طراحی سازه های بتن آرمه ۲

دکتر فریدون رهنمایی

ترم تحصیلی 3952

امیر همایون جابری

جلسه اول (16 ، 11 ، 95)

امیرهمایون جابری

فهرست :

- طراحی تیرها برای پیچش
- حالت حدی بهره برداری
  - کنترل افتادگی
  - کنترل ترک خوردگی

- دال یکطرفه : دال تیرچه بلوک
- دال دوطرفه توپر
- آنالیز و طراحی ستون های کوتاه
- آنالیز و طراحی ستون های لاغر
- طراحی فونداسیون

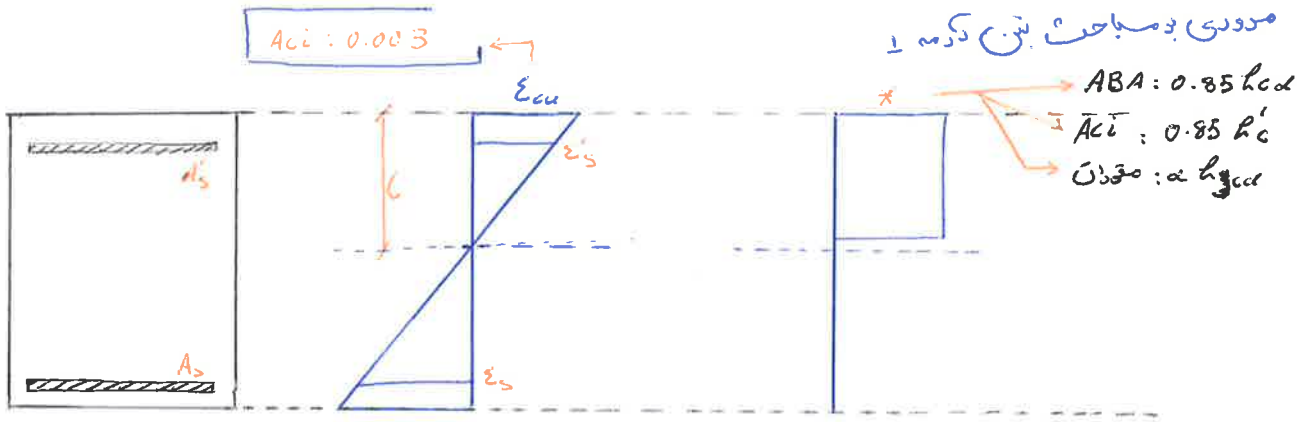
تمرینات حل شده

منابع

- کتب فارسی: structural concrete ; HAssan
- کتب لاتین: Design of concrete str Nilson, Darwin, Dolan
- Design of rainforced concrete Mc Cormac, Brown
- مقررات ملی ساختمان
- آیین نامه بتن آمریکا Aci 318 — 14
- روابط طراحی سازه های بتن آرمه براساس Aci 318 — 14

- پانترم + پایان ترم + تکالیف + حضور و غیاب + فعالیت کلاسی

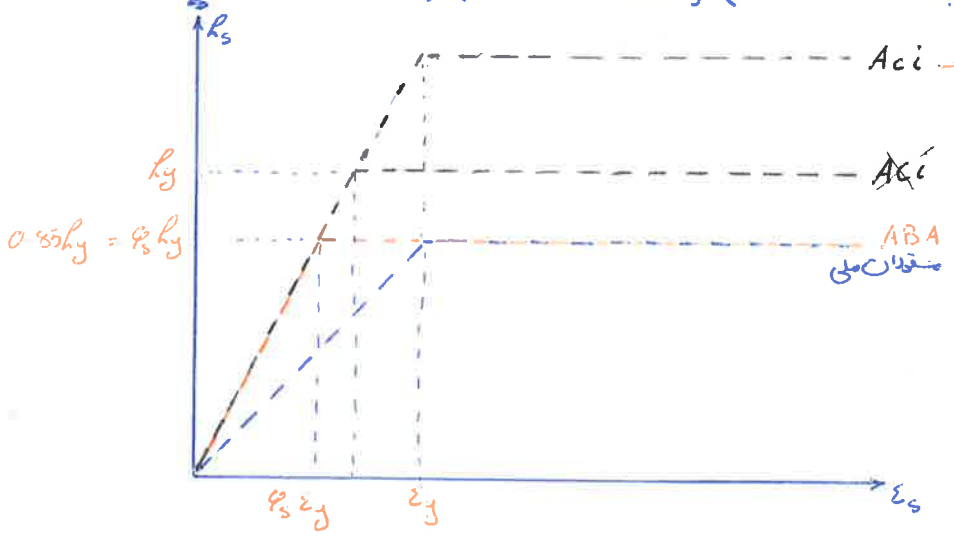
مروری بر مباحث بتن آرمه 1



لحظه ای قبل از شکست

برای بتن : ε_{cu} : (آبا) (0.003 : Aci) (0.003 : مقررات ملی) (0.0035)

برای فولادها :



$M_u \le M_r$ ｝ مقررات ملی: کابا
$V_u \le V_r$

$M_u \le \varphi M_n$ ｝ ACI
(نسبت به مقاومت طراحی)
$V_u \le \varphi V_n$

ABA: $f_{cd} = \varphi_c f'_c = 0.6 f'_c$

مقررات ملی: $f_{cd} = \varphi_c f'_c = 0.65 f'_c$ بتن درجا

$0.6 f'_c$ بتن پیش ساخته

---

* حتماً بحث ترکیبات بارگذاری از حوزه تحلیل شده مطالعه گردد

ترکیبات بار: ACI:

$+1.2D + 1.6L$

$+1.2D + L + E$

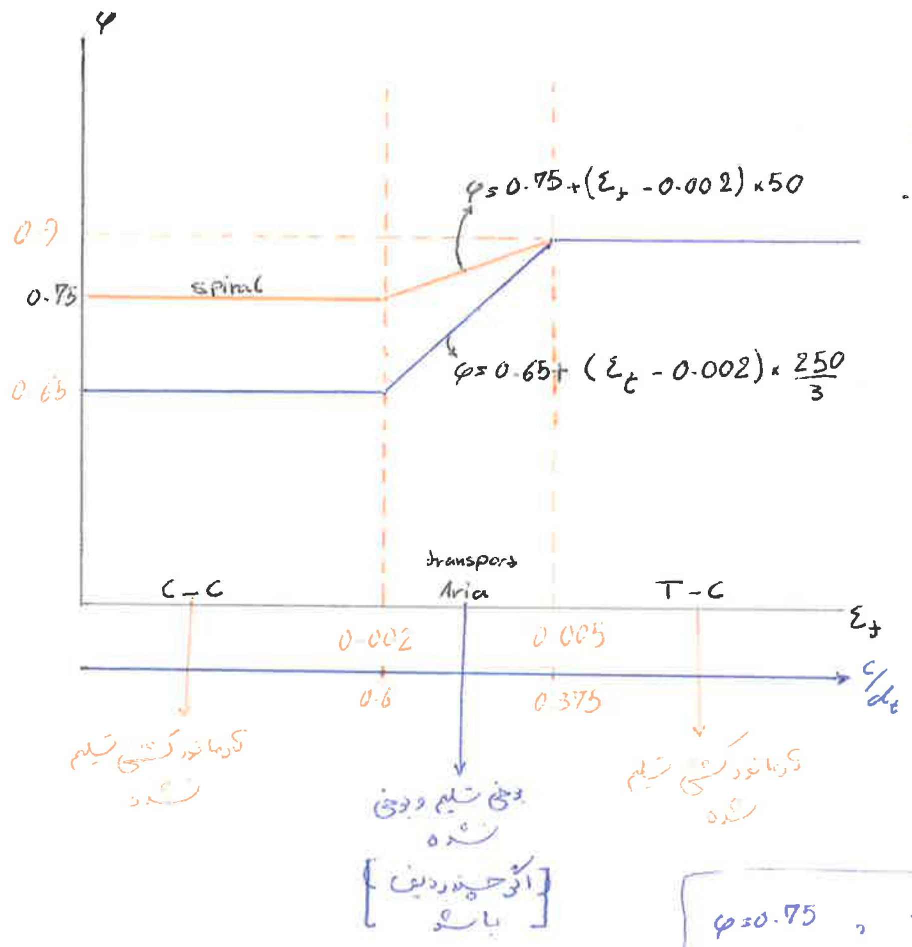
$+0.9D + E$

⋮

جلسه دوم (۱۲ ، ۱۱ ، 95)

+ M_n : ممانی که مقطع می تواند تحمل کند

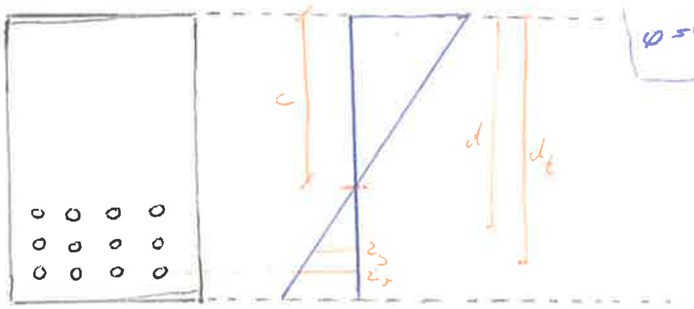
+ φM_n : ممانی که آیین نامه مجازی داند.



$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$

در برش (shear) : $V_u \le 0.75 V_n$ ، $\varphi = 0.75$

در پیچش (Torsion) : $T_u \le 0.75 T_n$ ، $\varphi = 0.75$



$$E_c = 4700\sqrt{f'_c}$$

$$f_r = 0.62\sqrt{f'_c}$$

+ اگر فقط فولاد کششی داشتیم :

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$M_n = \rho f_y b d^2 \left(1 - \rho \frac{f_y}{1.7 f'_c}\right) = R_n b d^2$$

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2} = \frac{M_u}{\varphi b d^2}$$

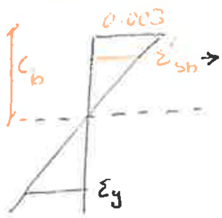
+ فولاد کششی و فشاری (با فرض جاری شدن هر دو)

$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$M_n = 0.85 f'_c b a \left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s f_y (d - d')$$

مقطع بالانس ← بدون میلگرد فشاری

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y}$$



$\varepsilon'_{sb} \rightarrow f'_{sb}$:
- جاری شده ← $f_y = A'_s f_y$
- جاری نشده ← $f'_{sb} = A'_s E_s \varepsilon'_{sb}$

مقطع بالانس ← با میلگرد فشاری

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

(علت این)

نکته

در مقاطع غیرمستطیلی، نمی‌توان b و d را محاسبه کرد، پس A_{sb} را محاسبه و با A_s مقایسه می‌کنیم.

معیار جاری شدن:

آرماتور کششی:
- $\rho \leq \bar{\rho}_b$ ← جاری شده
- $\rho > \bar{\rho}_b$ ← جاری نشده

آرماتور فشاری:

$$\rho_{cy} = (\rho - \rho')_{min} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{600}{600 - f_y} \frac{d'}{d}$$

$\rho - \rho'$:
- $\geq \rho_{cy}$ ← جاری شده
- $< \rho_{cy}$ ← جاری نشده

فولاد

حداقل (min)

$$\rho_{min} = \max\left(\frac{1.4}{f_y} , \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y}\right)$$

حداکثر (max)

$$\left[\varepsilon_t \geq 0.004 \quad , \quad \frac{c}{d_t} \leq 0.429\right]$$

$$\rho_{max} = \rho_{0.004} = 0.85\,\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \times \frac{3}{7} \times \frac{d_t}{d} = \boxed{\frac{600+f_y}{1400}\rho_b \frac{d_t}{d}}$$

$$\rho - \rho' \leq \rho_{max}$$

نکته:

$$\rho - \rho' \leq \rho_{0.005} = \frac{600+f_y}{1600}\rho_b \frac{d_t}{d} \quad \Leftarrow \varphi = 0.9$$

$$\rho - \rho' \leq \boxed{0.875\,\rho_{max}}$$

برش (shea .....)

$$V_u \leq \varphi V_n$$

$$V_n = V_c + V_s$$

برشی که خود بتن تحمل می‌کند

برشی که بتن تحمل می‌کند

$$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f'_c}\, b_w d \quad \Leftarrow V_c$$

$$V_s = A_v f_{yt} \frac{d}{s} \quad \Leftarrow V_s$$

فولاد برشی مورد نیاز

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} = \frac{V_u/\varphi - V_c}{f_{yt}\, d}$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{min} = \max\left[\frac{1}{16}\sqrt{f'_c}\,\frac{b_w}{f_{yt}} , 0.35\frac{b_w}{f_{yt}}\right]$$

$$V_u \leq 3\varphi V_c \rightarrow S_{max} = \min\left(\frac{d}{2} , 600\,mm\right)$$

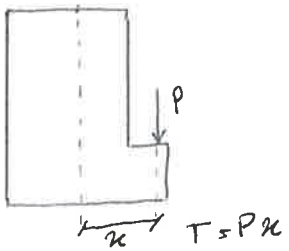
$$V_u > 3\varphi V_c \rightarrow S_{max} = \min\left(\frac{d}{4} , 300\,mm\right)$$

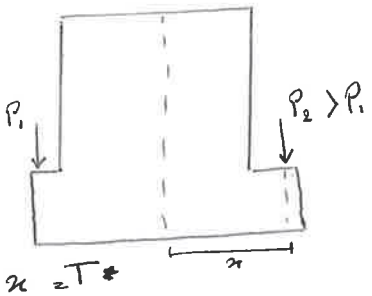
$$V_u \leq 5\varphi V_c$$

جلسه سوم (1395 ، 11 ، 23)

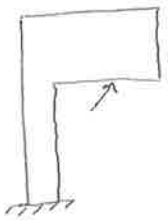
Design for Torsion

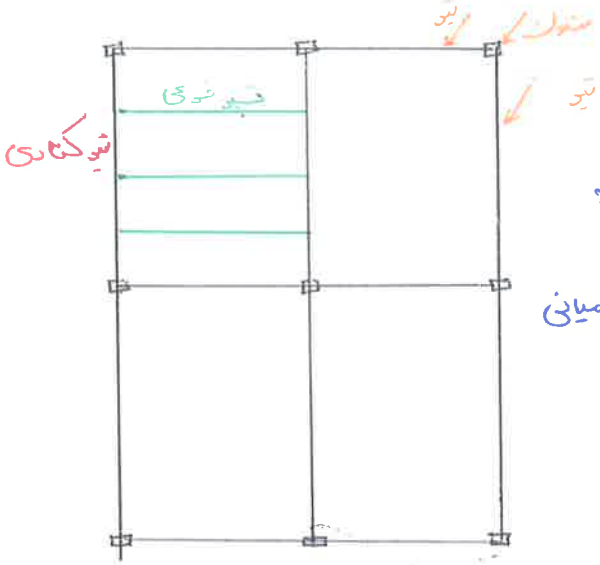
طراحی برای پیچش:





$(P_2 - P_1)\,x = T$





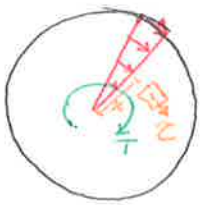
نکته ها:

1st : محل خمش تیر فرعی به تیر اصلی در محل اتصال به تیر کناری

2nd : پیچش در تیرهای کناری و کمتر در تیرهای میانی مدنظر است.

پیچش

در مقطع استوانه یا مقطع دایره ای



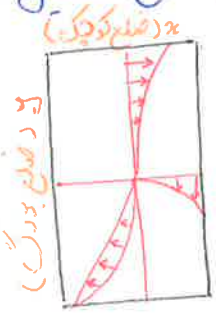
$\tau_x = \frac{T \cdot x}{I_p}$ ← لنگر پیچشی وارده ← ممان اینرسی قطبی ← دایره ← $I_p = \frac{\pi r^4}{2}$

$x = r \Rightarrow \tau_{max} = \frac{T r}{\frac{\pi r^4}{2}}$

$\Rightarrow T_{max} = \frac{1}{2}\pi r^3 \tau_{max}$

لنگر پیچشی قابل تحمل توسط مقطع ← max

در مقطع مربع مستطیل



$T = \alpha x^2 y \tau_{max}$

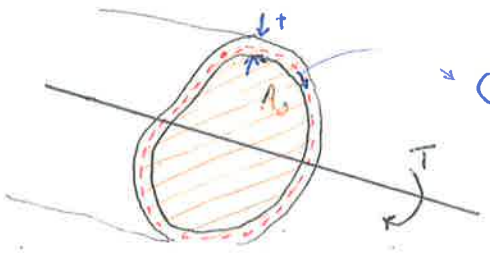
نکته

y/x	1	2	3	5	∞
α	0.208	0.246	0.267	0.291	$\frac{1}{3}$

α

مقطع توخالی جدارنازک:

مقاطع بازیک (جدارنازک) $\Rightarrow T = \frac{1}{3} x^2 y \tau_{max}$

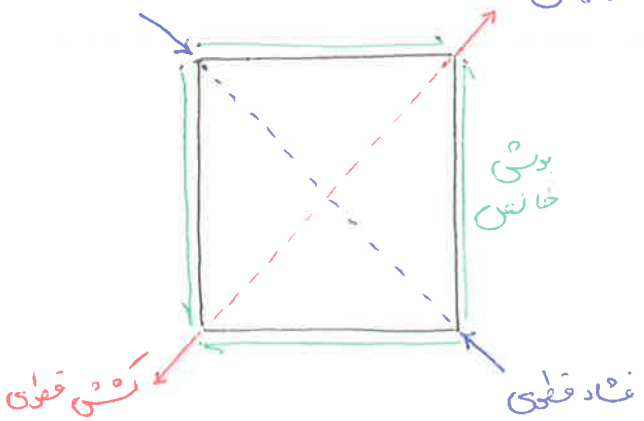


جریان برشی $q = \tau t = cte$

نیروی برشی وارد بر میانتار $= q\,ds$

$dT = q\,ds \times r \Rightarrow q = \frac{T}{2A_0}$ ← مساحت محصور به میانگین ، $\tau = \frac{T}{2A_0 t}$

مقاومت تیرهای بتن آرمه با خاموت و آرماتور طولی در برابر پیچش:



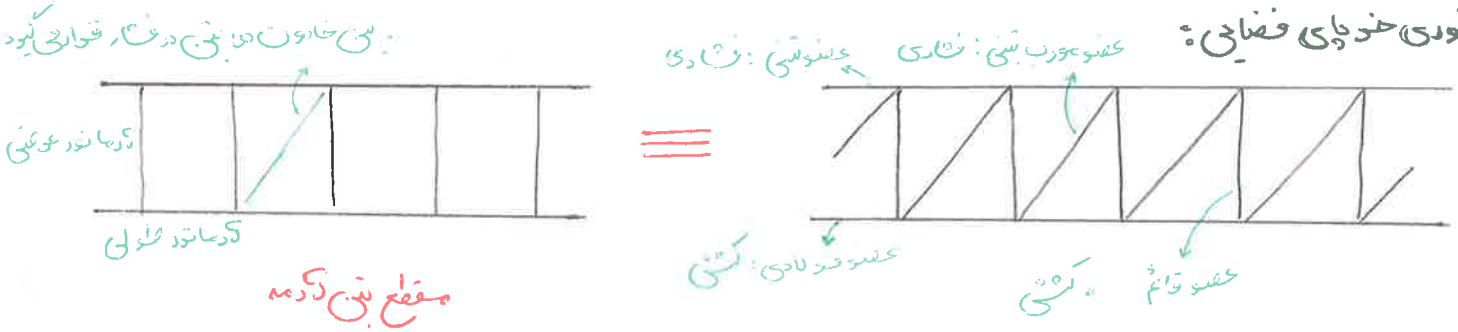
پیچش خالص → { کشش قطری → ترک در وجوه عضو → صفحه شکست تابیده (warpped)
فشار قطری }

درگذشته: $T = \frac{1}{3} x^2 y \tau_{max}$

امروزه: تئوری لوله جدار نازک (Tubular section)
تئوری خرپای فضایی (Space Truss Analogy)

درمورد پیچش برخلاف خمش و برش که فقط به آرماتور طولی و یا عرضی نیاز داشتند؛ به قفسی از فولاد نیاز داریم.

تئوری خرپای فضایی:



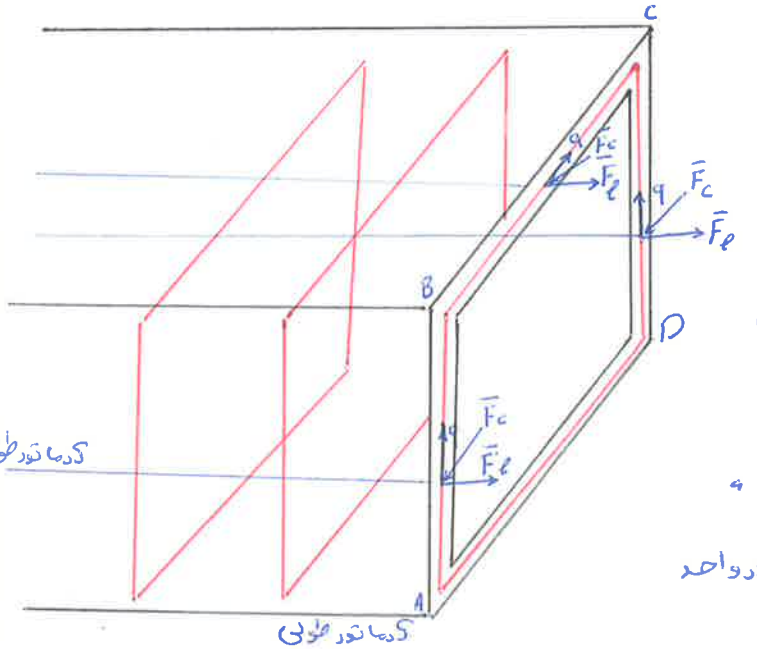
تئوری لوله جدار نازک

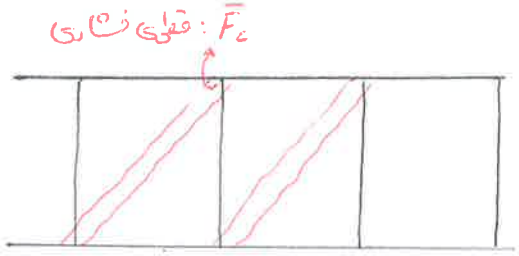
قبل از ترک خوردن بتن ← پوشش جداره بتنی تحمل پیچش می کند[1]

بعد از ترک خوردن بتن ← خاموت های بسته + میلگرد های طولی تحمل پیچش می کنند

---

1. آزمایش ها نشان داده که مرکز مقطع بتنی در تحمل پیچش نقش خاصی بازی نمی کند.





$\bar{F}_c$: نیروی طولی در واحد طول جداره که توسط میلگردهای طولی تحمل می‌شوند.

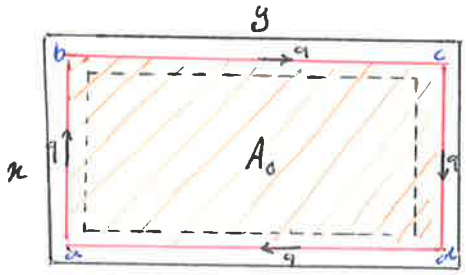
F_ℓ : نیروی کلی طولی یک جداره " " "

$\bar{F}_c$: نیروی فشاری عضوهای فشاری بتنی در واحد طول جداره.

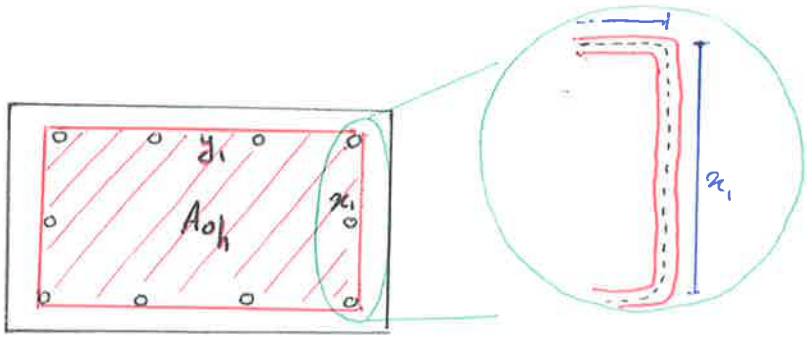
برش : $V_n = V_c + \frac{d}{s} A_v h_{yt}$

چون ترک خورده ⇐ برش بتن = 0

پیچش ⇒ $V_n = 0 + \frac{d}{s} A_t h_{yt}$



مقطع تیر ولوله معادل آن



مقطع تیر و خاموت گذاری آن

محاسبه کدماتورهای عرضی (خاموت‌ها)

جداره فوقانی : $bc \simeq y_1$

$$V_{bc} = q \cdot bc = q y_1 = \frac{T_n}{2A_0} y_1 = \cancel{V_c}^{\,0} + \frac{A_t}{s} h_{yt} d \Rightarrow A_t/s = \frac{V_{bc}}{h_{yt} d} = \frac{T_n \cdot \cancel{y_1}}{2A_0 h_{yt} d}$$

$$\Rightarrow A_t/s = \frac{T_n}{2A_0 h_{yt}}$$

$$\boxed{T_n = \frac{2A_0 A_t h_{yt}}{s}}$$

T_n : لنگر پیچشی مقاوم اسمی مقطع

A_0 : مساحت سطحی که جریان برش روی آن است

A_t : سطح مقطع یک شاخه از خاموت

S : فاصله خاموت ها

max لنگر پیچشی قابل تحمل مقطع

برای سایر مقاطع مشابه همین رابطه :

تجویز آیین نامه : $A_0 = 0.85 A_{oh}$

$$\boxed{T_n = \frac{1.7 A_{oh} A_t h_{yt}}{s}}$$

محاسبه آرماتورهای طولی :

$A_{l(bc)}$: کل آرماتورهای طولی در جداره فوقانی $= \frac{F_l\, y_1}{h_y}$

$, q = \frac{T}{2A_0} = \frac{A_t h_y}{s}$

$A_{l(ab)}$: جداره کناری سمت چپ $= \frac{q x_1}{h_y}$

A_l : کل آرماتورهای طولی مقطع $= 2q(x_1+y_1)/h_y = \frac{P_h q}{h_y} = P_h \times \frac{A_t h_y}{h_y s} \Rightarrow A_l = \frac{A_t P_h}{s}$

$A_l \times S = A_t \times P_h \Rightarrow$ حجم آرماتور طولی = حجم آرماتور عرضی

($A_l \times S$: حجم آرماتور طولی در فاصله S ؛ $A_t \times P_h$: حجم یک خاموت)

جلسه چهارم (۲۴ / ۱۱ / ۹۵)

لنگر پیچشی نهایی (T_u)

نظر ACI :

لنگر پیچشی ترک‌خوردگی مقطع تحت پیچش خالص (T_{cr})

$$T_{cr} = \frac{1}{3}\sqrt{f'_c}\,\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}$$

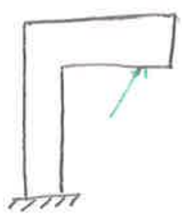
A_{cp} — مساحت مقطع

P_{cp} — محیط مقطع

اگر $T_u > T_{cr}$ باشد مطابق ACI دو حالت در تعیین T_u وارده بعضو می‌تواند وجود داشته باشد :

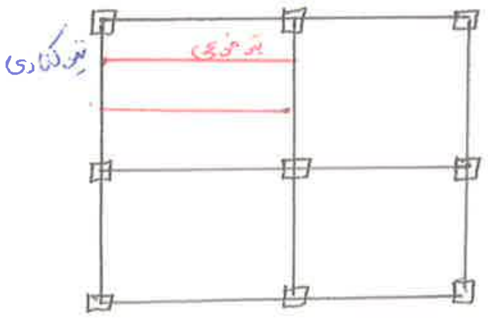
1st : پیچش تعادلی (Equilibrium Torsion)

وقتی که لنگر پیچشی نهایی وارده برای فقط تعادل سازه ضروری باشد و امکان باز توزیع آن نباشد ؛ در این حالت کل پیچش وارده به کار گرفته می‌شود.



2nd : پیچش همسازی (سازگاری) (Compatibility Torsion)

در این حالت امکان باز توزیع نیروهای داخلی وجود دارد که معمولاً در سازه‌های نامعین رخ می‌دهد ؛ در این حالت T_u را به T_{cr} محدود می‌کنیم



طرح تیرها برای پیچش در ACI :

$T_u \le \varphi T_n$ ، فرض می‌کنیم که بتن بی اثر است.

$\varphi = 0.75$

$$T_n = \frac{1.7 A_{oh} A_t f_{yt}}{S} \Rightarrow \frac{A_t}{S} = \frac{T_u/\varphi}{1.7 A_{oh} f_{yt}}$$

$$A_l = \frac{A_t}{S} P_h \frac{f_{yt}}{f_y}$$

* اگر خاموت ها یکسان بودند

ضوابط طراحی پیچش :

1st : طراحی برای پیچش وقتی لازم است که $T_u \ge 0.25 \varphi T_{cr}$

if $T_u \le 0.25 \varphi T_{cr}$ → می‌توان از لنگر پیچش صرف نظر کرد

if $0.25 \varphi T_{cr} < T_u \le \varphi T_{cr}$ → طراحی براساس T_u انجام می‌شود

if $T_u > \varphi T_{cr}$ → پیچش تعادل → طراحی براساس T_u انجام می‌شود

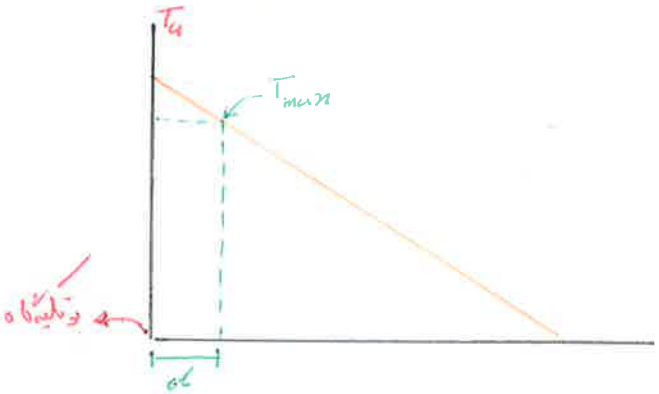
→ سازگاری → $T_u = \varphi T_{cr}$

2nd : حداقل سطح خاموت بسته برش و پیچش

if $T_u \ge 0.25 \varphi T_{cr}$

$$\left(\frac{A_v + 2A_t}{S}\right)_{min} = \max\left(\frac{1}{16}\sqrt{f'_c}\,\frac{b_w}{f_{yt}} \,,\, 0.35\frac{b_w}{f_{yt}}\right)$$

3rd : تیر را می‌توان برای لنگر پیچش وارد نهایی موجود در مقطعی به فاصله d از بر تکیه گاه طراحی نمود



4th : حداکثر فاصله خاموت های پیچش

$$S_{max} = \min\left(\frac{P_h}{g} \,,\, 300\,mm\right)$$

5th : ضوابط میلگرد های طولی پیچش

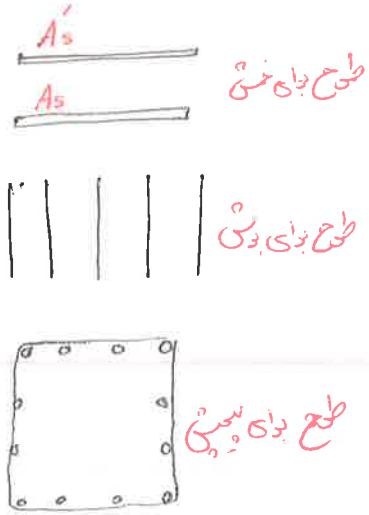
$$S_{max} = 300\,mm$$

- در هر گوشه خاموت باید حداقل یک میلگرد طولی وجود داشته باشد

حداقل قطر میلگرد طولی $= \max\left(\frac{S}{24} \,,\, 10\,mm\right)$ (خاموت)

$$A_{l,min} \le \frac{5}{12}\frac{\sqrt{f'_c}\,A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s}\right)P_h\frac{f_{yt}}{f_y}$$

$$A_{l,min} \le \frac{5}{12}\frac{\sqrt{f'_c}\,A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{0.175\,b_w}{f_{yt}}\right)\frac{f_{yt}}{f_y}\times P_h$$



هنگام طراحی برای آرماتورها، آرماتور برای پیچش و برای خمش را با هم جمع می کنیم و برای برش خاموت برش و پیچش را جمع می کنیم.

محدودیت تلاش برش نهایی و لنگر پیچش نهایی در مقطع مستطیلی

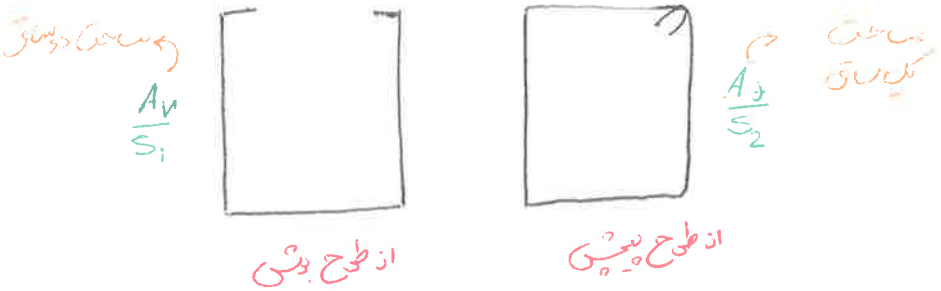
$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \le \varphi\left(\frac{V_c}{b_w d} + \frac{2}{3}\sqrt{f'_c}\right)$$

+ اگر این رابطه برقرار بود مقطع کوچک بوده و کفایت نمی کند.

فولاد عرضی مورد نیاز برای برش و پیچش.

$$\left(\frac{A_{v+t}}{s}\right)_{req} = \left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} + 2\left(\frac{A_t}{s}\right)_{req}$$

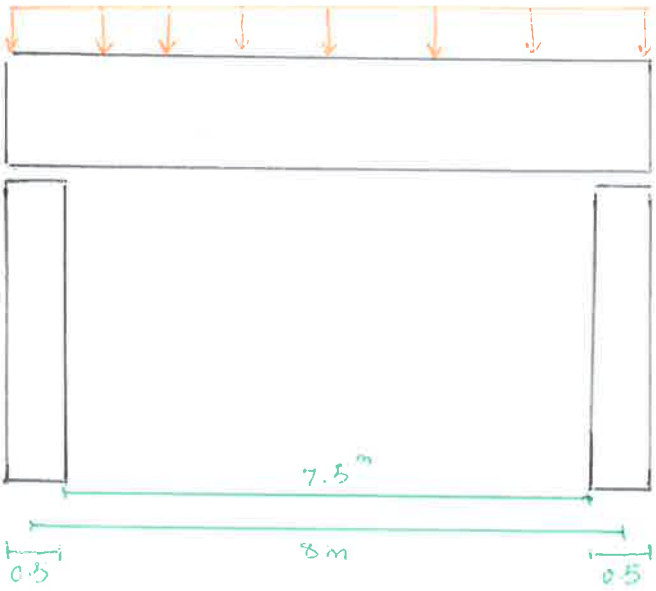
$\to$ پیچش و برش $< s_{max}$

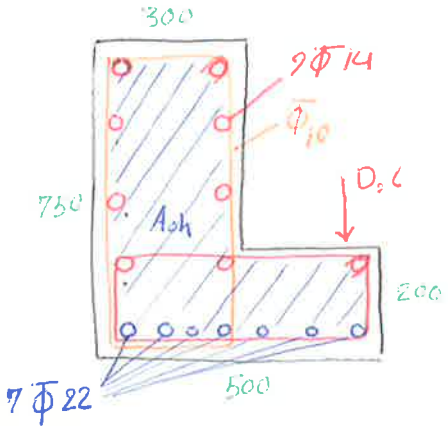


مثال: تیر ساده‌ای به طول دهانه 8 m و دهانه آزاد 7.5 m با مقطعی همچون شکل زیر تحت اثر بار مرده $20\ kN/m$ و بار زنده $28\ kN/m$ بدون تکیه‌گاه میانی به عرض 0.5 m قرار دارد. مقطع را برای خمش و برش و پیچش طراحی کنید.

(در طراحی خمشی از عرض تکیه‌گاه صرف نظر شود)

$f_y = 400$ ، $f'_c = 30$





حل:

وزن تیر $\Rightarrow w_0 = \left[0.3 \times 0.75 + 0.2 \times 0.2\right] \times 24\ kN/m^3 = 6.36\ kN/m$

بار مرده کل $\Rightarrow 20 + 6.36 = 26.36\ kN/m$

بار نهایی $\Rightarrow w_u = 1.2 w_D + 1.6 w_L = 1.2 \times 26.36 + 1.6 \times 28 = 76.43$

لنگر خمشی نهایی $\Rightarrow M_u = \frac{w_u l_n^2}{8} = \frac{76.43 \times 7.5^2}{8} = 537.4\ kN.m$

طرح برای خمش

$d = 750 - (40 + 10 + 11) = 689\ mm$ ، فرض: $\varphi = 0.9$

(40: cover، 10: قطر خاموت، 11: نصف قطر 22)

$$R_n = \frac{M_u}{\varphi b d^2} = \frac{537.4}{0.9 \times 300 \times 689^2} = 4.19\ MPa < R_{max} = 7.597$$

نیازی به کرنش نهایی نیست

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{400}{0.85 \times 30} = 15.69$$

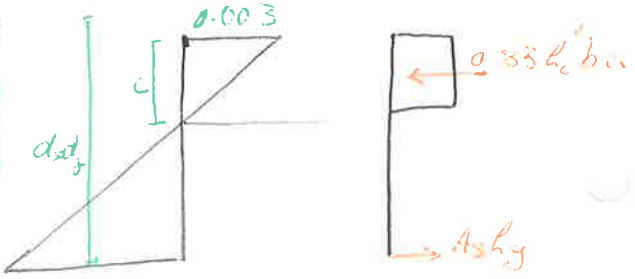
$$\rho = \frac{1}{m}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2m}{f_y} R_n}\right] = \frac{1}{15.69}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 15.69}{400} \times 4.19}\right] = 0.01152$$

$\rho > \rho_{min}$ ok

$$\rho_{min} = \max\left(\frac{1.4}{f_y}\ ,\ \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y}\right) = 0.0035$$

$$A_s = \rho b d = 0.01152 \times 300 \times 689 = 2381\ mm^2$$

$\varphi_{22} = 380\ mm^2 \longrightarrow \frac{2381}{380} = 6.26 \longrightarrow 7\Phi 22$

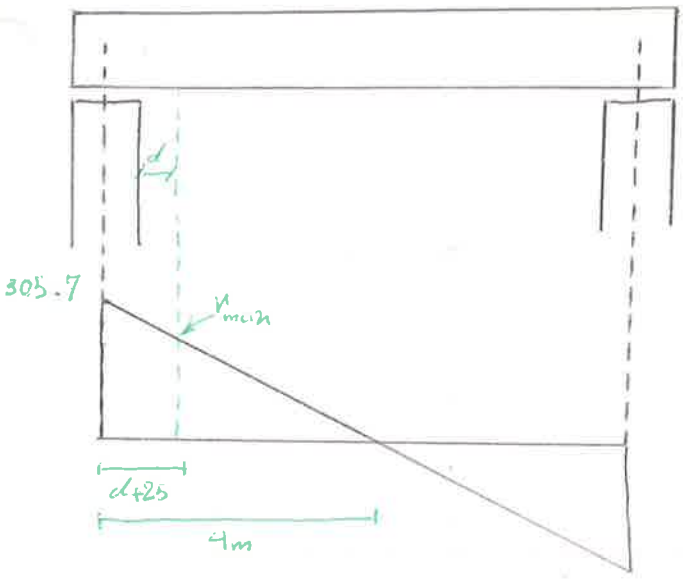


کنترل $\Rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{2381 \times 400}{0.85 \times 30 \times 300} = 124.5$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{124.5}{0.85} = 146.5\ mm \longrightarrow \frac{c}{d\varepsilon_t} = \frac{146.5}{689} = 0.21 < 0.375 \Rightarrow \varphi = 0.9$$

0.1k

طرح برای برش



$$\frac{V_{umax}}{305.4} = \frac{4-(0.689+0.25)}{4}$$

$$V_{umax} = 234\ kN$$

$$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f'_c}\,bd = \frac{1}{6}\sqrt{30}\times 300\times 689\times 10^{-3}$$

$$= 188.7\ kN.$$

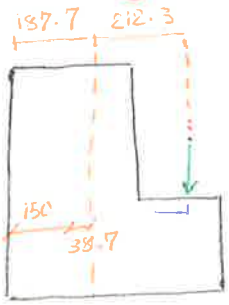
$$V_s = \frac{V_{umax}}{\varphi} - V_c = \frac{234}{0.75} - 188.7 = 123.2\ kN$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_{yt}\times d} = \frac{123.3\times 10^3}{689\times 400} = 0.447\ \frac{mm^2}{mm}$$

طرح برای پیچش

$$300\times 750\times 150 + 200\times 200\times 400 = (300\times 750 + 200\times 200)\bar{x}$$

$$\bar{x} = 187.7\ cm$$



$$T_D = 20\times 212\times 10^{-3} + 0.2\times 0.2\times 24\left(\frac{kN}{m^3}\right)\times 212.3\times 10^{-3}\ m$$
$$- 0.3\times 0.75\times 24\times 37.7\times 10^{-3} = 4.3\ (kN.m/m)$$

$$T_L = 28\times 212.3\times 10^{-3} = 5.9\ (kN.m/m)$$

$$T_u = 1.2\,T_D + 1.6\,T_L = 14.6\ (kN.m)$$

حدود دیاگرام ← $T_u = 14.6\times 4 = 58.4\ (kN.m)$

$$\frac{T_{u,max}}{58.4} = \frac{4-(0.689+0.25)}{4} \Rightarrow T_{u,max} = 44.7\ (kN.m)$$

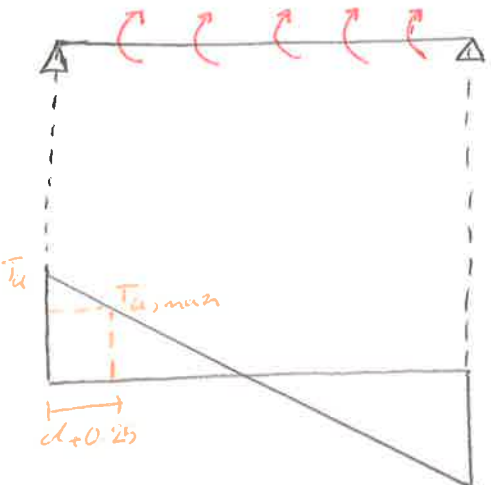
$0.25\varphi T_{cr} = ?$

$$T_{cr} = \frac{1}{3}\sqrt{f'_c}\ \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}$$

$$A_{cp} = 300\times 750 + 200\times 200 = 265000\ (mm^2)$$

$$P_{cp} = 300+750+500+200+200+550 = 2500$$

$$\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 2809\times 10^4\ mm^3$$



$$T_{u_{max}} = 44.7 \geq \varphi\, 0.25\times 0.75\times \frac{1}{3}\sqrt{30}\times 2809\times 10^4\times 10^{-6} = 8.62\ kN.m$$

طراحی برای پیچش (ادامه)

پیچش تعادل ⇒ $T_u = 44.7\ (kN.m)$

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \le \varphi\left(\frac{V_c}{b_w d} + \frac{2}{3}\sqrt{f'_c}\right)$$

$\rightarrow 2.46 \le 3.420\ ok$ ← مقطع کفایت می کند

$300 - (2\times 40 + 10) = 210\ (mm)$

$750 - 90 = 660\ (mm)$

$200 - 90 = 110\ (mm)$

$A_{oh} = 210\times 660 + 110\times 200 = 160600\ (mm^2)$

$P_h = 2(210 + 660) + 2(200) = 2140\ (mm)$

$$A_t/s = \frac{T_u/\varphi}{1.7 A_{oh} f_{yt}} = \frac{44.7\times 10^6 / 0.75}{1.7\times 160600\times 400} = 0.546\ \frac{mm^2}{mm}$$

$$A_{v+t}/s = \frac{A_v}{s} + 2\frac{A_t}{s} = 0.447 + 2\times 0.546 = 1.539\ \frac{mm^2}{mm}$$

$$(A_{v+t}/s)_{min} = \max\left(\frac{1}{16}\sqrt{f'_c}\frac{b_w}{f_{yt}},\ 0.25\frac{b_w}{f_{yt}}\right)$$

$= 0.2625$

$\Phi_{10} = 78.5$

$A_{v+t} = 2\times 78.5 = 157\ (mm^2) \rightarrow \frac{157}{s} = 1.539 \rightarrow s = 102\ (mm)$ ← ~~فاصله~~ $\Phi 10$ @ 10 cm

حداکثر $S_{max} = \min\left(\frac{P_h}{8},\ 300\right) = 267.5$

$V_u < 3\varphi V_c = 3\times 0.75\times 188.7 = 424.5\ (kN) \Rightarrow S_{max} = \min\left(\frac{d}{2},\ 600\right) = 344.5$

$s = 100 < S_{max}$ ← ok حداکثر فاصله

$A_l = \frac{A_t}{s} P_h = 0.546\times 2140 = 1168\ (mm^2)$

محاسبه آرماتور پیچشی طولی

$9\ \Phi 14$

در این حالت فاصله آرماتورهای طولی از 300 (mm) کمتر است.

حداقل قطر میلگرد طولی $= \max\left(\frac{s}{24},\ 10(mm)\right) = 10 \Rightarrow 14 > 10$ ok

$$\max\left(\frac{A_t}{s},\ 0.175\frac{b_w}{f_{yt}}\right) = 0.546$$

$$A_{l,min} = \frac{5}{12}\times\frac{\sqrt{f'_c}\,A_{cp}}{f_y} - 0.546 P_h = 343.5$$

$A_l^{req} > A_{l,min}$ O.K

جلسه پنجم (30 ، 11 ، 95)

کنترل تیرها در حالت حدی بهره برداری :

حالت حدی مقاومت { طراحی برای خمش
" " برش
" " پیچش } ← تعیین شکل و هندسه مقطع

حالت حدی بهره برداری (سرویس دهی) { کنترل تغییر مکان ها (افتادگی)
کنترل ترک خوردگی } ← کنترل شکل تعیین شده

← طرح کلی

نکته مهم: در حالت حدی بهره برداری از بار ضریب دار استفاده نمی کنیم و از بار بدون ضریب تشدید بار استفاده می کنیم (بار سرویس)

کنترل افتادگی :

(Deflection)

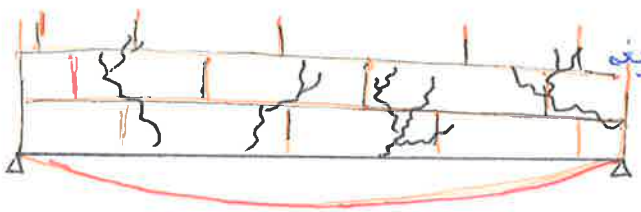
تغییر مکان جانبی : عناوین
افتادگی
خیز
فلش

علت کنترل Δ :

- 1st : نگرانی به لحاظ دید و منظر

$\Delta > \frac{l}{360}$ ← قابل رویت با چشم غیر مصالح

طول تیر



- 2nd : آسیب به اجزای غیر سازه ای مانند تیغه

- 3rd : آسیب به نازک کاری

- 4th : ایجاد لرزش و ارتعاش ← $\uparrow \Delta \Leftarrow \downarrow I$

(مثل حسینیه)

عواملی چون خزش سبب می‌شود که Δ در طول زمان زیاد شده و به طول Δ کنی ایجاد شده حاول کاد اضافه می‌شود.

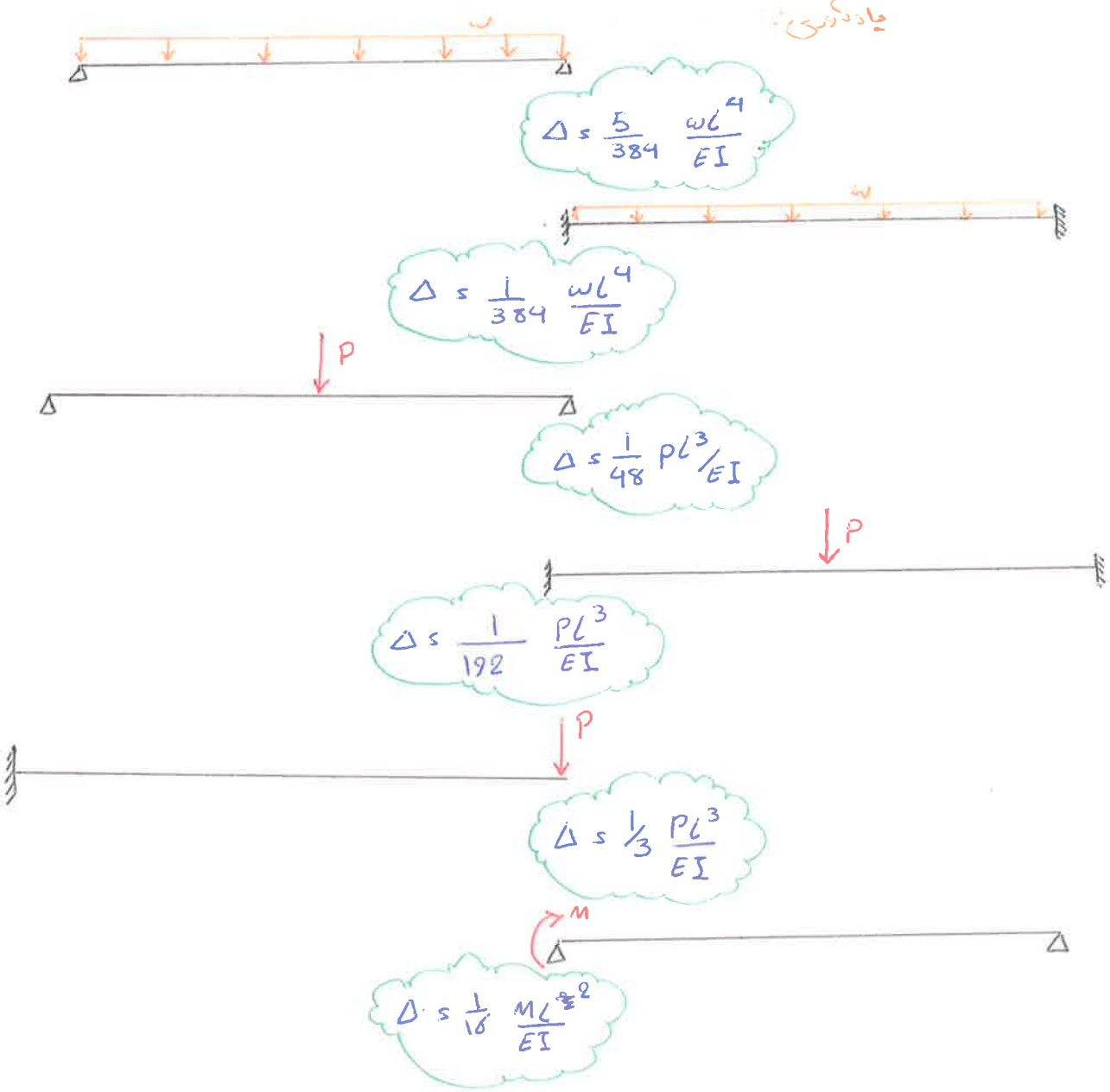
+ ابتدا Δ را در اثر بارداده (سرویس) محاسبه می‌کنیم ← افتادگی کنی

+ سپس تغییرات این افتادگی را در طول زمان بدست می‌کنیم ← افتادگی دراز مدت

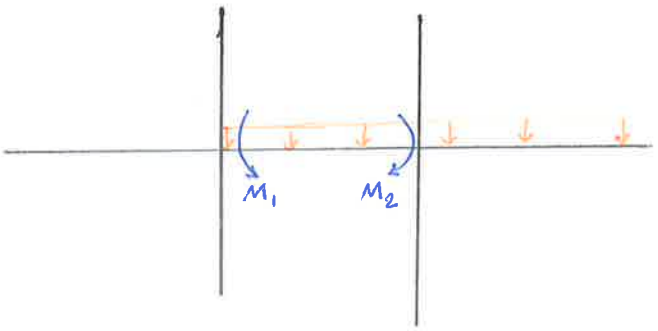
محاسبه افتادگی کنی : (Δ_i)

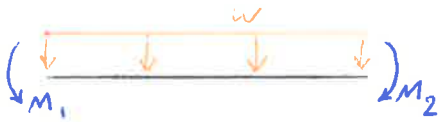
(enistial deflection)

یادآوری:

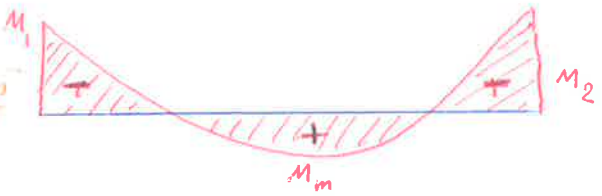


به عنوان مثال در مورد قاب ها :





تغییرات لنگر خمشی در طول تیر



$$\Delta = \frac{5}{384}\frac{wl^4}{EI} - \frac{1}{16}\frac{(M_1+M_2)\,l^2}{EI}$$

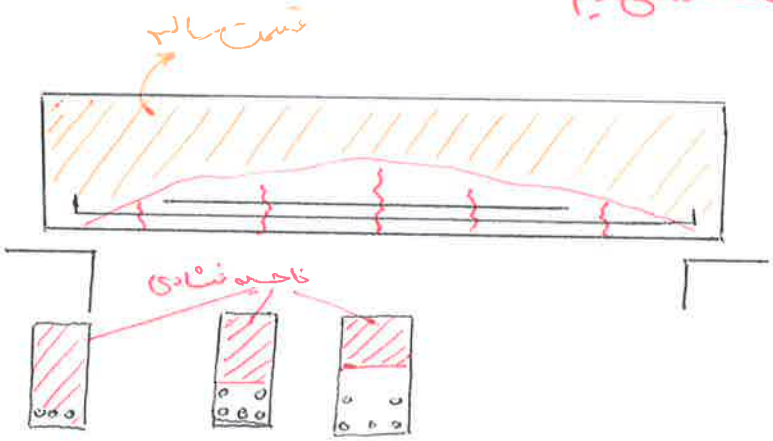
چون گشتاورها باعث کاهش افتادگی اند .

ممان مثبت وسط دهانه

$$\Delta = \frac{5l^2}{48EI}\left[M_m - 0.1\,(M_1+M_2)\right]$$

+ ولی در بتن آرمه چون رفتار تیر خطی نیست روابط بالا صحیح نبوده و باید از روابط جدید استفاده نمود .

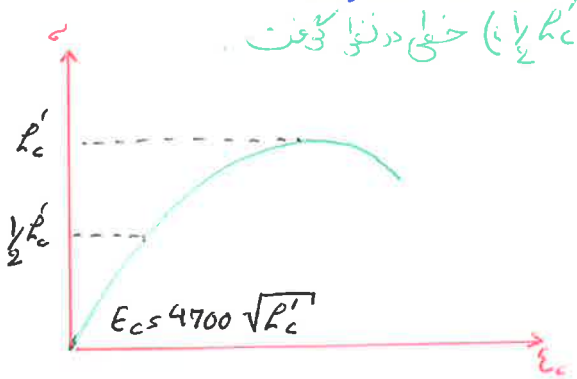
و ترک خوردگی داریم



+ در تیرهای بتن آرمه ممان اینرسی به واسطه ترک های متفاوت در طول تیر ، متغیر بوده است .

* نکته : مسئله غیرخطی بودن رفتار بتن در شرایط بارسرویس چندان اهمیتی ندارد .

دلیل : می توان رفتار غیرخطی بتن را تا ($\frac{1}{2}f'_c$) خطی در نظر گرفت .



* تیر ساده :

نکته : برای مسئله ترک خوردگی :

با تحویل یک نمونه به آزمایشگاه می توان با در نظر گرفتن I_e به جای I در روابط قبل به دست می آید .

$$\Delta = \frac{5}{384}\frac{wl^4}{I_e}$$

$$I_{cr} \le I_e \le I_g \Leftarrow I_e = I_{cr} + (I_g - I_{cr})\left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3$$

نکته: در تیرهای پیوسته:

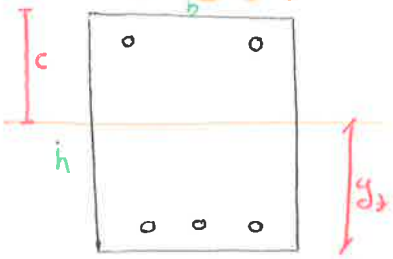
$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3\right] I_{cr}$$

تعریف پارامترها:

I_{cr} : ممان اینرسی در مرحله دوم کانایی (ممان اینرسی مقطع ترک خورده)

I_g : ممان اینرسی در مرحله اول کانایی (ممان اینرسی مقطع ترک نخورده)

صرف نظر از آرماتور فولاد.



$I_g = \frac{1}{12} b h^3$

M_{cr} : ممان ترک دهندگی $= f_r \frac{I_g}{y_t}$

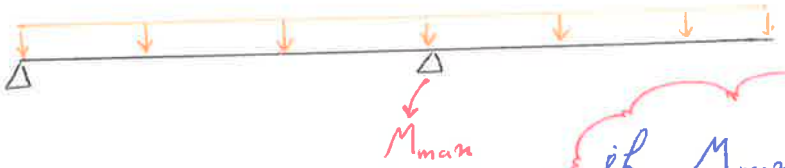
$f_r = 0.62\sqrt{f'_c}$ مدول گسیختگی

M_{max} : ممان ماکزیمم در موقعیتی که تغییر ممان محاسبه می‌شود.

نکته: اگر تیر تحت بارگذاری وارده ترک نخورد، $M_{max} \leq M_{cr}$ ← $I_e = I_g$

اگر تیر تحت بارگذاری وارده ترک بخورد، $M_{max} > M_{cr}$ ← I_e از رابطه محاسبه شود

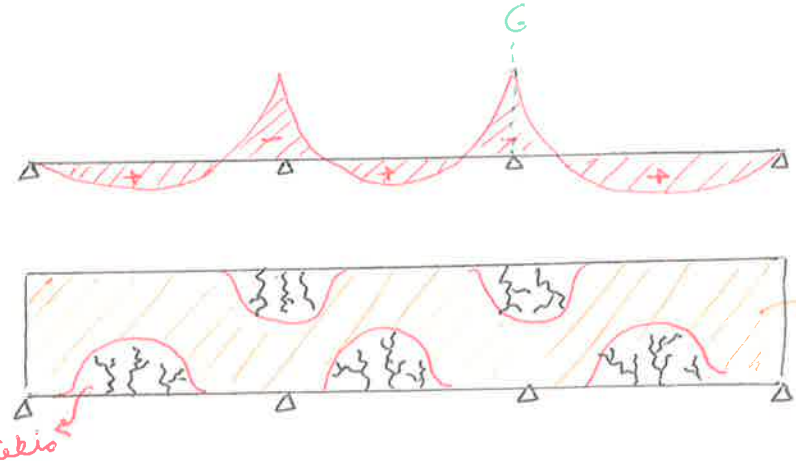
* تیر ساده:

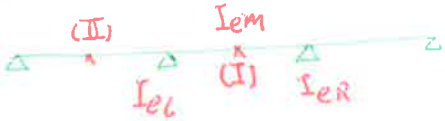


اگر $M_{max} < M_{cr} \rightarrow I_e = I_g$

اگر $M_{max} \geq M_{cr} \rightarrow I_e = I_{cr}$

تیرهای پیوسته:

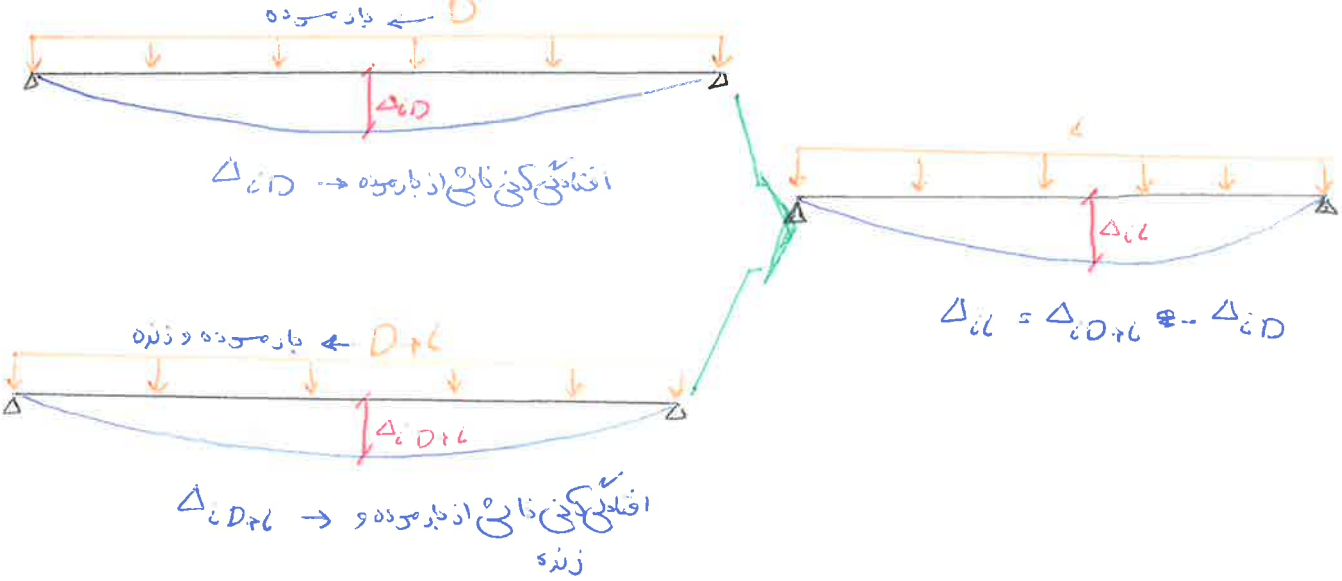


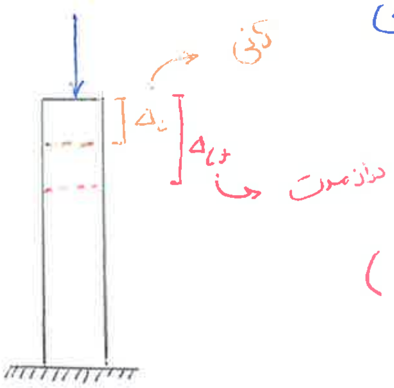


(I) تیر دوسر پیوسته: $I_e = 0.7 I_{em} + 0.15 (I_{eL} + I_{eR})$

(II) تیر یک سر پیوسته: $I_e = 0.85 I_{em} + 0.15 I_e$ انتهای پیوسته

در نقطه ای که پیوستگی داریم (نقطه G)

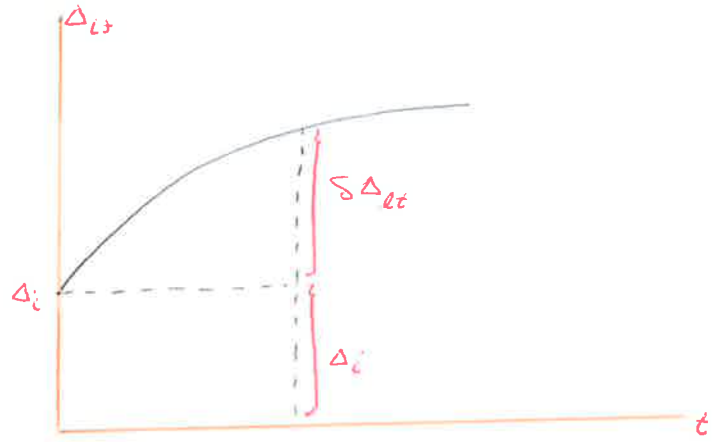

D ← بارمرده
Δ_{iD}
Δ_{iD} → افتادگی کنی ناشی از بارمرده
L
Δ_{iL}
$\Delta_{iL} = \Delta_{iD+L} - \Delta_{iD}$
بارمرده و زنده ← D+L
Δ_{iD+L}
Δ_{iD+L} → افتادگی کنی ناشی از بارمرده و زنده



افتادگی درازمدت:

Long - term Deflection

خروج آب مناقذ و بسته شدن ترک‌های مناقذ عامل افتادگی درازمدت است (با گذر زمان افتادگی درازمدت (Δ_{lt}) زیادی شود)



$\Delta_{lt} = \Delta_i + \delta\Delta_{lt}$ ← افتادگی درازمدت

$\delta\Delta_{lt}$ ← اضافه افتادگی درازمدت (additional long-Term Deflection)

نکته: برای کاهش افتادگی درازمدت بایستی با خزش کم ساخت

$\delta\Delta_{lt} = \lambda_\Delta \Delta_i$

$\lambda_\Delta = \dfrac{\xi}{1+50\rho'}$

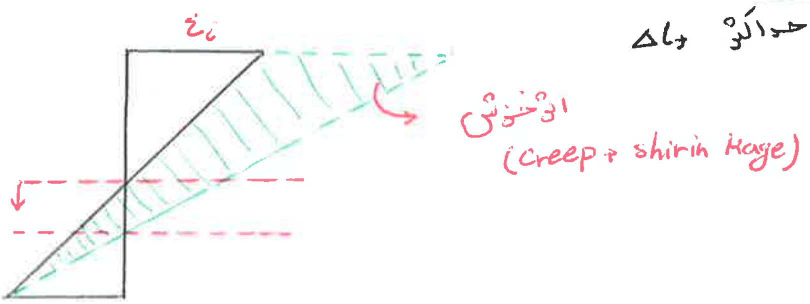
ρ' ← نسبت فولاد فشاری $= \dfrac{A'_s}{b\,d}$ ⇐ دارای اثر مثبت در کاهش اضافه افتادگی و خزش

(month) t	3	6	12	>60
ξ	1.0	1.2	1.4	2

$\lambda_\infty = \dfrac{2}{1+50\rho'}$ (ξ ↓ 2) ——— بدون $\rho' = 0$ ———→ $\lambda_\infty = 2$

$\Delta_{lt} = \Delta_i + \lambda_\Delta \Delta_i = (1+\lambda_\Delta)\Delta_i$

$\Rightarrow \Delta_{lt} = 3\Delta_i$ ← حداکثر Δ_{lt}



★ در این کمان تارخنثی پایین رفتن سطح خنثی کم شدن تنش فشاری

ادامه :

اضافه افتادگی دراز مدت مربوط به بارهایی است که به طور دائمی به تیر وارد می شوند ← $\delta\Delta_{lt} = \delta\Delta_{iD}$

$$\Delta_{lt} = \Delta_{iD} + \Delta_{iL} + \lambda_\Delta \Delta_{iD}$$

$$\Delta_{lt} = (1+\lambda_D)\Delta_{iD} + \Delta_{iL}$$

$$\Delta_{iL} = \Delta_{iD+L} - \Delta_{iD}$$

$$\Delta_{lT} = \Delta_{iD} + \lambda_\Delta \Delta_{iD} + \Delta_{iD+L} - \Delta_{iD}$$

$$\Delta_{lT} = \Delta_{iD+L} + \lambda_\Delta \Delta_{iD}$$

در برخی مسائل :

باردائمی = بار مرده + درصدی از بار زنده (20 تا 50 درصد) (sustained load)

افتادگی کلی ناشی از بار دائمی ⇐ $\Delta_{is} = \Delta_{iD} + L_s$

L_s ← درصدی از بار زنده

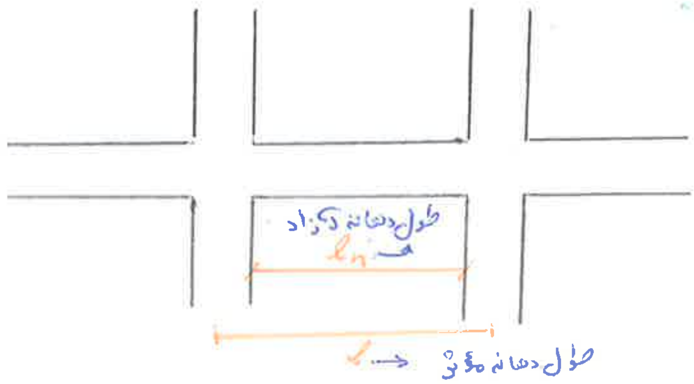
$$\Delta_{lT} = \Delta_{iD+L} + \lambda_D \Delta_{is}$$

ضوابط افتادگی :

بند ۱ : بام تخت که به اجزاء و قطعات غیر سازه‌ای متصل نیستند $\Delta_{iL} < l/180$ (طول دهانه مؤثر)

بند ۲ : کف " " " " " $\Delta_{iL} < l/360$

یادآوری :



بند ۳ : بام ها یا کف هایی که به اجزاء غیر سازه‌ای متصل اند و باعث آسیب دیدگی می شوند $\Delta < l/480$

$$\Delta = \lambda_{t,\infty} \Delta_{iD} + \Delta_{iL} + \lambda_\infty \Delta_{is}$$

$$\lambda_{t,\infty} = \lambda_\infty - \lambda_D$$

t : زمان نصب قطعات غیر سازه‌ای

برای تیر ساده

افتادگی ناشی از بار مرده (Δ_{iD}) : $\Delta_{iD} = \frac{5}{384} \times \frac{w_D \times l^4}{EI_e}$

افتادگی ناشی از بار زنده (Δ_{iL}) : $\Delta_{iL+D} = \frac{5}{384} \frac{(w_D + w_L) l^4}{EI_e}$

$\Delta_{iL} = \Delta_{iL+D} - \Delta_{iD}$

$\Delta_{iLs} = \Delta_{iD+Ls} - \Delta_{iD}$ (Δ_{iLs})

$\Delta_{iD+Ls} = \frac{5}{384} \times \frac{(w_{iD} + w_L) l^4}{EI_e}$ ($w_{iD} \to 50$)

بند ۴ : بار یا کف هایی که با اجزاء غیر سازه ای مرتبط بوده و آیب ایجاد نمی کنند. $\Delta < l/240$

نکته : در اجرای ساختمان های معمولی بند 2 و 4 بیشتر مد نظرات

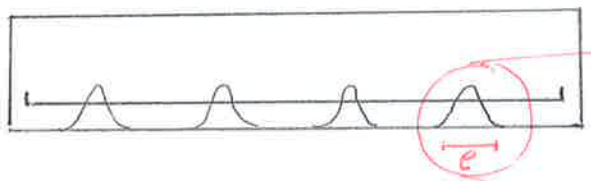
کنترل ترک در تیرها

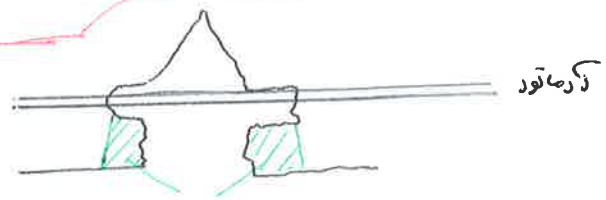
این ترک ها مویین بوده و با چشم غیر مسلح دیده نمی شود و با باز شدن بیش از حد ترک (باز شدگی دهانه ترک) باعث :

- نگرانی
- خوردگی آرماتورها
- ورود نمک های بحران را (در محدوده دریا)
- آیب به نازک کاری و ...

محاسبه عرض ترک

در نواحی که ترک ها قرار دارند، تنش در فولاد کشش (h_s) زیاد می شود





تنش کشش در آرماتور کشش تحت بار سرویس

$\varepsilon_s = \frac{h_s}{E_s} \Rightarrow$ اگر $h_s \uparrow \to \varepsilon_s \uparrow$

$\Delta l = \varepsilon_s \cdot l \uparrow$

راه کاهش این پدیده

* استفاده از میلگرد با جوار و تن با جنبشی مناسب است.
* از میلگرد با قطر کمتر
* از تعداد میلگرد بیشتر

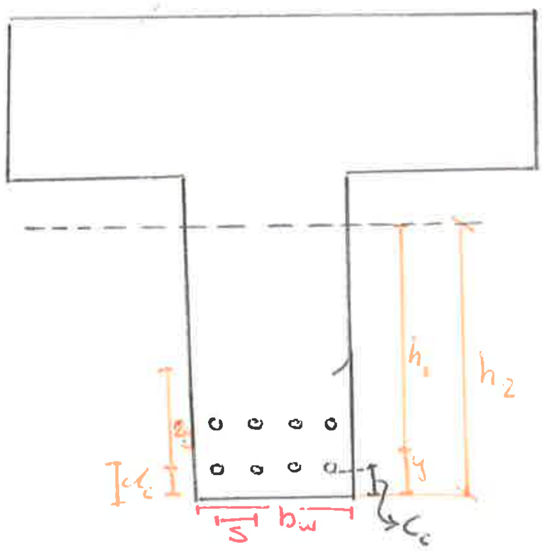
روالوا

عرض ترک $W = 13 \times 10^{-6} \beta f_s \sqrt[3]{A d_c}$

$A = \frac{2 y b_w - A_s}{n}$ ← تعداد میلگرد

$\beta = h_2 / h_1$

سطح بتنی که حول یک میلگرد در ناحیه کششی قرار خواهد داد.



نکته: استفاده از آرماتور با قطر کمتر می توان ترک را کنترل کرد.

کس دامنه تجویزی کند

⇐ f_s

$f_s = \frac{2}{3} f_y$ — در نزدیکترین ردیف آرماتور به دورترین تار کششی.

کنترل ترک در ACI

به جای کنترل W از محاسبه S استفاده می کنند:

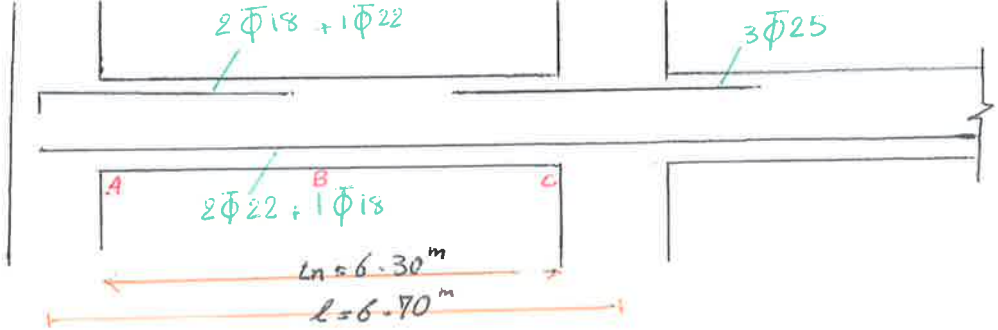
$S = 380 \times \left(\frac{280}{f_s}\right) - 2.5 C_c \leq 300 \left(\frac{280}{f_s}\right)$ ← Cover

حداکثر فاصله میلگردهای کششی برای کنترل ترک

با رعایت این اصل مسئله تحت ترک و مسئله تحت خوردگی حل می شود

$f_s = \frac{2}{3} f_y$ — به عنوان جایگزین دقیق

مثال: محاسبه افتادگی

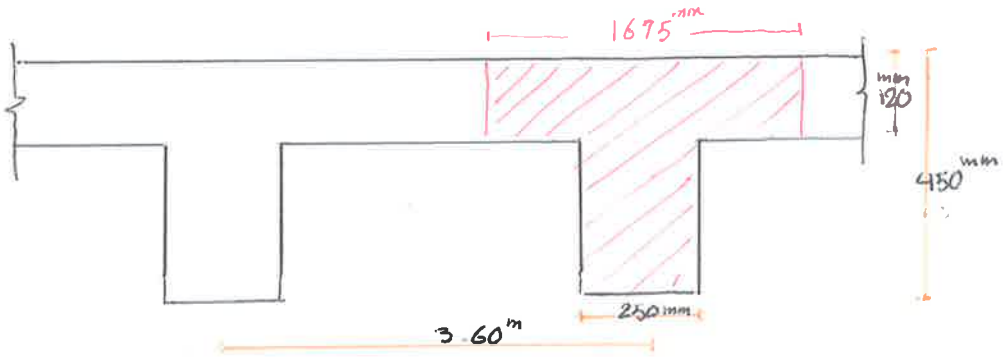


$D = 12.7\ kN/m$

$L = 17.5$

$f'_c = 28\ MPa$

$f_y = 400\ MPa$



گام اول:

محاسبه عرض مؤثر نیر T شکل

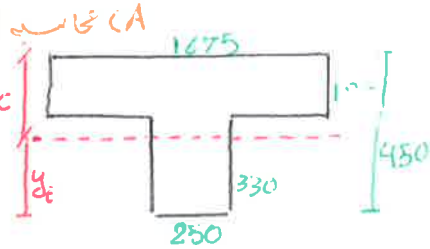
عرض مؤثر

$$b_e = \min\left\{3600,\ \underbrace{250 + 16\times 120}_{2170},\ \underbrace{\frac{6700}{4}}_{1675}\right\} = \boxed{1675\ mm}$$

گام دوم:

آیا مقطع در حالت سرویس ترک می‌خورد؟

A) محاسبه محل تار خنثی



$$C = \frac{1675\times 120\times 60 + 250\times 330\times 285}{1675\times 120 + 250\times 330} = 125.5\ mm$$

$$y_t = 450 - 125.5 = \boxed{324.5\ mm}$$

B) محاسبه ممان اینرسی I_y

$$I_y = 1675\times 120^3/12 + 1675\times 120\times(125.5-60)^2 + 250\times 330^3/12 + 250\times 330\,(285-125.5)^2 = \boxed{3.951\times 10^9\ mm^4}$$

C) محاسبه ممان ترک دهندگی (M_{cr}):

$$f_r = 0.62\sqrt{f'_c} = 0.62\sqrt{28} = 3.28\ MPa$$

$$M^+_{cr} = f_r\frac{I_g}{y_t} = 3.28\ N/mm^2 \times \frac{3.95\times 10^9\ mm^4}{324.5\ mm}\times 10^{-6} = 39.9\ kN.m$$

$$M^-_{cr} = f_r\frac{I_g}{c} = 3.28\times\frac{3.95\times 10^9}{125.5}\times 10^{-6} = 103.2\ kN.m$$

D : محاسبه لنگر دوای خمشی ⇐

$M_A^- = -\frac{1}{16} w l_n^2$

$M_D^- = -\frac{1}{16} \times 12.7 \times 6.3^2 = -31.5\ kN.m < M_{cr}^-$ → ترک نخورد : مرده

$M_{D+L}^- = -\frac{1}{16}(12.7+17.5)\times(6.3)^2 = -74.9\ kN.m < M_{cr}^-$ → نخورد : مرده و زنده

$M_C^- = -\frac{1}{10} w l_n^2$

$M_D^- = -\frac{1}{10} \times 12.7 \times 6.30^2 = -50.4 < M_{cr}^-$ → not cracked ← مرده

$M_{D+L}^- = -\frac{1}{10}(12.7+17.5)\times 6.3^2 = -119.2 > M_{cr}^-$ → cracked ← زنده و مرده

$M_B^+ = +\frac{1}{14} w l_n^2$

$M_D^+ = \frac{1}{14} \times 12.7 \times 6.3^2 = 36 < M_{cr}^+$ → not cracked : مرده

$M_{D+L}^+ = \frac{1}{14} \times (12.7+17.5) \times 6.3^2 = 85.6 > M_{cr}^+$ → cracked : مرده و زنده

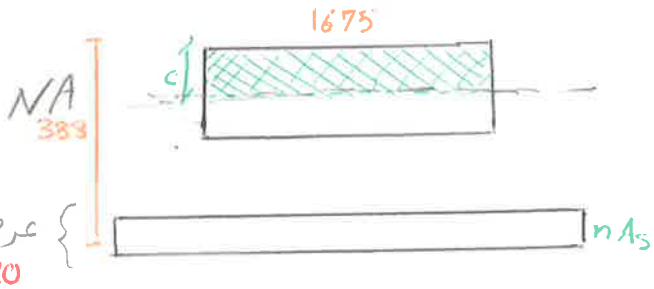
گام سوم :

محاسبه‌ی I_{cr} در مقطع وسط دهانه : (B)

$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2\times10^5}{4700\sqrt{28}} = 8$

$A_s = 2\times\pi\times\frac{22^2}{4} + \pi\times\frac{18^2}{4} = \boxed{1014\ mm^2}$

فرض می‌کنیم تار خنثی در بال می‌ایستد



$\frac{1}{2} b c^2 - n A_s (d-c) = 0$

عرض ندارد

$\frac{1}{2} \times 1675 \times c^2 - 8\times1014(388-c) = 0 \Rightarrow c = 56.7\ mm < 120$

فرض صحیح است.

$I_{cr} = 1675 \times \frac{56.7^3}{3} + \underbrace{8\times1014}_{n\ A_s}(388-56.7)^2 = \boxed{0.992\times10^9\ mm^4}$

گام چهارم :

محاسبه I_{cr} در مقطع C :

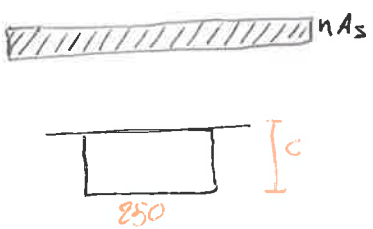
(از اثر کرماتور فشاری صرف نظر می‌کنیم)

$A_s = 3\Phi 25 = 3\pi\times\frac{25^2}{4} = 1472$

$\frac{1}{2}\times250 c^2 - 8\times1472(388-c) = 0 \rightarrow c = 149.8$

$I_{cr} = 250\times149.8^3/3 + 8\times1472\times(388-149.8)^2$

$= \boxed{0.948\times10^9\ cm^4}$



گام پنجم:

محاسبه Δ_{iD}

تئوری سی پلوستقات

$$I_e = 0.85 I_{em} + 0.15 I_{eR} = 0.85 I_g + 0.15 I_g = I_g \Rightarrow \Delta_{iD} = \frac{5}{384}\frac{w_D l^4}{E_c I_e} - \frac{1}{16}\frac{(M_1+M_2) l^2}{E_c I_e}$$

مقطع در وسط و سمت راست ترک نمی خورد

$$\Delta_{iD} = \frac{5}{384} \times \frac{12.7 \times 6700^4}{4700\sqrt{28} \times 3.951 \times 10^9} - \frac{1}{16}\frac{(31.5+50.4)\times 10^6 \times 6700^2}{4700\sqrt{28} \times 3.951 \times 10^9}$$

$$= 3.39 - 2.34 = \boxed{1.05 mm}$$

گام ششم:

محاسبه Δ_{iL+D}

A) محاسبه I_{em}:

$$I_e = I_{cr} + (I_g - I_{cr})\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \le I_g$$

$I_{cr} = 0.992 \times 10^9$

$I_g = 3.951 \times 10^9$

$M_{cr} = 39.9$

$M_a = 85.6$

$$\Rightarrow I_{em} = \left[0.992 + (3.951 - 0.992)\left(\frac{39.9}{85.6}\right)^3\right] \times 10^9 = 1.292 \times 10^9 mm^4$$

B) محاسبه I_{eR}:

$$I_{eR} = \left[0.948 + (3.951 - 0.948)\left(\frac{103.2}{119.2}\right)^3\right] \times 10^9 = 2.897 \times 10^9$$

C) محاسبه I_e نهایی:

$$I_e = 0.85 \times 1.292 \times 10^9 + 0.15 \times 2.897 \times 10^9 = 1.53 \times 10^9 mm^4$$

$$\Delta_{iD+L} = \frac{5}{384} \times \frac{(12.7+17.5)\times 6700^4}{E_c I_e} - \frac{1}{16} \times \frac{(74.9+119.2)\times 10^6 \times 6700^2}{E_c I_e} = 6.51 mm$$

گام هفتم:

محاسبه Δ_{iL}:

$$\Delta_{iL} = \Delta_{iD+L} - \Delta_{iD} = 6.51 - 1.05 = \boxed{5.46 mm}$$

گام هشتم:

کنترل افتادگی (Δ_{iL}):

$$\Delta_{iL} = 5.46 < l/360 = \frac{6700}{360} = \boxed{18.6 mm}$$

O.K

گام سوم:

محاسبه ی با توجه به بند 4

$\Delta < \frac{\ell}{240}$

$\Delta = \lambda_{t,\infty}\Delta_{iD} + \Delta_{iL} + \lambda_{\infty}\Delta_{iLs}$

درصدی از بار زنده که دائمی فرض می شوند (بار زنده دائمی)

فرض:

25 درصد بار زنده دائمی فرض شود و پارتیشن ها 3 ماه، بعد از برداشتن شمع های موقت نصب می شوند.

$\Delta_{iD} = 1.05\ mm$

$\Delta_{iD+L} = 6.51\ mm$

$\Delta_{iL} = 5.46\ mm$

$\Delta_{iLs} = 0.25 \times 5.46 = 1.365\ mm$

$\lambda_{\infty} = 2$

$\lambda_{t,\infty} = \lambda_{\infty} - \lambda_t = 2 - 1 = 1 < \frac{\ell}{240} = 27.9$ OK

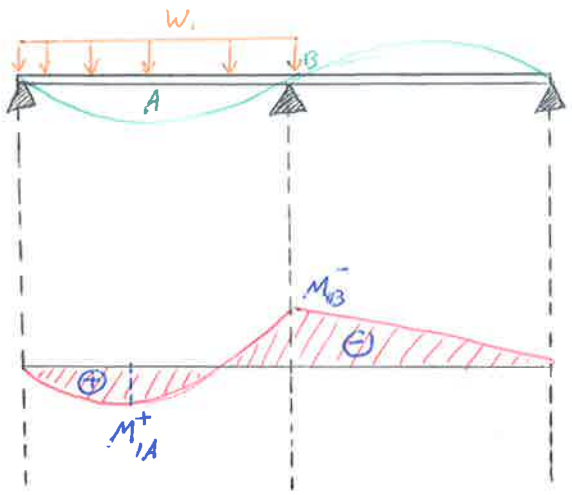
جلسه (8 , 12 , 95) ——— امیر همایون جابری

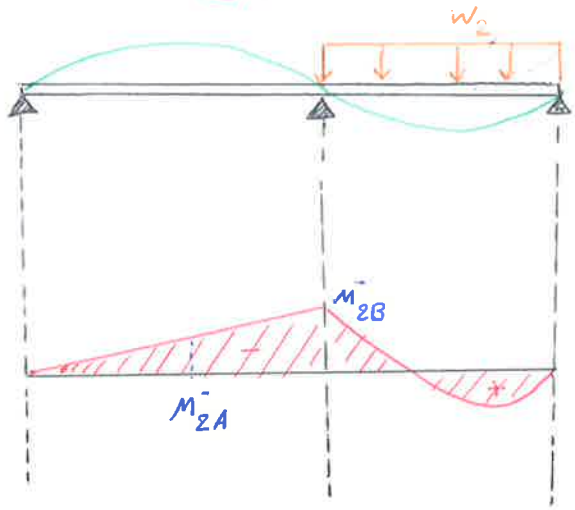
تغییرات بارزنده و اثر آن در طراحی :

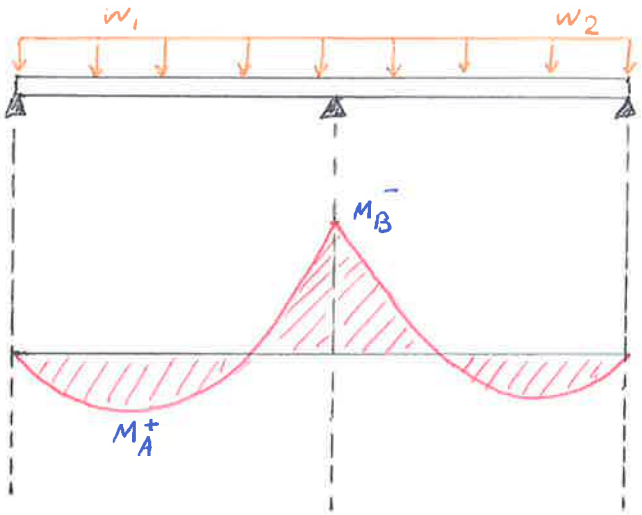
ما در این درس به دنبال اثرات ماکزیمم هستیم

لنگرهای خمشی

برش



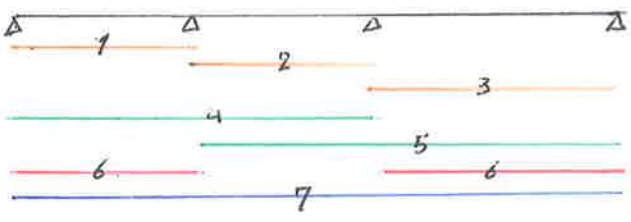




$M_B^- = M_{1B}^- + M_{2B}^- > M_{1B}^-$, M_{2B}^- → بارگذاری دو طرف تکیه‌گاه، اثرات را max می‌کند

$M_A^+ = M_{1A}^+ + M_{2A}^- < M_{1A}^+$ → بارگذاری خود دهانه و عدم بارگذاری دهانه‌های مجاور اثرات را max می‌کند.

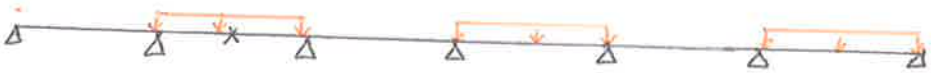
نحوه تعیین اثرات ماکزیمم :



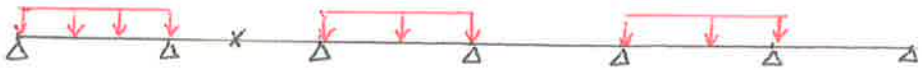
روش اول:

تعیین لنگرهای ماکزیمم در مقاطع مشخص

A) برای اینکه لنگر های خمشی مثبت در یک دهانه ماکزیمم باشد باید کن دهانه و دهانه های بعدی به صورت یک در میان بارگذاری شود.

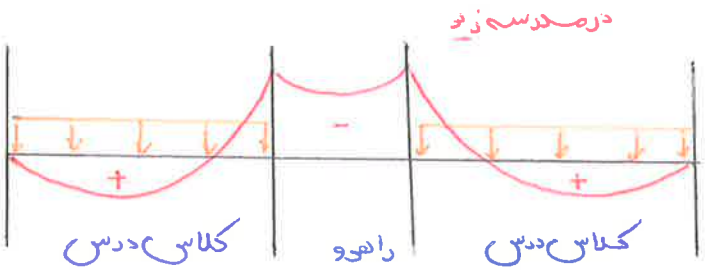


B) برای اینکه لنگر خمشی مثبت در دهانه min شود، باید دهانه های طرفین کن دهانه و دهانه های بعدی به صورت یک در میان بارگذاری شود.



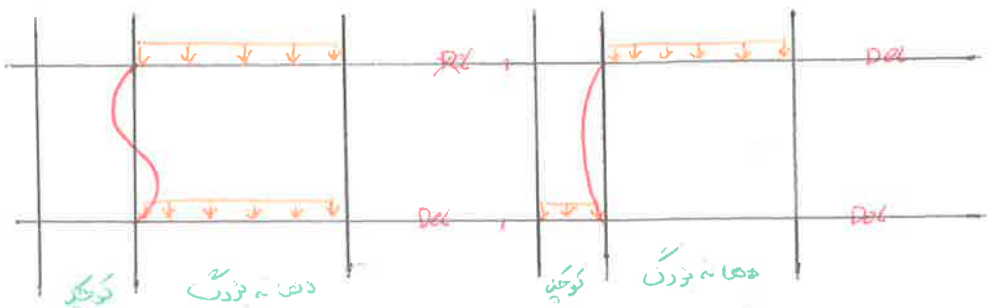
دلیل: مطمئن شدیم که ممان مثبت تبدیل به ممان منفی نمی شود.

به عنوان مثال:



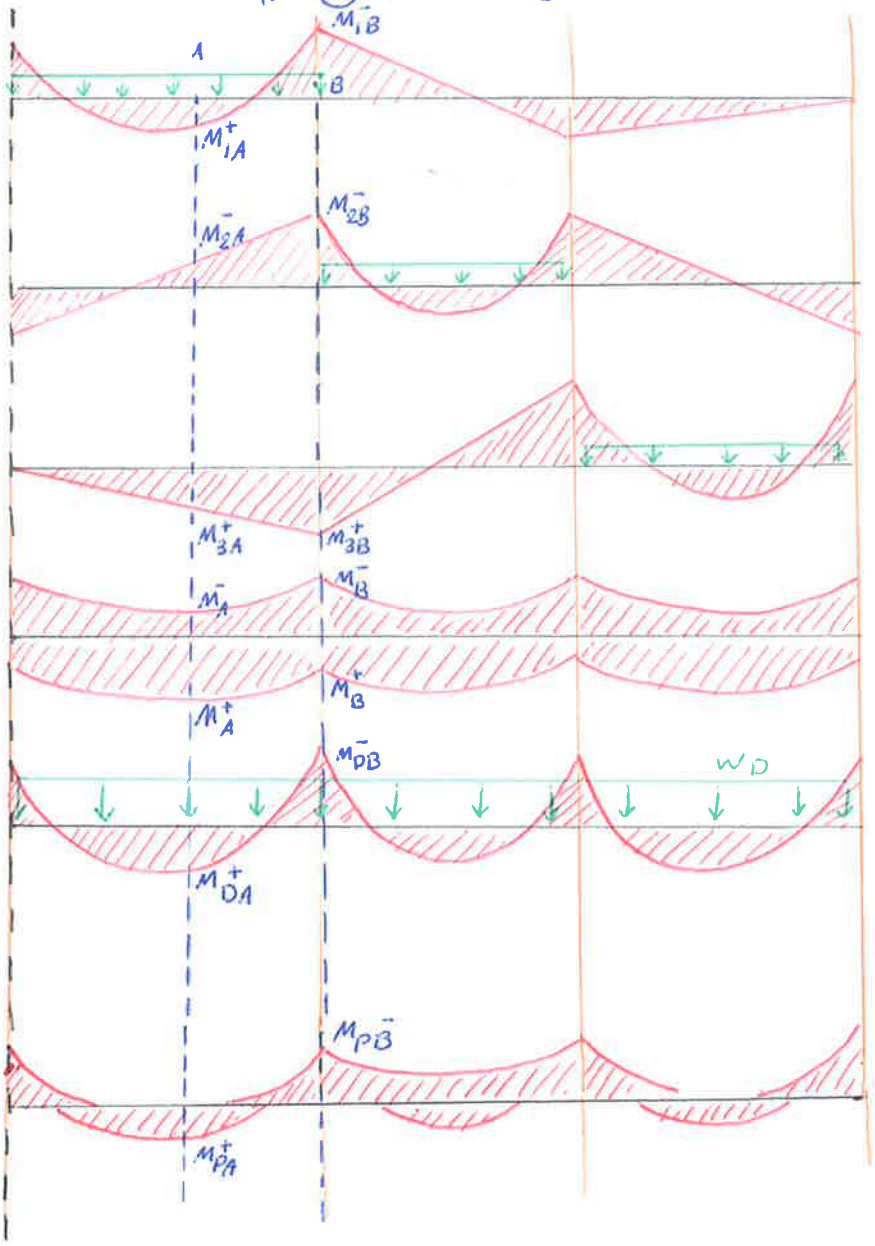
C) برای اینکه لنگر خمشی منفی در تکیه گاه max شود، باید دهانه های طرفین تکیه گاه و دهانه های بعدی را یک در میان بارگذاری می کنیم.

