

۱۳۹۶

$$w = \cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$$

$$w = \cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$$

$$w = \sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$$

$$w = \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

$$\cosh iz = \cos z$$

$$\cos iz = \cosh z$$

$$\sinh iz = i \sin z$$

$$\sin iz = i \sinh z$$

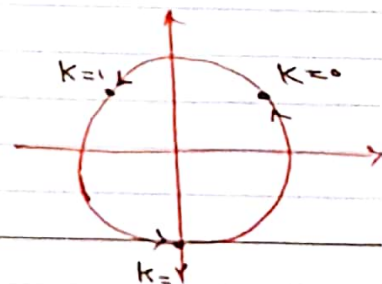
$$f(z) = z^{\frac{1}{3}}$$

مثال:

$$= r^{\frac{1}{3}} e^{i(\frac{\theta_0}{3} + \frac{2k\pi}{3})} = r^{\frac{1}{3}} e^{i\frac{\theta_0}{3}} e^{i\frac{2k\pi}{3}}$$

۱-
شاهداری
است.

$$f(z) = z^{\frac{1}{3}} = r^{\frac{1}{3}} e^{i(\frac{\theta_0 + 2k\pi}{3})}$$



۳- مقدار است. بعد از ۳ مقدار، در باره حریف ها تکرار می شود.

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۲	۳	۲	۱			
۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵
۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹
۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	

Oil

Gold

\$

€

$$f(z) = z^{\sqrt{2}} = r^{\sqrt{2}} e^{i\sqrt{2}(\theta_0 + 2k\pi)}$$

ب) برای θ_0 مقدار دارد

$$e^{i\sqrt{2}(\theta_0 + 2m\pi)} = e^{i\sqrt{2}\theta_0}$$

ب) فرض اول

$$\Rightarrow \sqrt{2}(\theta_0 + 2m\pi) = \sqrt{2}\theta_0 + 2n\pi$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{n}{m} \quad \Rightarrow \quad \text{نسبت اعقاب می باشد}$$

در صورتی که θ_0 مقدار اول است برای θ_0 های مختلف

$$z = r e^{i\theta} \quad \text{باید } \theta \text{ را محدود کنیم: } \alpha < \theta < \alpha + 2\pi$$

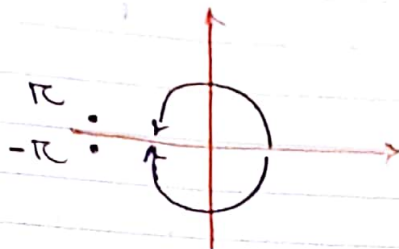
مقیاس θ در بازه 2π هر قدر که θ تغییر کند

$$\theta = \alpha \quad \text{یا } \theta = \alpha + 2\pi \quad \text{شماره}$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۴	۳	۲	۱			
۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵
۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹
۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵

Oil Gold \$ €

$$-\pi < \theta < \pi$$



مثال:

$$r^{\frac{1}{\pi}} e^{i\theta/\pi}$$

۱۲
۱۳
۱۴
۱۵
۱۶
۱۷
۱۸
۱۹
۲۰
۲۱
۲۲
۲۳
۲۴
۲۵
۲۶
۲۷
۲۸
۲۹
۳۰
۳۱
۳۲
۳۳
۳۴
۳۵
۳۶
۳۷
۳۸
۳۹
۴۰
۴۱
۴۲
۴۳
۴۴
۴۵
۴۶
۴۷
۴۸
۴۹
۵۰
۵۱
۵۲
۵۳
۵۴
۵۵
۵۶
۵۷
۵۸
۵۹
۶۰
۶۱
۶۲
۶۳
۶۴
۶۵
۶۶
۶۷
۶۸
۶۹
۷۰
۷۱
۷۲
۷۳
۷۴
۷۵
۷۶
۷۷
۷۸
۷۹
۸۰
۸۱
۸۲
۸۳
۸۴
۸۵
۸۶
۸۷
۸۸
۸۹
۹۰
۹۱
۹۲
۹۳
۹۴
۹۵
۹۶
۹۷
۹۸
۹۹
۱۰۰
۱۰۱
۱۰۲
۱۰۳
۱۰۴
۱۰۵
۱۰۶
۱۰۷
۱۰۸
۱۰۹
۱۱۰
۱۱۱
۱۱۲
۱۱۳
۱۱۴
۱۱۵
۱۱۶
۱۱۷
۱۱۸
۱۱۹
۱۲۰
۱۲۱
۱۲۲
۱۲۳
۱۲۴
۱۲۵
۱۲۶
۱۲۷
۱۲۸
۱۲۹
۱۳۰
۱۳۱
۱۳۲
۱۳۳
۱۳۴
۱۳۵
۱۳۶
۱۳۷
۱۳۸
۱۳۹
۱۴۰
۱۴۱
۱۴۲
۱۴۳
۱۴۴
۱۴۵
۱۴۶
۱۴۷
۱۴۸
۱۴۹
۱۵۰
۱۵۱
۱۵۲
۱۵۳
۱۵۴
۱۵۵
۱۵۶
۱۵۷
۱۵۸
۱۵۹
۱۶۰
۱۶۱
۱۶۲
۱۶۳
۱۶۴
۱۶۵
۱۶۶
۱۶۷
۱۶۸
۱۶۹
۱۷۰
۱۷۱
۱۷۲
۱۷۳
۱۷۴
۱۷۵
۱۷۶
۱۷۷
۱۷۸
۱۷۹
۱۸۰
۱۸۱
۱۸۲
۱۸۳
۱۸۴
۱۸۵
۱۸۶
۱۸۷
۱۸۸
۱۸۹
۱۹۰
۱۹۱
۱۹۲
۱۹۳
۱۹۴
۱۹۵
۱۹۶
۱۹۷
۱۹۸
۱۹۹
۲۰۰
۲۰۱
۲۰۲
۲۰۳
۲۰۴
۲۰۵
۲۰۶
۲۰۷
۲۰۸
۲۰۹
۲۱۰
۲۱۱
۲۱۲
۲۱۳
۲۱۴
۲۱۵
۲۱۶
۲۱۷
۲۱۸
۲۱۹
۲۲۰
۲۲۱
۲۲۲
۲۲۳
۲۲۴
۲۲۵
۲۲۶
۲۲۷
۲۲۸
۲۲۹
۲۳۰
۲۳۱
۲۳۲
۲۳۳
۲۳۴
۲۳۵
۲۳۶
۲۳۷
۲۳۸
۲۳۹
۲۴۰
۲۴۱
۲۴۲
۲۴۳
۲۴۴
۲۴۵
۲۴۶
۲۴۷
۲۴۸
۲۴۹
۲۵۰
۲۵۱
۲۵۲
۲۵۳
۲۵۴
۲۵۵
۲۵۶
۲۵۷
۲۵۸
۲۵۹
۲۶۰
۲۶۱
۲۶۲
۲۶۳
۲۶۴
۲۶۵
۲۶۶
۲۶۷
۲۶۸
۲۶۹
۲۷۰
۲۷۱
۲۷۲
۲۷۳
۲۷۴
۲۷۵
۲۷۶
۲۷۷
۲۷۸
۲۷۹
۲۸۰
۲۸۱
۲۸۲
۲۸۳
۲۸۴
۲۸۵
۲۸۶
۲۸۷
۲۸۸
۲۸۹
۲۹۰
۲۹۱
۲۹۲
۲۹۳
۲۹۴
۲۹۵
۲۹۶
۲۹۷
۲۹۸
۲۹۹
۳۰۰
۳۰۱
۳۰۲
۳۰۳
۳۰۴
۳۰۵
۳۰۶
۳۰۷
۳۰۸
۳۰۹
۳۱۰
۳۱۱
۳۱۲
۳۱۳
۳۱۴
۳۱۵
۳۱۶
۳۱۷
۳۱۸
۳۱۹
۳۲۰
۳۲۱
۳۲۲
۳۲۳
۳۲۴
۳۲۵
۳۲۶
۳۲۷
۳۲۸
۳۲۹
۳۳۰
۳۳۱
۳۳۲
۳۳۳
۳۳۴
۳۳۵
۳۳۶
۳۳۷
۳۳۸
۳۳۹
۳۴۰
۳۴۱
۳۴۲
۳۴۳
۳۴۴
۳۴۵
۳۴۶
۳۴۷
۳۴۸
۳۴۹
۳۵۰
۳۵۱
۳۵۲
۳۵۳
۳۵۴
۳۵۵
۳۵۶
۳۵۷
۳۵۸
۳۵۹
۳۶۰
۳۶۱
۳۶۲
۳۶۳
۳۶۴
۳۶۵
۳۶۶
۳۶۷
۳۶۸
۳۶۹
۳۷۰
۳۷۱
۳۷۲
۳۷۳
۳۷۴
۳۷۵
۳۷۶
۳۷۷
۳۷۸
۳۷۹
۳۸۰
۳۸۱
۳۸۲
۳۸۳
۳۸۴
۳۸۵
۳۸۶
۳۸۷
۳۸۸
۳۸۹
۳۹۰
۳۹۱
۳۹۲
۳۹۳
۳۹۴
۳۹۵
۳۹۶
۳۹۷
۳۹۸
۳۹۹
۴۰۰
۴۰۱
۴۰۲
۴۰۳
۴۰۴
۴۰۵
۴۰۶
۴۰۷
۴۰۸
۴۰۹
۴۱۰
۴۱۱
۴۱۲
۴۱۳
۴۱۴
۴۱۵
۴۱۶
۴۱۷
۴۱۸
۴۱۹
۴۲۰
۴۲۱
۴۲۲
۴۲۳
۴۲۴
۴۲۵
۴۲۶
۴۲۷
۴۲۸
۴۲۹
۴۳۰
۴۳۱
۴۳۲
۴۳۳
۴۳۴
۴۳۵
۴۳۶
۴۳۷
۴۳۸
۴۳۹
۴۴۰
۴۴۱
۴۴۲
۴۴۳
۴۴۴
۴۴۵
۴۴۶
۴۴۷
۴۴۸
۴۴۹
۴۵۰
۴۵۱
۴۵۲
۴۵۳
۴۵۴
۴۵۵
۴۵۶
۴۵۷
۴۵۸
۴۵۹
۴۶۰
۴۶۱
۴۶۲
۴۶۳
۴۶۴
۴۶۵
۴۶۶
۴۶۷
۴۶۸
۴۶۹
۴۷۰
۴۷۱
۴۷۲
۴۷۳
۴۷۴
۴۷۵
۴۷۶
۴۷۷
۴۷۸
۴۷۹
۴۸۰
۴۸۱
۴۸۲
۴۸۳
۴۸۴
۴۸۵
۴۸۶
۴۸۷
۴۸۸
۴۸۹
۴۹۰
۴۹۱
۴۹۲
۴۹۳
۴۹۴
۴۹۵
۴۹۶
۴۹۷
۴۹۸
۴۹۹
۵۰۰
۵۰۱
۵۰۲
۵۰۳
۵۰۴
۵۰۵
۵۰۶
۵۰۷
۵۰۸
۵۰۹
۵۱۰
۵۱۱
۵۱۲
۵۱۳
۵۱۴
۵۱۵
۵۱۶
۵۱۷
۵۱۸
۵۱۹
۵۲۰
۵۲۱
۵۲۲
۵۲۳
۵۲۴
۵۲۵
۵۲۶
۵۲۷
۵۲۸
۵۲۹
۵۳۰
۵۳۱
۵۳۲
۵۳۳
۵۳۴
۵۳۵
۵۳۶
۵۳۷
۵۳۸
۵۳۹
۵۴۰
۵۴۱
۵۴۲
۵۴۳
۵۴۴
۵۴۵
۵۴۶
۵۴۷
۵۴۸
۵۴۹
۵۵۰
۵۵۱
۵۵۲
۵۵۳
۵۵۴
۵۵۵
۵۵۶
۵۵۷
۵۵۸
۵۵۹
۵۶۰
۵۶۱
۵۶۲
۵۶۳
۵۶۴
۵۶۵
۵۶۶
۵۶۷
۵۶۸
۵۶۹
۵۷۰
۵۷۱
۵۷۲
۵۷۳
۵۷۴
۵۷۵
۵۷۶
۵۷۷
۵۷۸
۵۷۹
۵۸۰
۵۸۱
۵۸۲
۵۸۳
۵۸۴
۵۸۵
۵۸۶
۵۸۷
۵۸۸
۵۸۹
۵۹۰
۵۹۱
۵۹۲
۵۹۳
۵۹۴
۵۹۵
۵۹۶
۵۹۷
۵۹۸
۵۹۹
۶۰۰
۶۰۱
۶۰۲
۶۰۳
۶۰۴
۶۰۵
۶۰۶
۶۰۷
۶۰۸
۶۰۹
۶۱۰
۶۱۱
۶۱۲
۶۱۳
۶۱۴
۶۱۵
۶۱۶
۶۱۷
۶۱۸
۶۱۹
۶۲۰
۶۲۱
۶۲۲
۶۲۳
۶۲۴
۶۲۵
۶۲۶
۶۲۷
۶۲۸
۶۲۹
۶۳۰
۶۳۱
۶۳۲
۶۳۳
۶۳۴
۶۳۵
۶۳۶
۶۳۷
۶۳۸
۶۳۹
۶۴۰
۶۴۱
۶۴۲
۶۴۳
۶۴۴
۶۴۵
۶۴۶
۶۴۷
۶۴۸
۶۴۹
۶۵۰
۶۵۱
۶۵۲
۶۵۳
۶۵۴
۶۵۵
۶۵۶
۶۵۷
۶۵۸
۶۵۹
۶۶۰
۶۶۱
۶۶۲
۶۶۳
۶۶۴
۶۶۵
۶۶۶
۶۶۷
۶۶۸
۶۶۹
۶۷۰
۶۷۱
۶۷۲
۶۷۳
۶۷۴
۶۷۵
۶۷۶
۶۷۷
۶۷۸
۶۷۹
۶۸۰
۶۸۱
۶۸۲
۶۸۳
۶۸۴
۶۸۵
۶۸۶
۶۸۷
۶۸۸
۶۸۹
۶۹۰
۶۹۱
۶۹۲
۶۹۳
۶۹۴
۶۹۵
۶۹۶
۶۹۷
۶۹۸
۶۹۹
۷۰۰
۷۰۱
۷۰۲
۷۰۳
۷۰۴
۷۰۵
۷۰۶
۷۰۷
۷۰۸
۷۰۹
۷۱۰
۷۱۱
۷۱۲
۷۱۳
۷۱۴
۷۱۵
۷۱۶
۷۱۷
۷۱۸
۷۱۹
۷۲۰
۷۲۱
۷۲۲
۷۲۳
۷۲۴
۷۲۵
۷۲۶
۷۲۷
۷۲۸
۷۲۹
۷۳۰
۷۳۱
۷۳۲
۷۳۳
۷۳۴
۷۳۵
۷۳۶
۷۳۷
۷۳۸
۷۳۹
۷۴۰
۷۴۱
۷۴۲
۷۴۳
۷۴۴
۷۴۵
۷۴۶
۷۴۷
۷۴۸
۷۴۹
۷۵۰
۷۵۱
۷۵۲
۷۵۳
۷۵۴
۷۵۵
۷۵۶
۷۵۷
۷۵۸
۷۵۹
۷۶۰
۷۶۱
۷۶۲
۷۶۳
۷۶۴
۷۶۵
۷۶۶
۷۶۷
۷۶۸
۷۶۹
۷۷۰
۷۷۱
۷۷۲
۷۷۳
۷۷۴
۷۷۵
۷۷۶
۷۷۷
۷۷۸
۷۷۹
۷۸۰
۷۸۱
۷۸۲
۷۸۳
۷۸۴
۷۸۵
۷۸۶
۷۸۷
۷۸۸
۷۸۹
۷۹۰
۷۹۱
۷۹۲
۷۹۳
۷۹۴
۷۹۵
۷۹۶
۷۹۷
۷۹۸
۷۹۹
۸۰۰
۸۰۱
۸۰۲
۸۰۳
۸۰۴
۸۰۵
۸۰۶
۸۰۷
۸۰۸
۸۰۹
۸۱۰
۸۱۱
۸۱۲
۸۱۳
۸۱۴
۸۱۵
۸۱۶
۸۱۷
۸۱۸
۸۱۹
۸۲۰
۸۲۱
۸۲۲
۸۲۳
۸۲۴
۸۲۵
۸۲۶
۸۲۷
۸۲۸
۸۲۹
۸۳۰
۸۳۱
۸۳۲
۸۳۳
۸۳۴
۸۳۵
۸۳۶
۸۳۷
۸۳۸
۸۳۹
۸۴۰
۸۴۱
۸۴۲
۸۴۳
۸۴۴
۸۴۵
۸۴۶
۸۴۷
۸۴۸
۸۴۹
۸۵۰
۸۵۱
۸۵۲
۸۵۳
۸۵۴
۸۵۵
۸۵۶
۸۵۷
۸۵۸
۸۵۹
۸۶۰
۸۶۱
۸۶۲
۸۶۳
۸۶۴
۸۶۵
۸۶۶
۸۶۷
۸۶۸
۸۶۹
۸۷۰
۸۷۱
۸۷۲
۸۷۳
۸۷۴
۸۷۵
۸۷۶
۸۷۷
۸۷۸
۸۷۹
۸۸۰
۸۸۱
۸۸۲
۸۸۳
۸۸۴
۸۸۵
۸۸۶
۸۸۷
۸۸۸
۸۸۹
۸۹۰
۸۹۱
۸۹۲
۸۹۳
۸۹۴
۸۹۵
۸۹۶
۸۹۷
۸۹۸
۸۹۹
۹۰۰
۹۰۱
۹۰۲
۹۰۳
۹۰۴
۹۰۵
۹۰۶
۹۰۷
۹۰۸
۹۰۹
۹۱۰
۹۱۱
۹۱۲
۹۱۳
۹۱۴
۹۱۵
۹۱۶
۹۱۷
۹۱۸
۹۱۹
۹۲۰
۹۲۱
۹۲۲
۹۲۳
۹۲۴
۹۲۵
۹۲۶
۹۲۷
۹۲۸
۹۲۹
۹۳۰
۹۳۱
۹۳۲
۹۳۳
۹۳۴
۹۳۵
۹۳۶
۹۳۷
۹۳۸
۹۳۹
۹۴۰
۹۴۱
۹۴۲
۹۴۳
۹۴۴
۹۴۵
۹۴۶
۹۴۷
۹۴۸
۹۴۹
۹۵۰
۹۵۱
۹۵۲
۹۵۳
۹۵۴
۹۵۵
۹۵۶
۹۵۷
۹۵۸
۹۵۹
۹۶۰
۹۶۱
۹۶۲
۹۶۳
۹۶۴
۹۶۵
۹۶۶
۹۶۷
۹۶۸
۹۶۹
۹۷۰
۹۷۱
۹۷۲
۹۷۳
۹۷۴
۹۷۵
۹۷۶
۹۷۷
۹۷۸
۹۷۹
۹۸۰
۹۸۱
۹۸۲
۹۸۳
۹۸۴
۹۸۵
۹۸۶
۹۸۷
۹۸۸
۹۸۹
۹۹۰
۹۹۱
۹۹۲
۹۹۳
۹۹۴
۹۹۵
۹۹۶
۹۹۷
۹۹۸
۹۹۹
۱۰۰۰