D) برای اینکه لنگر خمشی در ستون max شود، باید تیرهای مجاور ستون را در دو طبقه متوالی بارگذاری کرد.



روش دوم: سعی می کنیم که دیاگرام ممان (max) [پوش لنگر خمشی] را به دست آوردیم

ابتدا دهانه ها را به ترتیب به صورت تک تک تحت بارگذاری جاری زنده قرار می دهیم.



دیاگرام پوش بارزنده

$$\begin{cases} M_B^+ = M_{3B}^+ \\ M_B^- = M_{1B}^- + M_{2B}^- \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_A^+ = M_{1A}^+ + M_{3A}^+ \\ M_A^- = M_{2A}^- \end{cases}$$

دیاگرام لنگر بارمرده

= دیاگرام پوش لنگر خمشی

$$\begin{cases} M_{PA}^+ = M_{DA}^+ + M_A^+ \\ M_{PA}^- = M_{DA}^+ + M_A^- \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{PB}^+ = M_{DB}^- + M_B^+ \\ M_{PB}^- = M_{DB}^- + M_B^- \end{cases}$$

نکته: در هر مقطع بارمرده یک بار با ممان مثبت بارزنده و یک بار با ممان منفی بارزنده جمع می شود

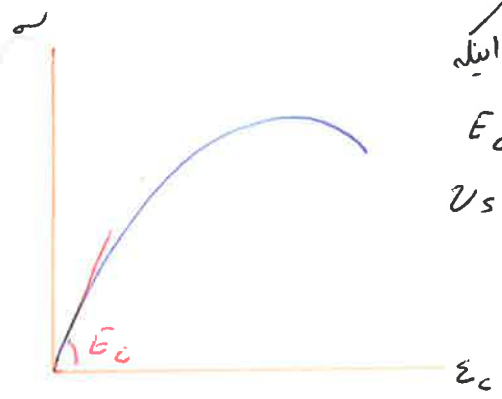
ضوابط آیین نامه:

بارزنده | بارمرده

باری با بارزنده تنها در صورتی بررسی می شود که $\leq 1.5D$

چند مطلب در ارتباط با تحلیل سازه‌های بتن آرمه:

1- بحث خطی یا غیرخطی بودن رفتار بتن



در بحث ما رفتار بتن خطی فرض می‌شود و با فرض اینکه

$E_c = 4700\sqrt{f'_c}$

$\nu = 0$

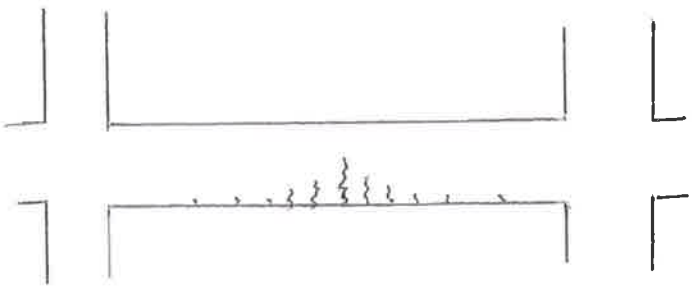
نکته ← در برخی موارد مانند کمانش ستون تحلیل غیرخطی است ولی با روابط اضافی آن را خطی می‌کنیم.

پس در طراحی ← غیرخطی

تحلیل ← خطی

2 بحث ترک خوردگی

با علم به اینکه مقاطع بتن آرمه ترک می‌خورند و ترک بر سختی مقاطع مؤثر واقع می‌شود، I در طول مقطع تغییر می‌کند و لزوم تغییر I وجود دارد:



تیرها ← $I_b = 0.35 I_g$

ستون‌ها ← $I_c = 0.7 I_g$

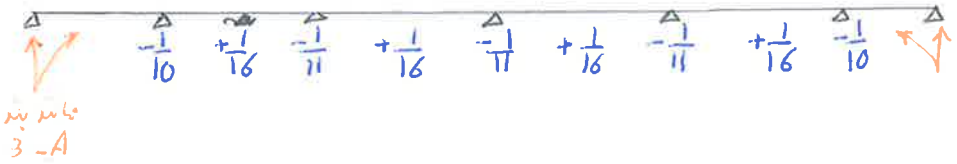
3) ضرائب تقریبی برای تعیین لنگرهای تحت اثر بارهای ثقلی $M = k w l_n^2$

3.1) تیر با دو دهانه

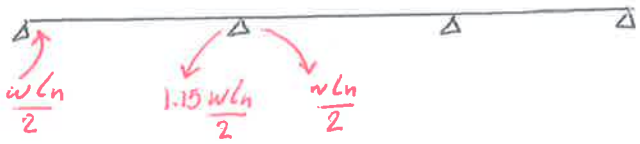
شرایط تکیه‌گاه 1

ساده (تیر روی دیوار) →	0	$+\frac{1}{11}$	$-\frac{1}{9}$
روی تیر و متصل به آن →	$-\frac{1}{24}$	$+\frac{1}{14}$	$-\frac{1}{9}$
تیر به ستون →	$-\frac{1}{16}$	$+\frac{1}{14}$	$-\frac{1}{9}$

3-13) تیر با دهانه های برابر

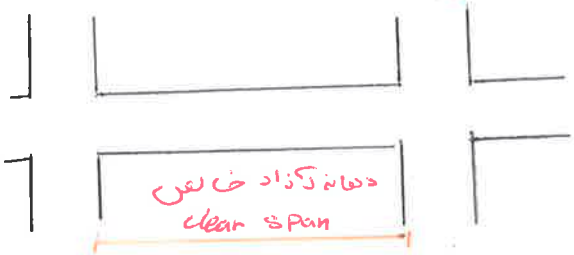


4) ضوابط تقریبی برای تعیین برش



* برش در اولین تکیه گاه داخلی $\Leftarrow \frac{1.15\, w l_n}{2}$

* در سایر تکیه گاه ها : $\Leftarrow \frac{w l_n}{2}$



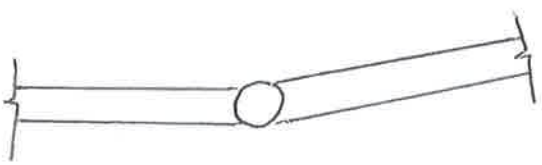
* دهانه تیر l : $\Leftarrow \min\{$ محور تا محور تکیه گاه ، $l_n + d\}$

جلسه نهم (15، 12، 95)

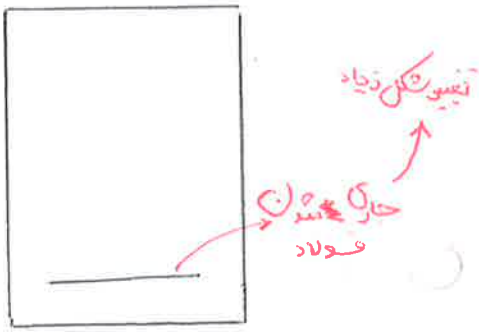
توزیع ممان لنگرهای خمشی (ناشی از بارهای ثقلی)
(Moment Distribution)

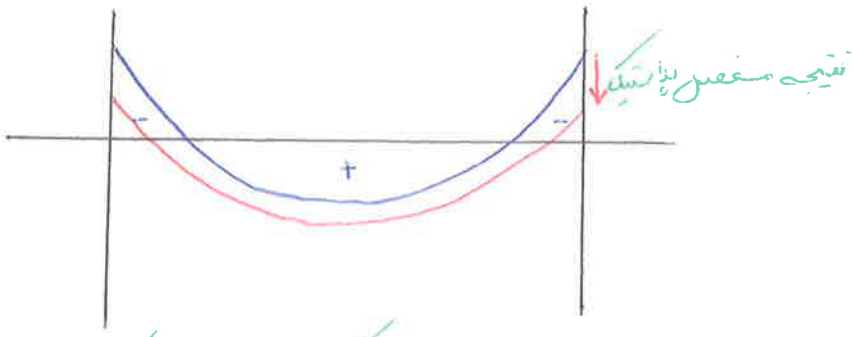
مفصل پلاستیک : با جاری شدن فولاد ، مقطع تغییر شکل قابل توجهی داده و باعث ایجاد دوران در مقطع می شود که اصطلاحاً کل را مفصل پلاستیک می نامند.
(plastic Hangel)

ایجاد زاویه در تیر



* دیگر باد نبوده و لنگر خمشی اضافه در سایر مقاطع تقسیم می شود





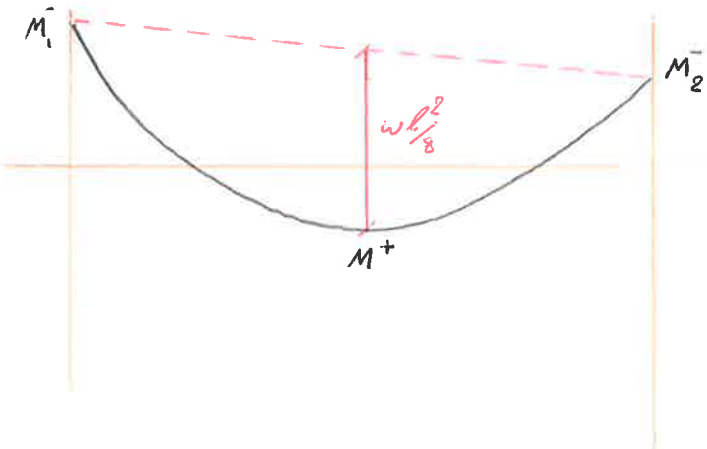
امکان تشکیل مفصل پلاستیک
در تکیه گاه ها.

* با اثر مفصل پلاستیک نمودار لنگر افت می کند پس ممکن است لنگر Max از تکیه گاه به وسط دهانه منتقل شود. (لنگر دهانه < لنگر تکیه گاه)

نکته آیین نامه:

آیین نامه مجاز می داند که در مقاطعی که لنگر خمشی max است تحت شرایط خاصی لنگر خمشی را در سایر مقاطع افزایش دهیم.

$$M^+ + \frac{1}{2}\left|M_1^- + M_2^-\right| = M_{ss}$$



بار گسترده ← $wl^2/8$
بار متمرکز ← $Pl/4$

نکته: استفاده از روش باز توزیع لنگر هنگامی که از ضرایب تقریبی در محاسبه لنگر استفاده کرده ایم، مجاز نیست.

* بار توزیع لنگرهای خمشی مطابق ACi

مقادیر لنگرهای خمشی را که براساس آنالیز الاستیک محاسبه شده اند می توان حداکثر تا $1000\,\varepsilon_t$ (برحسب درصد) ولی نه بیشتر از 20% افزایش یا کاهش داد.

$$R(\%) = 1000\,\varepsilon_t \leq 20\%$$

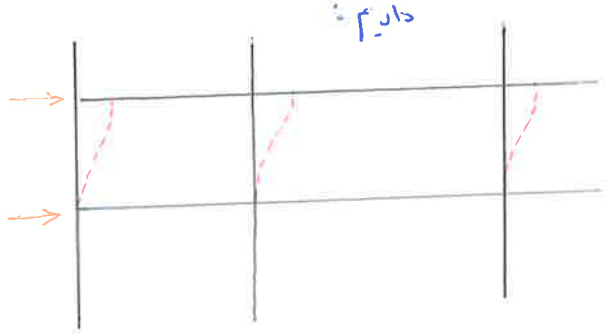
باز توزیع فقط وقتی مجاز است که

$$\boxed{\varepsilon_t \geq 0.0075}$$

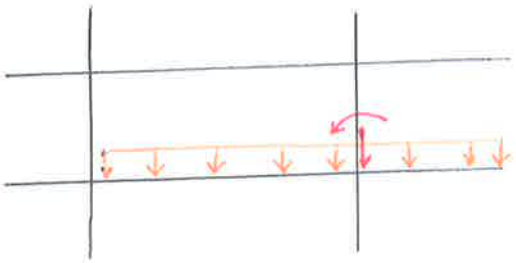
قطعات تحت فشار و خمش

members in compression and Bending (colums)

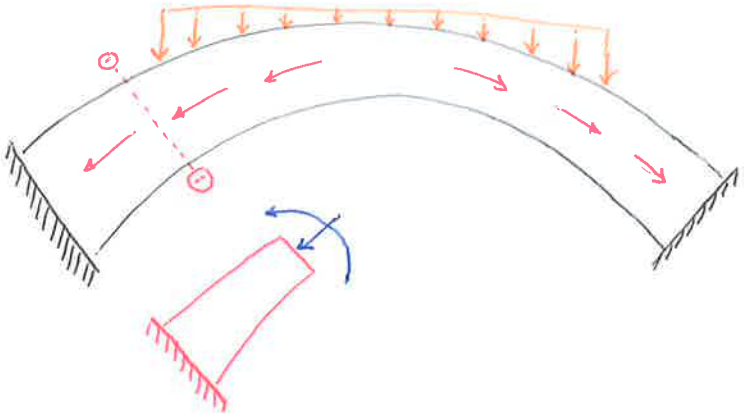
* تحت اثر بارهای ثقلی: فشار و خمش داریم:

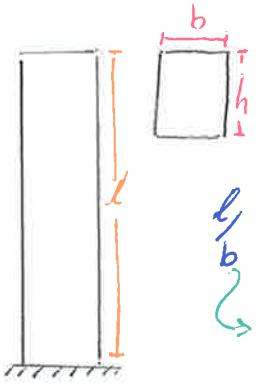


* تحت اثر بار جانبی، خمش و برش داریم:



در این فصل کلیه اعضا تحت فشار و خمش بررسی می‌شوند و برای سادگی از واژه ستون استفاده می‌شود.





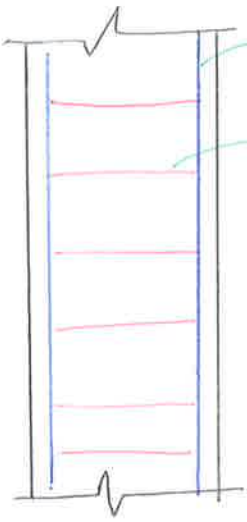
$\frac{l}{b} \geq 3$

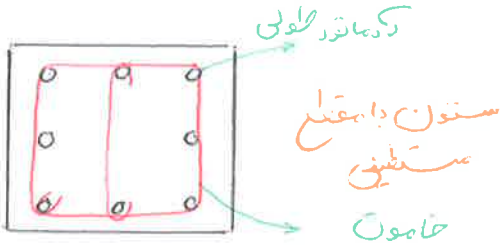
کوچکترین بعد

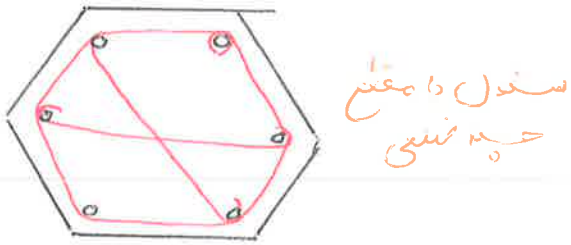
پدستال (pedestal looking)

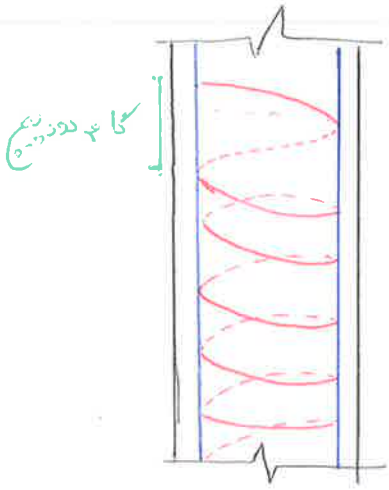
شکل های ستون بتن آرمه :

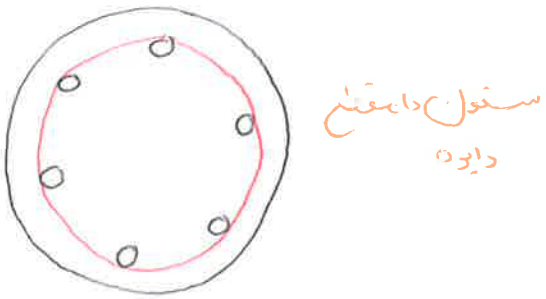
عمدتاً دارای مقطع ← مربع مستطیل
← دایره

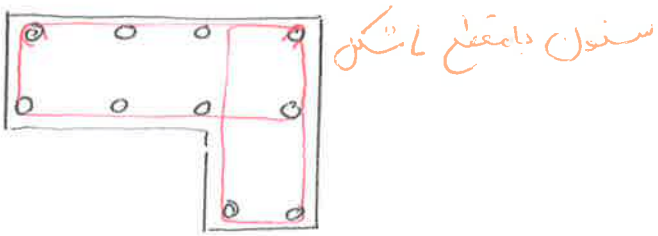


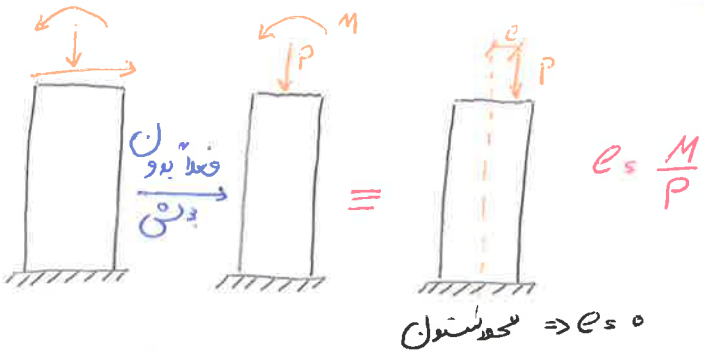






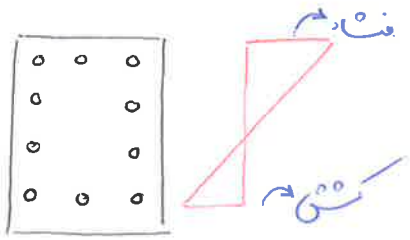






$e = \frac{M}{P}$

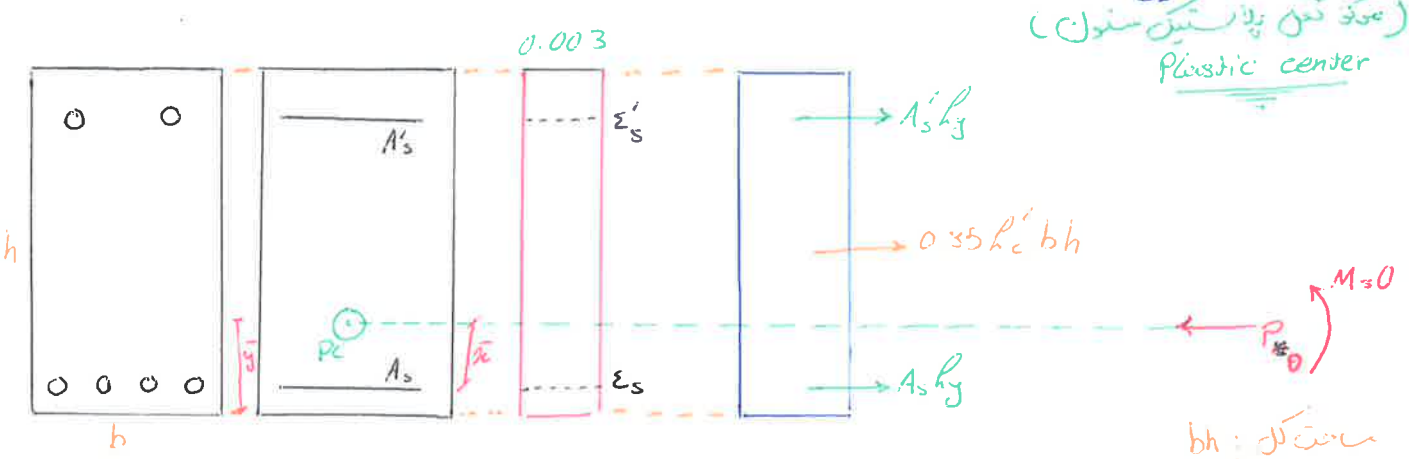
بدون محوری بار در ستون :



همانند تیر

محور ستون ← محوری که چنانچه بار در امتداد آن به ستون وارد شود، لنگر ایجاد نکند یعنی ستون تحت اثر تنش یکنواخت قرار گیرد و همه تارها به یک اندازه کوتاه می شوند. و کرنش در آنها یکسان است.

محدب ستون در حالت نهایی
(محل تقل پلاستیک ستون)
Plastic center



$$P_{n0} = 0.85 f'_c bh + A'_s f_y + A_s f_y \quad \text{دقیق تر} \rightarrow P_0 = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y$$

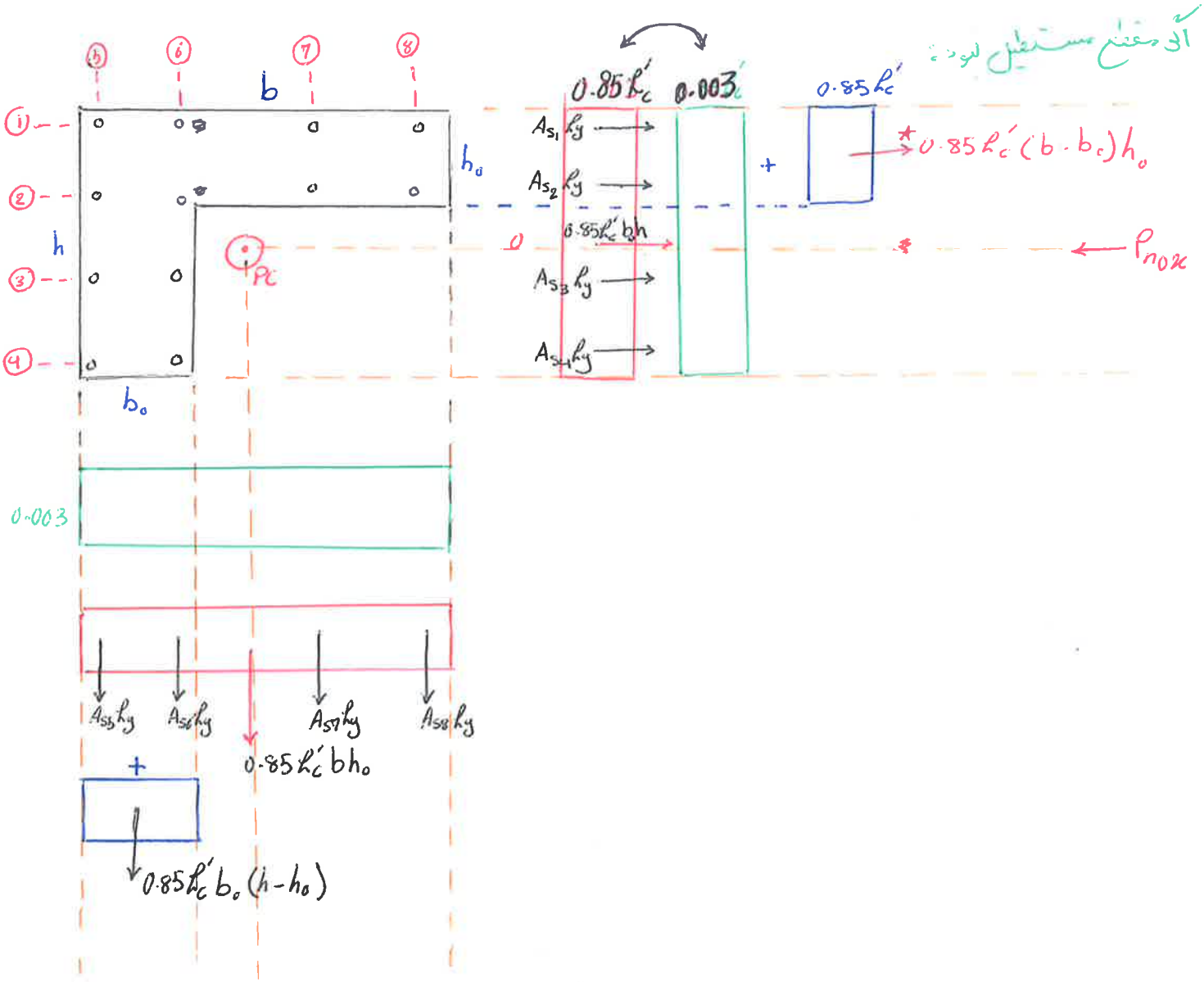
bh : مساحت کل

کل عرض مقطع

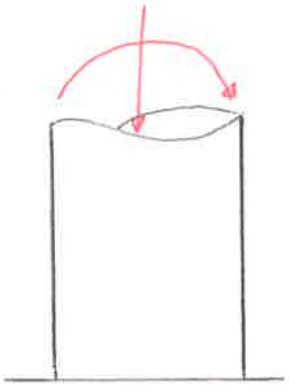
$$\bar{y} = \left(0.85 f'_c bh \times \frac{h}{2} + A'_s f_y (h-d') + A_s f_y (h-d)\right) / P_0$$

$\bar{x}$: فاصله مرکز ثقل پلاستیک تا مرکز ثقل کرمانتورهای کششی $\Rightarrow \bar{y} - (h-d)$

اگر مقطع مستطیل نبود:



جلسه (95 , 12 , 14)



آنالیز ستون ها:

داده ها: A_s , A'_s , h , b

که با توجه به این داده ها دو حالت پیش می آید:

1. M و P = ؟ ← خمش در فولاد و بتن

2. (P_n , M_n) = ؟ ← ممان و نیروی قابل تحمل

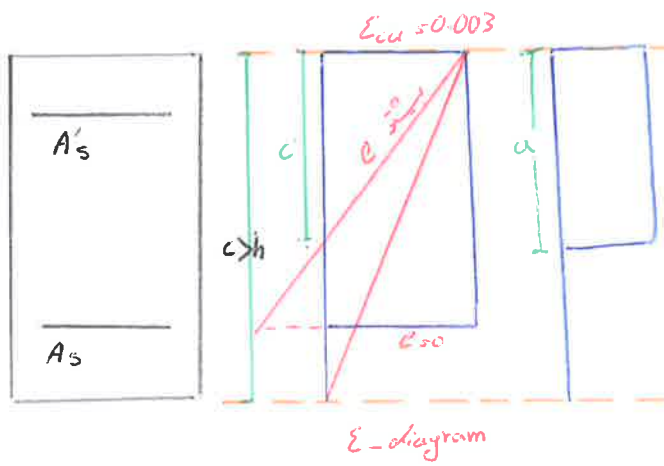
معادلات ← تعادل، سازگاری، رفتاری

مقطع ترک نخورده

مقطع ترک خورده + بتن خطی

مقطع ترک خورده + بتن غیرخطی

آنالیز ستون ها در حالت نهایی:



$a = \beta_1 c$ → ارتفاع تار خنثی

$a_{max} = h$

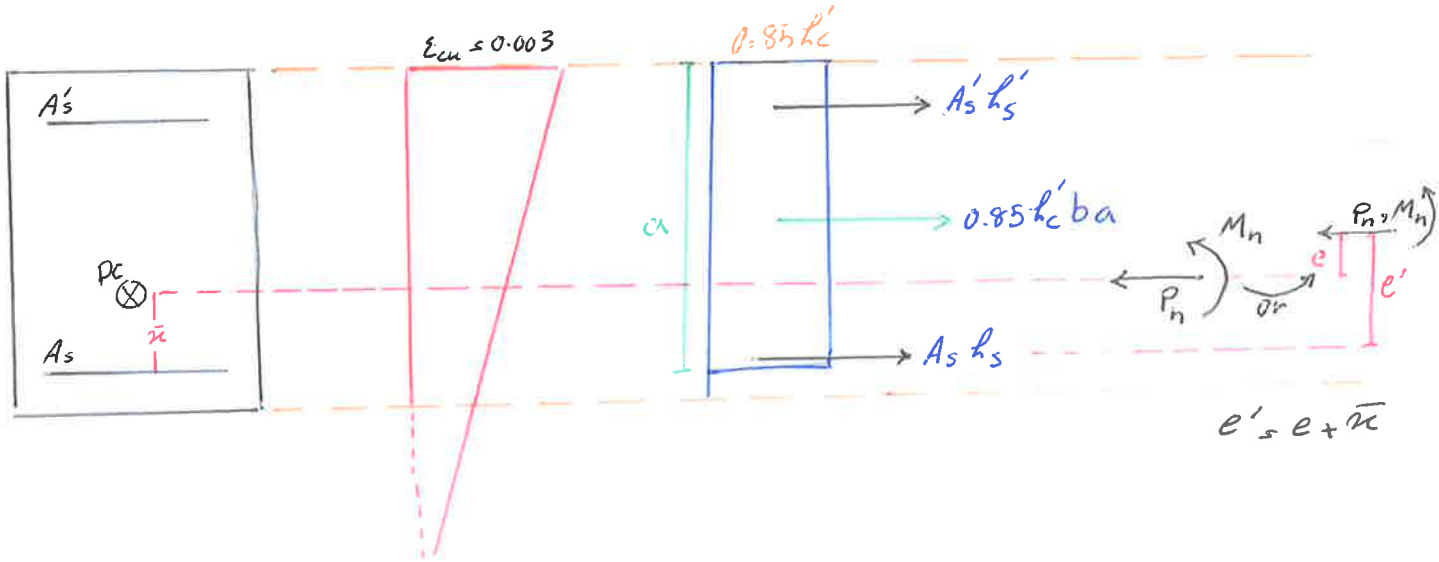
یادآوری:

مروری بر β_1:

$\beta_1 = 0.85 \longrightarrow 17 \le f'_c \le 28\ MPa$

$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05(f'_c - 28)}{7} \rightarrow 28 \le f'_c < 55\ MPa$

$\beta_1 = 0.65 \longrightarrow f'_c > 55\ MPa$



تعادل خطی: $0.85 f'_c ba + A'_s f'_s + A_s f_s = P_n$

* Plastic center (P.C): محلی که تمامی نادها تحت فشار مقاومی کنند

معادلات تعادل

$x_{PC} \Rightarrow \bar{x} = x_{PC} - (h - d)$

تعادل دورانی: $0.85 f'_c ba \left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s f'_s (d - d') = M_n = P_n e'$

معادلات سازگاری:

$\varepsilon_s = \frac{d - c}{c} \times 0.003$

$\varepsilon'_s = \frac{c - d'}{c} \times 0.003$

معادلات رفتاری:

حتمی: $f_s = E_s \varepsilon_s$ ، $f'_s = E_s \varepsilon'_s$

جاری شده باشد: $f_s = f_y$ ، $f'_s = f_y$

مجهولات: $c, f_s, f'_s, P_n, e', \varepsilon_s, \varepsilon'_s$

(7 معادله، 6 مجهول) ؟

روش کلی آزمون و خطا در تحلیل ستون ها:

step1 : ابتدا یک c را فرض کرده

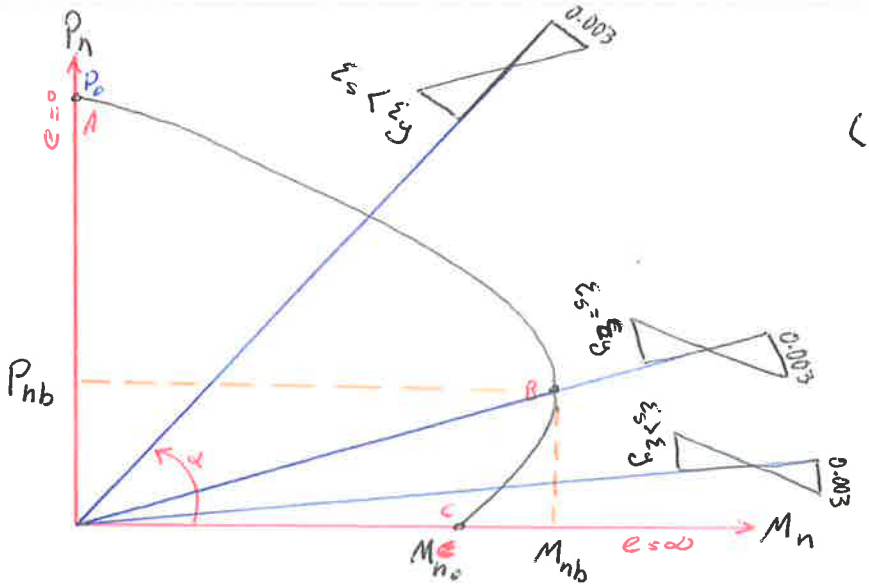
step2 : با داشتن c و طبق معادلات سازگاری کرنش ها را محاسبه می کنیم.

step3 : با داشتن کرنش ها تنش ها را محاسبه می کنیم.

step4 : سپس با معادلات خطی P_n را محاسبه کرده و با تعادل دورانی e یا e' یا M_n به دست می آید.

$$\text{choose } c \longrightarrow \begin{cases} \varepsilon_s \\ \varepsilon'_s \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} h_s \\ h'_s \end{cases} \xrightarrow{\text{تعادل خطی}} P_n \xrightarrow[\text{دورانی}]{\text{تعادل}} M_n \text{ یا } e' \text{ یا } e$$

انتخاب مجدد



دیاگرام تداخلی بار هوا و ممان ستون ها:

(دیاگرام اندرکنش بار و ممان ستون ها)

(Interaction diagram curves)

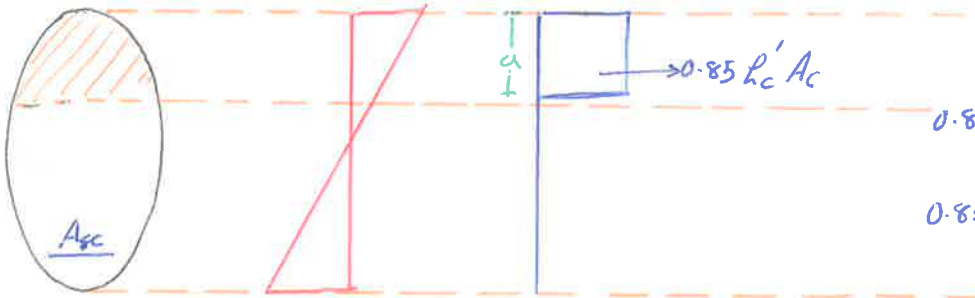
$$e = \frac{1}{\tan\alpha}$$

نقطه A : نمایشگر بار محوری حداکثری است که ستون در حالت حدی نهایی تحمل می کند (P_o)

نقطه C : نمایشگر ممانی است که ستون به صورت تیر در حد نهایی می تواند تحمل کند (M_{no}) به معنی بار محوری صفر.

نقطه B : نقطه ای که فولاد کشش به حد جاری شدن می رسد.

مقطع غیر مربع مستطیل:



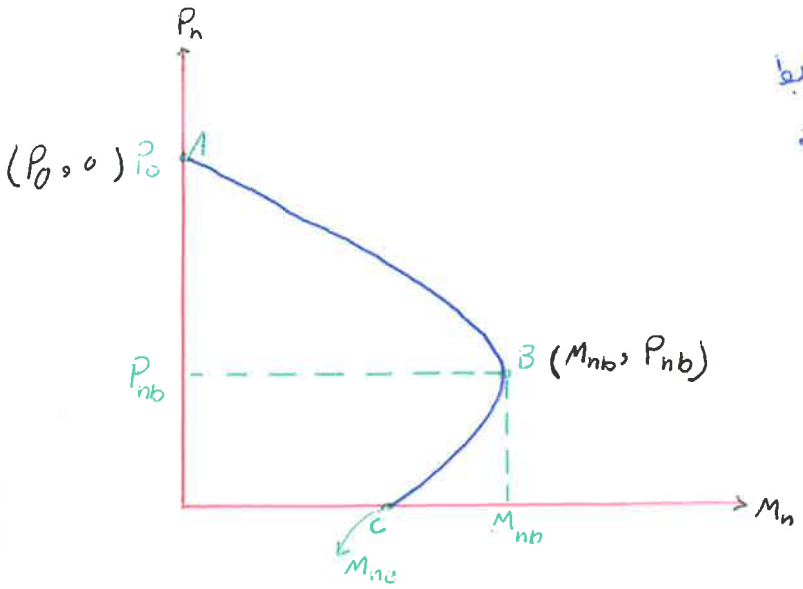
تعادل خطی:

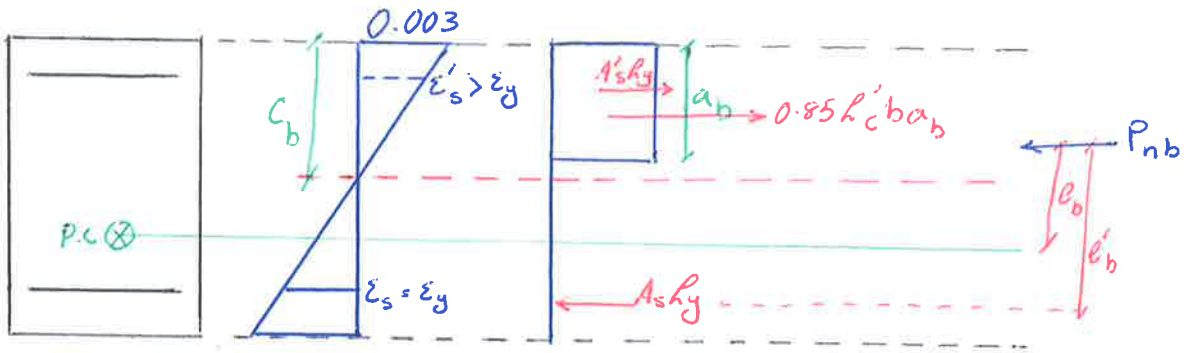
$$0.85 h'_c A_c + A'_s h'_s + A_s h_s = P_n$$

$$0.85 h'_c A_c + (d-k) + A'_s h'_s (d-d') = M_n = P_n e'$$

روابط مربوط به دیاگرام تداخلی:

در حالت کلی جواب منفی است و نمی توان روابط ثابتی بدست آورد. ولی با تقریباتی می توان اینگونه گفت که:





$$\frac{C_b}{d - C_b} = \frac{0.003}{\varepsilon_y} \Rightarrow C_b = \frac{600}{600 + f_y} d \Rightarrow a_b = \beta_1 C_b = \frac{600}{600 + F_y} \beta_1 d \quad , \quad \varepsilon'_s = \frac{C_b - d'}{C_b} \times 0.003$$

(معلوم) (معلوم)

$$\geq \varepsilon_y \rightarrow A'_s f_y \quad , \quad A'_s \varepsilon_s \varepsilon'_s$$

تعادل نیرو $P_{nb} = 0.85 f'_c b a_b + A'_s f_y - A_s f_y$

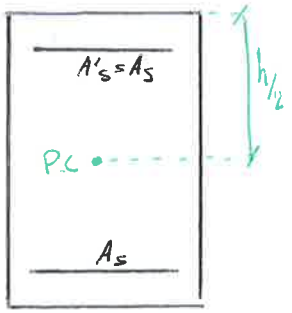
$$P_{nb} e'_b = 0.85 f'_c b a_b \left(d - \frac{a_b}{2}\right) + A'_s f_y (d - d')$$

$e'_b = e_b + \bar{x} \rightarrow M_{nb} = P_{nb} e_b$

مختصات C: $(0, M_{nb})$

رابطه ای دیگر در ستون متقارن برای محاسبه e_b:

در مقطع متقارن:

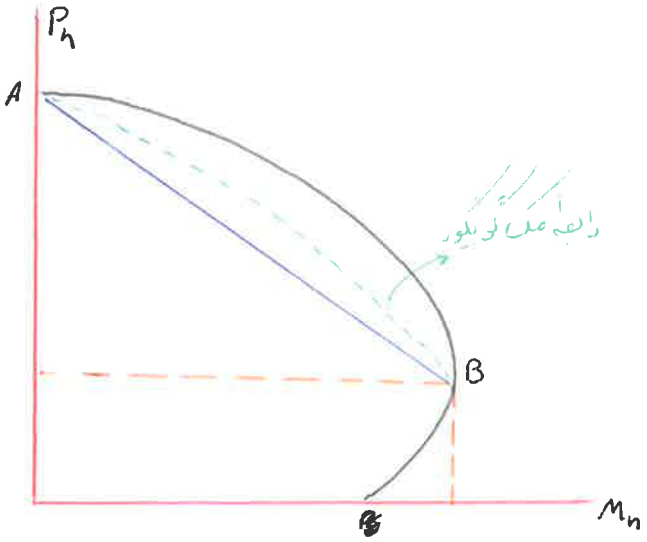


$$e_b = (0.2 + 0.77 \rho_g m) h$$

$$\rho_g = \frac{A_{st}}{bh} \quad , \quad m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} \quad , \quad A_{st} = A_s + A'_s$$

در مقطع متقارن:

$a_b \rightarrow P_{nb} \rightarrow e_b \rightarrow M_{nb}$



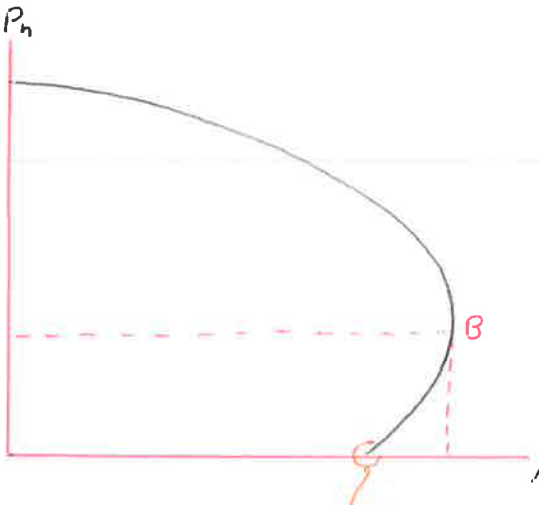
ناحیه کنترل فشار:

AB معادله:

$$P_n = P_o - (P_o - P_{nb})\frac{M_n}{M_{nb}}$$

یا

$$P_n = \frac{P_o}{1 + \left[\frac{P_o}{P_{nb}} - 1\right]\frac{e}{e_b}}$$



ناحیه کنترل کشش:

تعادل خطی: $P_n = 0.85 f_c' b a + A_s' f_y - A_s f_y$

تعادل دورانی: $P_n e' = 0.85 f_c' b a (d - \frac{a}{2}) + A_s' f_y (d - d')$

$$P_n = 0.85 f_c' b d \left[1 - \frac{e'}{d} + (\rho' - \rho) m + \sqrt{(1 - \frac{e'}{d})^2 + 2\rho m (1 - \frac{d'}{d}) + 2\frac{e'}{d}(\rho - \rho')m}\right]$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad , \quad \rho' = \frac{A_s'}{bd}$$

در مقطع متعادل

$$P_n = 0.85 f_c' b d \left[1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{(1 - \frac{e'}{d})^2 + 2\rho m (1 - \frac{d'}{d})}\right]$$

$$P_n = 0.85 f_c' b a$$

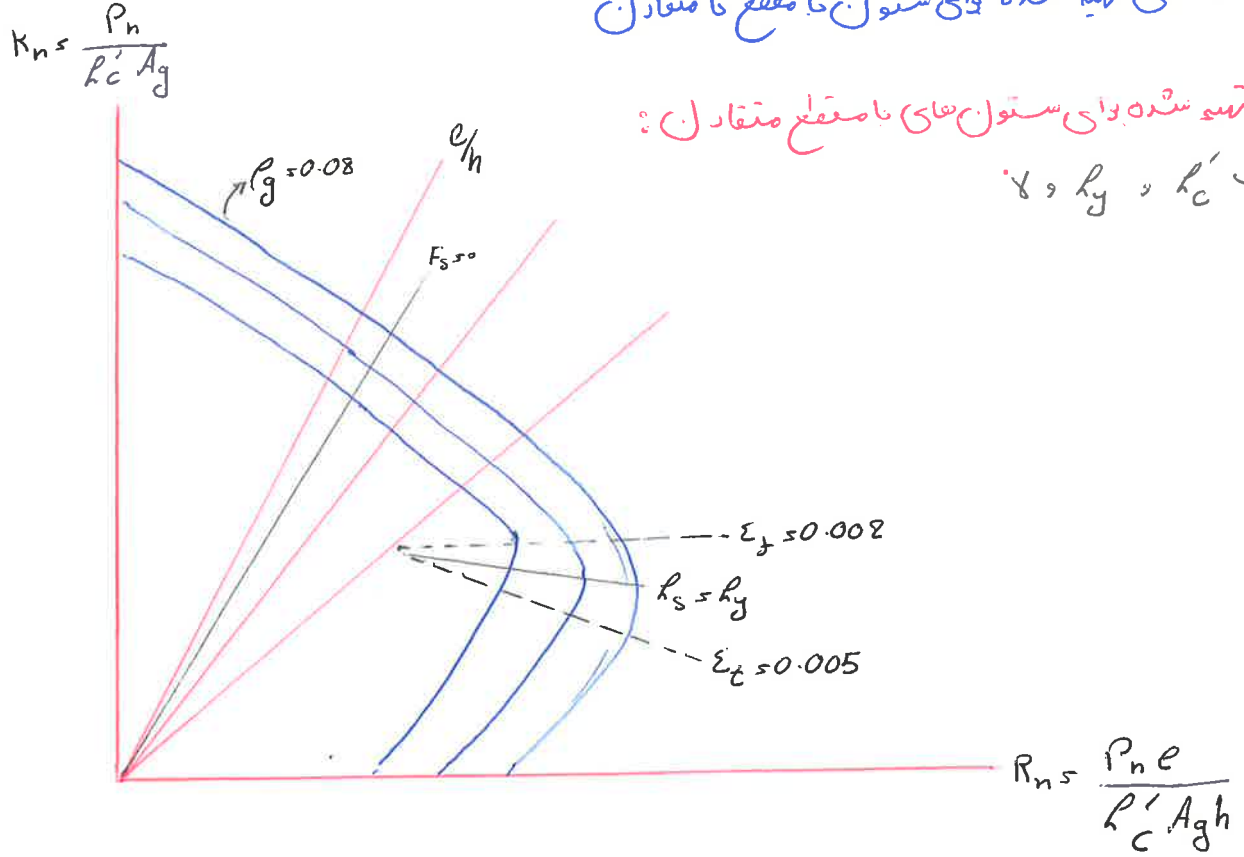
$$M_n = \frac{1}{2} P_n (h - a) + A_s f_y (d - d')$$

سه روش آنالیز ستون ها :

- روش کلی آزمون و خطا
- استفاده از روابط مربوط به دیاگرام تداخل
- گراف های تهیه شده برای ستون با مقطع نا متقارن

گراف های تهیه شده برای ستون های با مقطع متقارن :

برحسب ℓ_c' و ℓ_y و γ



الگوریتم نمودار :

$\boxed{\gamma \Leftarrow \text{تعیین نمودار}} \longrightarrow \boxed{\rho_g \Leftarrow \text{منحنی}}$

نحوه تبدیل ها در جدول جزوه :

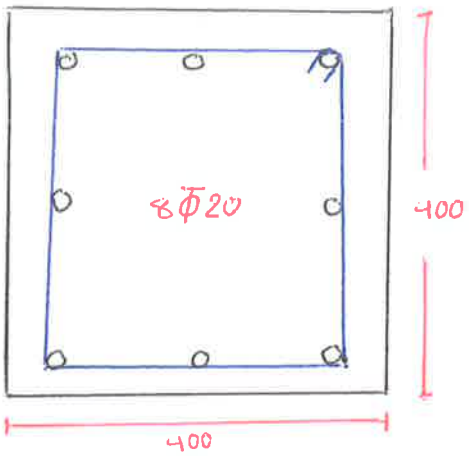
$1\ MPa = 145\ psi = 0.145\ ksi$

$21\ MPa = 3000\ psi = 3\ ksi$

مثال: ستون در شرایط عادی و بارگذاری تنش

$D = 800\ kN$

$L = 400\ kN$



$f'_c = 20\ MPa$

$f_y = 400$

$A_s = 8\Phi 20 = 8 \times 314 = 2512$

A) تعیین کنید در این شرایط چه تنشی در بتن و فولاد به وجود می‌آید.

$E_{sc} = 4700\sqrt{f'_c} = 4700\sqrt{20}$

$E_s = 2 \times 10^5\ MPa$

$\Rightarrow n = \frac{E_s}{E_c} = 9.5195$

$A_{eq} = A_g + (n-1)A_{st} = 400^2 + (n-1) \times 2512$

$P_s = 800 + 400 = 1200\ kN$

$\Rightarrow + \sigma_{cs} = \frac{P_s}{A_{eq}} = \quad < 0.5 f'_c = 0.5 \times 20 = 10$

$+ \sigma_s = n f'_c = \quad < 400\ MPa$

B) اگر میزان بار محوری دو برابر شود، تنش‌ها را محاسبه کنید.

$\sigma_c = \quad \times 2 = \quad > \frac{1}{2} f'_c \rightarrow$ رفتار بتن غیرخطی است

$\sigma_c = f'_c (2\varepsilon - \varepsilon^2)$

$\varepsilon = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}}$, $\varepsilon_{co} = \frac{2f'_c}{E_c} = \frac{40}{4700\sqrt{20}} = 0.006$

$\varepsilon_c = \varepsilon \varepsilon_{co} = \varepsilon_s$

$A_c = A_g - A_{st} = 400^2 - 2512 = 157488\ mm^2$

$E_s \varepsilon_s = E_c \varepsilon_c$

$P_s = \sigma_c A_c + \sigma_s A_{st} \Rightarrow$ با یک تعادل $\Rightarrow 2 \times 1200 \times 10^3 = 20(2\varepsilon - \varepsilon^2) \times 157488 + 2 \times 10^5 \times \varepsilon \varepsilon_{co} \times 2512$

$\varepsilon \longrightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_c$

$\begin{cases} \sigma_c = f'_c (2\varepsilon - \varepsilon^2) \\ \sigma_s = E_s \varepsilon_s \end{cases}$

C) حداکثر باری که ستون می تواند تحمل کند را بدست بیاورید (P_0)

$$P_0 = 0.85 f'_c A_c + A_{st} f_y$$

D) ضریب اطمینان:

$$F.S = \frac{P_0}{1200} =$$

پروژه : رسم نمودار پوش : (قاب سه دهانه)

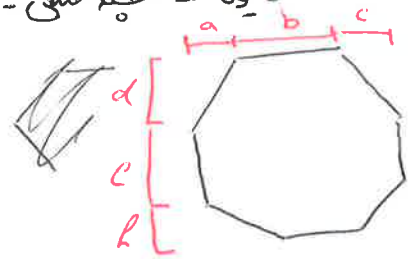
قاب زیر را تحت بار مرده تنها $1.2D$

" " بار زنده تنها $1.6L$

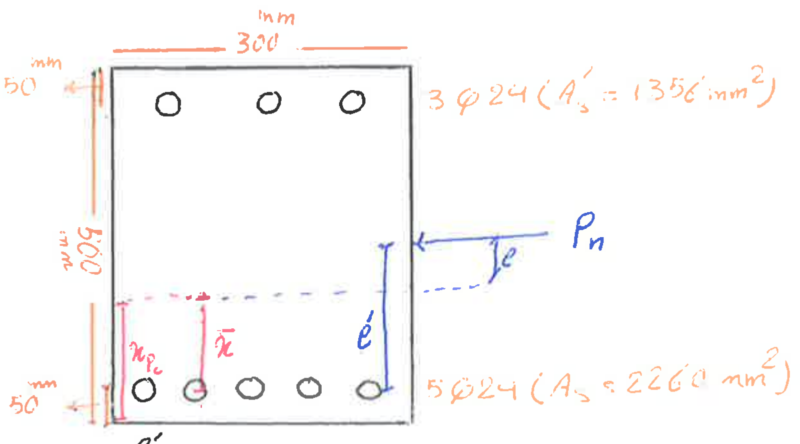
" " بار مرده و زنده $1.2D+1.6L$

پروژه : رسم دیاگرام تراخمی :

دایره - چند ضلعی - مثلث - مستطیل



جلسه (۹۶/۱/۱۹)



$f'_c = 21\ MPa$

$f_y = 240\ MPa$

مثال:

A: حداکثر بار محوری نهایی که این ستون می تواند تحمل کند و نقطه اثر آن را تعیین کنید. (مرکز ثقل پلاستیک ستون)

حل A

$$P_o = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y$$

$$= [0.85 \times 21 (300 \times 500 - (1356 + 2260)) + (1356 + 2260) \times 240] \times 10^{-3}$$

$$= 3480.8\ KN$$

$$x_{pc} = \frac{(0.85 f'_c bh \times h/2 + A'_s f_y (h-d') + A_s f_y (h-d))}{0.85 f'_c bh + A'_s f_y + A_s f_y}$$

$$= \frac{(0.85 \times 21 \times 300 \times 500 \times 250 + 1356 \times 240 (500-50) + 2260 \times 240 (500-450))}{0.85 \times 21 \times 300 \times 500 + (1356 + 2260) \times 240}$$

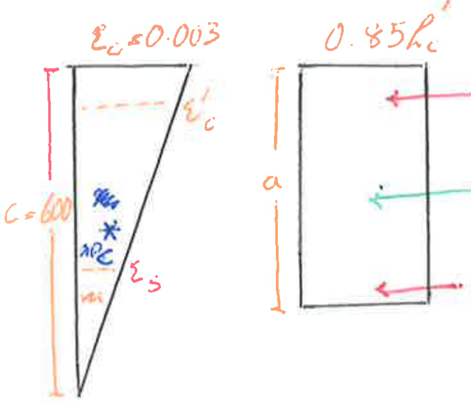
$$= 237.8\ mm$$

$$\bar{x} = 237.8 - 50 = 187.8$$

B: تعیین کنید مقدار باری را که این ستون در خارج از محوری 11^{mm} تحمل می کند.

مسئله از روش آزمون و خطا قابل حل می باشد، آخرین آزمون $C = 600^{mm}$ است.

حل B



$A'_s F_y = 1356 \times 240 \times 10^{-3} = 325.4\ KN$

$0.85 f'_c ba = 0.85 \times 21 \times 300 \times 500 \times 10^{-3} = 2677.5$

$A_s E_s \varepsilon_s = 2260 \times 2 \times 10^5 \times 0.00075 \times 10^{-3} = 339\ KN$

$a = \beta_1 C = 0.85 \times 600 = 510 > h \Rightarrow a = 500^{mm}$

$\varepsilon'_s = \frac{600-50}{600} \times 0.003 = 0.0027 > \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{240}{2 \times 10^5} = 0.0012$

فولاد تسلیم شده $\Leftarrow$: $A'_s F_y = F'_s$

$\varepsilon_s = \frac{600-450}{600} \times 0.003 = 0.00075 < \varepsilon_y$ ⟸ فولاد کششی تسلیم نشده

$P_n = 325.4 + 2677.5 + 339 = 3341.9\ kN$

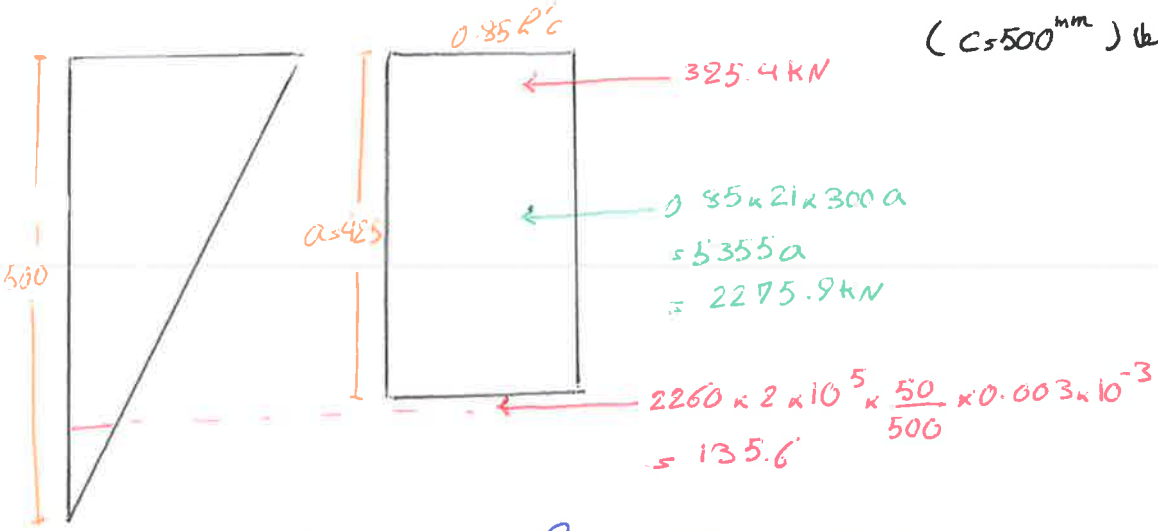
$$e' = \frac{2677.5\left(450 - \frac{500}{2}\right) + 325.4 \times 400}{3341.9} = 199.2\ mm \quad , \quad e' = e + \bar{x}$$

$e = e' - \bar{x} = 199.2 - 187.8 = 11.4\ mm$

$M_n = P_n \times e = 3341.9 \times 11.4 \times 10^{-3} = 38.1\ kN.m$

c: این ستون چه ممانی را همراه با بار محوری 2737 kN می تواند تحمل کند

با آزمون و خطا ($c = 500^{mm}$)



$P_n = 325.4 + 2275.9 + 135.6 = 2736.9\ kN$

$$e' = \frac{2275.9\left(450 - \frac{425}{2}\right) + 325.4 \times 400}{2736.9} = 245.1\ mm$$

← با گشتاورگیری حول فولاد کشنی

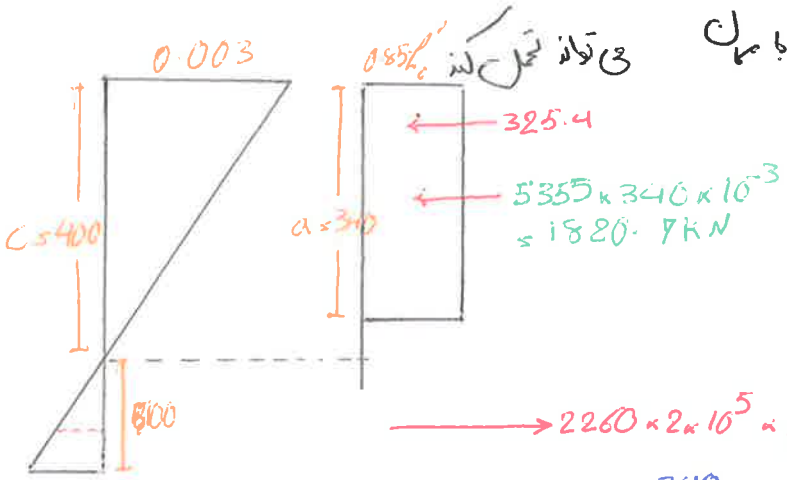
$e = 245.1 - 187.8 = 57.3^{mm} \Rightarrow M_n = 2736.9 \times 57.3 \times 10^{-3}$

$= 156.8\ kN.m$

D: تعیین کنید که این ستون چه بازی را همزمان با ممان

(با آزمون و خطا $c = 400^{mm}$)

می تواند تحمل کند



$P_n = 325.5 + 1820.7 - 169.5$

$= 1976.6\ kN$

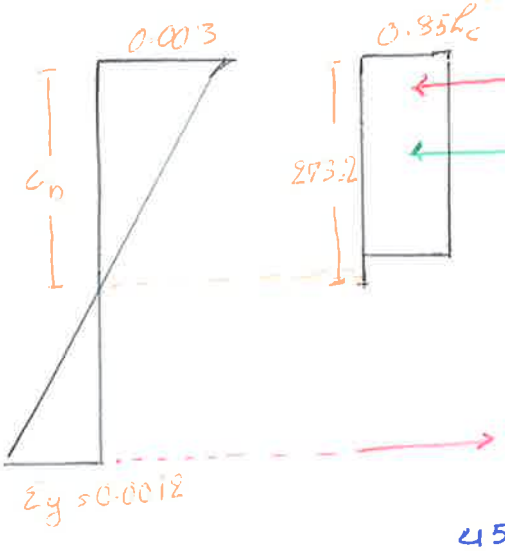
$2260 \times 2 \times 10^5 \times \frac{50}{400} \times 0.003 \times 10^{-3} = 169.5\ kN$

$$e' = \frac{1820.7\left(450 - \frac{340}{2}\right) + 325.4 \times 400}{1976.6} = 323.7$$

$e = 323.7 - 187.8 = 135.9$

$M_n = 1976.6 \times 135.9 \times 10^{-3} = 268.6\ kN.m$

E: تعیین کنید تحت کدام بار و ممان فولاد کششی به حد تسلیم می‌رسد.



$$\frac{450 - c_b}{c_b} = \frac{0.0012}{0.003} \Rightarrow c_b = 321.4 \text{ mm}$$

$$a_b = \beta_1 c_b = 0.85 \times 321.4 = 273.2$$

$$P_{nb} = 325.4 + 1462.9 - 542.4 = 1245.9$$

$$e'_b = \frac{1462.9\left(450 - \frac{273.2}{2}\right) + 325.4 \times 400}{1245.9} = 472.5$$

$$e_b = 472.5 - 187.8 = 284.7$$

$$M_{nb} = 1245.9 \times 284.7 \times 10^{-3} = 354.7 \text{ kN.m}$$

F: این ستون چه ممانی را همراه بار 500 kN می‌تواند تحمل کند.

فرض می‌کنیم که هردو فولاد تسلیم شوند.

$$500 \times 10^3 = 325.4 \times 10^3 + 5355a - 542.4 \times 10^3 \Rightarrow a = 133.9 \text{ mm} \Rightarrow c = \frac{133.9}{0.85} = 157.5$$

کنترل جاری شدن فولادها

$$\varepsilon'_s = \frac{157.5 - 50}{157.5} \times 0.003 = 0.002 > 0.0012 \quad \text{O.k.} \checkmark$$

$$\varepsilon_s = \frac{450 - 157.5}{157.5} \times 0.003 = 0.006 > 0.0012 \quad \text{O.k.} \checkmark$$

$$5355 \times 133.9 \times 10^{-3} = 717 \text{ kN}$$

$$e' = \frac{717 \times \left(450 - \frac{133.9}{2}\right) + 325.4 \times 400}{500} = 809.6 \text{ mm}$$

$$e = 809.6 - 187.8 = 621.8$$

$$M_n = 500 \times 621.8 \times 10^{-3} = 310.9 \text{ kN.m}$$

G: این ستون چه باری را همراه با ممان 260 kN.m می‌تواند تحمل کند به شرط آنکه فولاد کششی جاری شود

با فرض جاری شدن فولاد ها داریم:

$$P_n = 325.4 + 5.355a - 542.4$$
$$= 5.355a - 217$$

$$P_n e' = 5.355a\left(450 - \frac{a}{2}\right) + 325.4 \times 400$$

$$M_n = P_n e = P_n(e' - 187.8) = P_n e' - P_n \times 187.8$$

$$250 \times 10^3 \text{ kN.mm} = 5.355a\left(450 - \frac{a}{2}\right) + 325.4 \times 400 - (5.355a - 217) \times 187.8$$

$a =$ 64.2 mm $\longrightarrow c = \frac{64.2}{0.85} = 75.5$

460.2 $\longrightarrow$ فولاد کششی تسلیم نمی‌شود $\longrightarrow \varepsilon_s = \frac{d-c}{c}$

$$P_n = 5.355 \times 64.2 - 217 = 126.8 \text{ kN}$$

H: حداکثر ممانی که ستون به تنهایی تحمل می‌کند؟

معمولاً در نقطه انتهایی آرماتور فشاری جاری نمی‌شود.

فرض می‌کنیم آرماتور فشاری جاری نشده

انتهای نمودار

$$P_n = A'_s \varepsilon_s \varepsilon'_s + 5.355a - 542.4$$

$$0 = 1356 \times 2 \times 10^5 \times 0.003 \times \frac{c-50}{c} \times 10^{-3} + 5.355a - 542.4$$

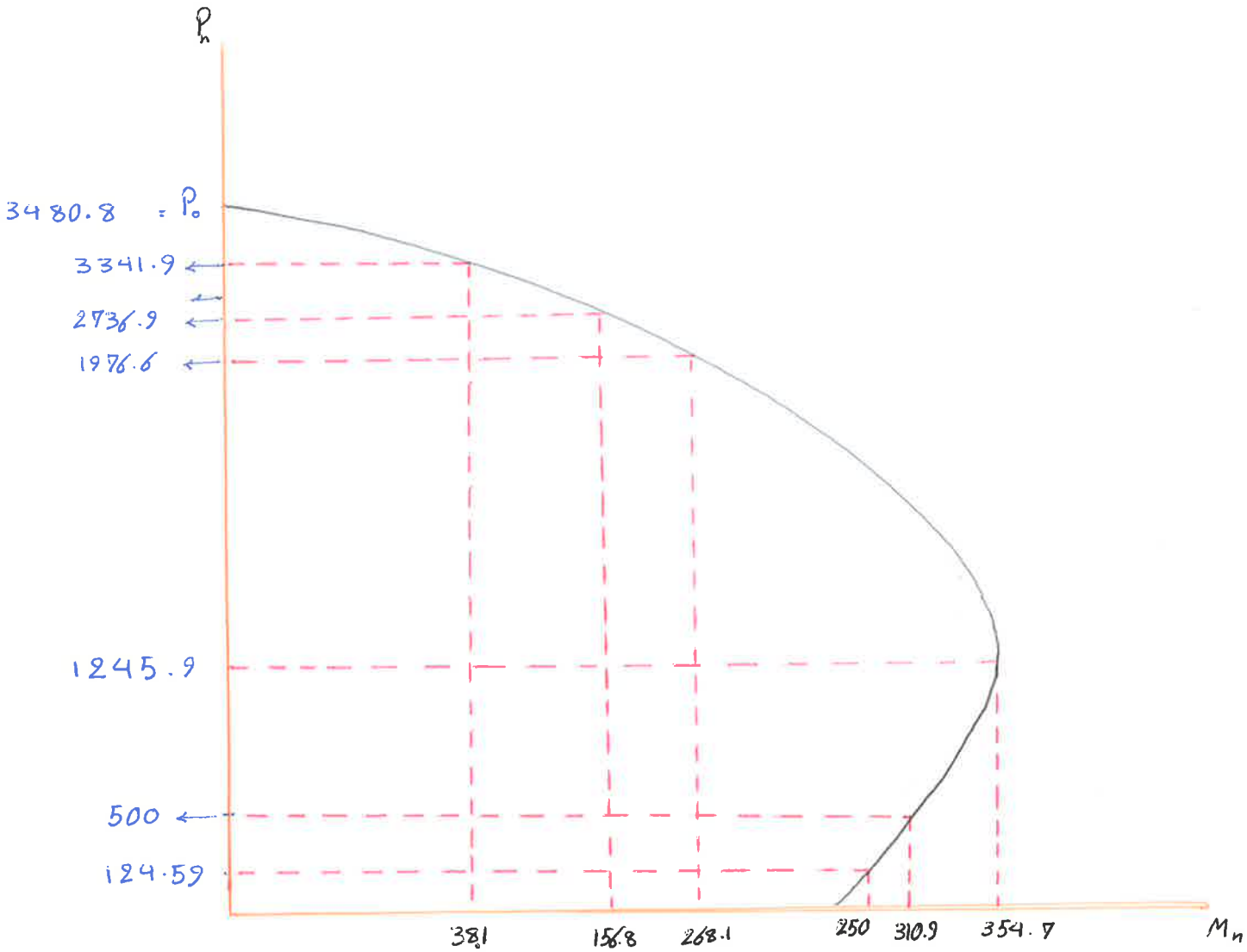
$c \times 0.85$

$\Rightarrow c = 69.3 > 50$ O.K. ✓

$$\varepsilon'_s = \frac{69.3 - 50}{69.3} \times 0.003 = 0.0008 < 0.0012$$

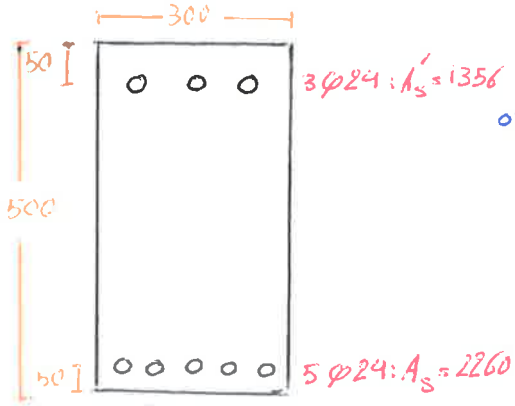
$$a = 0.85 \times 69.3 = 58.9$$

$$M_n = 5.355 \times 58.9 \times 10^{-3}\left(450 - \frac{58.9}{2}\right) + 1356 \times 2 \times 10^5 \times \frac{69.3 - 50}{69.3} \times 0.003 \times 10^{-6}$$
$$= 223.3 \text{ kN.m}$$



نمودار مربوط به مثال برای تمامی قسمت ها

جلسه (96 ، 1 ، 20)



$f'_c = 21\ MPa$

$f_y = 420\ MPa$

مثال: ستونی با مقطع مربع مستطیل به ابعاد 300×500 مطابق شکل تقویت شده است. تعیین کنید که با استفاده از روابط دیاگرام تداخلی حداکثر بار محوری نهایی اسمی که این ستون در حالات زیر تحمل می کند:

A. وقتی بار در خارج از محوری $e = 800^{mm}$ اثر کند

B. " " " " $e = 200^{mm}$ " "

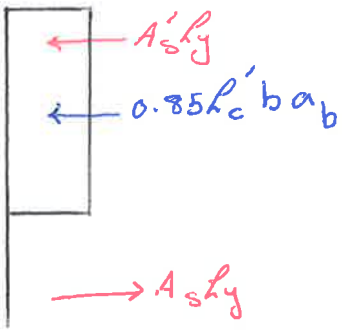
ابتدا حالت تعادل را در نظر می گیریم:

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{420}{2\times10^5} = 0.0021$$

$$a_b = \beta_1 c_b = \beta_1 \frac{600}{600+f_y} d = 0.85 \times \frac{600}{600+420} \times 450 = 225\ mm$$

$$\varepsilon'_{sb} = 0.003 - (0.003+\varepsilon_y)\frac{d'}{d} = 0.003 - (0.003+0.0021)\frac{50}{450}$$

$$\varepsilon'_{sb} = 0.0024 > \varepsilon_y \longrightarrow$$ آرماتور فشاری در مقطع بالانس تسلیم می شود



$$P_{hb} = \left[0.85\times21\times300\times225 + (1356-2260)\times420\right]\times10^{-3}$$
$$= 825.2^{kN}$$

$$e'_b = \frac{0.85\times21\times300\times225\times\left(450-\frac{225}{2}\right)+1356\times420\times400}{825.2\times10^3}$$

$$x_{pc} = \frac{0.85\times21\times300\times500\times\frac{500}{2}+1356\times420\times(500-50)+2260\times420\times(500-450)}{0.85\times21\times300\times500+(1356+2260)\times420}$$

$$x_{pc} = 231.9 \longrightarrow \bar{x} = 231.9 - 50 = 181.9$$

$$e_b = 768.8 - 181.9 = 586.9$$

حالت A:

$e = 800\ mm > e_b$ ← در ناحیه کنترل کشش قرار دارد.

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{420}{0.85\times21} = 23.5$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2260}{300\times450} = 0.017$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{1356}{300\times450} = 0.01 \quad , \quad e' = e + \bar{x} = 800 + 181.9 = 981.9$$

$$P_n = 10^{-3}\Big(0.85\times 21\times 300\times 450\Big[1-\frac{981.9}{450}+(0.01-0.017)\times 23.5+\cdots$$

$$\cdots\sqrt{\Big(1-\frac{981.9}{450}\Big)^2-2\times\frac{981.9}{450}\times(0.01-0.017)\times 23.5+2\times 0.01\times 23.5\Big(1-\frac{50}{450}\Big)}\Big]$$

$$= 586.7\,KN$$

حالت B)

$e = 200 < e_b$ ← در ناحیه کنترل فشار داریم.

$$P_n = \frac{P_o}{1+\Big(\frac{P_o}{P_{nb}}-1\Big)\frac{e}{e_b}}$$

$$P_o = \Big[0.85\times 21\times 300\,(300\times 500-(1356+2260))+(1356+2260)\times 420\Big]\times 10^{-3}$$

$$= 4131.7\,KN$$

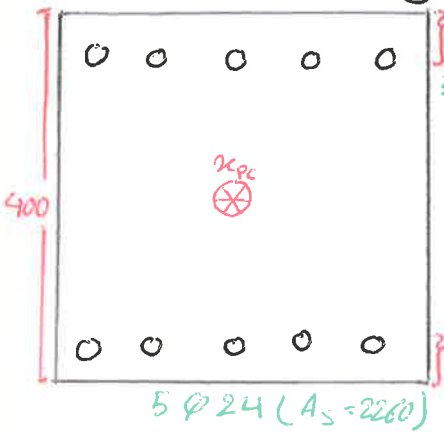
$$P_n = \frac{4131.7}{1+\Big(\frac{4131.7}{825.2}-1\Big)\frac{200}{586.9}}$$

مثال

ستونی با مقطع مربع با ابعاد 400 mm مطابق شکل تقویت شده است. با استفاده از روابط و نمودارهای تداخلی حداکثر بار محوری نهایی را که این ستون در حالت ذیل می‌تواند تحمل کند، تعیین کنید.

A: وقتی بار در خارج از محوری $e = 100\,mm$ اثر کند

B: " " $e = 500\,mm$ " "



A:

A-1: با استفاده از روابط

$$a_b = 0.85\times\frac{600}{600+420}\times 350 = 175$$

$$\varepsilon'_{sb} = 0.003-(0.003+0.0021)\times\frac{50}{350} = 0.0028 > \varepsilon_y$$

$A'_s f_y = A_s f_y$ ← خنثی متقارن

$$P_{nb} = 0.85\times 21\times 400\times 175\times 10^{-3} = 1249.5\,kN$$

$$e'_b = \frac{1249.5\times 10^3\times\Big(350-\frac{175}{2}\Big)+2260\times 420\times 300}{1249.5\times 10^3} = 490.4$$

مقطع متقارن ← $x_{pc} = 200 \Rightarrow \bar{x} = 200-50 = 150$

$$e_b = 490.4-150 = 340.4\,mm$$

البته می توانستیم از رابطه تقریبی ممک که دیگر نیز برای محاسبه e_b استفاده کنیم:

$$e_b = (0.2 + 0.77\rho_g m)h = \left(0.2 + 0.77 \times \frac{2\times 2260}{400^2} \times \frac{420}{0.85\times 21}\right)\times 400 = 284.7$$

$e < e_b \Rightarrow$ ~~فشار~~ در ناحیه کنترل کشش خواهد داریم $\Rightarrow$

$$P_n = \left(\frac{21\times 400\times 400}{\frac{3\times 400\times 100}{350^2}+1.18} + \frac{2260\times 420}{\frac{100}{350-50}+0.5}\right)\times 10^{-3}$$

$$= 2694.9\,kN$$

و اگر از رابطه خطی استفاده می کردیم:

$$P_o = \left(0.85\times 21\,(400^2 - 2\times 2260) + 2\times 2260\times 420\right)\times 10^{-3}$$

$$= 4673.7\,kN$$

$$P_n = \frac{4673.7}{1+\left(\frac{4673.7}{1249.5}-1\right)\times\frac{100}{340.4}} = 2589.2\,kN$$

A-2 : با استفاده از نمودار Page [773]

$$\gamma = \frac{d-d'}{h} = \frac{300}{400} = 0.75$$

$$\frac{e}{h} = \frac{100}{400} = 0.25$$

$$\rho_g = \frac{2\times 2260}{400^2} = 0.028$$

با استفاده از نمودار:

$\gamma = 0.7 \longrightarrow k_n = 0.68$

$\gamma = 0.8 \longrightarrow k_n = 0.7$ $\xrightarrow{\text{are}}$ $k_n = 0.69$

$$P_n = 0.69\times 21\times 400^2\times 10^{-3} = 2318.4\,kN$$

حالت B :

B-1 : استفاده از روابط

$500 = e > e_b \longrightarrow$ در ناحیه کنترل کشش قرار داریم.

$$\rho = \rho' = \frac{A_s}{bd} = \frac{2260}{400\times 350} = 0.016$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f_c'} = 23.5$$

$$e' = e + \bar{x} = 500 + 150 = 650$$

$$\frac{e'}{d} = \frac{650}{350} = 1.86 \;,\; \frac{d'}{d} = \frac{50}{350} = 0.14$$

$$P_n = \left(0.85 \times 21 \times 400 \times 350 \left[1 - 1.86 + \sqrt{(1-1.86)^2 + (2 \times 0.016 \times 23.5 \times 1.0.14} \right] \right] \times 10^{-3}$$

$$= 892.14 kN$$

13-2 استفاده از نمودار

$\gamma \simeq 0.95 \longrightarrow e/h = \frac{500}{400} = 1.25 \quad \rho_g = 0.028$

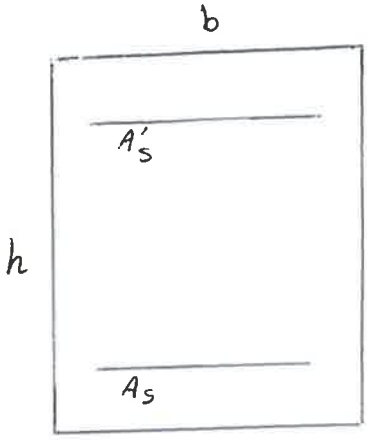
$\gamma \simeq 0.7 \longrightarrow k_n \simeq 0.14$

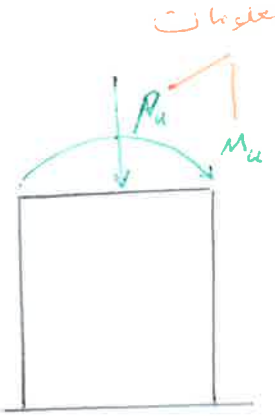
$\gamma \simeq 0.8 \longrightarrow k_n \simeq 0.16$ $\Big\} \longrightarrow k_n \simeq 0.15$

$P_n \simeq 0.15 \times 21 \times 400^2 \times 10^{-3} \simeq 504 kN$

جلسه (26 / 1 / 96)

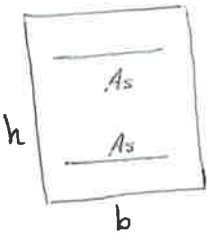
طراحی ستون ها:





چون ماهیت نیروهای وارده رفت و برگشتی است ممکن است جای A_s و A'_s عوض شود.

در گام اول باید $A_s = A'_s$ در نظر گرفته و با توجه به آن طراحی می کنیم.



$\Rightarrow P_u , M_u , e = \frac{M_u}{P_u}$

در هنگام ورود به مرحله بعد مجدداً نمودار دوایر وجود دارد که در دوایر باید ابتدا مشخصات نقطه بالانس در منحنی تداخلی بار و ممان را بدست آوریم.

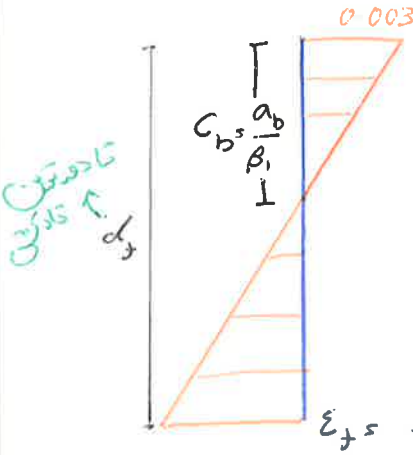
$$a_b = \frac{600}{600 + f_y} \beta_1 d$$

$$P_{nb} = 0.85 f'_c b a_b$$

حال با مقایسه P_u و P_{nb} خواهیم داشت:

if $\frac{P_u}{\varphi} > P_{nb} \Longrightarrow$ compaction - control area

if $\frac{P_u}{\varphi} < P_{nb} \Longrightarrow$ Tenssion - control area



$$\varepsilon_t = \frac{d_t - C_b}{C_b} \times 0.003 \Rightarrow \varphi$$

balance

حال دو حالت خواهد بود:

حالت اول:

ناحیه کنترل فشار

$$\frac{P_u}{\varphi} \Leftarrow P_n = \frac{A_s' f_y}{0.5 + \frac{e}{d-d'}} + \frac{b h f_c'}{1.18 + \frac{3eh}{d^2}} \rightarrow \underbrace{A_s' = A_s}_{\text{محاسبه می‌شود}}$$

φ کنترل فشار

حالت دوم:

ناحیه کنترل کشش:

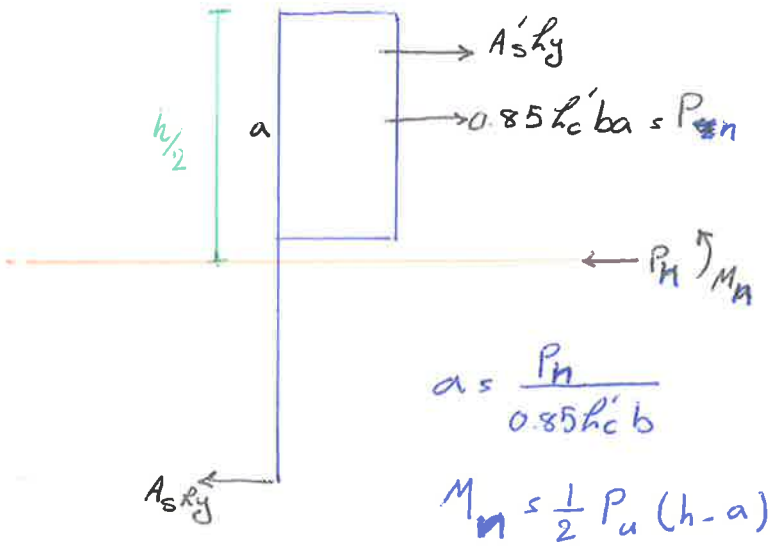
$e' = e + \bar{x}$ معلوم

$$\frac{P_u}{\varphi} \Leftarrow P_n = 0.85 f_c' b d \left[1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho' m \left(1-\frac{d'}{d}\right)}\right]$$

φ کنترل کشش

$$\underbrace{\rho' = \rho}_{\text{محاسبه می‌شود}} \rightarrow A_s = A_s' = \rho b d$$

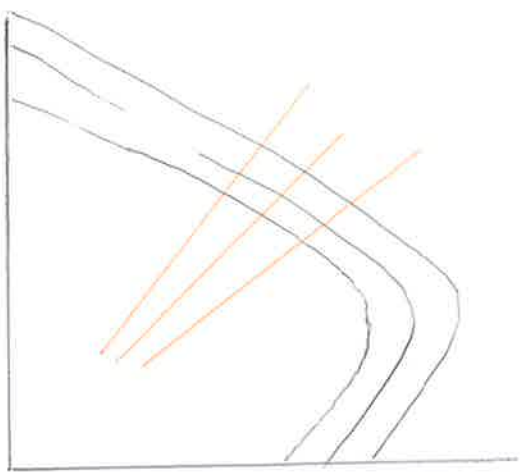
روش دیگر در این حالت:



$$a = \frac{P_n}{0.85 f_c' b}$$

$$M_n = \frac{1}{2} P_u (h-a) + A_s f_y (d-d') \rightarrow \underbrace{A_s = A_s'}_{\text{محاسبه می‌شود}}$$

با استفاده از نمودارهای تداخلی:



$$\Rightarrow \rho_g \Rightarrow A_{sj} = \rho_g b h$$

$$A_s = A_s' = \frac{A_{sj}}{2}$$

نکته: هنگام استفاده از φ ها باید دقت شود که کدام φ باید وارد شود.

ضوابط طراحی:

* محدودیت ابعاد:

بعد ستون از 300^{mm} کمتر نباشد (در مناطق زلزله‌خیز اجباری است)

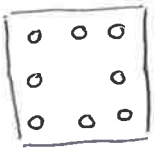
در موارد نادر 30×25

* محدودیت میلگرد:

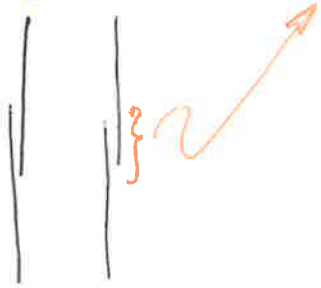
مقطع ستون بیشتر از مقطع مورد نیاز باشد.

$0.01 \le \rho_g \le 0.05$ (تا 0.05 برای حالت خاص)

آرماتور کل، مثال: $\rho_g = 8\varphi 20$

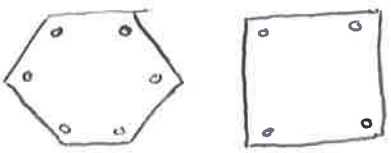


اگر وصله پوشش قرار گرفته بود، در محل وصله هم باید رعایت شود.

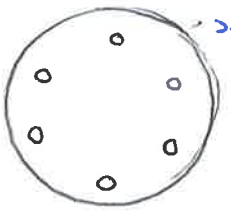


* حداقل تعداد میلگرد:

در چند ضلعی‌ها به تعداد کنج‌ها می‌باشد.



در دایروی 6 عدد.



* حداقل فاصله آرماتورهای طولی:

$S_{min} = \max(1.5\varepsilon d_b, 40\ mm)$

حداقل فاصله

قطر بزرگترین میلگرد طولی

* حداقل بدون محوری:

$e_{min} = 15 + 0.03h$

* حداکثر بار محوری:
قابل اعمال به ستون

* خاموت گذاری:

دلیل وجود خاموت:
- مقاومت در برش و پیچش
- ملاحظات مربوط به کمانش
- دقیق شکل پذیری ستون

A، ملاحظات مربوط به کمانش:

مثلا:

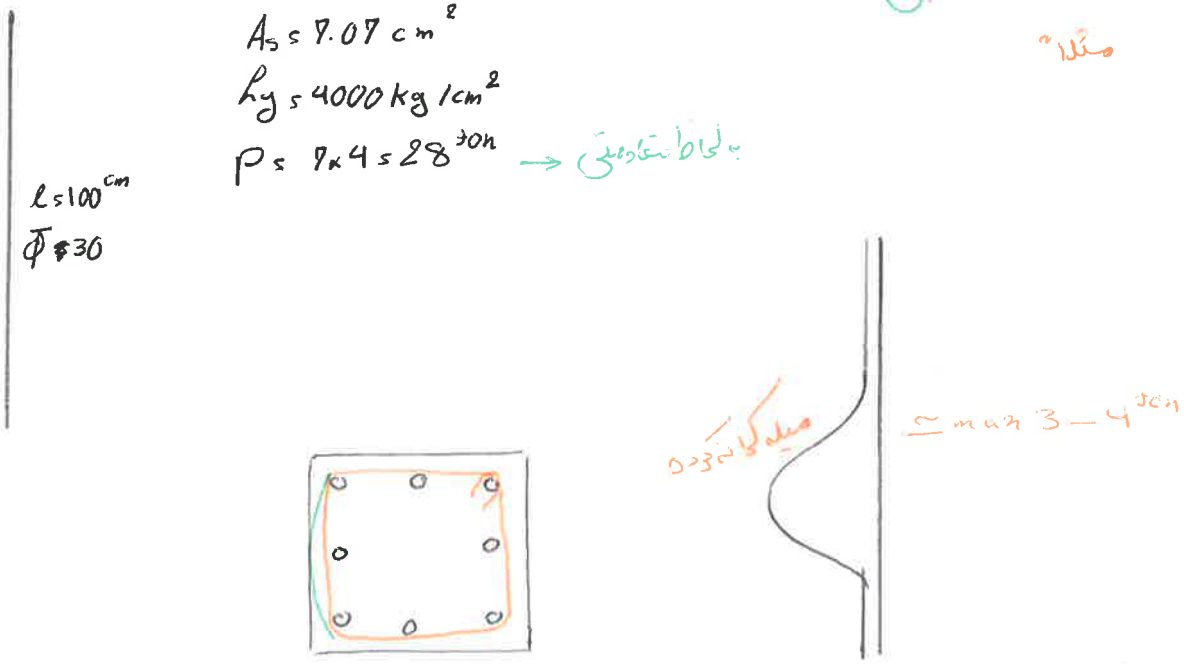
$A_s = 7.07\ cm^2$

$f_y = 4000\ kg/cm^2$

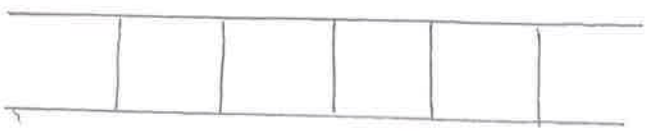
$P = 7 \times 4 = 28\ ton$ → به لحاظ مقاومتی

$\ell = 100\ cm$

$\phi 30$



نکته: اگر طول کداد را در خاموت گذاری کم کنیم، کمانش نیز کاهش می یابد



طراحی خاموت با توجه به ملاحظات کمانش :

1. قطر خاموت ها

قطر خاموت ها (d_{tie}) نباید کمتر از مقادیر زیر باشد.

d_b : قطر بزرگترین میلگرد طولی

d_{tie} ← مطابق ABA

- $d_b/3 \longrightarrow d_b \leq 30mm$
- $10mm \longrightarrow d_b > 30mm$
- $\geq 6mm \longrightarrow$

2. فاصله خاموت

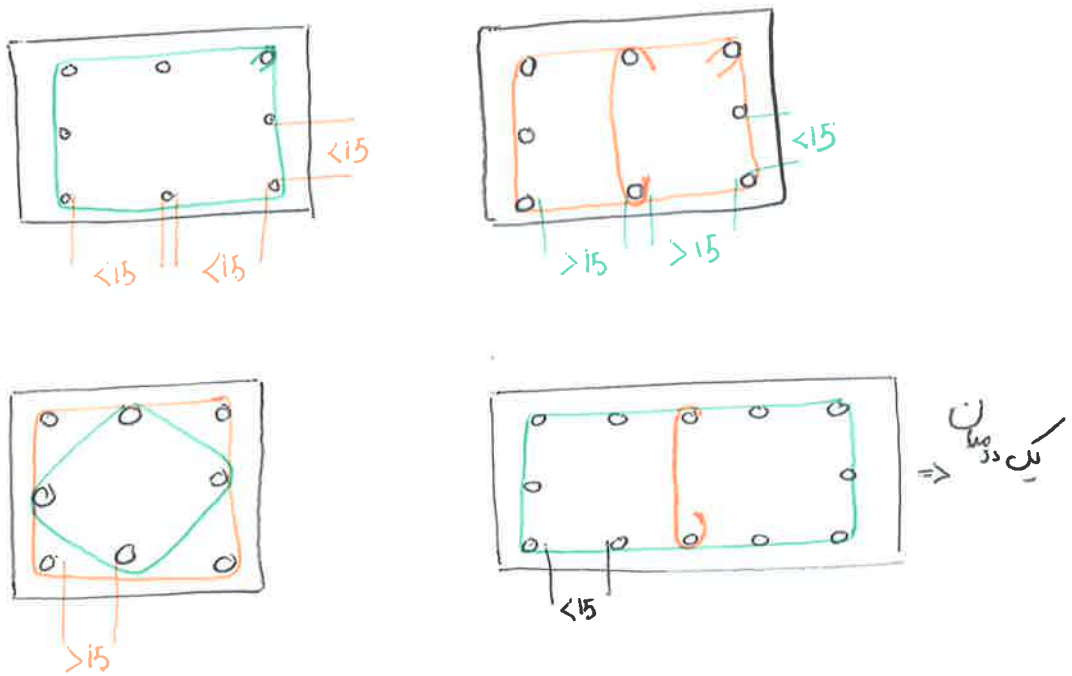
فاصله هر دو خاموت متوالی نباید از مقادیر زیر بیشتر شود.

مطابق ABA ← $S = \min(12d_b , 36d_{tie} , b$ (کوچکترین بعد ستون) $, 250^{mm})$

3. آرایش خاموت ها

* در هر گوشه خاموت یک میلگرد طولی قرار گیرد.
* هر میلگرد طولی که فاصله آزاد آن با میلگرد مجاور بیش از 150^{mm} باشد باید به گوشه خاموت تکیه کند.

میلگردهای طولی باید به صورت یک در میان در گوشه خاموت قرار گیرد. ($<150^{mm}$)



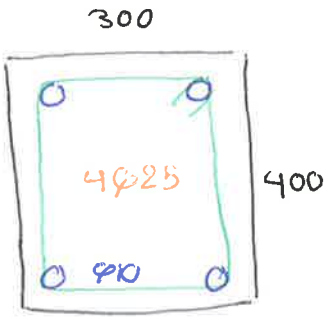
مطابق ACI :

1 قطر خاموت ها برای میلگرد طولی $\phi 32$ و کمتر باید حداقل 10^{mm} باشد.