$$W = \cosh(z) = \cosh(x + iy)$$

$$= \cos iz = \cos(iax - y)$$

$$= \cos ia \cos y + \sin ia \sin y$$

$$= \cosh x \cos y + i \sinh x \sin y$$

u

v

ش ی د س ج پ ج

۱ ۳۱ ۳۰

۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲

۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹

۲۲ ۲۱ ۲۰ ۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶

۲۹ ۲۸ ۲۷ ۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳

Oil

Gold

\$

€

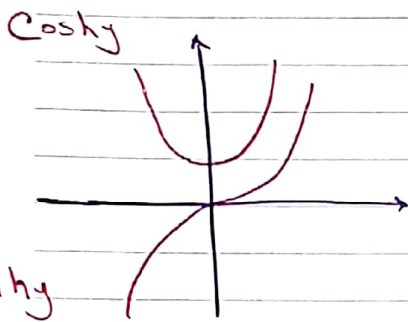
مثال: نشان دهید $|\cos z|$ یک تابع زوج است:

حل: $|\cos z| = ? \quad \cos z = u + iv$

$$\rightarrow |\cos z| = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$\cos z = \cos(u + iv) = \cos u \cosh v - i \sin u \sinh v$$

$$|\cos z|^2 = u^2 + v^2 = \cos^2 u \cosh^2 v + \sin^2 u \sinh^2 v$$



باید بررسی کرد: $\cosh y > \sinh y$ را

$$\Rightarrow \cancel{\cos^2 u} \sinh^2 v + \cancel{\sin^2 u} \sinh^2 v$$

$$= \sinh^2 v \Rightarrow |\cos z| > \sinh y$$

با مقادیر $\sinh y$ به y های میل می کند، پس $|\cos z|$ استر

به y های میل می کند.



ش ی د س ج پ ج

۱ ۳۱ ۳۰

۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲

۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹

۲۲ ۲۱ ۲۰ ۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶

۲۹ ۲۸ ۲۷ ۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳

Oil

Gold

\$

€

$$f(z) = \ln z = \ln r e^{i\theta} = \ln r + i\theta$$

ج. نهایتاً مقدار دارد

مقادیر اصلی را با حروف بزرگ نشان دهیم.

$$\ln z$$

$$\theta = \text{Arg } z$$

$$\ln 1 = \ln [e^{i(\theta_0 + 2k\pi)}] = 2k\pi i$$

$$f(z) = w = \sin^{-1} z \rightarrow z = \sin w = \frac{e^{iw} - e^{-iw}}{2i}$$

$$e^{iw} = t \rightarrow iz = t - \frac{1}{t} \rightarrow t^2 - 2izt - 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = iz \pm \sqrt{1 - z^2} = iz + \sqrt{1 - z^2}$$

$$\sqrt{z} = z^{\frac{1}{2}} = r^{\frac{1}{2}} e^{i\left(\frac{\theta_0 + 2k\pi}{2}\right)}$$

$$\sqrt{z} = \pm \sqrt{z}$$

نکته!
در فصل ۱

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۱	۲۱	۳۰				
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳

Oil

Gold

\$

€

$$i\omega = \ln(iz + \sqrt{1-z^2}) \rightarrow \omega = -i \ln(iz + \sqrt{1-z^2})$$

حد معادله :

$$e^z + 1 = 0 \quad e^z = -1 = e^{i(\pi + 2k\pi)}$$

$$z = i\pi(2k+1)$$

$$\cosh z = 0 \quad \cos iz = 0 \rightarrow iz = (2k+1) \frac{\pi}{2}$$

$$z = -i(2k+1) \frac{\pi}{2}$$

$$\sin z = \cosh 1 \quad \sin z = \cos i$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - z\right) = \cos(\pm i)$$

$$\frac{\pi}{2} - z = \pm i + 2k\pi$$



ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

Oil

Gold

\$

€

2017 25

۱۴۲۸ رجب ۲۷
April Tuesday

۱۳۹۶/۰۲/۰۵
۶ ۱۳ ۱
سه شنبه
اردیبهشت

۵

۸ $\sin z = y \quad z = \sin^{-1} y$

۹ باید ارزش اصلی استفاده کنیم $(w = \sin^{-1} z)$

۱۰ در مسکن ریس سنس و کلیه بول:

۱۲ $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = L$ از مسیرهای مختلف و توان z نزدیک شد

۱۳ اما باید جواب تمام مسیرها L شود و حد داشته باشد

۱۵ $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{\bar{z}} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{re^{i\theta}}{re^{-i\theta}} = e^{2i\theta}$

۱۷ $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^3 + z^2 \bar{z}}{z^2 + \bar{z}^2} = 0$

۱۹ هرگاه توان صورت از توان مخرج بزرگتر باشد، تابع حد دارد.

۲۰ $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = f(z_0)$ دیوست

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

Oil

Gold

\$

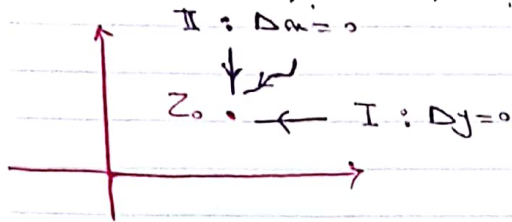
€

مبعث حضرت رسول اکرم صلی ا... علیه و آله (۱۳ سال قبل از هجرت) (تعطیل) - شکست حمله نظامی آمریکا به ایران در طیس (۱۳۵۹ ه.ش)

مستقیم :

$$f'(z_0) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z_0 + \Delta z) - f(z_0)}{\Delta z}$$

برای حد گرفتن، باید جواب عام مسیرها را بنویسیم و برابر :



$$I : f'(z_0) = f_x \quad II : f'(z) \Rightarrow \Delta z = i \Delta y$$

$$f'(z) = \frac{f_y}{i}$$

$$f_x = \frac{f_y}{i} \quad \textcircled{1} \quad \text{شرط لازم برای مستقیم پذیر بودن}$$

$$f_y = i f_x \quad \text{شرط کافی برای مستقیم پذیر بودن}$$

② در حساب z_0 ، روابط u_x, v_x, u_y, v_y پیوسته باشند

شرط ① + ② ← مستقیم پذیر در z_0

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۰	۳۱					۱
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil

Gold

\$

€

2017 27

$$f(z) = u + iv \quad u_x + i v_x = i(u_y + i v_y) = -v_y + i u_x$$

$$\begin{matrix} u & v \\ 1 & 1 \\ x & y \end{matrix}$$

$$\left. \begin{aligned} u_x &= v_y \\ u_y &= -v_x \end{aligned} \right\}$$

شرایط کوشی-ریمان

$$f(z, \bar{z}) = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$$

شرایط کوشی-ریمان

مثال: بررسی شرایط کوشی-ریمان در مستطیل زیر

$$1) f(z) = \begin{cases} \frac{\bar{z}^2}{z} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$$

$z=0 \Rightarrow$

$$2) f(z) = x^2 + iy^2$$

کل z ها

$$3) f(z) = 2 \operatorname{Re} z + i \bar{z} - |z|^2$$

کل z ها

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۱						
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil

Gold

\$

€

۱۳۹۶/۰۲/۰۸

۱۳۹۶

جمعه

اردیبهشت

۱۴۳۸ شعبان

April/Friday

28 2017

حل :

$$① \quad f'(z) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z_0 + \Delta z) - f(z_0)}{\Delta z} = \frac{\overline{\Delta z}}{\Delta z}$$

رین اول :

۲ مسیر انتخاب : $\Delta x = 0$, $\Delta y = 0$

$$\Delta z = \Delta x + i \Delta y$$

$$\rightarrow \Delta x = 0 \quad \frac{\overline{i \Delta y}}{(i \Delta y)} = \frac{(-i \Delta y)}{(i \Delta y)} = 1$$

$$\Delta y = 0 \quad \frac{\overline{\Delta z}}{\Delta z} = 1$$

نتیجه - ریاضی برقرار است .

رین دوم :

$$f(y) = i f_x(0, y)$$

$$f_x(0, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0 + h, y) - f(0, y)}{h}$$



Oil

Gold

\$

€

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

$$f(z) = \frac{(x-iy)^2}{x+iy} = x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-0}{x} = 1$$

$$f_y(0,0) = i \Rightarrow f_y(0,0) = i f_x(0,0)$$

دستی-ایمان
بقوله است.

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta z}$$

چپ کردن مشتق پذیری
موجود ندارد
پس مشتق پذیر نیست.

$$\Delta z = r e^{i\theta}$$

$$f_y = i f_x \quad \text{یا} \quad y = x$$

$$u_x, u_y, v_x, v_y \text{ یونته} \rightarrow \text{مشتق پذیر}$$

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

Oil

Gold

\$

€

$$(۱۳) \quad \nu \left(\frac{z + \bar{z}}{2} \right) + i\bar{z} - z\bar{z} = f(z)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 1 + i - z = 0 \rightarrow z = 1 + i$$

۱۰. خطه داران (نویسنده) - ریاض
برقرار است.