2 فاصله خاموت های افقی

$$S = \min\{16 d_b , 48 d_{tie} , b\}$$

مثال :



$16 \times 25 = 400$

$48 \times 10 = 480$

$300\ mm$

$\Rightarrow \phi_{10} / 30\ cm$

3. آرایش خاموت مانند ABA

جلسه (96/1/27)

لعیر همایون جاری

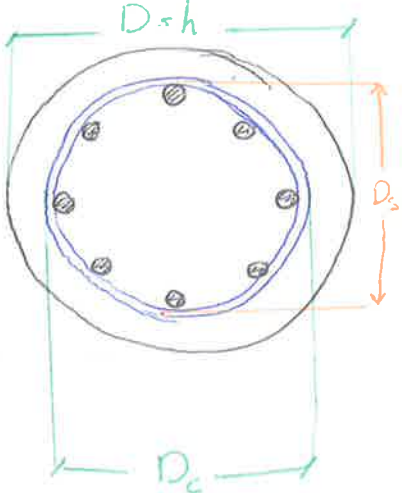
4. قطر فولاد عرضی دورپیچ نباید از 10^{mm} کمتر باشد

5. فاصله آزاد فولاد دورپیچ نباید از 80^{mm} (75) بیشتر و از 25^{mm} کمتر باشد.

6. مهار فولاد عرضی دورپیچ با اضافه نمودن 1.5 گردش اضافی در انتهای ستون انجام می شود.

* تحمل تغییر شکل بیشتر قبل از شکست : شکل پذیری

حداقل میلگرد عرضی دورپیچ :

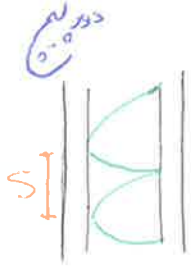


حداقل میلگرد عرضی دورپیچ ← $\rho_s = 0.6 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$

حد تسلیم فولاد عرضی

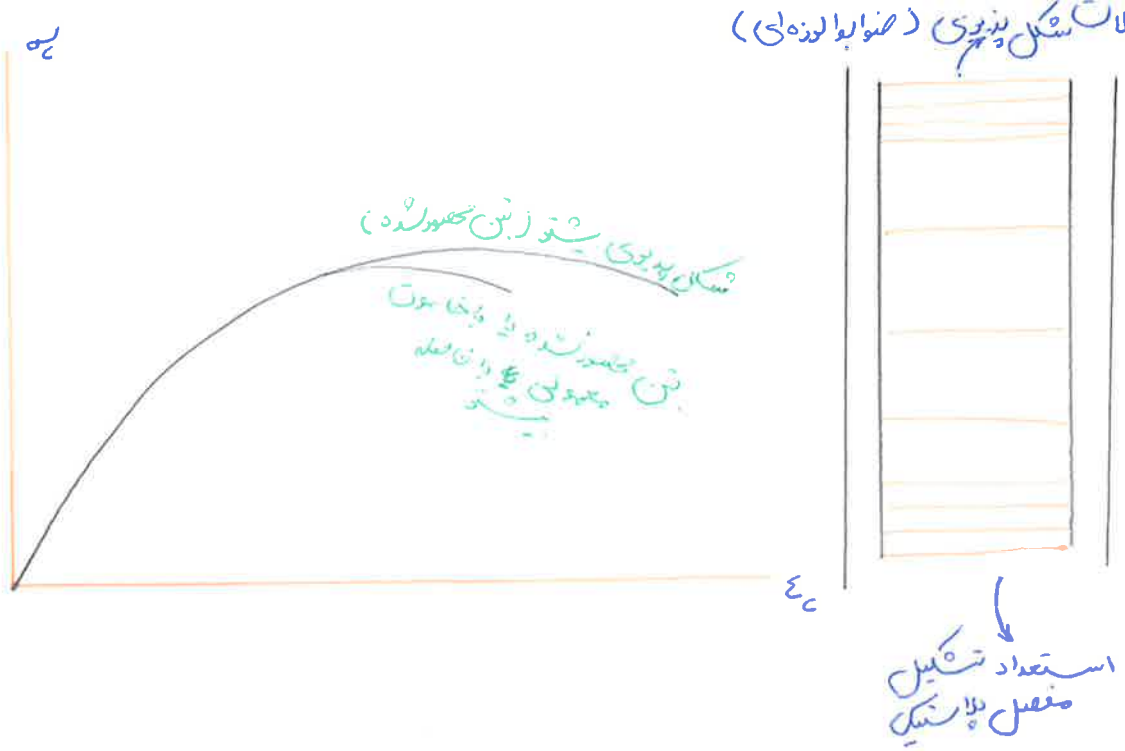
ساحت هسته بتنی بر اساس قطر بیرونی (D_c)

حجم نسبی فولاد عرضی : $\rho_s = \frac{\text{حجم فولاد دورپیچ در یک حلقه}}{\text{حجم بتن دورپیچ شده در طول } S}$

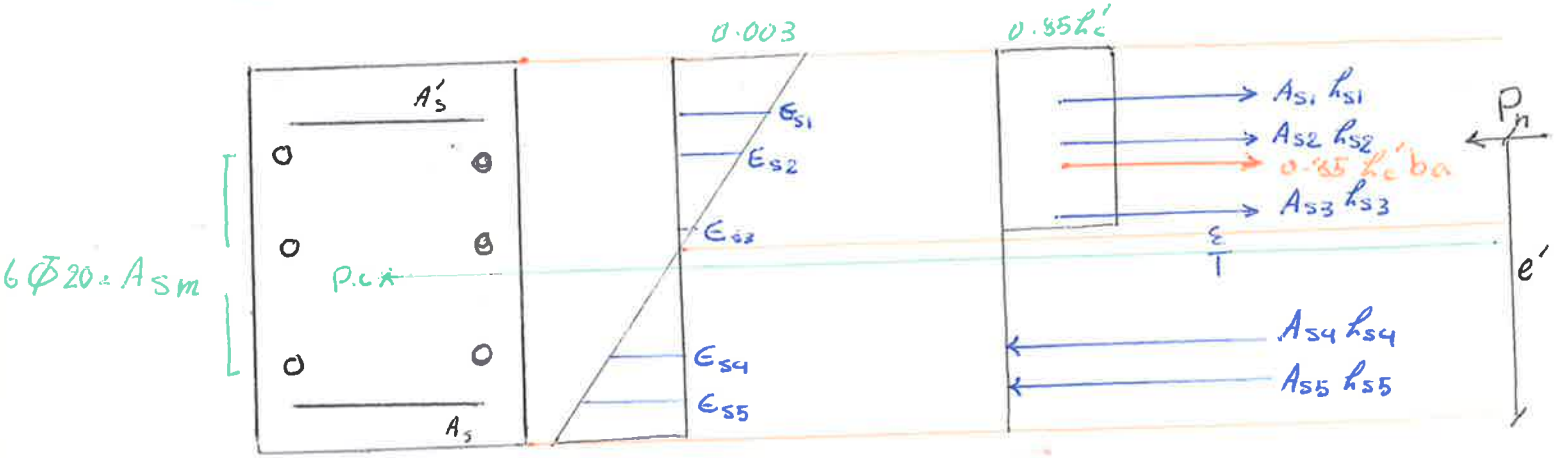


$$= \frac{\pi D_s A_{ss}}{\pi \times \frac{D_s^2}{4} \times S} = \frac{4 A_{ss}}{D_s S} \geq \rho_s \text{ حداقل}$$

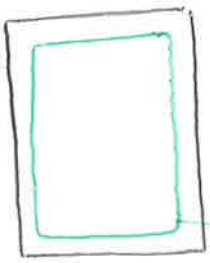
ملاحظات شکل پذیری (ضوابط لوزه ای)



ستون با آرماتور متقارن



سه بوش

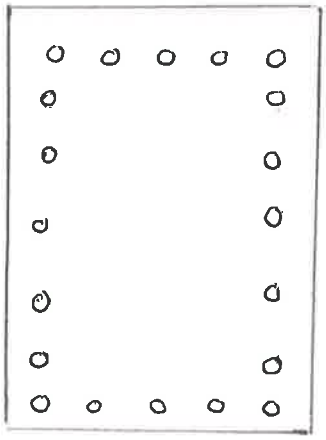


استفاده از دوش کلی (دکمون وخفا)

استفاده از عودار تداخلی باردومحال

دوش تقویتی

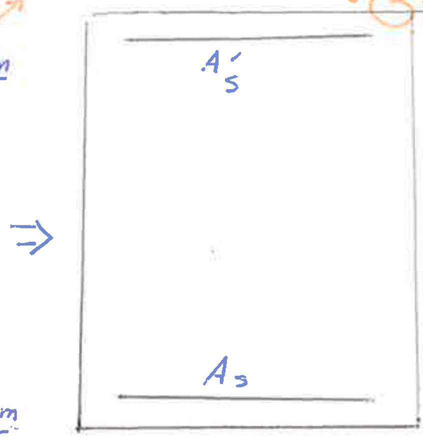
بلنو احت بتن شده دات



$$A_s = 5\Phi 20 + x\% \frac{A_{sm}}{2}$$

$10\Phi 20$

روش تقریبی:



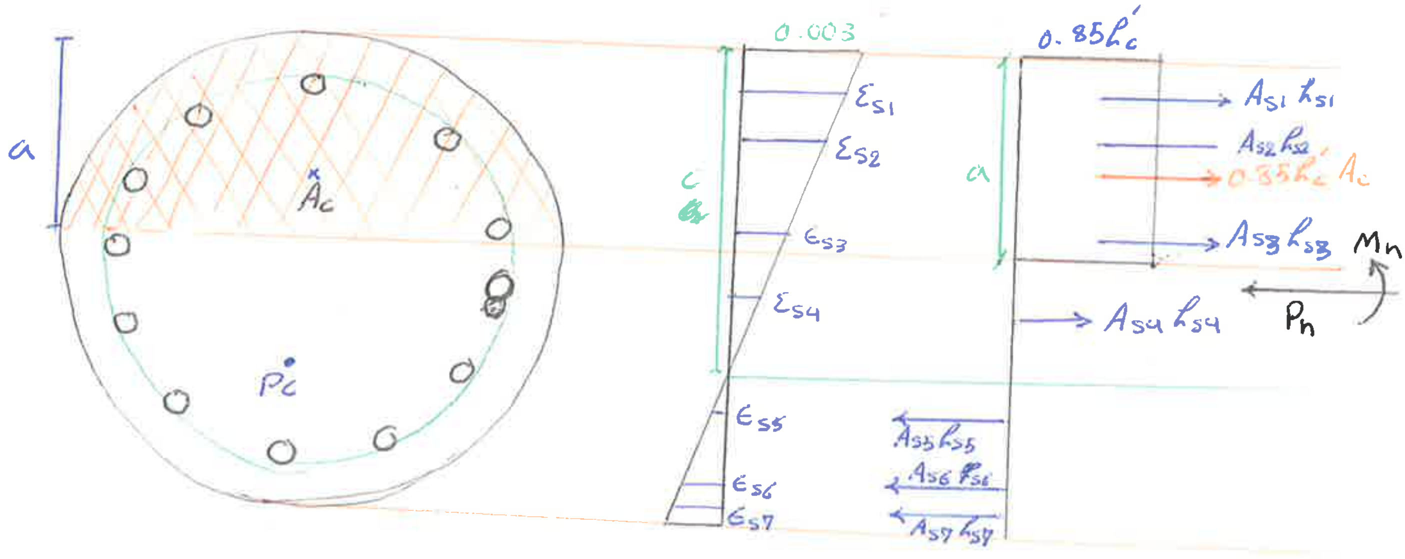
$$A_s = 5\Phi 20 + x\% \frac{A_{sm}}{2}$$

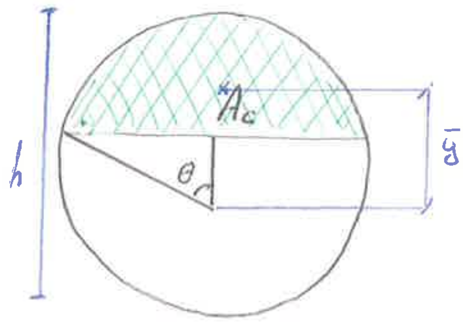
بالای عوددار تداخلی ⟵ $x\% = 100\%$

دورپیچ ⟵ $x\% \simeq 10\%$

معمولا ⟶ $(20-30)\%$

ستون با مقطع دایره:





$$A_c = \frac{h^2}{4}(\theta - \sin\theta\cos\theta)$$

$$\bar{y} = h^3 \frac{(\sin\theta)^3}{12 A_c}$$

در روش کلی (ذکر شده، مثلاً) یعنی و مانند مقاطع مربع مستطیل تحلیل می‌شود

محاسبه θ:

حالت اول: $a \le \frac{h}{2}$ $\qquad \theta = \cos^{-1}\left[\frac{h/2 - 1}{h/2}\right]$

حالت دوم: $a > \frac{h}{2}$ $\qquad \theta = 180 - \cos^{-1}\left[\frac{a - h/2}{h/2}\right]$

به عنوان مثال:

$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{20-18.61}{20}\right] = 86^\circ = 1.5\ Rad$

$A_c = \frac{40^2}{4}(1.5 - \sin 86 \cos 86) = 572.2$

$\bar{y} = 40^3 \frac{(\sin 86)^3}{12 \times 572.2} = 9.25\ cm$

روابط دیاگرام اندرکنشی طراحی ستون:

حالت اول: مقطع در حالت کنترل کشش، $P_n \le P_{nb}$

$$P_n = 0.85 f'_c h^2 \left(\sqrt{(0.85\frac{e}{h} - 0.38)^2 + 0.4 \rho_g m \frac{D_s}{h}} - (0.85\frac{e}{h} - 0.38) \right)$$

حالت دوم: مقطع در حالت کنترل فشار، $P_n > P_{nb}$

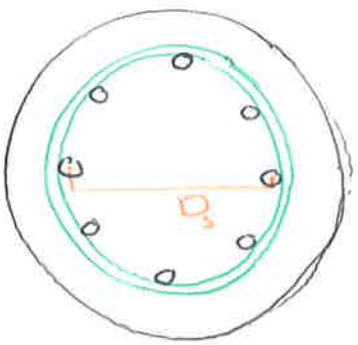
$$P_n = \frac{A_{st} f_y}{1 + \frac{3e}{D_s}} + \frac{A_g f'_c}{1.18 + \frac{9.6 e h}{(0.8h + 0.67 D_s)^2}}$$

ابتدا بررسی میکنیم که در کدام حالت قرار داریم:

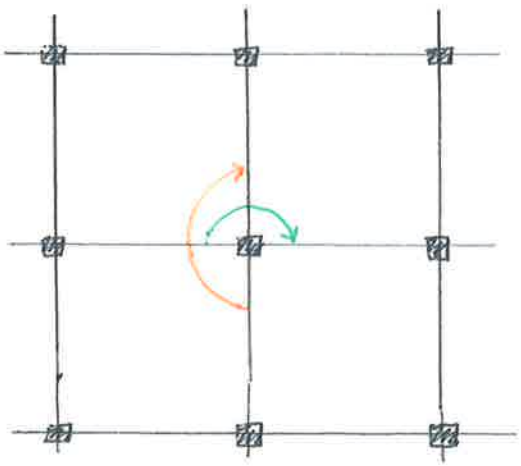
$e_b = (0.24 + 0.39 \rho_g m) h$

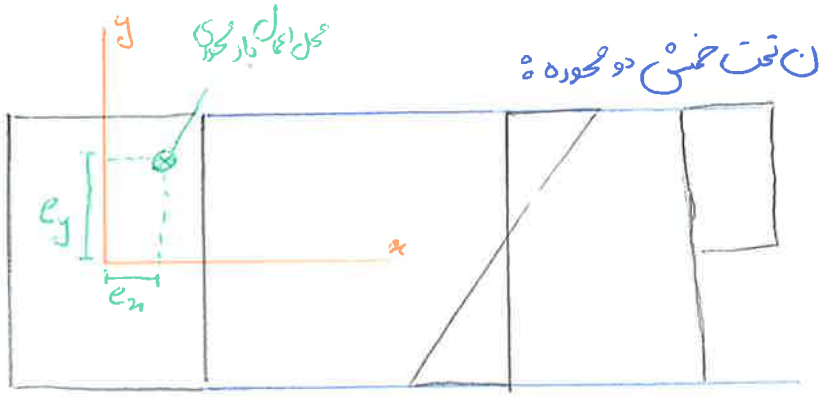
اگر $e \ge e_b$ ⟵ حالت اول

اگر $e < e_b$ ⟵ حالت دوم



ستون تحت خمش دو محوره:

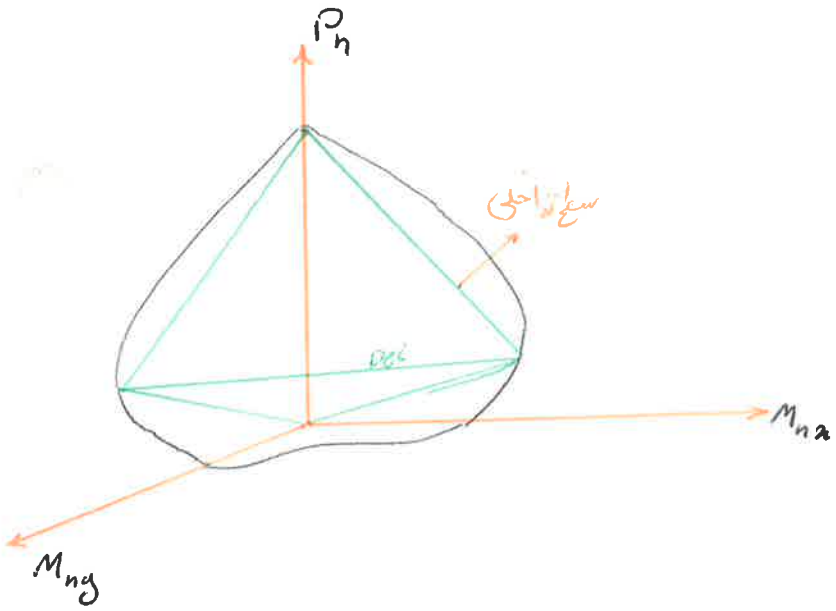




P_u , $M_{u,x}$, $M_{u,y}$

$e_x = \frac{M_{u,y}}{P_u}$, $e_y = \frac{M_{u,x}}{P_u}$

حل تقریبی:



حالت اول:

اگر $P_n > P_{nb}$

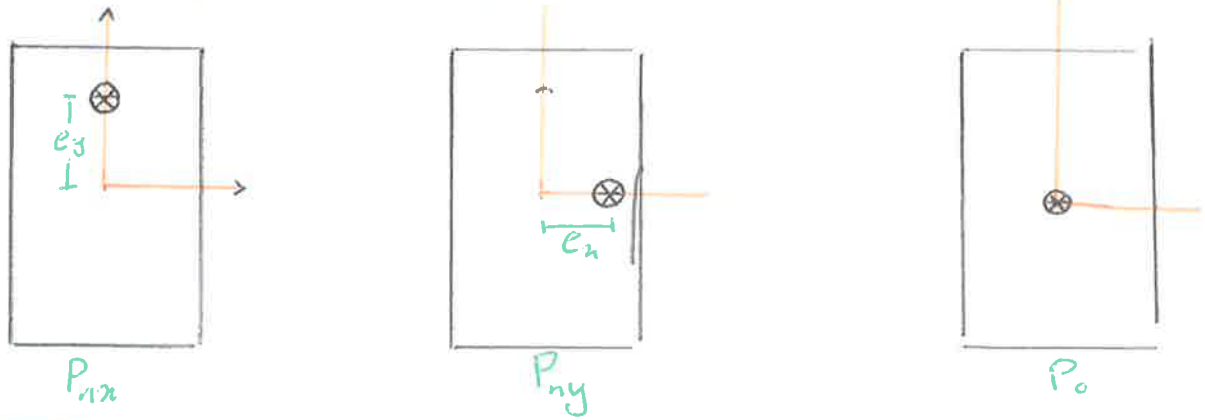
سطح خمشی با یک صفحه مستوی جایگزین می‌شود.

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nx}} + \frac{1}{P_{ny}} - \frac{1}{P_o}$$ رابطه بکس بارها

P_{nx}: بار محوری اسمی که ستون تحت اثر e_y تنها تحمل می‌کند ($e_x = 0$)

P_{ny}: بار محوری اسمی که ستون تحت اثر e_x تنها تحمل می‌کند ($e_y = 0$)

P_o: حداکثر بار محوری که ستون در $e_x = e_y = 0$ می‌تواند تحمل کند



حالت دوم:

اگر $P_n \le P_{nb}$

در این حالت از بار محوری صرف نظر کرده و همانند تیر تحت خمش دو محوره تحلیل می‌شود

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} \le 1$$

نکته: در مقاطع دایره‌ای، خمش دو محوره ← یک محوره

$$M_u = \sqrt{M_{ux}^2 + M_{uy}^2}$$

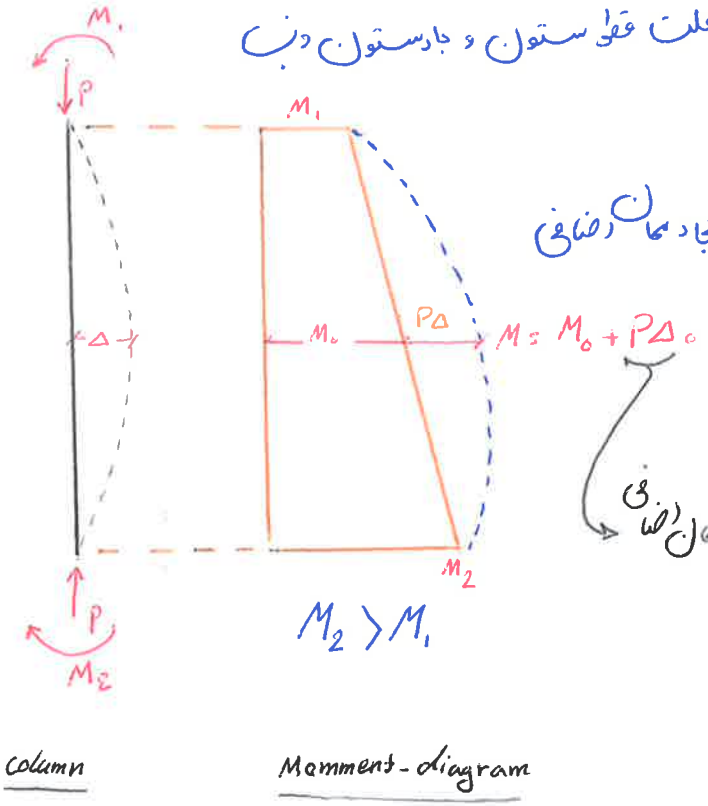
محاسبه P_{nb} در ABA: $P_{nb} = 0.15 f_{cu} A_g$ در ACI: $P_{nb} = 0.1 P_o$

جلسه (96 , 2 , 3)

ستون های لاغر :

Slender columns

ایجاد تغییر مکانهایی در ستون که به علت قطر ستون و بار ستون ذنب آنها رخ می دهد



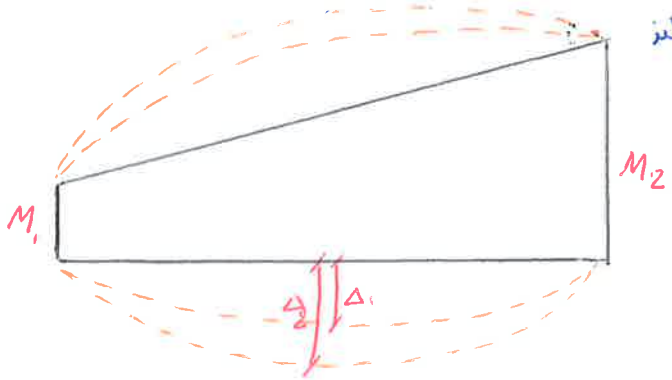
با تأثیر بار محوری بر تغییر شکل ستون ایجاد ممان اضافی به اندازه $P\Delta$ می شود.

ستون لاغرتر ← اثر $P\Delta$ بیشتر

ممان اضافی ← اثر لاغری
اثر کمانش
اثر ثانوی
اثر $P-\Delta$
ممان در مرتبه دوم

بررسی اثر لاغری هنگامی که P قابل توجهات مدنظر قرار می گیرد، و الّا که Δ مقدار قابل توجهی ندارد.

در مرحله بعدی چون نمودار لنگر مقدار بیشتری پیدا می کند، Δ جدید با مقدار بیشتر ظاهر می شود.
و اثر لاغری از $P\Delta$ به $N\Delta_n$ تقارب پیدا می کند



با استفاده از تئوری پایداری سازه ها :

$$\Delta_n = \frac{\Delta_0}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}$$

P_{cr} → بار بحرانی (بار اولر)
→ $P \to P_{cr}$: کمانش

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{l_e^2} = \frac{\pi^2 E r^2 A}{l_e^2} \Rightarrow P_{cr}/A = \frac{\pi^2 E r^2}{l_e^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l_e}{r}\right)^2}$$

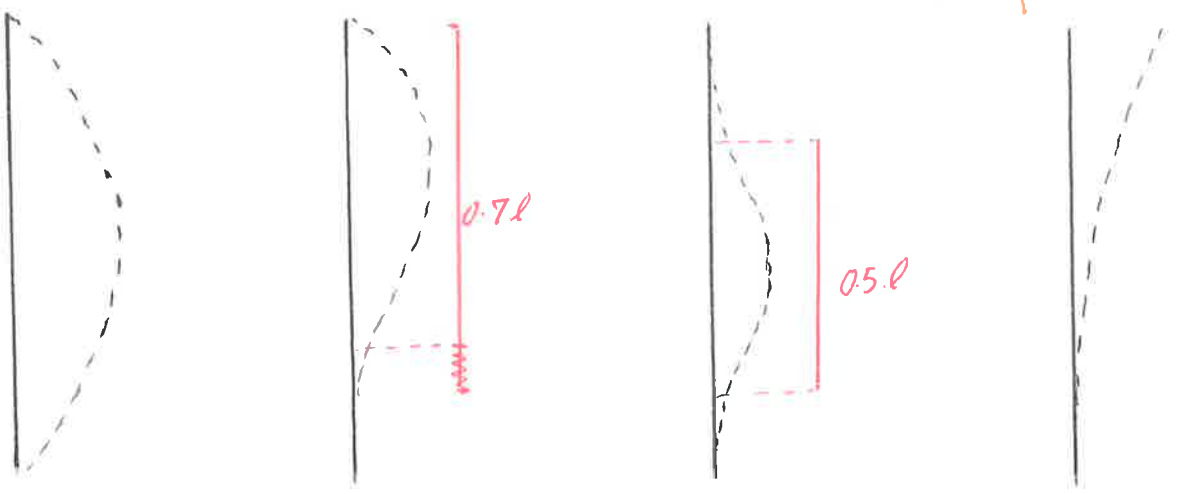
l_e ← طول مؤثر ستون
r ← لاغری ستون

$$r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$$

I_g → ممان اینرسی کل ستون
A_g → مساحت کل ستون

$l_e = k l_u$

برای حالات دیو خواهیم داشت:

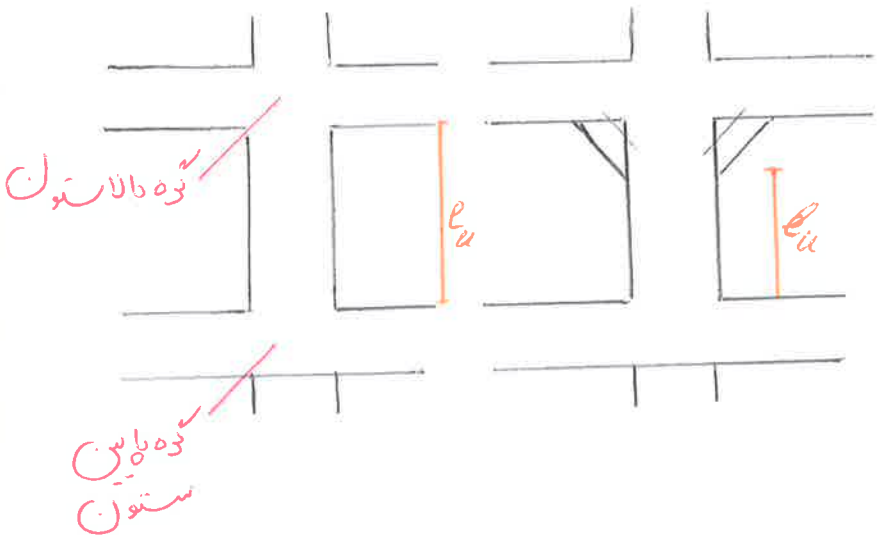


$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{l^2}$ $P_{cr} = \frac{2\pi^2 E I}{l^2}$ $P_{cr} = \frac{4\pi^2 E I}{l^2}$ $P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{4 l^2}$

$l_e = l$ $l_e = 0.7l$ $l_e = l/2$ $l_e = 2l$

مشاهده می شود که طول مؤثر ستون (l_e) برابر با فاصله نقاط عطف خواهد بود.

l_u: طول آزاد قطعه فشاری:



k: ضریب طول مؤثر

مستگی دارد به: میزان سختی نسبی ستون به تیر در گره بالا و پایین ستون و

نگذاره بودن حرکت جانبی ستون (قابل ملاحظه بودن حرکت جانبی

حرکت جانبی قابل ملاحظه دارد ← مهار نشده

حرکت جانبی قابل ملاحظه ندارد ← مهار شده

$$\psi = \frac{\sum \left(\frac{EI}{l}\right)_c}{\sum \left(\frac{EI}{l}\right)_b}$$

c ← ستون

b ← تیر

ضریب طول مؤثر، K، در قطعات فشاری مهار شده:

برابر یکی یا کوچکترین مقدار بین دو مقدار زیر در نظر می‌گیریم

$$K = 0.7 + 0.1\,\psi_m \le 1$$

$$K = 0.85 + 0.05\,\psi_{min} \le 1$$

$$\psi_m = 0.5(\psi_A + \psi_B)$$

$$\psi_{min} = \min(\psi_A , \psi_B)$$

نکته: در محاسبه (ψ) دو نکته وجود دارد:

ترک خوردگی → $I_b = 0.35 I_g$ ، $I_c = 0.7 I_g$

اثر بارهای دراز مدت ← β_{dns}

ضریب طول مؤثر قطعات فشاری مهار نشده:

$$\psi \le 2 : \quad K = (1 - 0.05\,\psi_m)\sqrt{1 - \psi_m} \ge 1$$

$$\psi \ge 2 : \quad K = 0.9 + \sqrt{1 + \psi_m}$$

حالات:

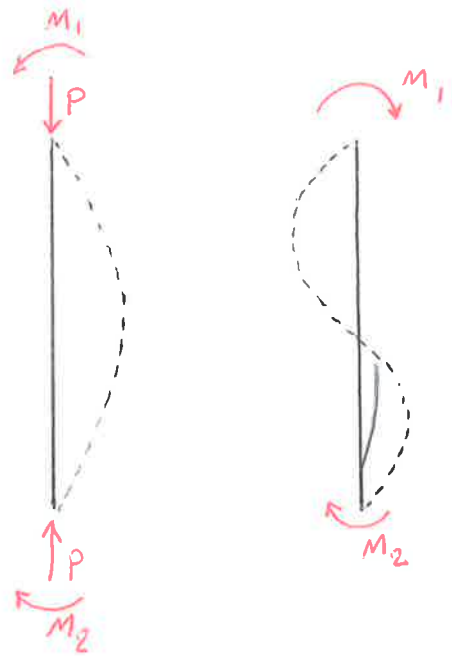
ψ ⇐ $K = 2 + 0.3\psi$

$\psi = \infty$ ⇐ در عمل $\psi = 10$

$\psi = 0$ ← در عمل $\psi = 1$

برخورد کابین نامه با ستون های لاغر:

* روش تشدید لنگر:



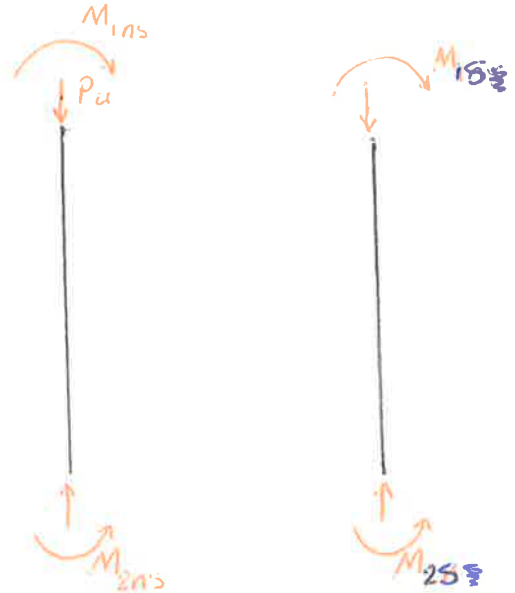
انحنا ساده (یک جهته)

انحنا مضاعف (دو جهته)

مقدار M_1 اگر انحنا ستون یک جهته باشد مثبت و اگر انحنا ستون دو جهته باشد منفی در نظر گرفته می شود.

مقدار M_2 همواره مثبت در نظر گرفته می شود.

$$\boxed{M_1 < M_2 \text{ همواره}}$$



لنگرهای خمشی نهایی دو انتها ستون تحت اثر بارهایی می باشد که حرکت جانبی محسوس ایجاد نمی کند $\Leftarrow$ M_{2ns} و M_{1ns}

" " $\Leftarrow$ M_{2s} و M_{1s} ایجاد می کنند.

تشدید لنگر در طبقات مهار شده:

$$M_c = \delta M_2$$

δ همواره > 1 ; 1.2, 1.3, 1.4, ...

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} \geq 1$$

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$

بالاعمال علامت

$$P_c = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(k l_u)^2}$$

بار اولر

$$EI_{(eff)} = \frac{0.4 E_c I_g}{1 + \beta_{dns}}$$

$= 0.25 E_c I_g$ = ساده شده

P_c

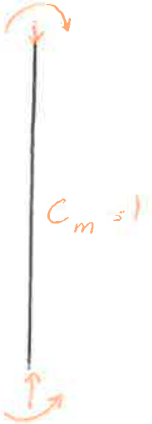
$$\beta_{dns} = \frac{\text{بار محوری نهایی ناشی از بار دائمی}}{\text{حداکثر بار محوری نهایی در ترکیب بار مشابه}}$$

β_{dns} = ساده شده $\rightarrow 0.6$

اگر مقدار M_2 تا چیزی بود از مقدار زیر استفاده می‌کنیم.

$$M_{2,min} = P_u (15 + 0.03h)$$

if $M_2 < M_{2,min} \Rightarrow C_m = 1$

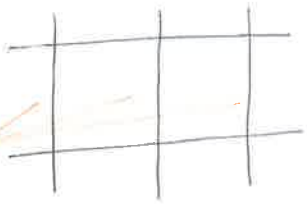


تشدید لنگی در طبقات مهار نشده:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s}$$
$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_{cr}}} \geq 1$$

برای تمام ستون‌های طبقه



$$\delta_s = \frac{1}{1 - Q}$$

Q: ضریب پایداری طبقه $= \frac{\sum P_u \Delta_u}{H_u h_s} \leq \frac{1}{3}$

Δ_u: جابجایی نسبی طبقه نسبت به طبقه زیرین

H_u: برش جانبی وارد بر طبقه

h_s: ارتفاع طبقه

حالت خاص در طبقات مهار نشده:

$$\lambda_u / r \leq \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}} \Rightarrow M_2 = \delta (M_{2ns} + \delta_s M_{2s})$$

Nonsway frame

Sway frame

ضوابط طراحی ستون های لاغر:

قطعات غشاری مهار شده

$$\frac{k l_u}{r} \leq 40$$

or

$$\frac{k l_u}{r} \leq \left(34 + 12 \frac{M_1}{M_2}\right)$$

→ می توان از اثر لاغری صرف نظر کرد

قطعات غشاری مهار نشده:

$$\frac{k l_u}{r} \leq 22$$

→ می توان از اثر لاغری صرف نظر کرد.

محاسبه شعاع ژیراسیون:

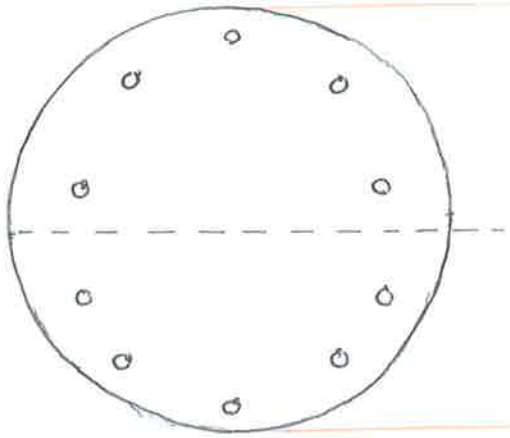
$r_s = 0.3h$

r_s

برای بار ثقلی مهار شده محسوب می کنیم.

جلسه (96 ,2 ,9)

مثال: آنالیز ستون با مقطع دایروی



$10\Phi 30$

$1\Phi 30 = 707\,mm^2$

$D = 500\ mm$

$D_s = 400\ mm$

$f_y = 420\ MPa$

$f'_c = 21\ MPa$

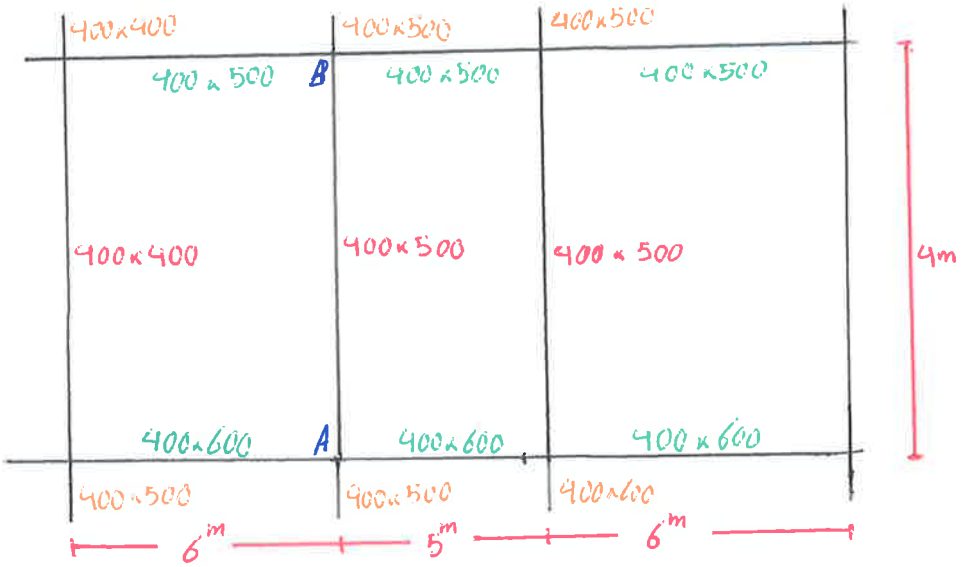
A: تعیین کنید این ستون چه باری را در خروج از محوریت $e = 144^{mm}$ تحمل می کند.

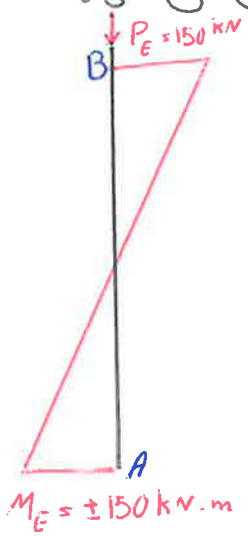
$$\rho_g m = \frac{10 \times 707}{3.14 \times \frac{500^2}{4}} \times \frac{420}{0.85 \times 21} = 0.848$$

$$e_b = (0.24 + 0.39\rho_g m)h = 285.4^{mm} > e = 144$$ → در ناحیه کنترل فشار قرار داریم

$$P_n = \frac{A_{st} f_y}{1 + \frac{3e}{D_s}} + \frac{A_g f'_c}{1.18 + \frac{9.6eh}{(0.8h + 0.67D_s)^2}} = 2937.8\ KN$$

مثال: طرح ستون های لاغر:





بار جانبی زلزله

بار ثقلی

A : برای ترکیب بدثقلی $U_1 = 1.2D + 1.6L$ و برای ترکیب با ثقلی + جانبی $U_2 = 1.2D + L + E$ طراح کنید.

$U_1 \Rightarrow$

$$P_u = 1.2 \times 500 + 1.6 \times 250 = 1000\ kN$$

$$M_{u_2} = 1.2 \times 60 + 1.6 \times 20 = 104\ kN.m$$

$$M_{u_1} = 1.2 \times 50 + 1.6 \times 30 = 108\ kN.m$$

$U_2 \Rightarrow$

$$P_u = 1.2 \times 500 + 250 + 150 = 1000\ kN$$

$$M_{u_1} = 1.2 \times 50 + 30 + 150 = 240\ kN.m$$

$$M_{u_2} = 1.2 \times 60 + 20 + 150 = 242\ kN.m$$

B : طول مؤثر ستون (قاب مهار نشده است).

⇐ Beams : B-1

$$I_{b_1} = 0.35 \times \frac{1}{12} \times 400 \times 600^3 = 252000 \times 10^4\ mm^4$$

$$K_{b_1} = \frac{I_{b_1}}{6000} = 420000$$

$$K_{b_2} = \frac{I_{b_1}}{5000} = 504000$$

$$I_{b_2} = 0.35 \times \frac{1}{12} \times 400 \times 500^3 = 145833 \times 10^4\ mm^4$$

$$K_{b_3} = \frac{I_{b_2}}{6000} = 243055 \qquad K_{b_4} = \frac{I_{b_2}}{5000} = 291666$$

⇐ Columns : B-2

$$I_{c_1} = 0.7 \times 1/12 \times 400 \times 600^3 = 504000 \times 10^4 \longrightarrow K_{c_1} = \frac{I_{c_1}}{4000} = 1260000$$

$$I_{c_2} = 0.7 \times 1/12 \times 400 \times 500^3 = 291666 \times 10^4 \longrightarrow K_{c_2} = \frac{I_{c_2}}{4000} = 729166$$

ψ : B-3

$$\psi_A = \frac{K_{c_1} + K_{c_2}}{K_{b_1} + K_{b_2}} = 2.15$$

$$\psi_B = \frac{2 \times K_{c_2}}{K_{b_3} + K_{b_4}} = 2.73$$

$$\psi_m = \frac{2.15 + 2.73}{2} = 2.44 > 2$$

B-4 : طول مؤثر طبقه مهار نشده :

$k_1 = 0.7 + 0.1 \times 2.44 = 0.944$

$k_2 = 0.85 + 0.05 \times 2.15 = 0.958$

$\rightarrow k = \min(k_1, k_2) = 0.944$

البته در حالت مهار نشده می توان k را برابر یک در نظر گرفت .

$k = 1 \Rightarrow l_e = k l_u = 1 \times 4000 = 4000\ mm$

B-4-1 : کنترل لزوم در نظر گرفتن اثر لاغری

$r = 0.3h = 0.3 \times 500 = 150$

$\frac{k l_u}{r} = \frac{1 \times 4000}{150} = 26.7 < 40$

می توان از اثر لاغری صرف نظر کرد .

B-4-2 : در حالت مهار نشده ستون برای $\begin{cases} P_u = 1000\ kN \\ M_u = 108\ kN.m \end{cases}$ طراحی می شود .

مطابق دانسته های قبلی طراحی می کنیم .

B-5 : طول مؤثر طبقه مهار نشده :

$\psi_m > 2 \Rightarrow k = 0.9 \times \sqrt{1 + 2.44} = 1.67$

$l_e = 1.67 \times 4000 = 6680\ mm$

B-5-1 : کنترل لزوم در نظر گرفتن اثر لاغری .

$\frac{k l_u}{r} = \frac{6680}{150} = 44.5 > 22$

می توان از اثر لاغری صرف نظر کرد .

B-5-2 : طراحی ستون برای ترکیب U_2 :

ادامه حل در بعد ←

B-5.2-1 : لزوم در نظر گرفتن اثر لاغری :

$\beta_{dns} = 0$

$(EI)_{eff}$ در مرحله مولر

$EI_e = 0.4 E_c I_g = 0.4 \times 4700\sqrt{20} \times \frac{1}{12} \times 400 \times 500^3 = 35031 \times 10^9$

$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_e}{l_e^2} = \frac{3.14^2 \times 35031 \times 10^9}{6680^2} \times 10^{-3} = 7740\,kN$

B-5-2-2 : کنترل شرایط خاص :

$\frac{l_u}{r} = \frac{400}{150} = 26.7 < \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{1000 \times 10^3}{20 \times 400 \times 500}}} = 70$

حالت خاص برقرار نیست.

B-5-2-3 : محاسبه ممان و نیروی محوری طراحی :

$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$

$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{1000}{0.75 \times 7740}} = 1.21$

$M_2 = 1.2 \times 60 + 20 + 1.21 \times 150 = \boxed{273.5\ kN.m}$

← پس ستون در حالت ترکیب بار ۲ برای

$P_u = 1000\,kN$

$M_u = 273.5\,kN.m$

طراحی خواهد شد.

B-5-2-4 : حل با استفاده از روابط :

$e = \frac{273.5 \times 10^3}{1000} = 273.5 > e_{min}$

$e_{min} = 15 + 0.03h = 15 + 0.03 \times 500 = 30^{mm}$

$P_{nb} = 0.85 f'_c b \times \frac{600}{600 + f_y} \beta_1 d = 0.85 \times 20 \times 400 \times \frac{600}{600 + 400} \times 0.85 \times 450 \times 10^{-3}$

$= 1560.6\,kN$

جانمایی مقطع متقارن ؟

$$P_n = \frac{1000}{0.9} = 1111.1 < P_{nb} = 1560.6$$

$$a = \frac{P_n}{0.85 f'_c b} = \frac{1111.1 \times 10^3}{0.85 \times 20 \times 400} = 163.4 \text{ mm} \Longrightarrow C = \frac{a}{\beta_1} = \frac{163.4}{0.85} = 192.2$$

$$\varepsilon'_s = \frac{c - d'}{c} \times 0.003 = 0.0022 > \varepsilon_y \ \ \text{O.K} \Rightarrow$$

که آرماتور فشاری جاری می شود.

$$M_n = \frac{P_n}{2}(h-a) + A_s f_y (d - d') \Rightarrow \frac{273.5 \times 10^6}{0.9} = \frac{1111.1 \times 10^3}{2}(500 - 163.4) + A_s \times 400 \times (450 - 50)$$

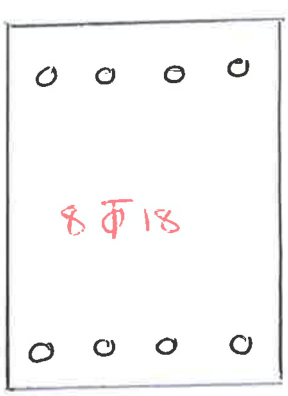
تحمل

$$\Rightarrow A_s = 731 \text{ mm}^2 \Rightarrow A_{st} = 1462$$

$$A_{s,min} = \%1 \times A_g = \frac{1}{100} \times A_g = 0.01 \times 400 \times 500 = 2000 \text{ mm}^2$$

$$A_{st} < A_{s,min} \Rightarrow A_{st} = A_{s,min}$$

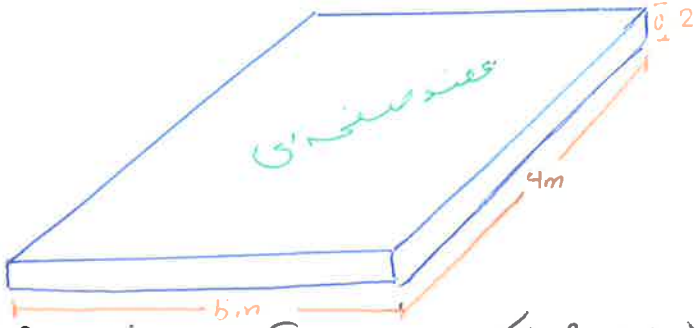
$$1\Phi 18 = 254 \Rightarrow 8\Phi 18 = 2032 > 2000 \text{ mm}^2$$



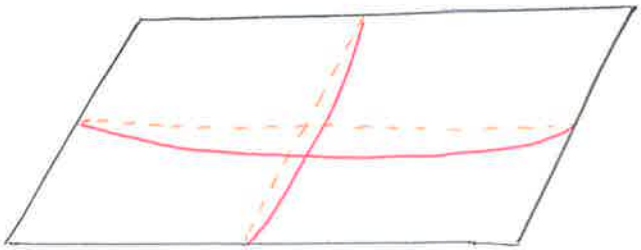
جلسه (96 , 2 , 10)

دال های بتن آرمه :

اعضایی صفحه‌ای که یک بعد نسبت به دو بعد دیگر به طور قابل توجهی کوچکتر است.
اگر عضو صفحه‌ای عمود بر میان تارش بارگذاری شود به آن دال و اگر موازی با میانتار بارگذاری شود، دیوار نام خواهد گرفت.

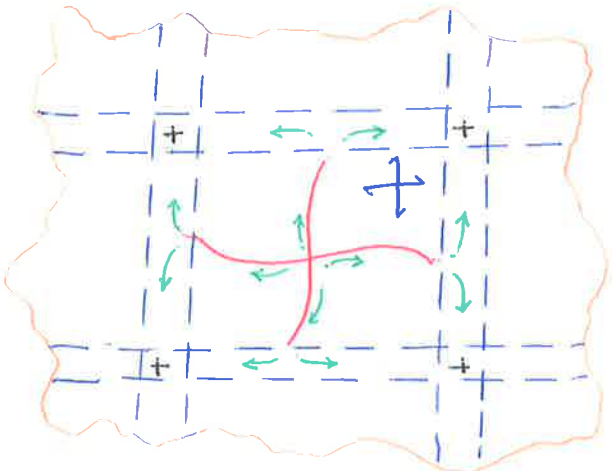


دالها تحت دو جهت خمش قرار می‌گیرند (والبته برش) که به همین دلیل به آنها اعضای خمشی-برشی گویند

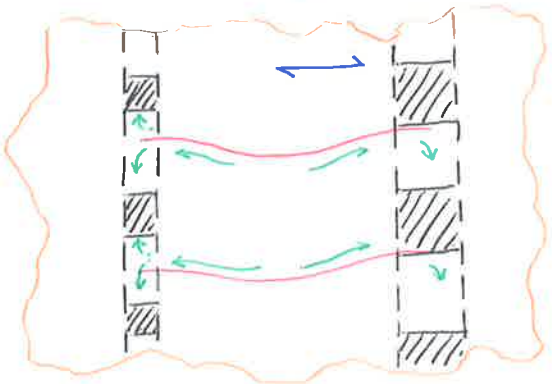


سیستم تیر دال :

Beam-slab system



(⊹) Two-way slab



(⟷) one-way slab

طراحی برای خمش:

عیناً مشابه تیرها.

معمولاً

$$R_n = \frac{M_u}{\varphi b d^2} \leq R_{max} = \rho_{max} f_y \left(1 - \rho_{max} \frac{f_y}{1.7 f'_c}\right)$$

$$\rho_{max} = 0.85 \beta_1 f'_c / f_y \times \frac{3}{7}$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left[1 - \sqrt{\frac{2 m R_n}{f_y}}\right]$$

$$A_s = \rho b d$$

ضخامت دال:

1st: نیازی به ذکر ماتور فشاری نباشد

$$R_n \leq R_{max}$$

2nd: برش مزاحمت ایجاد نکرده و نیازی به خاموت نباشد

$$V_u \leq V_{max}$$

3rd: کنترل افتادگی جواب دهد.

$$h \geq \begin{cases} l/20 & \text{دهانه ساده} \\ l/24 & \text{یک انتها یکسره} \\ l/28 & \text{دو انتها یکسره} \\ l/10 & \text{طره‌ای} \end{cases}$$

برای فولاد S_{400}

* برای فولاد غیر از S_{400} مقادیر بالا باید در $\left[0.4 + f_y/700\right]$ ضرب شوند.

(مادر موارد بالا مورد تعیین کننده افتادگی خواهد بود.

حداکثر آرماتور :

همانند تیرها

حداقل آرماتورها :

آرماتور حرارتی :

$$\boxed{\begin{array}{l} f_y < 420\ MPa \\ A_{s,min} = 0.002\, A_g \end{array}}$$

$h \times 1^m$

در دو طرف دال ها در هر دو جهت آرماتور گذاری داریم که حداقل آن آرماتور حرارتی است

طراحی برای برش :

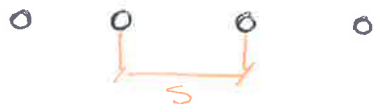
عیناً مشابه تیرها عمل می کنیم .

کنترل افتادگی :

عیناً مشابه تیرها عمل می کنیم .

آرماتور گذاری :

مانند تیرها



* فولادهای اصلی ← $S \leq \min(3h, 450^{mm})$

* فولادهای حرارتی ← $S \leq \min(5h, 450^{mm})$

مثال :

$3.3\ \Phi 12/m = \Phi 12/30cm$

$8\ \Phi 12/m = \Phi 12/12.5^{cm}$

$6.67\ \Phi 12/m = \Phi 12/15^{cm}$

$\rho = ? \Rightarrow \rho = \dfrac{6.67 \times 113}{1000 \times 160}$

$\Phi 12$

d

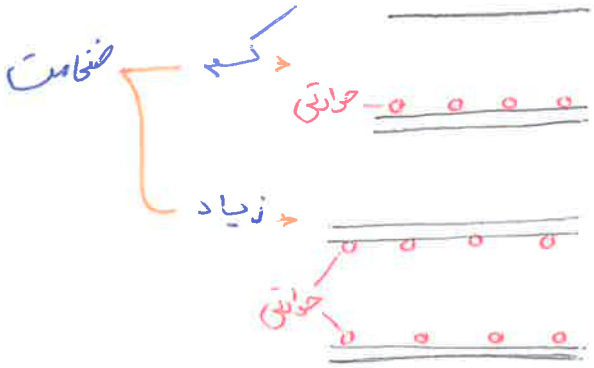
برای دال ده متری

$10 \times 3.3 = 33\ \Phi 12$

واز دید چشمی سعی بر فاصله منطقی ایجاد کردن در آنهاست .

کدماتورحرارتی ؟

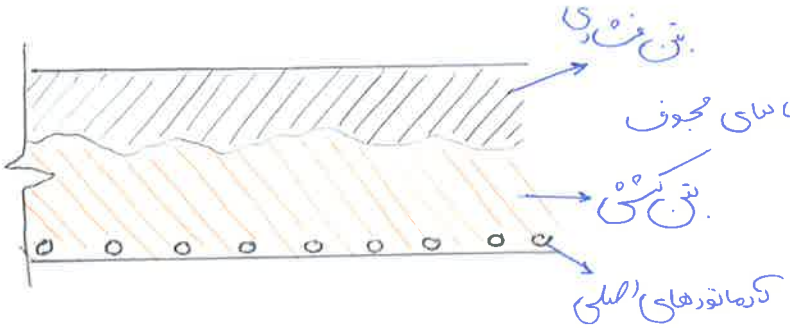
„Temprature Reinforcement"



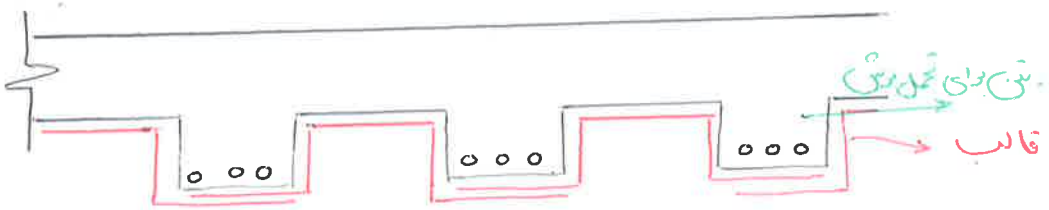
سقف‌های تیرچه بلوک:
(Joist floors)

دال یکطرفه محسوب می‌شود

در دال‌های یک طرفه توپر ← دال + بلوک‌های مجوف



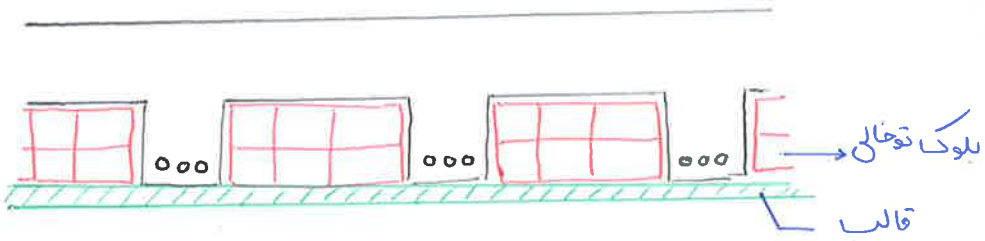
سیستم تیوک:



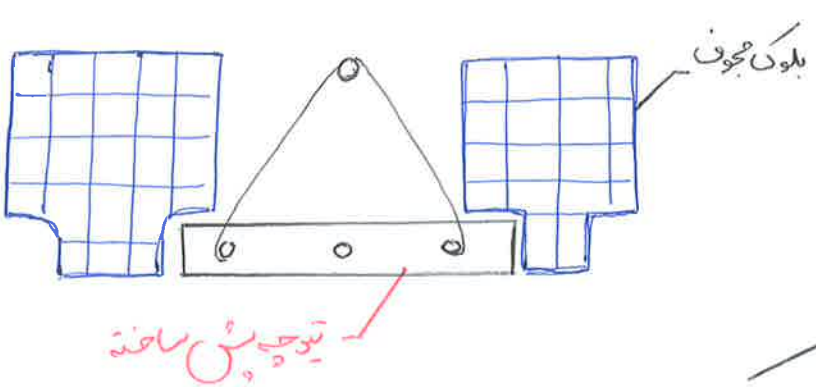
مزایا ← کم کردن هزینه
کم کردن وزن بتن

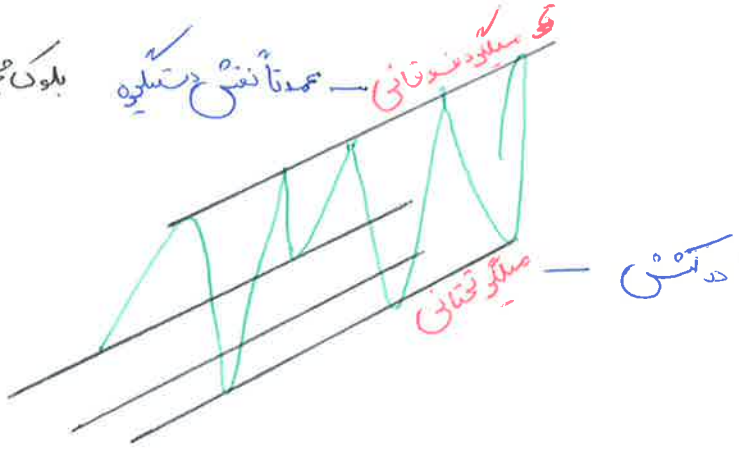
معایب ← قالب‌بندی
نازک‌کاری یا حل سقف کاذب

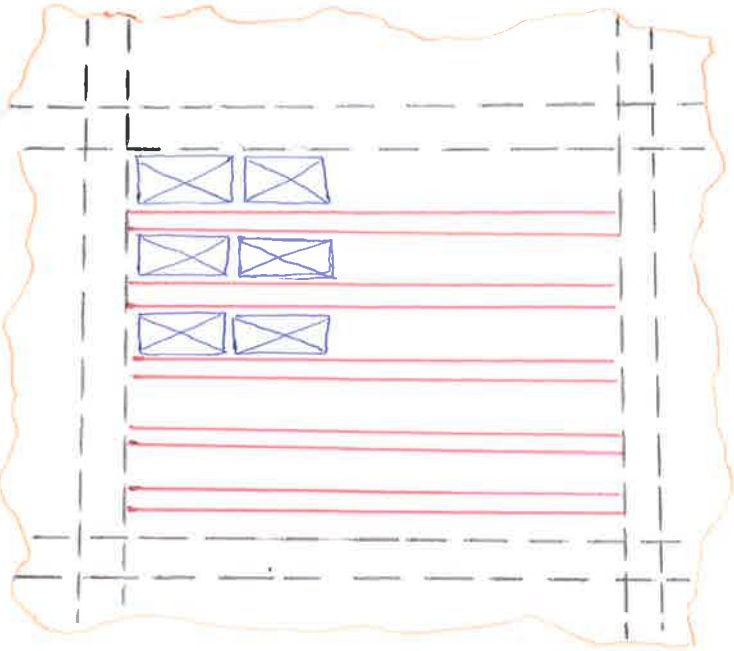
راه حلی دیگر:



وامادوس پایانی و اصلی: تیرچه و بلوک



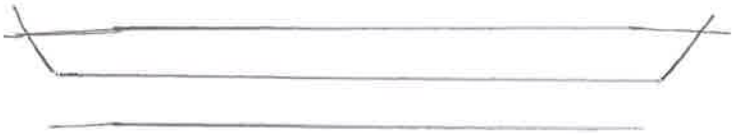


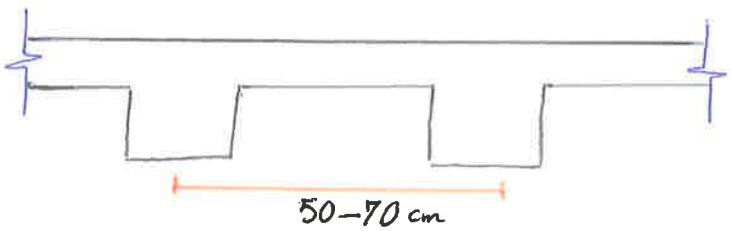


فوندوله (سفالی یا تیر ⊔)

نکته: میلگردهای تحتانی عموماً:
$\Phi 8$ و $\Phi 10$ و $\Phi 12$ و $\Phi 14$ و نهایتاً $\Phi 16$

نکته: بهتر است یک سمت از آرماتور وسط تحتانی بیرون باشد تا مشخص شود که اولاً قطر آن چقدر است و ضمناً اینکه اصلاً وجود دارد یا نه.





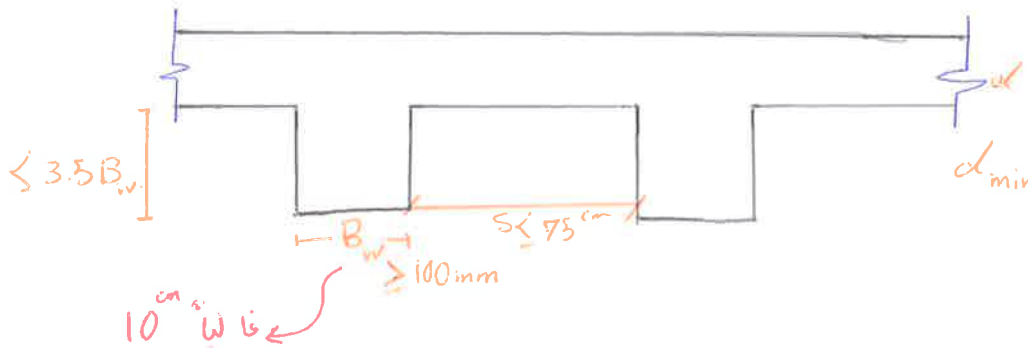
محور تا محور تیرچه‌ها

بلوک‌ها: سفالی ← 50cm

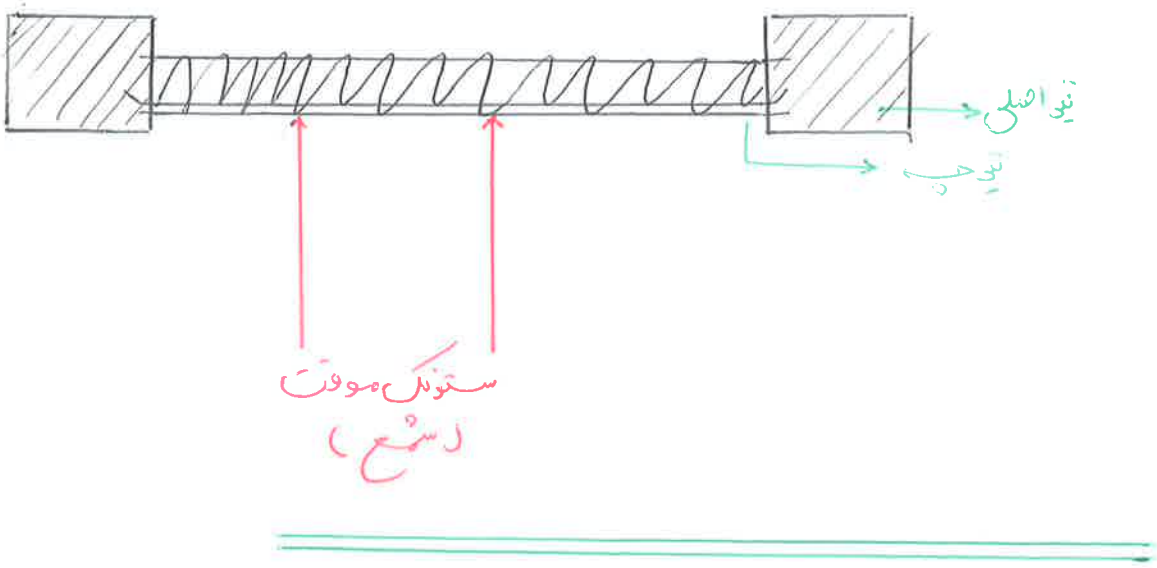
سیمانی ← 62.5cm

یونولیتی ← different

ضوابط:



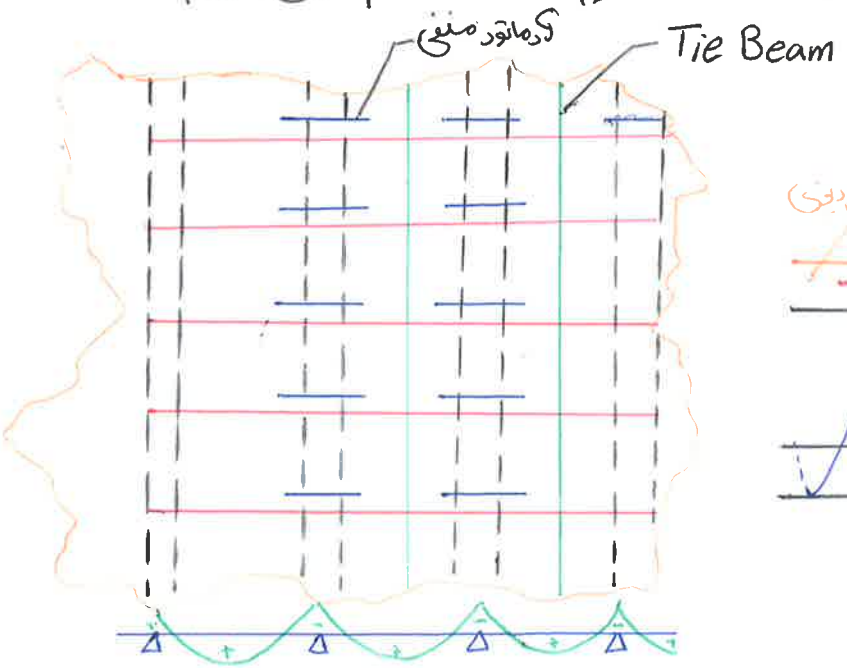
$d_{min} = max(\frac{1}{12} S, 50^{cm})$

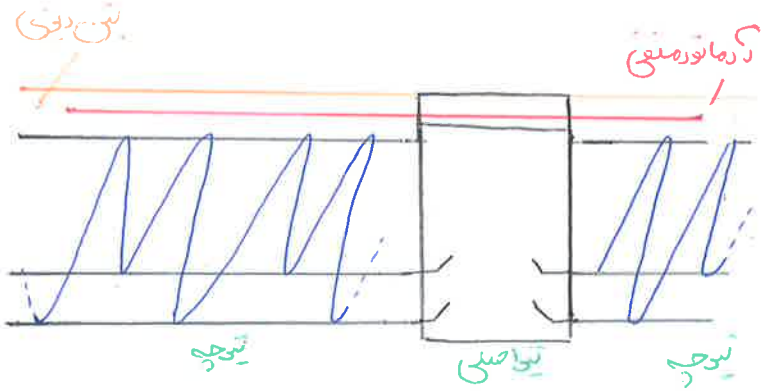


محاسبات مربوط به تیرچه ها:

تیرچه ها به صورت تیر T شکل عمل می کنند.
غالباً ممان کوچک است و با مستطیل بزرگ سروکار داریم

Tie Beam: برای توزیع یکنواخت و مهار تیرچه ها
کافی است یک ردیف بلوک را بر داریم، تخته قرار دهیم، آرماتور ببندیم و بتن بریزیم

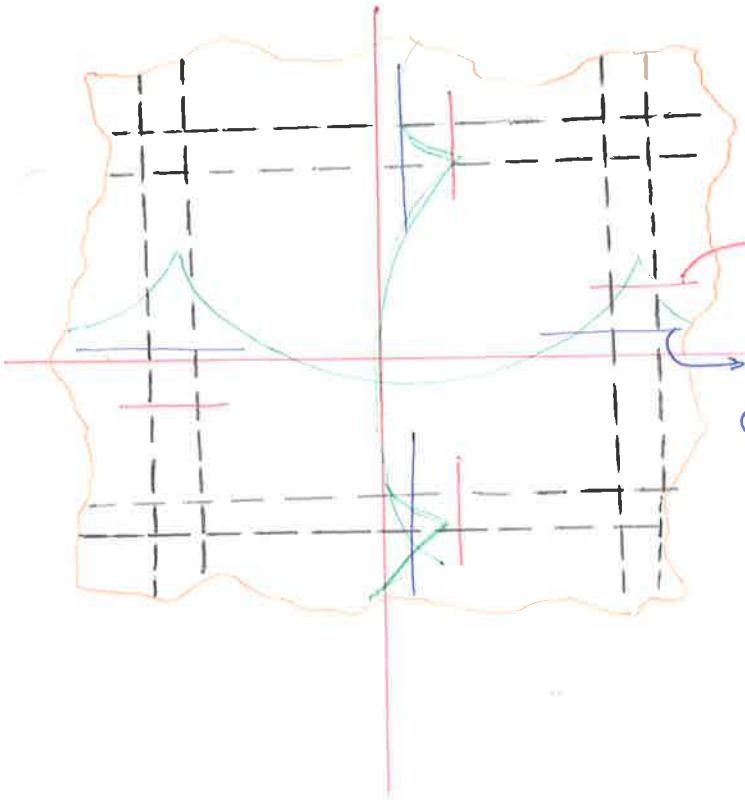




فولاد حداقل: فولاد حداقل تیرها

مقاومت برشی بتن: $V_c = 1.1\left(\frac{1}{6}\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$

دال های دوطرفه :



شدت بار

$$-\frac{q}{D} = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}$$

صلبیت مقطع صفحه $\Rightarrow D = \frac{EI}{1-\nu^2}$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{-q}{EI}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

روش های حل مسئله :

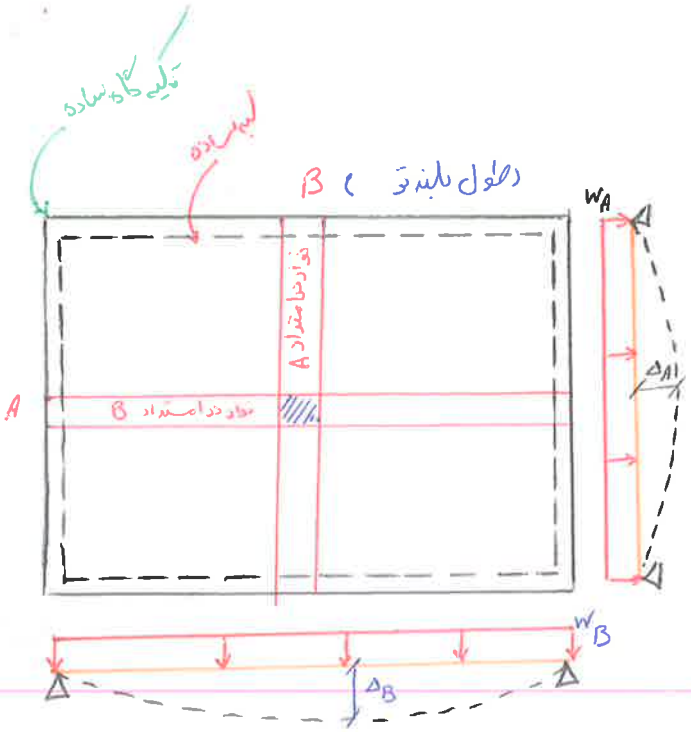
روش های تحلیلی

روش های المان محدود

تئوری نوارهای کشسانی

راه حل نوارهای متقاطع

و . . . .



روش نوارهای متقاطع :

$$\Delta_A = \frac{5}{384} \times \frac{w_A A^4}{EI}$$

$$\Delta_B = \frac{5}{384} \times \frac{w_B B^4}{EI}$$

$$\Delta_A = \Delta_B \rightarrow w_A A^4 = w_B B^4$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \left(\frac{B}{A}\right)^4$$

$$w_A + w_B = w$$

$$\Rightarrow \quad w_A = \frac{B^4}{A^4 + B^4} w$$

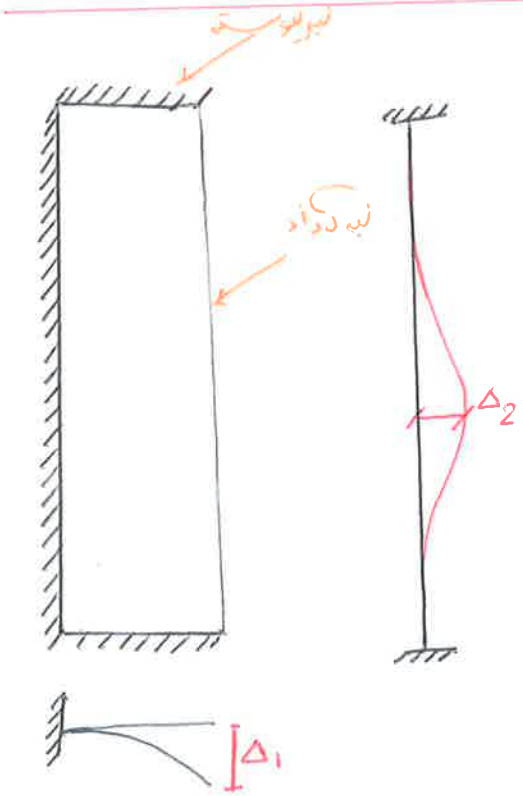
$$w_B = \frac{A^4}{A^4 + B^4} w$$

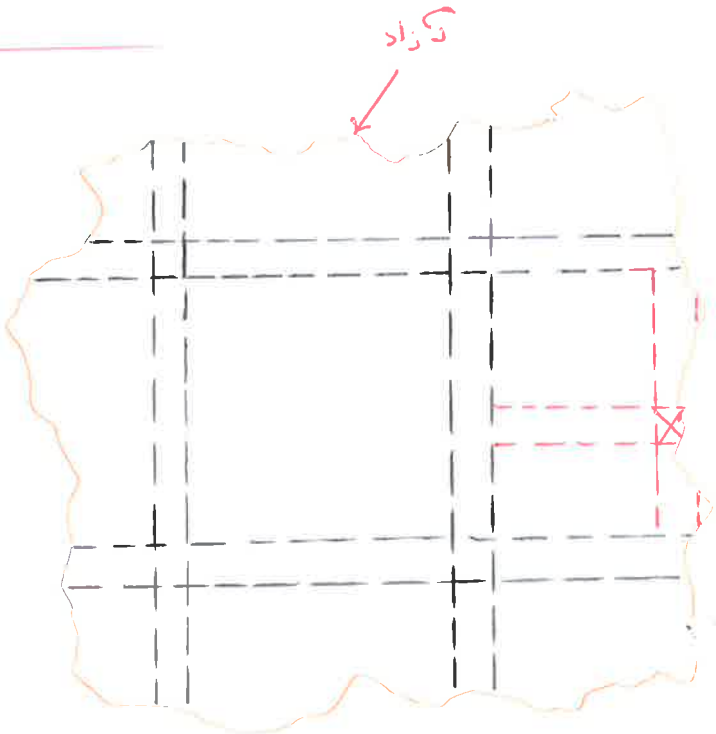
if $B = 1.5A$

$$\frac{W_A}{W_B} = 1.5^4 \simeq 5 \quad \begin{cases} W_A = 5W_B \\ W_A + W_B = W \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} W_A = 84\% W \\ W_B = 16\% W \end{matrix}$$

---

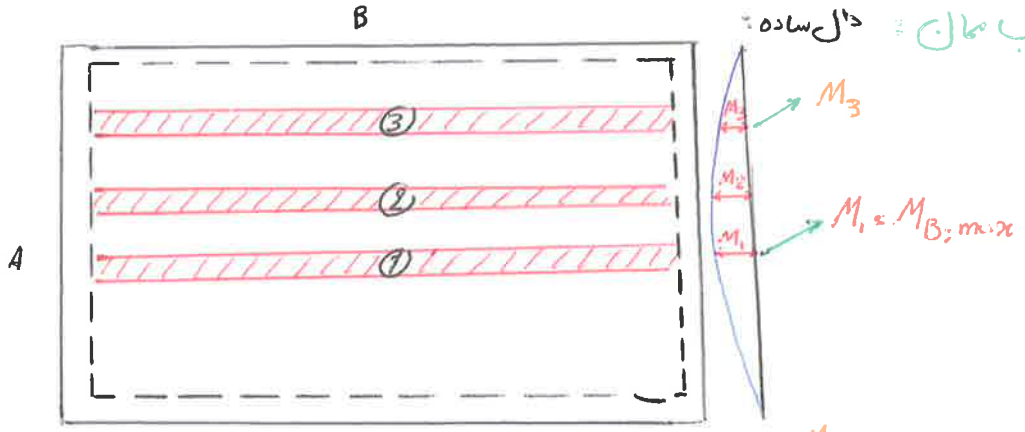
if $B = 2A$ $\begin{cases} W_A = 0.94W \\ W_B = 6\% W \end{cases}$ → دلیل منظور گرفتن دال به صورت یکطرفه

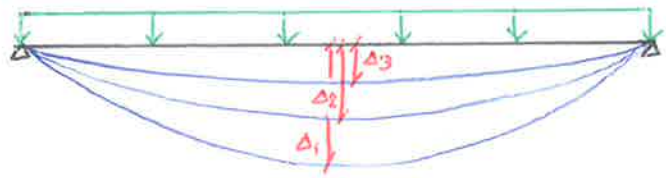




جلسه (96 , 2 , 17)

روش استفاده از ضرائب ممان : دال ساده

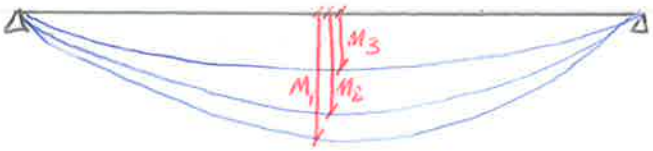




M_{max}-diagram

تغییرات ممان ماکسیمم نوارهای در جهت B

در جهت A ($M_{B,max}$)

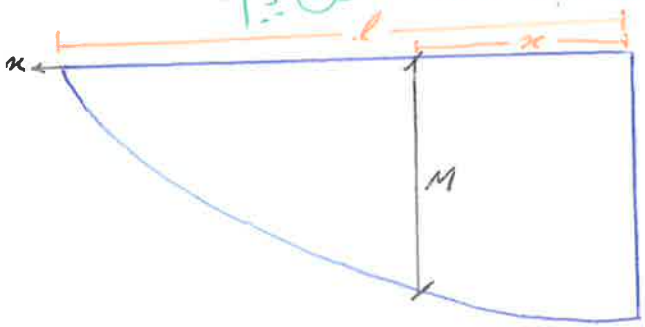


M-diagram

تغییرات ممان در نوارهای در جهت B

(می‌توان سهمی درجه دوم در نظر گرفت.

* نوارهای در جهت B را در نظر می‌گیریم.

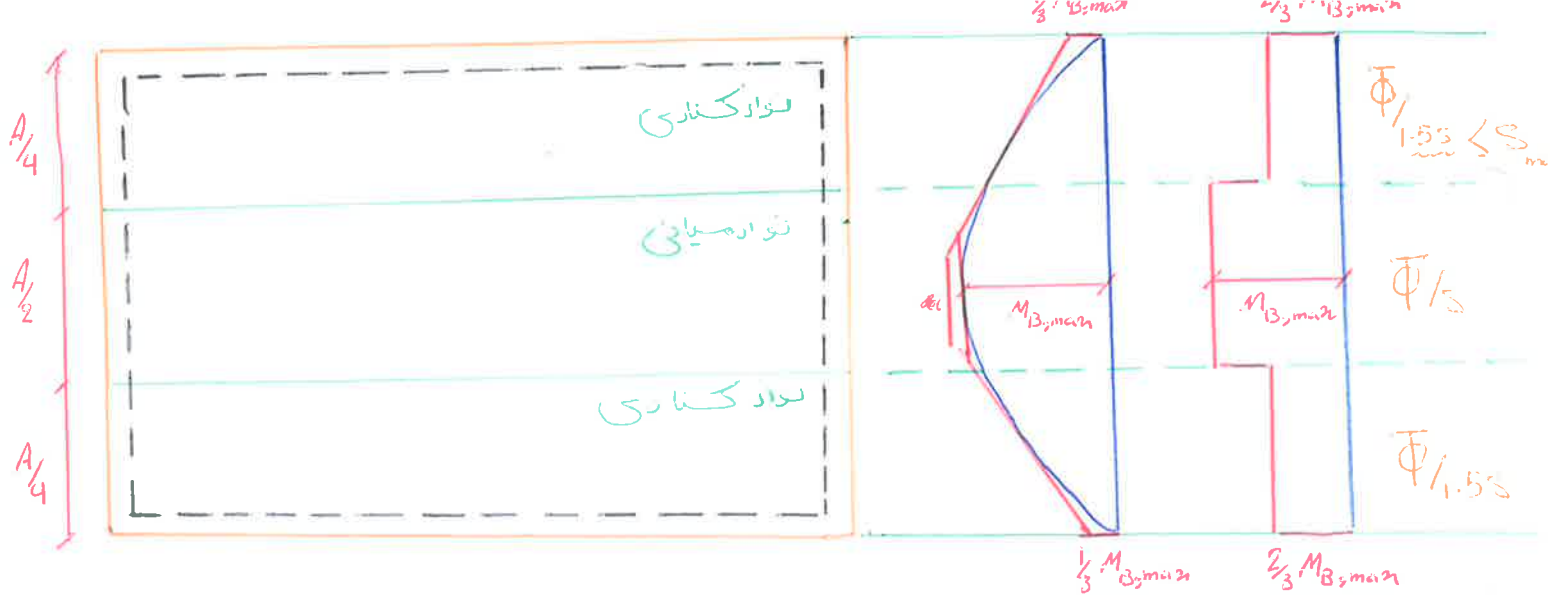


$M_{B,max} = M_1$

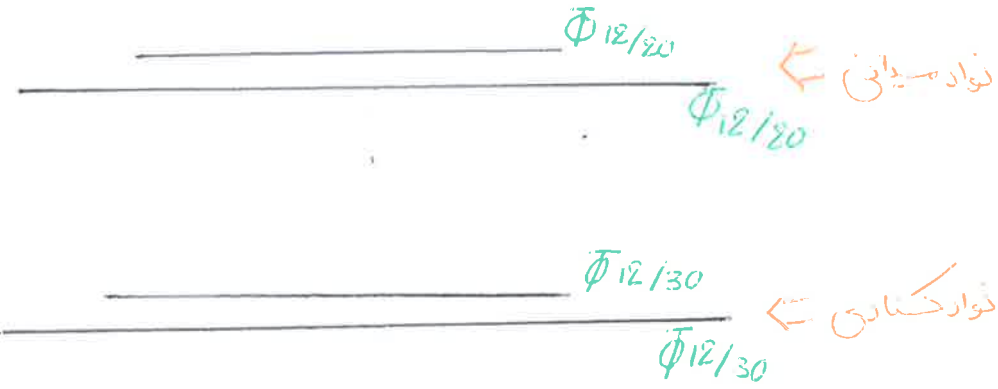
$$\frac{M_1 - M}{M_1} = \left(\frac{x}{\ell}\right)^2$$

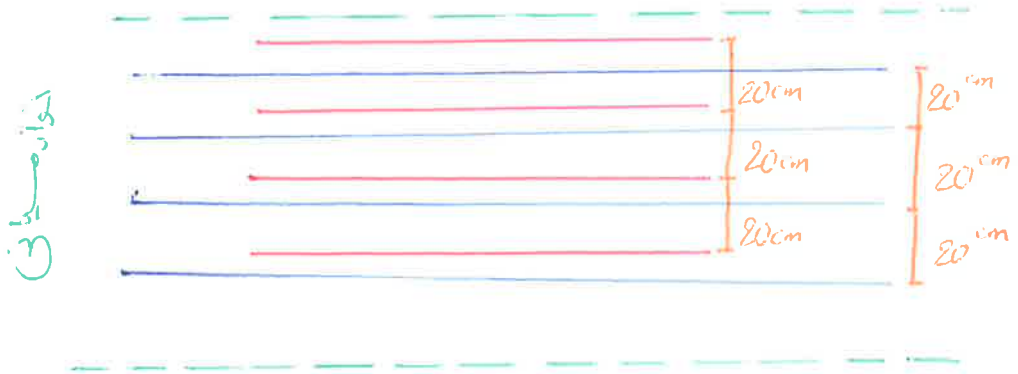
$$M = M_1\left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right)$$

$$x = \ell\sqrt{1 - \frac{M}{M_1}}$$



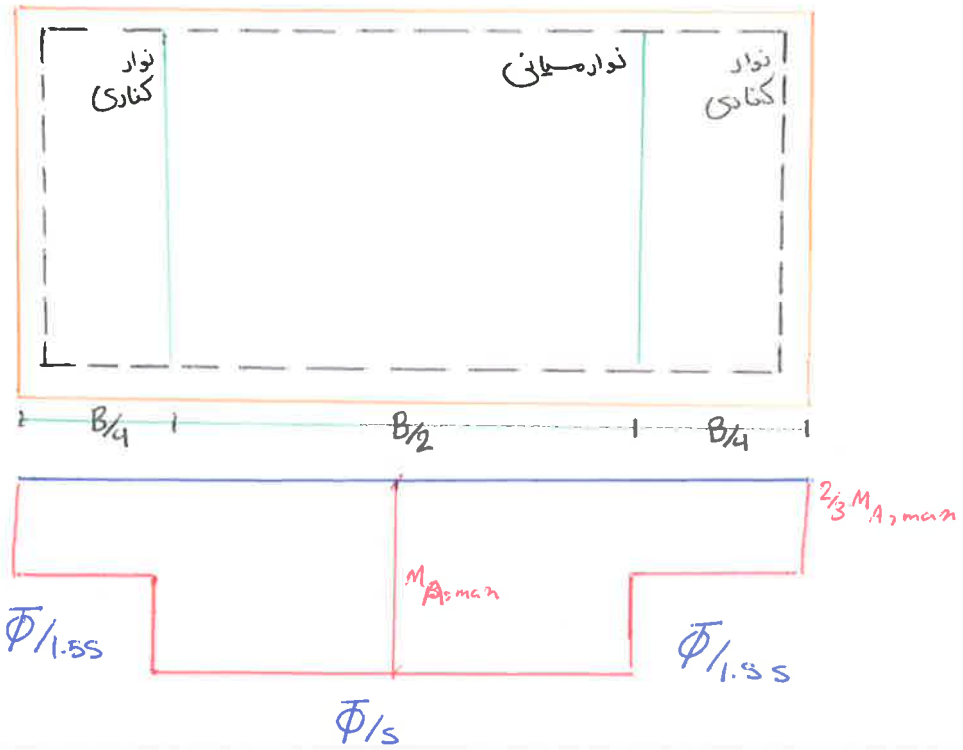
* در صورت داشتن $M_{B,max}$ می توان تعداد میلگردهای هر جهت نوار را در کل صفحه محاسبه کرد.



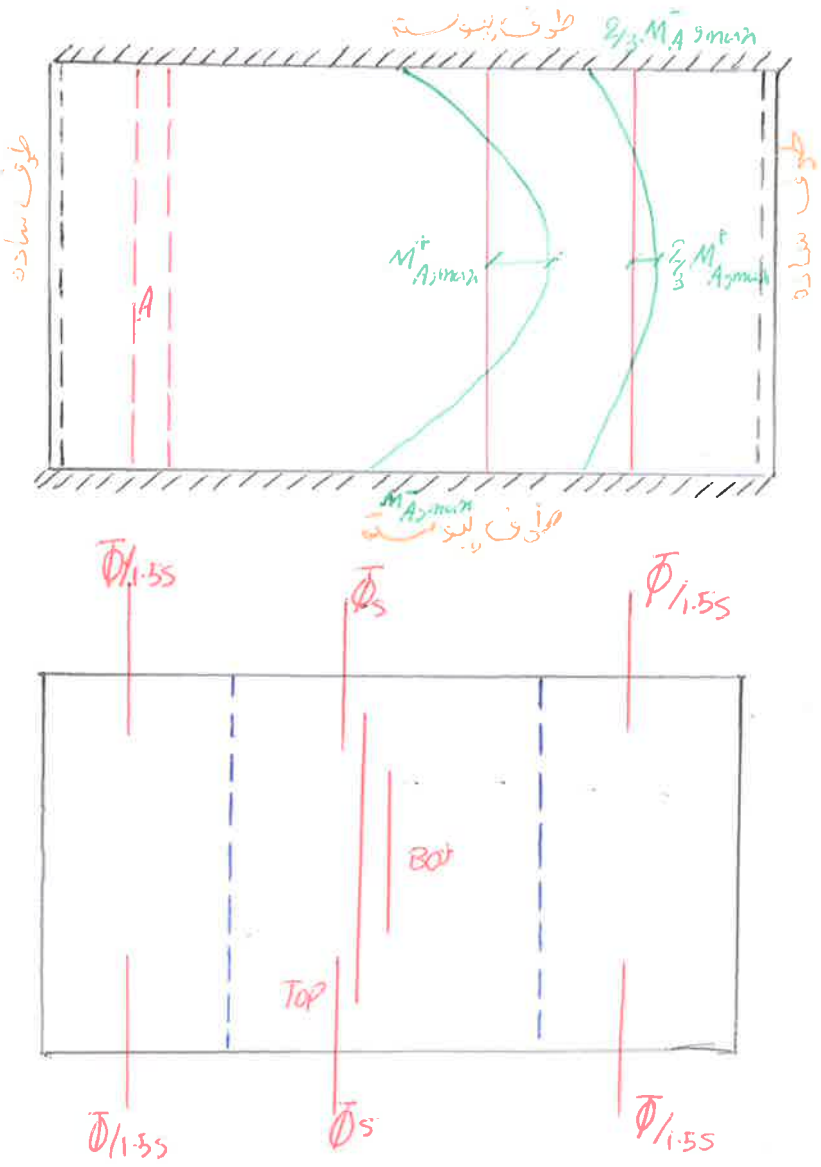


جابجایی از نوار میانی به کناری فاصله ها 1.5 برابر خواهند شد.

مشابهاً برای نوارهای در جهت A می توان نوشت.



ولی در دال های دوطرفه غیر ساده در هر چهار طرف خواهیم داشت:

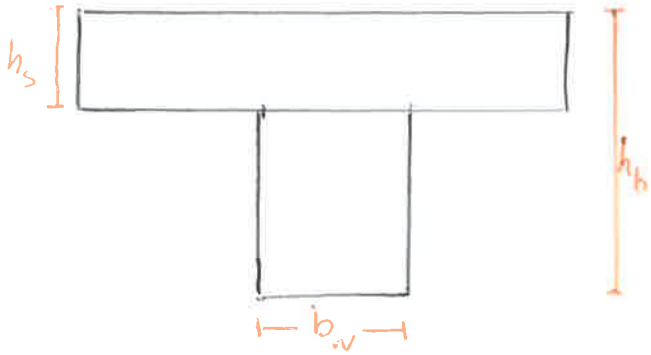


q_B و q_A مقادیر باری هستند که به واحد طول تیرها وارد می‌شوند. این بارها توسط دال وارد شده، یعنی خود دال در واحد طول آن باید بتواند این بار را تحمل کند. در واقع میزان برش در دال همین مقدار خواهد بود

$$KN/m \times 1^m = KN$$

محدودیت ها:

1- دال دو طرفه مستطیلی شکل باشد.
2- در اطراف روی تکیه گاه ها نشسته باشد (تیر و دیوار)
3- زیر اثر بار ثقلی یکنواخت باشد
4- ابعاد تیرهای زیر سری چنان باشد که:

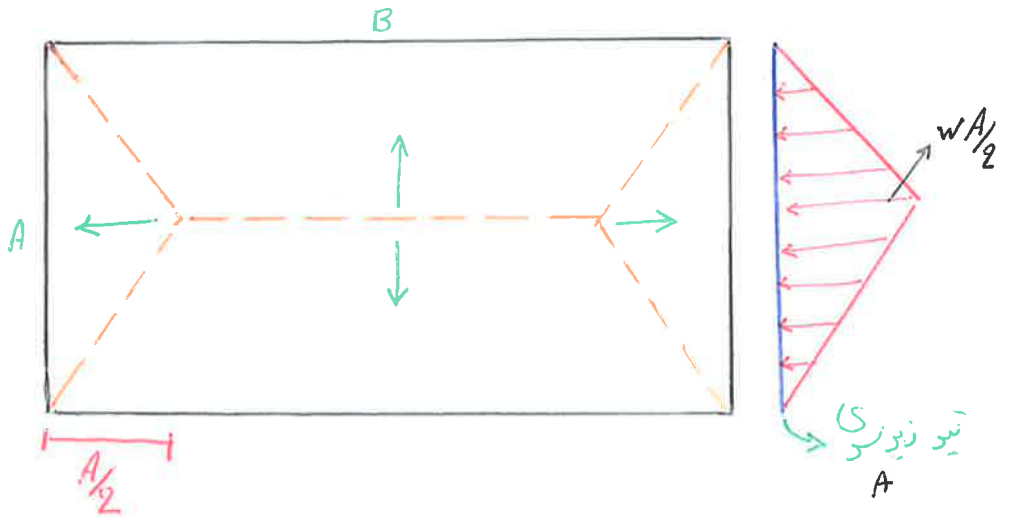


$$\frac{b_w h_b^3}{\ell_n h_s^3} \geq 2$$

دیوانه آزاد تیر

می‌دانیم که نسبت $B/A \simeq 2$ می‌باشد $w_B = 0.01$ و $w_A = 0.99$ خواهد بود. حال اگر بدانیم که اگر $B/A \geq 2$، آیا منطقی می‌باشد که بگوییم $w_A = 100\%$ و $w_B = 0$؟

مطمئناً جواب منفی خواهد بود بدین معنا که به تیرهای w_B نیز نیرو وارد خواهد شد.
پس برای اینگونه موارد از توزیع ذوزنقه‌ای - مثلثی استفاده می‌کنیم.



پایین فاصله ۴ نوع دال را تعریف می کند :

$$M_s = \frac{A}{B} = \frac{l_A}{l_B}$$

C_A^- , C_{BL}^+

C_B^- , C_{AL}^+

C_{AD}^+

C_{BD}^+

$$M^-_{A(D+L)} = C_A^- \, w_{D+L} \, l_A^2$$

$$M^-_{B(D+L)} = C_B^- \, w_{D+L} \, l_B^2$$

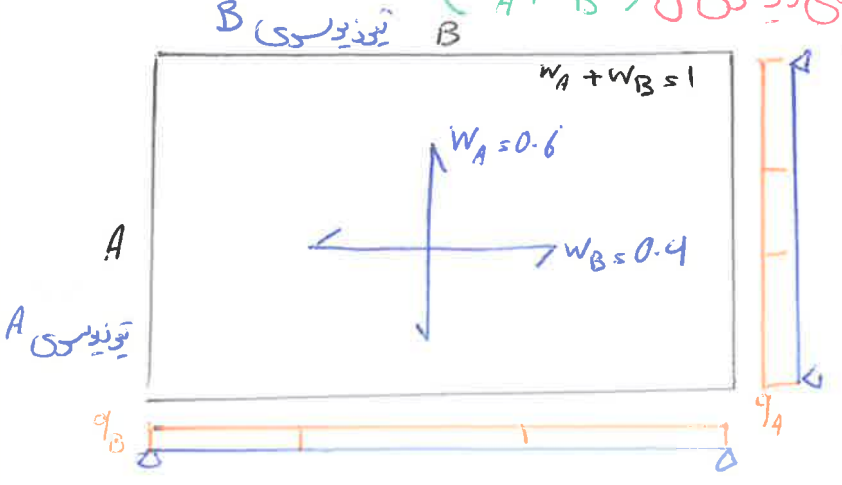
$$M^+_{AD} = C^+_{AD} \, w_D \, l_A^2$$

$$M^+_{BD} = C^+_{BD} \, w_D \, l_B^2$$

$$M^+_{AL} = C^+_{AL} \, w_L \, l_A^2$$

$$M^+_{BL} = C^+_{BL} \, w_L \, l_B^2$$

ضرائب برای تعیین برش دال و نیروهایی که به تیرهای زیر سری دال (w_A , w_B) وارد می شود.



$$q_A = \frac{w_B A B w}{2A}$$

$$q_B = \frac{w_A A B w}{2B}$$

$\bar{T}_A = A$ (کل بار وارده به تیر زیری) $= w \times \frac{A}{2} \times \frac{A}{2} = \frac{wA^2}{4}$

$$\bar{q}_A = \frac{\bar{T}_A}{A} = \begin{cases} \bar{q}_A = \frac{wA}{4} \\ \bar{q}_B = \frac{wAB - 2w\,A^2/4}{2B \times B} \end{cases}$$

⟸ از توزیع بار به صورت مثلثی
دو ذوزنقه ای

$$\begin{cases} q_A = \frac{wAB \times w}{2A} \\ q_B = \frac{wA\,ABw}{2 \times B} \end{cases}$$

⟸ از توزیع نیروها معادل
برای تیر پایین داریم

$$\max(q_A, q_B, \bar{q}_A, \bar{q}_B) \leq V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f'_c}\, b d$$

$W_s W_u$

جلسه (95, 2, 23)

α_F :

عبارت است از نسبت سختی خمشی مقطع تیر به سختی خمشی عرضی از دال که از طرفین به قابهای مجاور محدود می‌شود.

$$\alpha_F = \frac{E_{cb} \times I_b}{E_{cs} \times I_s}$$

E_{cb}: مدول الاستیسیته بتن تیر

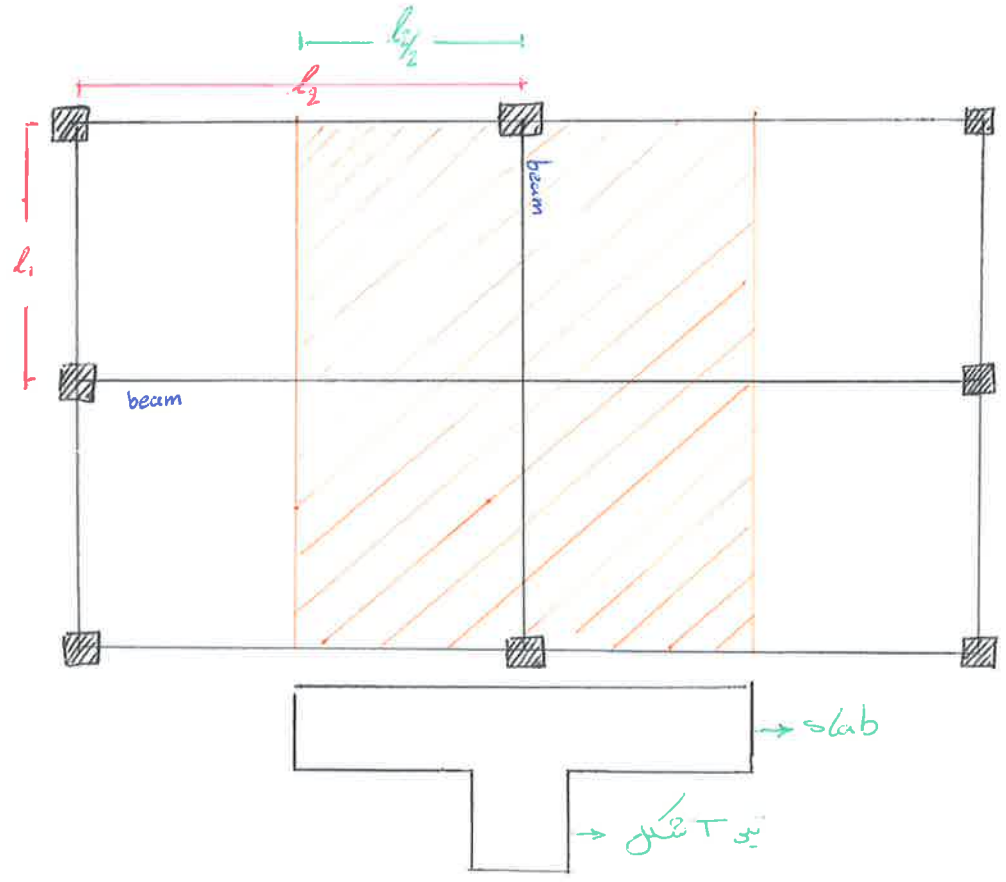
I_b: ممان اینرسی مقطع تیر

E_{cs}: مدول الاستیسیته بتن دال

I_s: ممان اینرسی مقطع دال

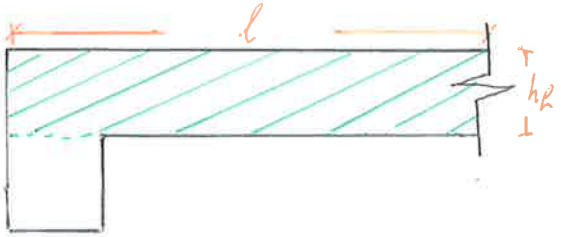
* در اکثر مواقع مقادیر E_{cs} و E_{cb} با هم برابر می‌باشد و در نتیجه:

$$\alpha_F = \frac{I_b}{I_s}$$



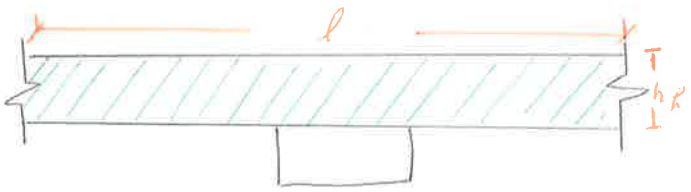
محاسبه I_s :

a) دال بر روی تیر کناری:



$$I_s = \frac{1}{12} l h_f^3$$

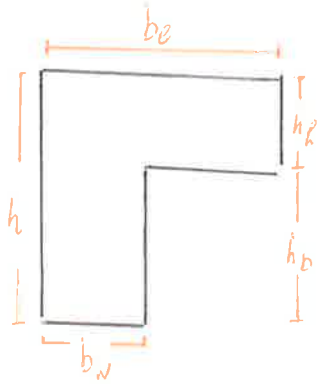
b) تیر مستطیلی:



$$I_S = \frac{1}{12} \times l \times h_f^3$$

* محاسبه I_b:

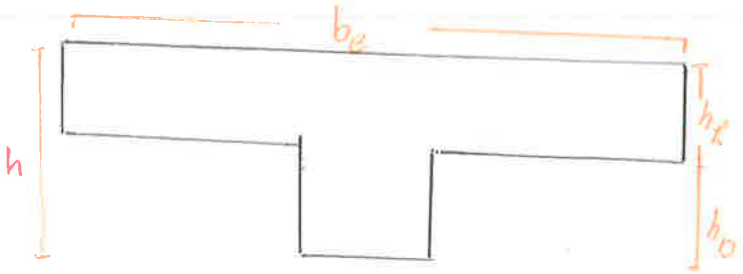
a) تیر T شکل کناری



$$b_e - b_w \leq h_b$$
$$b_e - b_w \leq 4h_f$$

→ از تبدیل نامساوی به مساوی می‌توان b_e را محاسبه کرد ⇒ مقدار کمینه (min) مدنظر خواهد بود

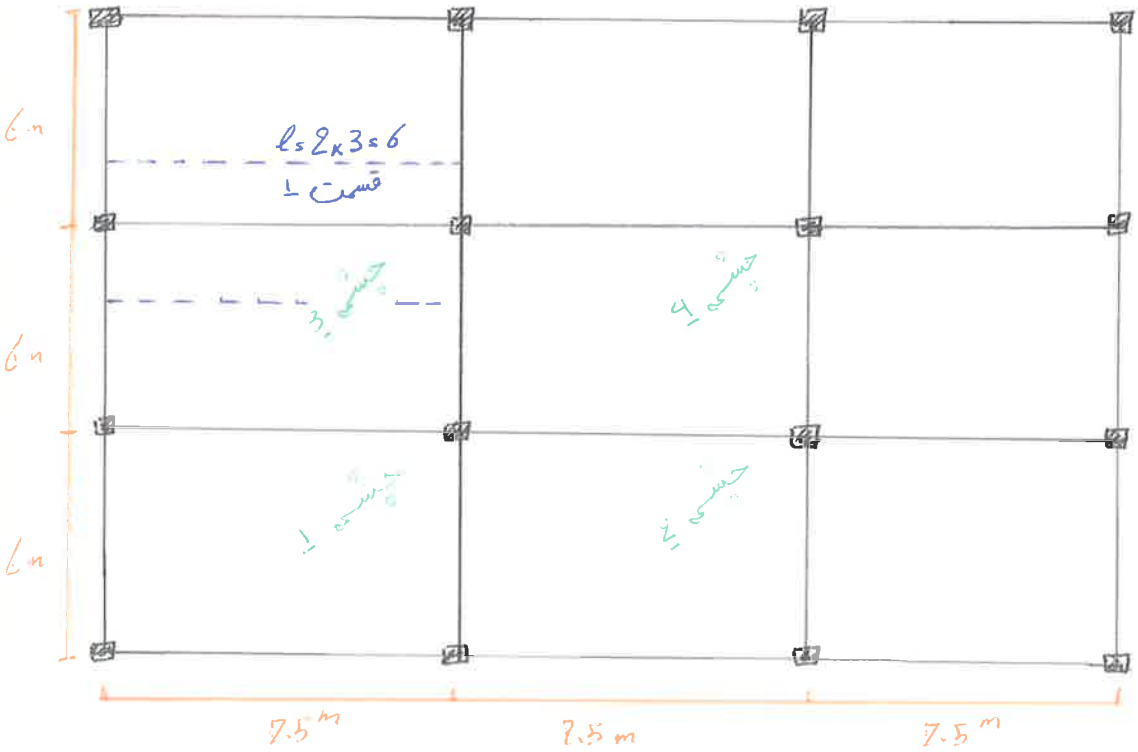
b) تیر T شکل میانی



$$(b_e - b_w)/2 \leq h_b$$
$$(b_e - b_w)/2 \leq 4h_f$$

⇒ مقدار کمینه (min) مدنظر خواهد بود

مثال:



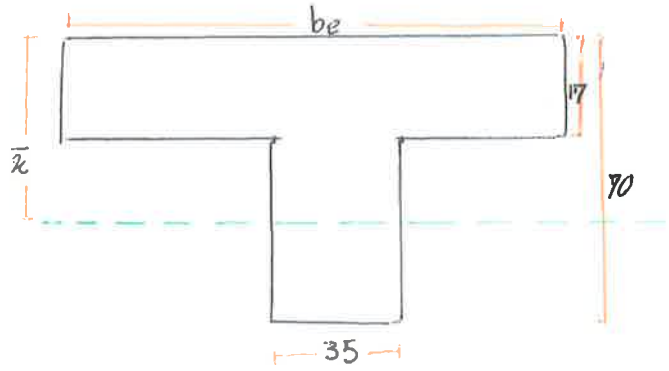
تیر در جهت بلند تر:
$b_w = 35$ cm
$h_f = 17$ cm
$h = 70$ cm

تیر در جهت دهانه کوچکتر:
$b_w = 30$ cm
$h_f = 17$ cm
$h = 60$ cm

$F_y = 300$ MPa

1. در جهت دهانه های بزرگتر :

a-1) برای تیر میانی :



$\frac{b_e - 35}{2} \le 70 - 17 = 53 \Rightarrow b_e = 141$

$\frac{b_e - 35}{2} \le 4 \times 17 = 68 \Rightarrow b_e = 171$

$\min \rightarrow b_e = 141$

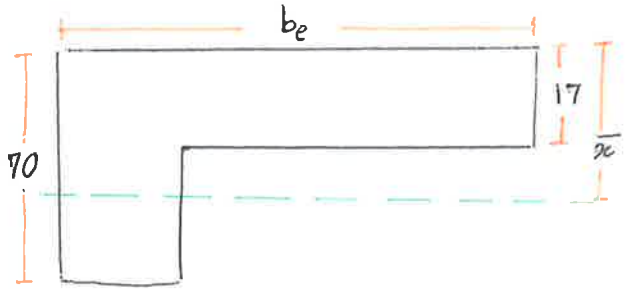
$\bar{x} = \frac{\sum A \cdot y}{\sum A} = 23.8$

$I_b = 1772973\ cm^4$

$I_s = \frac{1}{12} \times 600 \times 17^3 = 245650\ cm^4$

$\alpha_F = \frac{I_b}{I_s} = 7.22$

b-1) برای تیر کناری :



$b_e - 35 < 53 \Rightarrow b_e = 88$

$b_e - 35 \le 68 \Rightarrow b_e = 103$

$\min \rightarrow b_e = 88\ cm$

$\bar{x} = 27.9\ cm$

$I_b = 1484721\ cm^4$ ← ممان اینرسی مقطع تیر ← از رابطه ممان اینرسی

$I_s = \frac{1}{12} \times 300 \times 17^3 = 122825\ cm^4$ ← ممان اینرسی مقطع دال ← از دوا ابعاد گفته شده

$\alpha_F = 12.09$

2. در جهت دهانه های کوچکتر :

a) برای تیر میانی : (شکل مشابه a-1)

$\frac{b_e - 35}{2} \le 60 - 17 = 43$

$\frac{b_e - 35}{2} \le 4 \times 17 = 68$

$\min \rightarrow b_e = 116 \rightarrow \bar{x} = 20.4\ cm$

$I_b = 948132\ cm^4$

$I_s = \frac{1}{12} \times 750 \times 17^3 = 307063$

$\alpha_F = 3.09$

b) برای تیر کناری : (شکل مشابه b-1)

$b_e - 30 \le 43$

$b_e - 30 \le 68$

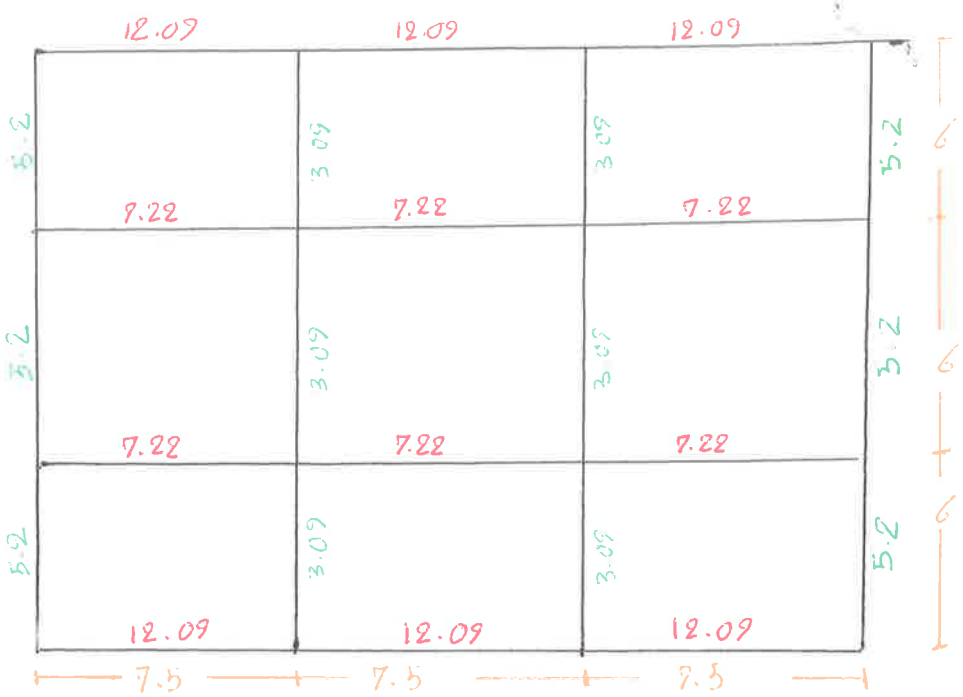
$\min \rightarrow b_e = 43 \Rightarrow \bar{x} = 23.8\ cm$

$I_b = 797917\ cm^4$

$I_s = \frac{1}{12} \times \frac{750}{2} \times 17^3 = 153531$

$\Rightarrow \alpha_F = 5.2$

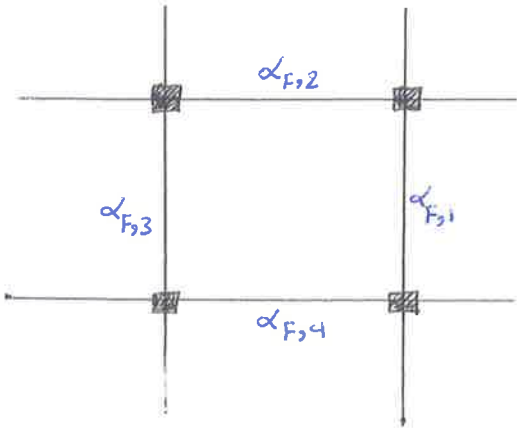
3. واردکردن α :



پایان مثال

α : برای محاسبه ضخامت حداقل دال استفاده می شود.

با توجه به چشمه ها خواهیم داشت :



$$\alpha_{F,m} = \frac{\alpha_{F,1} + \alpha_{F,2} + \alpha_{F,3} + \alpha_{F,4}}{4}$$

انواع چشمه ها : (panels)
- کنار
- میانی
- گوشه

* حداقل ضخامت دال در سیستم دال دوطرفه :

a) برای $\alpha_{F,m} \leq 0.2$:

محاسبه حداقل ضخامت از جدول زیر :

f_y	دال بدون کتیبه	دال با کتیبه
300 MPa	$\ell_n/36$	$\ell_n/40$
400 MPa	$\ell_n/33$	$\ell_n/36$

نکته :

ضخامت دال نباید در حالت بدون کتیبه از 120 mm و در حالت با کتیبه از 100 mm کمتر شود.

b) برای $0.2 \leq \alpha_{F,m} \leq 2$:

طول دهانه آزاد در جهت بلندتر

$$h_{f,min} = \frac{l_n \times (0.8 + l_y/1500)}{36 + 5\beta(\alpha_{F,m} - 0.2)} \geq 120^{mm}$$

نسبت طول دهانه آزاد بلندتر به طول دهانه آزاد کوتاه‌تر.

c) برای $\alpha_{F,m} > 2$:

$$h_{f,min} = \frac{l_n \times (0.8 + l_y/1500)}{36 + 9\beta} \geq 90^{mm}$$

نکته :

در کناره‌های غیرپیوسته (دو سر دال) لازم است تیرهای لبه‌ای با حداقل $\alpha_F = 0.8$ قرار داده شوند.

در مواردی که تیر لبه‌ای قرار داده نمی‌شود لازم است حداقل ضخامت دال در چشمه‌های دارای لبه غیرپیوسته در روابط بند b و c ، 10% افزایش یابند.

مثال

در مثال قبل حداقل ضخامت دال را محاسبه کنید. (برای چشمه‌های 1 و 2 و 3 و 4 محاسبه می‌کنیم. بقیه مشابه‌اند)

step1 : محاسبه $\alpha_{F,m}$ برای چشمه گوشه (1) :

$$\alpha_{F,m} = \frac{1}{4}(5.2 + 3.09 + 12.09 + 7.22) = 6.9 > 2$$

step2 : محاسبه $\alpha_{F,m}$ برای چشمه کناری (2) :

$$\alpha_{F,m} = \frac{1}{4}(3.09 + 3.09 + 7.22 + 17.09) = 6.37 > 2$$

step3 : محاسبه $\alpha_{F,m}$ برای چشمه کناری (3) :

$$\alpha_{F,m} = \frac{1}{4}(5.2 + 3.09 + 7.22 + 7.22) = 5.68 > 2$$

step4 : محاسبه $\alpha_{F,m}$ برای چشمه میانی (4) :

$$\alpha_{F,m} = \frac{1}{4}(3.09 \times 2 + 7.22 \times 2) = 5.16 > 2$$

step5 : محاسبه β (برای هر چهار چشمه یکسان است)

$$\beta = \frac{7.5 - 0.3}{6 - 0.35} = 1.27$$

Step6 : محاسبه $h_{f,min}$:

$$h_{f,min} = \frac{7200\left(0.8 + \frac{300}{1500}\right)}{36 + 9 \times 1.27} = 152\ mm$$

پس ضخامت 170^{mm} قابل قبول می‌باشد.

نکته: اگر از ضخامت حداقل (min) کمتر می‌بود، بایستی مجدداً h_f فرض و α_f محاسبه و روند تکرار می‌شد.

پایان مثال

میلگرد حرارتی: حداقل میلگرد طولی که در دال‌ها استفاده می‌شود، میلگرد طولی خواهد بود که در دو جهت قرار خواهد گرفت. (ρ^T)

$$\text{if} \quad F_y < 420\ Mpa \longrightarrow \rho^T = 0.002\ A_g$$

مساحت دال

$A_g = 1 \times h\ (m^2)$

$$\text{if} \quad F_y \geq 420\ Mpa \longrightarrow \rho^T = \max\left[0.0014\ A_g,\ \frac{0.0018 \times 420}{F_y} A_g\right]$$

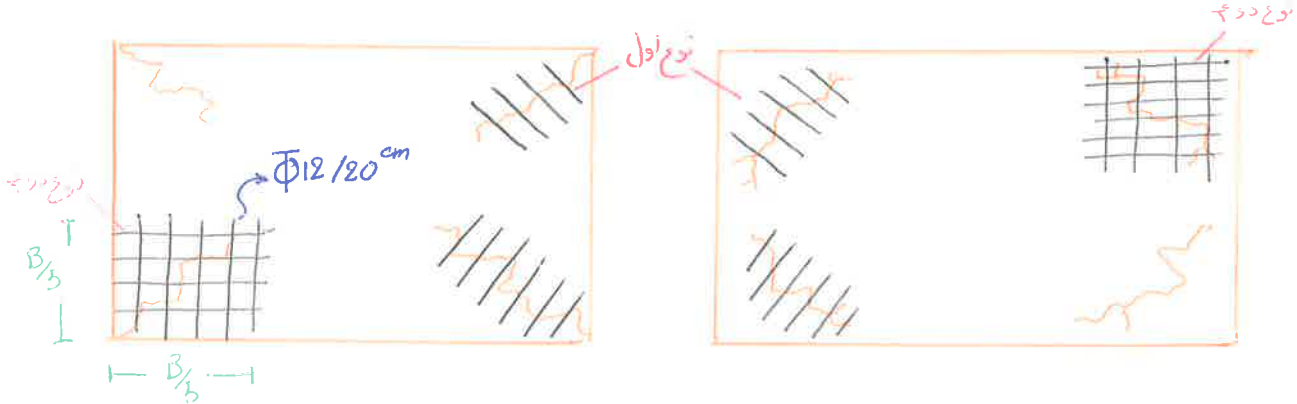
* حداکثر فاصله آرماتور حرارتی:

ضخامت دال

$$S \leq \min\left(5h,\ 450^{mm}\right)$$

آرماتور گوشه:

اگر دال متصل نباشد، تحت بارگذاری گوشه‌ها به سمت بالا حرکت می‌کنند. ولی در ساختمان به دلیل مقید بودن گوشه‌ها لنگر اضافی تولید می‌شود و اگر برای گوشه‌ها آرماتور پیش‌بینی نشود، احتمال ایجاد ترک وجود خواهد داشت.



زیر دال

موازی قطر

روی دال

عمود بر قطر

مقدار آنها تقریبی و برابر با مقدار آرماتور مثبت در وسط دهانه خواهد بود.

مثلاً: $\Phi 12/20^{cm}$ برای آرماتور وسط دهانه ← استفاده برای آرماتور گوشه.

جلسه (96,2,24)

مثال:

دال یکطرفه تویر

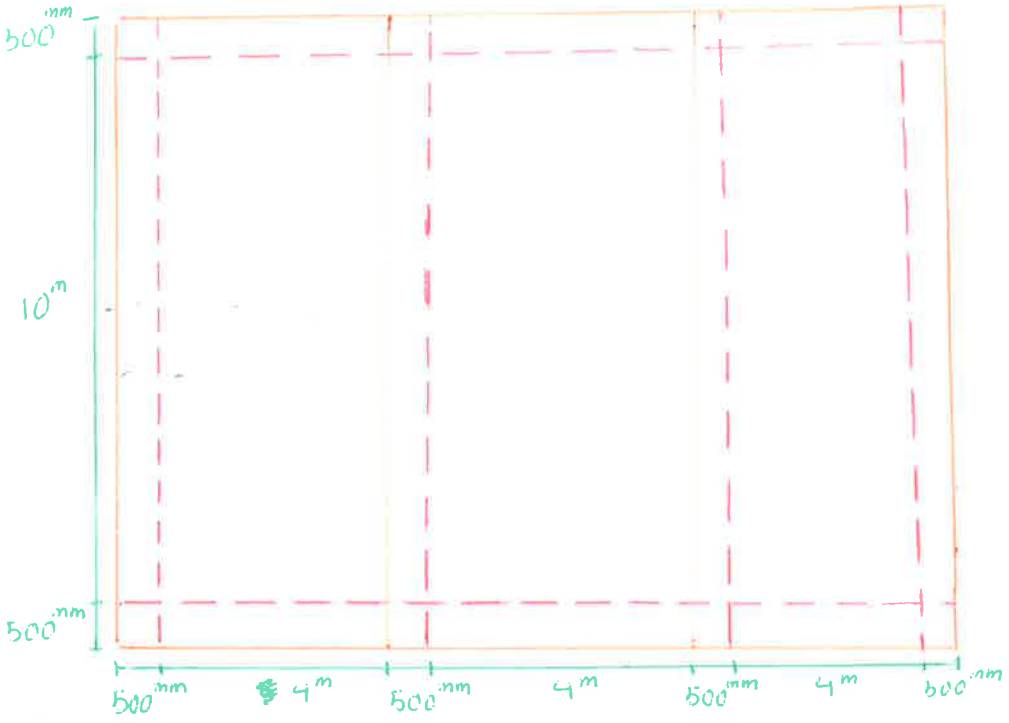
$D_s = 3\,kN/m^2$

$L = 5\,kN/m^2$

$f'_c = 20\,MPa$

$f_y = 4\,MPa$

$\gamma = 25\,kN/m^3$



step1: ضخامت دال:

$A = 4^m$, $B = 10^m$ $\rightarrow \frac{B}{A} = \frac{10}{4} = 2.5 > 2 \Rightarrow$ دال یکطرفه می باشد

یک انتها پیوسته $h = \ell_{/24} = \frac{4.5}{24} = 0.19^m$

دو انتها پیوسته $h = \ell_{/28} = \frac{4.5}{28} = 0.16^m$

$\rightarrow h = 160^{mm}$, $d = 130^{mm}$

step2: محاسبه بار نهایی:

$D = 0.16 \times 1 \times 25 + 3 = 7\,kN/m$

$L = 5\,kN/m$

$\rightarrow w_u = 1.2 \times 7 + 1.6 \times 5 = 16.4\,kN/m$

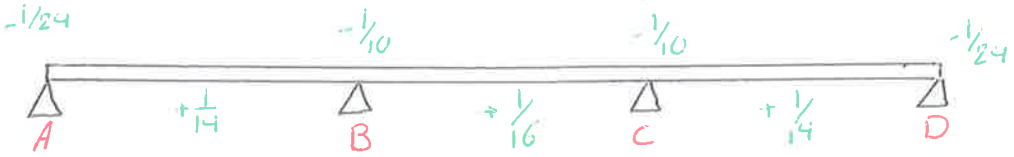
step3: کنترل برش:

$V_u = 0.575\, w_u \ell_n = 0.575 \times 16.4 \times 4 = 37.72\,kN/m$

$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f'_c}\, b_w d = \frac{1}{6}\sqrt{20} \times 1000 \times 130 \times 10^{-3} = 96.9\,kN/m$

$V_u = 37.72 < \phi V_c = 0.75 \times 96.9 = 72.7$ $\rightarrow$ ضخامت دال برای برش کفایت می کند

step4 : طرح برای خمش (با استفاده از ضرایب تقریبی ممان)



1-4) M_B^- :

$$M_u = \frac{1}{10} \times w_u \times l_n^2 = \frac{1}{10} \times 16.4 \times 4^2 = 26.24 \ kN.m/m$$

$$R_n = M_u / \varphi b d^2 = \frac{26.24 \times 10^6}{0.9 \times 1000 \times 130^2} = 1.725 < R_{max} = 5.065$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{400}{0.85 \times 20} = 23.53$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2m}{f_y} R_n}\right) = 0.00456$$

$$A_s = \rho b d = 0.00456 \times 1000 \times 130 = 592 \ mm^2/m$$

1-1-4) کنترل φ :

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{592 \times 400}{0.85 \times 20 \times 1000} = 13.9 \ mm$$

$$C = \frac{a}{\beta_1}, \quad \beta_1 = 0.85 \rightarrow C = 16.4 \ mm$$

$$\frac{C}{d_t} = \frac{16.4}{130} = 0.126 < 0.375 \rightarrow \varphi = 0.9$$

2-1-4) کنترل آرماتور برای دلیلی :

$$A_{s,min} = 0.002 A_g = 0.002 \times 1000 \times 160 = 326 \ mm^2 < 592 \ O.K \checkmark$$

$$S_{max} = \min(3h, 450) = 450 \ mm$$

3-1-4)

use $\Phi 12 : 113 \ mm^2 \Rightarrow 6\Phi 12/m$, $A_s = 678 > 592$

$$S = \frac{1000}{6} = 167 < S_{max} \ O.K \checkmark$$

2-4) M_{AB}^+ :

$$M_u = \frac{1}{14} w_u l_n^2 = \frac{1}{14} \times 16.4 \times 4^2 = 18.74 \ kN.m$$

$$R_n = 1.232 < R_{max} \Rightarrow \rho = 0.0032 \Rightarrow A_s = 416 \ mm^2 > A_{s,min} \ O.K \checkmark$$

use $4\Phi 12/m$, $A_s = 452 \ mm^2/m$, $S = 250 \ mm$

: M_{BC}^{+} (3-4

$M_u = \frac{1}{16} w_n l_n^2 = 10.83$

$R_u = 1.078 \rightarrow \rho = 0.00279 \rightarrow A_s = 362\ mm^2$

use $4\phi 12/m$, $A_s = 452$, $s = \frac{1000}{4} = 250\ mm$

: M_A^{-} (4-4

$M_u = \frac{1}{24} w_u l_n^2 = 10.83\ kN.m$

$R_n = 0.719 \rightarrow \rho = 0.00184 \rightarrow A_s = 238 < A_{s,min}$ OKV

$A_s = 320$

use $3\phi 12/m$, $A_s = 339$, $s = \frac{1000}{3} = 333 < s_{max}$ OKV

Step5 : فولاد حرارتی :

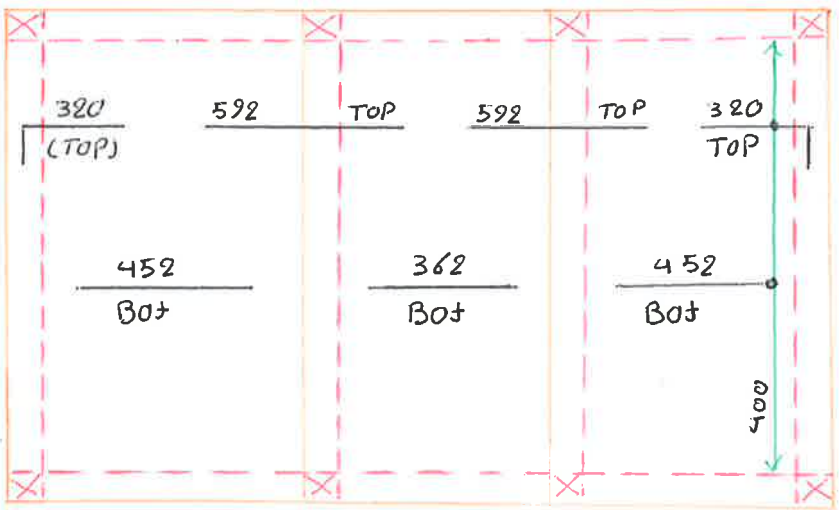
عمود بر فولادهای اصلی :

$\rho^T = 0.002 A_g = 320\ mm^2/m$

$\phi 8 = 50\ mm^2 \rightarrow \phi 8/25^{cm} = 200\ mm^2/m$

حولایی بالا و پایین

$A_s = 2 \times 200 = 400 > 320$

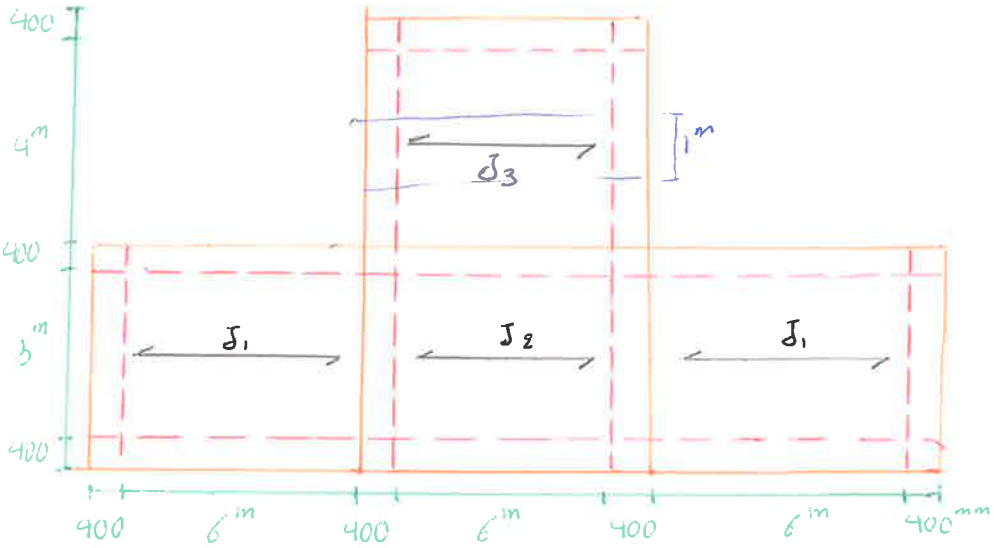


برای فولادگذاری چی کرد ؟

فکر کنم موقع فولادگذاری اشتباه کرد . چک شود .

بله با توجه به عنوان سؤال ، تاوه یکطرف ، طبقه 4 اشتباه کرده‌ات .

مثال :



دال یکطرفه تیرچه بلوک

$D = 3$

$L = 5$

$f'_c = 20$

$f_y = 400$

$\gamma = 25$

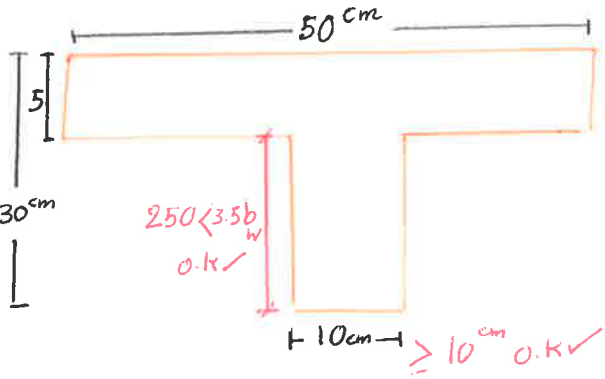
وزن هر بلوک سفالی 10^{kg}

Step 1 : ضخامت سقف :

* بر مبنای J_3 (به دلیل سادگی محاسبات)

$$h = \frac{l}{20} = \frac{6 + 2 \times 0.2}{20} = 0.32^{m}$$

استفاده از $h = 300^{mm}$



بلوک به ارتفاع 25^{cm} و عرض 0.25^{cm} همراه با 5^{cm} بتن روی آن و عرض جان 10^{cm}

ضخامت دال $\geq \max\left(\frac{5}{12}, 50^{mm}\right) = \max\left(\frac{400}{12}, 50\right) = 50^{mm}$. o.k

وزن مرده سقف $= (8 \overset{?}{\times} 0.1) + (0.5 \times 0.05 + 0.1 \times 0.25) \times 2 \times 1 \times 25 = 3.3$?

$D = 3.3 + 3 = 6.3 \ KN/m^2$

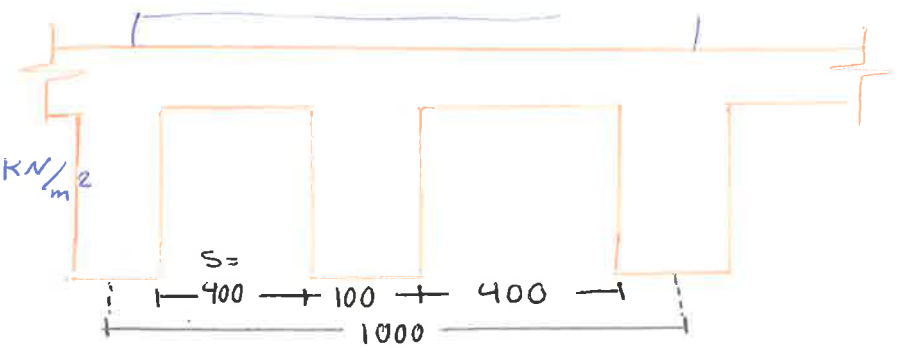
$L = 5 \ KN/m^2$

$W_u = 1.2 \times 6.3 + 1.6 \times 5 = 15.56 \ KN/m^2$

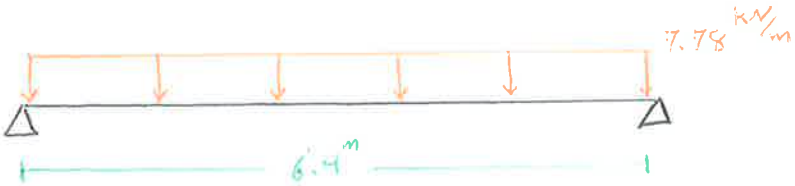
$\overline{W}_u = b \times W_u = 0.5 \times 15.56$

$= 7.78 \ KN/m.l$

کم‌تر طول



step2 تیرچه J_3 :



$$M_u = \frac{1}{8} w_u l_n^2 = 7.78 \times \frac{6.4^2}{8} = 39.8 \text{ kN.m}$$

$$h = 300^{mm}, \quad d = 270^{mm}$$

$$\bar{M} = 0.85 \times f'_c \times b_e \times h_f \left(d - \frac{h_f}{2}\right) = 0.85 \times 20 \times 500 \times 50 \times \left(270 - \frac{50}{2}\right) \times 10^{-6} = 104.1$$

تبدیل واحد

$$M_u = 39.8 \leq \varphi \bar{M} \Rightarrow 0.9 \bar{M} = 93.7$$

با مستطیل بزرگ طرف هستیم

در غلب مواقع روی می‌دهد

$$R_n = \frac{M_u}{\varphi b d^2} = \frac{39.8 \times 10^6}{0.9 \times 500 \times 270^2} = 1.21 < R_{max} = 5.065$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2m}{f_y} R_n}\right] = 0.00314$$

$$\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y} = 0.0035$$

$$A_s = \max(\underbrace{\rho b_e d}_{424\,mm^2}, \underbrace{\rho_{min} b_w d}_{A_{s,min} = 94.5\,mm^2}) = 424\,mm^2$$

چون نمودار لنگر سهمی می‌باشد لزومی ندارد که تماماً سراسری باشند. نصف یا بیش از نصف سراسری باشند کفایت می‌کند.

Try $2\Phi 14 + \Phi 14$, $A_s = 462^{mm^2}$

یعنی ۲ تا سراسری داریم و یکی در وسط قطع شده

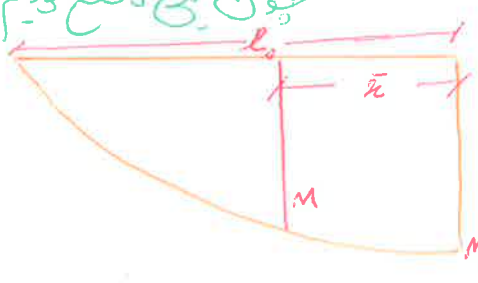
check :

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{462 \times 400}{0.85 \times 20 \times 500} = 21.7^{mm}$$

$$\varphi M_n = 0.9 \times A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = 43.1 \text{ kN.m} > M_u = 39.8 \quad \text{O.K} \checkmark$$

قطع کردن تورها :

چون یکی را قطع کردیم برای $2\Phi 14$ حساب می‌کنیم



$$2\Phi 14 \longrightarrow A_s = 308$$

$$a = \frac{A_s \times f_y}{0.85 f'_c b} = 14.5^{mm} \rightarrow \varphi M_n = 29.1$$

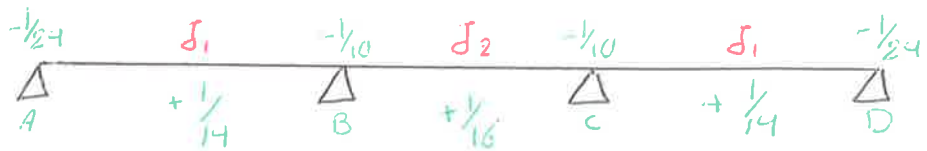
$$\bar{x} = \sqrt{1 - \frac{M}{M_0}} \times l_0 = \sqrt{1 - \frac{29.1}{43.1}} \times 3.2 = 1.82$$

$x = \bar{x} + \max(d, 12d_0) = 1.82 + \max(0.27^m, 12 \times 0.014^m) = 2.08^m$

$x = 2.25^m$

$J_3 : 2\Phi 14 \ (l = 6.4^m) + \Phi 14 \ (l = 4.5^m)$

step 3: تیرچه‌های J_1 و J_2 به صورت پیوسته:



$J_1 : l_n = 6m \ , \ M_u^+ = \frac{1}{14} w_u l_n^2 = \frac{1}{14} \times 7.78 \times 6^2 = 20 \ kN \leq \varphi \bar{M} = 93.7$

با مستطیل بودن سروکار داریم

$R_n = \frac{M_u}{\varphi b d^2} = \frac{20 \times 10^6}{0.9 \times 500 \times 270^2} = 0.61 \longrightarrow \rho = 0.00155$

$A_s = 0.00155 \times 500 \times 270 = 210 > 94.5$

Try $3\Phi 10$, $A_s = 235.5 \ mm^2$

$x = 3 \times \sqrt{1 - \boxed{\frac{2}{3}}} + 0.27 = 2^m \Rightarrow x = 2.25^m$

به تقریب می‌توان اینگونه گفت که 2 تا آرماتور از 3 تا باید حفظ شود و یکی قطع شود.

$J_1 : 2\Phi 10 \ (l = 6.4^m) + \Phi 10 \ (l = 4.5^m)$

$J_2 : l_n = 6^m \ , \ M_u^+ = 17.51 \leq \varphi \bar{M}_n \Rightarrow R_n = 0.534 \longrightarrow \rho = 0.00136 \longrightarrow A_s = 183 > 94.5$

$J_2 : 2\Phi 12 \ (l = 6.4^m)$

$M_B^- \Rightarrow l_n = \frac{6+6}{2} \Rightarrow M_u = \frac{1}{10} w_u l_n^2 = 28 \ kN \cdot m$

$R_n = \frac{M_u}{\varphi b d^2} = \frac{28 \times 10^6}{0.9 \times 100 \times 270^2} = 4.268 < R_{max}$

چون در ممان منفی فقط مستطیل جان کار می‌کند.

$\rho = 0.0125 \longrightarrow A_s = 338 > A_{s,min} = 94.5 \Rightarrow$ Try $2\Phi 16$, $A_s = 402$

check:

$a = A_s f_y / 0.85 f'_c b = \frac{402 \times 400}{0.85 \times 20 \times 100} = 94.6$

$M_u = 28 < \Phi M_n = \Phi A_s f_y (d - a/2) = 32.2 \ kN$ o.k ✓

M_A^- :

$$M_u = \frac{1}{24} w_u l_n^2 = 11.67 \rightarrow R_n = 1.779 \rightarrow \rho = 0.0047$$

$$A_s = 0.0047 \times 100 \times 270 = 127.1 > A_{s,min}$$

Try $\Phi 14$, $A_s = 154\ mm^2$

step4 : طرح برای برش :

$$V_u = 0.575\, w_u l_n = 0.575 \times 7.28 \times 6 = 26.84\ kN$$

$$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{20} \times 100 \times 270 \times 10^{-3} = 20.1\ kN$$

تبدیل واحد

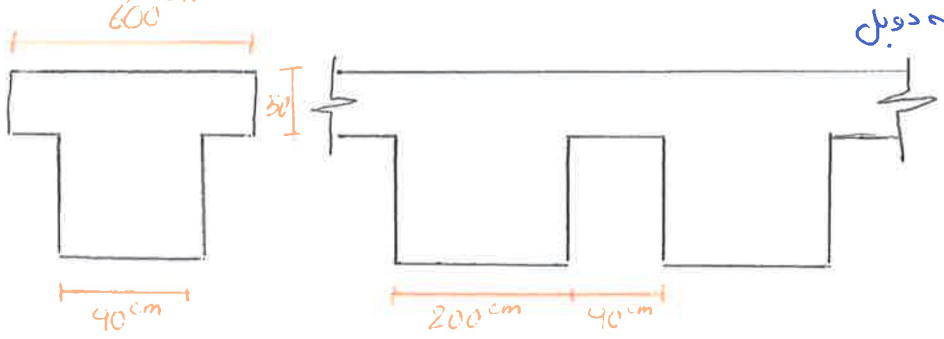
$$V_u = 26.84 > (1.1 \varphi V_c) = 1.1 \times 0.75 \times 20.1 = 16.6\ kN$$

[تجدید کردن آیین‌نامه مبنی بر افزایش 10%]

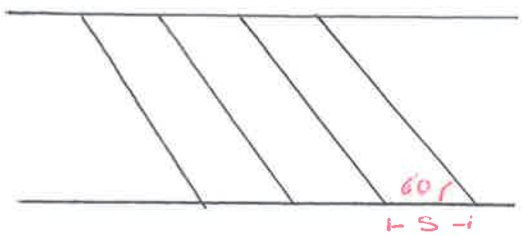
برش جواب نمی‌دهد :

راه حل :

1- تیرچه دوبل



2- خاموت مایل



حل به روش دوم :

$$V_s = \frac{V_u}{\varphi} - (1.1\, V_c) = \frac{26.84}{0.75} - (1.1 \times 20.1) = 13.7\ kN$$

$$V_s = 13.7 < 4\Phi\,(1.1 V_c) = 66.3$$

$$V_s = 13.7 < 2\Phi\,(1.1 V_c) = 33.2$$

ابعاد کفایت دارد

$$S_{max} = \min\left(\tfrac{3}{8} d\,(1+\cot\alpha)\,,\ 600\,mm\right) = 160\ mm$$

$$f_{y,t} = 220\ MPa\ ,\ S = 160\ ,\ \sin\alpha = 0.87\ ,\ \cos\alpha = 0.5$$

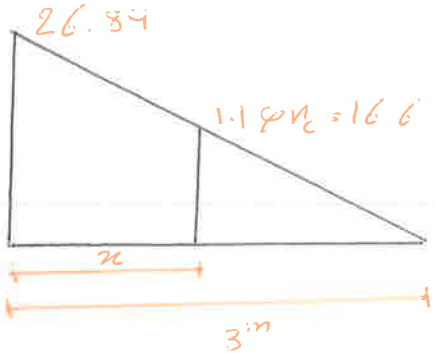
$$A_v = \frac{V_s S}{\alpha f_{y,t}(\sin\alpha+\cos\alpha)} = \frac{13.7\times10^3 \times 100}{270 \times 220 \times (0.87+0.5)} = 26.9\ mm^2$$

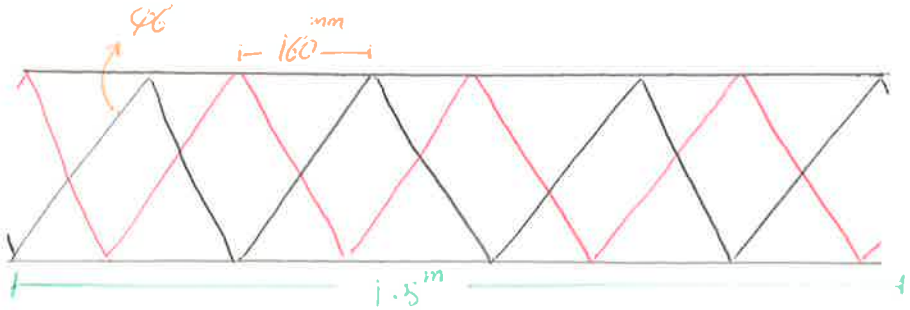
Try $\Phi 6$ (ساده) , $A_v = 28.3\ mm^2 > A_{v,min}$ O.K ✓

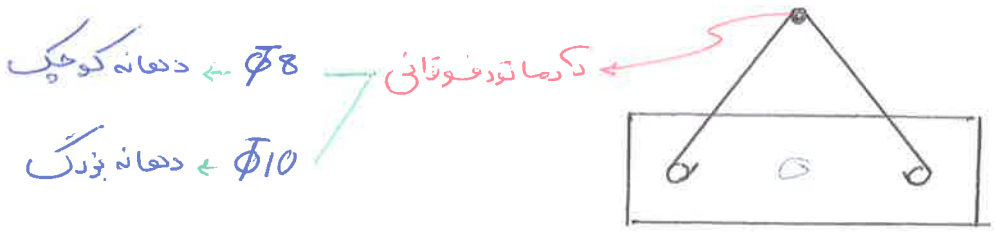
$$A_{v,min} = \max\left(\tfrac{1}{16}\sqrt{f'_c}\,\frac{b_w s}{f_{y,t}}\ ,\ 0.35\,\frac{b_w \cdot s}{f_{y,t}}\right) = 25.4\ mm^2$$

نیروهای d_1 و d_2 به صورت زیر است:

$$x = \left(1-\frac{16.6}{26.84}\right)\times 3 = 1.14 \longrightarrow 1.5\ m$$







step5 : دیاگرام فوقانی :

step6 : دیاگرام جانبی :

$$A_s = 0.002 \times 1000 \times 50 = 100\ mm^2$$

Try $\Phi 6/20^{cm} = 113.2\ mm^2/m$

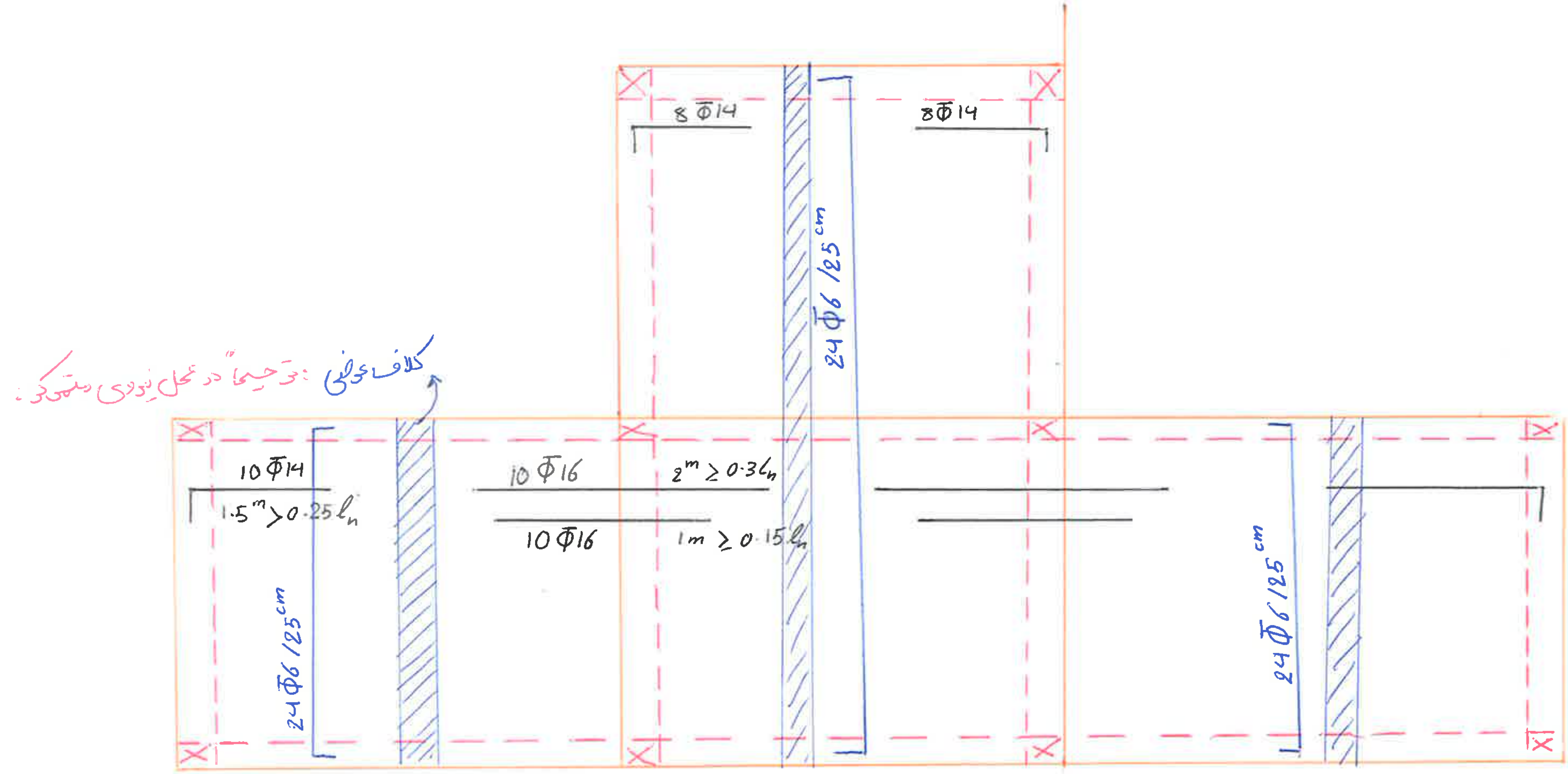
step7 : کلاف عرضی :

معمولاً :

if $l < 5^m \rightarrow 2\Phi 8$

if $5^m < l < 7^m \rightarrow 2\Phi 10$

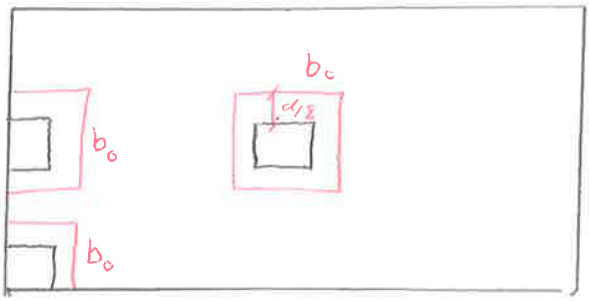
if $l > 7^m \rightarrow 2\Phi 12$

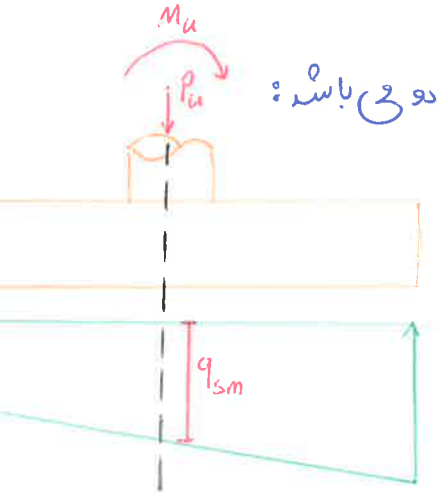


نمونه کامل - در تمرین های حل شده - قاب های دو طبقه - صفحه 5/6

منشور b_0 :

پیرامون (محیط) خطوط شکست به فاصله $d/2$ از بر ستون .





* استفاده از مساحت هاشور خورده ساده تر از روش روبه رو می باشد :

$$V_{u,2} = q_u - q_{sm}\,(x+d)(y+d)$$

ابعاد ستون

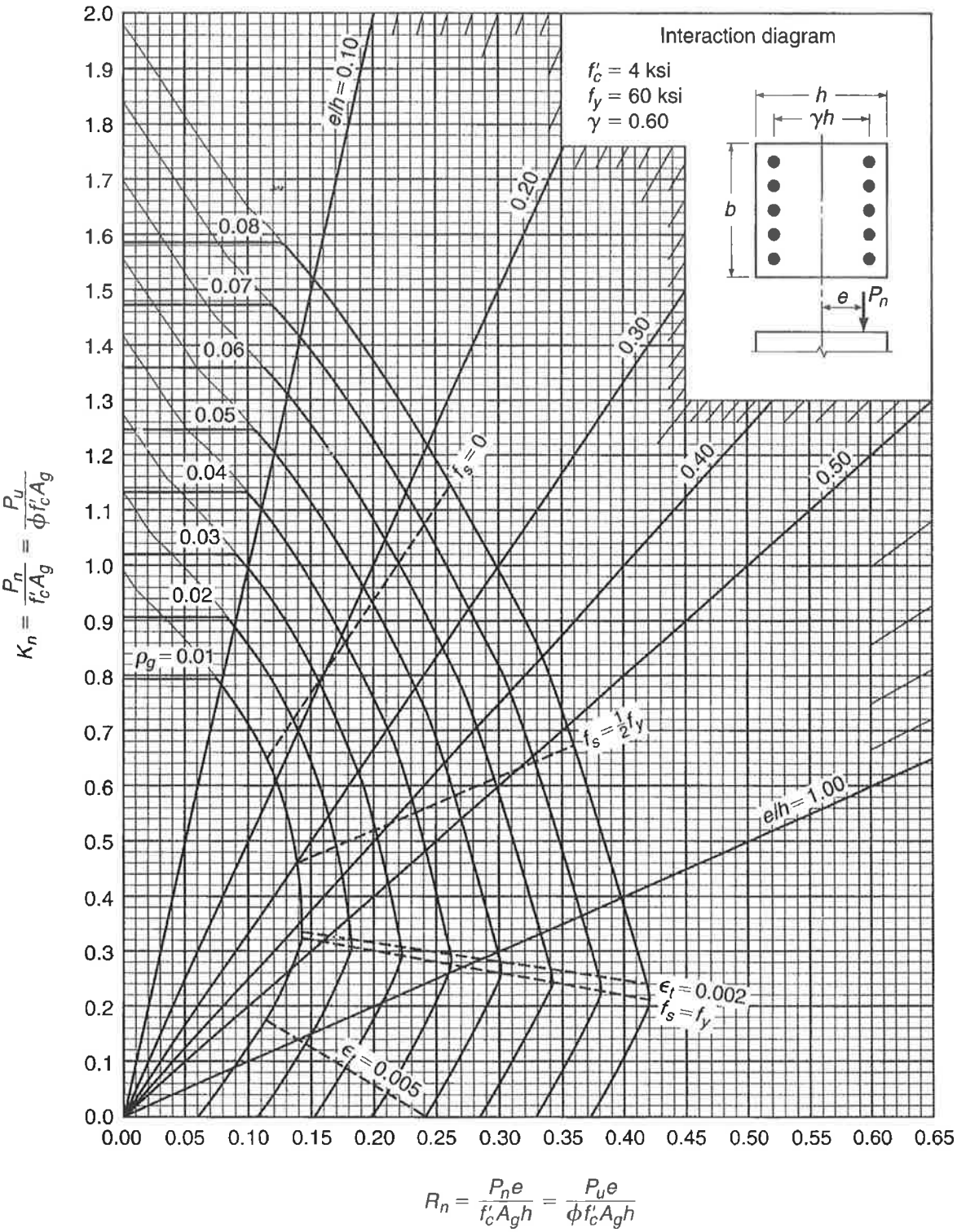
محدودیت های $V_{u,2}$:

با استفاده از d این محدودیت ها اعمال می شوند .

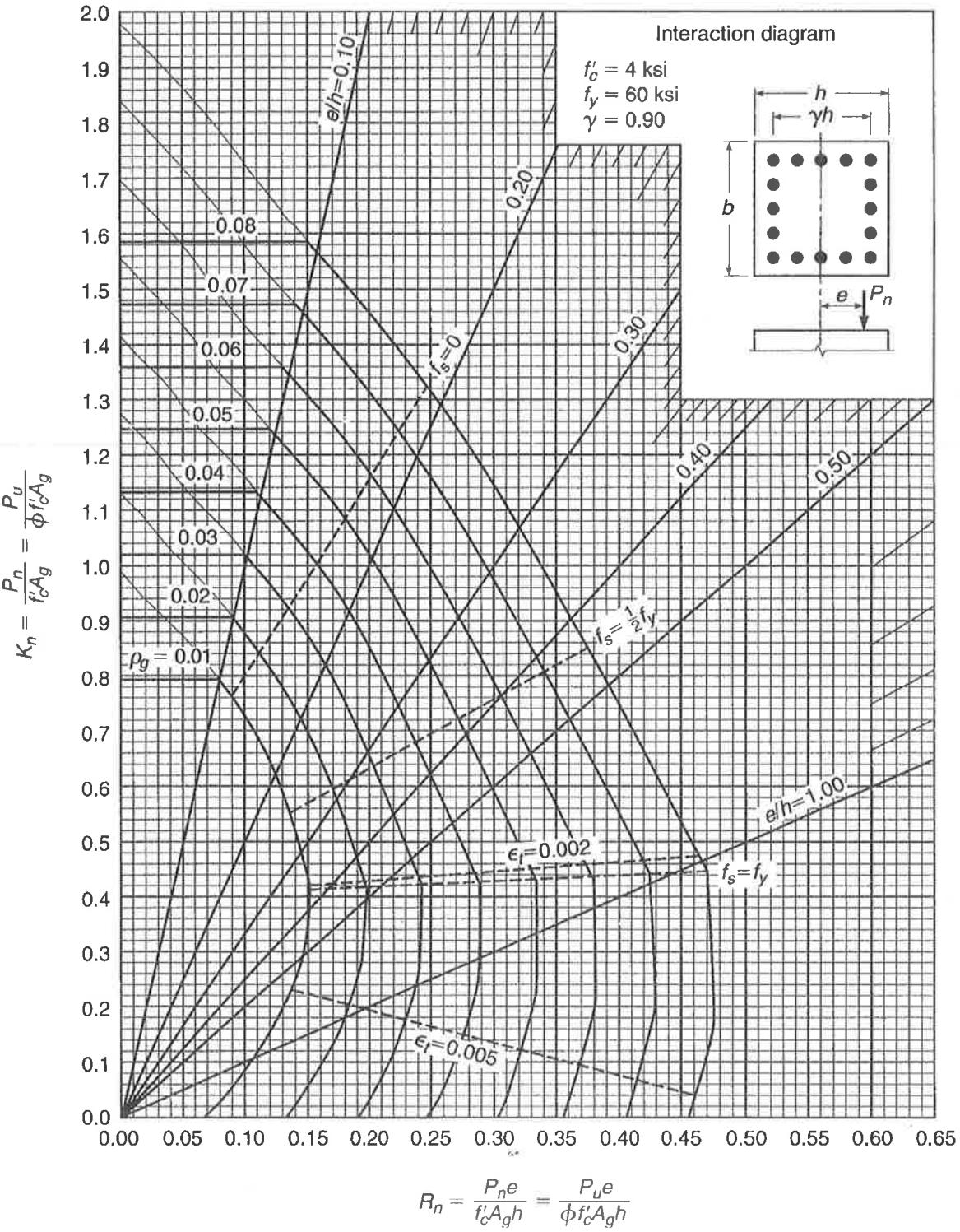
$$V_s = \max\left\{ \frac{3V_{u,2}}{\varphi\sqrt{f'_c}\,b_0} \,,\; \frac{6V_{u,2}}{\varphi\left(1+\frac{2}{\beta}\right)\sqrt{f'_c}\,b_0} \,,\; \frac{12V_{u,2}}{\varphi\left(2+\frac{\alpha_s d}{b_0}\right)\sqrt{f'_c}\,b_0} \right\}$$

$$\beta = \frac{\text{بعد بزرگتر ستون}}{\text{بعد کوچکتر ستون}}$$

$\alpha_s \Rightarrow$
- ستون میانی $\rightarrow 40$
- ستون کناری $\rightarrow 30$
- ستون گوشه $\rightarrow 20$



GRAPH A.9
Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on end faces and $\gamma = 0.60$.



GRAPH A.8
Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on four faces and $\gamma = 0.90$.

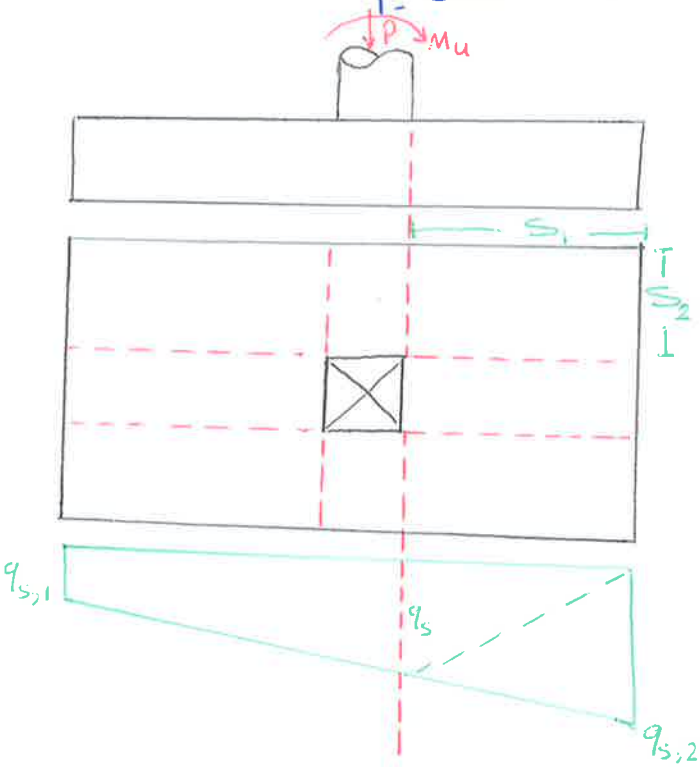
جوابگویی به خمش:

نیاز به دکماتور فشاری داشته باشد (با d کمتر)

نیاز به دکماتور فشاری نداشته باشد (با d بیشتر)

طراحی تی خمش: (M_u)

عیناً مشابه تیرها بوده و خمش را به صورت بوستون بررسی می‌کنیم.

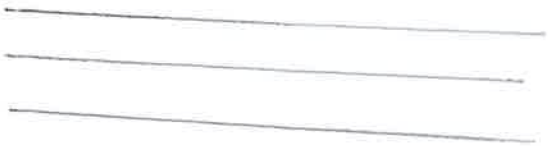


بطور نوار 1^m: $M_u = \frac{1}{2} \times q_{s_2} \times S_1 \times \frac{2}{3} S_1 + \frac{1}{2} q_s \times S_1 \times \frac{1}{3} S_1$ $(kN.m/m)$

$R_n \rightarrow \rho \rightarrow A_s$

فولاد: حداقل (min) ← حوادثی

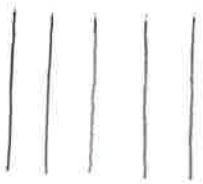
حداکثر (max) ← مانند تیرها



در جهت طولی

و همین طور در مورد جهت دیگر:

$M_u = \frac{1}{2} (q_{s,1} + q_{s_2}) \times S_2^2 / 2$



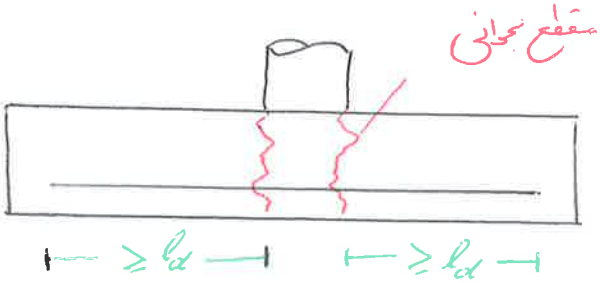
در جهت عرضی

کنترل طول مهاری (گیرایی):

توصیه بر خم کردن دو سر میلگردان حتی اگر طول گیرایی جوابگو باشد.

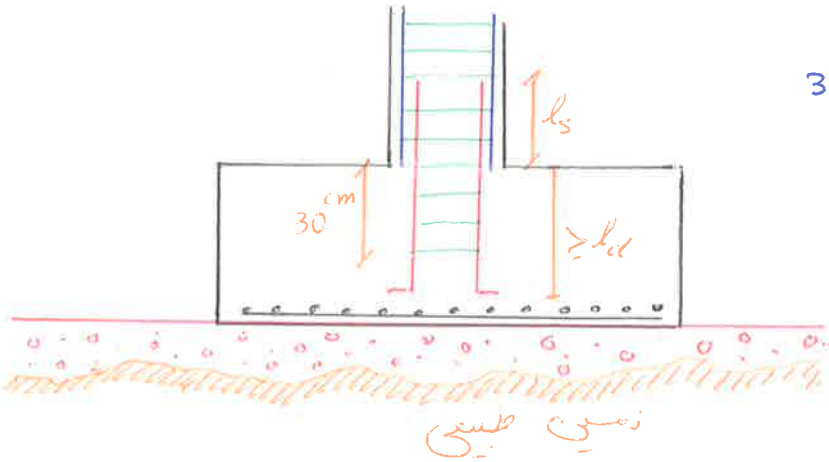
قلاب: l_{dh}

مستقیم: l_d



اتصال ستون به شالوده :

خاموت های ستون باید حداقل 30^{cm} تا داخل شالوده پیش بروند



بتن مگر ⇐ از پلاستیک هم استفاده می شود ولی مؤثر نیست.

مثال :

ستونی با مقطع $40^{cm} \times 40^{cm}$ با $8\Phi 24$ تقویت شده. این ستون در شرایط عادی بار محوری P با مشخصه ی $P\begin{cases} D:400 \\ L:200^{kN} \end{cases}$ و لنگر M با $M:\begin{cases} D:60 \\ L:40 \end{cases}$ را تحمل می کند.

زیر اثر بار ناشی از زلزله ستون ناگزیر از تحمل بارهای $\begin{cases} P_E = 150^{kN} \\ M_E = 80\ kN.m \end{cases}$ می باشد. مقاومت مجاز خاک $2\ kg/cm^2$ می باشد. شالوده این ستون را طرح نمایید.

$(h_y = 400 \ , \ 20 = h_c')$

Step1 : تعیین بارها :

نکته :

$$service \begin{cases} P_s = 400 + 200 = 600\ kN \\ M_s = 60 + 40 = 100\ kN.m \end{cases}$$

⇒ معمولاً 10% بار P_s را برای وزن شالوده در نظر می گیریم. ⇒ $W_f = 0.1 P_s = 60\ kN$

$$① \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 600 + 60 = 660\ kN \\ M_1 = 100\ kN.m \end{cases}$$

$$② \Rightarrow \begin{cases} P_2 = P_1 + P_E = 660 + 150 = 810\ kN \\ M_2 = M_1 + M_E = 80 + 100 = 180\ kN.m \end{cases}$$

Step2 : تعیین ابعاد در پلان :

با فرض ابعاد 2×2.5 :

$A_F = 2 \times 2.5 = 5\ m^2$

$S_F = \frac{1}{6} b h^2 = \frac{1}{6} \times 2 \times 2.5^2 = 2.08\ m^3$

$q_s = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{S}$

بارگذاری ① → $q_{s1} = \frac{660}{5} \pm \frac{100}{2.08}$

$\oplus$ → $180\ kN/m^2 < q_a = 200\ kN/m^2$ OK ($2\ kg/cm^2$)

$\ominus$ → $84\ kN/m^2 > 0$, OK

بارگذاری ② $q_{s2} = \frac{810}{5} \pm \frac{180}{2.08}$

$\oplus$ → $248.5 < 1.33 \times 200 = 266$ OK

$\ominus$ → 75.6

حالت ۲:

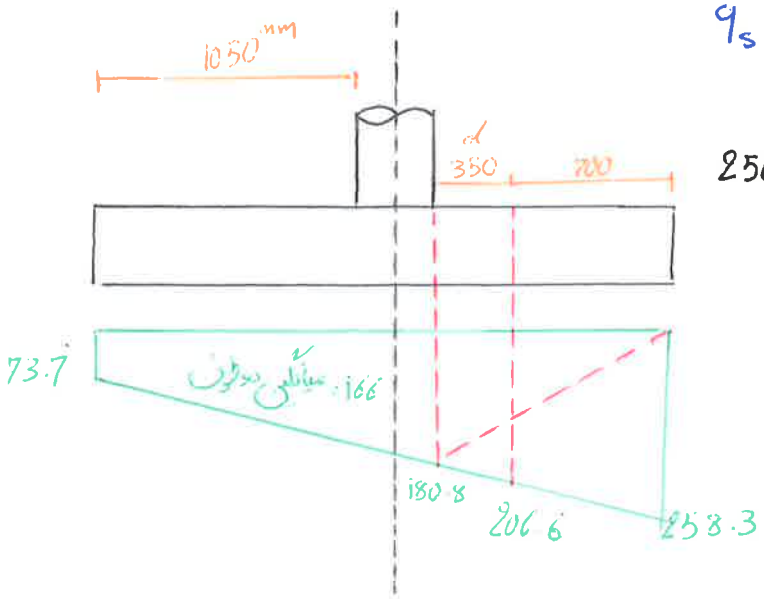
در حالت غیر زلزله تحت بارگذاری غیر سویسی نباید q_s منفی شود چون خاک تحت کشش قرار می‌گیرد.

Step 3: تعیین ضخامت شالوده:

ترکیب بار اول:
$$P_{u1} = 1.2\times400 + 1.6\times200 = 800\ kN$$
$$M_{u1} = 1.2\times60 + 1.6\times40 = 136\ kN$$

ترکیب باردوم:
$$P_{u2} = 1.2\times400 + 200 + 150 = 830$$
$$M_{u2} = 1.2\times60 + 40 + 80 = 192$$

ظاهراً ترکیب باردوم بحرانی‌تری داشت پس براساس آن پیش رفته و بعد ترکیب بار اول را چک می‌کنیم



$$q_s = \frac{q_{u2}}{A_F} \pm \frac{M_{u2}}{S_F} = \frac{830}{5} \pm \frac{192}{2.08} \begin{cases} 258.3 \\ 73.7 \end{cases}$$

$$250^{cm} - 40^{cm} = 210^{cm}/2 = 105^{cm} = 1.05^{m}$$

فرضاً: $d = 350^{mm}$:

1-3) کنترل برش یکطرفه (d از بر ستون):

$$V_{u1} = \frac{1}{2}(258.3 + 206.6)\times(1050 - 350)\times10^{-3}$$
$$= 162.7$$

$$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f'_c}\times d\times10^{3}\ \frac{mm}{m} = 260.9\ kN/m$$

$$V_{u1} \le \varphi V_c \quad o.k\checkmark$$

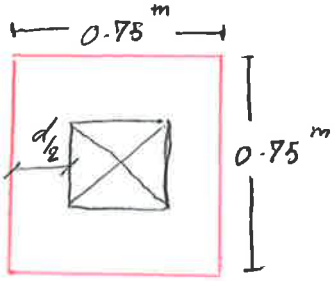
2-3) کنترل پانچ ($d/2$ از بر ستون):

$$V_{u2} = 830 - 166\times\left(\frac{35^{cm}}{2} + \frac{35^{cm}}{2} + 40^{cm}\right)^2 = 736.6$$

75^{cm}

or

$$V_{u2} = (2\times2.5 - 0.75^2)(73.7 + 258.3)/2 = 736.6$$



$\beta = \frac{40}{40} = 1$, $\alpha_s \rightarrow$ با فرض میانی بودن ستون $= 40$, $b_o = 4 \times 0.75 = 3^m$

$$d = \max\left(\frac{3 \times 736.6 \times 10^3}{0.75\sqrt{20} \times 3000} , \frac{6 \times 736.6 \times 10^3}{0.75(1+\frac{2}{1})\sqrt{20} \times 3000} , \frac{12 \times 736.6 \times 10^3}{0.75(2+\frac{40 \times 350}{3000})\sqrt{20} \times 3000} \right)$$

نکته: تک تک عبارات باید از d کوچکتر باشند

Step 4: طرح برای خمش:

دمیرهمایون جابری

4-1) محاسبه M_u در جهت طولی:

$$M_u = \frac{1}{2} \times 258.3 \times 1.05 \times \frac{2}{3} \times 1.05 + \frac{1}{2} \times 180.8 \times 1.05 \times \frac{1}{3} \times 1.05$$

$$= 128.1 \text{ kN.m}$$

$$R = \frac{M_u}{\varphi b d^2} = \frac{128.1 \times 10^6}{0.9 \times 1000^{mm} \times 350^2} = 1.18 < R_{n,max}$$ → نیازی به مولاد فشاری ندارد

$$\rho = \frac{0.85 \times 20}{400}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 1.16}{0.85 \times 20}}\right) = 0.003$$

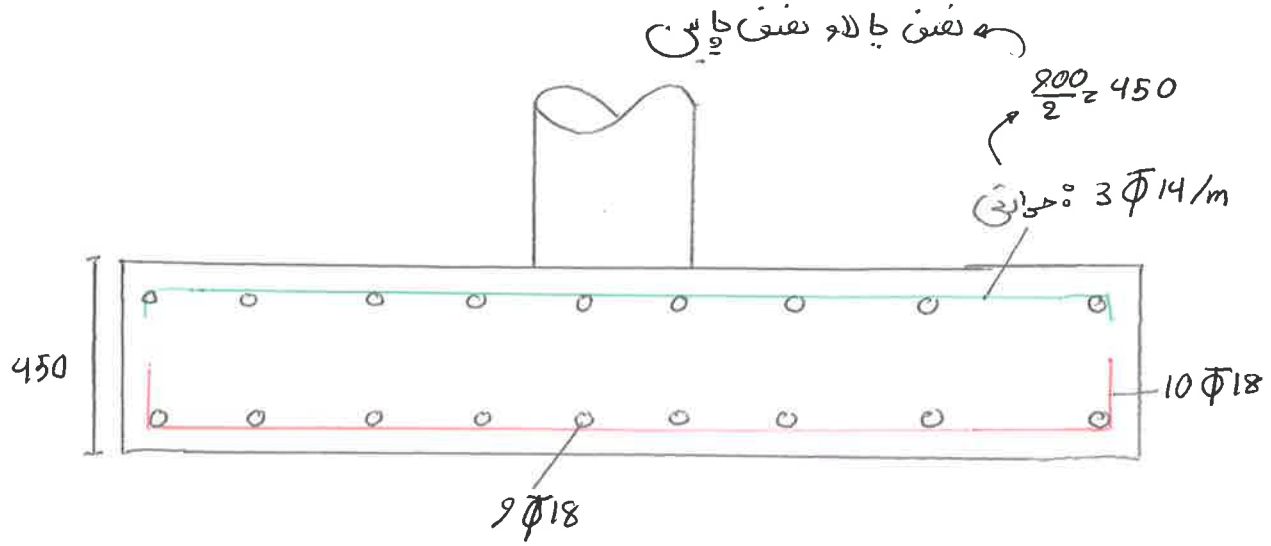
$A_s = \rho b d = 0.003 \times 1000^{mm} \times 350 = 1050 > A_{s,min}$ O.K ✓ $\xrightarrow{\varphi 18}$ use $5\Phi 18/m$ ($A: 254$)

$A_{s,min} =$ حرارتی $= 0.002 A_g = 0.002 \times 1000 \times 450 = 900^{mm^2}$

4-2) محاسبه M_u در جهت دیگر:

$$M_u = \frac{1}{2}(258.3 + 73.7) \times \left[(2^m - 40^{cm})/2\right]^2/2 = 53.12 \text{ kN.m/m}$$

$R_n = 0.48$, $\rho = 0.0012$ $\Big\rangle$ $A_s = 426.1 < A_{s,min} \Rightarrow A_s = A_{s,min} = 900^{mm^2} \xrightarrow{\Phi 18}$ use $3.5\Phi 18/m$



جدول ۱۴-۲ ضرایب لنگرهای خمشی مثبت دال در روش ضرایب (بر اساس بار مرده‌ی با ضریب)

$m=\frac{\ell_a}{\ell_b}$		حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳	حالت ۴	حالت ۵	حالت ۶	حالت ۷	حالت ۸	حالت ۹
1.00	C^+_{aD}	0.036	0.018	0.018	0.027	0.027	0.033	0.027	0.020	0.023
	C^+_{bD}	0.036	0.018	0.027	0.027	0.018	0.027	0.033	0.023	0.020
0.95	C^+_{aD}	0.040	0.020	0.021	0.030	0.028	0.036	0.031	0.022	0.024
	C^+_{bD}	0.033	0.016	0.025	0.024	0.015	0.024	0.031	0.021	0.017
0.90	C^+_{aD}	0.045	0.022	0.025	0.033	0.029	0.039	0.035	0.025	0.026
	C^+_{bD}	0.029	0.014	0.024	0.022	0.013	0.021	0.028	0.019	0.015
0.85	C^+_{aD}	0.050	0.024	0.029	0.036	0.031	0.042	0.040	0.029	0.028
	C^+_{bD}	0.026	0.012	0.022	0.019	0.011	0.017	0.025	0.017	0.013
0.80	C^+_{aD}	0.056	0.026	0.034	0.039	0.032	0.045	0.045	0.032	0.029
	C^+_{bD}	0.023	0.011	0.020	0.016	0.009	0.015	0.022	0.015	0.010
0.75	C^+_{aD}	0.061	0.028	0.040	0.043	0.033	0.048	0.051	0.036	0.031
	C^+_{bD}	0.019	0.009	0.018	0.013	0.007	0.012	0.020	0.013	0.007
0.70	C^+_{aD}	0.068	0.030	0.046	0.046	0.035	0.051	0.058	0.040	0.033
	C^+_{bD}	0.016	0.007	0.016	0.016	0.005	0.009	0.017	0.011	0.006
0.65	C^+_{aD}	0.074	0.032	0.054	0.050	0.036	0.054	0.065	0.044	0.034
	C^+_{bD}	0.013	0.006	0.014	0.009	0.004	0.007	0.014	0.009	0.005
0.60	C^+_{aD}	0.081	0.034	0.062	0.053	0.037	0.056	0.073	0.048	0.036
	C^+_{bD}	0.010	0.004	0.011	0.007	0.003	0.006	0.012	0.007	0.004
0.55	C^+_{aD}	0.088	0.035	0.071	0.056	0.038	0.058	0.081	0.052	0.037
	C^+_{bD}	0.008	0.003	0.009	0.005	0.002	0.004	0.009	0.005	0.003
0.50	C^+_{aD}	0.095	0.037	0.080	0.059	0.039	0.061	0.089	0.056	0.038
	C^+_{bD}	0.006	0.002	0.007	0.004	0.001	0.003	0.007	0.004	0.002

جدول ۱۴-۳ ضرایب لنگرهای خمشی مثبت در روش ضرایب (بر اساس بار زنده‌ی با ضریب)

$m=\frac{\ell_a}{\ell_b}$		حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳	حالت ۴	حالت ۵	حالت ۶	حالت ۷	حالت ۸	حالت ۹
1.00	C^+_{aL}	0.036	0.027	0.027	0.032	0.032	0.035	0.032	0.028	0.030
	C^+_{bL}	0.036	0.027	0.032	0.032	0.027	0.032	0.035	0.030	0.028
0.95	C^+_{aL}	0.040	0.030	0.031	0.035	0.034	0.038	0.036	0.031	0.032
	C^+_{bL}	0.033	0.025	0.029	0.029	0.024	0.029	0.032	0.027	0.025
0.90	C^+_{aL}	0.045	0.034	0.035	0.039	0.037	0.042	0.040	0.035	0.036
	C^+_{bL}	0.029	0.022	0.027	0.026	0.021	0.025	0.029	0.024	0.022
0.85	C^+_{aL}	0.050	0.037	0.040	0.043	0.041	0.046	0.045	0.040	0.039
	C^+_{bL}	0.026	0.019	0.024	0.023	0.019	0.022	0.026	0.022	0.020
0.80	C^+_{aL}	0.056	0.041	0.045	0.048	0.044	0.051	0.051	0.044	0.042
	C^+_{bL}	0.023	0.017	0.022	0.020	0.016	0.019	0.023	0.019	0.017
0.75	C^+_{aL}	0.061	0.045	0.051	0.052	0.047	0.055	0.056	0.049	0.046
	C^+_{bL}	0.019	0.014	0.019	0.016	0.013	0.016	0.020	0.016	0.013
0.70	C^+_{aL}	0.068	0.049	0.057	0.057	0.051	0.060	0.063	0.054	0.050
	C^+_{bL}	0.016	0.012	0.016	0.014	0.011	0.013	0.017	0.014	0.011
0.65	C^+_{aL}	0.074	0.053	0.064	0.062	0.055	0.064	0.070	0.059	0.054
	C^+_{bL}	0.013	0.010	0.014	0.011	0.009	0.010	0.014	0.011	0.009
0.60	C^+_{aL}	0.081	0.058	0.071	0.067	0.059	0.068	0.077	0.065	0.059
	C^+_{bL}	0.010	0.007	0.011	0.009	0.007	0.008	0.011	0.009	0.007
0.55	C^+_{aL}	0.088	0.062	0.080	0.072	0.063	0.073	0.085	0.070	0.063
	C^+_{bL}	0.008	0.006	0.009	0.007	0.005	0.006	0.009	0.007	0.006
0.50	C^+_{aL}	0.095	0.066	0.088	0.077	0.067	0.078	0.092	0.070	0.067
	C^+_{bL}	0.006	0.004	0.007	0.005	0.004	0.005	0.007	0.005	0.004

دانشگاه بوعلی سینا

دانشکده مهندسی

روابط طراحی سازه‌های بتن‌آرمه

بر اساس آیین نامه بتن آمریکا

ACI 318-14

(ویرایش اول)

درس: دکتر فریدون رضایی

نیمسال ۹۵۱

کلیات

۱) روش طراحی: طراحی در حالت مقاومت نهایی

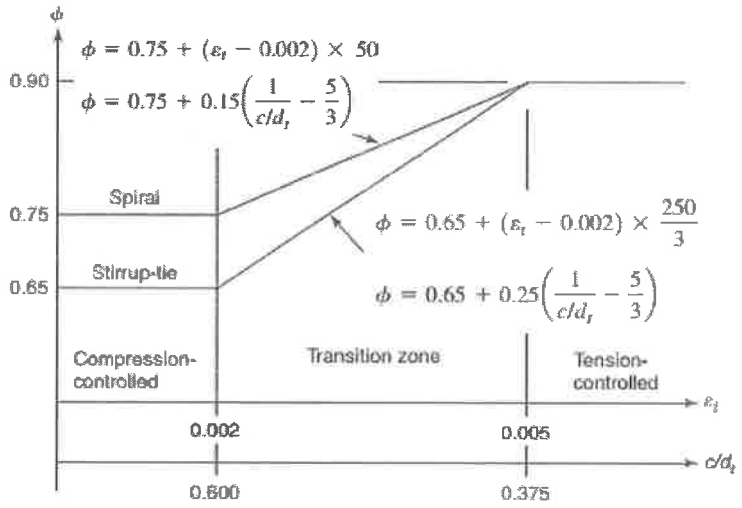
$$\phi M_n \geq M_u$$
$$\phi V_n \geq V_u$$
$$\phi T_n \geq T_u$$
$$\phi P_n \geq P_u$$

۲) ترکیبات بارگذاری

1) U=1.4D
2) U=1.2D+1.6L+0.5(L_r or S or R)
3) U=1.2D+1.6(L_r or S or R)+(L or 0.5W)
4) U=1.2D+W+L+0.5(L_r or S or R)
5) U=1.2D+E+L+0.2S
6) U=0.9D+W
7) U=0.9D+E

در شرایطی که اثر بار زنده در هر یک از ترکیبات بارگذاری کاهش دهنده است، این آثار معادل صفر منظور می‌گردد.

۳) ضریب کاهش مقاومت Ø



Action or structural element		ϕ
(a)	Moment, axial force, or combined moment and axial force	0.65 to 0.90 in accordance with 21.2.2
(b)	Shear	0.75
(c)	Torsion	0.75

خواص مکانیکی بتن

۱) مدول ارتجاعی بتن در تحلیل خطی $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$

۲) مدول ارتجاعی برشی بتن

مقطع ترک نخورده $G = \frac{E_c}{2.5(1+\nu)}$

مقطع ترک خورده $G = \frac{E_c}{15(1+\nu)}$

۳) ضریب پواسون برای بتن معمولی صفر تا ۰/۲

۴) ضریب انبساط حرارتی بتن $\alpha = 10^{-5}\ \frac{1}{°C}$

۵) مدول گسیختگی بتن (مقاومت کششی در خمش) $f_r = 0.62\sqrt{f'_c}$

۶) حداکثر تغییرشکل بتن در دورترین تار فشاری $\varepsilon_{cu} = 0.003$

۷) فرمولاسیون رفتار بتن در فشار

مدل ACI

$$\begin{cases} f_c(\varepsilon_c) = f'_c\left[\frac{2\varepsilon_c}{0.002} - \left(\frac{\varepsilon_c}{0.002}\right)^2\right] & \varepsilon_c < 0.002 \\ f_c(\varepsilon_c) = f'_c[1 - 300(\varepsilon_c - 0.002)] & \varepsilon_c \geq 0.002 \end{cases}$$

۸) معادله تقریبی تنش - کرنش بتن

$$f_c = f'_c\,(2x - x^2) \quad x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \quad \varepsilon_{c0} = \frac{2\,f'_c}{E_c}$$

خواص مکانیکی فولاد

۱) مدول ارتجاعی فولاد در تحلیل خطی $E_s = 2 \times 10^5 \quad MPa$

۲) ضریب انبساط حرارتی فولاد $\alpha = 10^{-5}\ \frac{1}{°C}$

۳) کرنش نظیر جاری شدن فولاد $\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$

واحدها

۱) واحد طول: متر(m) و میلی‌متر(mm)

۲) واحد سطح: متر مربع(m^2) و میلی‌متر مربع(mm^2)

۳) واحد بارهای متمرکز: کیلونیوتن(KN)

۴) واحد بارهای گسترده: کیلونیوتن بر متر (KN/m)

۵) واحد تنش و مقاومت: مگاپاسکال (MPa) که معادل $1N/mm^2$ است.

۶) واحد لنگرخمشی: کیلو نیوتن- متر (KN-m)

۷) واحد جرم مخصوص: کیلوگرم بر مترمکعب (Kg/m^3)

۸) واحد وزن مخصوص: کیلونیوتن بر مترمکعب (KN/m^3)

۹) واحد دما: درجه سلسیوس (°C)

ستون های کوتاه تحت اثر بار محوری

۱- تنش در بتن و فولاد در مرحله خطی

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{42.55}{\sqrt{f'_c}}$$

$$A_{eq} = A_g + (n-1)A_{st}$$

$$f_c = \frac{N}{A_{eq}}$$

$$f_s = n\, f_c$$

۲- رابطه تنش در بتن و فولاد در مرحله غیرخطی

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c$$

$$A_c = A_g - A_{st}$$

$$N = f_c\, A_c + f_s\, A_{st}$$

۳- بار محوری نهایی (حداکثر بار محوری قابل تحمل)

$$P_0 = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y$$

۴- حداکثر مقاومت محوری طرح که آیین نامه اجازه می دهد.