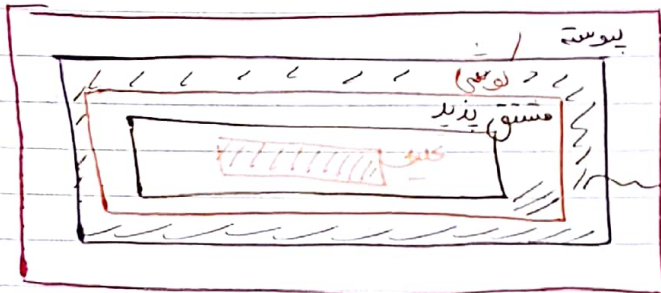
۱۲. مشتق پذیری در مسطحان جزئی - مرتبه اول $z = 1 + i$
پوسته اند

جلسه دوم

۱۴. توابع کلیه

۱۵. مشتق پذیری (شرایط) - ریاض - کلیه

توابع محلول



۱۶. مسطحان جزئی
پوسته نبوده



Oil

Gold

\$

€

ش ی د س ج پ ج

۱ ۲۱ ۳۰

۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲

۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹

۲۲ ۲۱ ۲۰ ۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶

۲۹ ۲۸ ۲۷ ۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳

2017

1

۱۴۲۸ شعبان
May Monday۱۳۹۶/۰۲/۱۱
۶ ۹ ۱۱
دوشنبه
اردیبهشت

$$f(z) = z\bar{z} = x^2 + y^2$$

نقطه $\rightarrow$ مشتق دارد

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0 \rightarrow z = 0$$

$$f(z) = z^2 = x^2 - y^2 + 2ixy$$

$$f_y = if_x$$

در کل محقق مشتق پذیری

کتبی بودن متقابل است با مشتق پذیری در یک ناحیه

چگونگی تحلیف بودن: برقرار داشتن کوشی-ریمان و پیوستگی

مشتقات جزئی در یک ناحیه

مضامین ای محور استقامت

عزم های چگونگی بودن کوشی-ریمان:

$$1) f_y = if_x$$

$$2) u_x = v_y$$

$$3) \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$$

$$u_y = -v_x$$

آسان مهم - در متناظر داشته شود

ش ی د س چ پ ج

۱ ۳۱ ۳۰

۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲

۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹

۲۲ ۲۱ ۲۰ ۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶

۲۹ ۲۸ ۲۷ ۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳

Oil

Gold

\$

€

(۱) تابع f ها نیز بولین f ، مثلث f ، و f در C کلیه f اند

(۲) اند f و g کلیه $f \pm g$ ، $f \cdot g$ ، $f \circ g$ کلیه f

f/g به جز f در C کلیه f اند

به جز $z=0$ در C کلیه f است. $\sin(e^{\frac{1}{z}})$ مثال

در C کلیه f است. $\sin(e^{\frac{1}{z}})$

همچو حاصل $f(z) = \bar{z}$ تناقض $1=0$

(۳) $f(z)$ α $f(z)$ ، $\ln f(z)$ ، $\sin^{-1} f(z)$ ، $\dots$ $f(z)$ α

یوسته نیستند پس در C کلیه f نیستند

حقی سوال اول: تناقض کلیه f تابع f است



Oil

Gold

\$

€

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳

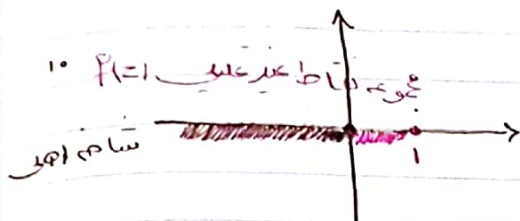
2017 3

6 شعبان 1438
May Wednesday

1396/02/13
چهارشنبه
اردیبهشت

۱۳

مثال: $f(z) = \ln(\ln z)$ $-\pi < \theta \leq \pi$



$$\ln z = w$$

این $\ln w$ روی شاخه اصلی قرار دارد، بنابراین $\ln w$ در این شاخه قرار می‌گیرد.

$$w = \ln z = \ln r + i\theta$$

$$\operatorname{Re} w \leq 0$$

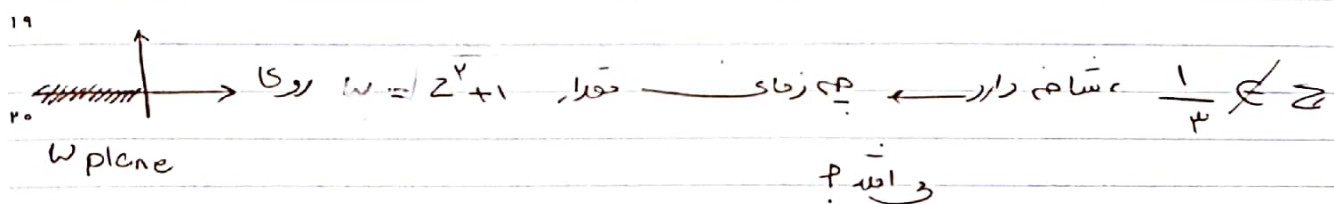
$$\operatorname{Im} w = 0$$

بنابراین w در این شاخه قرار می‌گیرد.

$$\Rightarrow \theta = 0$$

$$\ln r \leq 0 \rightarrow 0 < r \leq 1$$

مثال: $f(z) = \sqrt[3]{z^2 + 1} = (z^2 + 1)^{\frac{1}{3}}$



$$\operatorname{Im} w = 0 \quad \operatorname{Re} w \leq 0$$

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۳۰	۳۱					
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil

Gold

\$

€

۱۱۴

۱۳۹۹
پنجشنبه
اردیبهشت

۷ شعبان ۱۴۳۸
May Thursday

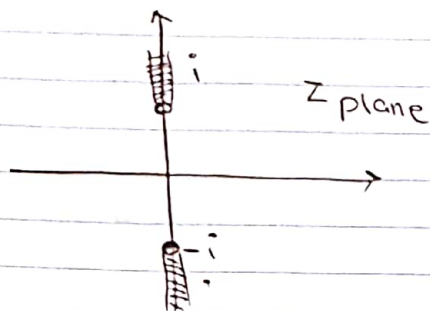
4 2017

$$w = x^2 - y^2 + 1 + i(\text{Im} w)$$

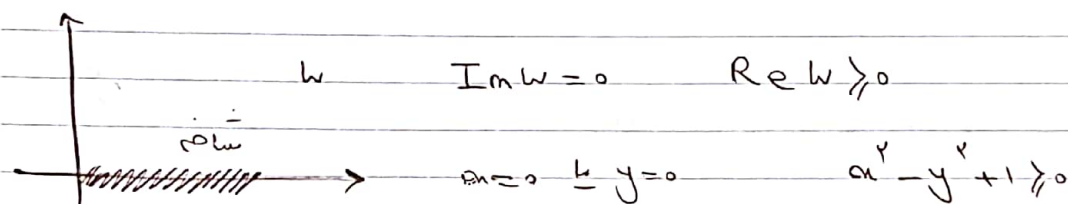
$$\text{Im} w = 0 \rightarrow x = 0 \text{ یا } y = 0$$

$$x^2 - y^2 + 1 \leq 0 \xrightarrow{x=0} |y| \geq 1$$

$$\xrightarrow{y=0} x^2 + 1 \leq 0 \quad \text{تناقض}$$



الف) ناحیه واقعی نیم (در صورت سوال با شماره روبرو) قبل از $\theta < 0$

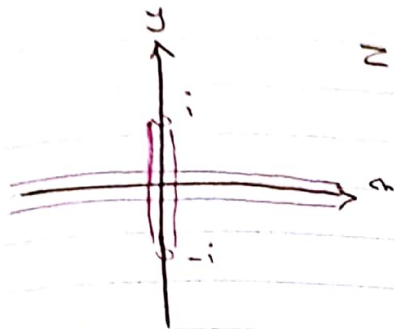


$$\begin{aligned} x=0 &\rightarrow -1 \leq y \leq 1 \\ y=0 &\rightarrow x^2 + 1 \geq 0 \end{aligned} \quad \text{تمام ها}$$

	ش	ی	د	س	چ	پ	ج
	۳۰	۳۱					۱
	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil Gold \$ €

2017 5



z plane

پایه اول

$$\Rightarrow z = iy \rightarrow \sqrt[n]{z^n + 1} = \sqrt[n]{-y^n + 1}$$

$-1 < y < 1$

پایه اول
حقیقی
صفت

$$f(z) = \frac{1}{z^n + (1+z)^n}$$

عنوان:

حل در مثال

پایه اول سوال:

مثال: $|f(z)| = C$ عرض $f(z)$ عیب

$$f(z) = A$$

حل:

$f(z) \rightarrow$ نوشتن - بین برقراری $u_n = v_n$
است

$$u_y = -v_n$$

$$|f(z)| = |u + iv| = u^2 + v^2 = C + e \neq 0$$

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۳۰	۳۱					
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil

Gold

\$

€

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{cases} u^2 + v^2 = 0 \\ u_x + v_y = 0 \end{cases} \xrightarrow{CRE} \begin{cases} u_x + v_y = 0 \\ v_x - u_y = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow -u^2 - v^2 = -Cte \neq 0 \rightarrow u_x = 0, v_x = 0 \Rightarrow u_y = 0$$

$$u = Cte, v = Cte \Rightarrow f(z) = Cte$$

$$f(z) = 0 \Rightarrow u = 0, v = 0 \Rightarrow f(z) = 0$$

$$1) \operatorname{Re} f(z) = Cte \quad \operatorname{Arg} f(z) = Cte \quad f'(z) = 0$$

نتیجه سوال:

$$f'(z) = f''(z) \quad (طبق قضیه I) \quad f(z) = f''(z) \quad (طبق قضیه I)$$

$$u = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} \quad f(z) = \frac{1}{z^2} \quad (طبق قضیه I)$$

$$f'(1+i) = ?$$



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

Oil

Gold

\$

€

$$f(z) = u + iv$$

$$f'(z) = f_m$$

حل:

$$f_m = u_m + iv_m = u_m - i u_y \rightarrow f_m \text{ تابع } u \text{ و } v$$

$$f_m(z) \rightarrow u = y = 1 \quad \text{سیس } z \text{ حلقه}$$

درس ۱۰

معادلات کوثری و کایلی

$$\checkmark f_\theta = ir f_r \Rightarrow u_\theta + iv_\theta = ir(u_r + iv_r)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_\theta = -rv_r \\ v_\theta = ru_r \end{cases}$$

$$r \neq 0 \quad \checkmark f'(z) = f'_m = f_r e^{-i\theta} = \frac{rf_r}{z}$$

مثال:

$$f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$$

نقطه $z_0 = 1 - i$ مستوی زیر است و حلقه مستوی آن برابر $1 + i$ است

$$u_r v_\theta + u_\theta v_r = ?$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۰	۳۱	۱				
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil

Gold

\$

€

$$f'(z_0) = \frac{r f_r}{z_0} \rightarrow 1+i = \frac{\sqrt{2} (u_r + i v_r)}{1-i}$$

حل ؟

$$\Rightarrow \sqrt{2} = u_r + i v_r \rightarrow u_r = \sqrt{2}, v_r = 0$$

$$\rightarrow u_\theta = 0, v_\theta = 1 \Rightarrow \text{حواشی مثل } r$$

حساب چهارم سوالات :

با داده و شرط، v حواشی و u حواشی برعکس

$$f(z) = u + i v$$

$$u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad \text{تابع هارمونیک}$$

 v فزونی هم ساز u است.

$$u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} = 0$$

مجموعه u در (r, θ) به v در (u, v) با استفاده از معادلات

لاپلاس به دست می آید.



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

Oil Gold \$ €

$$v(r, \theta) = r \sin \theta + \frac{1}{r^2} \sin^2 \theta$$

فصل:

$$f(z) = u + iv$$

رابطه $f(z)$ و z بیان کنید:

حل:

برای پاسخ u از CRE استفاده کنید:

$$u_\theta = -r v_r \rightarrow u_\theta = -r (\sin \theta - 2r^{-3} \sin^2 \theta) \quad I$$

$$v_\theta = r u_r \rightarrow u_r = \frac{1}{r} (r \cos \theta + \frac{2}{r^2} \cos^2 \theta) \quad II$$

$$I \rightarrow u = r \cos \theta - \frac{1}{r^2} \cos^2 \theta + C(r) \quad *$$

$$از * بر حسب r $C'(r) = 0 \rightarrow C(r) = C$$$

فصل و r

$$\Rightarrow u \quad \checkmark$$

$$f(re^{i\theta})$$

$$f(z) = u + iv = r \cos \theta - \frac{1}{r^2} \cos^2 \theta + C + i(r \sin \theta + \frac{1}{r^2} \sin^2 \theta)$$

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۳۱	۳۰					
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil

Gold

\$

€

۸ $z = re^{i\theta} = r \cos \theta + ir \sin \theta$

۹ $f(z) = z - \frac{1}{r^2} (\cos 2\theta - i \sin 2\theta) e^{-2i\theta}$

۱۰ $= z - \frac{1}{(re^{i\theta})^2} + C = z - \frac{1}{z^2} + C$

۱۱ $r \rightarrow z, \theta \rightarrow 0 \rightarrow f(z) = z - \frac{1}{z^2} + C = re^{i\theta} - \frac{1}{r^2} e^{-2i\theta} + C$

۱۲
۱۳
۱۴
۱۵ r جای z را z بکشد (از آخر به اول) z را z بنویسم
جلسه سوم

۱۶ مثال: $f(z)$ کنی، $\text{Im}[f'(z)] = 4xy + 1$ ، $f(0) = f'(0) = i$

۱۷ $f(z)$ را بیابیم. اطلاعات هر مرحله را در یک خط بنویسیم و به هم وصل کنیم.

۱۸ نکته: $f(z)$ کنی، $f'(z)$ کنی. اصل انتگرال کنی و مستقیم بزن!

۱۹ ابتدا مستقیم مرتبه ۱، پس مستقیم مرتبه ۲. جابجایی بزن.