در صورت استفاده از تنگ های موازی $P_{n,max} = 0.8 P_0$

در صورت استفاده از تنگ دورپیچ شده $P_{n,max} = 0.85 P_0$

۵- رابطه بار نهایی وارده و مقاومت محوری اسمی ستون

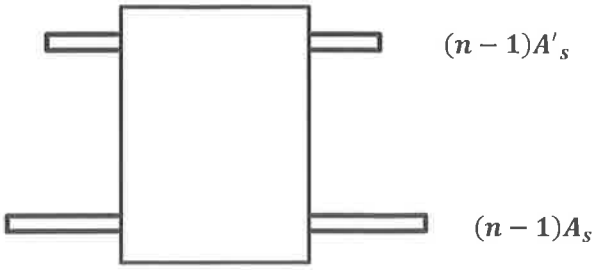
$$P_u \leq \emptyset\ P_n$$

۶- ضریب اطمینان کلی ستون

$$S.F. = \frac{P_n}{P_s}$$

آنالیز تیرهای با مقطع مربع مستطیل

۱- تنش در بتن و فولاد در مرحله اول آنالیز



$$c=\frac{\sum Ay}{\sum A}=\frac{\frac{bh^2}{2}+(n-1)A_s d+(n-1)A'_s d'}{bh+(n-1)A_s+(n-1)A'_s}$$

$$I=\sum(I_0+AD^2)=\frac{bh^3}{12}+bh(\frac{h}{2}-c)^2+(n-1)A_s(d-c)^2+(n-1)A'_s(c-d')^2$$

$$f_{t,max}=\frac{M(h-c)}{I}\leq f_r=0.62\sqrt{f'_c}$$

$$f_{c,max}=\frac{M\,c}{I}\leq 0.5\,f'_c$$

$$f_s=n\frac{M(d-c)}{I}$$

$$f'_s=n\frac{M(c-d')}{I}$$

۲- لنگر ترک دهندگی مقطع

$$M_{cr}=f_r\frac{I}{h-c}$$

۳- تنش در بتن و فولاد در مرحله دوم آنالیز

معادله ارتفاع تار خنثی:

$$0.5bc^2+(n-1)A'_s(c-d')-nA_s(d-c)=0$$

ممان اینرسی مقطع ترک خورده:

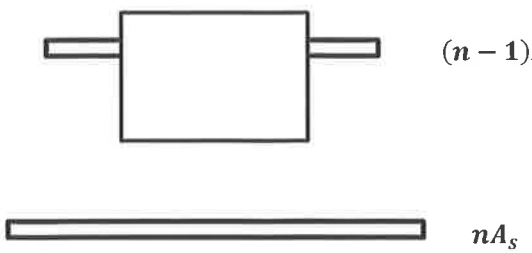
$$I_{cr}=\frac{bc^3}{3}+nA_s(d-c)^2+(n-1)A'_s(c-d')^2$$

تنش در بتن و فولاد ها:

$$f_{c,max}=\frac{M\,c}{I_{cr}}\leq 0.5\,f'_c$$

$$f_s=n\frac{M(d-c)}{I_{cr}}$$

$$f'_s=n\frac{M(c-d')}{I_{cr}}$$



۴- لنگر خمشی مقاوم اسمی تیر M_n

الف) مقطع با میلگرد کششی تنها و با فرض جاری شدن فولادکششی

$$a = \frac{A_s\ f_y}{0.85\ f'_c\ b}$$

$$M_n = \rho\ f_y\ b\ d^2\left(1 - \rho\ \frac{f_y}{1.7\ f'_c}\right) = R_n\ b\ d^2$$

$$R_n = \frac{M_n}{b\ d^2} = \frac{M_u}{\emptyset\ b\ d^2}$$

$$R_n = \rho\ f_y\left(1 - \rho\ \frac{f_y}{1.7\ f'_c}\right)$$

ب) مقطع با میلگرد کششی و فشاری و با فرض جاری شدن فولادها

$$a = \frac{(A_s - A'_s)\ f_y}{0.85\ f'_c\ b}$$

$$M_n = 0.85\ f'_c\ b\ a\left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s f_y\ (d - d')$$

۵- نسبت میلگرد کششی مقطع متعادل (بالانس) در مقطع بدون میلگرد فشاری

$$\rho_b = 0.85\ \beta_1 \frac{f'_c}{f_y}\ \frac{600}{600 + f_y}$$

۶- حداقل تفاضل نسبت میلگردها برای جاری شدن میلگرد فشاری در حالت نهایی

$$\rho_{cy} = (\rho - \rho')_{min} = 0.85\ \beta_1 \frac{f'_c}{f_y}\ \frac{600}{600 - f_y}\ \frac{d'}{d}$$

۷- حداقل نسبت میلگرد کششی برای جاری شدن میلگرد فشاری در حالت نهایی

$$\overline{\rho}_{cy} = \rho_{cy} + \rho'$$

۸- ضریب β_1

$$\beta_1 = 0.85 \qquad 17 \le f'_c \le 28\ MPa$$

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05(f'_c - 28)}{7} \qquad 28 < f'_c < 55\ MPa$$

$$\beta_1 = 0.65 \qquad f'_c \ge 55\ MPa$$

۹- میلگرد کششی مقطع متعادل

$$c_b = \frac{600}{600+f_y}\, d$$

$$A_{sb} = \rho_b\, b\, d + A'_s \frac{f'_{sb}}{f_y} = \bar{\rho}_b\, bd$$

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\varepsilon'_{sb} = 0.003 - \frac{d'}{d}(0.003 + \varepsilon_y)$$

$$f'_{sb} = 600 - \frac{d'}{d}(600 + f_y)$$

۱۰- معیار جاری شدن میلگرد کششی

$$\rho \le \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

۱۱- معیار جاری شدن میلگرد فشاری

$$\rho \frac{f_{sc}}{f_y} \ge \bar{\rho}_{cy}$$

$$\varepsilon_{sc} = (0.003 - \varepsilon_y)\frac{d}{d'} - 0.003$$

$$f_{sc} = (600 - f_y)\frac{d}{d'} - 600$$

طرح تیرهای با مقطع مربع مستطیل

۱- پارامترهای مورد نیاز طراحی

$$m = \frac{f_y}{0.85\, f'_c}$$

$$R_n = \frac{M_n}{b\, d^2} = \frac{10^6 M_u}{\emptyset\, b\, d^2}$$

$$R_{max} = \rho_{max}\, f_y\left(1 - \frac{1}{2}\rho_{max}\, m\right) = 0.85\,\beta_1 f'_c \times \frac{3}{7}\,\frac{d_t}{d}\left(1 - 0.5\beta_1 \times \frac{3}{7}\,\frac{d_t}{d}\right)$$

f'_c (MPa)	20	25	30	35	40
$R_{max}\ \ (d = d_t)$	5.06487	6.33109	7.59731	8.86353	10.1297

۲- طرح تیر با میلگرد کششی تنها $(R_n \le R_{max})$

$$\rho = \frac{1}{m}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2m}{f_y} R_n}\right) = \frac{0.85\, f'_c}{f_y}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\, R_n}{0.85\, f'_c}}\right)$$

$$A_s = \rho\, bd$$

۳- طرح تیر با میلگرد کششی و فشاری $(R_n > R_{max})$

$$\rho - \rho' = \rho_1 \le \rho_{max}$$

$$\overline{A_s} = A_s - A'_s = \rho_1\, b\, d$$

الف) با فرض جاری شدن میلگرد فشاری

$$a = \frac{\overline{A_s}\, f_y}{0.85\, f'_c\, b}$$

$$M_n = M_{n1} + M_{n2}$$

$$M_{n1} = 0.85\, f'_c\, b\, a\left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_{n2} = \frac{M_u}{\emptyset} - M_{n1}$$

$$A'_s = \frac{M_{n2}}{f_y\,(d - d')}$$

$$A_s = \overline{A_s} + A'_s$$

ب) روش تقریبی در صورت جاری نشدن میلگرد فشاری

$$c = a/\beta_1$$

$$\overline{A'_s} = A'_s \frac{f_y}{f'_s}$$

$$f'_s = \frac{c - d'}{c} \times 600$$

$$A_s = \rho_1\, b\, d + \overline{A'_s}$$

۴- ضوابط طراحی

الف) حداقل نسبت میلگرد کششی

$$\rho_{min} = max\left(\frac{1.4}{f_y}, \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y}\right)$$

ب) حداقل میلگرد کششی

$$A_{s,min} = \rho_{min}\ b_w\, d$$

پ) حداکثر نسبت میلگرد کششی ($\varepsilon_t \geq 0.004$ or $c/d_t \leq 0.429$)

$$\frac{c}{d_t} = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_t}$$

$$\rho_{max} = \rho_{0.004} = 0.85\,\beta_1\,\frac{f'_c}{f_y} \times \frac{3}{7}\,\frac{d_t}{d} = \frac{600 + f_y}{1400}\ \rho_b\ \frac{d_t}{d}$$

$$\rho - \rho' \leq \rho_{max} \quad or \quad c/d_t \leq 0.429$$

ث) برای اینکه میلگرد کششی در حالت کنترل کشش باشد $(\emptyset = 0.9)$

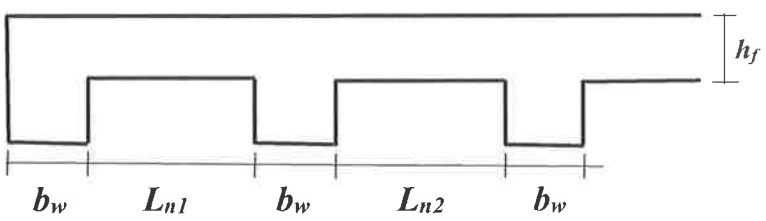
$$\rho - \rho' \leq \rho_{0.005} \quad or \quad c/d_t \leq 0.375$$

$$\rho_{0.005} = 0.85\,\beta_1\,\frac{f'_c}{f_y} \times \frac{3}{8}\,\frac{d_t}{d} = \frac{600 + f_y}{1600}\ \rho_b\ \frac{d_t}{d}$$

$$\rho - \rho' \leq 0.875\ \rho_{max}$$

آنالیز تیرهای با مقطع T شکل

۱- عرض موثر تیرهای T شکل در تیرهای میانی



$$b_e = min[\ b_w + (L_{n1} + L_{n2})/2\ , b_w + 16\ h_f\ , L_n/4\ ]$$

۲ - عرض موثر تیرهای T شکل در تیرهای کناری

$$b_e = min(\ b_w + \frac{L_{n1}}{2}\ ,\ b_w + 6\ h_f\ ,\ b_w + \frac{L_n}{12}\ )$$

در روابط فوق L_n طول دهانه آزاد تیر T شکل است.

۳-۳) رابطه ساده شده برای اعضایی که تحت اثر برش و خمش و فشار محوری قرار دارند. N_u عددی مثبت است.

$$V_c = \frac{1}{6}\left(1 + \frac{N_u}{14A_g}\right)\sqrt{f'_c}\ b_w\, d$$

۳-۴) رابطه دقیق تر برای اعضایی که تحت اثر برش و خمش و فشار محوری قرار دارند.

$$V_c = \frac{1}{7}\left(\sqrt{f'_c} + 120\,\rho_w \frac{V_u d}{M_m}\right) b_w\, d \le 0.3\sqrt{f'_c}\sqrt{1 + \frac{N_u}{3.5\,A_g}}\, b_w d$$

$$M_m = M_u - N_u\left(\frac{4h - d}{8}\right)$$

در صورتی که M_m منفی شود.

$$V_c = 0.3\sqrt{f'_c}\sqrt{1 + \frac{N_u}{3.5\,A_g}}\, b_w d$$

۳-۵) برای اعضایی که تحت اثر برش و خمش و کشش قابل توجه محوری قرار دارند. N_u عددی منفی است.

$$V_c = \frac{1}{6}\left(1 + \frac{N_u}{3.5\,A_g}\right)\sqrt{f'_c}\ b_w\, d \ge 0$$

۴- نیروی برشی مقاوم فولاد برشی

الف) خاموت قائم

$$V_s = A_v\, f_{yt}\, \frac{d}{S}$$

ب) خاموت‌های مایل

$$V_s = A_v\, f_{yt}\, \frac{d}{S}(\sin\alpha + \cos\alpha)$$

پ) میلگردهای طولی که همگی در فاصله ای یکسان از تکیه گاه خم شده اند.

$$V_s = A_v f_{yt} \sin\alpha \le 0.25\sqrt{f'_c}\, b_w d$$

ت)میلگردهای طولی که با فواصل مختلف از تکیه گاه خم شده اند.

$$V_s = A_v\, f_{yt}\, \frac{d}{S}(\sin\alpha + \cos\alpha)$$

۵- فولاد برشی مورد نیاز

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} = \frac{\left(\frac{V_u}{\emptyset}\right) - V_c}{f_{yt}\, d}$$

۶- ضوابط طراحی

الف) حداقل میلگرد برشی

$$A_{v,min} = max\left(\frac{1}{16}\sqrt{f'_c}\frac{b_w S}{f_{yt}} \ , \ 0.35\ \frac{b_w S}{f_{yt}}\right)$$

ب) حداقل نیروی برشی نهایی جهت نیاز به محاسبه خاموت برشی $V_u \geq 0.5 \emptyset V_c$

پ) حداکثر نیروی برشی نهایی وارد به مقطع $V_u \leq 5\ \emptyset\ V_c$

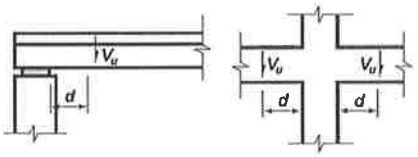
ت) حداکثر فاصله خاموت برشی قائم

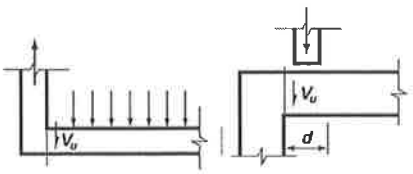
$$s_{max} = min\left(\frac{d}{2}, 600\ mm\right) \qquad V_u \leq 3\ \emptyset\ V_c$$
$$s_{max} = min\left(\frac{d}{4}, 300\ mm\right) \qquad V_u > 3\ \emptyset\ V_c$$

ث) حداکثر فاصله خاموت برشی مایل

$$s_{max} = min\left[\frac{3d}{8}(1 + cotg(\alpha), 600\ mm)\right] \qquad V_u \leq 3\ \emptyset\ V_c$$
$$s_{max} = min\left[\frac{3d}{16}(1 + cotg(\alpha), 300\ mm)\right] \qquad V_u > 3\ \emptyset\ V_c$$

ج) مقطع بحرانی در محاسبه نیروی برشی نهایی





پیچش در تیرها

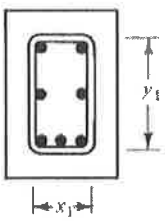
۱- لنگر پیچشی مقاوم ترک خوردگی مقطع $T_{cr} = \frac{1}{3}\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right)$

۲- لنگر پیچشی مقاوم اسمی

$$\frac{T_u}{\emptyset} = T_n = T_s = 2\ A_o A_t \frac{f_{yt}}{S} = 1.7 A_{oh} A_t \frac{f_{yt}}{S}$$

$$\emptyset = 0.75$$

$$A_{oh} = x_1 \times y_1$$



۳- فولاد برشی مورد نیاز $\left(\frac{A_t}{s}\right)_{req} = \frac{T_n}{1.7 A_{oh}\ f_{yt}}$

۴- میلگرد طولی مورد نیاز برای پیچش

$$A_l = \left(\frac{A_t}{S}\right) P_h \ \frac{f_{yt}}{f_y}$$

$$P_h = 2(x_1 + y_1)$$

۵- ضوابط طراحی

الف) حداقل پیچش برای نیاز به محاسبات پیچش

$$T_n \geq 0.25 T_{cr}$$

ب) حداکثر فاصله خاموت های پیچشی

$$S_{max} = min\left(\frac{P_h}{8} \text{ و } 300\ mm\right)$$

پ) حداکثر فاصله میلگرد طولی پیچشی

$$S_{max} = 300\ mm$$

ت) محدودیت تلاش برشی نهایی و لنگر پیچشی نهایی در مقطع مستطیلی توپر

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 {A_{oh}}^2}\right)^2} \leq \emptyset\left(\frac{V_c}{b_w d} + \frac{2}{3}\sqrt{f'_c}\right)$$

ث) حداقل سطح مقطع خاموت برشی و پیچشی بسته(دو ساق)

$$(A_v + 2A_t)_{min} = max\left(\frac{1}{16}\sqrt{f'_c}\frac{b_w S}{f_{yt}}\ , 0.35\ \frac{b_w S}{f_{yt}}\right)$$

ج) حداقل سطح مقطع میلگرد طولی پیچشی برابرحداقل دو رابطه زیر می باشد.

$$A_{l,min} \leq \frac{5}{12}\frac{\sqrt{f'_c}\, A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s}\right) P_h \frac{f_{yt}}{f_y}$$

$$A_{l,min} \leq \frac{5}{12}\frac{\sqrt{f'_c}\, A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{0.175\, b_w}{f_{yt}}\right) P_h \frac{f_{yt}}{f_y}$$

چ) حداقل قطر میلگرد طولی پیچشی برابر حداکثر دو مقدار $\frac{S}{24}$ و ۱۰ میلی متر می باشد.

۶- فولاد عرضی مورد نیاز برای برش و پیچش

$$\frac{A_{v+t}}{s} = \frac{A_v}{S} + 2\frac{A_t}{S}$$

محاسبه تغییر شکل در تیرها

۱- ممان اینرسی موثر

$$I_e = I_{cr} + (I_g - I_{cr})\left(\frac{M_{cr}}{M_{a\ \text{در حالت بهره برداری}}}\right)^3 \leq I_g$$

۲- ممان اینرسی موثر تیر دو سر پیوسته

$$I_e = 0.70 I_{em} + 0.15(I_{eL} + I_{eR})$$

۳- ممان اینرسی موثر تیر یک سر پیوسته

$$I_e = 0.85 I_{em} + 0.15(I_{e\ continious\ end})$$

۴- افتادگی آنی ناشی از بار زنده $\Delta_{iL}= \Delta_{i\,D+L} - \Delta_{iD}$

۵- افتادگی دراز مدت $\Delta_{LT}= (1+\lambda_{\Delta})\Delta_{iD} + \Delta_{iL}= \Delta_{i\,D+L} + \lambda_{\Delta}\,\Delta_{iD}$

۶- افتادگی دراز مدت در حالت در نظر گرفتن بار زنده دائمی

$\Delta_{LT}= \Delta_{i\,D+L} + \lambda_{\Delta}\,\Delta_{iS}$

$\Delta_{is}= \Delta_{i\,D+LS}$ افتادگی آنی ناشی از کل بار دائمی (بار مرده + بار زنده دائمی LS)

۷- محاسبه آن قسمت از افتادگی که بعد از اتصال قطعات غیرسازه ای ایجاد می شود. t زمان نصب قطعات غیرسازه ای، مانند پارتیشن‌ها، پس از برداشتن پایه‌های موقت قالب بندی تیرها می باشد.

$$\Delta= \lambda_{t,\infty}\Delta_{iD} + \Delta_{iL} + \lambda_{\infty}\Delta_{iLS}$$

$$\lambda_{\Delta} = \frac{\xi}{1+50\rho'} \quad , \quad \lambda_{\infty} = \frac{2}{1+50\rho'} \quad , \quad \lambda_{t,\infty} = \lambda_{\infty} - \lambda_{t}$$

مقدار ضریب ξ وابسته به زمان

t	۳ ماه	۶ ماه	۱ سال	۳ سال	۵ سال یا بیشتر
ξ	۱	۱/۲	۱/۴	۱/۸	۲

۸- ضوابط مربوط به محدودیت افتادگی در تیرها و دال‌ها (l طول دهانه موثر است)

انواع قطعه	تغییر شکل مورد نظر	محدودیت تغییر شکل
۱) بام‌های تخت که به قطعاتی غیر سازه‌ای متصل نیستند یا آنها را نگهداری نمی کنند، لذا تغییر شکل زیاد آسیبی در این قطعات ایجاد نمی کند.	افتادگی آنی ناشی از بارهای زنده، Δ_{iL}	$\frac{l}{180}$
۲) مانند بالا درمورد کف ها		$\frac{l}{360}$
۳) بام‌ها یا کف‌هایی که به قطعات غیر سازه‌ای متصل هستند یا آنها را نگهداری می‌کنند و تغییرشکل زیاد ممکن است آسیبی در این قطعات ایجاد می کند.	آن قسمت از کل افتادگی که بعد از اتصال قطعات غیر سازه‌ای ایجاد می شود. منظور مجموع اضافه افتادگی دراز مدت ناشی از بارهای دائمی و افتادگی آنی ناشی از بارهای زنده است.	$\frac{l}{480}$
۴) بام‌ها یا کف‌هایی که به قطعات غیر سازه‌ای متصل هستند یا آنها را نگهداری می کنند ولی تغییرشکل زیاد آسیبی در این قطعات ایجاد نمی کند.		$\frac{l}{240}$

۹- حداقل ضخامت یا ارتفاع تیر یا دال یکطرفه (l طول دهانه موثر است)

عضو	با تکیه گاه های ساده	با تکیه گاه های پیوسته از یک طرف	با تکیه گاه های پیوسته از دو طرف	کنسول
تیرها یا دال های یکطرفه پشت بند دار	$\frac{l}{16}$	$\frac{l}{18.5}$	$\frac{l}{21}$	$\frac{l}{8}$
دال های یکطرفه توپر یا سقف های تیرچه و بلوک	$\frac{l}{20}$	$\frac{l}{24}$	$\frac{l}{28}$	$\frac{l}{10}$

تبصره: جدول فوق برای فولاد طولی نوع S400 تنظیم شده است. برای سایر فولادها مقادیر جدول باید در ضریب $\left(0.4+\frac{f_y}{700}\right)$ ضرب شوند.

۱۰- معادله افتادگی تیر تحت بارگسترده یکنواخت و بار متمرکز در وسط و دو لنگر انتهایی

$$\Delta=\frac{5}{384}\frac{\omega l^4}{EI_e}-\frac{(M_1+M_2)l^2}{16EI_e}+\frac{1}{48}\frac{P\,l^3}{EI_e}$$

۱۱- معادله افتادگی تیر تحت بارگسترده یکنواخت بر اساس لنگرهای‌خمشی مثبت وسط دهانه و منفی تکیه‌گاه‌ها

$$\Delta=\frac{5}{48}\frac{l^2}{EI_e}[M_m-0.1\,(M_1+M_2)]$$

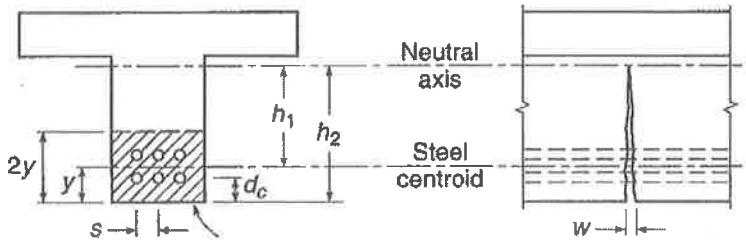
کنترل ترک در تیرها

۱- محاسبه عرض ترک

$$w=13\times10^{-6}\,\beta\,f_s\,\sqrt[3]{A\,d_c}$$

$$A=\frac{2\,y\;b_w-A_s}{n}$$

$$\beta=h_2/h_1$$



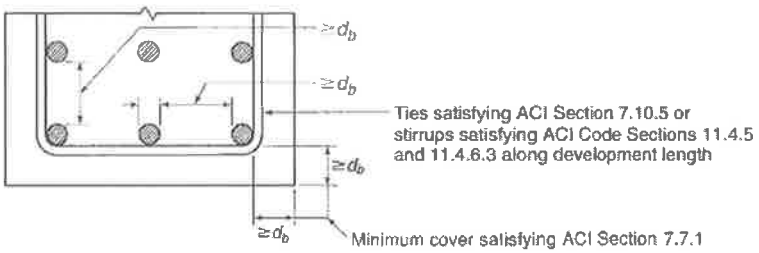
۲- حداکثر فاصله میلگردهای کششی برای کنترل ترک

$$S=380\left(\frac{280}{f_s}\right)-2.5\,C_c\;\le 300\left(\frac{280}{f_s}\right)$$

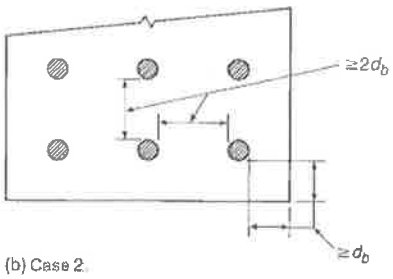
پیوستگی بتن و فولاد

۱- طول گیرایی میلگرد آج دار در کشش

الف) چنانچه یکی از دو حالت زیر برقرار باشد.



(a) Case 1.



(b) Case 2

برای میلگرد $\Phi 18$ و کمتر

$$\ell_d = \frac{12}{25}\frac{f_y \psi_t}{\sqrt{f'_c}} d_b$$

برای میلگرد $\Phi 20$ و بیشتر

$$\ell_d = \frac{3}{5}\frac{f_y \psi_t}{\sqrt{f'_c}} d_b$$

ب) در سایر حالت ها

برای میلگرد $\Phi 18$ و کمتر

$$\ell_d = \frac{18}{25}\frac{f_y \psi_t}{\sqrt{f'_c}} d_b$$

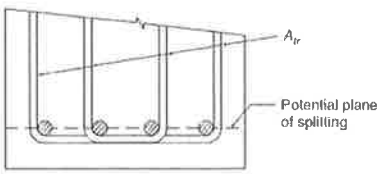
برای میلگرد $\Phi 20$ و بیشتر

$$\ell_d = \frac{9}{10}\frac{f_y \psi_t}{\sqrt{f'_c}} d_b$$

پ) روش عمومی آیین نامه

$$\ell_d = \frac{9}{10}\frac{f_y}{\sqrt{f'_c}}\frac{\psi_t \psi_s}{\left(\frac{c_b + k_{tr}}{d_b}\right)} d_b$$

$$\frac{c_b + k_{tr}}{d_b} \le 2.5 \quad , \quad k_{tr} = \frac{40\, A_{tr}}{s\ n}$$



ψ_t : ضریب موقعیت میلگرد، برای میلگرد رو برابر ۱/۳(زیر آن بیشتر از ۳۰ سانتی متر بتن وجود دارد) و برای میلگرد زیر برابر ۱ می باشد.

ψ_s : ضریب اندازه میلگرد، برای میلگرد $\Phi 18$ و کمتر برابر ۰/۸ و برای میلگرد $\Phi 20$ و بیشتر برابر ۱ می باشد.

A_{tr} : مساحت فولاد عرضی، s فاصله فولادهای عرضی در طول مهاری و n تعداد میلگردهای طولی است که مهار شده اند.

k_{tr} شاخص فولاد عرضی، می توان در صورت وجود فولادهای عرضی، به طور محافظه کارانه $k_{tr} = 0$ را منظور نمود.

c_b : کوچکترین دو مقدار زیر است.

- کوچک ترین فاصله از سطح بتن تا مرکز میلگردی که مهار می شود؛

- نصف فاصله ی مرکز تا مرکز میلگردهای مجاوری که مهار می شوند.

توجه: حداقل طول گیرایی در کشش برابر ۳۰۰ میلی متر و طول گیرایی میلگردهای با بدنه صاف دو برابر طول گیرایی میلگرد آج‌دار است.

ت) نسبت ℓ_d/d_b در حالت میلگرد آج دار و $f_y = 400\ MPa$ و $\psi_t = 1$

شرایط میلگرد در طول گیرایی	$f'_c(MPa)$	برای میلگردهای Φ18 و کوچکتر	برای میلگردهای Φ20 و بزرگتر
شرائط بند الف	۲۰	۴۳	۵۳/۷
	۲۵	۳۸/۴	۴۸
	۳۰	۳۵/۱	۴۳/۸
	۳۵	۳۲/۵	۴۰/۶
	۴۰	۳۰/۴	۳۸
در سایر حالت ها	۲۰	۶۴/۴	۸۰/۵
	۲۵	۵۷/۶	۷۲
	۳۰	۵۲/۶	۶۵/۷
	۳۵	۴۸/۷	۶۰/۹
	۴۰	۴۵/۶	۵۷

توجه: اگر فولاد در یک عضو خمشی بیشتر از فولاد لازم بر اساس تحلیل خمشی مقطع باشد، می توان طول گیرایی ℓ_d را با ضریب $\frac{A_{s,required}}{A_{s,provided}} = \frac{\text{فولاد لازم}}{\text{فولاد موجود}}$ کاهش داد.

۲- طول گیرایی میلگرد آج دار در فشار

$$\ell_{dc} = 0.24\ \frac{f_y \psi_r}{\sqrt{f'_c}} d_b \geq max(0.043\ f_y\ \psi_r\ d_b\ , 200mm)$$

ψ_r : ضریب محصور شدگی که در صورت وجود شرائط ویژه محصور شدگی میلگرد طولی توسط فولاد عرضی برابر ۰/۷۵ و در سایر حالات یک منظور می گردد.

۳- طول گیرایی میلگردهای گروهی در کشش یا در فشار

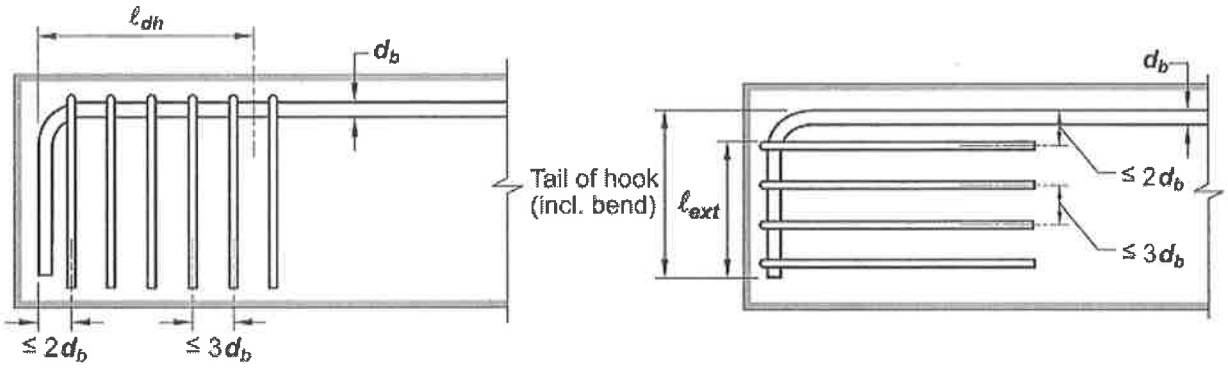
طول گیرایی میلگردهای گروهی در کشش یا در فشار، بر اساس طول گیرایی یک میلگرد محاسبه شده و در یک ضریب افزایشی ضرب شود. این ضریب برای گروه ۲ تایی، ۳ تایی و ۴ تایی به ترتیب برابر با ۱/۰، ۱/۲۰ و ۱/۳۳ در نظر گرفته می‌شود.

۴- طول گیرایی میلگرد آج دار قلاب‌دار در کشش

$$\ell_{dh} = 0.24 \frac{f_y \psi_c \psi_r}{\sqrt{f'_c}} d_b \geq max(8d_b, 150mm)$$

ψ_c : ضریب پوشش بتنی که برای قلاب های با میلگرد $\Phi 36$ و کوچکتر با پوشش جانبی بتن (عمود بر صفحه ی قلاب) حداقل برابر با $65mm$، و نیز برای قلاب های ۹۰ درجه با پوشش جانبی بتن حداقل برابر $65mm$ و پوشش بتن در امتداد قلاب حداقل برابر با $50mm$ برابر ۰/۷ و در سایر حالات یک منظور می گردد.

ψ_r : ضریب محصور شدگی که در صورت وجود شرائط ویژه محصور شدگی قلاب توسط فولاد عرضی (مطابق شکل زیر) برابر ۰/۸ و در سایر حالات یک منظور می گردد.



ت) نسبت ℓ_{dh}/d_b در حالت میلگرد آج دار و $\psi_c = 1$ ، $f_y = 400\ MPa$

$\psi_r = 0.8$	$\psi_r = 1$	$f'_c(MPa)$
۱۷/۲	۲۱/۵	۲۰
۱۵/۴	۱۹/۲	۲۵
۱۴	۱۷/۵	۳۰
۱۳	۱۶/۲	۳۵
۱۲/۲	۱۵/۲	۴۰

توجه: اگر فولاد در یک عضو خمشی بیشتر از فولاد لازم بر اساس تحلیل خمشی مقطع باشد، می توان طول گیرایی ℓ_{dh} را با ضریب $\frac{A_{s,required}}{A_{s,provided}} = \frac{\text{فولاد لازم}}{\text{فولاد موجود}}$ کاهش داد.

۴- طول وصله پوششی میلگردهای آج دار در کشش

الف) رده ی A $\quad \ell_{st} = \ell_d \geq 300\ mm$

ب) رده ی B $\quad \ell_{st} = 1.3\ \ell_d \geq 300\ mm$

وصله ی میلگردهای آج‌دار در کشش فقط در صورتی در رده ی A محسوب می شود که هر دو شرط زیر برقرار باشند:

۱. در کل طول وصله، سطح مقطع میلگردهای موجود حداقل دو برابر سطح مقطع فولاد لازم بر اساس محاسبه باشد؛

۲. حداکثر یک دوم کل فولاد در طول پوشش، وصله شوند.

۴- طول وصله پوششی میلگردهای آج دار در فشار

$$f_y \le 420MPa \quad \ell_{sc} = 0.071 f_y d_b \ge 300mm$$

$$f_y > 420MPa \quad \ell_{sc} = (0.13 f_y - 24) d_b \ge 300mm$$

آیین نامه قید می کند که برای حالتی که مقاومت فشاری بتن کمتر از ۲۱ مگاپاسکال باشد، طول پوشش وصله ی تحت فشار باید یک سوم (۳۳ درصد) افزایش یابد.

ضرائب تقریبی لنگرهای خمشی و نیروی برشی

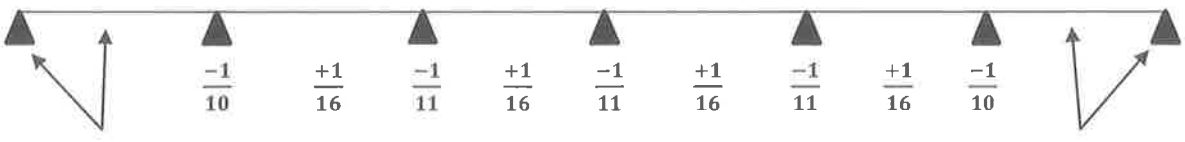
۱- محاسبه لنگرهای خمشی

$$M_u^{\mp} = k\, \omega_u\, l_n^2$$

الف) ضریب K در تیر یا دال با دو دهانه

تکیه گاه کناری ساده یا تیر روی دیوار	0	$\frac{+1}{11}$	$\frac{-1}{9}$	$\frac{+1}{11}$	0
تکیه گاه کناری تیر به تیر و متصل به آن	$\frac{-1}{24}$	$\frac{+1}{14}$	$\frac{-1}{9}$	$\frac{+1}{14}$	$\frac{-1}{24}$
تکیه گاه کناری تیر متصل به ستون	$\frac{-1}{16}$	$\frac{+1}{14}$	$\frac{-1}{9}$	$\frac{+1}{14}$	$\frac{-1}{16}$

ب) ضریب K در تیر یا دال با تعداد دهانه های بیشتر از دو



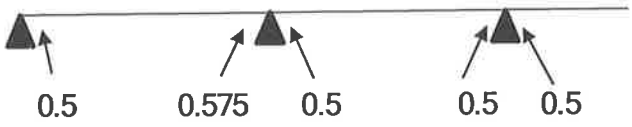
مانند تیر یا دال با دو دهانه

مانند تیر یا دال با دو دهانه

۲- محاسبه نیروی برشی

$$V_u = k\,\omega_u l_n$$

ضریب k در تیر و دال های یکسره



۳- محدودیت ها

i. اختلاف طول دو دهانه متوالی نباید بیشتر از ۲۰ درصد طول دهانه کوچکتر باشد.

ii. تیرها زیر اثر بار یکنواخت قرار دارند.

iii. شدت بار زنده نباید از سه برابر بار مرده تجاوز کند.

دال های بتن آرمه

۱- حداکثر لنگرهای خمشی در دالهای دو طرفه با استفاده از ضرایب ممان:

الف) لنگرهای خمشی منفی

$$M_A^- = C_A^-\,\omega\,A^2$$
$$M_B^- = C_B^-\,\omega\,B^2$$

ب) لنگرهای خمشی مثبت

- بار مرده:

$$M_{AD}^+ = C_{AD}^+\,\omega_D\,A^2$$
$$M_{BD}^+ = C_{BD}^+\,\omega_D\,B^2$$

- بار زنده:

$$M_{AL}^+ = C_{AL}^+\,\omega_L\,A^2$$
$$M_{BL}^+ = C_{BL}^+\,\omega_L\,B^2$$

۲- حداکثر برش در دال دوطرفه

$$q_A\left(\text{بار روی تیر با دهانه کوتاهتر}\right) = W_B\frac{\omega_u\,AB}{2A}$$
$$q_B\left(\text{بار روی تیر با دهانه بلندتر}\right) = W_A\frac{\omega_u\,AB}{2B}$$
$$\overline{q}_A\left(\text{بار روی تیر با دهانه کوتاهتر}\right) = \frac{\omega_u\,A}{4}$$
$$\overline{q}_B\left(\text{بار روی تیر با دهانه بلندتر}\right) = \frac{\omega_u AB - \frac{2\,\omega_u\,A^2}{4}}{2B}$$
$$V_{u\,\text{دال}} = max(q_A, q_B, \overline{q}_A, \overline{q}_B) \le \emptyset\,V_c$$

۳- ضوابط طراحی

الف) حداقل ضخامت دال

در دال های یک طرفه: به جدول افتادگی مراجعه شود.

در دال های دو طرفه متکی بر تیرهای لبه ای:

- در حالت $\alpha_{fm} \leq 0.2$

f_y (MPa)	300	420
h_{min}	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{33}$

- در حالت $0.2 < \alpha_{fm} \leq 2$

$$h_{min} = \frac{l_n(0.8 + f_y/1500)}{36 + 5\,\beta\,(\alpha_{fm} - 0.2)} \geq 120\ mm$$

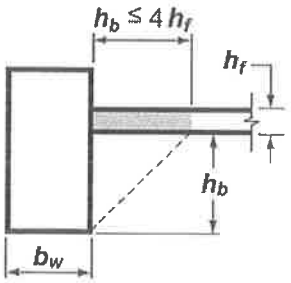
$$\alpha_f = \frac{I_b}{I_s} \quad , \quad \beta = \frac{B}{A}$$

- در حالت $\alpha_{fm} > 2$

$$h_{min} = \frac{l_n(0.8 + f_y/1500)}{36 + 9\,\beta} \geq 90\ mm$$

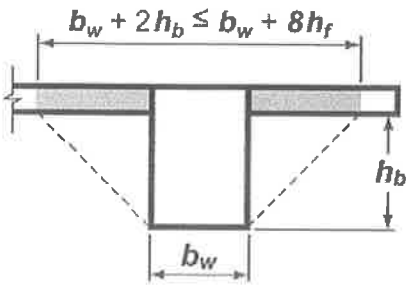
ب) بخشی از دال که به عنوان بال تیر در محاسبه ممان اینرسی تیر I_b می توان در نظر گرفت.

- تیر کناری



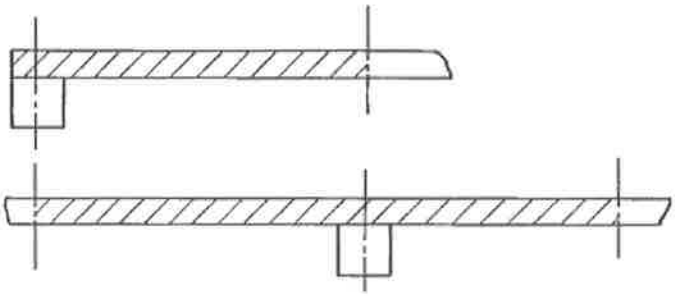
$$b_e - b_w \leq h_b$$
$$b_e - b_w \leq 4\,h_f$$

- تیر میانی



$$\frac{b_e - b_w}{2} \leq h_b$$
$$\frac{b_e - b_w}{2} \leq 4\,h_f$$

پ) مقطعی از دال که در محاسبه I_s منظور می شود.



- تیرکناری
- تیر میانی

l : طول هاشورخورده (وسط تا وسط چشمه های طرفین دال)

$$I_s = \frac{l\, h_f^3}{12}$$

ت) حداکثر میلگرد طولی: مشابه تیرها می باشد.

ث) حداکثر فاصله میلگردهای اصلی $s \le min\,(3h\,, 450mm)$

ج) حداقل میلگرد طولی $\rho_{min} \ge \rho^T$

چ) میلگرد حرارتی

f_y (MPa)	$f_y < 420$	$f_y \ge 420$
ρ^T	$0.002\, A_g$	$max(0.0014\, A_g\,, \frac{0.0018 \times 420}{f_y} A_g$

ح) حداکثر فاصله میلگردهای حرارتی $s \le min\,(5h\,, 450mm)$

قطعات تحت بار محوری و لنگرخمشی (ستون ها)

۱- مرکز ثقل پلاستیکی ستون

$$x_{pc} = \frac{\left[0.85\, f'_c\, bh\, \frac{h}{2} + A'_s f_y (h - d') + A_s f_y (h - d)\right]}{0.85\, f'_c\, bh\, + A'_s f_y + A_s f_y}$$

۲- مشخصات بار و لنگرخمشی در مقطع متعادل

۲-۱ مقطع غیر متقارن $a_b = \beta_1 \frac{600}{600 + f_y} d$

$$P_{nb} = 0.85 f'_c\, b\, a_b \left(d - \frac{a_b}{2}\right) + (A_s - A'_s) f_y$$

$$e'_b = \frac{\left[0.85\, f'_c\, b\, a_b \left(d - \frac{a_b}{2}\right) + A'_s f_y (d - d')\right]}{P_{nb}}$$

$e_b = e'_b - \overline{x}$ $\overline{x}$: فاصله مرکز ثقل پلاستیکی ستون تا مرکز ثقل میلگردهای کششی است.

$$M_{nb} = P_{nb}\, e_b$$

۲-۲ رابطه تقریبی محاسبه e_b در مقطع متقارن

$$e_b = (0.2 + 0.77\rho_g m)h$$

$$\rho_g = \frac{A_{st}}{A_g}$$

۳- بار محوری مقاوم نهایی ستون با مقطع مربع مستطیل

۳-۱ مقطع در حالت کنترل کشش $P_n \le P_{nb}$

الف) مقطع نامتقارن

$$P_n = 0.85 f'_c\, bd \left[1 - \frac{e'}{d} + (\rho' - \rho)m + \sqrt{(1 - \frac{e'}{d})^2 - 2\frac{e'}{d}(\rho' - \rho)m + 2\rho' m(1 - \frac{d'}{d})}\right]$$

ب) مقطع متقارن

$$P_n = 0.85 f'_c\, bd \left[1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{(1 - \frac{e'}{d})^2 + 2\rho' m(1 - \frac{d'}{d})}\right]$$

همچنین می توان از رابطه زیر نیز استفاده کرد:

$$P_n = 0.85 f'_c\, bd \qquad M_n = 0.5\, P_n (h - a) + A_s f_y (d - d')$$

۳-۲ مقطع در حالت کنترل فشار $N_r > N_{rb}$

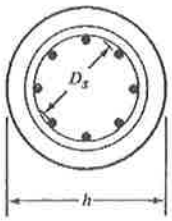
الف) مقطع نا متقارن

$$P_n = P_0 - (P_0 - P_{nb})\frac{M_n}{M_{nb}} \quad \text{یا} \quad P_n = \frac{P_0}{1 + (\frac{P_0}{P_{nb}} - 1)\frac{e}{e_b}}$$

ب) مقطع متقارن

$$P_n = \frac{A'_s f_y}{0.5 + \frac{e}{d - d'}} + \frac{bh\, f'_c}{1.18 + \frac{3\, e\, h}{d^2}}$$

۴- بار محوری مقاوم نهایی ستون با مقطع دایره ای



۴-۱ مقطع در حالت کنترل کشش $P_n \le P_{nb}$

$$P_n = 0.85 f'_c\, h^2 \left[\sqrt{(0.85\frac{e}{h} - 0.38)^2 + 0.4\rho_g m \frac{D_s}{h}} - (0.85\frac{e}{h} - 0.38) \right]$$

۴-۲ مقطع در حالت کنترل فشار $P_n > P_{nb}$

$$P_n = \frac{A_{st} f_y}{1 + \frac{3\,e}{D_s}} + \frac{A_g\, f'_c}{1.18 + \frac{9.6\, e\, h}{(0.8h + 0.67 D_s)^2}}$$

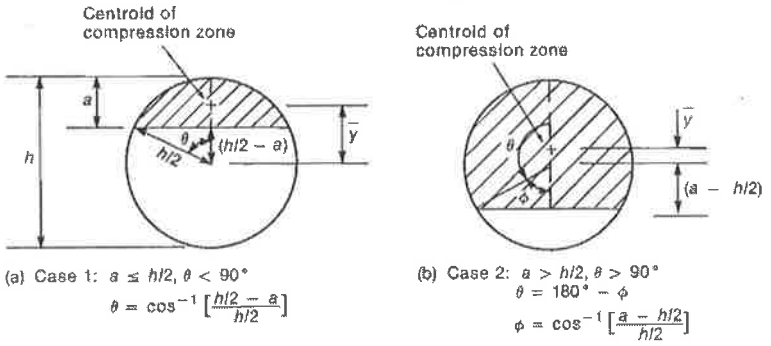
۴-۳ رابطه تقریبی محاسبه e_b در مقاطع دایره ای شکل

$$e_b = (0.24 + 0.39\rho_g m)h$$

۵- محاسبه مساحت و مرکز سطح قطاعی از دایره

$$A = \frac{h^2}{4}(\theta - \sin\theta\cos\theta)$$

$$\overline{y} = h^3 \frac{(sin\theta)^3}{12\,A}$$



۶- بارمحوری مقاوم نهایی ستون تحت اثر بار محوری و لنگر خمشی دو محوره

۶-۱ خروج از محوریت

$$e_x = \frac{M_{uy}}{P_u} \quad \text{و} \quad e_y = \frac{M_{ux}}{P_u}$$

۶-۲ مقطع در حالت کنترل فشار $P_n \ge 0.1P_0$

$$\frac{1}{\emptyset P_n} = \frac{1}{\emptyset P_{nx}} + \frac{1}{\emptyset P_{ny}} - \frac{1}{\emptyset P_0}$$

P_{nx} بار محوری اسمی تنها تحت اثر e_y و با $e_x = 0$

P_{ny} بار محوری اسمی تنها تحت اثر e_x و با $e_y = 0$

۶-۳ مقطع در حالت کنترل کشش $P_n < 0.1P_0$

$$\frac{M_{ux}}{\emptyset M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\emptyset M_{ny}} \le 1$$

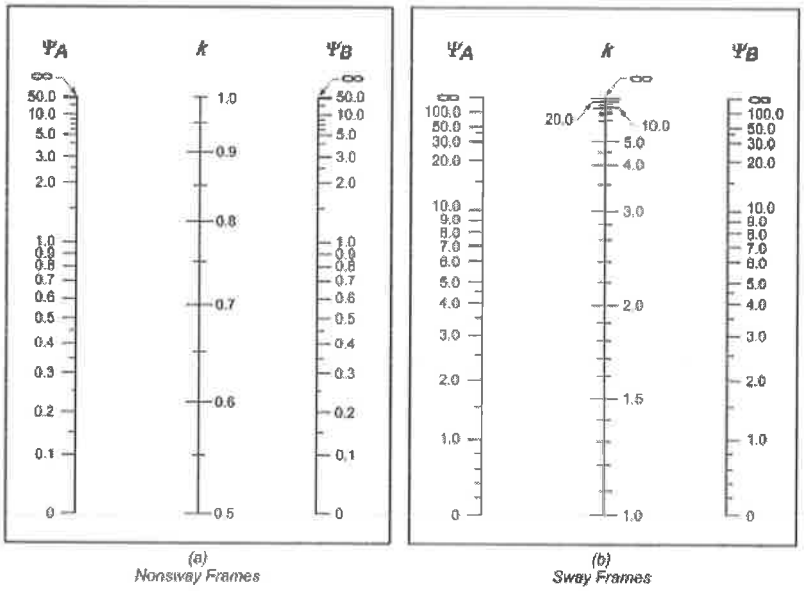
۷- تشدید لنگر در ستون های لاغر

۷-۱ طول موثر ستون

$$l_e = k\, l_u$$

$$\psi = \frac{\sum K_c}{\sum K_b} = \frac{\sum (EI_c/l_c)}{\sum (EI_b/l_b)}$$

$$I_b = 0.35\, I_g$$
$$I_c = 0.70\, I_g$$



قاب بدون حرکت جانبی قاب دارای حرکت جانبی

۷-۲ روابط محاسبه ضریب طول موثر ستون

الف) قطعات فشاری مهارشده: می توان برابر با یک و یا کوچکترین دو مقدار زیر منظور نمود.

$$k = 0.85 + 0.05\psi_{min} \le 1 \qquad k = 0.7 + 0.1\psi_m \le 1$$

ب) قطعات فشاری مهارنشده

$$k = (1 - 0.05\psi_m)\sqrt{1+\psi_m} \ge 1 \qquad \text{اگر } \psi_m < 2$$

$$k = 0.9\sqrt{1+\psi_m} \qquad \text{اگر } \psi_m \ge 2$$

در قطعات فشاری مهارنشده با یک انتهای مفصلی(ψ مربوط به انتهای غیر مفصلی): $k = 2 + 0.3\psi$

ψ = نسبت مجموع سختی ستونها به مجموع سختی تیرهای منتهی به یک گره در یک صفحه

ψ_m = متوسط مقدار ψ در دو انتهای عضو فشاری

ψ_{min} = کوچکترین مقدار ψ در دو انتهای عضو فشاری

در محل اتصال ستون به شالوده در صورت انتخاب اتصال مفصل می توان مقدار ψ را برابر ۱۰ و در صورت انتخاب اتصال گیردار می توان مقدار ψ را برابر ۱ در نظر گرفت.

۷-۳ بار بحرانی ستون

$$P_c = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(k\, l_u)^2}$$

$$(EI)_{eff} = \frac{0.4 E_c I_g}{1 + \beta_{dns}}$$

رابطه ساده شده: (می توان $\beta_{dns} = 0.6$ فرض کرد) $(EI)_{eff} = 0.25\, E_c I_g$

$$\beta_{dns} = \frac{\text{بار محوری نهایی ناشی از بار دائمی}}{\text{حداکثر بار محوری نهایی در ترکیب بار مشابه}}$$

۷-۴ ضریب تشدید لنگر در ستون های مهارشده

$$M_c = \delta\, M_2$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75\, P_c}} \geq 1$$

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$

M_1 و M_2 به ترتیب کوچکترین و بزرگترین لنگرخمشی نهایی دو انتهای ستون می باشند. $M_1 \leq M_2$ و نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ در حالت خمش یک جهته ستون منفی و در حالت خمش دو جهته ستون مثبت است. اگر در فاصله بین دو انتهای قطعه فشاری بار جانبی وارد شود $C_m = 1$ است.

$$M_{2,min} = P_u\, (15 + 0.03\, h)$$

چنانچه $M_{2,min} > M_2$ گردد، می توان C_m را برابر یک گرفت.

۷-۵ ضریب تشدید لنگر در ستون های مهارنشده

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s}$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \geq 1$$

M_{1ns} و M_{2ns} به ترتیب لنگرهای خمشی نهایی دو انتهایی ستون تحت اثر بارهایی می باشند که حرکت جانبی محسوسی ایجاد نمی کنند.

M_{1s} و M_{2s} به ترتیب لنگرهای خمشی نهایی دو انتهای ستون تحت اثر بارهایی می باشند که حرکت جانبی محسوسی ایجاد می کنند.

- حالت خاص ستون طبقات مهار نشده

$$\frac{l_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}} \quad \Rightarrow \quad M_2 = \delta\,(M_{2ns} + \delta_s M_{2s})$$

۸- شرایط صرف نظر کردن از اثر لاغری

الف) قطعات فشاری مهار شده

$$\frac{k\,l_u}{r} \le 40 \quad \text{و} \quad \frac{k\,l_u}{r} \le (34 + 12\frac{M_1}{M_2})$$

الف) قطعات فشاری مهار نشده

$$\frac{k\,l_u}{r} \le 22$$

۹- محاسبه شعاع ژیراسیون مقطع

ستون با مقطع مربع مستطیل $r = 0.3\,h$

ستون با مقطع دایروی $r = 0.25\,D$

در حالت کلی $r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$

۱۰- محدودیت های میلگرد طولی در ستون ها

۱۰-۱ نسبت میلگرد طولی $0.01 \le \rho_g \le 0.08$

۱۰-۲ حداقل تعداد میلگرد طولی

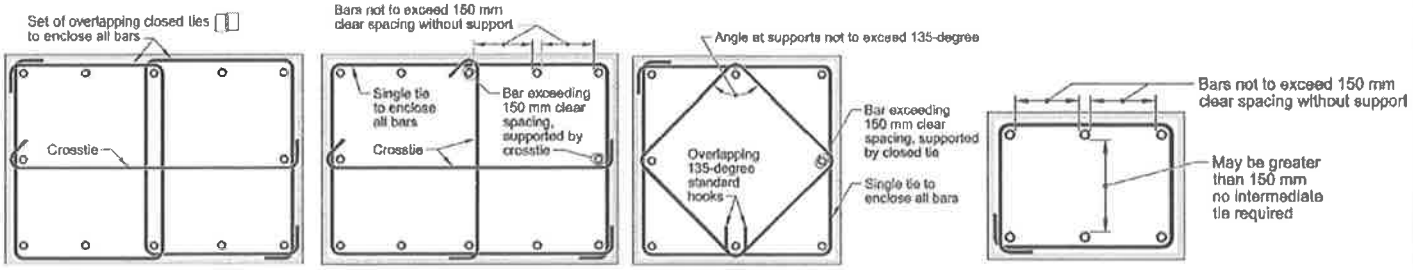
- میلگردهای داخل تنگ های مدور یا مستطیلی، ۴ عدد.
- میلگردهای داخل تنگ های مثلثی، ۳ عدد.
- میلگردهای داخل دورپیچ، ۶ عدد.

۱۱- ضوابط خاموت گذاری عادی

۱۱-۱ حداکثر فاصله بین خاموت ها در ستون

$s_{max} = min\ (16d_{b,long.\ bar}, 48d_{b,tie\ bar},$ کوچکترین بعد ستون)

۱۱-۲ آرایش خاموت ها در مقطع

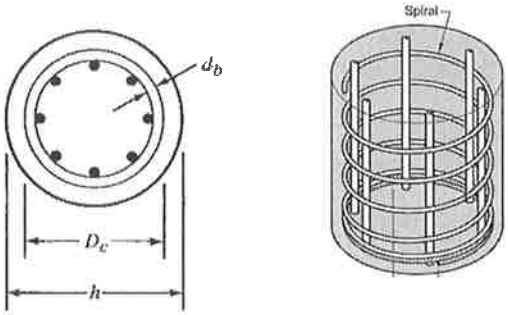


۱۲- ضوابط میلگرد عرضی دورپیچ

۱۲-۱ حداقل میلگرد عرضی در ستون های دورپیچ شده

$$\rho_s \geq 0.6\left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right)\frac{f'_c}{f_{yt}}$$

$$\rho_s = \frac{4A_{ss}}{D_c\, S}$$



A_{ss} سطح مقطع میلگرد عرضی دورپیچ و A_{ch} مساحت هسته بتنی بر اساس قطر بیرونی میلگرد D_c می باشد.

۱۲-۲ قطر میلگردهای مصرفی در دورپیچ نباید از ۱۰ میلی متر کمتر باشد.

۱۲-۳ در هر گام دورپیچ فاصله آزاد بین میلگردها نباید از ۷۵ میلی متر بیشتر و از ۲۵ میلی متر کمتر باشد.

۱۲-۴ مهار کردن دورپیچ با ۱/۵ دور پیچیدن اضافی میلگرد در انتهای قطعه تامین می شود.

طراحی شالوده منفرد

۱- تعیین ابعاد شالوده در پلان

$$P_s = P_{D+L} + W_f$$

$$0 \leq q_{max,min} = \frac{P_s}{A_f} \pm \frac{M_{D+L}}{S_f} = \frac{P_s}{B\,L}\left(1 \pm \frac{6\,e}{L}\right) \leq q_a$$

q_a تنش مجاز خاک، e خروج از محوریت بار، W_f وزن شالوده و $A_f = B \times L$ مساحت شالوده است. L طول شالوده در جهت لنگرخمشی است. در حضور بارهای ناشی از زلزله تنش مجاز می تواند ۱/۳۳ برابر شود.

۲- تعیین ضخامت شالوده

۲-۱ تعیین ضخامت بر اساس برش یک طرفه(برش عادی)

$$V_{u1} \leq \emptyset V_c$$

V_{u1} برش عادی به فاصله d از برستون می باشد.

۲-۲ تعیین ضخامت بر اساس برش دو طرفه

V_{u2} برش سوراخ کننده به فاصله $d/2$ از برستون می باشد.

$$d = max\left(\frac{3\,V_{u2}}{\emptyset\sqrt{f_c'}\,b_0}\ ,\ \frac{6\,V_{u2}}{\emptyset\,(1+\frac{2}{\beta})\sqrt{f_c'}\,b_0}\ ,\ \frac{12\,V_{u2}}{\emptyset\,(2+\frac{\alpha_s\,d}{b_0})\sqrt{f_c'}\,b_0}\right)$$

α_s برای ستون میانی برابر ۴۰ ، ستون کناری ۳۰ و ستون گوشه ۲۰ است.

β نسبت بعد بزرگ ستون به بعد کوچک ستون می باشد.

b_0 پیرامون خطوط شکست به فاصله $d/2$ از برستون می باشد.

۳- طراحی برای خمش

طراحی برای خمش همانند تیرها می باشد. مقطع بحرانی بر ستون می باشد. میلگرد حداقل، میلگرد حرارتی است.

در میلگردگذاری شالوده های مستطیلی بخشی از میلگردهای مورد نیاز در جهت عرضی شالوده ($\gamma_s\,A_s$) باید در فاصله ای برابر با بعد کوچک تر شالوده، در جهت طول و در قسمت میانی، به طور یکنواخت توزیع شوند. باقی مانده میلگردها نیز باید در دو طرف جهت مورد اشاره به طور یکنواخت قرار داده می شوند.

$$\gamma_s = \frac{2}{\beta+1}$$

توجه مهم: به روابط فوق نباید رابطه ای توسط دانشجو اضافه گردد. در غیر اینصورت در جلسه امتحان برگه فرمولر از دانشجو گرفته می شود.

Overall Geometry	
Spans	1 ft = 0.3048 m
Displacements	1 in. = 25.4 mm
Surface area	1 ft² = 0.0929 m²
Volume	1 ft³ = 0.0283 m³
	1 yd³ = 0.765 m³
Structural Properties	
Cross-sectional dimensions	1 in. = 25.4 mm
Area	1 in² = 645.2 mm²
Section modulus	1 in³ = 16.39 × 10³ mm³
Moment of inertia	1 in⁴ = 0.4162 × 10⁶ mm⁴
Material Properties	
Density	1 lb/ft³ = 16.03 kg/m³
Modulus and stress	1 lb/in² = 0.006895 MPa
	1 kip/in² = 6.895 MPa
Loadings	
Concentrated loads	1 lb = 4.448 N
	1 kip = 4.448 kN
Density	1 lb/ft³ = 0.1571 kN/m³
Linear loads	1 kip/ft = 14.59 kN/m
Surface loads	1 lb/ft² = 0.0479 kN/m²
	1 klp/ft² = 47.9 kN/m²
Stress and Moments	
Stress	1 lb/in² = 0.006895 MPa
	1 kip/in² = 6.895 MPa
Moment or torque	1 ft-lb = 1.356 N-m
	1 ft-kip = 1.356 kN-m

MKS-METRIC, AND U.S. CUSTOMARY UNITS OF NONHOMOGENOUS EQUATIONS IN THE CODE

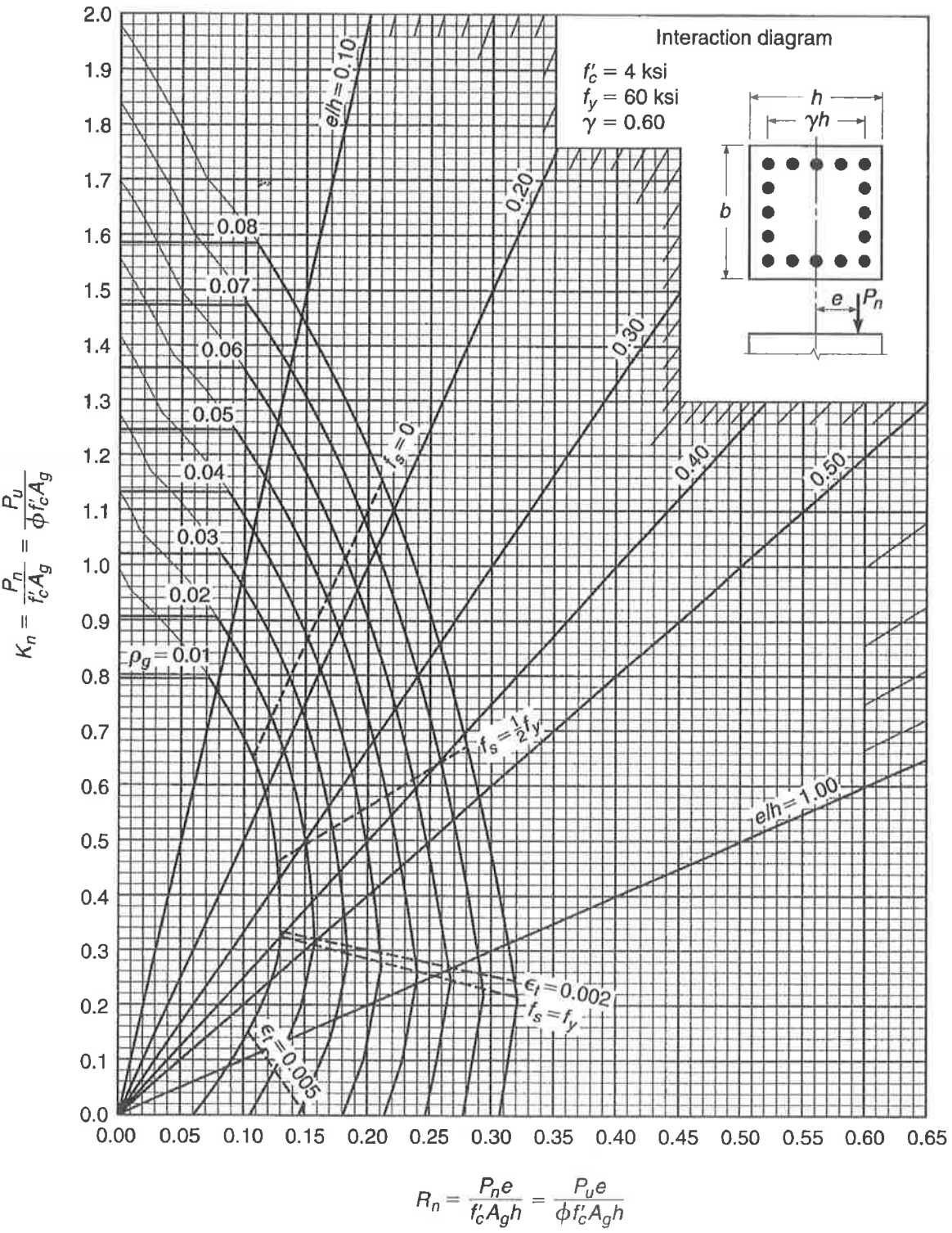
Provision number	SI-metric stress in MPa	mks-metric stress in kgf/cm²	U.S. Customary units stress in pounds per square inch (psi)
	1 MPa	10 kgf/cm²	145 psi
	$f_c' = 21$ MPa	$f_c' = 210$ kgf/cm²	$f_c' = 3000$ psi
	$f_c' = 28$ MPa	$f_c' = 280$ kgf/cm²	$f_c' = 4000$ psi
	$f_c' = 35$ MPa	$f_c' = 350$ kgf/cm²	$f_c' = 5000$ psi
	$f_c' = 40$ MPa	$f_c' = 420$ kgf/cm²	$f_c' = 6000$ psi
	$f_y = 280$ MPa	$f_y = 2800$ kgf/cm²	$f_y = 40{,}000$ psi
	$f_y = 420$ MPa	$f_y = 4200$ kgf/cm²	$f_y = 60{,}000$ psi

نمودارهای تداخلی بار و لنگرخمشی

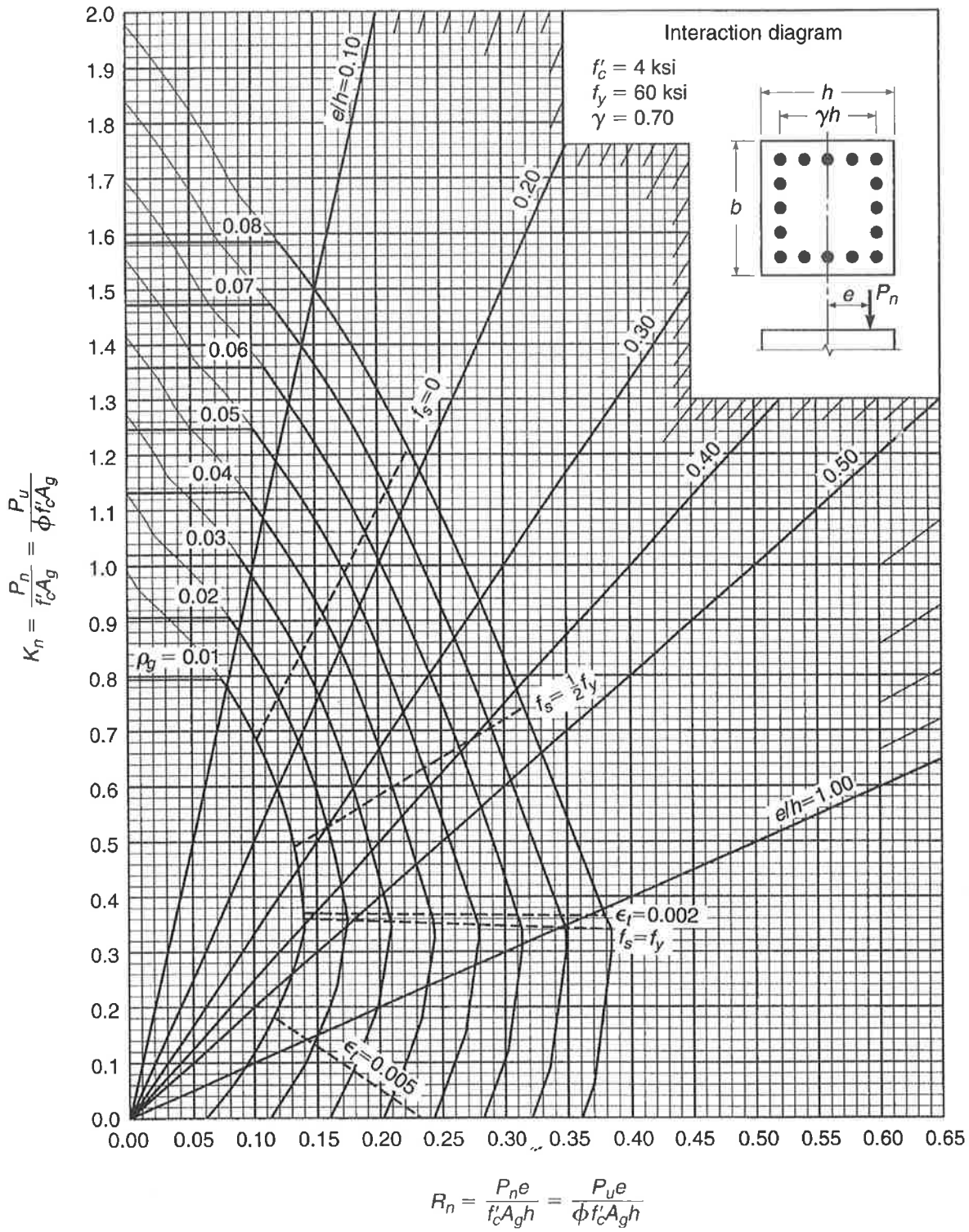
نمودارهای تداخلی بر اساس مقاومت فشاری 4 Ksi (21 MPa) و تنش تسلیم فولاد 60 Ksi (420 MPa) برای مقطع مربع مستطیل با فولاد در همه جوانب، مقطع مربع مستطیل بدون فولاد میانی و مقطع دایروی تهیه شده اند.

در هر نمودار ۶ منحنی برای حداقل نسبت فولاد $\rho_g = 0.01$ الی حداکثر نسبت فولاد $\rho_g = 0.08$ ارائه شده است. γ نسبت فاصله میلگردها به اندازه مقطع در جهت لنگر خمشی می باشد.

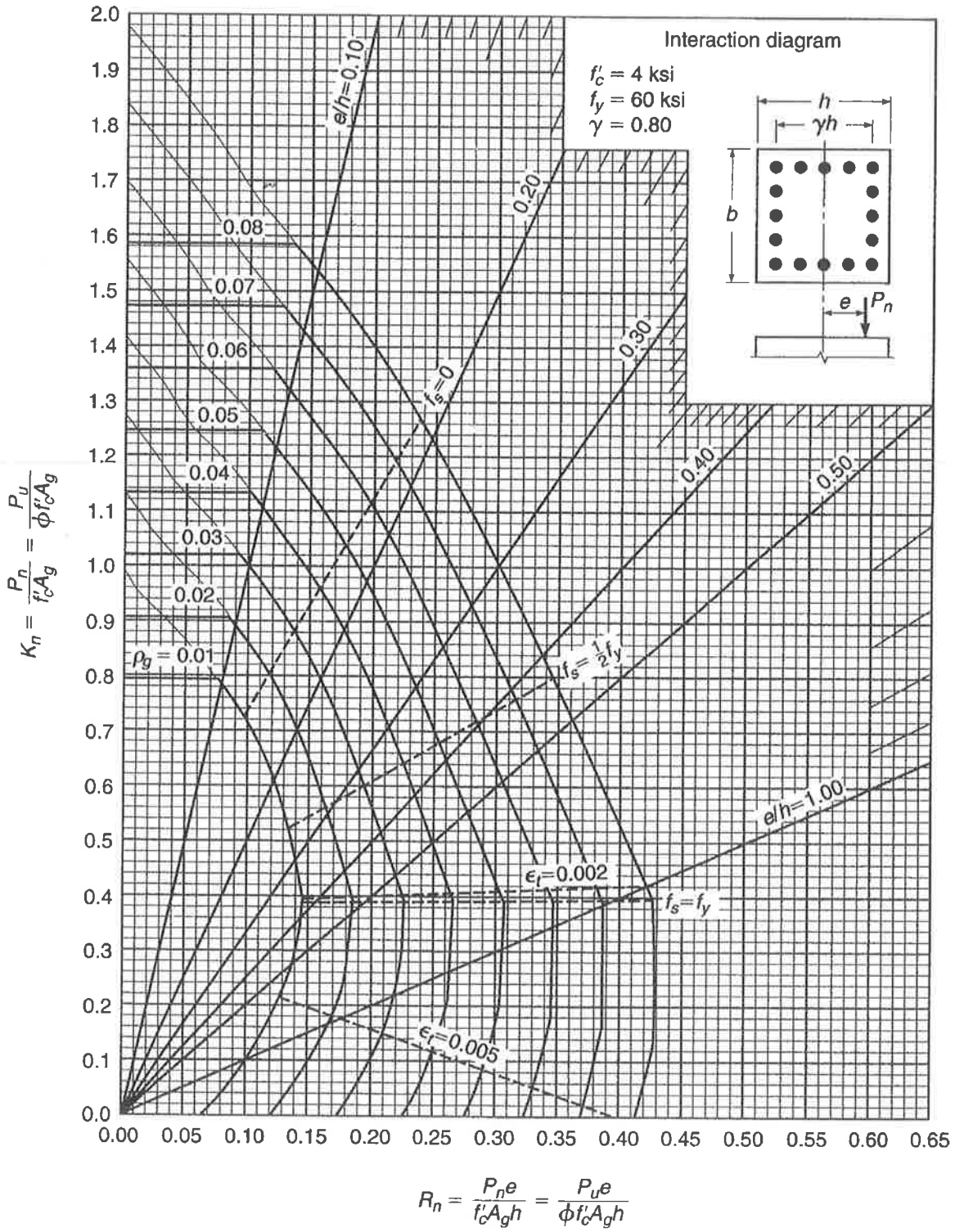
محورهای افقی و قائم بدون بعد می باشند.



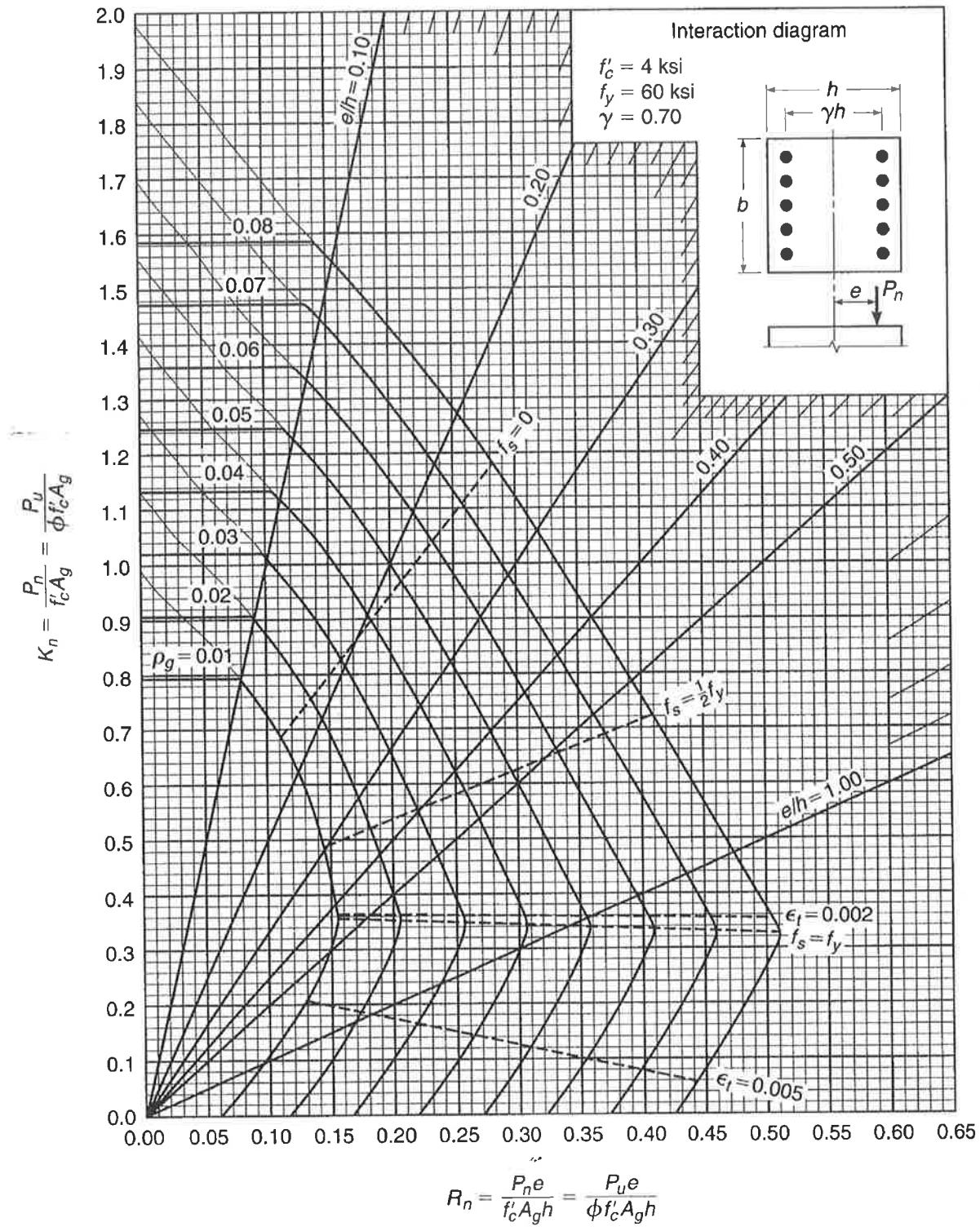
GRAPH A.5
Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on four faces and $\gamma = 0.60$.



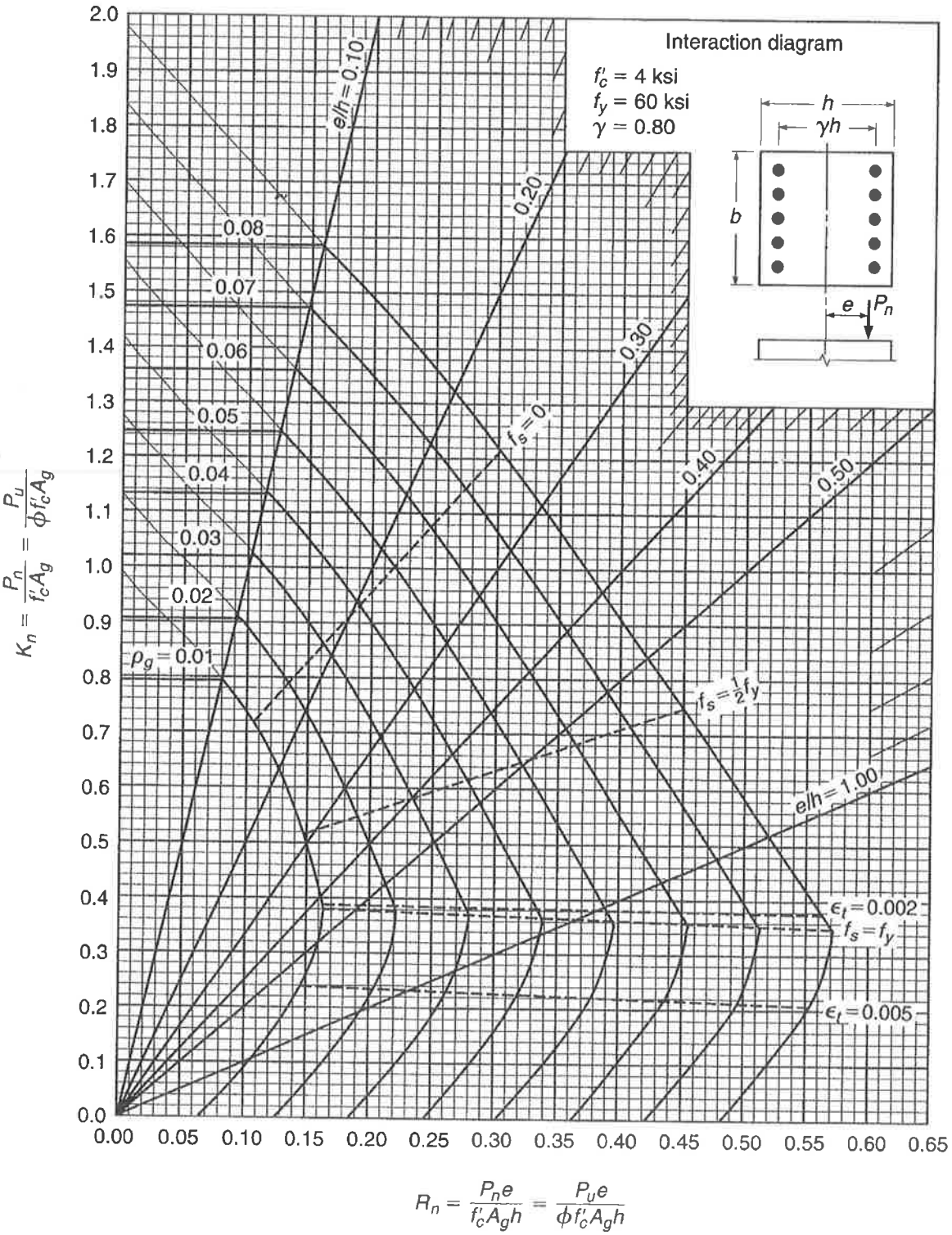
GRAPH A.6
Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on four faces and $\gamma = 0.70$.



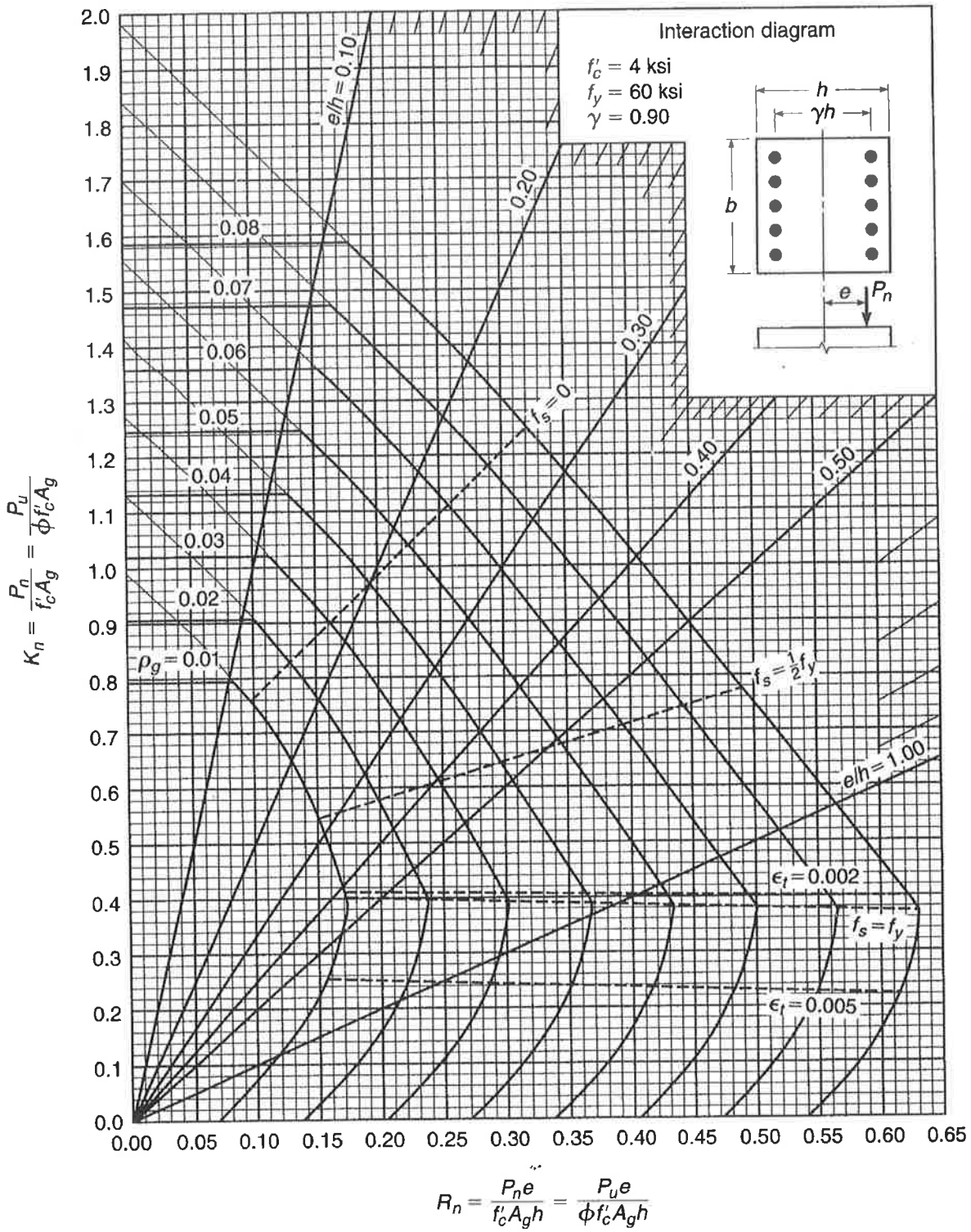
GRAPH A.7
Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on four faces and $\gamma = 0.80$.



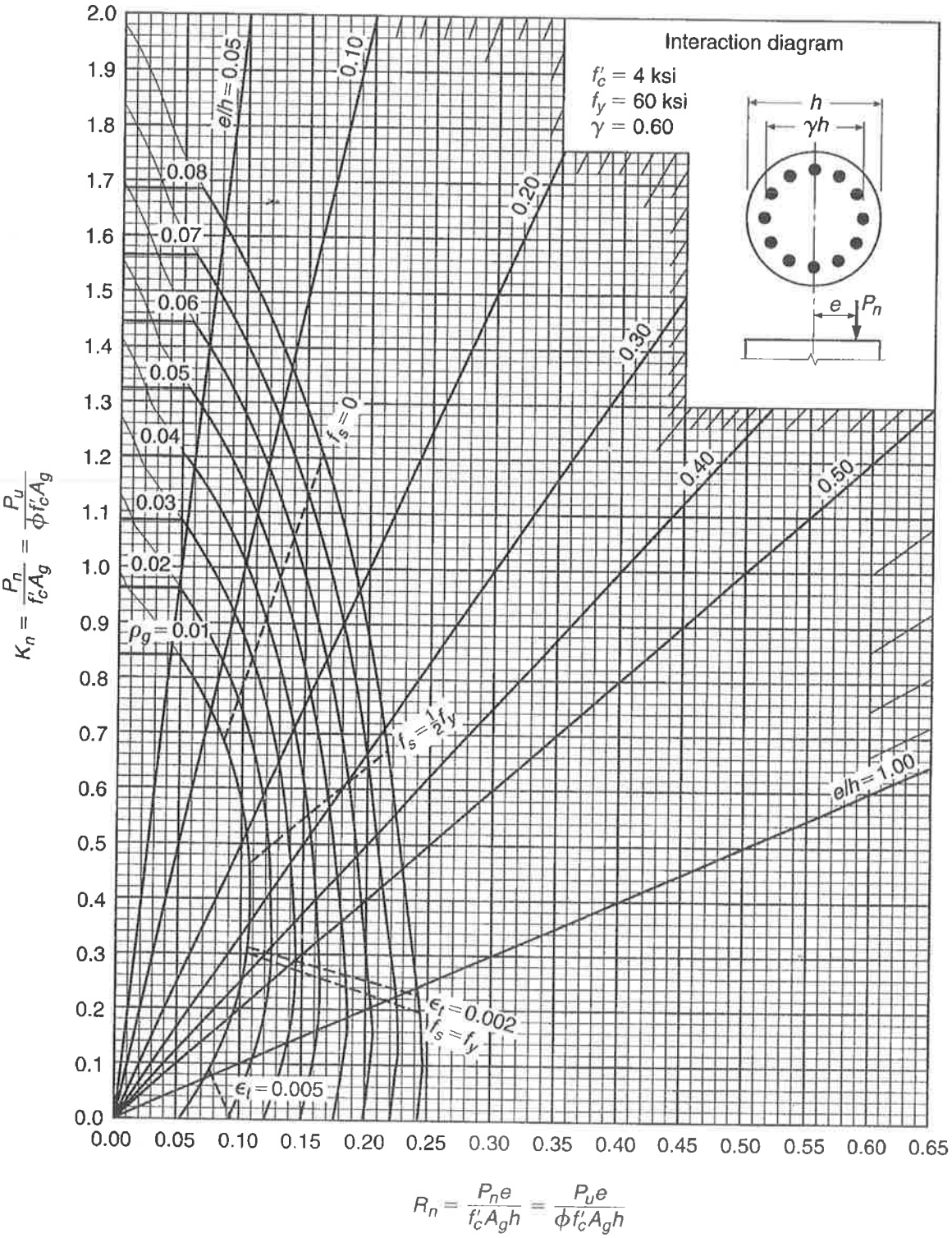
GRAPH A.10
Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on end faces and $\gamma = 0.70$.



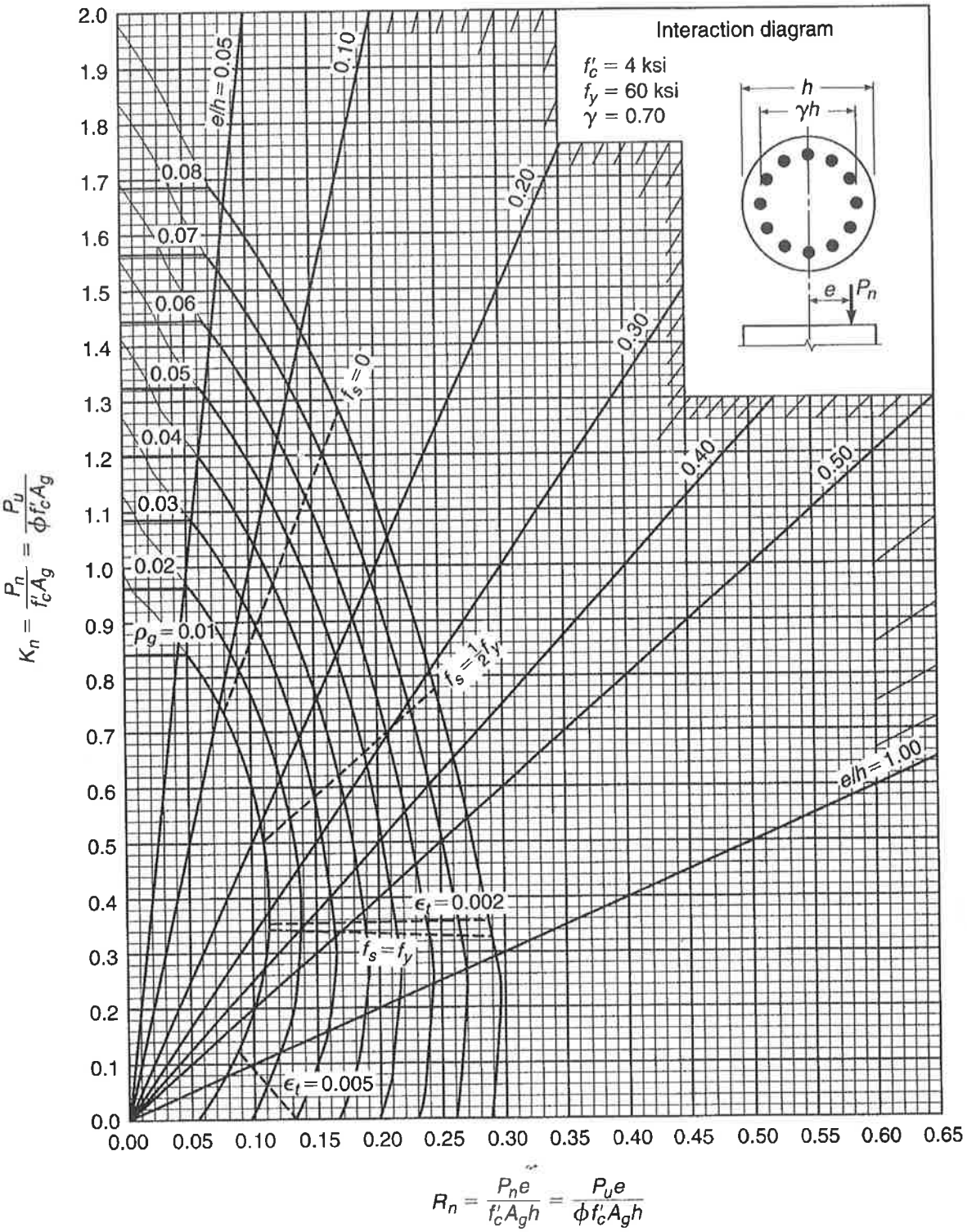
GRAPH A.11
Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on end faces and $\gamma = 0.80$.



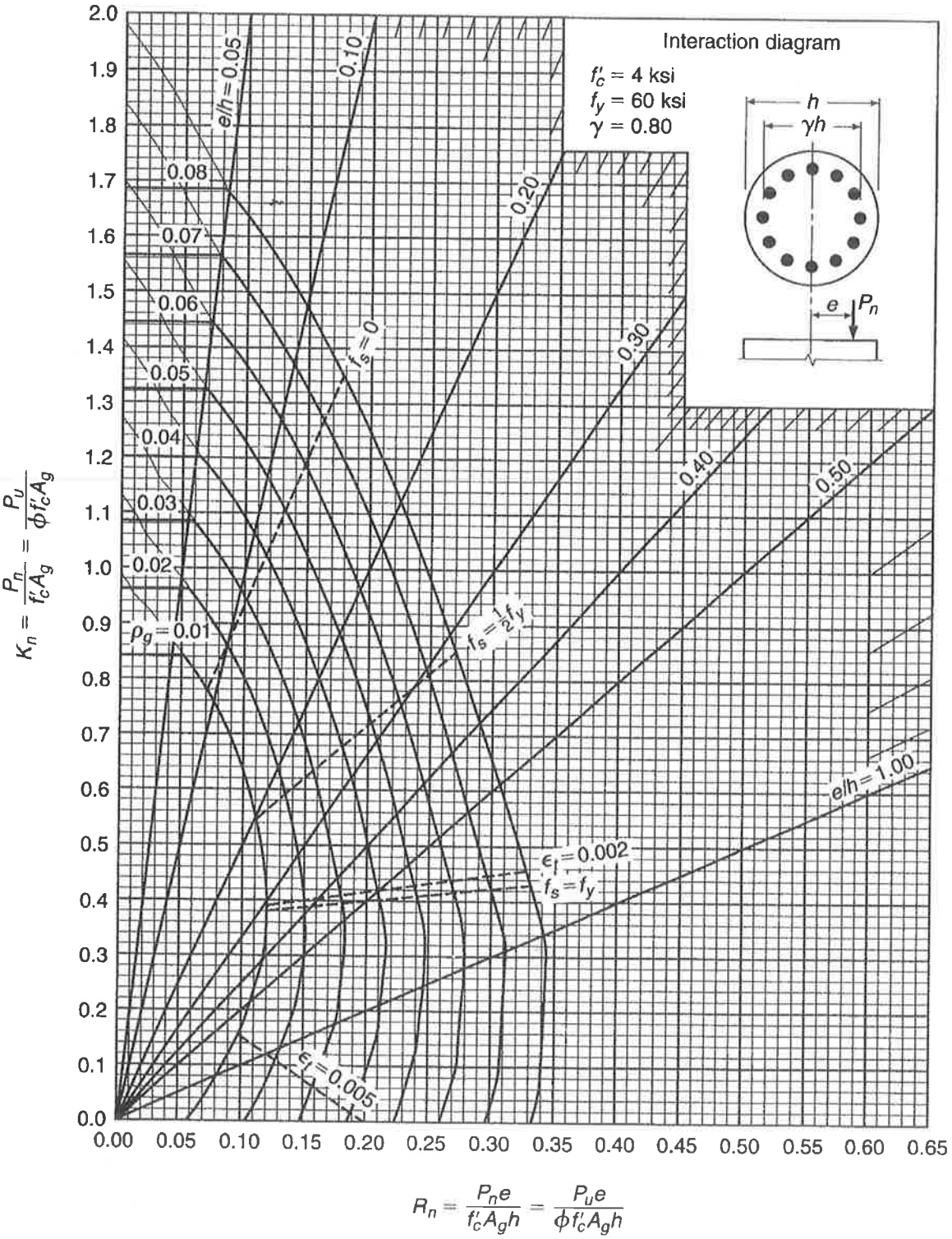
GRAPH A.12
Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on end faces and $\gamma = 0.90$.



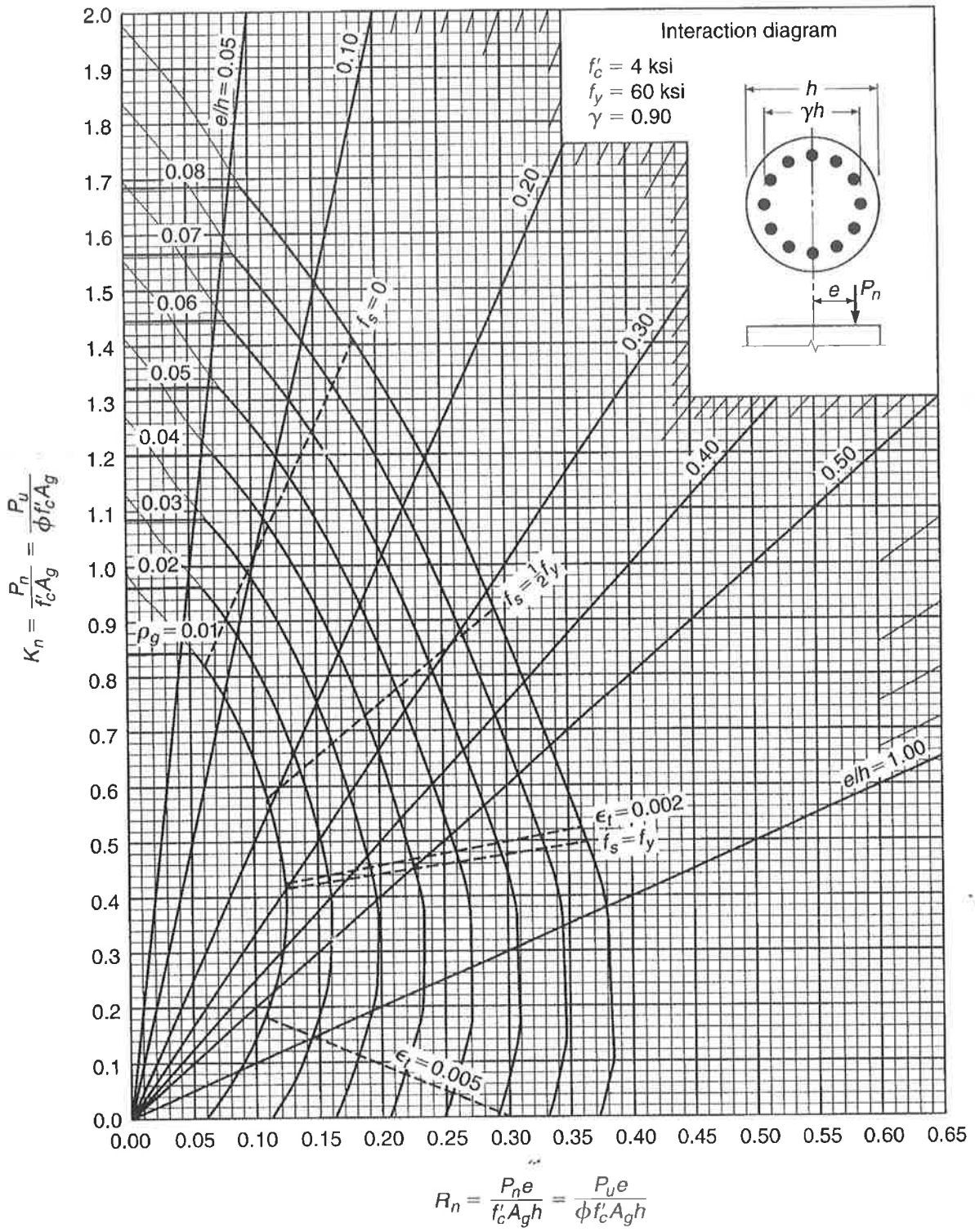
GRAPH A.13
Column strength interaction diagram for circular section with $\gamma = 0.60$.



GRAPH A.14
Column strength interaction diagram for circular section with $\gamma = 0.70$.



GRAPH A.15
Column strength interaction diagram for circular section with $\gamma = 0.80$.



GRAPH A.16
Column strength interaction diagram for circular section with $\gamma = 0.90$.

دانشگاه بوعلی سینا

دانشکده مهندسی

مسائل حل شده درس طراحی سازه های بتن آرمه بر اساس آیین نامه بتن ایران

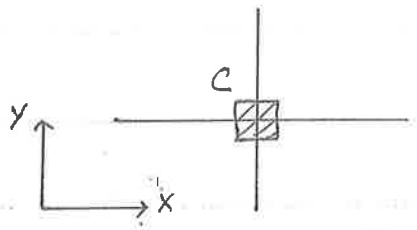
درس دکتر رضایی

نیمسال اول تحصیلی ۹۴-۱۳۹۳

ترکیب بارها

سازه های بتن آرمه
دکتر رضایی

ستون C در شکل زیر در حالت عادی بارهای مرده و زنده $P\begin{cases}D=450\,kN\\L=200\end{cases}$ و $M_x\begin{cases}D=60\,kN\text{-}m\\L=30\end{cases}$ و $M_y\begin{cases}D=40\,kN\text{-}m\\L=50\end{cases}$ را تحمل میکند. چنانچه زلزله در جهت x بر سازه اثر کند این ستون بارهای $E_x\begin{cases}P=300\,kN\\M_x=150\,kN\text{-}m\end{cases}$ و چنانچه در جهت y اثر کند بارهای $E_y\begin{cases}P=350\\M_y=100\end{cases}$ را متحمل می شود. تعیین کنید این ستون را برای چه بارهایی طراحی می نمایید.



		P	M_x	M_y	
	D	450	60	40	
	L	200	30	50	
	E_x	300	150	0	
	E_y	350	0	100	
	$U_1=1.25D+1.5L$	862.5	120	125	1
E_x	$U_2=0.8(U_1+1.5E_x)$	1050	276	100	2
E_x	$U_3=0.85D+1.2E_x$	742.5	231	34	3
E_y	$U_2=0.8(U_1+1.5E_y)$	1110	96	220	4
E_y	$U_3=0.85D+1.2E_y$	802.5	51	154	5

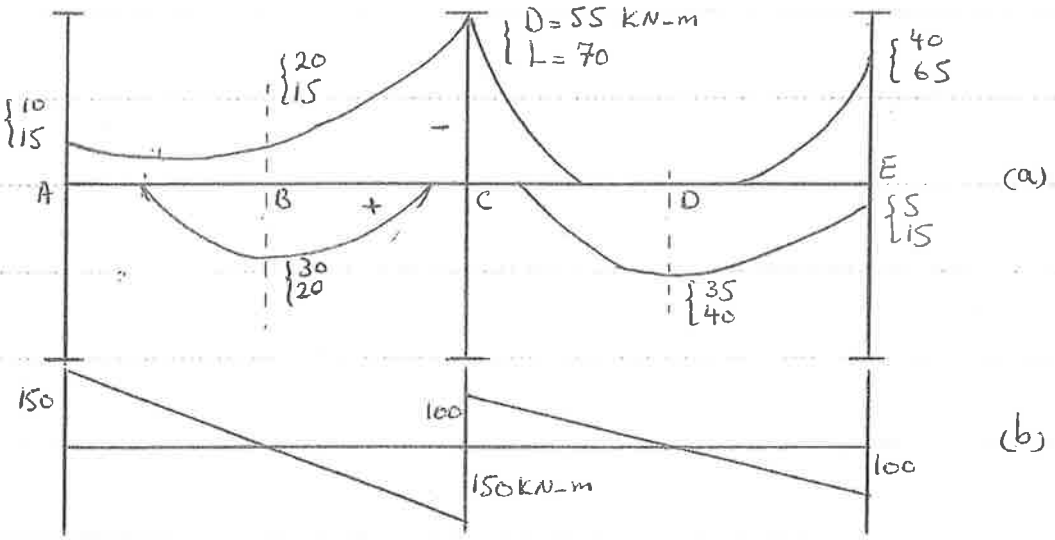
از بین گروه بارهای فوق به احتمال قوی یکی از گروههای 1 و 2 و 4 می توانند حاکم باشند.

بنابراین بارهای طراحی عبارتند از:

$$1\begin{cases}P_u=862.5\,kN\\M_{xu}=120\,kN\text{-}m\\M_{yu}=125\,kN\text{-}m\end{cases}\qquad 2\begin{cases}P_u=1050\,kN\\M_{xu}=276\,kN\text{-}m\\M_{yu}=100\,kN\text{-}m\end{cases}\qquad 4\begin{cases}P_u=1110\,kN\\M_{xu}=96\,kN\text{-}m\\M_{yu}=220\,kN\text{-}m\end{cases}$$

ترکیب بارها

تیر نشان داده شده قسمتی از یک قاب چند طبقه است. دیاگرامهای لنگر خمشی در طول تیر زیر اثر بارهای ثقلی و بارهای جانبی ناشی از زلزله در شکلهای (a) و (b) نشان داده شده اند. تعیین کنید این تیر را برای چه مقادیری در مقاطع مختلف طراحی نمایید.



M_A^- : $M_{u1} = 1.25\times10 + 1.5\times15 = 35$ KN-m

$M_{u2} = 0.8\,(M_{u1} \mp 1.5\times150) = \begin{matrix}208\\ -152\end{matrix}$

$M_{u3} = 0.85\times10 \mp 1.2\times150 = \begin{matrix}188.5\\ -171.5\end{matrix}$

$\Rightarrow$ $M_A^- = 208$ KN-m $M_A^+ = 171.5$ KN-m

M_B^+ : $M_{u1} = 1.25\times30 + 1.5\times20 = 67.5$

M_B^- : $M_{u1} = 1.25\times20 + 1.5\times15 = 47.5$

$\Rightarrow$ $M_B^+ = 67.5$ KN-m $M_B^- = 47.5$ KN-m

M_C^-: $M_{u1} = 1.25 \times 55 + 1.5 \times 70 = 173.8$

$M_{u2} = 0.8(173.8 \pm 1.5 \times 150) = \angle \begin{matrix} 319 \\ -41 \end{matrix}$

$M_{u3} = 0.85 \times 55 \pm 1.2 \times 150 = \angle \begin{matrix} 226.8 \\ -133.3 \end{matrix}$

$\Rightarrow \quad M_C^- = 319 \text{ kN-m} \qquad M_C^+ = 133.3 \text{ kN-m}$

M_D^+: $M_{u1} = 1.25 \times 35 + 1.5 \times 40 = 103.8 \text{ kN-m}$

M_E^-: $M_{u1} = 1.25 \times 40 + 1.5 \times 65 = 147.5$

$M_{u2} = 0.8(147.5 \pm 1.5 \times 100) = \angle \begin{matrix} 238 \\ -2 \end{matrix}$

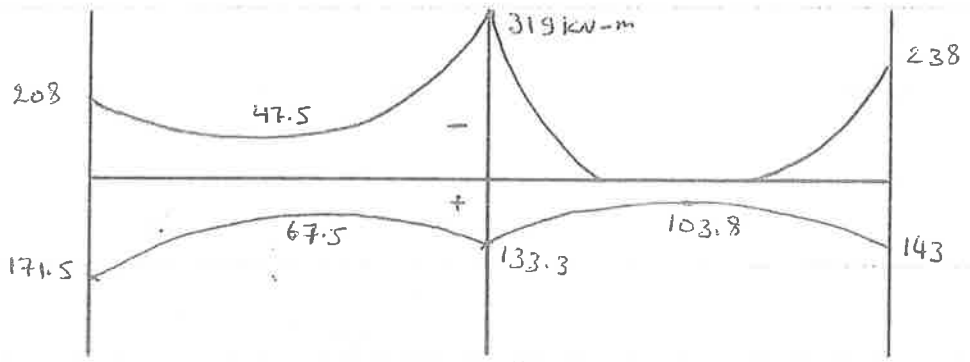
$M_{u3} = 0.85 \times 40 \pm 1.2 \times 100 = \angle \begin{matrix} 154 \\ -86 \end{matrix}$

M_E^+: $M_{u1} = 1.25 \times 5 + 1.5 \times 15 = 28.8$

$M_{u2} = 0.8(28.8 \pm 1.5 \times 100) = \angle \begin{matrix} 143 \\ -97 \end{matrix}$

$M_{u3} = 0.85 \times 5 \pm 1.2 \times 100 = \angle \begin{matrix} 124.3 \\ -115.8 \end{matrix}$

$\Rightarrow \quad M_E^- = 238 \text{ kN-m} \qquad M_E^+ = 143 \text{ kN-m}$

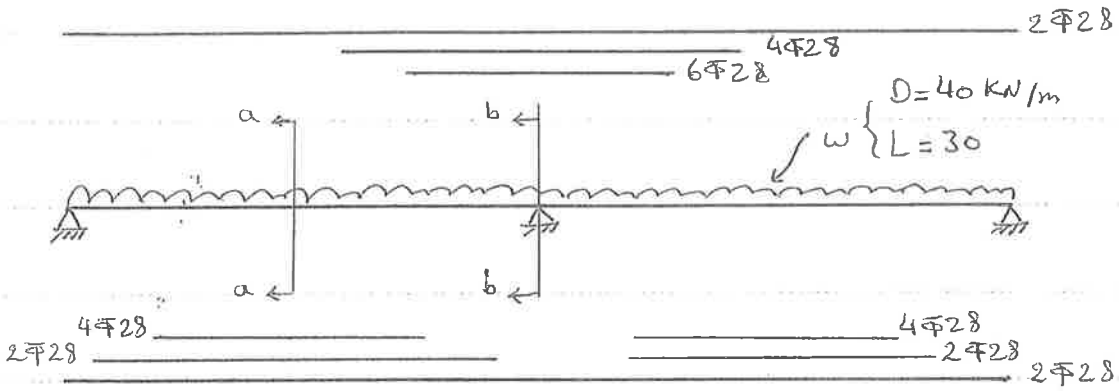


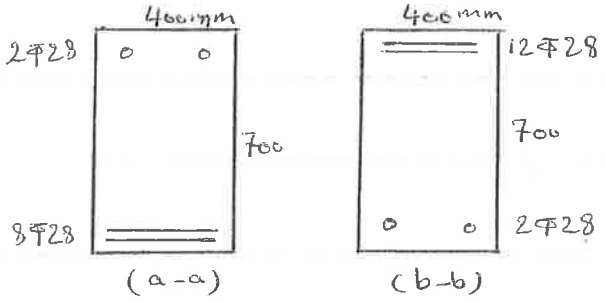
دیاگرام ممان طرح در حد نهایی

آنالیز تیرها و ضریب اطمینان طرح

تیر دو دهانه زیر با شکل آرماتورگذاری آن در نظر است. ممان مثبت دهانه ها از رابطه $M^+ = \frac{1}{11} w L^2$ و ممان منفی تکیه گاه از رابطه $M^- = \frac{1}{9} w L^2$ قابل محاسبه است. L طول هر دهانه و برابر $10\,m$ است. ضریب اطمینان موجود در این طرح را (در شرائط حدی نهایی) محاسبه نمایید.

$f_{cc} = 25\,MPa$
$f_y = 400\,MPa$





$d' = 50\,mm$
$d = 600\,mm$

۱) محاسبه لنگرها در حالت عادی (سرویس)

$$M_s^- = \frac{1}{9}(40+30)\times 10^2 = 777.8\ KN\text{-}m$$

$$M_s^+ = \frac{1}{11}(40+30)\times 10^2 = 636.4\ KN\text{-}m$$

۲) محاسبه ممان مقاوم در حالت حدی نهایی مقطع a-a

$$A_s = 8\times 616 = 4928\ mm^2 \Rightarrow \rho = \frac{A_s}{400\times 600} = 0.0205$$

$$A_s' = 2\times 616 = 1232\ mm^2 \Rightarrow \rho' = \frac{A_s'}{400\times 600} = 0.0051$$

$$\rho_b = 0.85\times 0.85\times \frac{0.6\times 25}{0.85\times 400}\times \frac{600}{600+400} = 0.0191$$

$$(\rho-\rho')_{min}=0.85\times0.85\times\frac{0.6\times25}{0.85\times400}\times\frac{600}{600-400}\times\frac{50}{600}=0.0008$$

$\rho=0.0205 \;<\; 0.0191+0.0051=0.0242$ فولاد کششی جاری می‌شود

$\rho=0.0205 \;>\; 0.008+0.0051=0.0131$ فولاد فشاری جاری می‌شود

$$a=\frac{(A_s-A_s')\,f_{yd}}{0.85\times f_{cd}\times b}=246.4\ mm$$

$$M_r=0.85\times0.6\times25\times400\times246.4\left(600-\frac{246.4}{2}\right)+1232\times0.85\times400\times(600-50)$$

$$\Rightarrow M_r=829.5\ KN-m$$

۳) محاسبه مان مقاوم در حالت دوری نهایی مقطع a-b

$A_s=12\times616=7392\ mm^2$ $\Rightarrow \rho=0.0308$

$A_s'=2\times616=1232\ mm^2$ $\rho'=0.0051$

$\rho=0.0308 > 0.0242$ فولاد کششی جاری نمی‌شود $\Rightarrow \rho=\rho_b+\rho'=0.0242$

$\rho=0.0308 > 0.0157$ فولاد فشاری جاری می‌شود $\Rightarrow A_s=5815\ mm^2$

برای اجرا از نگاشت تردد مقدار فولاد کششی اصلاح می‌شود

$$a=\frac{(5815-1232)\times0.85\times400}{0.85\times0.6\times25\times400}=305.5\ mm \Rightarrow M_r=927.2\ KN-m$$

۴) محاسبه ضرایب اطمینان

ضریب اطمینان مقطع a-a $\quad\frac{829.5}{636.4}=1.3$

ضریب اطمینان مقطع b-b $\quad\frac{927.2}{777.8}=1.2$

ضریب اطمینان طرح $=\text{Min}(1.3,1.2)=1.2$

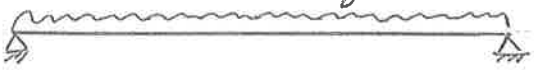
مثال مقادیر نهایی تیر

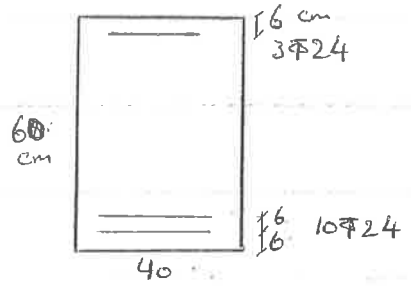
سازه های بتن آرمه
دکتر رضایی

تیری ساده با دهانه 10 m با مقطع مربع مستطیل مطابق شکل زیر است. مثال مقادیر نهایی را تعیین کرده و مقدار ماکزیمم ω را که در شرایط عادی (سرویس) می‌توان به تیر وارد نمود تعیین کنید.

$f_c = 200\ kg/cm^2$, $f_y = 4000\ kg/cm^2$

$\omega \begin{cases} D = D \\ L = D/2 \end{cases}$





$A_s = 10Ø24 = 45.24\ cm^2$

$A'_s = 3Ø24 = 13.57\ cm^2$

$d = 60 - 9 = 51\ cm$

$\rho - \rho' = (45.24 - 13.57)/40 \times 51 = 0.0155$

$\rho_b = 0.85 \times 0.85 \times \frac{200}{4000} \times \frac{6000}{6000+4000} = 0.02168$

$(\rho - \rho')_{min} = 0.85 \times 0.85 \times \frac{200}{4000} \times \frac{6000}{6000-4000} \times \frac{6}{51} = 0.01275$

$(\rho - \rho')_{min} < \rho - \rho' < \rho_b$ هر دو آرماتور مد جاری شدن می‌رسند

$a = (A_s - A'_s) f_y / 0.85 f_{cc} b = (45.24 - 13.57) \times 4 / 0.85 \times 0.2 \times 40 = 18.63\ cm$

$M_n = (A_s - A'_s) f_y (d - \frac{a}{2}) + A'_s f_y (d - d')$

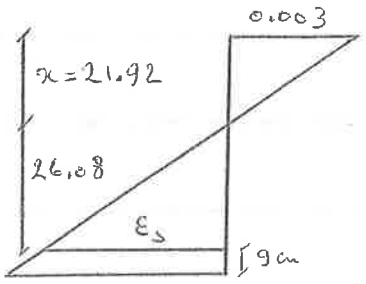
$M_n = (45.24 - 13.57) \times 4 \times (51 - 18.63/2) + 13.57 \times 4 \times (51 - 6)$

$= 7723\ Ton\text{-}cm = 77.23\ Ton\text{-}m$

$x = \frac{a}{\beta_1} = \frac{18.63}{0.85} = 21.92\ cm$

$\varepsilon_s = 26.08 \times 0.003 / 21.92 = 0.0036 > \varepsilon_{sy}$

$\varepsilon_{sy} = 4/2000 = 0.002$



مطابق ACI $M_u = \phi M_n \qquad \phi = 0.9$

$M_u = 0.9 \times 77.23 = 69.51 \ Ton-m$

توجه: مطابق آیین نامه بتن ایران $M_u = M_r$

$M_u = 1/8 \ w_u L^2$

$w_u = 8 \times 69.51 / 10^2 = 5.56 \ Ton/m = 1.4D + 1.7L$

$D = 5.56 / 2.25 = 2.47 \ Ton/m$

$L = D/2 = 1.23 \ Ton/m$

$w_s = D + L = 2.47 + 1.23 = 3.70 \ Ton/m$

آنالیز تیرهای مستطیل شکل

تیری با مقطع 40x60cm مطابق شکل زیر تقویت شده آن تعیین کنید:

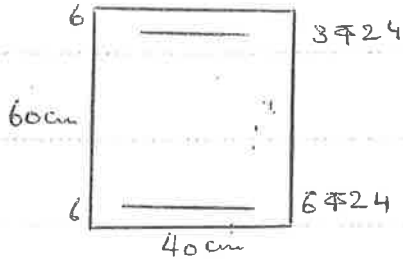
۱- تنش در بتن و فولادها در حالتیکه تیر زیر اثر لنگر خمشی $M=60kN-m$ قرار گیرد.

۲- لنگر خمشی که تیر تحت اثر آن ترک می خورد.

۳- تنش در بتن و در فولادها در حالتیکه تیر زیر اثر لنگر خمشی $M=200kN-m$ قرار گیرد.

۴- لنگر خمشی مقاوم نهایی تیر

۵- لنگر خمشی مقاوم در حالت مدی نهایی تیر



$f_c=25MPa$ $f_y=400MPa$

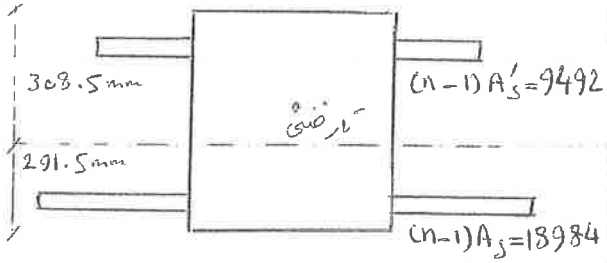
حل ۱) $M=60kN-m$

$A_s=6\times452=2712mm^2$ $A'_s=3\times452=1356mm^2$

$E_c=5000\sqrt{f_{cc}}=5000\sqrt{25}=25000MPa$, $n=E_s/E_c=8$

$f_r=0.6\sqrt{25}=3MPa$, $M_{cr}\simeq f_r\frac{bh^2}{6}=3\times\frac{400\times600^2}{6}=72\times10^6N-mm=72kN-m$

$M<M_{cr}$ مرحله اول آنالیزان



$$y=\frac{400\times600\times300+9492\times540+18984\times60}{400\times600+9492+18984}=291.5\ mm$$

$$I=400\times\frac{600^3}{12}+400\times600\times(300-291.5)^2+9492\times248.5^2+18984\times231.5^2$$

$$\Rightarrow I=8821\times10^6\ mm^4$$

$$f_c = \frac{60\times10^6\times308.5}{I} = 2.1\ MPa < \frac{1}{2}f_{cc}\quad o.k$$

$$f_t = \frac{60\times10^6\times291.5}{I} = 2\ MPa < f_r\quad o.k$$

$$f_s = 8\times\frac{60\times10^6\times231.5}{I} = 12.6\ MPa < f_y\quad o.k$$

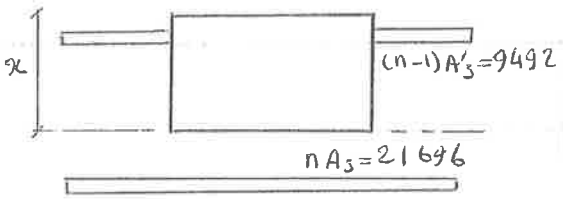
$$f'_s = 8\times\frac{60\times10^6\times248.5}{I} = 13.5\ MPa < f_y\quad o.k$$

$$M_{cr} = f_r\frac{I}{(h-x)} = 3\times\frac{8821\times10^6}{291.5} = 90.8\ KN-m$$ حل (۲)

حل (۳) $M = 200\ KN-m$

مرحله دوم آنالیز ترک خورده $M > M_{cr}$

$$x = \frac{400x\times x/2 + 9492\times60 + 21696\times540}{400x + 9492 + 21696}$$



$$\Rightarrow 200x^2 + 3188x - 1228536 = 0$$

$$\Rightarrow x = 181.9\ mm$$

$$I_{cr} = 400\times\frac{181.9^3}{3} + 9492\times(181.9-60)^2 + 21696(540-181.9)^2$$

$$\Rightarrow I_{cr} = 3725\times10^6\ mm^4$$

$$f_c = \frac{200\times10^6\times181.9}{I_{cr}} = 9.76\ MPa < 1/2\ f_{cc}\quad o.k$$

$$f_s = 8\times\frac{200\times10^6(540-181.9)}{I_{cr}} = 153.8\ MPa < f_y\quad o.k$$

$$f'_s = 8\times\frac{200\times10^6\times(181.9-60)}{I_{cr}} = 52.3\ MPa < f_y\quad o.k$$

حل ۴) $M_n = ?$

$$\varepsilon_y = \frac{400}{2\times10^5} = 0.002$$

$$\rho_b = 0.85\times0.85\,\frac{f_{cc}}{f_y}\,\frac{600}{600+f_y} = 0.0271$$

$$(\rho-\rho')_{min} = 0.85\times0.85\,\frac{25}{400}\,\frac{600}{600-400}\times\frac{60}{540} = 0.01505$$

$$\rho = \frac{2712}{400\times540} = 0.01255 \qquad \rho' = \frac{1356}{400\times540} = 0.0063 \quad , \quad \varepsilon'_{sb} = 0.0024 > \varepsilon_y$$

$\rho = 0.01255 < 0.0271 + 0.0063 = 0.00334$ فولاد کششی جاری می شود

$\rho = 0.01255 < 0.01505 + 0.0063 = 0.02135$ فولاد فشاری جاری نمی شود

معادله تعادل $0.85\times25\times400\times a + 1356\times2\times10^5\,\varepsilon'_s = 2712\times400$

$$\Rightarrow 0.85\times25\times400\times0.85x + 1356\times2\times10^5\times\frac{x-d'}{x}\times0.003 = 2712\times400$$

$$\Rightarrow 7225x^2 - 271200x - 48816000 = 0 \Rightarrow x = 103.1 > 60\,mm \quad o.k$$

$$a = \beta_1 x = 87.6\,mm$$

$$M_n = 0.85\times25\times400\times87.6\times\left(540-\frac{87.6}{2}\right) + 1356\times2\times10^5\times\frac{103.1-60}{103.1}$$

$$\times0.003\times(540-60) = 532.7\ kN\text{-}m$$

حل ۵) $M_r = ?$

$$\rho_b = 0.85\times0.85\times\frac{0.6\times f_{cc}}{0.85 f_y}\,\frac{600}{600+f_y} = 0.0191$$

$$(\rho-\rho')_{min} = 0.0106 = 0.85\beta_1\,\frac{f_{cd}}{f_{yd}}\,\frac{600}{600-f_{yd}}\,\frac{d'}{d}$$

$\rho = 0.01255 < 0.0191 + 0.0063 = 0.0254$ فولاد کششی جاری می شود

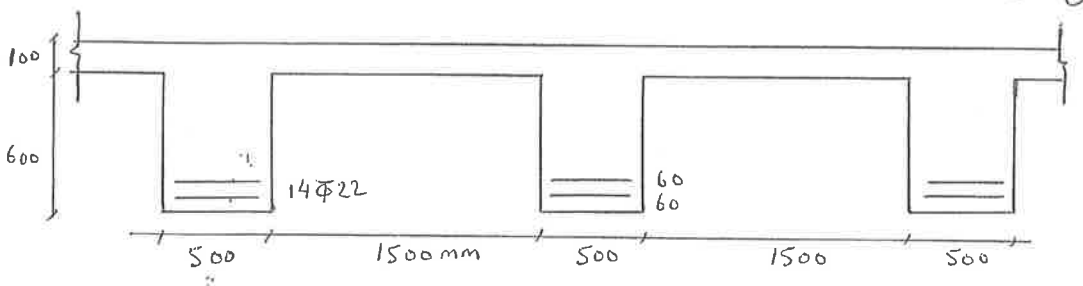
$\rho = 0.01255 < 0.0106 + 0.0063 = 0.0169$ فولاد فشاری جاری نمی شود

معادله تعادل $4335x^2 - 108480x - 48816000 = 0 \Rightarrow x = 119.4\,mm > 60$

$$a = 101.4\,mm \Rightarrow M_r = 447.3\ kN\text{-}m$$

سقفی با سیستمی از تیر و دال مطابق شکل زیر پوشانیده شده‌اند. تیرها به دهانه 10m به صورت ساده روی تکیه‌گاه‌ها قرار دارند. میان متادم صدی خمشی یکی از تیرها را تعیین کرده و در صورتی که بخواهیم بر روی تیر ضریب اطمینان برابر 2.0 داشته باشیم، میزان تنش در بتن و فولاد چه اندازه خواهد بود؟ میان متادم صدی خمشی را در صورتی که به جای 14Φ22 تعداد 21Φ22 در سه ردیف داشته باشیم تعیین کنید.

$f_{cc} = 20\ MPa$, $f_y = 400\ MPa$



۱- عرض موثر دال

$$b = \frac{L_n}{4} = \frac{10000}{4} = 2500\ mm$$

$$b = b_o + 16\,t = 500 + 16 \times 100 = 2100\ mm$$

$$b = b_o + \frac{l_1 + l_2}{2} = 500 + 1500 = 2000\ mm \quad \Rightarrow \quad b = 2000\ mm$$

۲- میان متادم صدی خمشی در حالت 14Φ22

$A_s = 14\Phi 22 \qquad A_s = 5322\ mm^2$

$$d = 700 - 90 = 610\ mm$$

$$\bar{a} = A_s f_{yd} / 0.85 f_{cd} b = 5322 \times 0.85 \times 400 / 0.85 \times 0.6 \times 20 \times 2000 = 88.7\ mm < t$$

محاسبات برای مستطیل بزرگ $b \times h = 2000 \times 700\ mm$ انجام میگیرد. $a = \bar{a}$

$$\rho_b = 0.85\,\beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{600}{600 + f_y} = 0.85^2 \frac{0.6 \times 20}{0.85 \times 400} \times \frac{600}{600 + 400} = 0.0153$$

آرماتور کشش جاری میشود $\rho = A_s / bd = 5322 / 2000 \times 610 = 0.0044 < \rho_b$

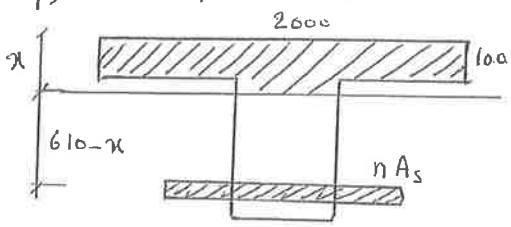
$$M_r = A_s f_{yd} (d - a/2) = 5322 \times 0.85 \times 400 (610 - \frac{88.7}{2}) = 1023.5\ kN\text{-}m$$

۳- محاسبه تنش ها در مقطع سرویس

$$E_c = 5000 \sqrt{f_{cc}} = 5000 \sqrt{20} = 22360\ MPa$$

$$n = E_s / E_c = 2 \times 10^5 / 22360 = 8.94$$

فرض می‌کنیم که در مرحله دوم آنالیز قرار داریم



$$2000\times100\times(x-50)+\frac{1}{2}\times500\times(x-100)^2-8.94\times5322\times(610-x)=0$$

$$250x^2+197578.7x-36522994.8=0 \qquad x=154.6\ mm$$

$$I_{cr}=\frac{1}{12}\times2000\times100^3+2000\times1000\times104.6^2+\frac{1}{3}\times500\times54.6^3$$
$$+8.94\times5322\times455.4^2=12249.3\times10^6\ mm^4$$

$$M_{servic}=M_r/2=1023.5/2=511.75\ KN-m$$

$$f_c=M_{servic}\ x/I_{cr}=511.75\times10^6\times154.6/12249.3\times10^6=6.46\ MPa<\frac{1}{2}f_{cc}$$

$$f_s=n\,M_{servic}\,(d-x)/I_{cr}=8.94\times511.75\times10^6(610-154.6)/12249.3\times10^6=170\ MPa<f_y$$

$$f_{ct}=M_{servic}\,(h-x)/I_{cr}=511.75\times10^6\times(700-154.6)/12249.3\times10^6=22.8>f_r=0.6\sqrt{20}=2.68$$

بنابراین آنالیز در مرحله دوم صحیح می‌باشد.

۴- ممان مقاوم حدی نهائی در حالت $A_s=21\Phi22$ و در سه ردیف

$$A_s=7983\ mm^2 \qquad d=700-120=580\ mm$$

$$\bar{a}=7983\times0.85\times400/0.85\times0.6\times20\times2000=133.05>100\ mm$$

محاسبات تیر T لازم است

$$A_{sf}=0.85\frac{f_{cd}}{f_{yd}}(b-b_o)t=4500\ mm$$

$$M_{rf}=A_{sf}\,f_{yd}\,(d-t/2)=81.09\ KN-m$$

$$A_{sw}=A_s-A_{sf}=3483\ mm^2 \qquad \rho_w=\frac{A_{sw}}{b_o d}=\frac{3483}{500\times580}=0.012<\rho_b=0.0153$$

آرماتور کششی جاری می‌شود

$$\begin{cases} a=A_{sw}\,f_{yd}/(0.85\,f_{cd}\,b_o) \\ M_{rw}=A_{sw}\,f_{yd}\,(d-a/2) \end{cases}$$

$$a=232.2\ mm \quad , \quad M_{rw}=549.3\ KN-m$$

$$M_r=M_{rf}+M_{rw}=810.9+549.3=1360.2\ KN-m$$

بسمه تعالی

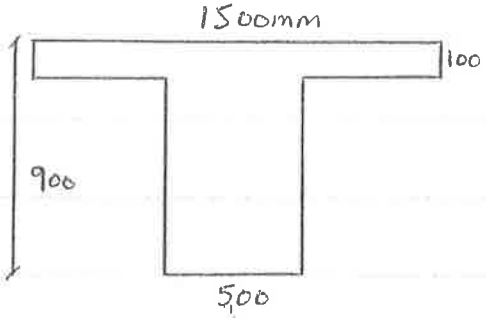
طرح تیرهای T شکل

مدرس: دکتر رضائی

1/3

تیری با مقطع T شکل مطابق شکل زیر در نظر است. مقادیر فولادهای لازم را در تیر برای حالات زیر بدست آورید.

از آرماتور $\Phi 25$ برای آرماتورهای کششی استفاده شود. $f_{cc} = 20\ MPa$, $f_y = 400\ MPa$



۱- به تیر ممانی در حد نهائی برابر $M_u = 1000\ KN\text{-}m$ اثر کند.

۲- به تیر ممانی در حد نهائی برابر $M_u = 1500\ KN\text{-}m$ اثر کند.

۳- به تیر ممانی در حد نهائی برابر $M_u = 2200\ KN\text{-}m$ اثر کند.

۱- فولاد لازم برای ممان $M_u = 1000\ KN\text{-}m$ در حالت حدی نهائی

$d = 900 - 60 = 840\ mm$

$\bar{M} = 0.85 f_{cd}\, bt\,(d - t/2) = 0.85 \times 12 \times 1500 \times 100\,(840 - \frac{100}{2}) \times 10^{-6} = 1208.7\ KN\text{-}m$

$M_u < \bar{M}$ با مستطیل بزرگ سروکار داریم

$\rho_b = 0.85\,\beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{600}{600 + f_y} = 0.85^2 \frac{12}{340} \times \frac{600}{1000} = 0.0153$

$q_b = \rho_b \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 0.0153 \times \frac{340}{12} = 0.4335$

$R_b = q_b\,(1 - 0.59 q_b) = 0.3226$

$R = M_u / f_{cd}\, bd^2 = 1000 \times 10^{-6} / 12 \times 1500 \times 840^2 = 0.0787$

$R < R_b$ آرماتور فشاری نیاز ندارد $q = 0.847(1 - \sqrt{1 - 2.36R}) = 0.0827$, $\rho = 0.0029$

$f_{cc} = 20\ MPa < 31\ MPa \Rightarrow \rho_{min} = \frac{1.4}{f_y} = \frac{1.4}{400} = 0.0035$

$$\begin{cases} \rho_{min}\, b_o d = 0.0035 \times 500 \times 840 = 1470\ mm^2 \\ \rho bd = 0.0029 \times 1500 \times 840 = 3654\ mm^2 \end{cases} \Rightarrow A_s = 3654\ mm^2$$

$\Phi 25 = 491$, $8\Phi 25 = 3928\ mm^2 > A_s$

$2 \times 50 + 7 \times 25 + 8 \times 25 = 475\ mm < 500$

A_s در یک ردیف جای میگیرد

۲- فولاد لازم برای ممان $M_u = 1500\ KN\text{-}m$ در حالت حدی نهائی

$M_u > \bar{M}$ به محاسبات تیر T نیاز است

$A_{sf} = 0.85 f_{cd}(b-b_o)t / f_{yd} = 0.85 \times 12 \times (1500-500) \times 100 / 340 = 3000\ mm^2$

$\rho_f = A_{sf} / b_o d = 3000 / 500 \times 840 = 0.0071$

$M_{rf} = A_{sf} f_{yd} (d - t/2) = 3000 \times 340 \times (840-50) \times 10^{-6} = 805.8\ KN\text{-}m$

$M_{rw} = M_u - M_{rf} = 1500 - 805.8 = 694.2\ KN\text{-}m$

$R_w = M_{rw} / f_{cd} b_o d^2 = 694.2 \times 10^{-6} / 12 \times 500 \times 840^2 = 0.164 < R_b$ به آرماتور فشاری نیازی نیست

$q_w = 0.847 (1 - \sqrt{1 - 2.36 R_w}) = 0.1839$

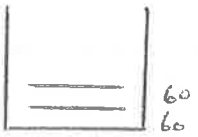
$\rho_w = q_w \dfrac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.1839 \times \dfrac{12}{340} = 0.0065$

$\rho = \rho_w + \rho_f = 0.0065 + 0.0071 = 0.0136$ $\qquad A_s = \rho b_o d = 5712\ mm^2$

$12\Phi 25 = 12 \times 491 = 5892 > 5712$ تعداد فولاد زیاد است و در یک ردیف جای نمی‌گیرد

$d = 900 - 90 = 810\ mm$ بهتر است در دو ردیف پیش‌بینی شود

$\bar{M} = 1162.8\ KN\text{-}m$



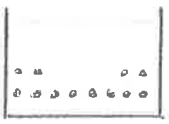
$M_u > \bar{M}$ به محاسبات تیر T نیاز است

$A_{sf} = 3000\ mm^2$ $\qquad \rho_f = 0.0071$

$M_{rf} = 775.2\ KN\text{-}m$ $\qquad M_{rw} = 724.8\ KN\text{-}m$ $\qquad R_w = 0.184 < R_b$

$q_w = 0.2099$ $\qquad \rho_w = 0.0074$ $\qquad \rho = 0.0145$ $\qquad A_s = 5872.5\ mm^2$

$12\Phi 25 = 5892 > 5872.5$ $\qquad$ o.k

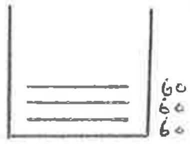


با این ترتیب انتخاب و چیدن آرماتور، d قدری بزرگتر از 810mm است که در جهت اطمینان می‌باشد.

۳ـ فولاد لازم برای ممان $M_u = 2200\ KN\text{-}m$ در حالت حدی نهائی

در این حالت فولاد در سه ردیف در نظر گرفته می‌شود

$d = 900 - 120 = 780\,mm$



$\bar{M} = 1116.9\ KN\text{-}m$

$M_u > \bar{M}$ به محاسبات تیر T نیاز است

$A_{sf} = 3000\ mm^2$

$M_{rf} = 3000 \times 340 (780 - 50) \times 10^{-6} = 744.6\ KN\text{-}m$

$M_{rw} = 2200 - 744.6 = 1455.4\ KN\text{-}m$

$R_w = M_{rw} / f_{cd}\, b_o d^2 = 0.3987 > R_b$ نیاز به آرماتور فشاری می‌باشد

$M_{rw_c} = R_b\, f_{cd}\, b_o\, d^2 = 0.3226 \times 12 \times 500 \times 780^2 \times 10^{-6} = 1177.6\ KN\text{-}m$

$M_{rw_s} = M_{rw} - M_{rw_c} = 1455.4 - 1177.6 = 277.8\ KN\text{-}m$

$$(\rho - \rho')_{min} = 0.85\beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{600}{600 - f_{yd}} \times \frac{d'}{d} = 0.85^2 \frac{12}{340} \frac{600}{600 - 340} \frac{60}{780} = 0.0045$$

$\rho_b = 0.0153 > (\rho - \rho')_{min}$ آرماتور فشاری جاری می‌شود

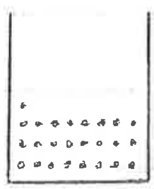
$A'_s = M_{rw_s} / f_{yd}(d - d') = 277.8 \times 10^6 / 12(780 - 60) = 3215\ mm^2$

$\bar{A}_{sw} = \rho_b\, b_o\, d = 0.0153 \times 500 \times 780 = 5967\ mm^2$

$A_{sw} = \bar{A}_{sw} + A'_s = 5967 + 3215 = 9182$

$A_s = A_{sw} + A_{sf} = 9182 + 3000 = 12182\ mm^2$

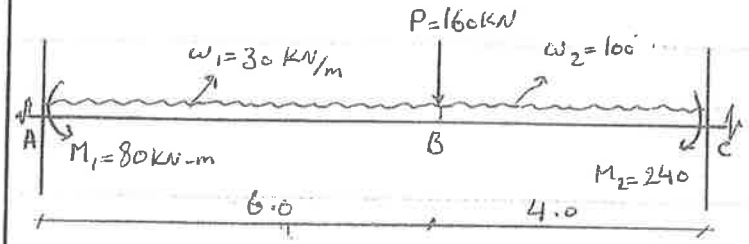
$\Rightarrow \begin{cases} A'_s = 3215\ mm^2 & 7\Phi25 = 3437 > 3215 \\ A_s = 12182\ mm^2 & 25\Phi25 = 12275 > 12182 \end{cases}$

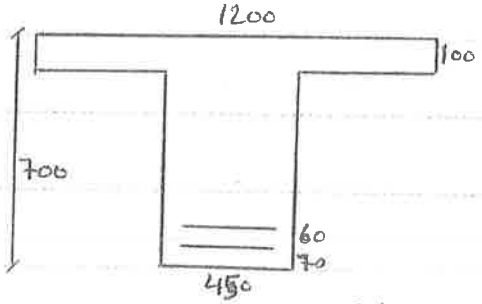


عمق موثر $d = 780$ با تقریب خوب قابل قبول است ولی بهتر است با توجه به تعداد زیاد آرماتورها، از آرماتور با قطر بیشتر از 25mm استفاده کرد.

تیر نشان داده شده در زیر قسمتی از یک قاب است. بارهای وارده بر تیر در صدسرویس نشان داده شده اند. بارهای زنده و مرده مساویند. این تیر تحت اثر بارهای جانبی ناشی از زلزله بر روی قاب بحرانی از نظر برش میباشد. $V_E = \pm 150\,kN$ تیر را برای برش طراح کنید.

$f_{cc} = 20\,MPa$, $f_y = 240\,MPa$





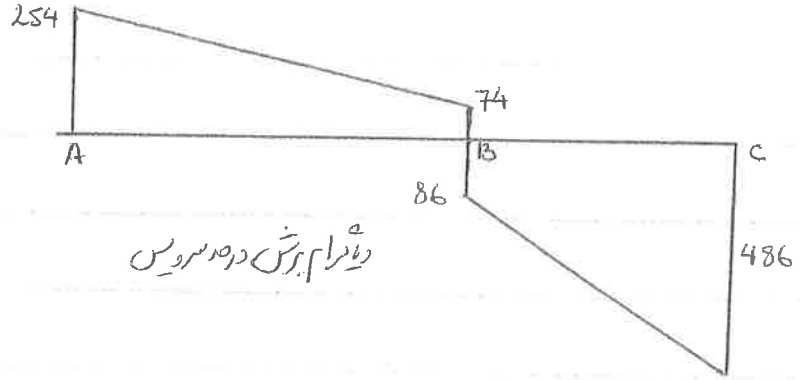
$d = 700 - 100 = 600\,mm$

۱- دیاگرام برش در صدسرویس

$R_A = (30\times6\times7 + 100\times4\times2 + 160\times4 + 80 - 240)/10 = 254\ kN$

$R_C = (30\times6\times3 + 100\times4\times8 + 160\times6 + 240 - 80)/10 = 486\ kN$

$R_A + R_C = 254 + 486 = 740\,kN$　　$T.L. = 30\times6 + 100\times4 + 160 = 740\,kN$ o.k.



دیاگرام برش در صدسرویس

۲- دیاگرام برش در صدنهائی

$D = L$

$V_{u1} = 1.25D + 1.5L = 1.25D + 1.5D = 2.75D = 1.375(D+L) = \frac{2.75}{2}(D+L)$

$1.5E = 1.5\times150 = 22.5$

$1.2E = 1.2\times150 = 180$

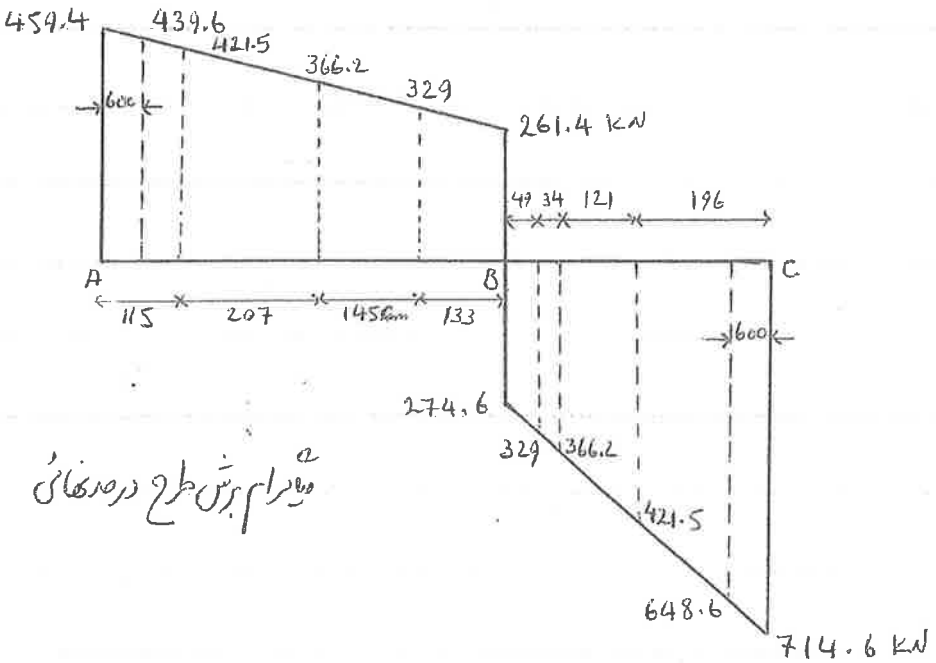
طرح تئوری برای برش

$$V_{uA}\begin{cases} V_{u1} = 1.375 \times 254 = 349.25\ kN \\ V_{u2} = 0.8(349.25 + 225) = 459.4\ kN \\ V_{u3} = 0.85 \times \left(\frac{254}{2} + 180\right) = 287.95\ kN \end{cases} \Rightarrow V_{uA} = 459.4\ kN$$

$$V_{uB_L}\begin{cases} V_{u1} = 1.375 \times 74 = 101.75 \\ V_{u2} = 0.8(101.75 + 225) = 261.4 \\ V_{u3} = 0.85 \times \frac{101.75}{2} + 180 = 223.2 \end{cases} \Rightarrow V_{uB_L} = 261.4\ kN$$

$$V_{uBR}\begin{cases} V_{u1} = 1.375 \times 86 = 118.25 \\ V_{u2} = 0.8(118.25 + 225) = 274.6 \\ V_{u3} = 0.85 \times \frac{118.25}{2} + 180 = 230.3 \end{cases} \Rightarrow V_{uBR} = 274.6\ kN$$

$$V_{uC}\begin{cases} V_{u1} = 1.375 \times 486 = 668.25 \\ V_{u2} = 0.8(668.25 + 225) = 714.6 \\ V_{u3} = 0.85 \times \frac{668.25}{2} + 120 = 404 \end{cases} \Rightarrow V_{uC} = 714.6\ kN$$



دیاگرام برش طرح در حالت V_u

۳- تعیین خاموت ها

$V_c = 0.2\,\varphi_c \sqrt{f_{cc}}\, b_o d = 0.2 \times 0.6\sqrt{20} \times 450 \times 600 = 144.9 \times 10^3\ N = 144.9\ kN$

$3V_c = 434.7 \qquad 5V_c = 724.5 < 648.6$ ابعاد مقطع کفایت می‌کند

$\left(\frac{A_v}{S}\right)_{min} = 0.35\,\frac{b_o}{f_y} = 0.35 \times \frac{450}{240} = 0.66\ mm^2/mm$

برای طراحی از جائی شروع می‌کنیم که برش ماکزیمم است

$V_u = 648.6\ kN > 3V_c \Rightarrow S_{max} = d/4 = 600/4 = 150\ mm$

$V_u = V_c + \frac{d}{S} A_v f_{yd}$ Try $S = 100mm$

$648.6 = 144.9 + \frac{600}{100} A_v \times 0.85 \times 240 \Rightarrow A_v = 412\ mm^2$

$1\Phi 12 = 113\ mm^2 \qquad \frac{412}{113} = 3.6 \qquad 2\Phi 12 = 2 \times 2 \times 113 = 452 < 412$

Try $2\Phi 12$ $S = 100mm$ بنابراین روی پلکان اول از خاموت دوبل $\Phi 12$ با فواصل ۱۰۰ استفاده می‌شود

Try $2\Phi 12$, $S = 150mm$

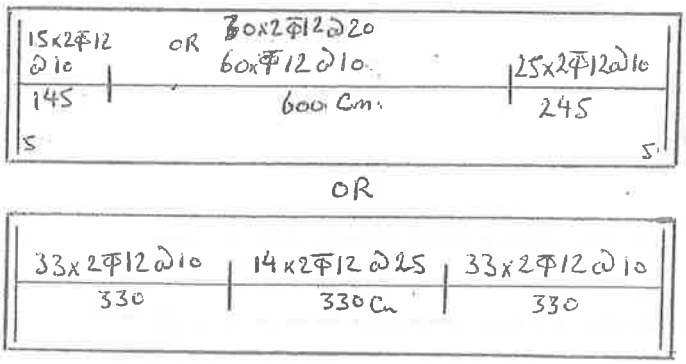
$V_u = 144.9 + \frac{600}{150} \times 452 \times 0.85 \times 240 \times 10^{-3} = 513.7\ kN$

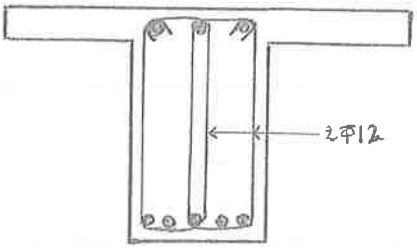
Try $2\Phi 12$, $S = 200 \Rightarrow V_u = 421.5 < 3V_c \qquad S_{max} = \frac{d}{2} = 300,\ S < S_{max}$ o.k.

Try $2\Phi 12$, $S = 250 \Rightarrow V_u = 366.2$

Try $2\Phi 12$, $S = 300 \Rightarrow V_u = 329 \equiv 1\Phi 12,\ S = 150$

توجه داشته باشید که اولویت و ترجیح بر این است که قطر خاموت ها تغییر نکند.





بسمه تعالی

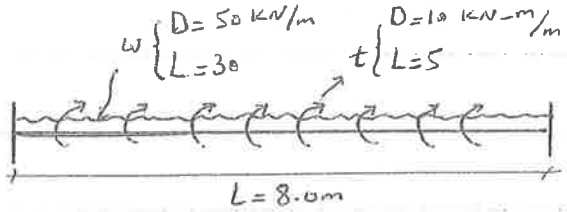
1/2

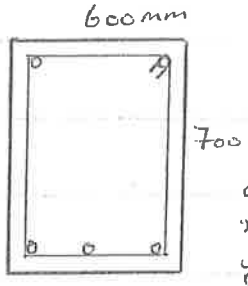
طرح تیرها برای برش و پیچش

مدرس: دکتر رضائی

تیر دو سر گیردار به دهانه $L = 8.0\,m$ در شرائط سرویس بار گسترده یکنواخت $w \begin{cases} D = 50\,kN/m \\ L = 30 \end{cases}$ را همراه با لنگر پیچشی گسترده یکنواخت $t \begin{cases} D = 10\,kN\text{-}m/m \\ L = 5 \end{cases}$ تحمل می‌کند. مقطع تیر مربع مستطیل به ابعاد $600 \times 700\,mm$ است. تیر را برای برش و پیچش طراحی کنید.

$f_{cc} = 20\,MPa \quad , \quad f_y = 240\,MPa$





$d = 630$

$x_1 = 500$

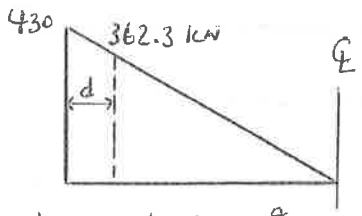
$y_1 = 600$

$w_u = 1.25 \times 50 + 1.5 \times 30 = 107.5\,kN/m$

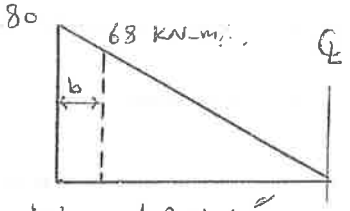
۱- رسم دیاگرام طرح برش و پیچش در حد نهائی

$V_u = 1/2 \times 107.5 \times 8 = 430\,kN$

$t_u = 1.25 \times 10 + 1.5 \times 5 = 20 \qquad T_u = 1/2 \times 20 \times 8 = 80\,kN\text{-}m$



دیاگرام برش طرح در حد نهائی



دیاگرام پیچش طرح در حد نهائی

برش و پیچش طرح در حد نهائی

$V_u = 362.3\,kN \qquad T_u = 68\,kN\text{-}m$

$$0.25\,T_{cr} = 0.25 \times 0.4\varphi_c \sqrt{f_{cc}} \left[\frac{A_c^2}{P_c}\right] = 0.1\,\varphi_c \sqrt{f_{cc}} \left[\frac{A_c^2}{P_c}\right]$$

$A_c = 600 \times 700 = 42 \times 10^4\,mm^2 \qquad P_c = 2(600 + 700) = 2600\,mm$

$$A_c^2/P_c = (42 \times 10^4)^2/2600 = 67.85 \times 10^6$$

$0.25\,T_{cr} = 0.1 \times 0.6\sqrt{20} \times 67.85 = 18.2\,kN\text{-}m < T_u$ طراحی برای پیچش لازم است

۲- اثر توأم برش و پیچش

$$\frac{V_u}{bd} + \frac{T_u\,P_h}{A_{oh}^2} \leq 0.25 f_{cd}$$

$P_h = 2(x_1 + y_1) = 2(500 + 600) = 2200 \qquad A_{oh} = x_1 y_1 = 500 \times 600 = 3 \times 10^5\,mm^2$

$$\frac{362.3\times10^3}{600\times630}+\frac{68\times10^6\times2200}{(3\times10^5)^2}=2.62<0.25\times0.6\times20=3$$ ابعاد مقطع رضایت بخش است

۳- محاسبه خاموت ها

$$V_c=0.2\varphi_c\sqrt{f_{cc}}\,bd=0.2\times0.6\sqrt{20}\times600\times630=202.9\times10^3=202.9\ kN$$

$V_u=362.3>V_c$ طراحی برای برش لازم است

$$\left(\frac{A_{tv}}{S}\right)_{min}=0.35\frac{b}{f_y}=0.35\times\frac{600}{240}=0.875\ mm^2/mm$$ حداقل مساحت دو ساق خاموت

$$\left(\frac{A_t}{S}\right)=T_u/2\times0.85x_1y_1f_{yd}=68\times10^6/2\times0.85\times500\times600\times0.85\times240=0.654\ mm^2/mm$$

$$\left(\frac{A_v}{S}\right)=\frac{V_u-V_c}{d\,f_{yd}}=\frac{(362.3-202.9)\times10^3}{630\times0.85\times240}=1.24\ mm^2/mm$$

$$\text{کل}\left(\frac{A_{tv}}{S}\right)=2\times0.654+1.24=2.55$$ مساحت دو ساق خاموت لازم برای برش و پیچش

$$\text{کل}\left(\frac{A_{tv}}{S}\right)>\left(\frac{A_{tv}}{S}\right)_{min}\quad o.k.$$

$$\text{پیچش}\ S_{max}=\frac{x_1+y_1}{4}=\frac{500+600}{4}=275<300\Rightarrow S=275mm$$

$$V_u<3V_c\Rightarrow \text{برش}\ S_{max}=d/2=630/2=315\ mm$$

$$Try\quad S=150mm\Rightarrow A_{tv}=2.25\times150=382.5\ mm^2$$

$\Phi12=113$ از خاموت دو بل $\Phi12$ استفاده می‌کنیم

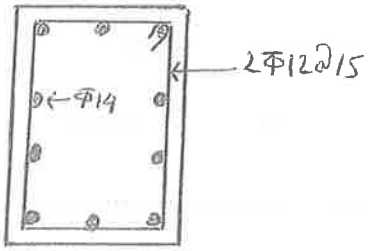
$$2\times2\times113=452>382.5\ mm^2$$

۴- محاسبه آرماتور طولی

$$A_\ell=2\frac{A_t}{S}(x_1+y_1)=2\times0.654(500+600)=1438.8\ mm^2$$

$$\text{قطر حداقل}=S/16=150/16=9.4\rightarrow\Phi14=154\qquad 1438.8/14=9.3$$

$$10\Phi14=10\times154=1540>1438.8\ mm^2$$

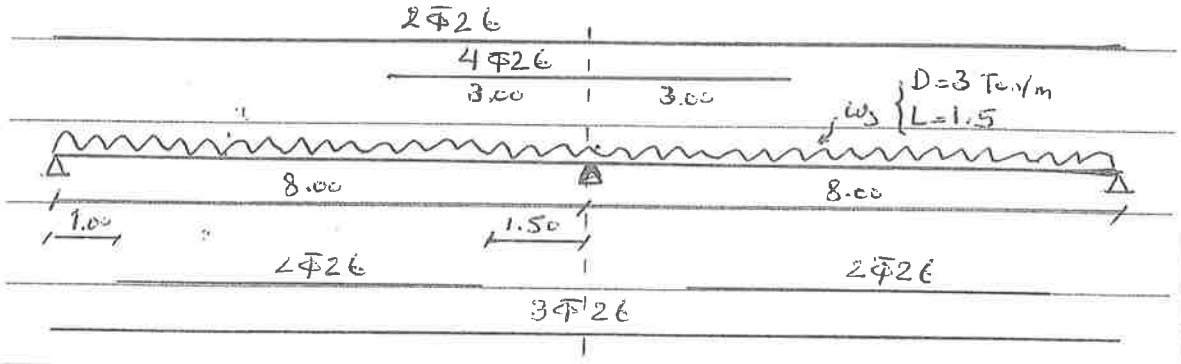


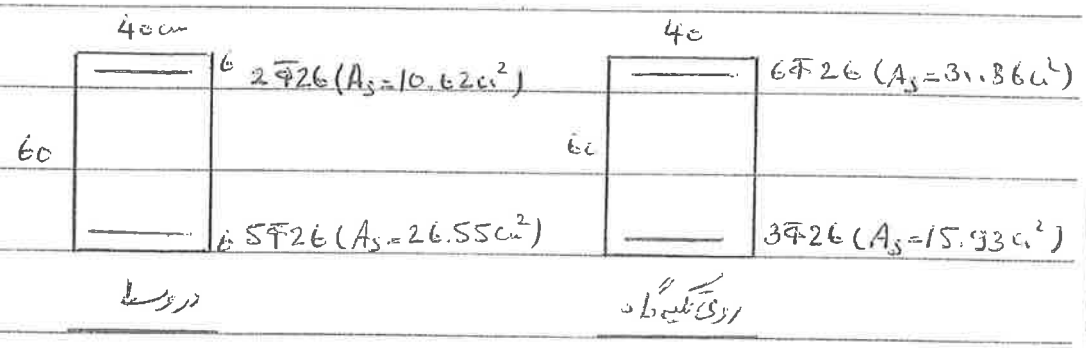
ده آرماتور طولی مورد نیاز پیچشی به طور یکنواخت در اطراف مقطع پخش می‌گردد.

دکتر رضایی

تیر دو دهانه زیر در شرایط عادی تحت اثر بار یکنواخت $\omega_s \begin{cases} D = 3\ Ton/m \\ L = 1.5 \end{cases}$ قرار دارد. شکل فولادگذاری در طول تیر در زیر نشان داده شده است، خیز آنی تحت اثر بار مرده و زنده و خیز دراز مدت در تیر را محاسبه کنید. $f_{cc} = 200\ kg/cm^2$

تعیین کنید آیا تیر به لحاظ قطر ترک‌ها قابل قبول هست یا نه؟





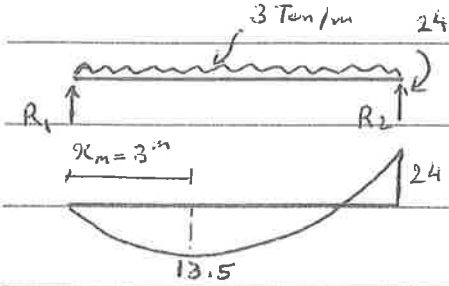
۱- تعیین معانی‌های ماکزیمم

الف) بار مرده

$$M_t = \frac{1}{12}\omega L^2 = \frac{1}{12} \times 3 \times 8^2 = 16\ Ton\text{-}m$$

-16	+16	-16	+16
+16	0	0	-16
0	8	-8	0
	16	-16	
	+24	-24	

دکتر رضایی



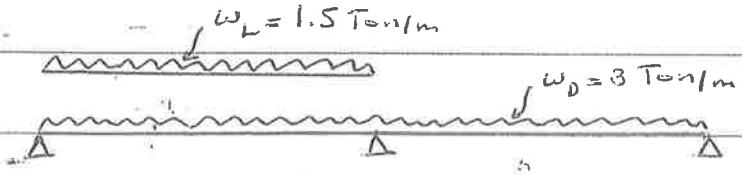
$R_1 = 3\times\frac{8}{2} - \frac{24}{8} = 9$ Ton

$R_2 = 3\times\frac{8}{2} + \frac{24}{8} = 15$ Ton

$x_m = R_1/\omega = 9/3 = 3$ m

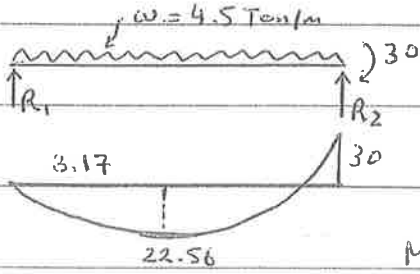
$M^+ = 9\times3 - 3\times3^2/2 = 13.5$ Ton-m

ب) بارگرده و گسترده



$M_{f_1} = 1/12\times4.5\times8^2 = 24$ Ton-m　　$M_{f_2} = 1/12\times3\times8^2 = 16$ Ton-m

-24	+24 -16	+16
+24	0 0	-16
0	+12 -8	0
	-6 -6	
	+30 -30	



$R_1 = 4.5\times8/2 - 30/8 = 14.25$ Ton

$R_2 = 4.5\times8/2 + 30/8 = 21.75$ Ton

$x_m = 14.25/4.5 = 3.17$ m

$M^+ = 14.25\times3.17 - 4.5\times3.17^2/2 = 22.56$ Ton-m

۲- تعیین M_{cr}, I_{cr}, I_g

الف) در وسط دهانه

$I_g = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}\times40\times60^3 = 7.2\times10^5$ cm^4

$f_r = 2\sqrt{f_{cc}} = 2\sqrt{200} = 28.3$ kg/cm^2

$M_{cr} = f_r I_g / y_t = 28.3\times7.2\times10^5/30 = 6.8\times10^5$ kg-cm $= 6.8$ Ton-m

دکتر رضایی

$\frac{1}{2}\times 40x^2 + 9\times 10.62(x-6) - 10\times 26.55(54-x) = 0$

$20x^2 + 361.08x - 14910.48 = 0 \Rightarrow x = 19.73\ cm$

$I_{cr} = \frac{1}{3}\times 40\times 19.73^3 + 9\times 10.62(19.73-6)^2$

$+ 10\times 26.55(54-19.73)^2 = 4.32\times 10^5\ cm^4$

ب) بررسی تیر طاق

I_g و M_{cr} عیناً مانند رابطه‌های الف

$\frac{1}{2}\times 40x^2 + 9\times 15.93(x-6) - 10\times 31.86(54-x) = 0$

$20x^2 + 461.97x - 18064.62 = 0 \Rightarrow x = 20.65\ cm$

$I_{cr} = \frac{1}{3}\times 40\times 20.65^3 + 9\times 15.93(20.65-6)^2$

$+ 10\times 31.86(54-20.65)^2 = 5.03\times 10^5\ cm^4$

۳- تعیین I_e و خیز

الف) بارگذاری

$I_e = I_{cr} + (I_g - I_{cr})\left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3$

$I_{em} = 4.32 + (7.2 - 4.32)(6.8/13.5)^3 = 4.69 \quad I_{em} = 4.69\times 10^5\ cm^4$

$I_{eR} = 5.03 + (7.2 - 5.03)(6.8/24)^3 = 5.08 \quad I_{eR} = 5.08\times 10^5\ cm^4$

$I_e = \frac{1}{3}(2I_{em} + I_{eR}) = \frac{1}{3}(2\times 4.69 + 5.08) = 4.82 \quad I_e = 4.82\times 10^5\ cm^4$

$\Delta_D = \frac{5}{384}\frac{\omega L^4}{EI} - \frac{1}{16}\frac{\bar{M}L^2}{EI}$

$\Delta_D = \left[5\times 3\times 8\times 800^3/384 - 2400\times 800^2/16\right] / 210\times 4.82\times 10^5 = 0.63\ cm$

دکتر رضایی

ب) بار مرده و زنده

$I_{em} = 4.32 + (7.2 - 4.32)(6.8/22.56)^3 = 440 \quad I_{em} = 4.40 \times 10^5 \ cm^4$

$I_{eR} = 5.03 + (7.2 - 5.03)(6.8/30)^3 = 5.06 \quad I_{eR} = 5.06 \times 10^5 \ cm^4$

$I_e = 1/3\,(2 \times 4.40 + 5.06) = 4.62 \quad I_e = 4.62 \times 10^5 \ cm^4$

$\Delta_{D+L} = \left[5 \times 4.5 \times 8 \times 800^3/384 - 3000 \times 800^2/16\right] / 210 \times 4.62 \times 10^5 = 1.24 \ cm$

ج) بار زنده

$\Delta_L = \Delta_{D+L} - \Delta_D = 1.24 - 0.63 = 0.61$

د) خیز آنی و درازمدت

$\Delta_I = \Delta_{D+L} = 1.24 \ cm$

$\Delta_t = (1+\lambda)\,\Delta_D + \Delta_L$

$\lambda = \dfrac{\xi}{1+50\rho'} \qquad \rho'_m = \dfrac{10.62}{40 \times 54} = 0.0049 \qquad \rho'_R = \dfrac{15.93}{40 \times 54} = 0.0074$

$\lambda_m = \dfrac{2}{1+50 \times 0.0049} = 1.61$

$\lambda_R = \dfrac{2}{1+50 \times 0.0074} = 1.46 \qquad \lambda = 1/3\,(2 \times 1.61 + 1.46) = 1.56$

$\Delta t = (1+1.56) \times 0.63 + 0.61 = 2.22 \ cm$

ه) ضوابط

$\Delta_L = 0.61 cm \qquad \Delta_L/L = 0.61/800 = 1/1311 < 1/360$ o.k

$\Delta = \Delta_L + \lambda \Delta_D = 0.61 + 1.56 \times 0.63 = 1.59$

$\Delta/L = 1.59/800 = 1/503 < 1/240$ o.k.

دکتر رضایی

۴- ضوابط مربوط به ترک خوردگی

$W = 13 \times 10^{-4} Z$

$Z = f_s \sqrt[3]{d_c A}$ f_s: تنش کششی در آرماتور کششی برحسب Ton/cm^2

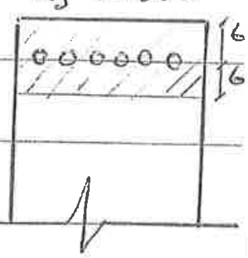
همان مثال، لازم به بررسی تیرهای زیر اثر بارهای مرده و زنده در جدول صفحه برابر است با:

$M^- = 24 \times 4.5/3 = 36 \quad Ton\text{-}m$

$f_s = n M (d-x)/I_{cr} = 10 \times 36 \times 10^5 (54-20.65)/5.03 \times 10^5 = 2386 \, kg/cm^2$

$A = (40 \times 12 - 31.86)/6 = 74.69 \, cm^2$

$d_c = 6 cm$



$Z = 2.386 \sqrt[3]{6 \times 74.69} = 18.3$

$w = 13 \times 10^{-4} \times 18.3 = 0.024 \, cm < 0.035 \quad o.k.$

قطر آرماتورها به لحاظ کنترل ترک قابل قبول است.

فرض کنید به جای 6 عدد آرماتور، یک آرماتور با همین سطح مقطع انتخاب شده بود، در این صورت

$A = (40 \times 12 - 31.86)/1 = 448.14 \, cm^2$

$Z = 2.386 \sqrt[3]{6 \times 448.14} = 33.2$

$W = 13 \times 10^{-4} \times 33.2 = 0.043 > 0.035$

ملاحظه می‌شود که در این حالت قطر آرماتور به لحاظ کنترل ترک قابل قبول نمی‌باشد.

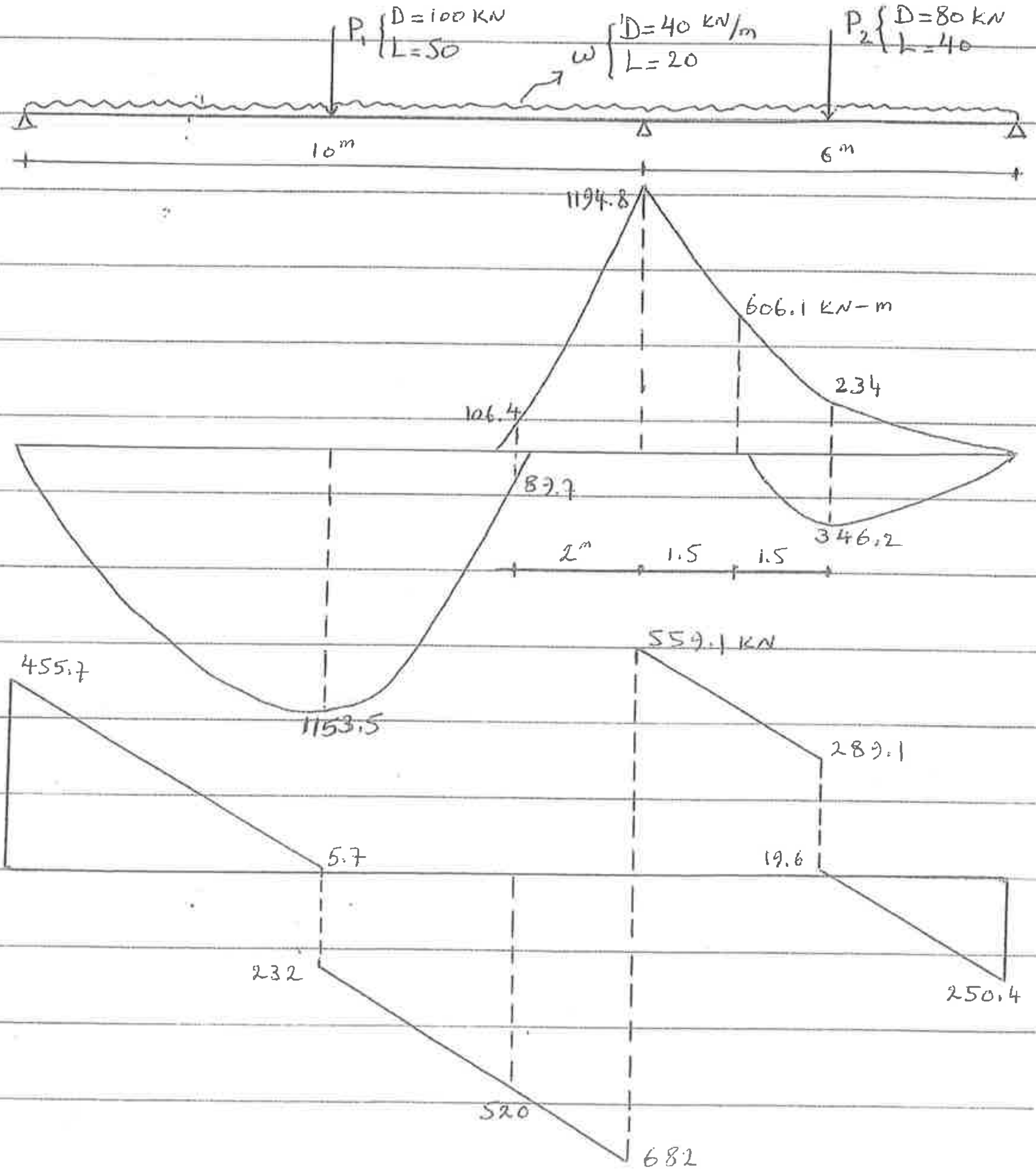
بسمه‌تعالی	طرح جامع تیرها و کاربرد ضوابط پیوستگی	**سازه‌های بتن آرمه**

صفحه 1/10

دکتر رضایی

تیر دو دهانه‌ای به طول 16m مطابق شکل زیر تحت اثر بارهای سرویس قرار دارد. دیاگرام لنگر خمشی و تلاش برشی ماکزیمم در مقاطع مختلف در امتداد تیر در اشکال زیر نشان داده شده است. تیر را برای خمش و برش طرح کرده و نوار آرماتورگذاری کنید. مقطع تیر را 450 x 800 mm در نظر بگیرید.

در خاموتها $f_y = 240$ MPa و در آرماتورهای اصلی $f_y = 400$ MPa و $f_{cc} = 20$ MPa



دکتر رضایی

۱- طرح برای خمش

$h = 800\,mm \quad d = 700\,mm \quad d' = 65\,mm$

الف: ممان منفی

i) $M_u^- = 1194.8\ kN\text{-}m$

$$R = \frac{M_u}{f_{cd}\, b d^2} = 1194.8\times10^6 / 0.6\times20\times450\times700^2 = 0.4515$$

$$q_b = 0.85\beta_1 \frac{600}{600+f_y} = 0.4335 \Rightarrow R_b = q_b(1-0.59q_b) = 0.3226$$

$\Rightarrow R > R_b$ به آرماتور فشاری نیاز است

$$M_{rc} = R_b f_{cd}\, b d^2 = 0.3226\times0.6\times20\times450\times700^2 = 853.6\ kN\text{-}m$$

$$M_{rs} = M_u - M_{rc} = 1194.8 - 853.6 = 341.2\ kN\text{-}m$$

$$A_s' = M_{rs} / f_{yd}(d-d') = 341.2\times10^6 / 0.85\times400\times(700-65) = 1580\ mm^2$$

$$(\rho-\rho')_{min} = 0.85\beta_1 \frac{\phi_c f_{cc}}{\phi_s f_y}\frac{600}{600-f_{yd}}\frac{d'}{d} = 0.0055 < \rho_b = 0.0153$$ آرماتور فشاری جاری میشود

$$\bar{A}_s = \rho_b\, b d = 0.0153\times450\times700 = 4819.5\ mm^2$$

$$A_s = \bar{A}_s + A_s' = 6400\ mm^2$$

A_s $\quad 13\Phi26 \quad$ ——— 6 / 7 $\quad A_s = 6903\ mm^2$

A_s' $\quad 4\Phi26 \quad A_s' = 2124\ mm^2$

چهار آرماتور زیر سراسر ادامه دارد

ii) $M_u^- = 606.1\ kN\text{-}m$

$R = 606.1\times10^6 / 0.6\times20\times450\times700^2 = 0.229 < R_b$ نیز به آرماتور فشاری نیست

$$q = 0.847(1-\sqrt{1-2.36R}) = 0.273$$

$$\rho = q\frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.009635 \Rightarrow A_s = 3035\ mm^2 > A_{s\,min} = \begin{cases} \frac{1.4}{f_y} b d = 1102.5\ mm^2 \\ \frac{0.25\sqrt{f_{cc}}}{f_y} \end{cases}$$

A_s $\quad 6\Phi26 \quad A_s = 3186\ mm^2$

۶ آرماتور ردیف فوق ادامه پیدا میکنند

iii) $M_u^- = 234$ kN-m

$R = 234\times10^6 / 0.6\times20\times450\times700^2 = 0.0884 < R_b$

$q = 0.0935$ $\rho = 0.0033$ $A_s = 1039\ mm^2 < A_{s\,min}$

A_s $3\Phi26$ $A_s = 1593\ mm^2$ این 3 آرماتور ادامه پیدا میکنند

ب: ممان مثبت

i) $M_u^+ = 1153.5$ kN-m

$R = 1153.5\times10^6 / 0.6\times20\times450\times700^2 = 0.4359 > R_b$ نیاز به آرماتور فشاری

$M_{rc} = 0.3226\times0.6\times20\times450\times700^2 = 853.6$ kN-m

$M_{rs} = M_u - M_{rc} = 1153.5 - 853.6 = 300$ kN-m

$A'_s = 300\times10^6 / 0.85\times400\times(700-65) = 1389.5\ mm^2$

$\rho_b = 0.0153 > (\rho-\rho')_{min} = 0.0071$ آرماتور فشاری جاری میشود

$\bar{A}_s = \rho_b bd = 4819.5\ mm^2$ $A_s = \bar{A}_s + A'_s = 6209\ mm^2$

A_s $12\Phi26$ $A_s = 6372\ mm^2$

A'_s $3\Phi26$ $A'_s = 1593\ mm^2$

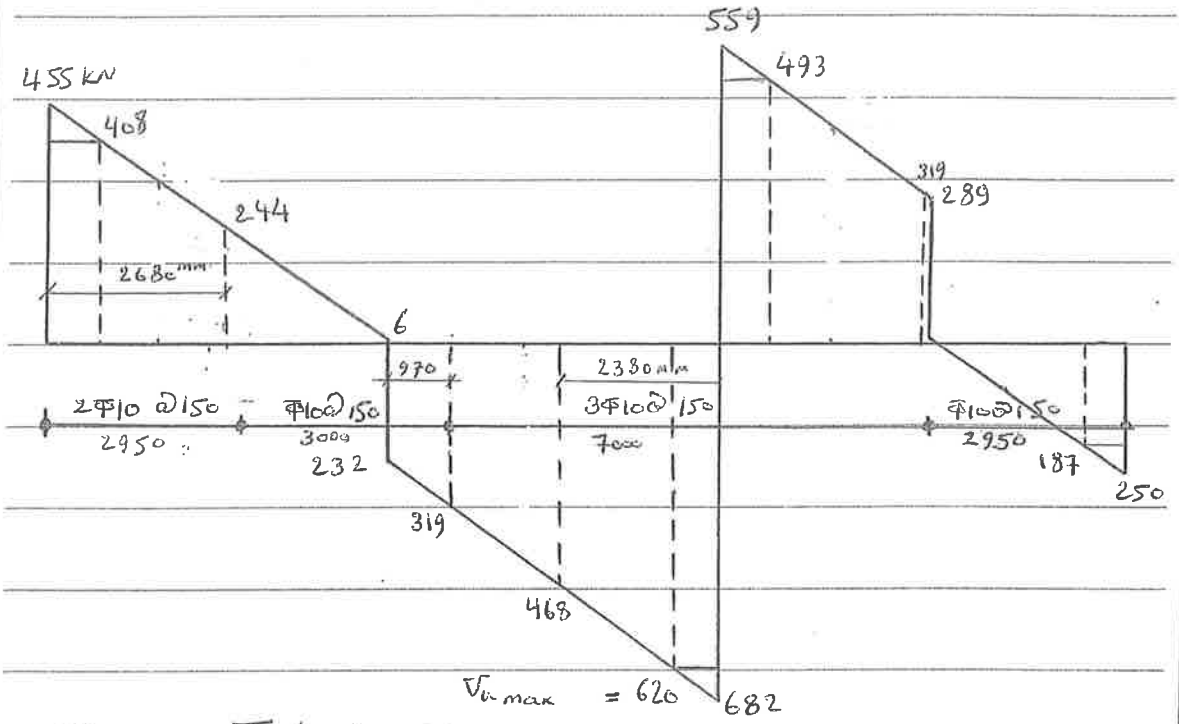
ii) $M_u^+ = 346.2$ kN-m

$R = 0.1308$ $q = 0.1427$ $\rho = 0.00504$

$A_s = 1587\ mm^2$

A_s $4\Phi26$ $A_s = 2124\ mm^2$

۲- طرح برای برش



$V_c = 0.2\,\phi_c \sqrt{f_{cc}}\, b_w d = 169\ kN$

$V_{u\,max} = 620 > V_c$ نیاز به خاموت داریم

$S_{max} = \frac{d}{2} = 350\ mm$ چنانچه $V_s < 2V_c$

$S_{max} = \frac{d}{4} = 175\ mm$ " $V_s > 2V_c$

Try $S = 150^{mm}$ $V_s = V_{u\,max} - V_c = 451$ $A_v = \frac{V_s \cdot S}{f_{yd}\, d} = 473.7\ mm^2$

Try $S = 100$ $V_s = 451$ $A_v = 315\ mm^2$

از آرماتور Φ10 استفاده می‌کنیم (سه عدد)

Try $S = 150$ $3 \times 2 \times 78.5 = 471\ mm^2 \simeq 474$

کنترل حداقل فولاد برشی لازم $\frac{A_v}{S} = \frac{471}{150} = 3.14 > \left(\frac{A_v}{S}\right)_{min} = 0.35\,\frac{b}{f_y} = 0.65$ o.k.

کنترل حداکثر V_s $V_s = \frac{471 \times 0.85 \times 240 \times 700}{150} = 448.4 < 4V_c$ o.k.

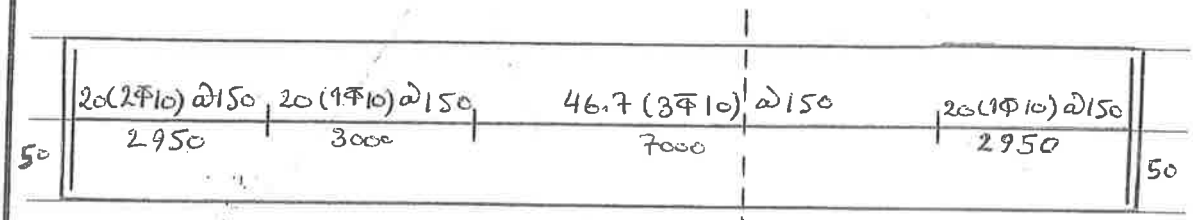
صفحه 5/10

دکتر رضایی

کنترل ضوابط فاصله $V_s > 2V_c \Rightarrow S=150 < S_{max}=\frac{d}{4}$ o.k.

Try 2Φ10 S=150 $V_c=169+\frac{4\times78.5\times0.85\times240\times700}{150}=468$ kN

Try 1Φ10 S=150 $V_c=169+150=319$ kN



طریقه دستان دادن خاموت‌گذاری روی تیر

۳- فولادگذاری

الف: طول مهاری l_d

Φ26 $A_b=531\ mm^2$ $f_y=400$ MPa

$f_{bd}=0.65\sqrt{f_{cc}}=2.91$ MPa

$d_b=26>20$ mm $\lambda_1=0.8$ ، $\lambda_2=0.85$

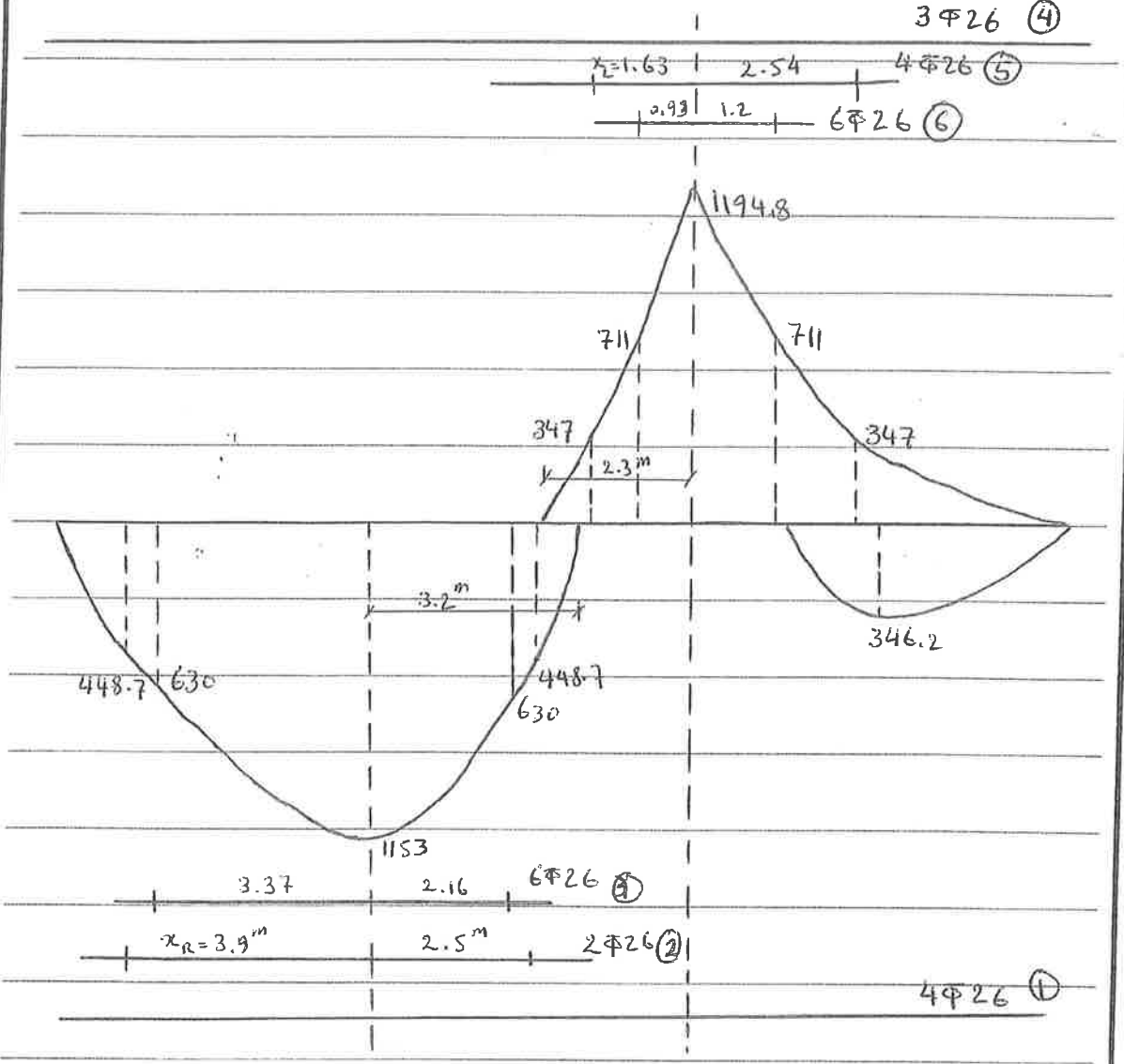
$f_b=\lambda_1\lambda_2 f_{bd}=0.8\times0.85\times2.91=1.98$ MPa

$l_{db}=\frac{d_b f_y}{4 f_b}=\frac{26}{4}\times\frac{400}{1.98}=1313$ mm

طول مهاری برای آرماتورهای زیری $L_d=K_1K_2K_3\ l_{db}=1\times1\times1\times1313=1313mm\approx1.3^m$

طول مهاری برای آرماتورهای رو $L_d=1.3\times1\times1\times1313=1707\approx1.7^m$

شکل آرماتورگذاری مطابق صفحه بعد تصمیم گرفته شده است.

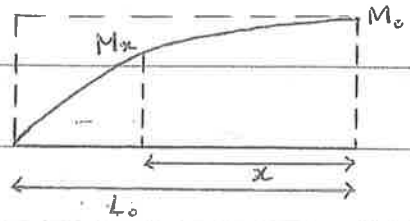


حداقل آرماتور در زیر $\frac{1}{3}$ آرماتور مثبت در دهانه بزرگ 4Φ26 است که در سراسر تیر ادامه می‌یابد.

حداقل آرماتور در رو 3Φ26 است که با در نظر گرفتن آرماتورهای لازم برای خاموت‌ها (وصله ضربدری) این تعداد در سراسر طول تیر ادامه می‌یابد.