۲۰ حل:

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

Oil Gold \$ €

2017 11

نکته: با داشتن u ، مستقیماً $f(z)$ را می‌توانیم بنویسیم:

$$f(z) = u + iv \quad f'(z) = u_x + i v_x = u_x - u_y \Big|_{\substack{x \rightarrow z \\ y \rightarrow i}} = g(z) = z^2$$

$$\rightarrow f(z) = \frac{z^3}{3}$$

این صحت نسبیست. این صحت نسبیست.

$$f'(z) = u_x + i v_x \quad v_x = 4xy + 1 \quad \text{حل}$$

$$= v_y + i v_x$$

$$f''(z) = v_{xy} + i v_{xx} = 4x + i 4y \rightarrow f''(z) = 4z$$

$$\rightarrow f'(z) = z^2 + C, \quad f'(0) = i \rightarrow C = i$$

$$\rightarrow f(z) = \frac{z^3}{3} + iz + C, \quad f(0) = i \rightarrow C = i$$

$$\Rightarrow f(z) = \frac{z^3}{3} + iz + i$$

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۱	۳۱	۳۰				
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳

Oil

Gold

\$

€

تعیین سغولات: روابط بین u و v را در شش

مثال:

$$f(z) = u + iv \quad \text{کلیب} \quad , \quad f'(z) = u^x - v^x + i^2 u^y v^y$$

$$g(z) = f'(z) = U + iV$$

از صورت سوال نفه باشد: $u^x - v^x = 2(x^3 y - xy^3)$ ، $f(z) = u + iv$ کلیب

$f(z)$ را بنویسید:

$$f'(z) \leftarrow u^x - v^x$$

$$U = u^x - v^x, \quad V = i(u^y + v^y) \leftarrow (1+i) f(z)$$

$$\leftarrow u + v$$

انواع نقاط عدد کلیب:

$$f(z) = \frac{|z-1|^2}{\bar{z}-1} + 10i + iy$$

$$z=1 \quad f(z) = \frac{(z-1)(\bar{z}-1)}{(\bar{z}-1)} + 10i + iy$$



Oil Gold \$ €

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

ولادت حضرت قائم عجل...! تعالی فرجه (۲۵۵ هـ.ق) (تعطیل) و روز جهانی مستضعفان

$$f(z) = a + |a| - 1 + 2iy$$

$$f_y = if_x$$

در تمام ناحیه‌های راستی - ریالی برقرار است!

$$2i = i \left(\begin{matrix} 2 & a > 0 \\ 0 & a < 0 \end{matrix} \right) \rightarrow a > 0$$

نویس ریالی برقرار است

نویس جزئی برقرار است

اگر فرض کنیم اصل

به غیر از همین نقطه بقیه کلیه: تین مختار

هستند

تین غیر مختار:

همه حسابی و زوجی / نیم باز هم ناحیه

غیر کلیه خود را در

ش ی د س چ پ ج

۱ ۳۱ ۳۰

۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲

۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹

۲۲ ۲۱ ۲۰ ۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶

۲۹ ۲۸ ۲۷ ۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳

Oil

Gold

\$

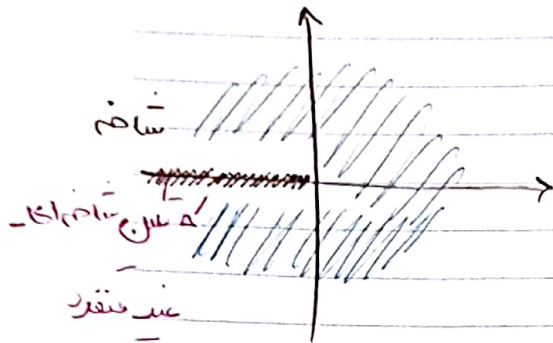
€

۱) $f(z) = \ln z$

۲) $f(z) = \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{z})}$

۱)

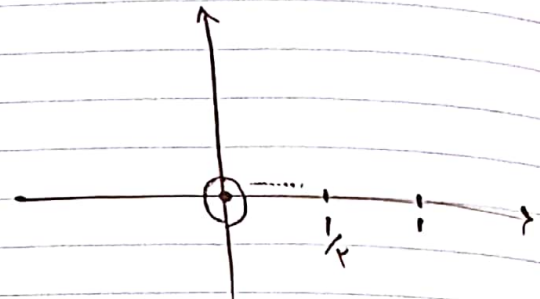
۲) $z = 0$



$$\sin \frac{\pi}{z} = 0 \rightarrow \frac{\pi}{z} = k\pi$$

$$\rightarrow z = \frac{1}{k}$$

حول $\frac{1}{k}$ به سمت صفر در $z=0$ تنگ غیر متقارن
اینجا شیب است



۱) نقاط تابع

کلید

غیر تنگ

تنگ

غیر متقارن

مقارن

مضام

اساسی

برآستی

شاخه ای: $\ln f(z) = \ln f(z) + i\pi k$, $\sin f(z) = \frac{1}{f(z)}$

اینجا شیب است: $\frac{1}{\sin(\frac{1}{f(z)})}$

خارج باشد

Oil Gold \$ €

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

نقطه و ملولون

برای تابع خاص در یک محدوده خاص:

$$\frac{1}{1-z} = 1 + z + z^2 + \dots \quad |z| < 1$$

این ناحیه خاص سایدون می شود

نقطه لورنت

برای نقاط خاص مقدار نوشته شود

نقطه و ملولون

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-z_0)^n = a_0 + a_1 (z-z_0) + \dots$$

$$a_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!}$$

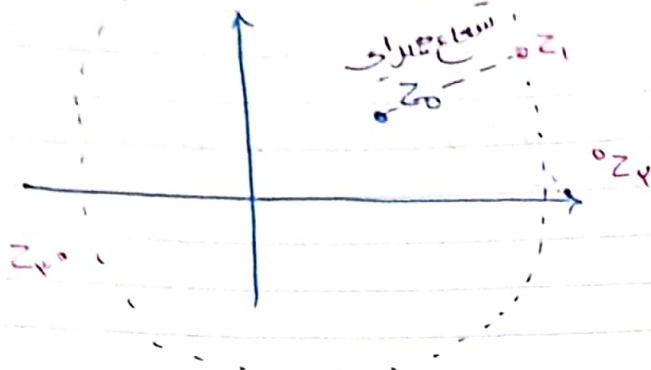
ح. فرزند حسن

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۳۰	۳۱					۱
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil Gold \$ €

۴۶

16 2017



با استفاده از از عملیات تدریجی و تعادل شعاع برای محاسبه کرد

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n : \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|C_n|} < 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{C_{n+1}}{C_n} \right| < 1$$

$$\sum \frac{n! z^n}{n^n} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (n!)^{\frac{1}{n}} \approx \frac{n}{e} \quad \text{نشان:}$$

حل:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n! z^n}{n^n} \right| < 1 \rightarrow \left| \frac{\frac{n}{e} \cdot z}{n} \right| < 1 \rightarrow |z| < e$$



Oil Gold \$ €

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

(۱) بسط‌های توانی:

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$$

بسط‌های توانی برای e^z و e^{-z} برقرار است.

$$\cosh z = 1 + \frac{z^2}{2!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{(2n)!}$$

$$\sinh z = z + \frac{z^3}{3!} + \dots = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$$

توان‌های فرد e^z

$$\cos z = 1 - \frac{z^2}{2!} + \dots = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$$

توان‌های زوج e^z

$$\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

توان‌های فرد e^z

(۲) بسط‌های توانی هندسی:

$$\frac{a_0}{1-q} = a_0 + a_0 q + a_0 q^2 + \dots$$

نسبت q قدرنسبت a_0 به اول $1 < |q|$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} a_0 q^n$$

$$f(z) = \frac{z}{1-z^2} = z + z^3 + z^5 + \dots$$

ش ی د س ج پ ج

۱ ۳۱ ۳۰

۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲

۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹

۲۲ ۲۱ ۲۰ ۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶

۲۹ ۲۸ ۲۷ ۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳



Oil

Gold

\$

€

۱۸

18 2017

$$\frac{1}{z^2 - 1} = \frac{1}{(z-1)(z+1)} = \frac{1}{z-1} - \frac{1}{z+1} \quad \text{درجه مرتبه مرتبه} \quad |z| < 1$$

$$\frac{-\frac{1}{z}}{1 - \frac{z}{z}} + \frac{1}{1-z} =$$

۱۳) مستقر است:

$$f(z) = \ln(1+z)$$

$$f'(z) = \frac{1}{1+z} \quad |z| < 1$$

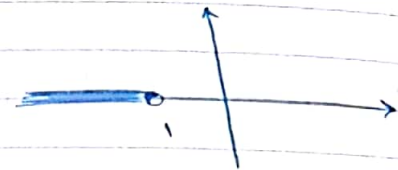
$$= 1 - z + z^2 - \dots$$

$$\Rightarrow f(z) = \ln(1+z) = z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \dots + C$$

$$\xrightarrow{z=0} C = 0$$

$$\ln(1) = 0$$

۱+z را شامل به



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱						

Oil Gold \$ €

روز بزرگداشت حکیم عمر خیام

2017 19

۱۳۹۸ شعبان ۲۲
May Friday

۱۳۹۸/۰۵/۲۲
۱۳۹۸
جمعه
اردیبهشت ۱۳۹۸

$$f(z) = \frac{1}{(1-z)^n}$$

$$g(z) = \frac{1}{1-z} = 1 + z + z^2 + z^3 + \dots$$

$$+ (1-z)^{-2} = 1 + 2z + 3z^2 + \dots$$

$$+ 2(1-z)^{-3} = 2 + 6z + 12z^2 + \dots$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(1-z)^4} = 1 + 4z + 10z^2 + \dots$$

(۴) بسط نیون:

$$(1+u)^n = 1 + \binom{n}{1}u + \binom{n}{2}u^2 + \binom{n}{3}u^3 + \dots$$

$$n \quad \frac{n(n-1)}{2!} \quad \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$$

n هر عددی تواند باشد:

$$(1-z)^{-4} = 1 + 4z + \frac{-4(-4)(-4)}{2!}(-z)^2 + \dots$$

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۳۰	۳۱					
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil

Gold

\$

€

۱) جواب $e^z \sin z = (1 + z + \frac{z^2}{2!} + \dots)(z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \dots)$

$= z + z^2 + (-\frac{1}{4} + \frac{1}{4})z^4 + \dots$

۲) تقسیم $\operatorname{tg} z = \frac{\sin z}{\cos z} = \frac{z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \dots}{1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \dots}$

$\frac{z - \frac{z^3}{3!} + \dots}{\alpha z^2}$

۳) ترکیب $\sin(e^z) = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots$

$= (1 + z + \frac{z^2}{2!} + \dots) - \frac{(1 + z + \frac{z^2}{2!} + \dots)^3}{3!} + \dots$

Alarm : $z=0 \leftarrow \sin(1) \leftarrow$ به فلون سین!



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۳۰					۱
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil Gold \$ €

$$\sin(e^z - 1 + 1)$$

پس باید بنویسیم:

$$e^z - 1 = t$$

$$= \sin t \cos 1 + \cos t \sin 1$$

$$= \left(t - \frac{t^3}{3!} + \dots \right) \cos 1 + \left(1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots \right) \sin 1$$

$$z^3 \left(\frac{\cos 1}{3!} - \frac{\cos 1}{3!} - \frac{\sin 1}{2!} \right)$$

* برای این قسمت t را از $e^z - 1$ بنویسیم:

$$t = e^z - 1 = z + \frac{z^2}{2!} + \dots$$

ش ی د س ج پ ج

۱ ۳۱ ۳۰

۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲

۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹

۲۲ ۲۱ ۲۰ ۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶

۲۹ ۲۸ ۲۷ ۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳



Oil

Gold

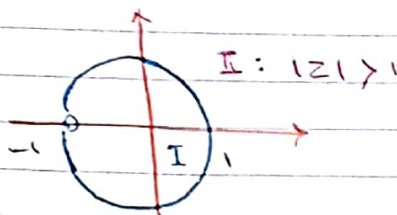
\$

€

جلسه چهارم

جستار لورنت:

$$f(z) = \frac{1}{z+1} = 1 - z + z^2 - z^3 + \dots \quad |z| < 1$$



حال اگر بخواهیم برای ناحیه II بنویسیم:

$$f(z) = \frac{1}{z} = \frac{1}{1 + \frac{1}{z}} = \frac{1}{z} - \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} - \dots$$

پس برای نوشتن هر قسمت از بسط لورنت استفاده کنیم:

$$f(z) = \dots + \frac{a_{-2}}{(z-z_0)^2} + \frac{a_{-1}}{(z-z_0)} + a_0 + a_1(z-z_0) + a_2(z-z_0)^2 + \dots$$



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱				

Oil Gold \$ €

2017 23

۲

ماهیهای / ازال ها ابرکا نوشتن بسط کلاسیک و ازال ها ازال
با ازال ها نقش و نیم بر اساس نقاط نقش است.

۱) $f(z) = z^{-5} \sin z$

مثال:

$$= z^{-5} \left(z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \frac{z^7}{7!} + \dots \right)$$

$$= \frac{1}{z^4} - \frac{1}{3!z^2} + \frac{1}{5!} - \frac{z^2}{7!} + \dots$$

$0 < |z|$

۲) $f(z) = z^2 e^{\frac{1}{z}}$

$$= z^2 \left(1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{2!z^2} + \dots \right)$$

$$= z^2 + z + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!z} + \dots$$

$0 < |z|$

۳) $f(z) = \frac{e^z - 1}{z}$

$$= \frac{z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots}{z} = 1 + \frac{z}{2!} + \frac{z^2}{3!} + \dots$$

عش اصال نداریم

ش ی د س ج پ ج

۵ ۴ ۳ ۲ ۱

۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶

۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۳

۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳ ۲۲ ۲۱ ۲۰

۳۱ ۳۰ ۲۹ ۲۸ ۲۷

Oil

Gold

\$

€

برای هر z سطحی $z = 0$ سطحی مغز در
در رابطه با سطح لریست :

$$f(z) = \dots + \frac{a_{-2}}{(z-z_0)^2} + \frac{a_{-1}}{(z-z_0)} + a_0 + a_1(z-z_0) + a_2(z-z_0)^2 + \dots$$

بخش اصلی بخش کلی

قطب و وقتی بخش اصلی n بزرگتر از توان n است $\leftarrow$ قطب مرتبه n
در صورت مثال ۱ : قطب مرتبه ۴

ویدیو اساسی : بخش اصلی ناظر است ، در این مورد ، یک قطب مرتبه n دارد
یک تابع کلی و شود

قطب مرتبه n
 e ، $\sin(n \text{ قطب مرتبه})$

$$\sin\left(\frac{1}{z+1}\right)$$

بدون $\sin$ ، $z = -1$ ، یک قطب ساده است ، و در تابع کلی $\sin$ شده
است ، پس سطحی اصلی است .

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۵	۴	۳	۲	۱		
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷		

Oil Gold \$ €

2017 25

ویرایش برداشتی: در این حالت اگر به نظر تلخ مقفول به صورت حدی نزدیک شود تابع دارای آب خوردگی شود. همان خطی مرتبه صفر است!!

مثال:

* اگر f و g تخطی باشند، $\frac{f}{g}$ ریشه های خفج تلخ مقفول هستند.

$$f(z) = \frac{1 + \cos R_z}{(z^2 - 1)^k \sin R_z}$$

$z = \pm 1$ و $z = k$ $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$z = 1 \rightarrow (z^2 - 1)^k, \sin R_z, 1 + \cos R_z = 0$

	$z = 1$	$z = 1$
$\sin R_z$	0	$1 + \cos R_z$
$R_z \cos R_z$	$-R_z \neq 0$	$-R_z \sin R_z$
$R_z^2 \cos R_z$	$\neq 0$	$-R_z^2 \cos R_z$
	تکرار صفرها = 1	$\neq 0$
	(1)	(2)

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۵	۴	۳	۲	۱		
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
	۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	

Oil Gold \$ €

۱۳۹۶/۰۳/۰۵

۱۳۹۶

جمعه

خرداد

۵

۲۹ شعبان ۱۴۳۸

May Friday

26 2017

$$\frac{(z-1)^4}{(z-1)^3} \Rightarrow z=1 \text{ قطب مرتبه } 1$$

۱۰ * این توان صفر درخرج براساس z بیساز باشد، z بیس مقدر براساسی است (همچون حسن)

۱۱ این توان صفر بزرگتر باشد

$$۲) f(z) = \frac{e^z - 1}{(\sin z - z)(\cosh z - 1)} \quad z=0 \Rightarrow$$

۱۳ در اینجا استفاده از بسط بهتر است:

$$\sin z - z = \frac{-z^3}{3!} + \dots = z^3 \left(\frac{-1}{3!} + \dots \right) \quad \text{صفر مرتبه } 3$$

۱۶ اینجا برای $z=0$ ، صفری نشود

$$e^z - 1 \quad \text{صفر مرتبه } 2$$

$$\cosh z - 1 \quad \text{صفر مرتبه } 2$$

$$\Rightarrow z=0 \quad \text{قطب مرتبه } 1$$



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵		
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱		

Oil Gold \$ €

در دور مثال ① :

قطب مرتبه ۱ (سه) زوج $k =$

}

$\sin R_z$

$k =$ عرقتو $\neq \pm 1$

$1 + \cos R_z$

$\sin R_z$

}

مرتبه ②

مرتبه ①

$\Rightarrow$ مرتبه زوج $\rightarrow$ مرتبه صورت $\rightarrow$ متن برداشتی

مثال : ۹۴، ۱۵ : بسط لورنت در ناحیه حوضه سه را بنویسید :

$$f(z) = \frac{\sqrt{z-2}}{z^3 - z^2 - 2z}$$

$$|z+1| > 3$$

حول $z = -1$ و شعاع ۳ ، بدون رادیه

ش ی د س ج پ ج

۵ ۴ ۳ ۲ ۱

۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶

۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۳

۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳ ۲۲ ۲۱ ۲۰

۳۱ ۳۰ ۲۹ ۲۸ ۲۷

Oil

Gold

\$

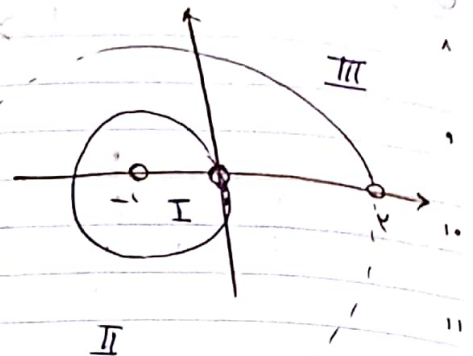
€

V

28 2017

$$z^3 - z^2 - 2z = (z)(z-2)(z+1)$$

ما ناحیه ۳ قرار است یک نیم



$$g(t) = \frac{vt - A}{(t-1)(t-3)(t+1)}$$

$$t \text{ حاصل } 0, \quad z+1=t$$

$$|t| > 3$$

$$\frac{1}{t} \cdot \frac{vt - A}{(t-1)(t-3)} = \frac{1}{t} \cdot \left(\frac{A}{t-1} + \frac{B}{t-3} \right)$$

* $t=0$ برای این قسمت کلیه است

$$A=1, \quad B=4$$

قسمت * $b/a < 1$ و $a/b < 1$ برای این

$$\frac{1}{a+b} = \frac{\frac{1}{a}}{1+b/a} = \frac{\frac{1}{b}}{1+a/b}$$

$$|b/a| < 1 \quad \text{و} \quad |a/b| < 1$$

$$\frac{a_0}{1-q} \quad |q| < 1 \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_0 q^n$$



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱				

Oil Gold \$ €

۳ رخصان ۱۴۳۸
May Monday

2017 29

۱-۴

۱ < ۱ < ۱ < ۲

۱۳۹۶/۰۳/۰۸

۱۳۹۶

دوشنبه

خرداد

۱ < ۱ < ۱ < ۲

Λ

$$\frac{1}{t-1} \dots t < 1 \quad \frac{1}{t} < 1 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \frac{1}{t} \left(\frac{\frac{1}{t}}{1 - \frac{1}{t}} + \frac{\frac{4}{t}}{1 - \frac{3}{t}} \right)$$

$$= \frac{1}{t} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{t} \left(\frac{1}{t} \right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{t} \left(\frac{3}{t} \right)^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 + 4(3^n)}{t^{n+2}}$$

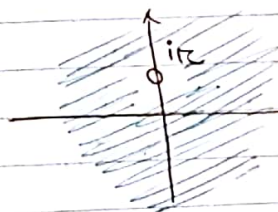
ناحیه ۱، فاصله از محور در ناحیه ۳، مجموع فاصله از محور.

برای ناحیه ۲: $1 < 12 + 11 < 3$

مثال:

$$f(z) = \frac{e^z}{(iz + \pi)^2}$$

$$z = i\pi$$



چند ناحیه دارد؟ ناحیه ۱

ش ی د س ج پ ج

۵ ۴ ۳ ۲ ۱

۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶

۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۳

۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳ ۲۲ ۲۱ ۲۰

۳۱ ۳۰ ۲۹ ۲۸ ۲۷

Oil

Gold

\$

€

q

30 2017

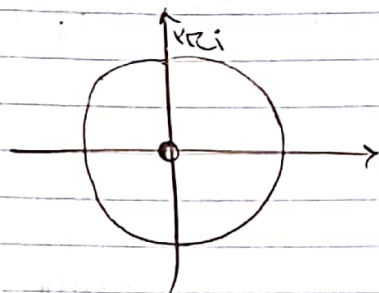
$$t = z - i\pi \quad g(t) = \frac{e^{t+i\pi}}{(i(t+i\pi)+\pi)^2} = \frac{-e^t}{-t^2}$$

حل $t=0$

$$= \frac{1+t^2+\frac{t^4}{4!}+\dots}{t^2} = \frac{1}{t^2} + \frac{1}{t} + \frac{1}{4!} + \dots$$

* تعریف مانده: ضریب a_{-1} * e^z با تابع متناوب با دوره تناوب $2\pi i$ است.

$$f(z) = \frac{1}{z(e^z - 1)} \quad \text{حل } z=0$$



$$\frac{1}{z(z + \frac{z^2}{2!} + \dots)} = \frac{1}{z^2} \left(\frac{1}{1 + \frac{z}{2} + \dots} \right)$$

$$\frac{1}{1 + \frac{z}{2} + \dots} = \frac{1 + \frac{z}{2} + \dots}{1 - \frac{z}{2} + \dots} = -\frac{z}{2} + \dots$$

* نسبت لورنت در تدریس تدریس خاص به ما حلقه مانده را و ضریب $\frac{1}{t}$ در تدریس تدریس خاص

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۵	۴	۳	۲	۱		
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
	۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	

Oil Gold \$ €

$$f(z) = \frac{1}{\sin\left(\frac{1}{z}\right)}$$

$z=0$ تنگ است. به سبب لورنت زیاد

$$f(z) = \sin\left(\frac{1}{z+1}\right)$$

$z=-1$ تنگ است. اساسی * در این حالت تنگ

پیدا کردن قافیه نوشتن بسط لورنت است.

$$z+1=t \quad g(t)=\sin\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{1}{t} - \frac{1}{3!t^3} + \dots$$

$$f(z) = \sin\left(\frac{z}{z+1}\right) \rightarrow g(t) = \sin\left(\frac{t-1}{t}\right) = \sin\left(1 - \frac{1}{t}\right)$$

$$= \sin 1 \cos \frac{1}{t} - \sin \frac{1}{t} \cos 1$$

قافیه: $-\cos 1$

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۵	۴	۳	۲	۱		
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
	۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	

Oil

Gold

\$

€

۱۳۹۶/۰۳/۱۱

۱۳۹۶

پنجشنبه

خرداد

||

۶ رمضان ۱۴۳۸

June Thursday

1 2017

جلسه پنجم

واسطه وارنده

وارنده برای سطح متغیر متغیر

$$\text{Res}[f(z), z_0] = \text{Res} f(z)_{z=z_0}$$

بسط لورنت $\Rightarrow$ سطح است $|z - z_0| < \rho$
 نقطه مرتبه n

$$f(z) = \frac{a_{-n}}{(z-z_0)^n} + \dots + \frac{a_{-1}}{(z-z_0)} + a_0 + a_1(z-z_0) + \dots$$

$$f(z)(z-z_0)^n = \phi(z) = a_{-n} + \dots + a_{-1}(z-z_0)^{n-1} + \dots$$

عامل مقابله $\Rightarrow$ $\phi(z)$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \phi(z) = 0 + (n-1)! a_{-1} + 0$$

$$\Rightarrow a_{-1} = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{\phi(z)}{(n-1)!}$$

باید در صورت n را حذف کنیم



Oil

Gold

\$

€

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۵	۴	۳	۲	۱		
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
	۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	

2017

۷ رمضان ۱۴۳۸

June Friday

۲

۱۳۹۶/۰۳/۱۲

۱۳۹۶

جمعه

خرداد

۱۲

موضوع: فرمول لورنتس برای محاسبه سرعت نسبی و قابلیت استفاده از آن

۱. $\phi(z) = (z - z_0)^n$ ساده شود برای مرتبه‌های بالاتر از سطح لورنتس استفاده می‌شود.

مثال: فایده $z=0$

$$\frac{\sin z}{z^4}$$

$$\text{Res}_{z=0} \frac{\sin z}{z^4} = \frac{+1}{5!}$$

شماره ۱

شماره ۲

$z=0 \rightarrow$ محاسبه مرتبه ۵

$$\phi(z) = \lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{\sin z}{z} \right)^{(k)} \left(\frac{1}{k!} \right)$$

$$\text{Res}_{z=-1} \left(z^4 \sin \frac{1}{z+1} \right)$$

$$z+1=t$$

$z=-1$ پس اساسی

$$z=-1$$

نسبت لورنتس

$$\text{Res}_{t=0} \left((t-1)^4 \sin \frac{1}{t} \right)$$

ش ی د س ج پ ج

۵ ۴ ۳ ۲ ۱

۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶

۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۳

۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳ ۲۲ ۲۱ ۲۰

۳۱ ۳۰ ۲۹ ۲۸ ۲۷

Oil

Gold

\$

€

Res $\frac{z}{(z+1)(z-1)^2}$
 $z=-1$

مقیب ساره

$$\frac{z}{(z+1)(z-1)^2} (z+1) = \frac{z}{(z-1)^2} \xrightarrow{z=-1} \frac{-1}{4}$$

$a_{-1} = \lim_{z \rightarrow -1} f(z) (z - z_0)$

مقیب ساره

Res $\frac{z}{(z+1)(z-1)^2}$
 $z=1$

مقیب مرتبه دو

$$\frac{1}{1!} \left(\frac{z}{(z+1)} \right)' = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{(z+1)^2} = \frac{1}{4}$$

Res $\frac{e^z}{(z-1)^4}$
 $z=1$

$$\frac{1}{3!} (e^z)^{(3)} = \frac{1e^z}{4} = \frac{e}{4}$$

Res $\frac{1}{z(e^z-1)}$
 $z=0$

مقیب مرتبه دو ← هر دو ل اینجا طولانی

$$\left(\frac{1}{z(e^z-1)} \cdot z^2 \right)' = \left(\frac{z}{e^z-1} \right)' = \frac{e^z-1-ze^z}{(e^z-1)^2} \xrightarrow{z=0} \frac{1-1-1}{(1-1)^2} \rightarrow \frac{-1}{0}$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۵	۴	۳	۲	۱		
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷		

Oil

Gold

\$

€

۱۳۹۶/۰۲/۱۵

۱۳۹۶

دوشنبه

خرداد

۱۵

۱۰ رمضان ۱۴۳۸

June Monday

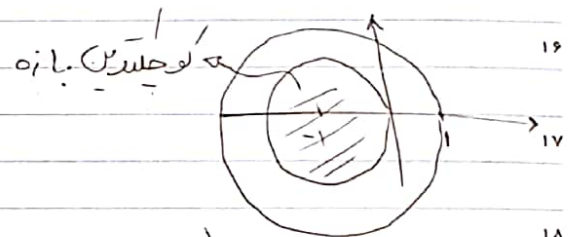
5 2017

$$f(z) = \left(\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(z+1)^n} \right) + \frac{1}{2(z+1)} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+1)^n}{2^n}$$

سوال
تابع چیست؟
پ. فزیدل
برای تابع هر عددی است که تابع چیست؟
۱۹۱۴۱

$$1 < |z+1| < 2 \Rightarrow \left| \frac{z+1}{2} \right| < 1 \quad \left| \frac{1}{z+1} \right| < 1$$

فازده تابع را ببینید بازه قابل قبول: نوجوین خاصه
 $|z+1| < 1$



۱۶
۱۷
۱۸
۱۹
۲۰

$$f(z) = \frac{\left(\frac{1}{z+1} \right)^2}{1 - \frac{1}{z+1}} + \frac{1}{2(z+1)} + \frac{1}{1 - \frac{z+1}{2}}$$

نوجوین خاصه
باز نوجوین

ریشه ها $z=0, z=-1, z=2$

$$\Rightarrow \frac{-1}{z(z+1)(z-2)}$$

(مک نام من) ریشه!