ب) آرماتورهای مثبت

شکل دیاگرام ممان مثبت در فاصله ممان صفر تا ممان ماکزیمم را می‌توان با دقت نسبتاً خوبی سهمی درجه دوم فرض نمود.



$$(M_o - M_x)/M_o = x^2/L_o^2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{1 - M_x/M_o} \times L_o$$

i) قطع و خم آرماتورهای گروه 3 (6Φ26)

6Φ26 آرماتور باقیمانده $A_s = 6 \times 531 = 3186\ mm^2$ $A_s' \approx 0$ (نادیده فرض شود)

$$a = A_s f_{yd} / 0.85 f_{cd} b = \frac{3186 \times 0.85 \times 400}{0.85 \times 0.6 \times 20 \times 450} = 236\ mm$$

$$M_r = A_s f_{yd} (d - \frac{a}{2}) = 630\ kN\text{-}m$$

$$x_L = \sqrt{1 - \frac{630}{1153}} \times 5^m = 3.37\ m$$

$$x_R = \sqrt{1 - \frac{630}{1153}} \times 3.2 = 2.16\ m$$

آرماتور همواره بایستی باندازه $d = 0.7^m$ یا $12 d_b = 0.3$ هرکدام بزرگترند فراتر از نقطه‌ای که دیگر مورد نیاز نیستند ادامه یابند

$$\bar{x}_L = 3.37 + 0.7 = 4.07 \simeq 4.1^m > L_d = 1.3$$

$$\bar{x}_R = 2.16 + 0.7 = 2.86^m \simeq 2.9^m > L_d = 1.3 \quad o.k.$$

ii) قطع و خم آرماتورهای گروه 2 (2Φ26)

4Φ26 آرماتور باقیمانده $A_s = 2124\ mm^2$ $A_s' \approx 0$ $a = 157.3^{mm}$ $M_r = 448.7^{kN\text{-}m}$

$$x_L = \sqrt{1 - \frac{448.7}{1153}} \times 5^m = 3.9 \qquad \bar{x}_L = 3.9 + 0.7 = 4.6\ m$$

$$4.6 - 3.37 = 1.23 < L_d = 1.3^m \Rightarrow \bar{x}_L = 1.3 + 3.37 = 4.67 \approx 4.7^m$$

$x_R = \sqrt{1-\frac{448.7}{1153}} \times 3.2 = 2.5 \qquad \bar{x}_R = 2.5+0.7 = 3.2^m$

$3.2 - 2.16 = 1.04 < L_d \Rightarrow \bar{x}_R = 2.16+1.3 = 3.46 \simeq 3.5^m$

ج: آرماتورهای منفی

شکل دیاگرام ممان منفی خطی فرض میشود، این فرض عملیات محاسباتی را ساده میکند.

i) قطع و خم آرماتورهای گروه 6 (6Φ26)

آرماتور باقیمانده 7Φ26 $\quad A_s = 3717 \quad A_s' \simeq 0 \quad a = 275.3 \quad M_r = 711\ kN\text{-}m$

$x_L = 2.3 - \frac{711}{1195} \times 2.3 = 0.93 \qquad \bar{x}_L = 0.93+0.7 = 1.63 \simeq 1.7^m = L_d \quad o.k.$

$x_R = 1.2 \quad , \bar{x}_R = 1.2+0.7 = 1.9 > L_d = 1.7 \quad o.k. \quad , \bar{x}_L = 1.9$

ii) قطع و خم آرماتورهای گروه 5 (4Φ26)

آرماتور باقیمانده 3Φ26 $\quad A_s = 1593 \quad A_s' \simeq 0 \quad a = 118^{mm} \quad M_r = 347\ kN\text{-}m$

این ممان مقاوم به فاصله 1.63^m در سمت چپ و 2.54^m در سمت راست ممان ماکزیمم منفی قرار دارد.

$\bar{x}_L = 1.63+0.7 = 2.33 \qquad 2.33-0.93 = 1.4 < 1.7$

$\Rightarrow \bar{x}_L = 1.7+0.93 = 2.63 \simeq 2.7^m$

$\bar{x}_R = 2.54+0.7 = 3.24 \qquad 3.24-1.2 = 2.04 > 1.7 \qquad \bar{x}_R \simeq 3.3^m$

1/3 آرماتور منفی بایستی از نقطه عطف به اندازه $d = 700^{mm}$ یا $12 d_b = 0.312^{mm}$ و یا $\frac{l}{16} = 625^{mm}$ هر کدام بزرگتر نه فراتر رود

$2.3+0.7 = 3^m \Rightarrow \bar{x}_L = 3^m$

بنابراین این گروه آرماتور برای راحتی اجرا در دو طرف تکیه‌گاه به میزان 3.3^m ادامه می‌یابند.

د: کنترل مهاربندی

i) در تکیه‌گاه سمت چپ

۶ آرماتور گروه یک و دو را بر روی تکیه‌گاه می‌بریم

$A_s = 6\Phi 26 \quad M_r = 630\ kN\text{-}m \quad V_u = 455.7\ kN$

$$1.3\frac{M_r}{V_u} + l_a = 1.3\times\frac{630}{455.7} + l_a = 1.8 + l_a > l_d = 1.3^m$$

در حقیقت می‌گوییم اگر آرماتورها با داخل تکیه‌گاه برده شوند و خم نشوند در این مقطع مشکلی از لحاظ پیوستگی وجود نخواهد داشت که البته آرماتورها در داخل تکیه‌گاه برده و خم نیز گردد

ii) در تکیه‌گاه سمت راست

$A_s = 4\Phi 26 \quad M_r = 448.7\ kN\text{-}m \quad V_u = 250.4$

$$1.3\times\frac{448.7}{250.4} + l_a = 2.3 + l_a > l_d = 1.3^m \quad o.k.$$

iii) در نقطه عطف (ممان مثبت)

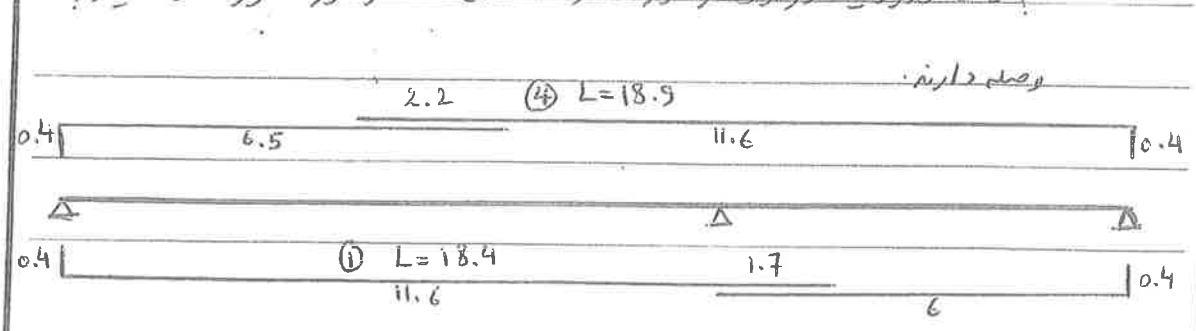
$A_s = 6\Phi 26 \quad M_r = 630 \quad V_u = 520$

$$\frac{630}{520} + l_a = 1.2 + l_a = 1.2 + 0.7 > l_d = 1.3^m \quad o.k.$$

در نقطه عطف l_a طول ادامه یافته برابر d یا $12d_b$ هر کدام بزرگتر است می‌باشد.

هـ: وصله کردن آرماتورها

به لحاظ محدودیت در طول آرماتورها (12^m) تنها آرماتورهای گروه 1 و 4 نیاز به وصله دارند.



ن) آرماتورهای گروه 1

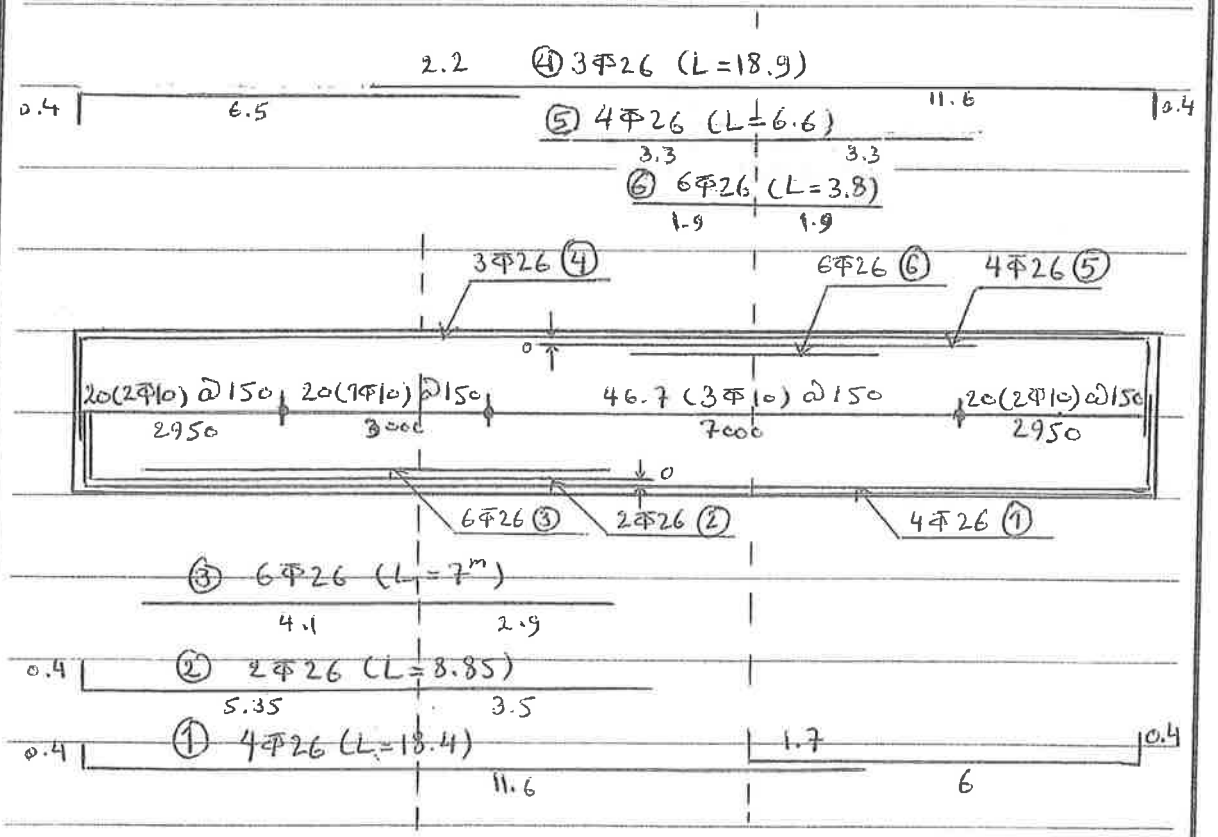
در مورد این گروه ترجیح داده میشود مطابق شکل صفحه قبل قطع گردد. در محل قطع مسأله مثبت وجود ندارد و آرماتور مورد نیاز نیست، چون کلیه آرماتورها قطع می‌شود طول پوشش نوع B بکار میرود.

$L_s = 1.3 L_d = 1.3 \times 1.3 = 1.7^m$

ن) آرماتورهای گروه 4

وضع محل قطع این گروه آرماتور مشابه گروه 1 است. پوشش نوع B.

$L_s = 1.3 \times 1.7 = 2.2^m$



درس دکتر رضایی　　1/9

مثال: ستون با مقطع نشان داده شده در زیر در شرایط عادی بار متمرکز $\begin{cases} D=800\ kN \\ L=400\ kN \end{cases}$ را تحمل می‌نماید.

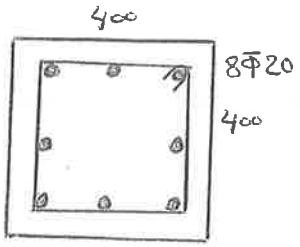
I) تعیین کنید در این شرایط تنش در بتن و فولاد چه اندازه است.

II) اگر میزان بار ۲ برابر مقدار فوق افزایش یابد آیا تنش‌ها چه اندازه خواهند شد

III) مقاومت نهایی ستون را تعیین کرده و با بارهای وارده به آن مقایسه کنید. (در حالت حدی)

$f_c = 20\ MPa$　　$f_y = 400\ MPa$

$A_s = 8 \times 314 = 2512\ mm^2$



I)　با فرض خطی بودن رفتار بتن

$E_c = 5000\sqrt{f_c} = 22360\ MPa$

$E_s = 2 \times 10^5\ MPa$

$n = \frac{E_s}{E_c} = 8.94$　　$A_{eq} = A_g + (n-1)A_s = 400^2 + 7.94 \times 2512 = 179945\ mm^2$

$P_s = 800 + 400 = 1200\ KN = 120\ Ton$

$f_c = \frac{P_s}{A_{eq}} = \frac{1200 \times 10^3}{179945} = 6.67\ MPa < \frac{1}{2} f_c = 10\ MPa$　　o.k.

$f_s = n f_c = 8.94 \times 6.67 = 59.6\ MPa < 400\ MPa$　　o.k.

II)　$P_s = 2 \times 1200 = 2400\ KN$

با فرض خطی بودن رفتار بتن　$f_c = 6.67 \times 2 = 13.34 > \frac{1}{2} f_c$　پس رفتار بتن خطی نمی‌باشد

فرض　$f_{c(x)} = f_c (2x - x^2)$　　$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}}$　　$\varepsilon_{co} = \frac{2f_c}{E_c}$

$P_s = f_c A_c + f_s A_s = f_c (2x - x^2) A_c + E_s \varepsilon_s A_s$

$\varepsilon_{co} = \frac{2 \times 20}{22360} = 0.00179$

$\varepsilon_s = \varepsilon_c = x\ \varepsilon_{co} = 0.00179x$

$A_c = A_g - A_s = 400^2 - 2512 = 157488\ mm^2$

$2400 \times 10^3 = 20(2x - x^2) \times 157488 + 2 \times 10^5 \times 0.00179x \times 2512$

$$x^2 - 2.3x + 0.762 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0.405 \\ x > 1 \quad \text{جواب نیست} \end{cases}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{co}\, x = 0.00179 \times 0.405 = 0.00072$$

$$f_c = 20(2 \times 0.405 - 0.405^2) = 12.9 \text{ MPa}$$

$$f_s = 2 \times 10^5 \times 0.00072 = 144 < f_y \quad \text{o.k}$$

III) $P_u = 1.25D + 1.5L = 1.25 \times 800 + 1.5 \times 400 = 1600$ MPa

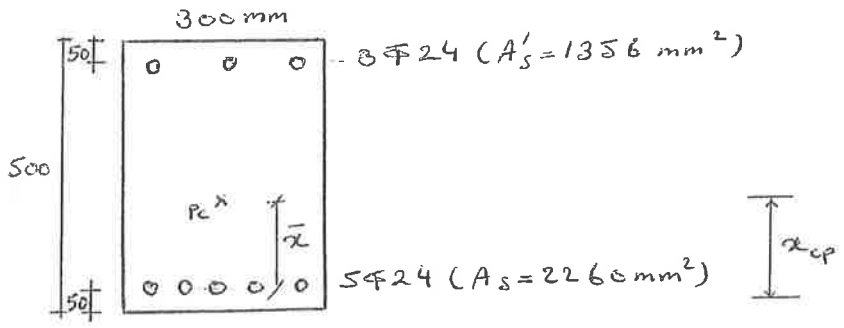
$$P_r = 0.85 \varphi_c f_c A_c + \varphi_s A_s f_y$$

$$P_r = 0.85 \times 0.6 \times 20 \times 157488 + 0.85 \times 2512 \times 400 = 2460 \text{ kN}$$

$$\text{ضریب اطمینان} = \frac{2460}{1200} = \frac{P_r}{P_s} = 2.05$$

مثال: ستونی با مقطع مربع مستطیل با ابعاد 300×500^{mm} در تهران. این ستون با فولادهایی که در شکل نشان داده شده‌اند تقویت شده‌اند. $f_c = 21$ MPa $\quad f_y = 240$ MPa

سئوالات زیر را در مورد این ستون پاسخ دهید.



۱- تعیین کنید حداکثر بارگذاری که این ستون می‌تواند تحمل نماید و نقطه اثر آن را (مرکز ثقل پلاستیک)

$$P_{ro} = 0.85 \varphi_c f_c bh + \varphi_s f_y (A_s + A'_s) = 2344 \text{ kN}$$

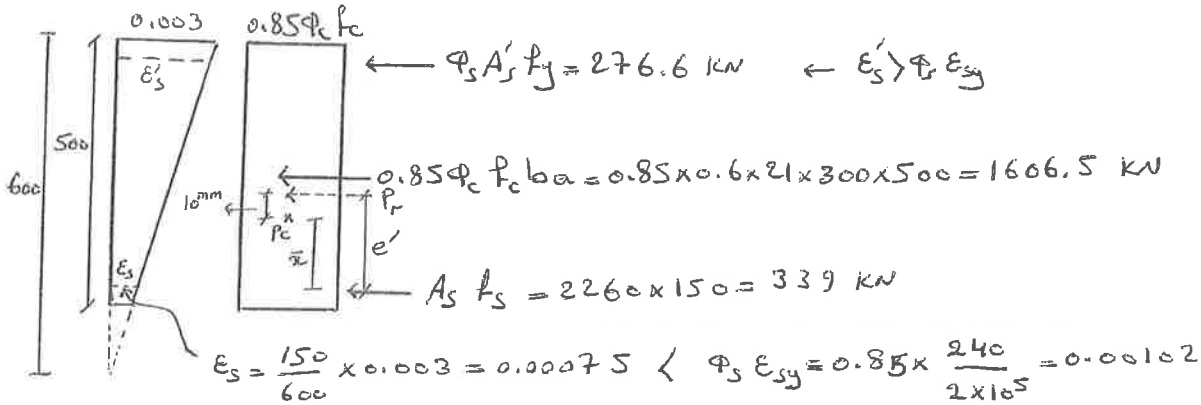
$$x_{cp} = \left[0.85 \varphi_c f_c bh \times \frac{h}{2} + \varphi_s A'_s f_y (h - d') + \varphi_s A_s f_y (h - d)\right] / P_{ro}$$

$$x_{cp} = 234.3 \text{ mm}$$

$$\bar{x} = 234.3 - 50 = 184.3 \qquad P_{rmax} = 0.8\, P_{ro} = 1875 \text{ kN}$$

۲- تعیین کنید مقدار بار و ممانی که این ستون در خارج از محوری 10mm تحمل می نماید.

مسئله از روش آزمایش و خطا قابل حل است. از این آزمایش بیان میشود ($x=600\,mm$ فرض)



$\leftarrow \phi_s A'_s f_y = 276.6\ KN \quad \leftarrow \varepsilon'_s > \phi_s \varepsilon_{sy}$

$0.85\phi_c f_c b a = 0.85\times0.6\times21\times300\times500 = 1606.5\ KN$

$A_s f_s = 2260\times150 = 339\ KN$

$\varepsilon_s = \frac{150}{600}\times0.003 = 0.000075 < \phi_s \varepsilon_{sy} = 0.85\times\frac{240}{2\times10^5} = 0.00102$

$f_s = E_s \varepsilon_s = 2\times10^5\times0.000075 = 150\ MPa$

$P_r = 1606.5 + 339 + 276.6 = 2222.1\ KN$

$e' = \left[1606.5\left(450 - \frac{500}{2}\right) + 276.6\times400\right] / 2222.1 = 194.4\ mm$

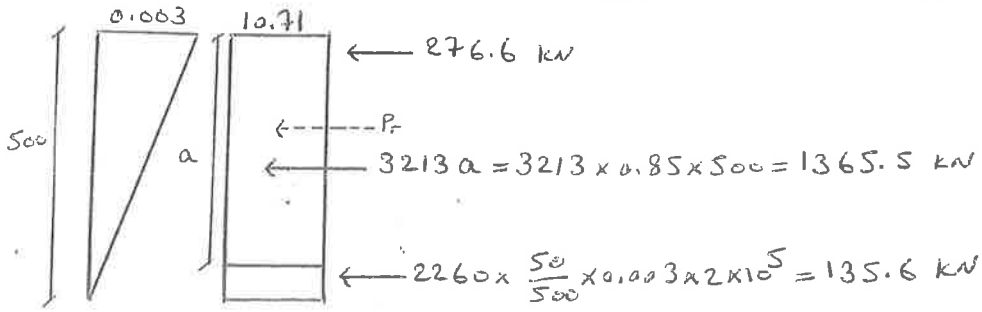
$e = e' - \bar{x} = 194.4 - 184.3 = 10.1 \simeq 10\ mm$ o.k.

$M_r = P_r\, e = 2222.1\times10.1 = 22.44\ KN\text{-}m$

پس این مقطع می تواند بار 2222 KN را با لنگر 22.4 KN-m تحمل نماید.

۳- تعیین کنید این ستون چه ممانی را همراه با بار $P=1780\,KN$ می تواند تحمل نماید.

(با روش آزمون و خطا ($x=500$ فرض



$\leftarrow 276.6\ KN$

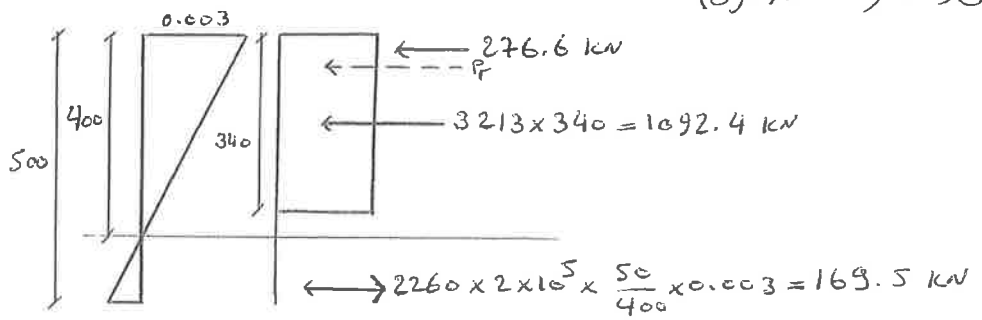
$\leftarrow 3213\,a = 3213\times0.85\times500 = 1365.5\ KN$

$\leftarrow 2260\times\frac{50}{500}\times0.003\times2\times10^5 = 135.6\ KN$

$P_r = 276.6 + 1365.5 + 135.6 = 1777\ KN \qquad e' = 244.8$

$e = 244.8 - 184.3 = 60.5\ mm \qquad M_r = 1777\times60.5 = 107.5\ KN\text{-}m$

۴- تعیین کنید این ستون چه باری را همزمان با ممان $M=196\ kN-m$ می‌تواند تحمل نماید.
با روش آزمون و خطا ($x=400$ فرض)

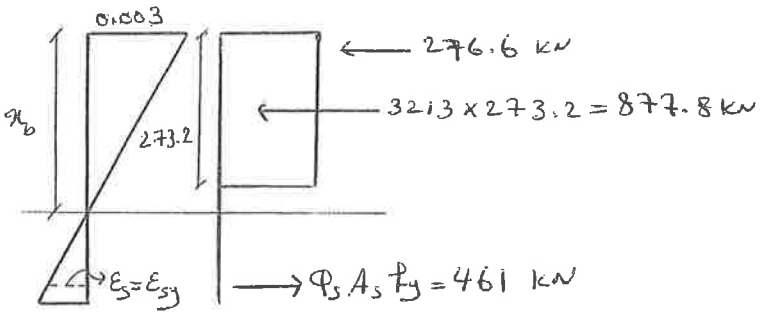


$$P_r = 1092.4 + 276.6 - 169.5 = 1199.5\ kN$$

$$e' = \left[1092.4\left(450 - \frac{340}{2}\right) + 276.6 \times 400\right] / 1199.5 = 347.2\ mm$$

$$e = 347.2 - 184.3 = 162.9\ mm \qquad M_r = 1199.5 \times 162.9 = 195.4\ kN-m$$

۵- تعیین کنید تحت اثر چه بار و ممانی فولاد کششی در کشش به حد جاری شدن می‌رسد (تعیین P_{rb} و M_{rb})



$$\varepsilon_s = \varepsilon_{sy} = 0.0012 \Rightarrow \frac{450 - x_b}{x_b} = \frac{0.0012}{0.003} = 0.4 \Rightarrow x_b = \frac{450}{1.4} = 321.4\ mm$$

$$a_b = \beta_1 x_b = 0.85 \times 321.4 = 273.2$$

$$P_{rb} = 877.8 + 276.6 - 461 = 693.4\ kN$$

$$e'_b = \left[877.8\left(450 - \frac{273.2}{2}\right) + 276.6 \times 400\right] / 693.4 = 556.3\ mm$$

$$e_b = 556.3 - 184.3 = 372\ mm$$

$$M_{rb} = P_{rb}\ e_b = 258\ kN-m$$

۶- تعیین کنید این ستون چه ممانی را همراه با بار $P=500\ kN$ می‌تواند تحمل نماید.

با توجه به قسمت قبلی می‌توان نتیجه گرفت که فولاد کششی از حد جاری شدن گذشته است.
با فرض جاری شدن هر دو فولاد می‌توان نوشت:

$$500\times10^3 = 3213a + 276.6\times10^3 - 461\times10^3 \Rightarrow a = 213\ mm$$

$$x = 250.6\ mm$$

کنترل: $\frac{\varepsilon'_s}{0.003} = \frac{x-d'}{x} \Rightarrow \varepsilon'_s = 0.0024 > \varphi_s \varepsilon_{sy}$ o.k.

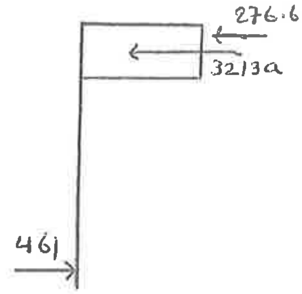
$$\frac{\varepsilon_s}{0.003} = \frac{d-x}{x} \Rightarrow \varepsilon_s = 0.0024 > \varphi_s \varepsilon_{sy} \quad o.k.$$

$$e' = \left[684.4\left(450-\frac{213}{2}\right)+276.6\times400\right]/_{500} = 691.2\ mm$$

$$e = 691.2-184.3 = 506.9 \qquad M_r = 500\times506.9 = 253.4\ kN\text{-}m$$

۷- تعیین کنید این ستون چه باری را همراه با ممان $200\ kN\text{-}m$ می‌تواند تحمل کند به شرط آنکه فولاد کششی جاری نشود.

- با فرض آنکه فولاد فشاری نیز جاری می‌شود می‌توان نوشت



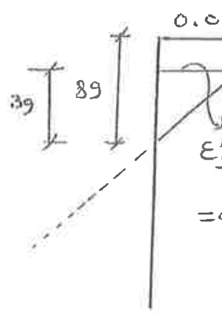
$$P = 3.213a + 276.6 - 461 = 3.213a - 184.4$$

$$Pe' = 3.213a\left(450-\frac{a}{2}\right) + 276.6\times400$$

$$M = Pe = P(e'-184.3) = Pe' - 184.3P$$

$$200\times10^3 = 3.213a\left(450-\frac{a}{2}\right)+276.6\times400$$
$$-184.3(3.213a-184.4)$$

$$\Rightarrow a = \begin{cases} 455.8\ mm & \text{در این جواب فولاد کششی جاری نمی‌شود} \\ 75.6\ mm & o.k. \end{cases}$$

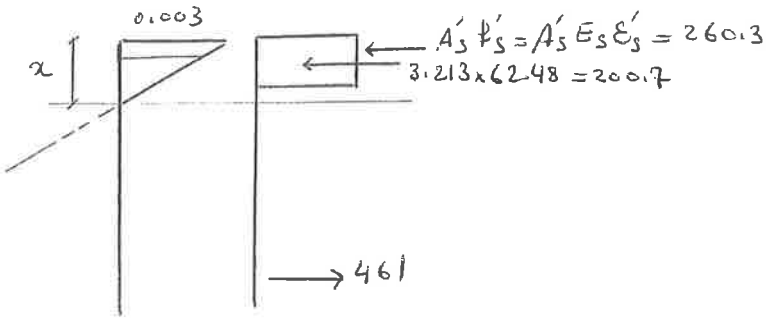


$$x = \frac{75.6}{0.85} = 89\ mm$$

$$P_r = 3.213\times75.6 - 184.4 = 58.5\ kN$$

$$e' = 3603\ mm \qquad M_r = 58.5(3603-184.3) = 200\ kN\text{-}m$$

۸- تعیین کنید حداکثر ممانی که این ستون به تنهایی می‌تواند تحمل نماید (ممان مقاوم ستون)



$$\frac{\varepsilon'_s}{0.003} = \frac{x-d'}{x}$$ فرض $\varphi_s \varepsilon_{sy} > \varepsilon'_s$

$$P_r = 3.213\,a + E_s \varepsilon'_s A'_s - 461 = 0$$

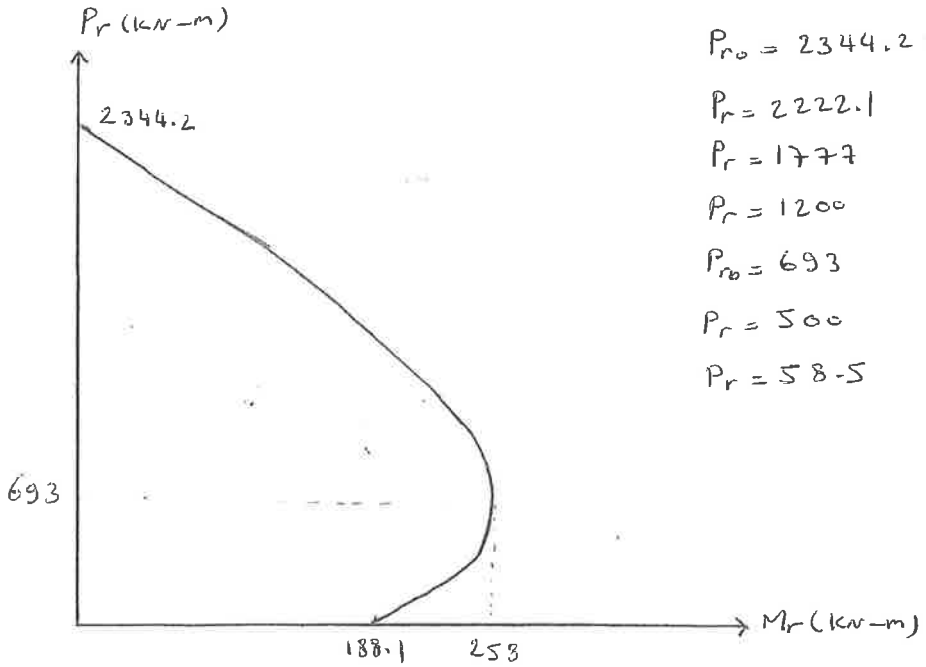
$$\Rightarrow 0 = 3.213 \times 0.85\,x + 2 \times 10^2 \times 1356 \times \frac{x-d'}{x} \times 0.003 - 461$$

$\Rightarrow x = 73.51\,mm > 50\,mm$ o.k. جهت نیروی فشاری صحیح است

$a = 0.85 \times 73.51 = 62.48\,mm$ و $\varepsilon'_s = 0.00096 < \varphi_s \varepsilon_{sy}$ o.k. آرماتور فشاری جاری نشده است

$$M_{ro} = \left[200.7\left(450 - \frac{62.48}{2}\right) + 260.3 \times 400\right] = 188.1\ kN-m$$

۹- رسم P_M Interaction Diagram



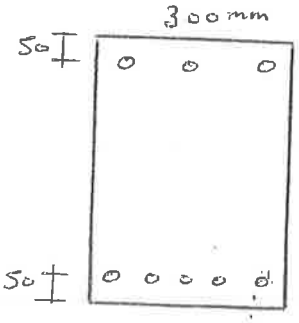
$P_{ro} = 2344.2\ kN$

$P_r = 2222.1$	$M_r = 22.4\ kN-m$
$P_r = 1777$	$M_r = 107.5$
$P_r = 1200$	$M_r = 195$
$P_{ro} = 693$	$M_{ro} = 258$
$P_r = 500$	$M_r = 253.4$
$P_r = 58.5$	$M_r = 200$
	$M_{ro} = 188.1$

مثال برای کاربرد روابط دیاگرامها: ستونی با مقطع مربع مستطیل با ابعاد $300\times500\ mm$ مطابق شکل تقویت شده است. تعیین کنید مقدار حداکثر باری که این ستون در حالات زیر می‌تواند تحمل کند.

الف) وقتی بار در خارج از هسته مرکزی اثر کند $e=507\ mm$

ب) وقتی بار در خارج از هسته مرکزی اثر کند $e=163\ mm$



$f_c=21\ MPa$

$f_y=240\ MPa$

حالت تعادل:

$$a_b=\frac{600}{600+240}\times450\times0.85=273.2 \quad , \quad \varepsilon_{sy}=\frac{240}{2E5}=0.0012$$

$$\varepsilon'_{sb}=0.003-(0.003+0.0012)\frac{50}{450}=0.0025>\varphi_s\varepsilon_{sy}$$ فشاری جاری میشود

$$P_{rb}=0.85\times0.6\times21\times300\times273.2+0.85\times240(1356-2260)=693.4\ kN$$

$$e'_b=\left[0.85\times0.6\times21\times300\times273.2\left(450-\frac{273.2}{2}\right)+0.85\times1356\times240(450-50)\right]/693.4$$

$$e'_b=556.3\ mm \qquad e_b=556.3-184.3=372\ mm$$

حالت الف) $e=507\ mm$

$e=507\ mm > e_b=372\ mm \Rightarrow \rho<\rho_b$ پس در ناحیه کنترل کشش هستیم

$$m=\frac{\varphi_s f_y}{0.85\varphi_c f_c}=19.05 \qquad \rho=\frac{A_s}{bd}=0.01674 \qquad \rho'=\frac{A'_s}{bd}=0.01$$

$$e'=e+\bar{x}=507+184.3=691.3\ mm$$

$$e'/d=1.5362 \quad ; \quad d'/d=\frac{50}{450}=0.11 \qquad \rho m=0.31887 \qquad \rho' m'=0.1813$$

$$P_r=0.85\varphi_c f_c bd\left[1-\frac{e'}{d}+(\rho'-\rho)m+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2-2\frac{e'}{d}(\rho'-\rho)m+2\rho' m\left(1-\frac{d'}{d}\right)}\right]$$

$$P_r=500.1\ kN$$

حالت ب) $e = 163\ mm$

$e = 163\,mm < e_b = 372\,mm$ پرودناحیه کنترل فشار هستیم $\rho > \bar{\rho}_b$

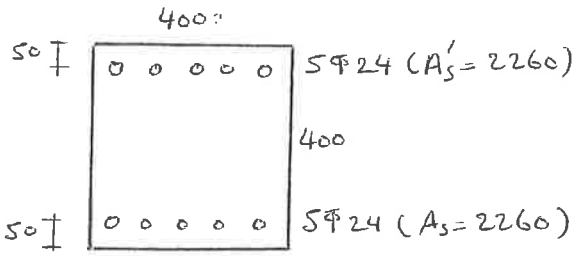
از رابطه خطی $P_r = \dfrac{P_{ro}}{1+\left(\dfrac{P_{ro}}{P_{rb}}-1\right)\dfrac{e}{e_b}} = \dfrac{2344.2}{1+\left(\dfrac{2344.2}{693.4}-1\right)\dfrac{163}{372}} = 1147\ kN$

مثال برای کاربرد دیاگرامهای طراحی: ستونی با مقطع مربع به ضلع 400 mm در نظر است. این ستون مطابق شکل با $10\Phi 24$ تقویت شده است. تعیین کنید مقدار بارهایی را که ستون می‌تواند در خارج از محوریهای:

$f_c = 21\ MPa \qquad f_y = 240\ MPa$

الف) $e = 100\ mm$

ب) $e = 300\ mm$ تحمل نماید.



حالت الف) $e = 100\,mm$

$a_b = 0.85\,\dfrac{600}{600+240} \times 350 = 212.5\ mm$

$P_{rb} = 0.85 \times 0.6 \times 21 \times 400 \times 212.5 = 910.35\ kN$

$e'_b = \left[910.35\left(350 - \dfrac{212.5}{2}\right) + 0.85 \times 2260 \times 240 \times 10^{-3} \times 300\right] / 910.35 = 395.7\,mm$

$e_b = e'_b - \bar{x} = 395.7 - 150 = 245.7\ mm$

مقدار e_b را میتوان مستقیماً از رابطه تقریبی Mac Gregor به دست آورد.

$e_b = (0.2 + 0.77\,\rho_g\, m)h \quad , \quad \rho_g = \dfrac{2 \times 2260}{400^2} = 0.02825$

$m = \dfrac{\varphi_s f_y}{0.85\,\varphi_c f_c} = 19.05$

$e_b = (0.2 + 0.77 \times 0.02825 \times 19.05) \times 400 = 245.75\ mm$

$\Rightarrow e = 100\,mm < e_b \quad , \quad \rho > \bar{\rho}_b$

$$P_r = \frac{\varphi_c f_c b h}{\frac{3he}{d^2} + 1.18} + \frac{\varphi_s A_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} = \frac{0.6 \times 21 \times 400^2}{\frac{3 \times 400 \times 100}{350^2} + 1.18} + \frac{0.85 \times 2260 \times 240}{\frac{100}{350-50} + 0.5} = 1486.8\ kN$$

$$P_{ro} = 0.85 \times 0.6 \times 21 \times 400^2 + 2 \times 0.85 \times 2260 \times 240 = 2635.68\ kN$$

از رابطه ضفی $\quad P_r = \frac{P_{ro}}{1 + \left(\frac{P_{ro}}{P_{rb}} - 1\right)\frac{e}{e_b}} = \frac{2635.68}{1 + \left(\frac{2635.68}{910.35} - 1\right)\frac{100}{245.7}} = 1488\ kN$

از دیاگرام $\quad \frac{e}{h} = \frac{100}{400} = 0.25 \qquad \frac{d-d'}{h} = \frac{300}{400} = 0.75$

$\therefore \rho_g m = 0.02825 \times 19.05 = 0.538$

$$\frac{P_r}{\varphi_c f_c b h} = \frac{1}{2}(0.775 + 0.75) = 0.7625$$

$$P_r = 0.7625 \times 0.6 \times 21 \times 400^2 = 1537\ kN$$

حالت ب) $e = 300\,mm$

$e = 300\,mm > e_b \Rightarrow \rho < \bar{\rho}_b$

$$P_r = 0.85 \times 0.6 \times 21 \times 400 \times 350 \left[1 - 1.2857 + \sqrt{(1-1.2857)^2 + 2 \times 0.01614 \times 19.05 \times (1 - 0.1429)}\right]$$

$\rho = \frac{2260}{400 \times 350} = 0.01614 \qquad m = 19.05 \qquad e' = 300 + 150 = 450$

$\frac{e'}{d} = 1.2857 \qquad \frac{d'}{d} = 0.1429$

$\Rightarrow P_r = 741.4\ kN$

از دیاگرام $\quad \frac{e}{h} = \frac{300}{400} = 0.75$

$$\frac{P_r}{\varphi_c f_c b h} = \frac{1}{2}(0.4 + 0.35) = 0.375$$

$$P_r = 0.375 \times 0.6 \times 21 \times 400^2 = 756\ kN$$

دکتر رضایی

ستونی با مقطع دایره به قطر 500mm با 10Φ30 تقویت شده است. تعیین کنید این ستون چه باری را در خارج از محورهای زیر تحمل می کند.

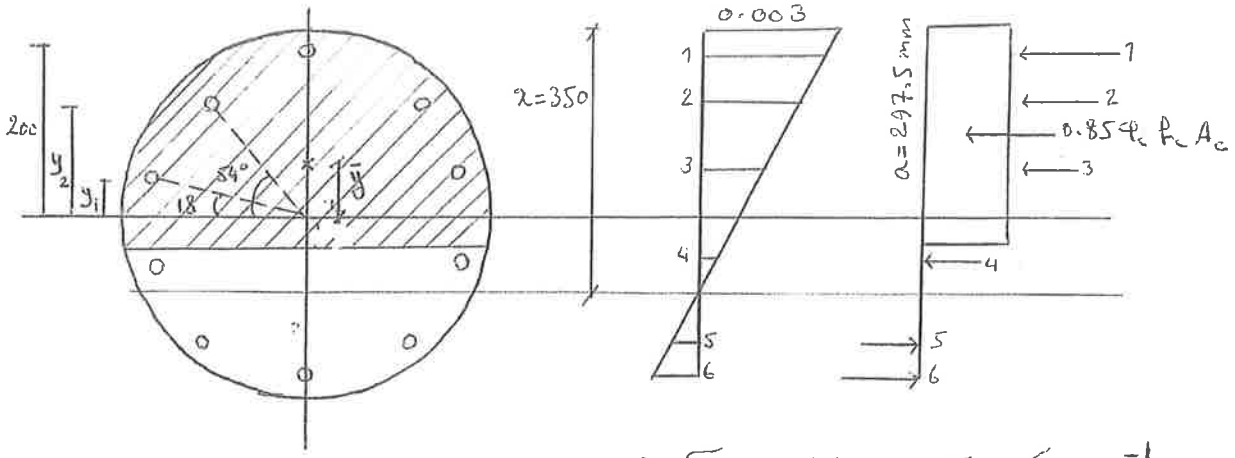
$f_c = 30\ MPa$ $\quad f_y = 400\ MPa$

$D = 500\ mm$ $\quad D_s = 400\ mm$

$1\Phi 30 = 707\ mm^2$

الف) $e = 122\ mm$

ب) $e = 350\ mm$



الف) حل بروش کلی با آزمایش و خطا - آخرین آزمایش $x = 350\ mm$

$y_1 = 20 \sin 18° = 20 \times 0.309 = 62\ mm$

$y_2 = 20 \sin 54° = 20 \times 0.809 = 162\ mm$ $\qquad \varepsilon_{sd} = 0.85 \times \frac{400}{2\times10^5} = 0.0017$

$\varepsilon_{s1} = (\frac{30}{35})0.003 = 0.0026 > \varepsilon_{sd}$ $\qquad f_{s1} = 0.85 \times 400 = 340\ MPa$

$\varepsilon_{s2} = (\frac{26.2}{35})0.003 = 0.0023 > \varepsilon_{sd}$ $\qquad f_{s2} = 2\times10^5 \times \quad = 340\ MPa$

$\varepsilon_{s3} = (\frac{16.2}{35})0.003 = 0.00139$ $\qquad f_{s3} = 2\times10^5 \times 0.00139 = 278\ MPa$

$\varepsilon_{s4} = (\frac{3.8}{35})0.003 = 0.00033$ $\qquad f_{s4} = 2\times10^5 \times 0.00033 = 66\ MPa$

$\varepsilon_{s5} = (\frac{6.2}{35})0.003 = 0.00053$ $\qquad f_{s5} = 2\times10^5 \times 0.00053 = 106\ MPa$

$\varepsilon_{s6} = (\frac{10}{35})0.003 = 0.00086$ $\qquad f_{s6} = 2\times10^5 \times 0.00086 = 172\ MPa$

$a = 0.85\ x = 297.5\ mm$

$a/D = \frac{297.5}{500} = 0.595$ با استفاده از دیاگرام مشخصات منطقه هاشور خورده بدست می آید.

$A_c = 0.49 \times 500^2 = 1225\ cm^2$

$\bar{y} = 0.32 \times 250 = 80\ mm$

$P_r = 0.85 \times 0.6 \times 30 \times 1225 \times 10^2 + 707(340 + 2\times340 + 2\times278 + 2\times66 - 2\times106 - 172) = 2810.3$ KN

$e = \left[0.85\times0.6\times30\times1225\times10^2\times80 + 707(340\times200 + 2\times340\times162 + 2\times278\times62 - 2\times66\times62 + 2\times106\times162 + 172\times200)\right] / 2810.3\times10^3 = 122.1$ mm

$M_r = 2810.3 \times 0.122 = 343$ KN-m

۲- حل مسئله الف با استفاده از روابط

$A_g = 3.14\times500^2/4 = 196349$ mm^2

$\rho_g = 10\times707/196349 = 0.036$

$m = \dfrac{0.85\times400}{0.85\times0.6\times30} = 22.2$

$\rho_g m = 0.8$

$e_b = (0.24 + 0.39\rho_g m)D = (0.24 + 0.39\times0.8)\times500 = 276$ mm

$e = 122 < 276$ در ناحیه کنترل فشار قرار دارد

$P_r = \dfrac{707\times0.85\times400}{\frac{3\times122}{400}+1} + \dfrac{196349\times0.6\times30}{\frac{9.6\times500\times122}{(0.8\times500+0.67\times400)^2}+1.18} = 1673.3$ KN

ب) $e = 350$ mm

$e > e_b$ در ناحیه کنترل کشش قرار دارد

$P_r = 0.85\times0.6\times30\times500^2\left[\sqrt{\left(0.85\times\frac{350}{500}-0.38\right)^2 + 0.8\times\frac{400}{2.5\times500}} - \left(0.85\times\frac{350}{500}-0.38\right)\right]$

$P_r = 1280.4$ KN

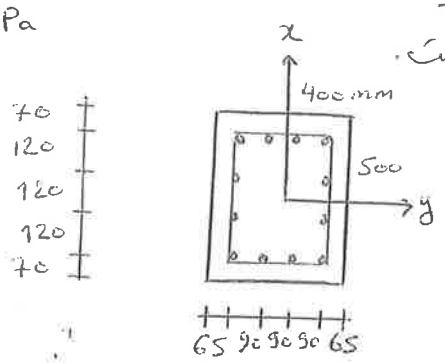
ستون با مقطع مربع مستطیل با ابعاد 400×500mm مطابق با شکل زیر در قاب است. این ستون در حالت عادی بارهای $M_y \begin{cases} D=158.4\ kN\text{-}m \\ L=55 \end{cases}$ ، $M_x \begin{cases} D=44.5\ kN\text{-}m \\ L=15 \end{cases}$ ، $P \begin{cases} D=200\ kN \\ L=70 \end{cases}$ را باید تحمل نماید.

$f'_c = 30\ MPa$

$f_y = 400\ MPa$

تعیین کنید آیا ستون قادر به تحمل چنین بارهایی هست یا نه.

M_x سان حول محور y و M_y سان حول محور x است.



$12\Phi 30 = 8484\ mm^2$

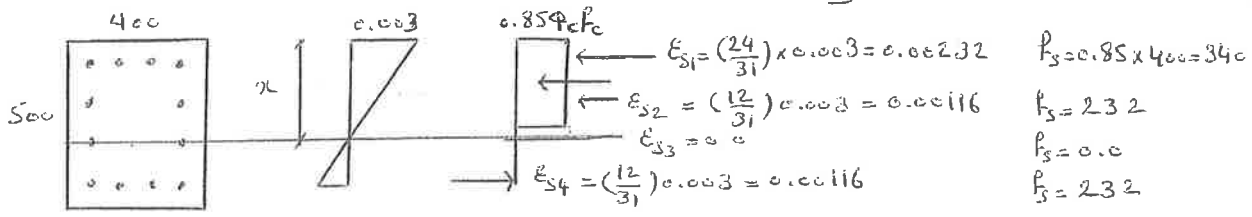
$1\Phi 30 = 707\ mm^2$

$$\begin{cases} P_u = 1.25\times 200 + 1.5\times 70 = 355\ kN \\ M_{ux} = 1.25\times 44.5 + 1.5\times 15 = 78.1\ kN\text{-}m & e_x = \dfrac{M_{ux}}{P_u} = 220\ mm \\ M_{uy} = 1.25\times 158.4 + 1.5\times 55 = 280.45\ kN\text{-}m & e_y = \dfrac{M_{uy}}{P_u} = 790\ mm \end{cases}$$

الف) تعیین P_x

مسئله با روش آزمایش و خطا قابل حل است. در این مثال آزمایش اول بررسی می‌شود. ($x=310mm$)

$\varepsilon_{sy} = 0.85\varepsilon_{sy} = 0.0017$



$x = 310mm$ $a = 0.85\times 310 = 263.5\ mm$

$P_r = 0.85\Phi_c f'_c ba + \sum A_s f_s$ ، $\bar{x} = \dfrac{500}{2} - 70 = 180\ mm$

$0.85\times 0.6\times 30\times 400\times 263.5 = 1612.6\ kN$

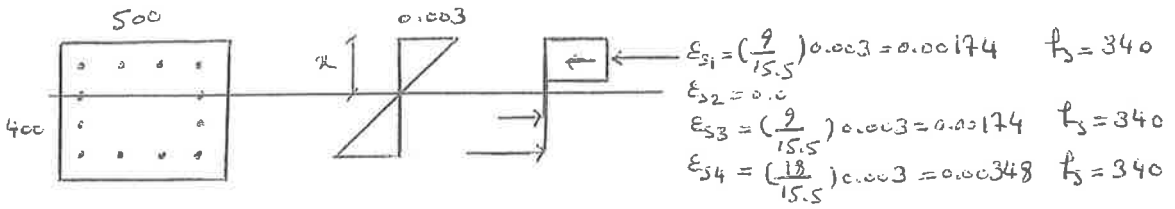
$P_r = 1612.6\times 10^3 + 707(4\times 340 + 2\times 232 - 4\times 232) = 2246\ kN$

$e' = \left[1612.6\times 10^3\left(430 - \dfrac{263.5}{2}\right) + 707(4\times 340\times 360 + 2\times 232\times 240)\right] / 2246\times 10^3 = 403.3$

$e = e' - \bar{x} = 403.3 - 180 = 223.3 \approx 220\ mm$ o.k. $P_x = 2246\ kN$

ب) تعیین P_y

در آخرین سعی $x = 155\ mm$ میباشد.



$x = 155\ mm \qquad a = 131.75\ mm$

$0.85\varphi_c f_c b a = 0.85 \times 0.6 \times 30 \times 500 \times 131.75 = 1007.9\ KN$

$P_r = 1007.9\ KN + 707(4\times340 - 2\times340 - 4\times340) = 527.1\ KN$

$e' = \left[1007.9\times10^3\left(335 - \frac{131.75}{2}\right) + 707(4\times340\times270 - 2\times340\times90)\right] / 527.1\times10^3 = 925\ mm$

$e = e' - \frac{h}{2} = 925 - 135 = 790\ mm$ o.k. $\qquad P_y = 527.1\ KN$

2) تعیین P_{ro}

$P_{ro} = 0.85\varphi_c f_c (bh - A_{st}) + \varphi_s f_y A_{st}$

$P_{ro} = 0.85\times0.6\times30(400\times500 - 8484) + 0.85\times400\times8484 = 5814.8\ KN$

د) تعیین P با فرض کنترل در منطقه فشار

$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{P_{rx}} + \frac{1}{P_{ry}} - \frac{1}{P_{ro}}$

$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{2246} + \frac{1}{527.1} - \frac{1}{5814.8} \Rightarrow \begin{cases} P_r = 460.7 \not> 0.15\varphi_c f_c A_g = 540 & \text{N.o.k.} \\ P_r > P_u & \text{o.k} \end{cases}$

ولی در منطقه فشار خواهد بود

ه) کنترل در منطقه کشش

$M_{rx} = P_x e_x = 501.5\ KN-m$

$M_{ry} = P_y e_y = 416.4\ KN-m$

$\frac{M_{ux}}{M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{ry}} = \frac{78.1}{501.5} + \frac{280.5}{416.4} = 0.83 < 1$

بنابراین ستون میتواند این بار را تحمل کند.

آنالیز ستون ها با مقاطع دایره ای

ستونی با مقطع دایره به قطر 500mm با 10Φ30 تقویت شده است. تعیین کنید این ستون چه باری را در خارج از محورهای زیر تحمل می کند.

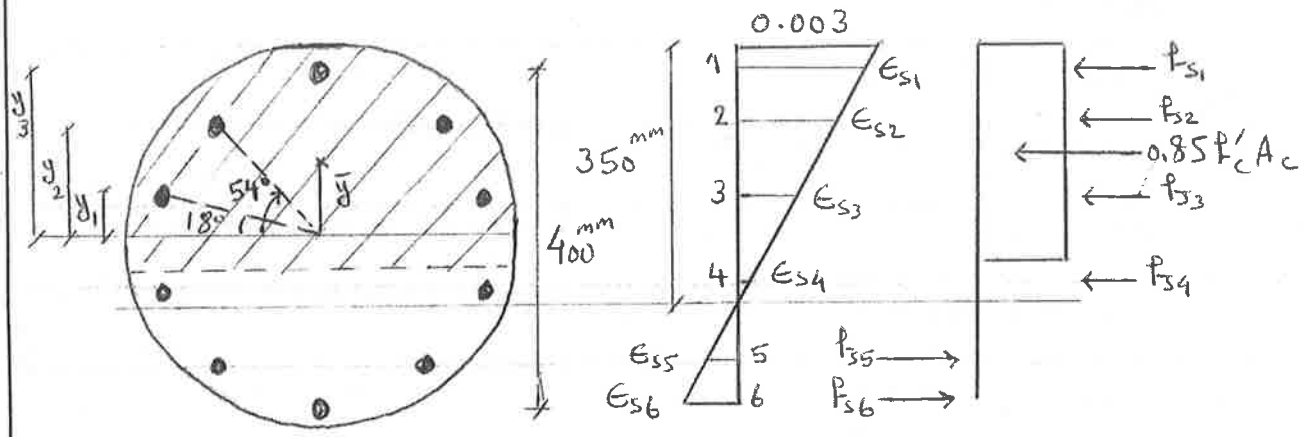
$f'_c = 21\,MPa \qquad f_y = 420\,MPa$

$1\Phi 30 = 707\,mm^2$

$D = 500\,mm \;,\; D_s = 400\,mm$

الف) $e = 144\,mm$

ب) $e = 200\,mm$



الف) حل قسمت الف

به روش کلی: آخرین آزمایش $C = 350\,mm$

$y_1 = 200 \sin 18^\circ = 200 \times 0.309 = 61.8\,mm \qquad \epsilon_y = \dfrac{420}{2\times10^5} = 0.0021$

$y_2 = 200 \sin 54^\circ = 200 \times 0.809 = 161.8\,mm \qquad y_3 = 200\,mm$

$\epsilon_{s1} = \dfrac{300}{350} \times 0.003 = 0.0026 > \epsilon_y \qquad f_{s1} = 420\,MPa$

$\epsilon_{s2} = \dfrac{261.8}{350} \times 0.003 = 0.0022 > \epsilon_y \qquad f_{s2} = 420\,MPa$

$\epsilon_{s3} = \dfrac{161.8}{350} \times 0.003 = 0.00139 < \epsilon_y \qquad f_{s3} = 2\times10^5 \times 0.00139 = 277.4\,MPa$

$\epsilon_{s4} = \dfrac{38.2}{350} \times 0.003 = 0.00033 < \epsilon_y \qquad f_{s4} = 2\times10^5 \times 0.00033 = 65.5\,MPa$

$\epsilon_{s5} = \dfrac{61.8}{350} \times 0.003 = 0.00053 < \epsilon_y \qquad f_{s5} = 2\times10^5 \times 0.00053 = 105.9\,MPa$

$\epsilon_{s6} = \dfrac{100}{350} \times 0.003 = 0.00086 < \epsilon_y \qquad f_{s6} = 2\times10^5 \times 0.00086 = 171.4\,MPa$

$a = \beta_1 C = 0.85 \times 350 = 297.5\,mm$

$\Phi = \cos^{-1}\left(\dfrac{a - D/2}{D/2}\right) = \cos^{-1}\left(\dfrac{297.5 - 250}{250}\right) = 79.05^\circ \Rightarrow \theta = 180 - \Phi = 100.95^\circ$

$\theta = 1.3797\,Rad$

$$A_c = \frac{D^2}{4}(\theta - \sin\theta\cos\theta) = \frac{500^2}{4}(1.3797 - \sin 100.95 \cos 100.95)$$

$$\Rightarrow A_c = 97887\ mm^2$$

$$\bar{y} = D^3 \frac{(\sin\theta)^3}{12 A_c} = 500^3 \frac{(\sin 100.95)^3}{12 \times 97887} = 100.7\ mm$$

$$P_n = 0.85 f'_c A_c + \sum A_s f_s$$

$$P_n = [0.85 \times 21 \times 97887 + 707(420 + 2\times 420 + 2\times 277.4 + 2\times 65.5 - 2\times 105.9 - 171.4)] \times 10^{-3} = 2852\ KN$$

$$e = [0.85 \times 21 \times 97887 \times 100.7 + 707(420 \times 200 + 2\times 420 \times 161.8 + 2\times 277.4 \times 61.8 + 2\times 65.5 \times 61.8 + 2\times 105.9 \times 161.8 + 171.4 \times 200)] / 2852 \times 10^3$$

$$\Rightarrow e = 143.7\ mm \simeq 144\ mm$$

$$\Rightarrow M_n = 2852 \times 143.7 \times 10^{-3} = 409.9\ KN.m$$

ب) حل قسمت الف با استفاده از روابط

$$\rho_g m = \frac{10 \times 707}{3.14 \times \frac{500^2}{4}} \times \frac{\times 420}{0.85 \times 21} = 0.848$$

$$e_b = (0.24 + 0.39 \rho_g m) h = (0.24 + 0.39 \times 0.848) \times 500 = 285.4\ mm$$

$e = 144mm < e_b$ در ناحیه کنترل فشار قرار دارد

$$P_n = \frac{A_{st} f_y}{1 + \frac{3e}{D_s}} + \frac{A_g f'_c}{1.18 + \frac{9.6 e h}{(0.8h + 0.67 D_s)^2}} = \left(\frac{707 \times 420}{1 + \frac{3 \times 144}{400}} + \frac{3.14 \times \frac{500^2}{4} \times 21}{1.18 + \frac{9.6 \times 144 \times 500}{(0.8 \times 500 + 0.67 \times 400)^2}}\right) \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow P_n = 2937.8\ KN$$

پ) حل قسمت پ با استفاده از گراف

$$\gamma = \frac{400}{500} = 0.8 \qquad \frac{e}{h} = \frac{200}{500} = 0.4 \qquad \rho_g = \frac{10 \times 707}{3.14 \times \frac{500^2}{4}} = 0.036$$

با استفاده از گراف A.15، K_n برابر می‌شود:

$$K_n = 0.47$$

$$P_n = 0.47 \times 21 \times 3.14 \times \frac{500^2}{4} \times 10^{-3} = 1937\ KN$$

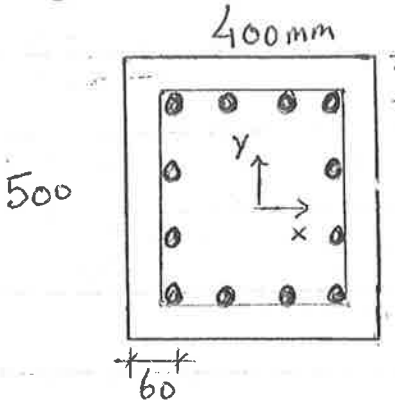
آنالیز ستون ها تحت نیش دو محوره

سازه های بتن آرمه
دکتر رضایی

ستونی با مقطع بربع مستطیل به ابعاد 400×500 mm مطابق با شکل زیر توسط 12Φ30 تقویت شده است.
این ستون در حالت عادی بارهای $M_y \begin{cases} D=38.67 \\ L=15 \end{cases}$ و $M_x \begin{cases} D=73.33\ kN.m \\ L=55 \end{cases}$ و $P \begin{cases} D=200\ kN \\ L=70 \end{cases}$ را باید تحمل نماید. M_x حول محور x و M_y حول محور y می باشد. بار متقارن اسمی این ستون را تعیین کنید و مشخص نمایید بارهای فوق توسط این ستون قابل تحمل می باشد یا خیر؟

$f'_c = 21\ MPa$

$f_y = 420\ MPa$



$12\Phi30 = 8484\ mm^2$

الف) تعیین بارهای نهایی

$P_u = 1.2\times200 + 1.6\times70 = 352\ kN$

$M_{ux} = 1.2\times73.33 + 1.6\times55 = 176\ kN.m \Rightarrow e_y = \frac{M_{ux}}{P_u} = 500\ mm$

$M_{uy} = 1.2\times38.67 + 1.6\times15 = 70.4\ kN.m \Rightarrow e_x = 200\ mm$

ب) تعیین P_o

$P_o = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y$

$P_o = [0.85\times21(400\times500 - 8484) + 8484\times420]\times10^{-3} = 6981.8\ kN$

پ) تعیین P_{nx} $(e_y = 500, e_x = 0)$

$\gamma = \frac{500 - 2\times62.5}{500} = 0.75$

$\frac{e}{h} = \frac{500}{500} = 1$

$\rho_g = \frac{A_{st}}{bh} = \frac{8484}{400\times500} = 0.042$

با استفاده از منحنی های گراف های A.6 ($\gamma = 0.7$) و A.7 ($\delta = 0.8$) K_n بدست می آید.

$K_n = \frac{0.25 + 0.27}{2} = 0.26 \Rightarrow P_{nx} = 0.26\times21\times400\times500\times10^{-3} = 1092\ kN$

ت) تعیین P_{ny} $(e_x=200, e_y=0)$

$$\gamma = \frac{400-2\times60}{400} = 0.7$$

$$\frac{e}{h} = \frac{200}{400} = 0.5$$

$K_n = 0.47$ از گراف A.6، K_n بدست می‌آید.

$$P_{ny} = 0.47\times21\times400\times500\times10^{-3} = 1974\ KN$$

ث) استفاده از رابطه بارگذاری (رابطه برسلر) با فرض $P_n \geq 0.1P_o$ برای ستون با مقاومت فشاری اسمی

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nx}} + \frac{1}{P_{ny}} - \frac{1}{P_o} \Rightarrow \frac{1}{P_n} = \frac{1}{1092} + \frac{1}{1974} - \frac{1}{6981.8}$$

$$\Rightarrow P_n = 781.8\ KN > 0.1\times6981.8 = 698.18 \quad o.k$$

ج) بررسی قابل قبول بودن بارهای وارده توسط ستون

ستون در منطقه کنترل قرار دارد $\phi P_n = 0.65\times781.8 = 508.2\ KN$

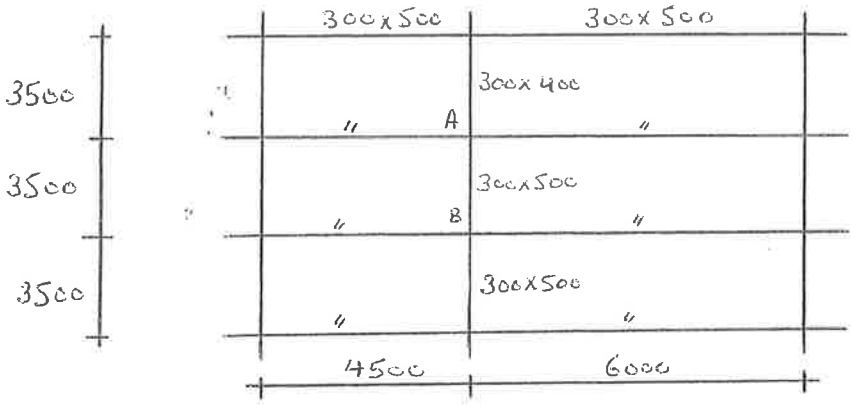
$$P_u = 352\ KN < \phi P_n = 0.65\times781.8 = 508.2 \quad o.k$$

دکتر رفعتیان　　1/2

ستون AB در قاب زیر در شرایط عادی زیر اثر بار M{D=20 kN-m, L=40} همراه با بار گسترده P{D=400 kN, L=300} قرار دارد. این ستون تحت اثر بار جانبی ناشی از زلزله با بار گسترده {P_E=120 kN, M_E=100 kN-m} را تحمل نماید.

ستون را طراحی کنید.

مقاطع تیرها و ستونها که در طرح اولیه بدست آمده اند روی قاب نوشته شده اند. قاب دارای حرکت جانبی است.



$I_b = 0.35 \times \frac{1}{12} \times 300 \times 500^3 = 109375 \times 10^4$ mm^4

$K_{b1} = \frac{109375 \times 10^4}{6000} = 182292$　　$K_{b2} = \frac{I_b}{4500} = 243055$

$I_{c1} = 0.7 \times \frac{1}{12} \times 300 \times 500^3 = 218575 \times 10^4$　　$K_{c1} = \frac{I_{c1}}{3500} = 625000$

$I_{c2} = 0.7 \times \frac{1}{12} \times 300 \times 400^3 = 112000 \times 10^4$　　$K_{c2} = \frac{I_{c2}}{3500} = 320000$

$\psi_A = \sum K_c / \sum K_b = \frac{625000 + 320000}{182292 + 243055} = 2.22$

$\psi_B = \frac{2 \times 625000}{182292 + 243055} = 2.94$

$\psi_m = \frac{2.22 + 2.94}{2} = 2.58 > 2$　　$K = 0.9\sqrt{1 + \psi_m} = 1.7$

$L_e = 1.7 \times 3500 = 5950$ mm

$r = 0.3 \times 500 = 150$ mm

$\frac{L_e}{r} = 39.7 > 22$　　نمی توان از اثر لاغری صرف نظر کرد

$$EI_e = 0.25\,E_c I_g = 0.25 \times 5000\sqrt{30} \times \frac{1}{12} \times 300 \times 500^3 = 21395 \times 10^9$$

$$N_c = \pi^2 EI_e / L_e^2 = 3.14^2 \times 21395 \times 10^9 / 5950^2 = 5958.5 \text{ KN}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma N_u}{\varphi_n \Sigma N_c}} = \frac{1}{1 - \frac{N_u}{\varphi_n N_c}}$$

با فرض یکسان بودن N_u و N_c ستونهای طبقه

$P_{u_1} = 1.25 \times 400 + 1.5 \times 300 = 950$ KN $M_{u_1} = 85$ KN-m

$P_{u_2} = 400 + 1.2 \times 300 + 1.2 \times 120 = 904$ KN $M_{u_2} = 188$ KN-m

$P_{u_3} = 0.85 \times 400 + 1.2 \times 120 = 484$ KN $M_{u_3} = 137$ KN

ستونها برای بارهای گروه (2) طرح و برای بارهای گروه (1) کنترل میشوند. ممانها در ردیف دوم قبل از تشدید محاسبه شده اند که می بایست مطابق روش تشدید، اثر لاغری در نظر گرفته شود.

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{904}{0.65 \times 5958.5}} = 1.3$$

اثر لاغری

$$\begin{cases} M_{u_1} = 85 \text{ KN-m} \\ M_{u_2} = 20 + 1.2 \times 40 + 1.3 \times 1.2 \times 100 = 224 \text{ KN-m} \\ M_{u_3} = 137 + 0.3 \times 1.2 \times 100 = 173 \text{ KN-m} \end{cases}$$

$$\frac{L_u}{r} = \frac{3500}{150} = 23.3 < \frac{35}{\sqrt{\frac{N_u}{f_c A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{904 \times 10^3}{30 \times 300 \times 500}}} = 78$$

$\Rightarrow M_2 = M_{2b} + \delta_s M_{2s}$ o.k.

می بایست لنگر خمشی نهایی ناشی از بار زلزله در δ_s ضرب شود که در بالا اعمال شده است.

بارهای نهایی طرح ستون

$$\begin{cases} P_u = 904 \text{ KN} \\ M_u = 224 \text{ KN-m} \end{cases}$$

$$e = \frac{M_u}{P_u} = 247.8 \text{ mm} > e_{min}$$

$$P_{rb} = 0.85 \times 0.6 \times 30 \times 300 \times \frac{600}{600 + 400} \times 0.85 \times 450 = 1053 \text{ KN}$$

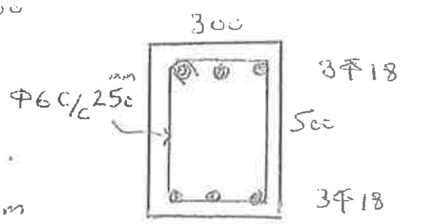
$P_u < P_{rb}$ در ناحیه کنترل کششی قرار دارد

$$a = 904 \times 10^3 / 0.85 \times 0.6 \times 30 \times 300 = 197 \text{ mm}$$

$$M_u = \frac{P_u}{2}(h - a) + \varphi_s A_s f_y (d - d') = 224 \text{ KN-m}$$

$\Rightarrow A_s = 640 \text{ mm}^2 \Rightarrow A_{st} = 2 \times 640 = 1280 \text{ mm}^2$

$A_{s\,min} = 0.008 \times 300 \times 500 = 1200 \text{ mm}^2 < 1280 \text{ mm}^2$



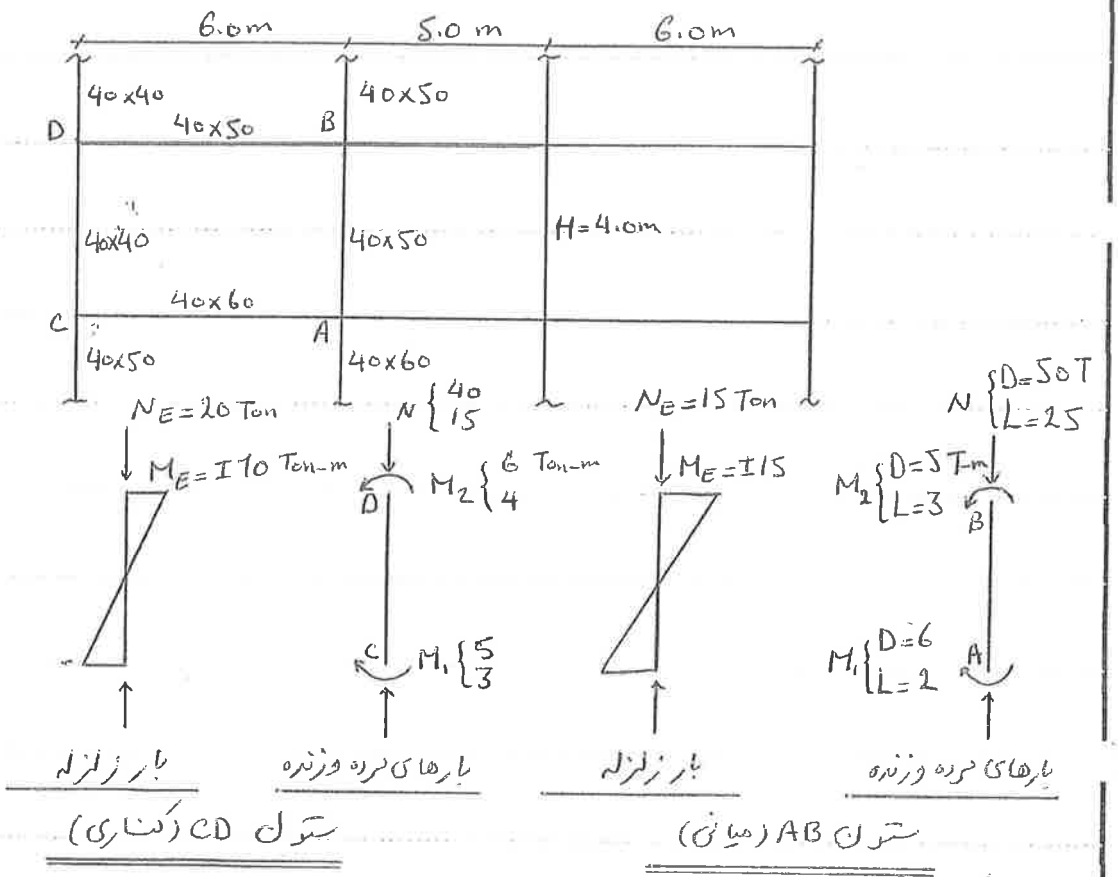
$1\Phi 18 = 254 \text{ mm}^2$

$6\Phi 18 = 1526 > 1280$ o.k.

طرح ستونهای لاغر

سازه های بتن آرمه
دکتر رضایی

قاب زیر یکی از قاب های مشابهی است که در سازه یک ساختمان بکار برده شده است. قاب ها مهار جانبی نشده اند. بارهای وارده در شرایط عادی و در هنگام زلزله به هر یک از ستون های کناری و میانی در شکل نشان داده شده اند. با در نظر گرفتن اثر ناشی از لاغری یکی از ستون های میانی را طرح کنید. $f_{cc}=200\,kg/cm^2$ $f_y=4000\,kg/cm^2$



۱- ترکیبات بارها

فقط ترکیب های اول و دوم کنترل می شوند

• ستون AB

$$U_1\begin{cases} N_u = 1.25\times 50 + 1.5\times 25 = 100\ \text{Ton} \\ M_{1u} = 1.25\times 6 + 1.5\times 2 = 10.5\ \text{Ton-m} \\ M_{2u} = 1.25\times 5 + 1.5\times 3 = 10.8 \end{cases}$$

$$U_2\begin{cases} N_u = 0.8(100 + 1.5\times 15) = 98\ \text{Ton} \\ M_{1u} = 0.8(10.5 + 1.5\times 15) = 26.4\ \text{Ton-m} \\ M_{2u} = 0.8(10.8 + 1.5\times 15) = 26.7 \end{cases}$$

ستون CD

$$U_1 \begin{cases} N_u = 72.5 \text{ Ton} \\ M_{1u} = 10.8 \text{ Ton-m} \\ M_{2u} = 13.5 \end{cases} \qquad U_2 \begin{cases} N_u = 82 \text{ Ton} \\ M_{1u} = 20.6 \text{ Ton-m} \\ M_{2u} = 22.8 \end{cases}$$

۲- طول موثر ستون ها

$$l_e = k \cdot l_u$$

* با فرض اثرات ترک خوردگی $\begin{cases} I_c = I_g \\ I_b = 0.5 I_g \end{cases}$ توجه: در ویرایش جدید آیین نامه $I_c = 0.7 I_g$ و $I_b = 0.35 I_g$ منظور شده است.

k_b I/l تیرها

40×60 cm $I_b = 72\times10^4 \text{ cm}^4$ $\begin{cases} l = 600 \text{ cm}, & k_b = 1200 \text{ cm}^3, & 0.5k_b = 600 \\ l = 500 & = 1440 & = 720 \end{cases}$

40×50 cm $= 41.7\times10^4$ $\begin{cases} l = 600 & = 695 & = 347 \\ l = 500 & = 834 & = 417 \end{cases}$

K_c I/l ستونها

40×40 cm	$I_c = 21.3\times10^4$	$l = 400$	$K_c = 533$
40×50	$= 41.7\times10^4$	"	$= 1042$
40×60	$= 72\times10^4$	"	$= 1800$

۲-۱- ستون AB

$$\psi_A = \frac{1042+1800}{600+720} = 2.15 \qquad \psi_B = \frac{2\times1042}{347+417} = 2.72 \quad \xrightarrow{\text{روابط}} \quad \begin{cases} K' = 0.94 & l_e = 0.94\times4 = 3.8 \text{ m} \\ K'' = 1.67 & l_e = 1.67\times4 = 6.7 \text{ m} \end{cases}$$

مهار شده: $l_e = 3.8$ m — مهار نشده: $l_e = 6.7$ m

۲-۲- ستون CD

$$\psi_C = \frac{533+1042}{600} = 2.63 \qquad \psi_D = \frac{2\times533}{347} = 3.1 \quad \Rightarrow \begin{cases} K' = 0.98 & l_e = 0.98\times4 = 3.9 \text{ m} \\ K'' = 1.77 & l_e = 1.77\times4 = 7.1 \text{ m} \end{cases}$$

مهار شده: $l_e = 3.9$ m — مهار نشده: $l_e = 7.1$ m

۳- طرح ستون AB

۳-۱- ترکیب اول بارگذاری: در این ترکیب ستون بار جانبی ندارد و مهار شده تلقی میگردد.

$$\begin{cases} N_u = 100 \text{ Ton} \\ M_{1u} = 10.5 \text{ Ton-m} \\ M_{2u} = 10.8 \end{cases} \qquad M_{1b} = 10.5, \; M_{2b} = 10.8 \qquad , M_c = \delta_b M_{2b}$$

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{N_u}{\Phi_n N_c}} \geq 1.0 \qquad \Phi_n = 0.65$$

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_{1b}}{M_{2b}} = 0.6 + 0.4 \times \frac{10.5}{10.8} \simeq 1.0 > 0.4 \quad \text{o.k}$$

$$N_c = \frac{\pi^2 E_c I_e}{l_e^2}$$

$$E_c = 15.800\sqrt{f_{cc}} = 220000 \ kg/cm^2 \ , \ I_e = 0.25 I_g = 0.25 \times 41.7 \times 10^4$$

$$\Rightarrow I_e = 10.43 \times 10^4 \ cm^4 \ , \ l_e = 3.8 \ m$$

$$N_c = \frac{3.14^2 \times 220 \times 10.43 \times 10^4}{380^2} = 1567 \ Ton$$

$$\delta_b = \frac{1}{1 - \frac{100}{0.65 \times 1567}} = 1.1 \Rightarrow M_c = 1.1 \times 10.8 = 11.9 \ Ton-m$$

ستون در ترکیب اول بارگذاری باید برای بار و ممان طراحی شود $\begin{cases} N_u = 100 \ Ton & (1) \\ M_u = 11.9 \ Ton-m & (2) \end{cases}$

۳-۲- ترکیب دوم بارگذاری

ستون ها در طبقه همارز شده اند

$$\begin{cases} N_u = 98 \ Ton \\ M_{1u} = 26.4 \\ M_{2u} = 26.7 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} M_{1b} = 8.4 \ , \ M_{1s} = 18 \\ M_{2b} = 8.6 \ , \ M_{2s} = 18 \end{matrix}$$

$$\frac{l_u}{r} = \frac{400}{0.3 \times 50} = 26.7 < \frac{35}{\sqrt{\frac{98}{0.2 \times 40 \times 50}}} = 70.7 \Rightarrow M_c = M_{2b} + \delta_s M_{2s}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum N_u}{\Phi_n \sum N_c}}$$

$N_u = 98 \ Ton \ , \ l_e = 6.7$ ستون AB

$$N_c = \frac{3.14^2 \times 220 \times 10.43 \times 10^4}{670^2} = 504 \ Ton$$

ستون CD ، $N_u = 82$ Ton ، $l_e = 7.1$ m

$I_e = 0.25 \times 21.3 \times 10^4 = 5.3 \times 10^4$ cm^4

$$N_c = \frac{3.14^2 \times 220 \times 5.3 \times 10^4}{710^2} = 228 \text{ Ton}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{2\times 98 + 2\times 82}{0.65(2\times 504 + 2\times 228)}} = 1.6$$

$$M_c = 8.6 + 1.6 \times 18 = 37.4 \text{ Ton-m}$$

ستون در ترکیب دوم بارگذاری باید برای بار و مسائل طراحی شود $\begin{cases} N_u = 98 \text{ Ton} \\ M_c = 37.4 \text{ Ton-m} \end{cases}$

$e = 37.4/98 = 0.38$ m

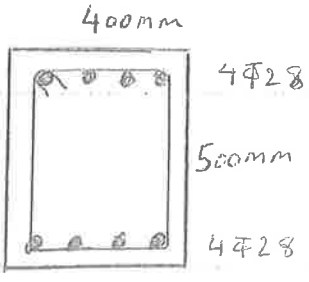
$N_u / f_{cd} b t = 98 / 0.12 \times 40 \times 50 = 0.41$ $\quad e/t = 40/50 = 0.8$

$d/t = 43/50 = 0.86$

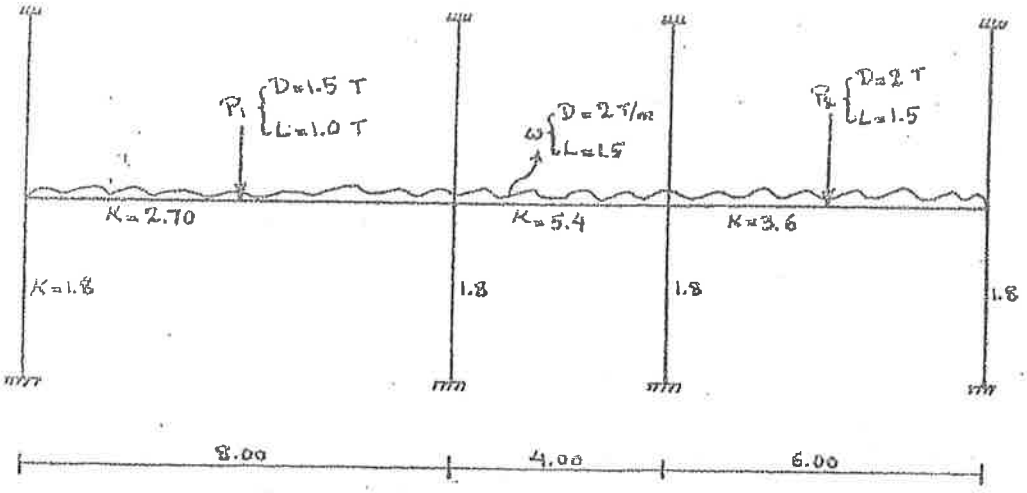
از دیاگرام زیر طراحی $\rho_t m = 0.78$ ، $m = 33.3$

$\rho_t = 0.78/33.3 = 2.35\%$

$A_{st} = 4700$ mm^2



قاب سه دهانه زیر قسمتی از قاب یک سازه است. بارهای نشان داده شده در شرایط عادی به قاب وارد میشوند. دیاگرام لنگر خمشی و تلاش برشی تیر قاب را در حد نهایی رسم کنید. دستورها برای چه مکان ماکزیمی باید طرح شوند. سفتی نسبی اعضاء قاب روی آنها نشان داده شده است.

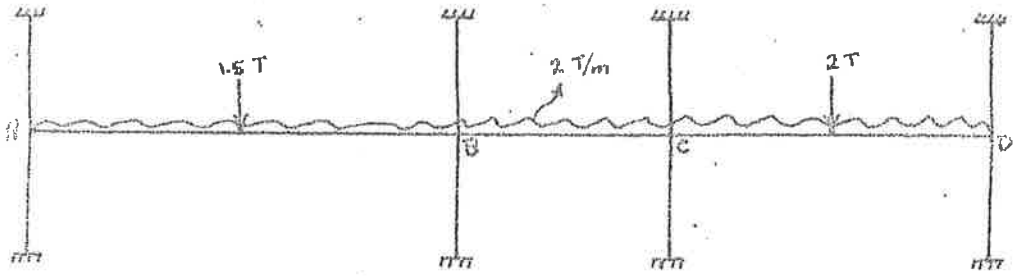


$$\omega_u \begin{cases} D=2\ T/m \\ S=0.4D+1.7L=0.4\times2+1.7\times1.5=3.35 \end{cases}$$

$$P_{1u} \begin{cases} D=1.5\ T \\ S=0.4\times1.5+1.7\times1.0=2.3 \end{cases}$$

$$P_{2u} \begin{cases} D=2\ T \\ S=0.4\times2+1.7\times1.5=3.35 \end{cases}$$

الف: قاب زیر از بار مرده تنها (D)



$M_{S_1} = \omega L^2/12 + PL/8 = 2\times 8^2/12 + 1.5\times 8/8 = 12.2$ T-m

$M_{S_2} = 2\times 4^2/12 = 2.7$

$M_{S_3} = 2\times 6^2/12 + 2\times 6/8 = 7.5$

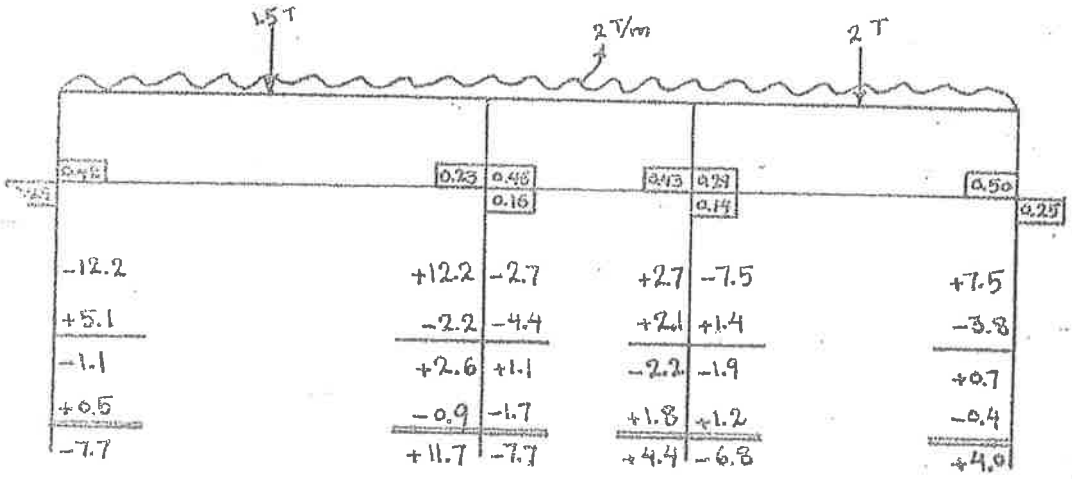
D.F. ضرائب پخش سان

A $D_b = 2.70/(2.7 + 2\times 1.8) = 0.42$ $D_c = 0.29$

B $D_{b1} = 2.7/(2.7+5.4+2\times 1.8) = 0.23$ $D_{b2} = 0.46$, $D_c = 0.155 \approx 0.16$

C $D_{b1} = 5.4/(5.4+3.6+2\times 1.8) = 0.43$ $D_{b2} = 0.29$, $D_c = 0.14$

D $D_b = 3.6/(3.6+2\times 1.8) = 0.5$ $D_c = 0.25$



-12.2	+12.2	-2.7	+2.7	-7.5	+7.5
+5.1	-2.2	-4.4	+2.1	+1.4	-3.8
-1.1	+2.6	+1.1	-2.2	-1.9	+0.7
+0.5	-0.9	-1.7	+1.8	+1.2	-0.4
-7.7	+11.7	-7.7	+4.4	-6.8	+4.0

$M_c = 7.7/2 = +3.85$ ↑8.25

$M_c = -(11.7-7.7)/2 = -2.0$ ↑9.25 ↑4.83

$M_c = -(6.8+4.4)/2 = +1.2$ ↑3.17 ↑7.46

$M_c = 2.0$ ↑6.54

$x_M = 4$

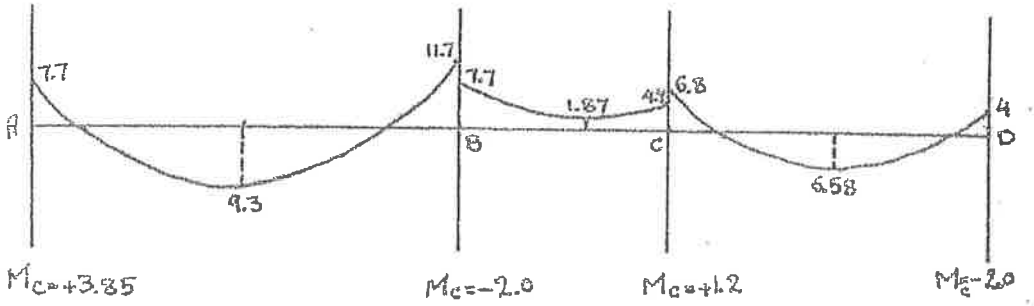
$x_M = 4.83/2 = 2.41$

$x_M = 3$

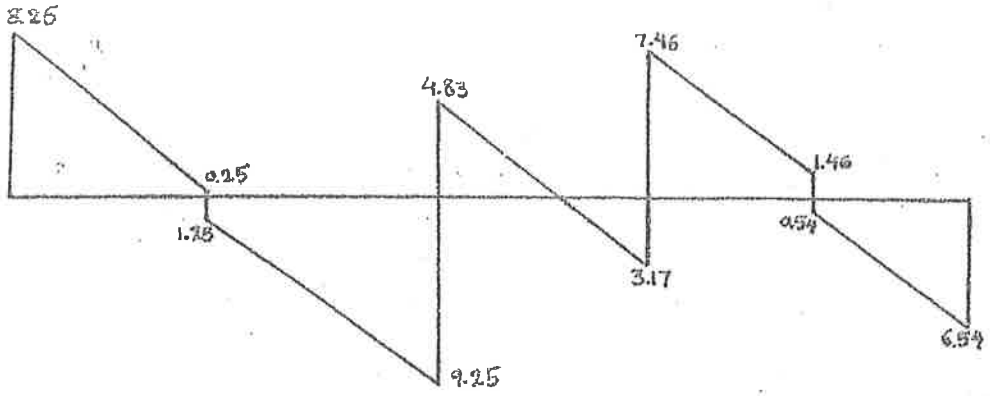
$M^+ = 8.25\times 4 - 2\times 4^2/2 - 7.7 = 9.3$

$M^+ = 7.46\times 3 - 2\times 3^2/2 - 6.8 = 6.58$

$M^+ = 4.83\times 2.41 - 2\times 2.41^2/2 - 7.7 = -1.87$



دیاگرام لنگر زیر اثر بار مرده تنها D

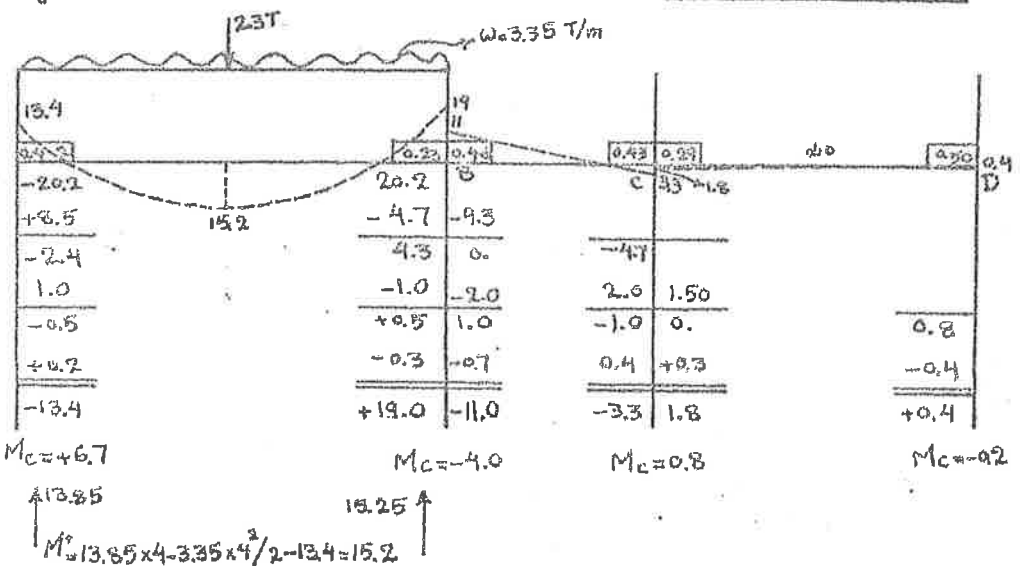


دیاگرام برش زیر اثر بار مرده تنها D

ب: قاب زیر اثر بار سربار S=0.4D+1.7L

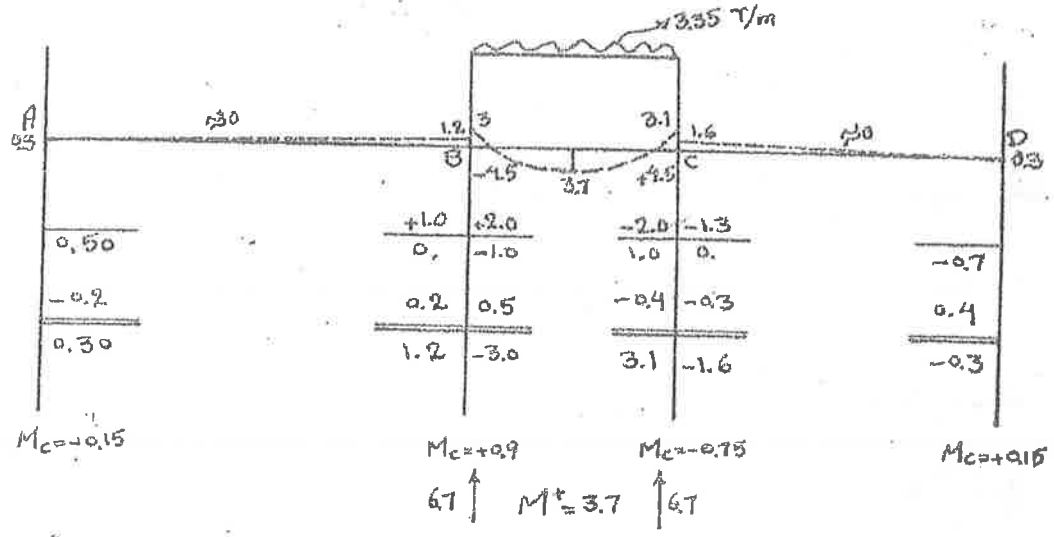
ا- سربار در دهانه اول

$M_S = 3.35\times8^2/12 + 2.3\times8/8 = 20.2$ T-m



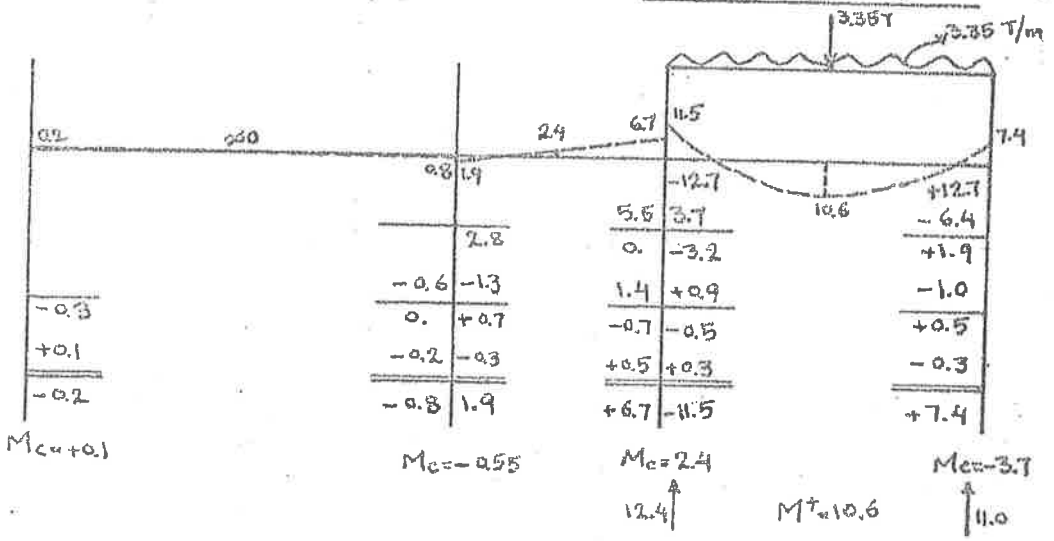
$M_g = 3.35 \times 4^2/12 = 4.5$ T-m

۲- سربار در دهانهٔ دوم



$M_g = 3.35 \times 6^2/12 + 3.35 \times 6/8 = 12.7$ T-m

۳- سربار در دهانهٔ سوم



ج: قاب زیر اثر بار مرده و زنده

1.4D+1.7L

$M_A^- = 7.7 + 13.4 + 0.2 = 21.3$ T-m

$M_{AB}^+ = 9.3 + 15.2 = 24.5$

$M_{BL}^- = 11.7 + 19 + 1.2 = 31.9$

$M_{BR}^- = 7.7 + 11 + 3 = 21.7$

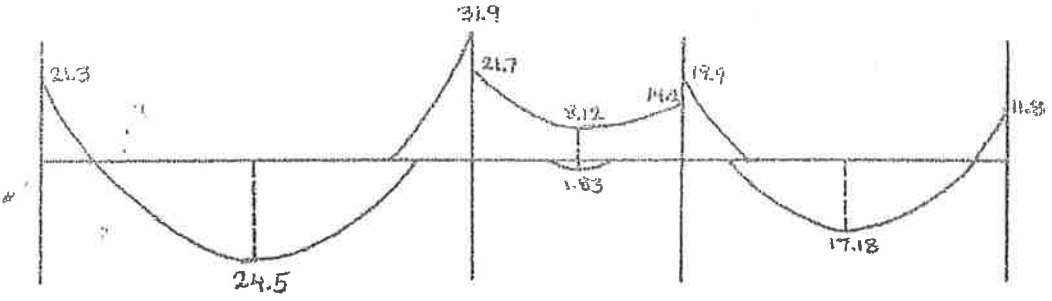
$M^{-}_{BC} = -1.87 + 3.7 = 1.83$ $M^{-}_{BC} = -1.87 - 3.85 - 2.4 = -8.12$