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵		
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱		

Oil Gold \$ €

وفات حضرت خدیجه سلام...! علیها (۳ سال قبل از هجرت) - قیام خونین ۱۵ خرداد (۱۳۴۲ ه.ش) (تعطیل) - روز جهانی محیط زیست

2017

6

14

٥٠٠٠ ١١٠٠ ١٢٠٠ ١٣٠٠ ١٤٠٠ ١٥٠٠ ١٦٠٠ ١٧٠٠ ١٨٠٠ ١٩٠٠ ٢٠٠٠ ٢١٠٠ ٢٢٠٠ ٢٣٠٠ ٢٤٠٠ ٢٥٠٠ ٢٦٠٠ ٢٧٠٠ ٢٨٠٠ ٢٩٠٠ ٣٠٠٠ ٣١٠٠ ٣٢٠٠ ٣٣٠٠ ٣٤٠٠ ٣٥٠٠ ٣٦٠٠ ٣٧٠٠ ٣٨٠٠ ٣٩٠٠ ٤٠٠٠ ٤١٠٠ ٤٢٠٠ ٤٣٠٠ ٤٤٠٠ ٤٥٠٠ ٤٦٠٠ ٤٧٠٠ ٤٨٠٠ ٤٩٠٠ ٥٠٠٠ ٥١٠٠ ٥٢٠٠ ٥٣٠٠ ٥٤٠٠ ٥٥٠٠ ٥٦٠٠ ٥٧٠٠ ٥٨٠٠ ٥٩٠٠ ٦٠٠٠ ٦١٠٠ ٦٢٠٠ ٦٣٠٠ ٦٤٠٠ ٦٥٠٠ ٦٦٠٠ ٦٧٠٠ ٦٨٠٠ ٦٩٠٠ ٧٠٠٠ ٧١٠٠ ٧٢٠٠ ٧٣٠٠ ٧٤٠٠ ٧٥٠٠ ٧٦٠٠ ٧٧٠٠ ٧٨٠٠ ٧٩٠٠ ٨٠٠٠ ٨١٠٠ ٨٢٠٠ ٨٣٠٠ ٨٤٠٠ ٨٥٠٠ ٨٦٠٠ ٨٧٠٠ ٨٨٠٠ ٨٩٠٠ ٩٠٠٠ ٩١٠٠ ٩٢٠٠ ٩٣٠٠ ٩٤٠٠ ٩٥٠٠ ٩٦٠٠ ٩٧٠٠ ٩٨٠٠ ٩٩٠٠ ١٠٠٠٠ ١٠١٠٠ ١٠٢٠٠ ١٠٣٠٠ ١٠٤٠٠ ١٠٥٠٠ ١٠٦٠٠ ١٠٧٠٠ ١٠٨٠٠ ١٠٩٠٠ ١١٠٠٠ ١١١٠٠ ١١٢٠٠ ١١٣٠٠ ١١٤٠٠ ١١٥٠٠ ١١٦٠٠ ١١٧٠٠ ١١٨٠٠ ١١٩٠٠ ١٢٠٠٠ ١٢١٠٠ ١٢٢٠٠ ١٢٣٠٠ ١٢٤٠٠ ١٢٥٠٠ ١٢٦٠٠ ١٢٧٠٠ ١٢٨٠٠ ١٢٩٠٠ ١٣٠٠٠ ١٣١٠٠ ١٣٢٠٠ ١٣٣٠٠ ١٣٤٠٠ ١٣٥٠٠ ١٣٦٠٠ ١٣٧٠٠ ١٣٨٠٠ ١٣٩٠٠ ١٤٠٠٠ ١٤١٠٠ ١٤٢٠٠ ١٤٣٠٠ ١٤٤٠٠ ١٤٥٠٠ ١٤٦٠٠ ١٤٧٠٠ ١٤٨٠٠ ١٤٩٠٠ ١٥٠٠٠ ١٥١٠٠ ١٥٢٠٠ ١٥٣٠٠ ١٥٤٠٠ ١٥٥٠٠ ١٥٦٠٠ ١٥٧٠٠ ١٥٨٠٠ ١٥٩٠٠ ١٦٠٠٠ ١٦١٠٠ ١٦٢٠٠ ١٦٣٠٠ ١٦٤٠٠ ١٦٥٠٠ ١٦٦٠٠ ١٦٧٠٠ ١٦٨٠٠ ١٦٩٠٠ ١٧٠٠٠ ١٧١٠٠ ١٧٢٠٠ ١٧٣٠٠ ١٧٤٠٠ ١٧٥٠٠ ١٧٦٠٠ ١٧٧٠٠ ١٧٨٠٠ ١٧٩٠٠ ١٨٠٠٠ ١٨١٠٠ ١٨٢٠٠ ١٨٣٠٠ ١٨٤٠٠ ١٨٥٠٠ ١٨٦٠٠ ١٨٧٠٠ ١٨٨٠٠ ١٨٩٠٠ ١٩٠٠٠ ١٩١٠٠ ١٩٢٠٠ ١٩٣٠٠ ١٩٤٠٠ ١٩٥٠٠ ١٩٦٠٠ ١٩٧٠٠ ١٩٨٠٠ ١٩٩٠٠ ٢٠٠٠٠ ٢٠١٠٠ ٢٠٢٠٠ ٢٠٣٠٠ ٢٠٤٠٠ ٢٠٥٠٠ ٢٠٦٠٠ ٢٠٧٠٠ ٢٠٨٠٠ ٢٠٩٠٠ ٢١٠٠٠ ٢١١٠٠ ٢١٢٠٠ ٢١٣٠٠ ٢١٤٠٠ ٢١٥٠٠ ٢١٦٠٠ ٢١٧٠٠ ٢١٨٠٠ ٢١٩٠٠ ٢٢٠٠٠ ٢٢١٠٠ ٢٢٢٠٠ ٢٢٣٠٠ ٢٢٤٠٠ ٢٢٥٠٠ ٢٢٦٠٠ ٢٢٧٠٠ ٢٢٨٠٠ ٢٢٩٠٠ ٢٣٠٠٠ ٢٣١٠٠ ٢٣٢٠٠ ٢٣٣٠٠ ٢٣٤٠٠ ٢٣٥٠٠ ٢٣٦٠٠ ٢٣٧٠٠ ٢٣٨٠٠ ٢٣٩٠٠ ٢٤٠٠٠ ٢٤١٠٠ ٢٤٢٠٠ ٢٤٣٠٠ ٢٤٤٠٠ ٢٤٥٠٠ ٢٤٦٠٠ ٢٤٧٠٠ ٢٤٨٠٠ ٢٤٩٠٠ ٢٥٠٠٠ ٢٥١٠٠ ٢٥٢٠٠ ٢٥٣٠٠ ٢٥٤٠٠ ٢٥٥٠٠ ٢٥٦٠٠ ٢٥٧٠٠ ٢٥٨٠٠ ٢٥٩٠٠ ٢٦٠٠٠ ٢٦١٠٠ ٢٦٢٠٠ ٢٦٣٠٠ ٢٦٤٠٠ ٢٦٥٠٠ ٢٦٦٠٠ ٢٦٧٠٠ ٢٦٨٠٠ ٢٦٩٠٠ ٢٧٠٠٠ ٢٧١٠٠ ٢٧٢٠٠ ٢٧٣٠٠ ٢٧٤٠٠ ٢٧٥٠٠ ٢٧٦٠٠ ٢٧٧٠٠ ٢٧٨٠٠ ٢٧٩٠٠ ٢٨٠٠٠ ٢٨١٠٠ ٢٨٢٠٠ ٢٨٣٠٠ ٢٨٤٠٠ ٢٨٥٠٠ ٢٨٦٠٠ ٢٨٧٠٠ ٢٨٨٠٠ ٢٨٩٠٠ ٢٩٠٠٠ ٢٩١٠٠ ٢٩٢٠٠ ٢٩٣٠٠ ٢٩٤٠٠ ٢٩٥٠٠ ٢٩٦٠٠ ٢٩٧٠٠ ٢٩٨٠٠ ٢٩٩٠٠ ٣٠٠٠٠ ٣٠١٠٠ ٣٠٢٠٠ ٣٠٣٠٠ ٣٠٤٠٠ ٣٠٥٠٠ ٣٠٦٠٠ ٣٠٧٠٠ ٣٠٨٠٠ ٣٠٩٠٠ ٣١٠٠٠ ٣١١٠٠ ٣١٢٠٠ ٣١٣٠٠ ٣١٤٠٠ ٣١٥٠٠ ٣١٦٠٠ ٣١٧٠٠ ٣١٨٠٠ ٣١٩٠٠ ٣٢٠٠٠ ٣٢١٠٠ ٣٢٢٠٠ ٣٢٣٠٠ ٣٢٤٠٠ ٣٢٥٠٠ ٣٢٦٠٠ ٣٢٧٠٠ ٣٢٨٠٠ ٣٢٩٠٠ ٣٣٠٠٠ ٣٣١٠٠ ٣٣٢٠٠ ٣٣٣٠٠ ٣٣٤٠٠ ٣٣٥٠٠ ٣٣٦٠٠ ٣٣٧٠٠ ٣٣٨٠٠ ٣٣٩٠٠ ٣٤٠٠٠ ٣٤١٠٠ ٣٤٢٠٠ ٣٤٣٠٠ ٣٤٤٠٠ ٣٤٥٠٠ ٣٤٦٠٠ ٣٤٧٠٠ ٣٤٨٠٠ ٣٤٩٠٠ ٣٥٠٠٠ ٣٥١٠٠ ٣٥٢٠٠ ٣٥٣٠٠ ٣٥٤٠٠ ٣٥٥٠٠ ٣٥٦٠٠ ٣٥٧٠٠ ٣٥٨٠٠ ٣٥٩٠٠ ٣٦٠٠٠ ٣٦١٠٠ ٣٦٢٠٠ ٣٦٣٠٠ ٣٦٤٠٠ ٣٦٥٠٠ ٣٦٦٠٠ ٣٦٧٠٠ ٣٦٨٠٠ ٣٦٩٠٠ ٣٧٠٠٠ ٣٧١٠٠ ٣٧٢٠٠ ٣٧٣٠٠ ٣٧٤٠٠ ٣٧٥٠٠ ٣٧٦٠٠ ٣٧٧٠٠ ٣٧٨٠٠ ٣٧٩٠٠ ٣٨٠٠٠ ٣٨١٠٠ ٣٨٢٠٠ ٣٨٣٠٠ ٣٨٤٠٠ ٣٨٥٠٠ ٣٨٦٠٠ ٣٨٧٠٠ ٣٨٨٠٠ ٣٨٩٠٠ ٣٩٠٠٠ ٣٩١٠٠ ٣٩٢٠٠ ٣٩٣٠٠ ٣٩٤٠٠ ٣٩٥٠٠ ٣٩٦٠٠ ٣٩٧٠٠ ٣٩٨

12

حول نصف ساره سن $\leftarrow z = -1 \rightarrow$ رابطه z ها بندهای z بندهای z

* also $\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{p(z)}{q(z)} = \frac{0}{0}$ $\Rightarrow \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{p(z)}{q(z)} = \frac{p'(z_0)}{q'(z_0)}$ (L'Hôpital's Rule)

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{P(z)}{Q'(z)} \rightarrow \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{P(z)}{Q'(z)}$$

$$\text{Res}_{z=i\pi} \frac{1}{e^z + 1} = \frac{1}{e^z} = \frac{1}{e^{i\pi}} = -1$$

مثال: ۱. $\sqrt{z} = 0$ مرتبه دوم و مانند برابر ۲ باشد، $z = 1$ خطی سازد است و مانند برابر ۲ است و ۱۸
تفاوتها را می‌بینیم: $z = 1$ و $z = 0$ ۱۹

نوع ۱، $f(z)$ ، $\lim_{|z| \rightarrow \infty} f(z) = C \neq 0$ ، است، $f(z)$ ، $f(-1) = 2$ ، $f(1) = 0$

$$f(z) = \frac{p(z)}{q(z)} \quad \frac{p(z)}{z^v(z-1)} = \frac{A}{z^v} + \frac{B}{z} + \frac{C}{z-1} + h(z)$$

توابع علی غیر ثابت در $\mathbb{R}^n$ به $\mathbb{R}^n$ از

$\Rightarrow h(z) = C$

A, C بر اساس $f(1), f(-1)$ خاصیت شود

ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵		
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱		

Oil

Gold

\$

©

امثال حای مختلط :

$$\int_C f(z) dz$$

امثال ررک خط هستند

مسیر حای مختلط :



خم ساره بسته : حول ر قطع می نوز



خم غند ساره :

حده امثال به علت نقاط سطح اجاره شود

خم حای غند ساره را با تبدیل تبدیل می شود

خم حای ۴ :

$$z - z_0 = R e^{i\theta}$$

دور یا رادی

$$|z - z_0| = R$$

$$z = z_0 + R e^{i\theta}$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

$$R \cos \theta \quad R \sin \theta$$

$\iff$

$$x = x_0 + R \cos \theta$$

$$y = y_0 + R \sin \theta$$



ش	ی	د	س	ج	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱				

Oil Gold \$ €

$$|z - z_1| + |z - z_2| = 2a$$

✓ یعنی:

قطر لویج: $2b$

قطر بزرگ: $2a$

$$|z_2 - z_1| = 2c \Rightarrow \text{C: فاصله پانونف}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\text{نیم پاره‌ای} \quad \left(\frac{x - x_0}{a} \right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b} \right)^2 = 1$$

باید بررسی کنیم که آیا هم‌پایه‌ها درون آن هستند یا نه

روش‌های حل:

(۱) پارامتری کردن معادله

(۲) تابع اولیه $f(z)$ تجزیه

(۳) استیل‌های لورنزی

(۴) قضیه مانده‌ها $\oint_C f(z) dz$ ، نقاط عین باید تین متقار باشد

این حالت

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵		
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱		

Oil

Gold

\$

€

$$\oint z d\bar{z}$$

$$|z-i|=1$$

$$z-i = e^{i\theta} \quad \langle \theta \rangle 2\pi \rightarrow z = i + e^{i\theta}$$

$$\bar{z} = -i + e^{-i\theta}$$

$$\rightarrow d\bar{z} = -ie^{-i\theta} d\theta$$

$$\Rightarrow \int_0^{2\pi} (i + e^{i\theta})(-ie^{-i\theta}) d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} (e^{-i\theta} - i) d\theta = \left(\frac{e^{-i\theta}}{-i} - i\theta \right) \Big|_0^{2\pi} = -2\pi i$$

چون (دو ضلع) e^z است. 2π است.

$$\oint |z-i| |dz|$$

$$|z-i|=1 \rightarrow |e^{i\theta}|=1$$

$$|z-i|=1$$

$$z = e^{i\theta}$$

$$dz = ie^{i\theta} d\theta$$

$$|e^{i\theta} - i| = |\cos\theta - 1 + i\sin\theta|$$

$$|dz| = d\theta \quad \sin\theta \text{ برای } 0 < \theta < \pi$$

$$= \sqrt{(\cos\theta - 1)^2 + \sin^2\theta} = \sqrt{2\sin^2\frac{\theta}{2}} = \sqrt{2} \left| \sin\frac{\theta}{2} \right| = \sqrt{2} \sin\frac{\theta}{2}$$

$$\oint_0^{2\pi} \sqrt{2} \sin\frac{\theta}{2} d\theta = 4$$



ش ی د س ج پ ج

۵ ۴ ۳ ۲ ۱

۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶

۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۳

۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳ ۲۲ ۲۱ ۲۰

۳۱ ۳۰ ۲۹ ۲۸ ۲۷

Oil Gold \$ €

2017 10

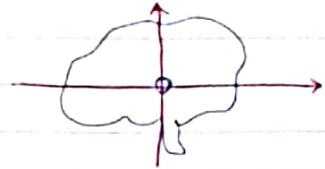
۱۵ رَمَضان ۱۴۳۸
June Saturday

۱۳۹۶/۰۲/۲۰
۱۳۹۶
شنبه
خرداد ۵۰

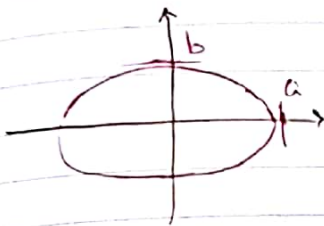
مثال: C شامل مبدأ است و $\oint_C \frac{dz}{z} = 2\pi i$ ، خطی نیست:

$$\oint_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}$$

مبدأ درون C است



باید C را طوری انتخاب کنیم - استیلا دورتر قرار نگیرد:



$$x = a \cos \theta$$

$$y = b \sin \theta$$

$$z = x + iy = a \cos \theta + ib \sin \theta$$

$$dz = (-a \sin \theta + ib \cos \theta) d\theta$$

$$\oint_C \frac{dz}{z} = \int_0^{2\pi} \frac{-a \sin \theta + ib \cos \theta}{a \cos \theta + ib \sin \theta} d\theta \times \frac{a \cos \theta - ib \sin \theta}{a \cos \theta - ib \sin \theta}$$

در مخرج ضرب کنیم

$$= \int_0^{2\pi} \frac{u + iv}{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} d\theta = 2\pi i$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱				

Oil

Gold

\$

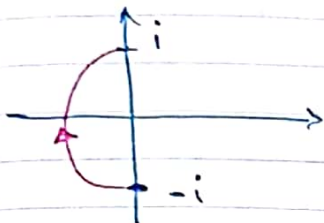
€

ولادت حضرت امام حسن مجتبی علیه السلام (۳ هـ) و روز اکرام - روز منافع دستی

$$\int_C \frac{dz}{z} =$$

مثال:

رشد ۱:



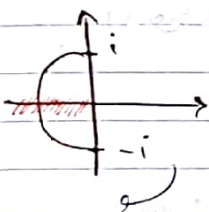
$$z = e^{i\theta}$$

$$dz = ie^{i\theta} d\theta$$

$$\int_C \frac{dz}{z} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{ie^{i\theta} d\theta}{e^{i\theta}} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} i d\theta = i\pi \quad |z|=1$$

رشد ۲:

$$\int_C \frac{dz}{z} = \ln z \Big|_{-i}^i = \ln i - \ln(-i) = i\pi$$



$$e^{i\frac{\pi}{2}} / e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

در این جواب رشد ۱

درست است، این جواب یک رابطه (-) ندارد.

! توجه اول به این: «مسئله کلی» باشد ← «مسئله در نظر گرفته شده»

به علت شاخص کلی نیست (مسئله در نظر گرفته شده) را نیز در نظر گرفته است

ش ی د س ج پ ج

۵ ۴ ۳ ۲ ۱

۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶

۱۹ ۱۸ ۱۷ ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۳

۲۶ ۲۵ ۲۴ ۲۳ ۲۲ ۲۱ ۲۰

۳۱ ۳۰ ۲۹ ۲۸ ۲۷

Oil

Gold

\$

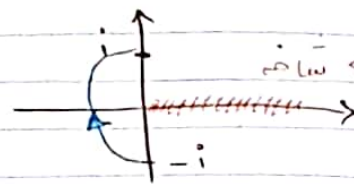
€

$$i = e^{\frac{i\pi}{2}}, -i = e^{\frac{i3\pi}{2}}$$

چس حالتی نوشتیم:

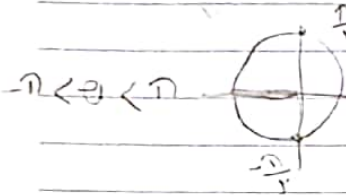
$$\rightarrow \ln z \Big|_{-i}^i = \ln(i) - \ln(-i) = -i\pi$$

شماره را عوض کردیم



خطای استفاده از این تابع اولیه، یعنی ایند ارادها هم است و ایند تابع اولیه $f(z)$

رکامسید، کلیه باشد



شماره عدد θ را تعیین کردیم

۴ قضیه را بنویسید

$$\oint \frac{dz}{(z-z_0)^n}$$

$$|z-z_0| = \epsilon$$

استدلال فوق را بنویسید - حل کردیم

این $n=1$ جواب استدلال برابر $i2\pi$ است

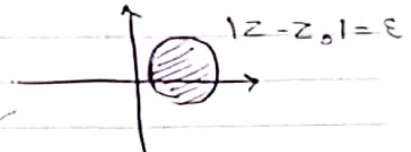
این $n \neq 1$ جواب استدلال برابر ۰ است

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵		
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱		

Oil Gold \$ €

شب قدر

این تابع و شیب تانژانت لم استفاده از بسط لورنتز به سمت $n \neq 1$ بیس نرم:



$$f(z) = \left(\dots + \frac{a_{-n}}{(z-z_0)^n} \right) + \frac{a_{-1}}{z-z_0} + (a_0 + a_1(z-z_0) + \dots)$$

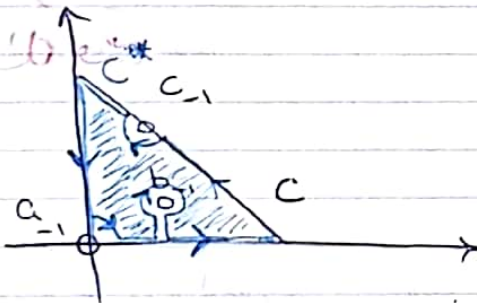
حال به جای $f(z)$ ، $\frac{a_{-1}}{z-z_0}$ را حل می‌کنیم:

$$\oint f(z) = 2\pi i \cdot a_{-1} = \Delta\theta \cdot i \cdot a_{-1}$$

$$|z - z_0| = \epsilon$$

این تابع نرم:

$$\int_C f(z) dz$$



چون کلیه اینها

$$\int_{C^*} f(z) dz = 0 = -i\pi C_{-1} - i\frac{\pi}{2} a_{-1} - 2\pi i b_{-1} + \oint_C f(z) dz$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵		
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱		

Oil

Gold

\$

€

$$\Rightarrow \int_C f(z) dz = C_{-1} \underbrace{i\pi}_{\text{خط صاف}} + \underbrace{i\frac{\pi}{2} a_{-1}}_{\text{نقطه}} + \underbrace{2\pi i b}_{\text{دائرة}}$$

روز و محل

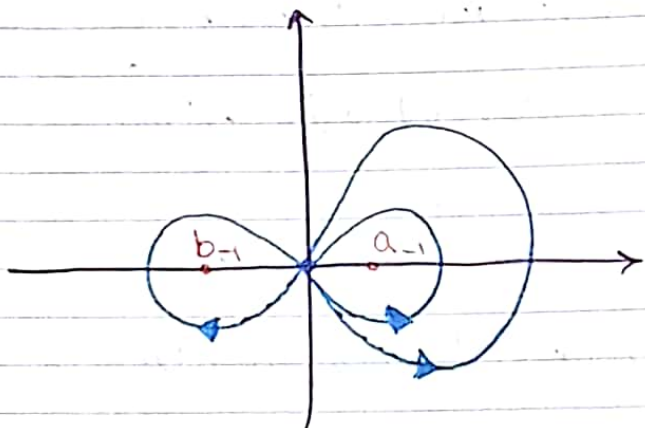
(۱) رسم طائر

١٢) تَحْسِنَ قَطَا طَسَج

(۳) محاسبه حوراء، مانده در نقاط پس

۱۴ استفاده از $\sum \Delta \theta \cdot i \cdot \text{Res} * \Delta \theta$ در محاسبه $\Delta \theta$ ، با عنصر $\Delta \theta$ را علامت

1- () در نظر 9 سید



$$\psi(\gamma \pi; a_{-1}) + (-\gamma \pi; b_{-1})$$

Oil	Gold	\$	€
۱	۲	۳	۴
۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱	۳۲

2017 16

۲۱ رمضان ۱۴۳۸
June Friday

۱۳۹۶

جمعه

خرداد

۱۳۹۶/۰۳/۲۶

مثال:

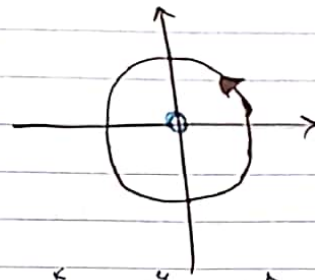
$$\oint_{|z-1|=1} \sin(\cosh(e^z + z^2 + 1)) dz = 0$$

$$|z-1|=1$$

لقمه تنم ندارم

$$\oint_{|z|=1} z^{4.7} \cos\left(\frac{1}{z}\right) dz = \frac{1}{4.7!} \times 2\pi i$$

$$|z|=1$$



$$+ \frac{\left(\frac{1}{z}\right)^{4.7}}{4.7!}$$

$$\frac{u^2}{2!} + \frac{u^4}{4!} - \frac{u^6}{6!} + \frac{u^8}{8!} - \dots$$

اگر برای ۴.۷، یک سری زوج بود، چون در زیر ۱/۲ تولید می شده جواب

استدلال صفر بود (برای توابع زوج، مانده ها قدرتی که کمتر از ۲)

استدلال تابع زوج برای یک تابع متقارن حول صفر، برابر صفر است اما

برای تابع فرد، یک متقارن را حساب می کنیم سپس ۲ برابر

نیم

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۵	۴	۳	۲	۱		
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
		۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷

Oil Gold \$ €

۱۳۹۶

17 2017

$$\oint_{|z|=1} \operatorname{Im} z \cos(\bar{z}) dz =$$

باید تلاش کنیم هم را تبدیل به z کنیم :

$$z = x + iy \quad \bar{z} = x - iy$$

$$\operatorname{Im} z = y = \frac{z - \bar{z}}{2i}$$

$$z \bar{z} = |z|^2 \quad |z|^2 = 1 \rightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$$

$$\oint_{|z|=1} \frac{z - \frac{1}{z}}{2i} \cdot \cos\left(\frac{1}{z}\right) dz = 2\pi i \operatorname{Res}_{z=0} = -\frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2i} \left(z - \frac{1}{z} \right) \left(1 - \frac{1}{2! z^2} + \dots \right) \rightarrow \frac{1}{2i} \left(\frac{-1}{2} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \operatorname{Res}_{z=0} = -\frac{3}{4i}$$



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵		
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱		

Oil Gold \$ €

شب قدر - روز جهاد کشاورزی (تشکیل جهاد سازندگی به فرمان حضرت امام خمینی (رحمة الله علیه) - ۱۳۵۸ ه.ش)

$|z-1|^2 = (z-1)(\bar{z}-1) = (z-1)\left(\frac{1}{z}-1\right)$

این در اصل حسن میرزا بود، ولی به در حساب z بنویسیم.

برای حساب z (توان ربع) z کار داریم.

$$\oint_{|z|=2} \frac{e^{z^2}}{z^2 + (3-i)z - 3i} dz$$

$|z|=2$

لامرزشهای خارج $|z|=2$ قرار می‌دهیم.

$$(z+3)(z-i)$$

$$\oint = 2\pi i \operatorname{Res}_{z=i} = 2\pi i \left(\frac{e^{-1}}{i+3} \right) \frac{3-i}{3-i}$$

$$z=i \text{ حقیقی ساده } \leftarrow \frac{e^{-1}}{i+3}$$

* جری - نوی امتحان بار بنویسیم

$$a_{-1} = \lim_{z \rightarrow i} \frac{e^{z^2} (z-i)}{(z+3)(z-i)}$$

ح	پ	ج	س	د	ش	ی
۵	۴	۳	۲	۱		
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
		۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷

Oil

Gold

\$

€

۱۳۹۶

19 2017

$$\int_{|z|=1} e^{z+\frac{1}{z}} dz = 2\pi i \operatorname{Res} f(z)_{z=0}$$

۱۰ $z=0$ تابع اساسی ← مانده از بسط لورنت

$$e^z \cdot e^{\frac{1}{z}} = (1+z+\frac{z^2}{2!}+\dots)(1+\frac{1}{z}+\frac{1}{2!z^2}+\dots)$$

$$\Rightarrow \int = 2\pi i \left(1 + \frac{1}{1!2!} + \frac{1}{1!3!} + \dots \right)$$

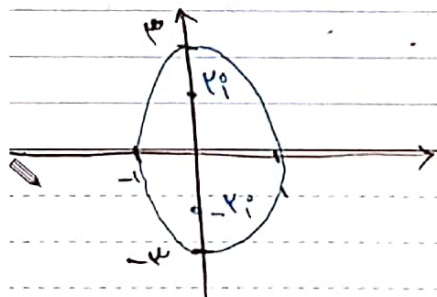
$$\oint_{|z|=2} \frac{\cos \frac{1}{z}}{z^2+1} dz = 0$$

۱۶ تابع درون است و ربع است

$$\oint_C \left(\frac{z e^{\pi z}}{z^4-14} + z e^{\frac{\pi}{z}} \right) dz$$

$$C: 4x^2 + y^2 = 4$$

$$z^4=14 \rightarrow z=14^{\frac{1}{4}} = 14^{\frac{1}{4}} e^{i \left(\frac{0+2k\pi}{4} \right)} = 14^{\frac{1}{4}} e^{\frac{i k \pi}{2}} \rightarrow \pm 1, \pm i$$



Oil Gold \$ €

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵		
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱		

۲: ±، هر کدام یک اصل ساده

$$\lim_{z \rightarrow 2i} \frac{ze^{12z}}{z^4 - 14} (z - 2i) = \lim_{z \rightarrow 2i} \frac{ze^{12z}}{z^4 - 14}$$

حالت $\frac{0}{0}$ است
ساده چون $\frac{0}{0}$ است

* → معادله z^n ، هر کدام از ریشه ها ساده هستند

برای محاسبه حاسبات

$$f(z) = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{1}{1 + f z^k} (z - z_0)$$

با فرض z_0 به عنوان ریشه

$$1 + f z_0^k = 0 \rightarrow z_0^k = \frac{-1}{f}$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{1}{1 + f z^k} (z - z_0) = \frac{1}{14 z_0^4} \xrightarrow{\times \frac{z_0}{z_0}} \frac{z_0}{14 \cdot z_0^4} \rightarrow \text{Res } f(z) = \frac{-z_0}{4}$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱				

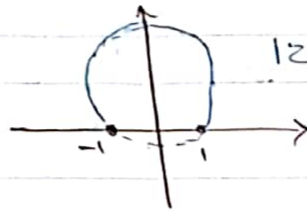
Oil

Gold

\$

€

$$\int_A^B \frac{dz}{z^2+1}$$



$$|z - \frac{3}{4}i| = \frac{5}{4}$$

۸
۹
۱۰
۱۱
۱۲
۱۳
۱۴
۱۵
۱۶
۱۷
۱۸
۱۹
۲۰

۱. یک ریشه یارشدی درون: $z = \frac{3}{4}i + \frac{5}{4}e^{i\theta}$ ، با توجه به نقاط -1 ،

θ را می‌توانیم بنویسیم. جوابی است، پس θ را پیدا می‌کنیم.