$M^{-}_{CL} = 4.4 + 3.1 + 6.7 = 14.2$

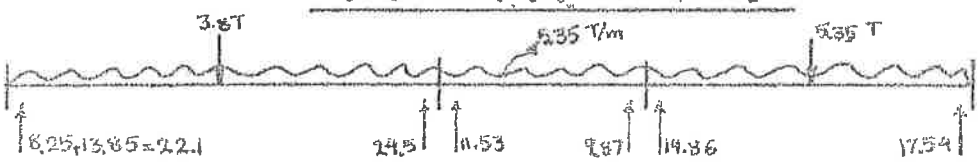
$M^{-}_{CR} = 6.8 + 1.6 + 11.5 = 19.9$

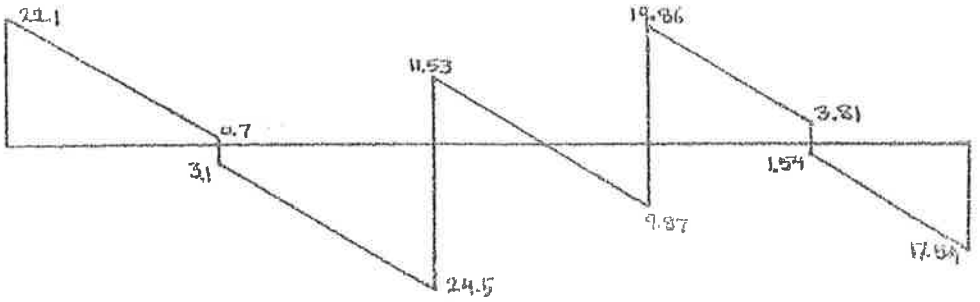
$M^{+}_{CD} = 6.58 + 10.6 = 17.18$

$M^{-}_{D} = 4 + 0.4 + 7.4 = 11.8$

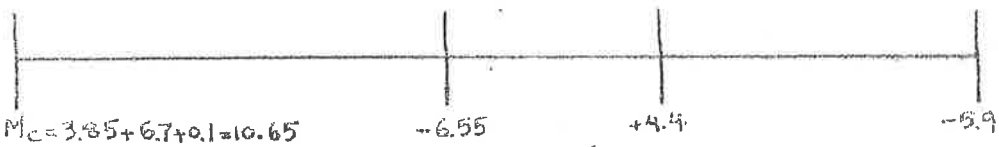


دیاگرام ممان زیر اثر بار مرده و زنده





دیاگرام برش زیر اثر بار مرده و زنده



ممانهای ماکزیمم در مستوی‌ها

درس سازه‌های بتن آرمه

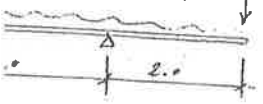
تیر سه دهانه زیر تحت اثر

دیاگرام لنگر خمشی تیر را در

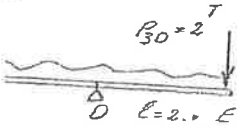
= 8

= 2

$P_3 \begin{cases} D = 2^T \\ L = 1 \end{cases}$



۱- دیاگرام لنگر خمشی زیر ا



لنگرهای گیرداری

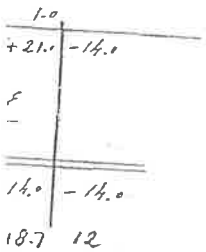
+16.7

3.8

21.0

ضرائب پخش ممان

لنگرهای انتهائی پسر

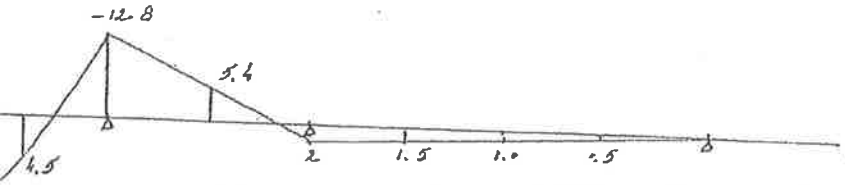


$\Sigma R = 12$

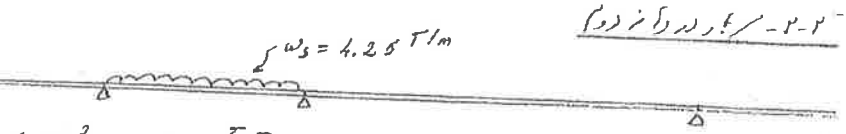
درس سازه‌های بتن آرمه

تعیین اثرهای ماکزیمم در تیرها و قاب‌ها

دیاگرام لنگر خمشی زیر اثر سربار در دهانه اول

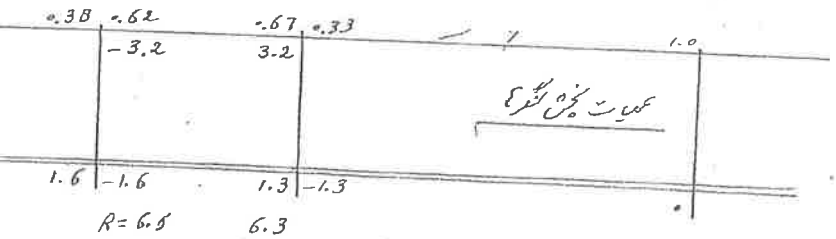


۲-۲- سربار در دهانه دوم



$5 \times 3^2 = -3.2$ T-m

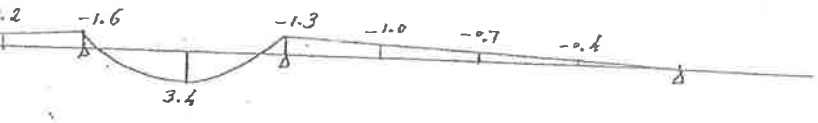
$F_{CB} = 3.2$



$\Sigma R = 12.8$

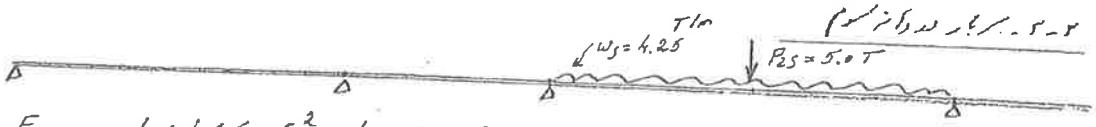
$M_{1.5} = 3.4$

دیاگرام لنگر خمشی زیر اثر سربار در دهانه دوم



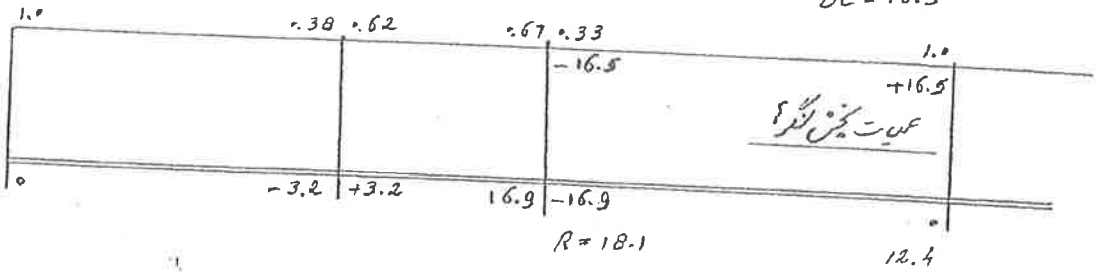
درس سازه‌های بتن آرمه — تعیین اثرهای ماکزیمم در تیرها و قاب‌ها — برگ شماره (9) صفحه (415)

۲-۳- سربار در دهانه سوم



$F_{CD} = -\frac{1}{12} \times 4.25 \times 6^2 - \frac{1}{8} \times 5.0 \times 6 = -16.5$ T-m

$F_{DC} = 16.5$

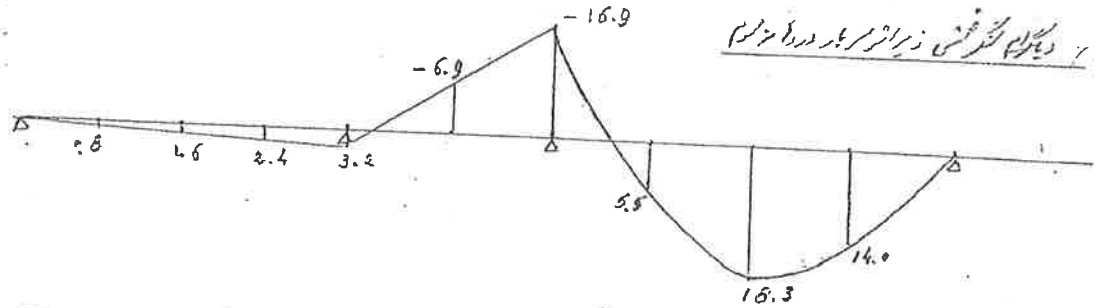


$\Sigma R = 30.5'$

$M_{1.5} = 5.5$

$M_{3.0} = 18.3$

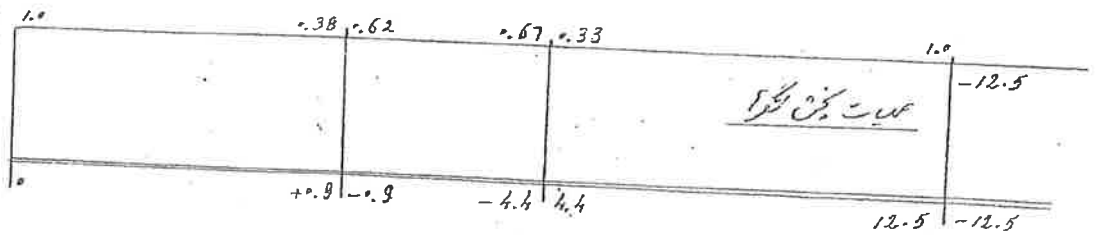
$M_{4.5} = 14.0$

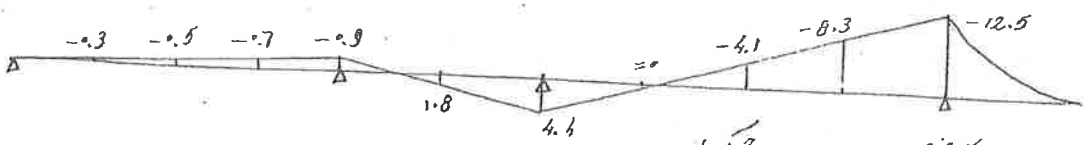


دیاگرام لنگر خمشی زیر اثر سربار در دهانه سوم

۲-۴- سربار روی ناحیه کنسول

$F_{DE} = M_{cant.} = -\frac{1}{2} \times 4.25 \times 2^2 - 2 \times 2 = -12.5$





دیاگرام لنگر خمشی زیر اثر سربار روی ناحیه کنسول

درس سازه‌های بتن آرمه — تعیین اثرهای ماکزیمم در تیرها و قاب‌ها — برگ شماره (9) — صفحه (5/5)

۳- دیاگرام لنگر خمشی حداکثر و حداقل زیر اثر سربار

$$M_{AB} = \begin{cases} 15.5 + 1.6 = 17.1 \ T\text{-}m \\ -0.8 - 0.5 = -1.3 \end{cases}$$

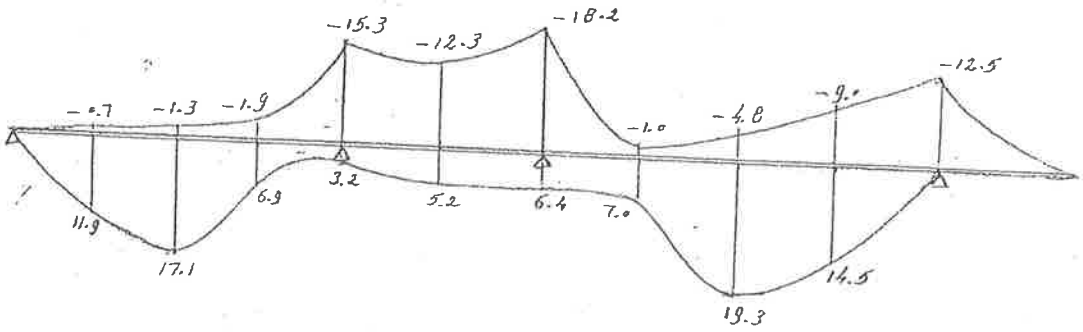
$$M_{BC} = \begin{cases} 3.4 + 1.8 = 5.2 \\ -5.4 - 6.9 = -12.3 \end{cases}$$

$$M_{CD} = \begin{cases} 18.3 + 1.0 = 19.3 \\ -0.7 - 4.1 = -4.8 \end{cases}$$

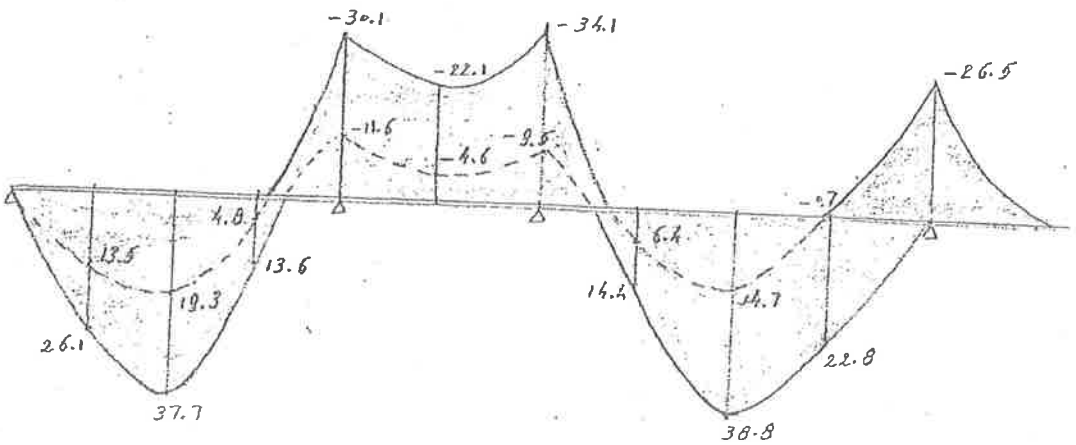
$$M_{B} = \begin{cases} 3.2 \\ -12.8 - 1.6 - 0.9 = -15.3 \end{cases}$$

$$M_{C} = \begin{cases} 2 + 4.4 = 6.4 \\ -1.3 - 16.9 = -18.2 \end{cases}$$

$$M_{D} = -12.5$$

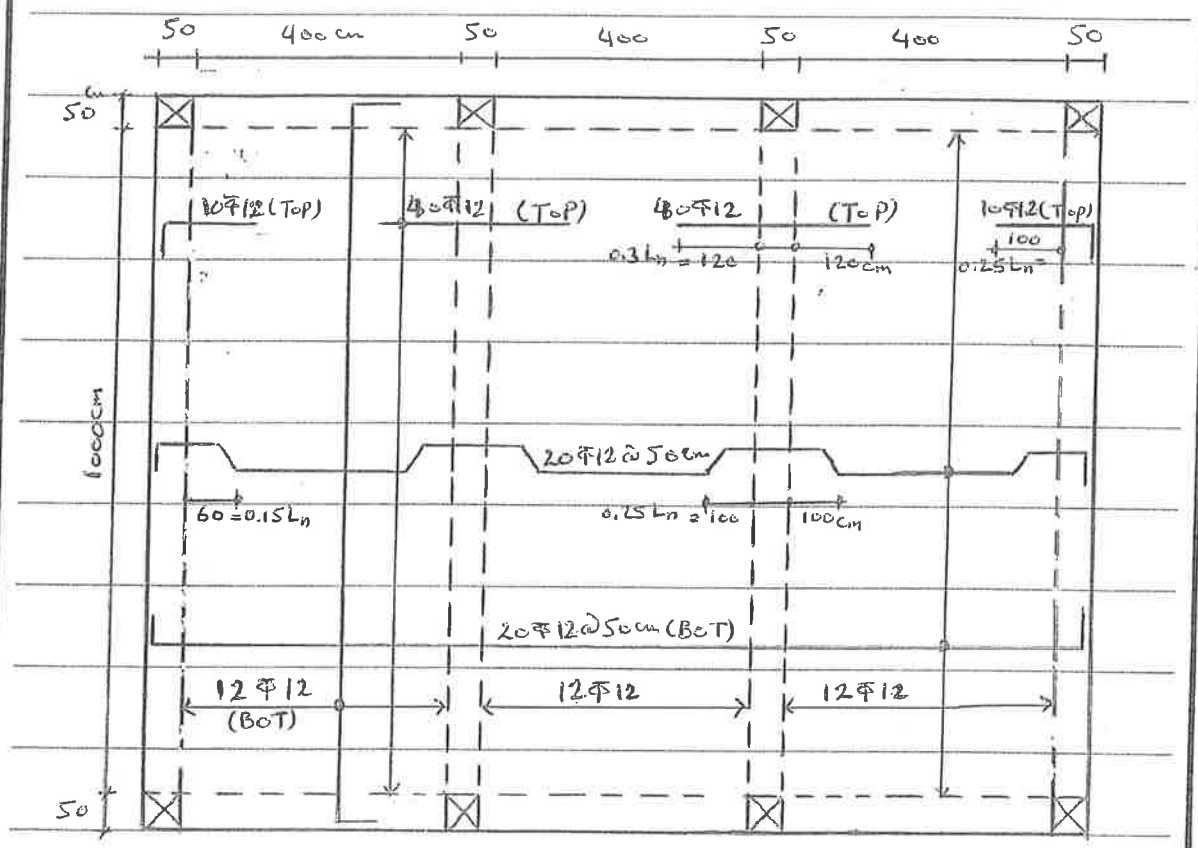


۴- دیاگرام لنگر خمشی حداکثر زیر اثر بار مرده و سربار در حد نهائی



دکتر رضایی

سقفی با ابعاد 14×11 m مطابق شکل زیر با سیستمی از تیر و تاوه پوشانیده شده است. به این سقف علاوه بر وزن آن بار $D = 3\ KN/m^2$ برای کف‌سازی و بار زنده $L = 5\ KN/m^2$ وارد می‌شود. تاوه‌های این سقف را طرح کرده و فولادگذاری نمایید. $f_{cc} = 20\ MPa$ $f_y = 400\ MPa$



۱- ضخامت تاوه

$A = 400\ cm$ $B = 1000\ cm$ $B/A = 2.5 > 2.0$ تاوه یکطرفه است

یک انتها پیوسته $t = \ell/24 = \frac{4.5}{24} = 0.19\ m$

دو انتها پیوسته $t = \ell/28 = 0.16$

$t = 160\ mm$ $d = 130\ mm$ انتخاب می‌شود

۲- محاسبه بار نهایی

$D = 0.16 \times 1 \times 25 + 3 = 7\ kN/m$

$L = 5\ kN/m$

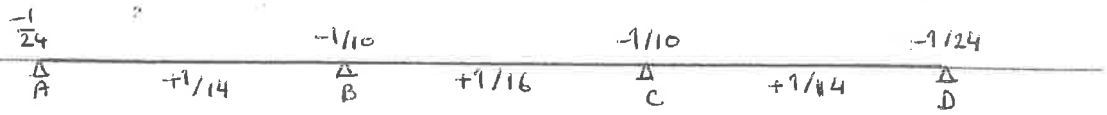
$w_u = 1.25D + 1.5L = 16.25\ kN/m$

۳- کنترل برای برش

$V_u = 1.15 w_u L_n/2 = 1.15 \times 16.25 \times 4/2 = 37.4\ kN/m$

$V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f_{cc}}\, b_w d = 0.2 \times 0.6 \times \sqrt{20} \times 1000 \times 130 = 69.8\ kN/m \gg V_u$ o.k.

۴- طرح برای خمش با استفاده از ضرایب تقریبی آبا



i) M_B^-

$M_u = \frac{1}{10} \times w_u L_n^2 = \frac{1}{10} \times 16.25 \times 4^2 = 26\ kN\text{-}m/m$

$R = 26 \times 10^6 / 0.6 \times 20 \times 1000 \times 130^2 = 0.128 < R_b = 0.3226$ نیاز به آرماتور فشاری نمی‌باشد

$q = 0.847(1 - \sqrt{1 - 2.36R}) = 0.1394 \qquad \rho = q \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.00492$

$A_s = \rho b d = 0.00492 \times 1000 \times 130 = 639.6\ mm^2/m$

$A_{s\,min} = 0.0018\, b t = 0.0018 \times 1000 \times 160 = 288 < 639.6$ o.k.

انتخاب $6\Phi 12/m \qquad A_s = 678\ mm^2/m$

$S = 16.7\ cm$

ii) M_{AB}^+

$M_u = \frac{1}{14} w_u L_n^2 = 18.6\ kN\text{-}m/m \qquad R = 0.0917 \qquad q = 0.0972$

$\rho = 0.00343 \qquad A_s = 446\ mm^2/m$

انتخاب $4\Phi 12/m \qquad A_s = 452\ mm^2/m$

$S = 25\ cm < 2t,\ 35\ cm$

iii) M_{BC}^{+}

$A_s = 446 \times \frac{14}{16} = 390\ mm^2/m$ $\qquad 4\Phi 12/m$

iv) M_A^{-}

$M_u = \frac{1}{24} \times \omega_u L_n^2 = \frac{1}{24} \times 16.25 \times 4^2 = 10.83\ kN\text{-}m/m$

$R = 0.0534 \qquad q = 0.0552 \qquad \rho = 0.00194 \qquad A_s = 253 < A_{s\,min}$

انتخاب: $3\Phi 12/m \qquad S \approx 33\ cm \qquad A_s = 339\ mm^2/m$

۴- فولاد حرارتی

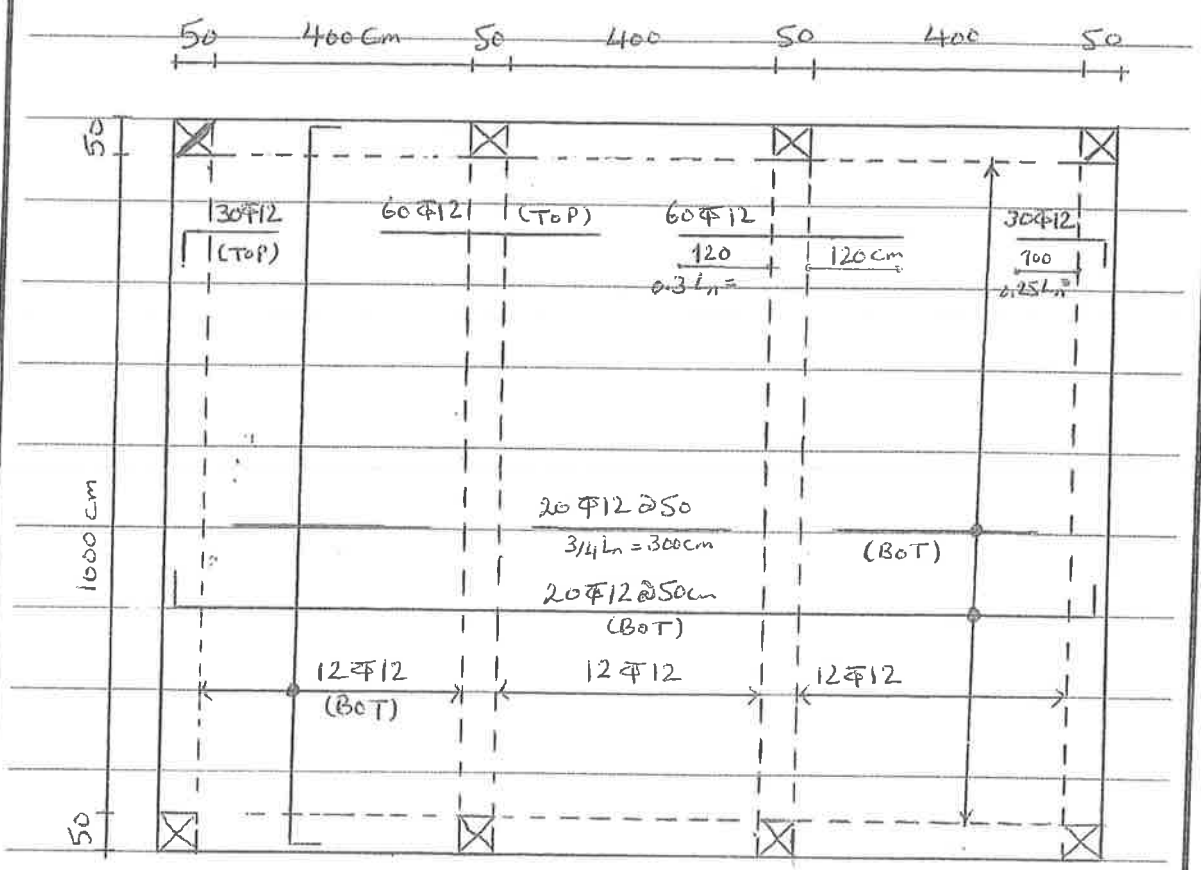
$0.0018 \times 1000 \times 160 = 288\ mm^2/m$

$3\Phi 12/m \qquad A_s = 339\ mm^2/m$

۵- فولادگذاری

از آرماتور مثبت نصف سراسر تاوه ادامه پیدا می‌کند و نصف بر روی تکیه‌گاه‌ها خم می‌شود به این ترتیب بر روی تکیه‌گاه‌ها $452/2 = 226\ mm^2$ از این آرماتورها وجود خواهد داشت بر روی این تکیه‌گاه $1\Phi 12/m$ آرماتور اضافی قرار می‌دهیم. بر روی تکیه‌گاه‌های B و C نیز باید آرماتور اضافی گذاشت ($4\Phi 12/m$).

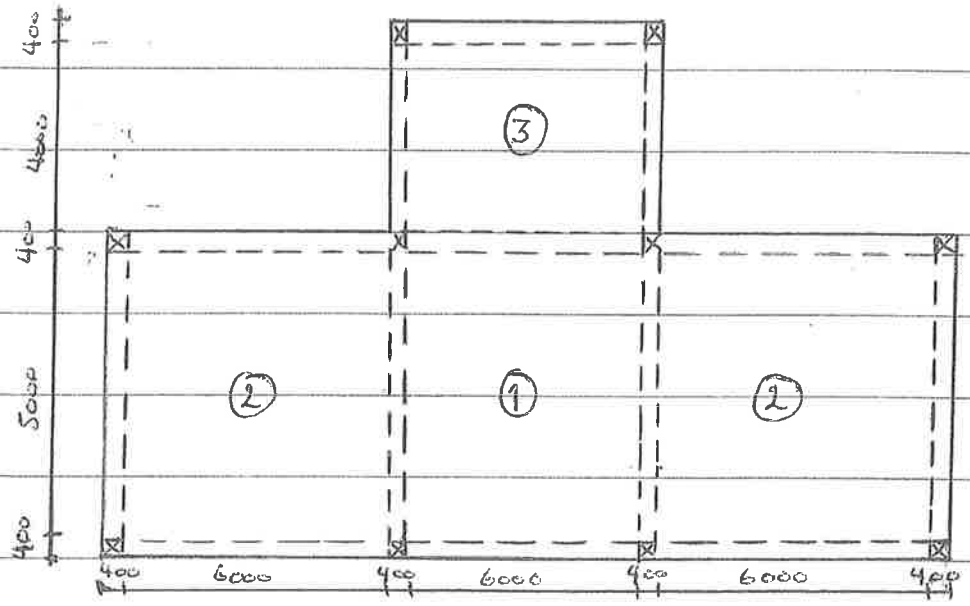
فولادگذاری با آرماتور اوتکا که در صفحه 1 نشان داده شده است بیشتر در دال‌های مربوط به پل‌ها که ضخامت بیشتری دارند کاربرد دارد. در ساختمان‌ها اغلب از آرماتور اوتکا استفاده نمی‌شود و نوع دیگری از فولادگذاری در صفحه 4 نمایش داده شده است.


50
400cm
50
400
50
400
50
50
1000cm
50
30Φ12
(Top)
60Φ12
(Top)
60Φ12
120
120cm
0.3Ln=
30Φ12
100
0.25Ln
20Φ12@50
3/4Ln=300cm
(Bot)
20Φ12@50cm
(Bot)
12Φ12
(Bot)
12Φ12
12Φ12

تاوه‌های دوطرفه

دکتر رضایی

سقفی مطابق شکل زیر با سیستمی از تیر و تاوه پوشانیده شده است. بین سقف علاوه بر بار ناشی از وزن تاوه‌ها بار مرده برابر $D = 3\ KN/m^2$ بعنوان کف‌سازی و بار زنده $L = 5\ KN/m^2$ وارد میشود. تاوه‌های این سقف را طرح و فولادگذاری کنید $f_y = 240\ MPa$ $f_{cc} = 20\ MPa$



۱- ضخامت تاوه

ضخامت تاوه براساس تاوه بزرگتر تعیین میگردد $t = \frac{0}{180} = \frac{2(5+6)}{180} = 0.137\ m$

$d = 125\ mm$ $t = 150\ mm$ انتخاب $t \geq 100\ mm$ آبا

وزن مخصوص بتن برابر $25\ KN/m^3$ فرض میشود.

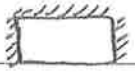
$D = 0.15 \times 25 + 3 = 6.75\ KN/m^2$

$D_u = 1.25 \times 6.75 = 8.44$

$L_u = 1.5 \times 5 = 7.5$

$T_u = 8.44 + 7.5 = 15.94\ KN/m^2$

۲- تاوه شماره ① حالت 8



$m = \frac{A}{B} = \frac{5}{6} = 0.83$

الف: کنترل برش

$W_A = \frac{1}{2}(0.55 + 0.49) = 0.52$

$W_B = \frac{1}{2}(0.45 + 0.51) = 0.48$

ω_A (Short Beam) $= W_B \frac{T_u AB}{2A} = 0.48 \times \frac{15.94 \times 5 \times 6}{2 \times 5} = 22.95$ KN/m

ω_B (Long Beam) $= W_A \frac{T_u AB}{2B} = 0.52 \times \frac{15.94 \times 5 \times 6}{2 \times 6} = 20.72$ KN/m

$T_A = \omega_A A = 22.95 \times 5 = 114.75$ KN

$\bar{T}_A = T_u \frac{A^2}{4} = 15.94 \frac{5^2}{4} = 99.6$ KN $< T_A$ o.k.

$\bar{V}_c = 0.2 \phi_c \sqrt{F_{cc}}\, bd = 0.2 \times 0.6 \times \sqrt{20} \times 1000 \times 125 = 67.1$ KN

$V_u = 22.95 < V_c$ o.k.

ب: خمش

تیر A

$M_A^- = \frac{1}{2}(0.055 + 0.049) \times 15.94 \times 5^2 = 20.72$ KN-m

$M_A^+ = \begin{cases} D_u = \frac{1}{2}(0.0321 + 0.029) \times 8.44 \times 5^2 = 6.45 \\ L_u = \frac{1}{2}(0.044 + 0.04) \times 7.5 \times 5^2 = 7.88 \end{cases}$

14.33 KN-m

تیر B

$M_B^- = \frac{1}{2}(0.041 + 0.046) \times 15.94 \times 6^2 = 24.96$

$M_B^+ = \begin{cases} D_u = \frac{1}{2}(0.015 + 0.017) \times 8.44 \times 6^2 = 4.86 \\ L_u = \frac{1}{2}(0.019 + 0.022) \times 7.5 \times 6^2 = 5.54 \end{cases}$

10.4 KN-m

M_A^-

$R = M_u / \varphi_c f_{cu} b d^2 = 0.1105 < R_b = 0.359$

$q = 0.847(1 - \sqrt{1 - 2.36R}) = 0.1188 \qquad \rho = q \dfrac{\varphi_c f_{cu}}{\varphi_s f_y} = 0.007$

$A_s = 0.007 \times 1000 \times 125 = 875\ mm^2$

$A_{s\,min} = 0.0018 \times 1000 \times 150 = 27.0\ mm^2 < A_s$ o.k.

Try $6\Phi 14/m \qquad A_s = 924\ mm^2$

M_A^+

$A_s = 875 \times \dfrac{14.33}{20.72} = 605\ mm^2$ Try $4\Phi 14/m \qquad A_s = 616\ mm^2$

M_B^- حداکثر فاصله آرماتورهای خمشی حداقل دو برابر ضخامت تاوه و 350mm است که برابر 300mm می‌گردد.

$d = 125 - 14 = 111\ mm \qquad R = 24.96 \times 10^6 / 0.6 \times 20 \times 1000 \times 111^2 = 0.1688$

$q = 0.19 \qquad \rho = 0.0111 \qquad A_s = 0.0111 \times 1000 \times 111 = 1240\ mm^2$

Try $9\Phi 14/m \qquad A_s = 1386\ mm^2$

M_B^+

$A_s = 1240 \times \dfrac{10.4}{24.96} = 517\ mm^2$ Try $4\Phi 14/m \qquad A_s = 616\ mm^2$

۳- تاوه شماره ۲ حالت 7

$m = 5/6 = 0.83$

$M_A^+ \begin{cases} D_u = \frac{1}{2}(0.045 + 0.04) \times 8.44 \times 5^2 = 8.97 \\ L_u = \frac{1}{2}(0.051 + 0.045) \times 7.5 \times 5^2 = 9 \end{cases}$

$17.97\ kN-m$

$M_B^- = \frac{1}{2}(0.051+0.057)\times 15.94\times 6^2 = 31$

$M_B^+ \begin{cases} D_u = \frac{1}{2}(0.022+0.025)\times 8.44\times 6^2 = 7.14 \\ L_u = \frac{1}{2}(0.023+0.026)\times 7.5\times 6^2 = 6.62 \end{cases}$

13.8 KN-m

M_A^+

$A_s = 875\times\frac{17.97}{20.72} = 759\ mm^2$ Try $5\Phi 14/m$ $A_s = 770\ mm^2$

M_B^-

$A_s = 1240\times\frac{31}{24.96} = 1540$ Try $11\Phi 14/m$ $A_s = 1694\ mm^2$

M_B^+

$A_s = 1240\times\frac{13.8}{24.96} = 685$ Try $5\Phi 14/m$ $A_s = 770\ mm^2$

۴- تاوه شماره 3 حالت 6

$m = \frac{4}{6} = 0.67$

$M_A^- = \frac{1}{2}(0.093+0.091)\times 15.94\times 4^2 = 23.46$ kN-m

$M_A^+ \begin{cases} D_u = \frac{1}{2}(0.054+0.051)\times 8.44\times 4^2 = 7.1 \\ L_u = \frac{1}{2}(0.064+0.06)\times 7.5\times 4^2 = 7.4 \end{cases}$

14.5 kN-m

$M_B^+ \begin{cases} D_u = \frac{1}{2}(0.007+0.009)\times 8.44\times 6^2 = 2.43 \\ L_u = \frac{1}{2}(0.01+0.013)\times 7.5\times 6^2 = 3.1 \end{cases}$

5.54 kN-m

M_A^-

$A_s = 875\times\frac{23.46}{20.72} = 990.7$ Try $7\Phi 14/m$ $A_s = 1078\ mm^2$

M_A^+ $A_s = 875\times\frac{14.5}{20.72} = 612$ Try $4\Phi 14/m$ $A_s = 616\ mm^2$

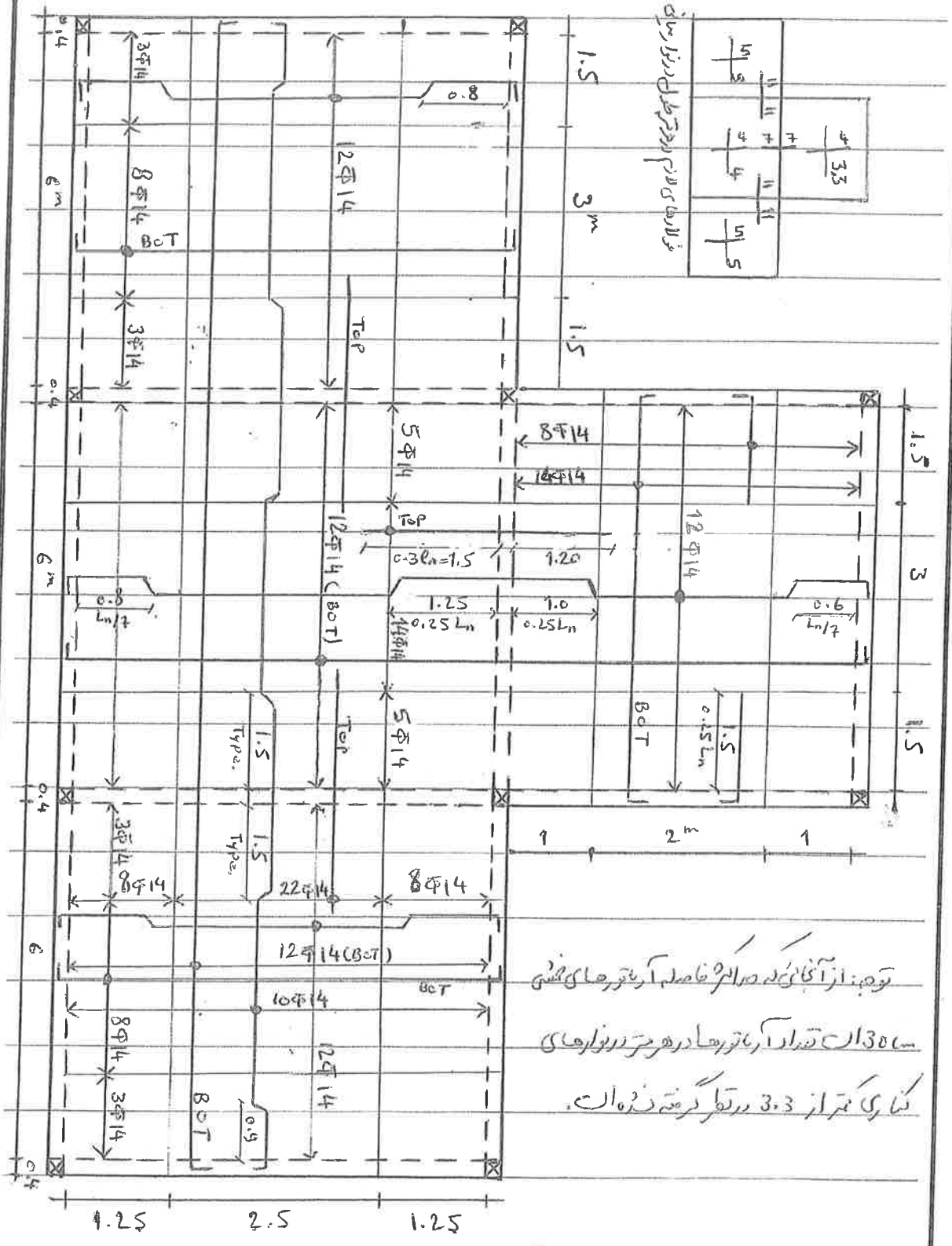
M_B^+ $A_s = 1240\frac{5.54}{24.96} = 275 > A_{s\,min}$ Try $3.3\Phi 14/m$

حداکثر فاصله 30 cm است که باید در نوارهای کناری هم رعایت شود.

تاوه‌های دوطرفه

دکتر رضایی

الف) آرماتوربندی با استفاده از آرماتورهای اوتکا

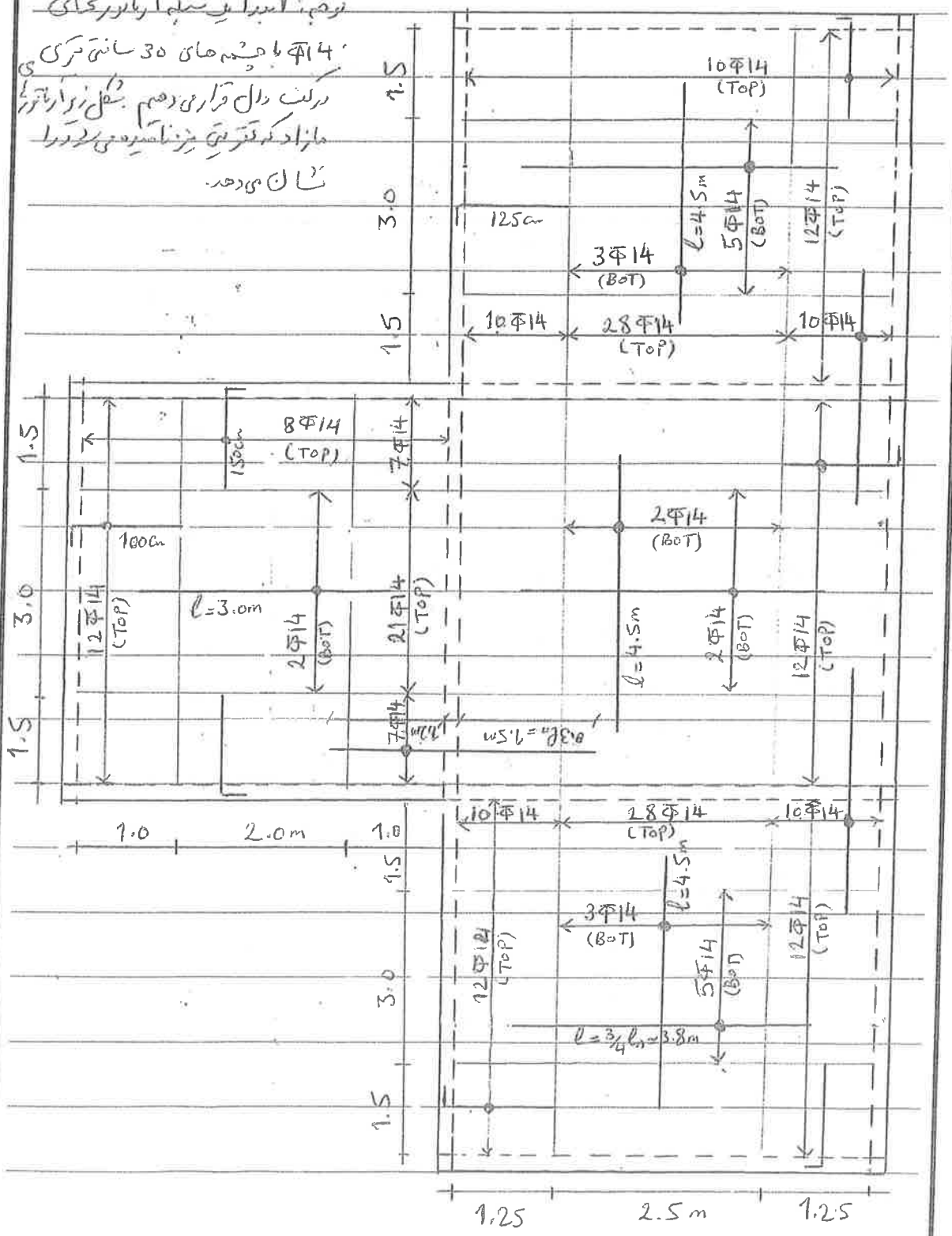


توجه: از آنجایی که حداکثر فاصله آرماتورهای خمشی 30cm است تعداد آرماتورها در هر متر در نوارهای کناری کمتر از 3.3 در نظر گرفته شده است.

ب) آرماتورگذاری معمول

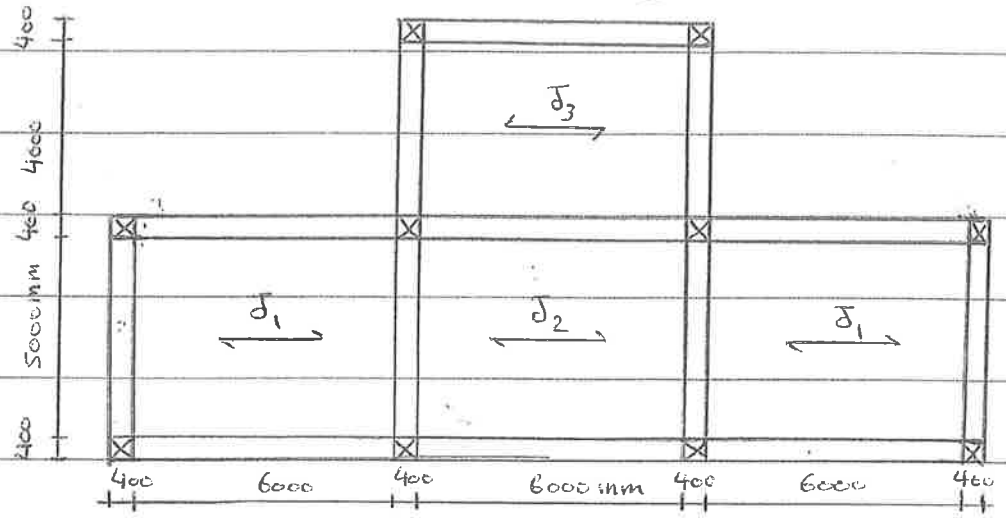
دکتر رضایی

ترجمه: ابتدا یک شکل آرماتورگذاری
۴ تا میلگرد ۱۴ با فاصله‌های ۳۰ سانتی‌متری
در کف دال قرار می‌دهیم. شکل زیر آرماتورگذاری
مازاد که قبلاً نیز نامبرده می‌شود را
نشان می‌دهد.



دکتر رضایی

سقفی مطابق شکل زیر با سیستمی از تیرچه و بلوک پوشانیده میشود. باین سقف علاوه بر بار ناشی از وزن سقف سازه، بار مرده برابر $D = 3\ kN/m^2$ به عنوان کف سازی و بار زنده $L = 5\ kN/m^2$ وارد میشود. تیرچه های سقف را طرح کنید. $f_y = 400\ MPa$ $f_c = 20\ MPa$



برای پوشش از سیستمی که در آن تیرچه ها به فاصله 500 mm قرار میگیرند و بین آنها با بلوکهای بعرض 400 mm پر میشود، استفاده میگردد. بدین ترتیب عرض جان تیرچه 100 mm خواهد بود.

در پوشش سقف تیرچه های J_1 و J_2 یکسره در نظر گرفته میشود.

۱- ضخامت سقف

ضخامت سقف بر مبنای تیرچه J_3 که ساده میباشد انتخاب میگردد.

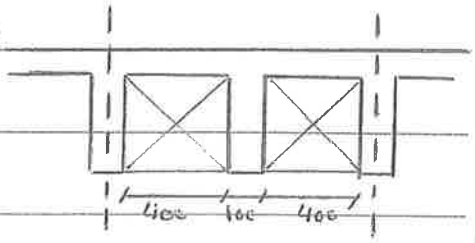
$L = 6000 + 2 \times 200 = 6400\ mm$

$t = L/20 = 6400/20 = 320\ mm$

$t = 300\ mm$ بلوک به ارتفاع 250 mm همراه با 50 mm بتن روی آن انتخاب میشود

وزن تیرچه و بلوک و بتن برابر $3.3\ kN/m^2$ می باشد.

$(8\times0.1)+(0.5\times0.05+0.1\times0.25)\times2\times1\times25=3.3$

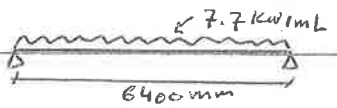


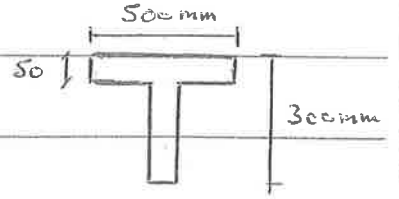
$D=3.3+3=6.3\ kN/m^2 \qquad L=5\ kN/m^2$

$w_u=1.25D+1.5L=15.375\ kN/m^2$

عرض بلوک‌ها 250mm و عرض باربری تیر T شکل (بال تیر T شکل) برابر 500mm است.

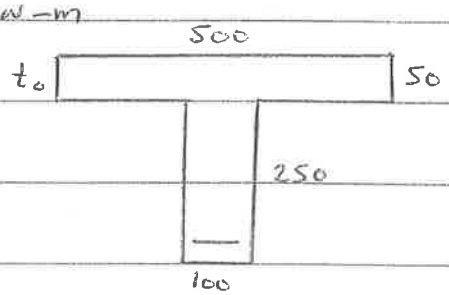
$\bar{w}_u=b\,w_u=0.5\times15.375=7.7\ kN/mL$





۲- تیرچه $\bar{J}_3$

$M_u=\bar{w}_u L^2/8=7.7\times6.4^2/8=39.4\ kN\text{-}m$



$t=300\ mm$

$d=270\ mm$

$\bar{M}=0.85\,\phi_c f_{cc} b t_0 (d-t_0/2)$

$\bar{M}=0.85\times0.6\times20\times500\times50\left(270-\frac{50}{2}\right)=62.5\ kN\text{-}m$

$\bar{M}>M_u \qquad a<t_0$ با مستطیل بزرگ سروکار داریم

$R=M_u/\phi_c f_{cc} b d^2=39.4\times10^6/0.6\times20\times500\times270^2=0.09<R_b=0.3226$

نیاز به آرماتور فشاری نمی‌باشد

$q=0.847(1-\sqrt{1-2.36R})=0.0953$

$\rho=q\dfrac{\phi_c f_{cc}}{\phi_s f_y}=0.00336$

$$\rho_{min}=\begin{cases}\dfrac{1.4}{f_y}=\underline{\underline{0.0035}}>\rho\\[2mm] \dfrac{0.25\sqrt{f_{cc}}}{f_y}=0.0028\end{cases}$$

$$\begin{cases} A_{s_{min}} = 0.0035 \times 100 \times 270 = 94.5\ mm^2 \\ A_s = 0.00336 \times 500 \times 270 = 454\ mm^2 > A_{s_{min}} \quad o.k. \end{cases}$$

Try $\quad 2\Phi 14 + \Phi 14 \qquad A_s = 462\ mm^2$

Check:

$$a = A_s \Phi_s f_y / 0.85 \Phi_c f_{ce} b = 462 \times 0.85 \times 400 / 0.85 \times 0.6 \times 20 \times 500 = 30.8\ mm < 50\ mm$$

$$M_r = A_s \Phi_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = 40\ kN\text{-}m > 39.4 \quad o.k.$$

میتوان یک آرماتور $\Phi 14$ را در کناره‌ها قطع کرد، در چنین صورتی $2\Phi 14$ باقی می‌ماند

$2\Phi 14 \qquad A_s = 308\ mm^2$

$$a = 308 \times 0.85 \times 400 / 0.85 \times 0.6 \times 20 \times 500 = 20.53\ mm$$

$$M_r = 308 \times 0.85 \times 400 \left(270 - \frac{20.53}{2}\right) = 27.2\ kN\text{-}m$$

$$\bar{x} = \sqrt{1 - \frac{M}{M_o}}\ L_o = \sqrt{1 - \frac{27.2}{40}} \times 3.2 = 1.81 \qquad d = 270\ mm \quad 12 d_b = 168\ mm$$

$$\Rightarrow x = \bar{x} + d = 1.88 + 0.27 = 2.08^m > 2.25\ m$$

بنابراین آرماتور مصرفی در این تیرچه به صورت زیر خواهد بود

$J_3 \quad 2\Phi 14 (L = 6.4^m) + \Phi 14 (L = 4.5^m)$

طرح برای برش بعداً مطرح خواهد شد

۳- تیرچه‌های J_1 و J_2

$-1/24$	J_1	$-1/10$	J_2	$-1/10$	J_1	$-1/24$
Δ	$+1/14$	Δ	$+1/16$	Δ	$+1/14$	Δ
A		B				

J_1

$L_n = 6.0\,m \qquad M_u^+ = \omega_u L_n^2/14 = 7.7 \times \frac{36}{14} = 19.8\,kN\text{-}m < \bar{M}$ با سقف بزرگ سروکار داریم

$R = 19.8 \times 10^6 / 0.6 \times 20 \times 500 \times 270^2 = 0.0453 \qquad q = 0.0466 \qquad \rho = 0.00164$

$A_s = 0.00164 \times 500 \times 270 = 221.4\,mm^2 > A_{s_{min}}$

Try $3\Phi 10 \qquad A_s = 235.5\,mm^2 \qquad$ Check: $a = 15.7^{mm} \quad M_r = 21\,kN\text{-}m$ o.k.

$x = \sqrt{1 - 2/3} \times 3 + 0.27 = 2^m \longrightarrow 2.25^m$

$J_1 \qquad 2\Phi 10\,(L = 6.40) + \Phi 10\,(L = 4.5)$

J_2

$A_s = 221.4 \times 14/16 = 193.7\,mm^2 \qquad$ Try $2\Phi 12 \qquad A_s = 226\,mm^2$

$J_2 \qquad 2\Phi 12\,(L = 6.40)$

تیرچه‌ها را به صورت تکیه‌گاه ساده در نظر می‌گیریم ولی اگر آرماتور منفی بر روی تکیه‌گاه‌ها قرار داده تا به صورت پیوسته درآیند

$\bar{M}_B$

$M_u = 7.7 \times 6^2/10 = 27.72\,kN\text{-}m \qquad$ تیرچه $b = 100\,mm$ می‌باشد.

$R = 27.72 \times 10^6 / 0.6 \times 20 \times 100 \times 270^2 = 0.3168 < R_b$ نیاز به آرماتور فشاری نیست

$q = 0.4215 \qquad \rho = 0.0149$

$A_s = 0.0149 \times 10 \times 270 = 40.17\,mm^2 > A_{s_{min}}$

Try $2\Phi 16 \qquad A_s = 402\,mm^2$

Check: $a = 402 \times 0.85 \times 400 / 0.85 \times 0.6 \times 20 \times 100 = 134^{mm}$

$M_r = 27.75\,kN\text{-}m$ o.k. می‌توان نشان داد که نیمی از آرماتورها باید تا حدود

$0.3\,L_n$ از هر طرف و دیگری تا حدود $0.15\,L_n$ از هر طرف ادامه یابد.

دکتر رضایی

M_A^{-1}

$M_u = 7.7 \times 6^2/24 = 11.55\ kN\text{-}m \quad R = 0.132 \quad q = 0.144 \quad \rho = 0.0051$

$A_s = 137.4\ mm^2 > A_{s\,min} \quad$ Try $\Phi 14 \quad A_s = 154\ mm^2$

در $0.1\ L_n$ می‌توان قطع کرد

٤ـ طرح برای برش

برش در تیرچه J_1 در نزدیک اولین تکیه‌گاه داخلی بیشتر از سایر قسمت‌هاست.

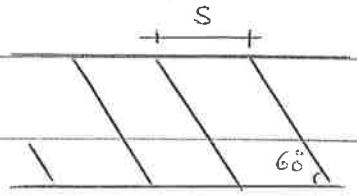
$V_u = 1.15\, w_u L_n/2 = 1.15 \times 7.7 \times 6/2 = 26.6\ kN$

$V_c = 0.2\, \phi_c \sqrt{f_{cc}}\, b d = 0.2 \times 0.6 \times \sqrt{20} \times 100 \times 270 = 14.5\ kN$

$V_u > 1.1\, V_c = 15.95$ می‌توان برگردیم و ارتفاع تیرچه‌ها را اضافه نماییم و یا

آرماتور قطری را برای برش طرح نماییم اما سعی می‌کنیم از تیرچه دوبل استفاده نماییم. حال فرض

می‌کنیم که می‌خواهیم آرماتور قطری را برای برش طرح نماییم (طرح خاموشی)



$V_s = V_u - V_c = 26.6 - 1.1 \times 14.5$

$V_s = 10.6\ kN < 4 \times (1.1\, V_c)$ پس ابعاد کفایت دارد

$V_s = 10.6\ kN < 2 \times (1.1\, V_c)$

$\Rightarrow S_{max} = 3/8\, d\,(1 + \cot g\, \alpha) = 3/8 \times 270\,(1 + \cot g\, 60) = 160\ mm$

$S = 160\ mm \qquad \sin\alpha = 0.87 \qquad \cos\alpha = 0.5$

$A_v = V_s\, S / d\, \phi_s\, f_y (\sin\alpha + \cos\alpha) = 10.6 \times 10^3 \times 160 / 270 \times 0.85 \times 220 \times (0.87 + 0.5) = 24.5\ mm^2$

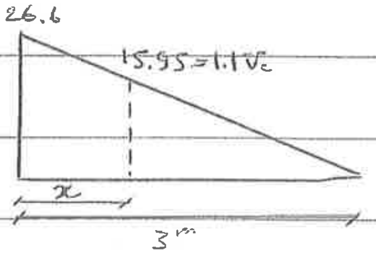
خاموشی‌ها از نوع آرماتور ساده با مقاومت 220 MPa انتخاب شده‌اند

Try $\Phi 6 \quad A_v = 28.3\ mm^2$

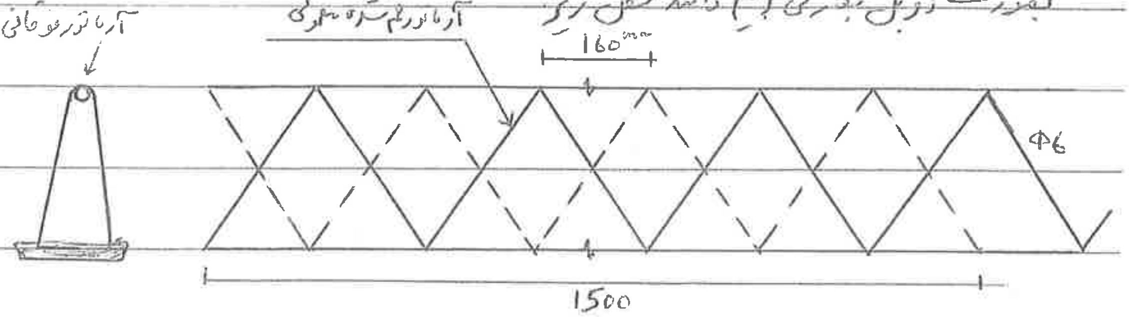
$A_{v\,min} = 0.35\, \frac{b_w S}{f_y} = 0.35 \times \frac{100 \times 160}{220} = 25.4 < A_v$ o.k.

خاموت گذاری در سراسر تیرچه ضرورتی ندارد چون برش در سراسر تیرچه به یک اندازه نمی باشد.

$$x = \left(1 - \frac{15.95}{26.6}\right) \times 3 = 1.2^{m} \rightarrow 1.5^{m}$$



خاموت گذاری بصورت خرپایی تا فاصله 1.5^{m} از تکیه گاه ادامه می یابد و پس از آن بصورت معمول خواهد بود. خاموت گذاری بصورت معمول در تیرچه ها بصورتی است که با آرماتورهای خم شده و آرماتورهای تحتانی و فوقانی خرپایی ساخته شود که بتواند وزن تیرچه را قبل از بتن ریزی تحمل کرده و در حمل و نقل تیرچه خرابی برای آن بوجود نیاید. معمول آنست که آرماتورهای خم شده تحت زاویه 60° خم می شوند و خرپایی بوجود می آورند. این آرماتورها گرچه به تحمل برش کمک می نمایند ولی در محاسبات منظور نمی گردد. در مواردی که بخواهیم از این آرماتورها برای تحمل برش استفاده کنیم معمولاً آرماتورهای خم شده را بصورت دوبل بکار می بریم مانند شکل زیر:



۵- آرماتور فوقانی (آرماتور فشاری)

وجود این آرماتور بلحاظ مقاومت تیرچه در سقف تأثیر چندانی ندارد و اساساً از آن نادیده گرفته می‌شود. وجود این آرماتور بیشتر بلحاظ فرم‌گیری که در بالا بردن اتصال خرپاها اهمیت دارد. قطر این آرماتور در دهانه‌های کوچک Φ8 و در دهانه‌های بزرگ Φ10 انتخاب می‌شود. ضمناً این آرماتورها نقش فولاد حرارتی را در جهت امتداد تیرچه‌ها در ماده بتنی روی تیرچه‌ها به عهده دارند.

۶- آرماتورهای حرارتی

این آرماتورها در جهت عمود بر تیرچه‌ها قرار می‌گیرند.

$A_s = 0.0018 \times 1000 \times 50 = 90\ mm^2/m$

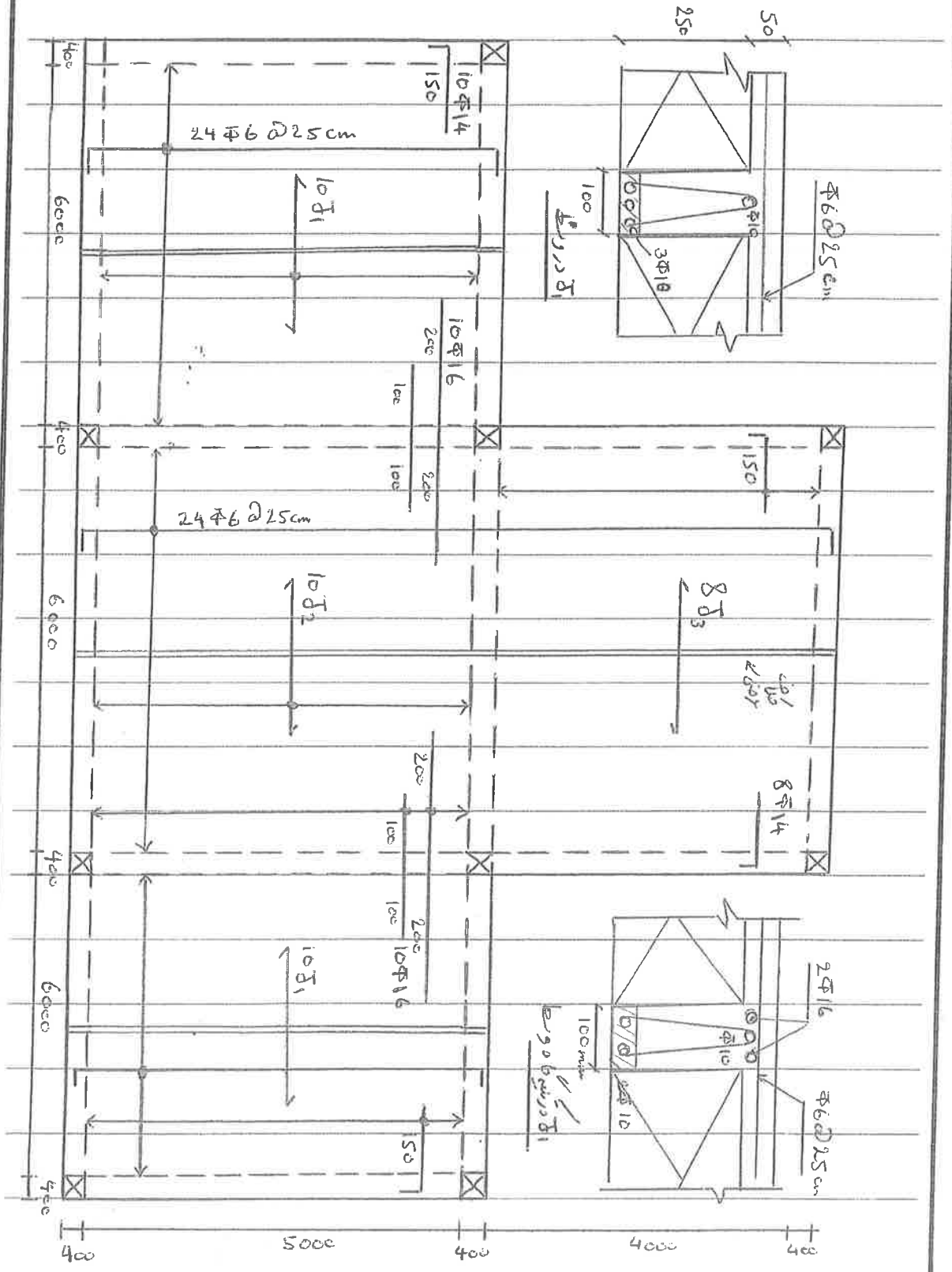
Try $\Phi 6$ @ 25cm $A_s = 113.2\ mm^2/m$ o.k.

۷- مهاربندی

تیرچه‌ها باید در فواصل حدود 2 تا 2.5^m با ایجاد یک کلاف عرضی به هم مهار گردند.
کلاف عرضی یک تیر بتنی با عرض 10 تا 15 سانتی‌متر است که در جهت عمود بر تیرچه‌ها قرار می‌گیرند.
این مهاربندی به دلیل فشار بتن تازه و تقسیم بار روی سقف بین تیرچه‌ها اجرا می‌شوند که البته بعد از مدتی این عمل را تاوه بتنی روی تیرچه‌ها بخوبی انجام می‌دهد.
آرماتور این مهاربندی‌ها در دهانه‌های کمتر از 5^m معمولاً $2\Phi 8$ و دهانه‌های 5 تا 7^m معمولاً $2\Phi 10$ و در دهانه‌های بزرگ معمولاً $2\Phi 12$ است.
توصیه می‌شود در جاهایی که بار متمرکز قابل توجه بر روی سقف وجود دارد در زیر بار متمرکز از مهاربندی استفاده شود.

پوشش سقف با تیرچه بلوک

دکتر رضایی



ستونی با مقطع 40x40cm با 8Φ24 تقویت شده است. این ستون در شرایط عادی بار محوری $P \begin{cases} D = 40\ Ton \\ L = 20\ ton \end{cases}$ را همراه با لنگر خمشی $M \begin{vmatrix} D = 6\ Ton\text{-}m \\ L = 4 \end{vmatrix}$ تحمل می‌نماید. زیر اثر بار ناشی از زلزله ستون ناگزیر از تحمل بارهای $\begin{vmatrix} P_E = 15\ Ton \\ M_E = 8\ Ton\text{-}m \end{vmatrix}$ است. شالوده این ستون را طرح کنید.

مقاومت مجاز خاک $2\ kg/cm^2$ می‌باشد. $f_{cc} = 200\ kg/cm^2$, $f_y = 4000\ kg/cm^2$

الف) تعیین بارها

$P_s = 40 + 20 = 60\ Ton$

$M_s = 6 + 4 = 10\ Ton\text{-}m$

معمولاً وزن شالوده حدود ۱۰ درصد بار P_s در نظر گرفته می‌شود

$W_f = 0.1\ P_s = 6\ Ton$

$$(1) \begin{cases} P_1 = 60 + 6 = 66\ Ton \\ M_1 = 10\ Ton\text{-}m \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} P_2 = P_1 + P_E = 66 + 15 = 82\ Ton \\ M_2 = M_1 + M_E = 10 + 8 = 18\ Ton\text{-}m \end{cases}$$

ب) تعیین ابعاد شالوده

برای شالوده ابعاد 2x2.5 m در نظر گرفته می‌شود

$A_f = 2 \times 2.5 = 5.0\ m^2$　　$Z_f = 1/6 \times 2 \times 2.5^2 = 2.08\ m^3$

$f_s = P/A \pm M/Z$

$$f_{s_1} = \frac{66}{5} \pm \frac{10}{2.08} = 13.2 \pm 4.8 = \begin{cases} 18.0\ Ton/m^2 < \bar{f}_s = 20\ Ton/m^2 \\ 8.4 > 0.0 \end{cases}$$

$$f_{s_2} = \frac{82}{5} \pm \frac{18}{2.08} = 16.4 \pm 8.7 = \begin{cases} 25.1 < 20 \times 1.33 \\ 7.7 > 0.0 \end{cases}$$

ابعاد شالوده مناسب است.

2.) تعیین ضخامت شالوده

محاسبات برای برش و خمش در مرحله‌ای صورت می‌گیرد.

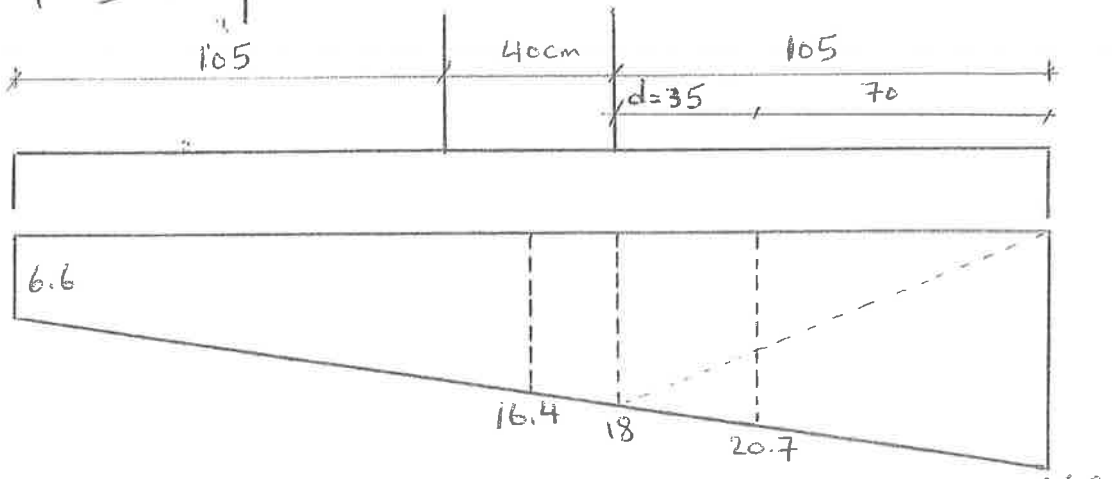
ترکیب اول بار

$$\begin{cases} P_{u_1} = 1.25\times 40 + 1.5\times 20 = 80 \text{ Ton} \\ M_{u_1} = 1.25\times 6 + 1.5\times 4 = 13.5 \text{ Ton-m} \end{cases}$$

ترکیب دوم بار

$$\begin{cases} P_{u_2} = 0.8(80 + 1.5\times 15) = 82 \text{ Ton} \\ M_{u_2} = 0.8(13.5 + 1.5\times 8) = 20.4 \text{ Ton-m} \end{cases}$$

با توجه به اختلاف کم بارهای P_{u_1} و P_{u_2} به نظر می‌رسد گروه دوم با حال بیشتر حاکم است



$$f_s = \frac{P_{u_2}}{A_f} \pm \frac{M_{u_2}}{Z_f} = \frac{82}{5.0} \pm \frac{20.4}{2.08} = 16.4 \pm 9.8 = \begin{cases} 26.2 \\ 6.6 \end{cases} \text{Ton/m}^2$$

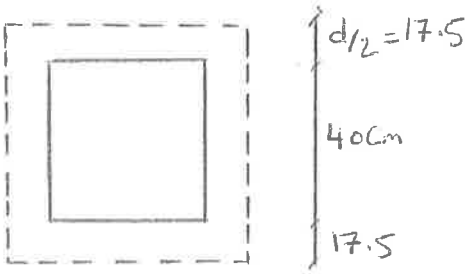
فرض می‌شود $d = 35$ cm باشد

$$V_u = \frac{1}{2}(26.2 + 20.7)\times 0.7 = 16.4 \text{ Ton/m}$$

$$V_c = 16.4/_{1\times 0.35} = 46.9 \text{ Ton/m}^2 < 53 = 0.6\times 0.63\sqrt{200}$$

بنابراین d برای برش جوابگو است

کنترل برش سوراخ کننده



$V_p = (2\times2.5 - 0.75^2)(6.6+26.2)/2 = 72.8$ Ton

یا $V_p = 82 - 16.4\times0.75^2 = 72.8$ Ton

$V_{cp} = 72.8 / (4\times0.75)\times0.35 = 69.3$ Ton/m² $< 2\times53$ o.k.

$\beta_c = \frac{2.5}{2} = 1.25$, $\alpha_s = 20$

$69.3 < (1 + 2/1.25)\times53 = 137.8$ o.k.

$69.3 < (1 + \frac{20\times0.35}{4\times0.75})\times53 = 176.7$ o.k.

بنابراین $d=35$cm ضخامت $t=45$cm انتخاب می‌گردد. بنابراین ترکیب ابعاد شالوده $2\times2.5\times0.45$ m می‌باشد و وزن آن کمتر از وزن تخمینی است:

$W_f = 2\times2.5\times0.45\times2.5 = 5.63$ Ton < 6 Ton

د) طراحی برای خمش

میلگذاری در امتداد بزرگ ستون:

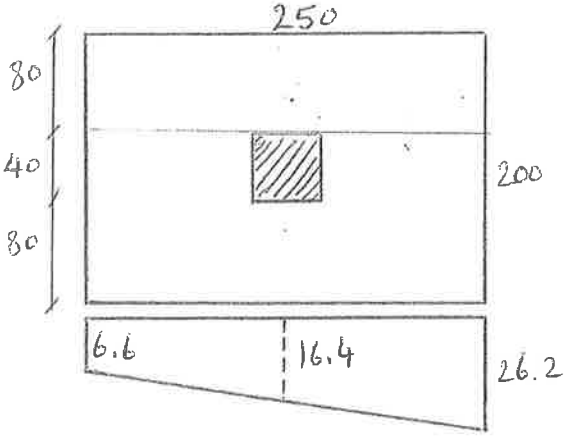
$M_u = 1/2\times26.2\times1.05\times2/3\times1.05 + 1/2\times18\times1.05\times1/3\times1.05 = 12.9$ Ton-m/m

$R = M_u / f_{cd}\,bd^2 = 1290/0.6\times0.2\times100\times35^2 = 0.0878 < R_b = 0.3226$

$q = 0.093$ $\quad \rho = q\frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.093\frac{0.6\times200}{0.85\times4000} = 0.00328 > 0.0018$ (دارای)

$A_s = 0.00328\times100\times35 = 11.5$ cm² $\Rightarrow$ 5 ⌀18/m ($A_s = 12.7$ cm²)

میلگذاری در جهت دیگر:



$M_u = 1/2(26.2+6.6)\times0.8^2/2$

$= 16.4\times0.8^2/2 = 5.2$ Ton-m/m

$R = 520/120\times100\times35^2 = 0.0354$

$q = 0.0361 \Rightarrow \rho = 0.00127 < 0.0018$

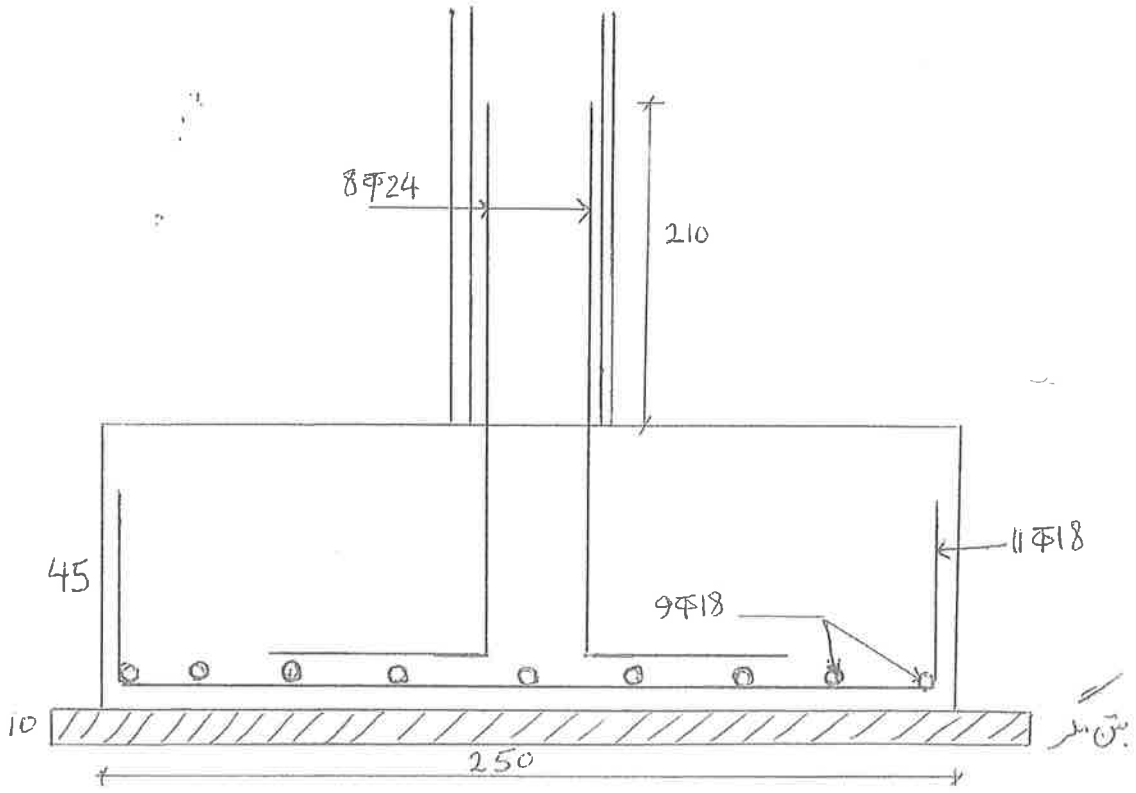
$A_s = 0.0018 \times 100 \times 35 = 6.3\ cm^2$ 3.3 ⌀18/m ($A_s = 8.4\ cm^2$)

هـ : کنترل طول مهاری

⌀18 $l_d = 73\ cm \longrightarrow 75\ cm$

دیده میشود طول مهاری بدون خم کردن آرماتورها در هر دو جهت تامین است 80>75

با این حال توصیه می شود آرماتورها خم شوند



و : تعیین طول ریشه های آرماتور ستون ها

⌀24 $l_d = 160\ cm$ $l_s = 1.3\ l_d = 210\ cm$

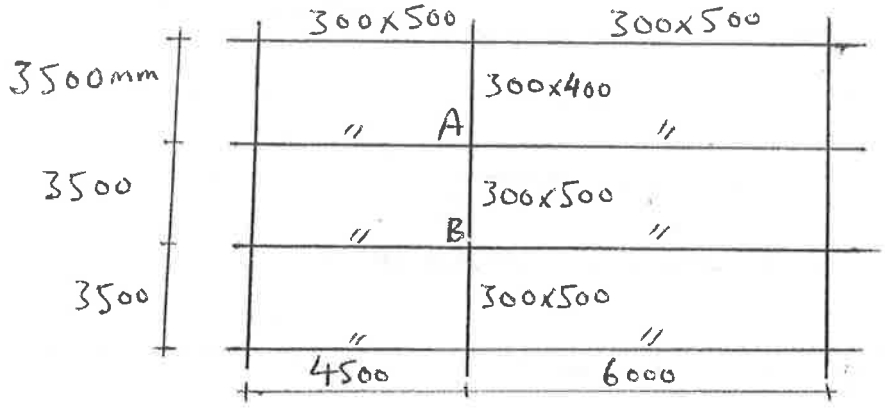
ستون های لاغر

سازه های بتن آرمه
دکتر رضایی

ستون AB در قاب زیر در شرایط عادی زیر اثر بار $P\begin{cases}D=400\,kN\\L=300\end{cases}$ همراه با لنگر خمشی $M\begin{cases}D=20\ kN.m\\L=40\end{cases}$ قرار دارد. این ستون تحت اثر بار جانبی ناشی از زلزله باید بار و لنگر خمشی $\begin{cases}P_E=120\ kN\\M_E=100\ kN.m\end{cases}$ را تحمل نماید.

ستون را برای ترکیب دوم $U=1.2D+L+E$ طرح کنید. قاب دارای حرکت جانبی است.

$f'_c=30\,MPa \qquad f_y=400\,MPa$



۱- ترکیب بار:

$$P_{u2}=1.2\times400+1\times300+1\times120=900\,kN$$

$$M_u=1.2\times20+1\times40+1\times100=164\,kN$$

۲- محاسبه طول مؤثر l_e

$$I_b=0.35\times\frac{1}{12}\times300\times500^3=109375\times10^4\,mm^4$$

$$K_{b1}=\frac{109375\times10^4}{6000}=182292 \qquad K_{b2}=\frac{I_b}{4500}=243055$$

$$I_{c1}=0.7\times\frac{1}{12}\times300\times500^3=2185750\times10^4 \qquad K_{c1}=\frac{I_{c1}}{3500}=625000$$

$$I_{c2}=0.7\times\frac{1}{12}\times300\times400^3=112000\times10^4 \qquad K_{c2}=\frac{I_{c2}}{3500}=320000$$

$$\psi_A=\frac{\sum K_c}{\sum K_b}=\frac{625000+320000}{182292+243055}=2.22 \Rightarrow \psi_m=\frac{2.22+2.94}{2}=2.58$$

$$\psi_B=\frac{2\times625000}{182292+243055}=2.94$$

$$\psi_m>2 \Rightarrow K=0.9\sqrt{1+\psi_m}=1.7 \qquad l_e=K l_u=1.7\times3500=5950\,mm$$

۳- بررسی لزوم در نظر گیری اثر لاغری

$$r=0.3h=0.3\times500=150$$

$$\frac{l_e}{r}=\frac{5950}{150}=39.7>22$$

اثر لاغری باید در نظر گرفته شود

۴- محاسبه بار بحرانی (معمولاً در مورد قاب های با حرکت جانبی $\beta_d=0$ منظور می شود)

$$EI_e=0.4E_cI_g/(1+\beta_d) \Rightarrow EI_e=0.4\times4700\sqrt{30}\times\frac{1}{12}\times300\times500^3=21395\times10^9$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_e}{l_e^2} = \frac{3.14^2 \times 21395\times10^9}{5950^2} = 5958.5 \text{ kN}$$

۵- کنترل حالت خاص در طبقات مهار نشده

$$\frac{l_u}{r} = \frac{3500}{150} = 23.3 < \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{900\times10^3}{30\times300\times500}}} = 78.3$$

پس حالت خاص برقرار نمی باشد

$$\Rightarrow M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

۶- محاسبه δ_s (با فرض یکسان بودن P_u و P_{cr} ستون های طبقه)

$$\delta_s = \frac{1}{1-\frac{\sum P_u}{0.75\sum P_{cr}}} = \frac{1}{1-\frac{P_u}{0.75 P_{cr}}} = \frac{1}{1-\frac{900}{0.75\times5958.5}} = 1.25$$

۷- محاسبه لنگر تشدید شده

$$M_2 = M_u = 1.2\times20 + 1\times40 + 1.25\times1\times100 = 189 \text{ kN.m}$$

۸- طراحی ستون به روش تشدید لنگر

$$\begin{cases} P_u = 900 \text{ kN} \\ M_u = 189 \text{ kN.m} \end{cases} \qquad e = \frac{M_u}{P_u} = \frac{189\times10^3}{900} = 210 \text{ mm}$$

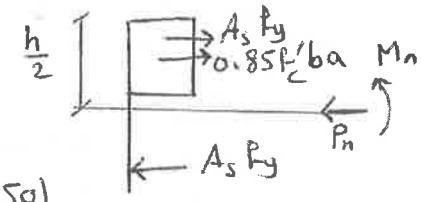
$$e_{min} = 15 + 0.03h = 15 + 0.03\times500 = 30 \text{ mm} \Rightarrow e > e_{min}$$

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05(30-28)}{7} = 0.836$$

$$P_{nb} = 0.85 f'_c b \frac{600}{600+f_y}\beta_1 d = 0.85\times30\times300\times\frac{600}{600+400}\times0.836\times450\times10^{-3} = 1726.8 \text{ kN}$$

$$P_n = \frac{P_u}{\phi} = \frac{900}{0.9} = 1000 \text{ kN} < P_{nb}$$

در منطقه کنترل کشش قرار داریم



$$a = \frac{P_n}{0.85 f'_c b} = \frac{1000\times10^3}{0.85\times30\times300} = 130.7 \text{ mm}$$

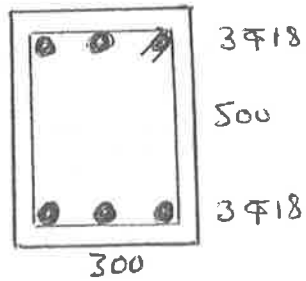
$$M_n = \frac{P_n}{2}(h-a) + A_s f_y (d-d')$$

$$\frac{189\times10^6}{0.9} = \frac{1000\times10^3}{2}(500-130.7) + A_s\times400\times(450-50)$$

$$\Rightarrow A_s = 158 \text{ mm}^2 \Rightarrow A_{st} = 2\times158 = 316 \text{ mm}^2 < A_{s\,min} = 0.01\times300\times500 = 1500 \text{ mm}^2$$

$$1\Phi18 = 254 \text{ mm}^2 \qquad 6\Phi18 = 6\times254 = 1524 > 1500 \text{ mm}^2$$

USE $6\Phi18$ $\quad A_{st} = 1524 \text{ mm}^2$



$$a = 130.7 \Rightarrow c = \frac{a}{\beta_1} = 156.3$$

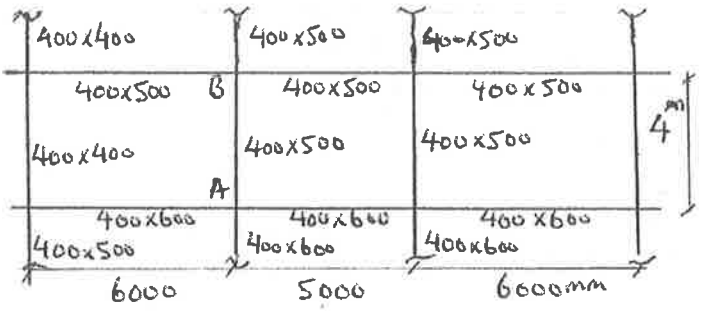
$$\epsilon'_s = \frac{c-d'}{c}\times0.003 = 0.00204 > \epsilon_y \quad \text{o.k.}$$

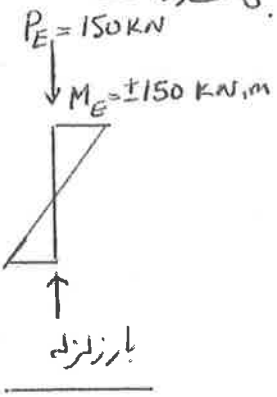
* کنترل جاری شدن آرماتور فشاری بعد از محاسبه a لازم است این محاسبات نیز انجام شود.

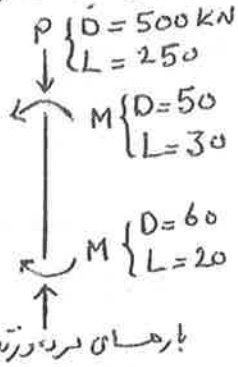
ستون AB در قاب شکل زیر تحت اثر بارهای ثقلی و جانبی مطابق شکل قرار دارد. ستون را برای ترکیب بار ثقلی ($1.2D+1.6L$) و ترکیب بار ثقلی همراه با بار جانبی ($1.2D+L+E$) طرح کنید.

$f'_c = 20\,MPa \qquad f_y = 400\,MPa$

قاب بهار جانبی نشده است.







۱- ترکیبات بارها

$$U_1 \begin{cases} P_u = 1.2\times500 + 1.6\times250 = 1000\,KN \\ M_{u_1} = 1.2\times60 + 1.6\times20 = 104\ KN.m \\ M_{u_2} = 1.2\times50 + 1.6\times30 = 108\ " \end{cases}$$

$$U_2 \begin{cases} P_u = 1.2\times500 + 250 + 150 = 1000\,KN \\ M_{u_1} = 1.2\times60 + 20 + 150 = 242\ KN.m \\ M_{u_2} = 1.2\times50 + 30 + 150 = 240\ " \end{cases}$$

۲- طول موثر ستون

$$I_{b_1} = 0.35\times\frac{1}{12}\times400\times600^3 = 252000\times10^4\ mm^4$$

$$K_{b_1} = \frac{I_{b_1}}{6000} = 420000 \qquad K_{b_2} = \frac{I_{b_1}}{5000} = 504000$$

$$I_{b_2} = 0.35\times\frac{1}{12}\times400\times500^3 = 145833\times10^4$$

$$K_{b_3} = \frac{I_{b_2}}{6000} = 243055 \qquad K_{b_4} = \frac{I_{b_2}}{5000} = 291666$$

$$I_{c_1} = 0.7\times\frac{1}{12}\times400\times600^3 = 504000\times10^4 \qquad K_{c_1} = \frac{I_{c_1}}{4000} = 1260000$$

$$I_{c_2} = 0.7\times\frac{1}{12}\times400\times500^3 = 291666\times10^4 \qquad K_{c_2} = \frac{I_{c_2}}{4000} = 729166$$

$$\psi_A = \frac{1260000+729166}{420000+504000} = 2.15$$

$$\psi_B = \frac{2\times729166}{243055+291666} = 2.73$$

$$\Rightarrow \psi_m = \frac{2.15+2.73}{2} = 2.44 > 2$$

الف) طول مؤثر طبقه مهارشده (در ترکیب بار ثقلی ستون بار جانبی ندارد و مهار شده تلقی می گردد)

$K_1 = 0.7 + 0.1 \times 2.44 = 0.944$

$K_2 = 0.85 + 0.05 \times 2.15 = 0.958$

$\Rightarrow K = \min(K_1, K_2) = 0.944$

البته در حالت مهارشده می توان K را برابر یک در نظر گرفت ← انتخاب

$K = 1$

$\Rightarrow l_e = l_u = 4000\ mm$

ب) طول مؤثر طبقه مهارنشده

$\psi_m > 2 \Rightarrow K = 0.9\sqrt{1+\psi_m} = 0.9\sqrt{1+2.44} = 1.67$

$l_e = 1.67 \times 4000 = 6680\ mm$

$r = 0.3 \times 500 = 150$ $\quad \frac{l_e}{r} = \frac{4000}{150} = 26.7 > 22$ اثر لاغری باید منظور شود

۳- طرح ستون

۳-۱: ترکیب بار ثقلی

$M_c = \delta_{ns} M_2$

$M_2 = 108\ KN.m$

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_{cr}}} \geq 1$$

$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 + 0.4 \times \frac{104}{108} = 0.985 > 0.4$

$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_e}{l_e^2}$, $E I_e = \frac{0.4 E_c I_g}{1+\beta_d}$

$\beta_d = \frac{1.2 P_D}{1.2 P_D + 1.6 P_L} = \frac{1.2 \times 500}{1000} = 0.6$

$E I_e = \frac{0.4 \times 4700\sqrt{20} \times \frac{1}{12} \times 400 \times 500^3}{1+0.6} = 21894 \times 10^9$

$P_{cr} = \frac{3.14^2 \times 21894 \times 10^9}{4000^2} = 13492\ KN$

$\delta_{ns} = \frac{0.984}{1 - \frac{1000}{0.75 \times 13492}} = 1.09 \Rightarrow M_c = 1.09 \times 108 = 117.7\ KN.m$

ستون در ترکیب بار ثقلی باید برای بار محوری 1000KN و ممان 117.7KN.m طرح شود.

۳-۲: ترکیب بار ثقلی همراه با بار جانبی

$\frac{l_e}{r} = \frac{6680}{150} = 44.5$ اثر لاغری باید منظور شود

$\beta_d = 0$ $\quad E I_e = 0.4 E_c I_g = 0.4 \times 4700\sqrt{20} \times \frac{1}{12} \times 400 \times 500^3 = 35031 \times 10^9$

$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_e}{l_e^2} = \frac{3.14^2 \times 35031 \times 10^9}{6680^2} = 7740 \times KN$

$$\frac{l_u}{r} = \frac{4000}{150} = 26.7 < \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{1000\times10^3}{20\times400\times500}}} = 70$$

$$\Rightarrow M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1-\frac{\sum P_u}{0.75\sum P_{cr}}} = \frac{1}{1-\frac{1000}{0.75\times7740}} = 1.21$$

$$M_2 = 1.2\times60 + 1\times20 + 1.21\times1\times150 = 273.5 \text{ KN.m}$$

برای طراحی

$$\begin{cases} P_u = 1000 \text{ KN} \\ M_u = 273.5 \text{ KN.m} \end{cases}$$

$$e = \frac{273.5\times10^3}{1000} = 273.5 \text{ mm} > e_{min} = 15 + 0.03h = 15 + 0.03\times500 = 30^{mm}$$

$$P_{nb} = 0.85 f'_c b \frac{600}{600+f_y} \beta_1 d = 0.85\times20\times400\frac{600}{600+400}\times0.85\times450\times10^{-3} = 1560.6^{KN}$$

در ضعف کنترل کشش قرار داریم

$$P_n = \frac{1000}{0.9} = 1111.1 < P_{nb}$$

$$a = \frac{P_n}{0.85 f'_c b} = \frac{1111.1\times10^3}{0.85\times20\times400} = 163.4 \text{ mm}$$

$$M_n = \frac{P_n}{2}(h-a) + A_s f_y (d-d')$$

$$\frac{273.5\times10^6}{0.9} = \frac{1111.1\times10^3}{2}(500-163.4) + A_s\times400\times(450-50)$$

$$\Rightarrow A_s = 731 \text{ mm}^2 \Rightarrow A_{st} = 1462 \text{ mm}^2 < A_{s_{min}} = 0.01\times400\times500 = 2000 \text{ mm}^2$$

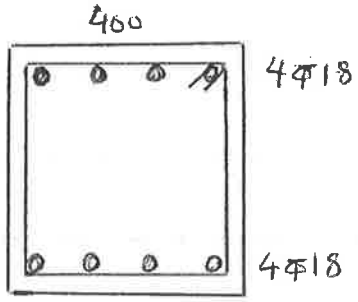
$1\phi18 = 254 \text{ mm}^2$ $\quad 8\phi18 = 2032 \text{ mm}^2 > 2000$

USE $8\phi18$ $A_{st} = 2032$

* بعد از محاسبه a لازم است جاری شدن آرماتورها کنترل گردد

$$a = 163.4 \Rightarrow c = \frac{a}{\beta_1} = 192.2$$

$$\epsilon'_s = \frac{c-d'}{c}\times0.003 = 0.0022 > \epsilon_y \quad \text{o.k.}$$



قطع برای بارهای ترکیب با زلزله کنترل نیاز دارد.