۲. ریشه دوم: این تابع در حقیقت تابعی است، از تابع اولی در می‌آید:

۳. توابع متعلقه مثلثاتی: $\ln$ ، شاخه دارند.

$$tg^{-1}(z)$$

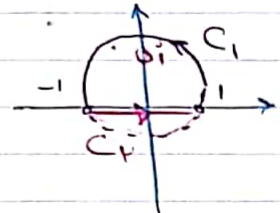
۴. باید با شاخه را طوری تعیین کنیم که حقیقت از آن نماند.

۵. ریشه سوم: یک شاخه داریم، که برای هم بسته استفاده می‌شود، برای

۶. هم باز، قسمت باز هم را طوری می‌نویسیم، حقیقت از آن نماند.

۷. برای حقیقت که حروفمان بستیم، بدانیم که با خط راست می‌نویسیم.

$$\oint_{C_1+C_2} \frac{dz}{z^2+1} = 2\pi i \operatorname{Res} \left(\frac{1}{z^2+1} \right)_{z=i}$$



$$= 2\pi i \left. \frac{1}{2z} \right|_{z=i} = \pi$$



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱				

Oil Gold \$ €

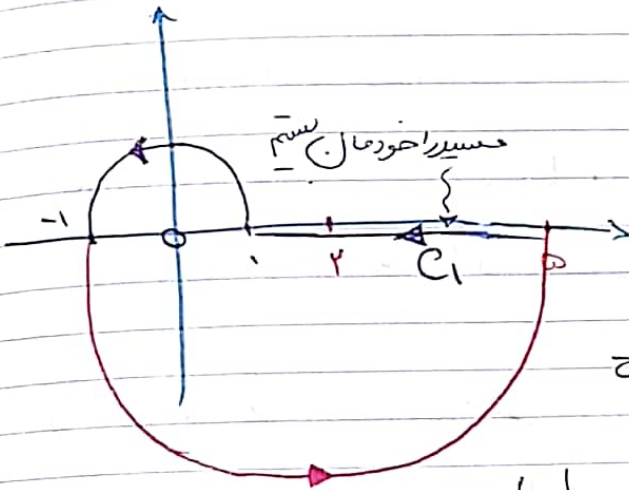
$$z = a + iy = a$$

$$\int_{C_1} \frac{dz}{z^2+1} = \int_{-1}^1 \frac{da}{a^2+1} = 2 \int_0^1 \frac{da}{a^2+1} = 2 \tan^{-1} a \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$$

$$\gamma(t) = \begin{cases} \cos t + i \sin t & 0 \leq t \leq 2\pi \\ 2 + 3(\cos t + i \sin t) & 2\pi \leq t \leq 4\pi \end{cases}$$

سنگ ۳ برابر دایره واحد



$$\int_{\gamma+C_1} \frac{1}{z} dz = 2\pi i$$

$$z = a + iy \xrightarrow{C_1} z = a$$

$$\int_{C_1} \frac{dz}{z} = \int_0^1 \frac{da}{a} = \ln a \Big|_0^1 = \ln \omega$$

$$\Rightarrow \int_{\gamma} \frac{dz}{z} = 2\pi i + \ln \omega$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱	۱	۲				
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

Oil

Gold

\$

€

استدلال‌های عمیق

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P(\omega)}{Q(\omega)} d\omega$$

(۱)

اختلاف درجه P نسبت به Q (اختلاف ۲)

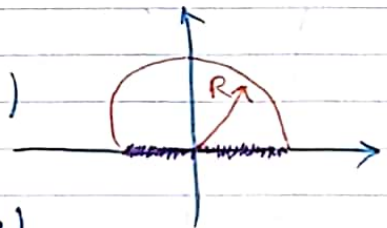
(درجه خروجی بزرگتر از درجه ورودی)

برای بسط هم می‌توانیم رسم کنیم / نیم دایره (R) را به جای نیت می‌گیریم

و هم. قسمت روی محور را مطلوب ما است، طبق کمیت استدلال

دایره (مسیر) صفر می‌شود (فقط باید شرط اختلاف درجه برقرار باشد)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P(\omega)}{Q(\omega)} d\omega = 2\pi i \quad (\text{مجموع مانده‌های بالا})$$



$$+ \pi i \quad (\text{مجموع مانده‌های روی محور حقیقی})$$

	ش	ی	د	س	چ	پ	ج
	۳۱				۱	۲	
	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
Oil							
Gold							
\$							
€							

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \begin{cases} \sin mx \\ \cos mx \end{cases} dx$$

(۲)

نذاریم e^{imx} جای $\sin mx$ و $\cos mx$ بگذاریم

نذاریم (تبدیل به خط)

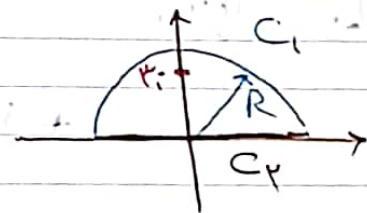
$$= \oint_C f(z) e^{imz} dz$$

استقلال تبدیل یافته با قضیه فائو حساب کنیم

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin ax}{x^2 + a^2} dx = I$$

مثال:

$$\xrightarrow{x \rightarrow z} \oint_C \frac{z e^{iz}}{z^2 + a^2} dz = 2\pi i \operatorname{Res} f_{z=ai}$$



نقطه سوراخ

$$= 2\pi i \frac{z e^{iz}}{2z} \Big|_{z=ai} = \pi i e^{-a}$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱				۱	۲	
۳۰	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۲۹	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۸	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰			

Oil

Gold

\$

€

$$\oint_{C_1+C_2} f(z) dz = \int_{C_1} f(z) dz + \int_{C_2} f(z) dz$$

از طریق لیمیت

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \oint_{C_1+C_2} f(z) dz = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_1} f(z) dz + \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_2} f(z) dz$$

نقطه (۰,۱) را پیدا می‌کنیم.

$$Re^{-z} = 0 + \lim_{R \rightarrow \infty} \int_R^{+R} \frac{a e^{ia}}{a^2 + a} da \rightarrow \cos a + i \sin a$$

$$\Rightarrow Re^{-z} = 2 \int_0^{+\infty} \frac{a \sin a}{a^2 + a} da \rightarrow \dots$$

قسمت $\cos a$ و $\sin a$ را اشتباه می‌کنیم

اینجا اشتباه می‌کنیم!

$$\oint_C \frac{z e^{iz}}{z^2 + a^2} dz \rightarrow \frac{Re^{i\theta} (e^{i(R e^{i\theta})})}{R^2 e^{2i\theta} + a^2} \rightarrow \cos \theta + i \sin \theta$$

$R \rightarrow \infty$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 a}{a^2} da$$

مثال:

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۲۱				۱		۲
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

حل در مثال

Oil Gold \$ €

$$\int_0^{2\pi}$$

$$f(\sin \theta, \cos \theta) d\theta$$

اینجا به جای z و $\bar{z}$ را به $e^{i\theta}$ و $e^{-i\theta}$ تبدیل می‌کنیم و $|z|=1$

$$|z|=1 \rightarrow z = e^{i\theta}$$

$$\frac{1}{z} = e^{-i\theta}$$

$$\Rightarrow z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$$

$$z - \frac{1}{z} = 2i \sin \theta$$

$$\sin \theta \rightarrow \frac{z - \frac{1}{z}}{2i}, \quad \cos \theta \rightarrow \frac{z + \frac{1}{z}}{2}$$

$$dz = i e^{i\theta} d\theta \Rightarrow d\theta = \frac{dz}{iz}$$

$$* \cos^3 \theta = \frac{z^3 + \frac{1}{z^3}}{2}$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱				۱	۲	
۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴
۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷
۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰
۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳
۲	۱					



Oil

Gold

\$

€

$$\int_0^{2\pi} \cos^{10} \theta \, d\theta$$

مثال:

$$= \oint_{|z|=1} \left(\frac{z + \frac{1}{z}}{2} \right)^{10} \frac{dz}{iz}$$

$$|z|=1$$

نقطه صفر: $z=0$

$$= 2\pi i \operatorname{Res}_{z=0} \left(\frac{z + \frac{1}{z}}{2} \right)^{10} \Rightarrow \frac{2\pi}{2^9} \binom{10}{5}$$

$$\frac{1}{2} \text{ مرتبه} = ?$$

$$\frac{1}{i 2^{10}} \left(\frac{z + \frac{1}{z}}{2} \right)^{10} \cdot \frac{1}{z} \xrightarrow{\text{مرتبه } \frac{1}{2}} \frac{1}{i 2^{10}} \binom{10}{5}$$

* مرتبه ثابت این قسمت را نیاز داریم

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

* بسط اینده:

Oil

Gold

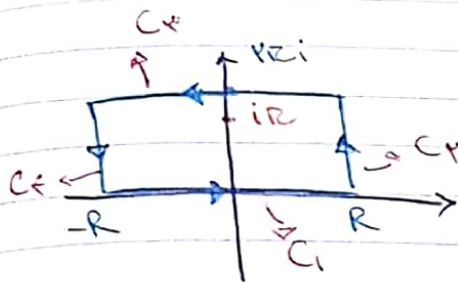
\$

€

ش	ی	د	س	چ	پ	ج	
۳۱					۱	۲	
۳۰	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۲۹	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹
۲۸	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۷	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
۲۶	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
۲۵	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵
۲۴	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۳	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
۲۲	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۱	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۰	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۱۹	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۱۸	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
۱۷	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۱۶	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۱۵	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۴	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۳	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱۲	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۱	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۱۰	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۹	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۸	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۷	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۶		۱	۲	۳	۴	۵	۶
۵			۱	۲	۳	۴	۵
۴				۱	۲	۳	۴
۳					۱	۲	۳
۲						۱	۲
۱							۱

بابت خامی نداریم ← صورت سوال را همای

مثال: سوال ۱۵، ۹۴



$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x} dx = ? \quad I$$

$$0 < a < 1$$

$$\oint_C \frac{e^{az}}{1+e^z} dz$$

$R \rightarrow \infty$

$$e^z = -1 \rightarrow e^z = e^{i(\pi + 2k\pi)}$$

$$\rightarrow z = i\pi(2k+1)$$

$$= 2\pi i \operatorname{Res}_{z=i\pi} f = 2\pi i \frac{e^{aiz}}{e^z} \Big|_{z=i\pi} \Rightarrow z = i\pi$$

از مسقط سری

از مسقط سری

$$= 2\pi i \cdot \frac{e^{ai\pi}}{-1}$$

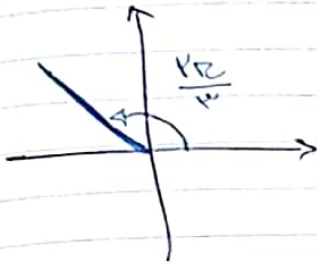
ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱				۱	۲	
۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴
۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳
۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹
۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸
۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷
۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲
۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱
۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰
۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶
۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵
۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴
۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۵	۴	۳	۲	۱		
۴	۳	۲	۱			
۳	۲	۱				
۲	۱					
۱						

Oil

Gold

\$

€



$$z = r e^{i \frac{2\pi}{3}}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dz}{1+z^3} dr \cdot e^{i \frac{2\pi}{3}}$$

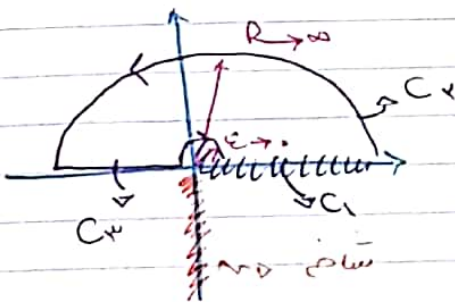
$$\Rightarrow - \int_0^{\infty} \frac{e^{i \frac{2\pi}{3}}}{1+r^3} dr$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln a}{1+a^2} da = I$$

۵) استرالی ساف (توان غیر جمع $\ln$)

برای تعیین باشد باید: جهت نشان را شده $\rightarrow$ مسیر باشد

و شامه نیاید $\rightarrow$ مسیر باشد:



$$z = r e^{i\theta}$$

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱					۱	۲
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

Oil

Gold

\$

€

۱۳۹۶/۰۴/۱۰

۱۳۹۶

شنبه

| ۰

تیر

۶ شوال ۱۴۳۸

July Saturday

1 2017

$$\oint \frac{\ln z}{1+z^2} dz = 2\pi i \frac{\ln i}{2i} = \pi \ln i = \frac{i\pi^2}{2}$$

$$C_{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\ln(re^{iR})}{1+r^2 e^{2Ri}} dr e^{iR} = \int_0^{\infty} \frac{\ln r + iR}{1+r^2} dr$$

$$= \underbrace{I}_{C_1} + \underbrace{0}_{C_2} + I + iR \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{i\pi^2}{2} \Rightarrow I = 0$$

لم حزن



ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۳۱				۱	۲	
۳۰	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۲۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۲۸	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۷	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

Oil Gold \$ €

روز صنعت و معدن