کانال مهمات شریف

@SHARIF_IE

$x=0 \rightarrow M=0 \rightarrow C_2 = 0$

$x=L \rightarrow M=0 \rightarrow C_1 = \frac{w_0 L}{2}$

$$M(x) = EI\frac{d^2y}{dx^2} = -w_0\frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

$$M(x) = EI\frac{d^2y}{dx^2} = -w_0\frac{x^2}{2} + \frac{w_0 L x}{2} \qquad x=0\ ,\ V(x) = \frac{w_0 L}{2}\ ,\ C = \frac{w_0 L}{2}$$

$$EIy' = \frac{-w_0 x^3}{6} + \frac{w_0 L x^2}{4} + C_3$$

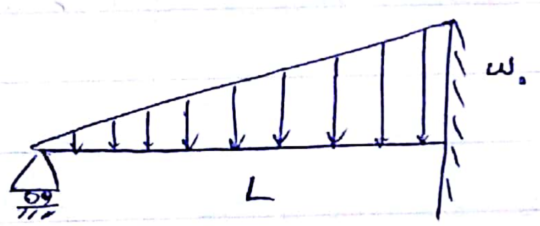
$x=0 \rightarrow y=0$

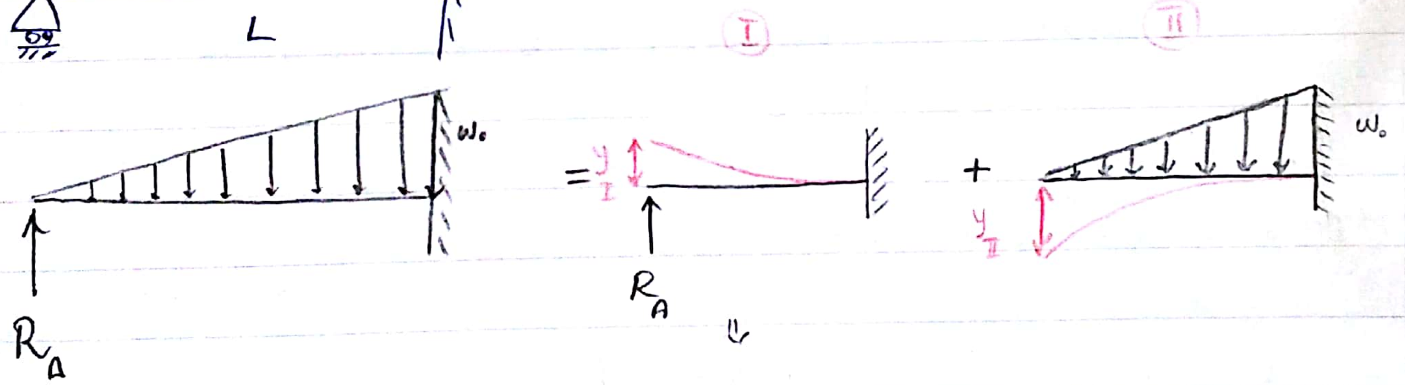
$x=L \rightarrow y=0$

پایان مباحث میانترم

اصل برهم نهی

کاربرد اصل برهم نهی در حل مسائل استاتیکی نامعین





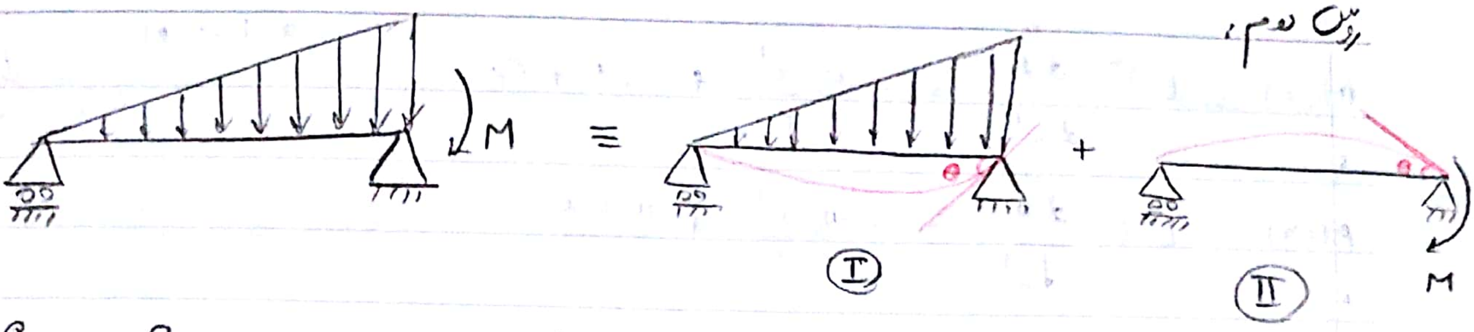
$$y_I(x) = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{6}R_A x^3 - \frac{1}{2}R_A L^2 x + \frac{1}{3}R_A L^3\right) \rightarrow y_{I\,max} = \frac{R_A L^3}{3EI}$$

$$y_{II}(x) = \frac{1}{EI}\left(\frac{-w_0}{120L}x^5 + \frac{w_0}{24}L^3 x - \frac{w_0}{30}L^4\right) \rightarrow y_{II\,max} = \frac{-w_0 L^4}{30EI}$$

$$y_{I\,max} + y_{II\,max} = 0 \longrightarrow \boxed{R_A = \frac{w_0 L}{10}}$$

$\theta = y'$

روش دوم:



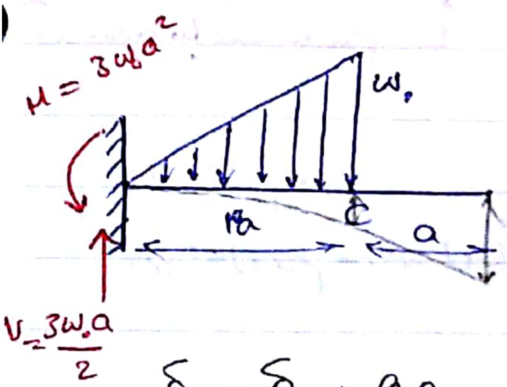
$$\theta_{I} + \theta_{II} = 0 \longrightarrow M \checkmark$$

۹۶/۸/۳۰

* سیستم نامعین (تعیین‌ناپذیر):

Sample problem 9.9 صفحه‌ی ۲۴ توضیح داده شد.

مثال: جابجایی نقطه‌ی A را بیابید.



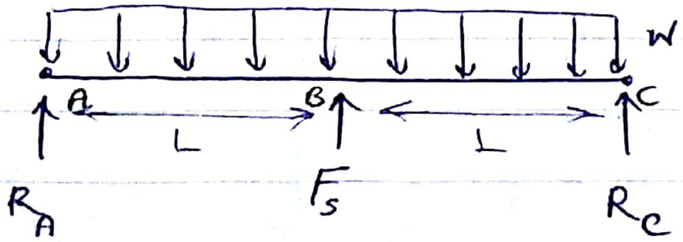
برای حل مسئله به جای اینکه ادامه بدیم بارگسترده رو،
همین مسئله را برای جابجایی C محاسبه می‌کنیم و از رابطه‌ی
جابجایی a را می‌یابیم.

$$\delta_A = \delta_C + \theta_C a$$

$$M(x) = -3w_0a^2 + \frac{3}{2}w_0ax - \frac{w_0x}{3a}\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{x}{3}$$

$x = 0 \quad y, y' = 0 \qquad \delta_C = y(x = 3a)$

مثال پایین صفحه‌ی ۲۴



$\sum F_y = 0 \longrightarrow 2wL = R_A + R_C + F_s$

$\sum M_B = 0 \longrightarrow R_A = R_C$

۲ معادله

نصف تیر بررسی می‌شود

تعادل: $0 \leqslant x \leqslant L \longrightarrow M(x) = R_A x - \frac{wx^2}{2}$

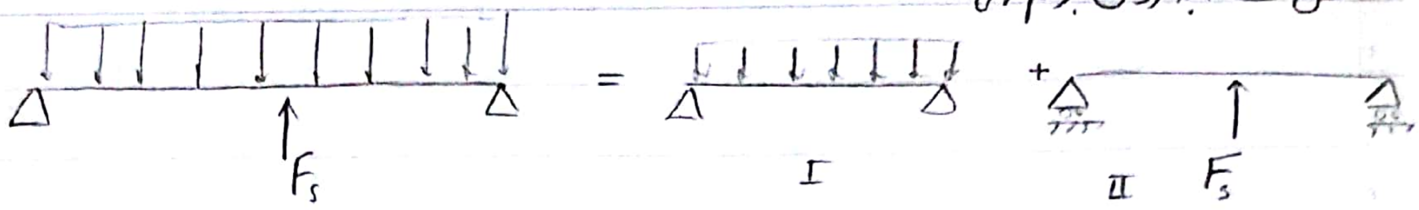
$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 0 \\ x = L \rightarrow y' = 0 \end{cases}$$

۲ مجهول

$$y(x = L) = -\frac{F_s}{k}$$

یک رابطه‌ی سازگاری هم برای فنر داریم.

حل مسئله به روش برهم نهی

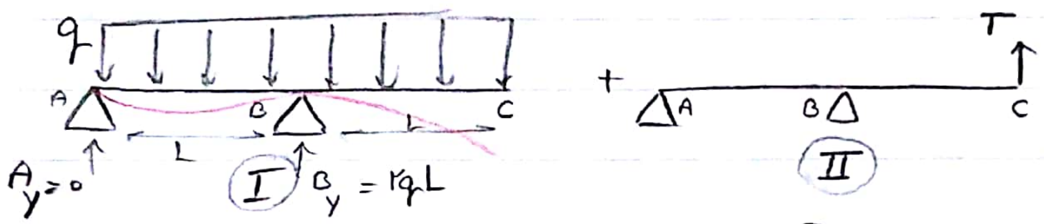


$$y_B|_I + y_B|_{II} = -\frac{F_s}{k}$$

$$\frac{-5w(2L)^4}{384EI} + \frac{F_s(2L)^3}{48EI} = -\frac{F_s}{k}$$

مثال بالای صفحه‌ی ۲۷

حل به روش برهم نهی



رابطه طلی :
$$\boxed{\delta_{C(I)} - \delta_{C(II)} = \frac{Th}{AE}}$$

I: $x=0 \quad y=0$

$x=L \quad y=0 \qquad M(x) = -\frac{wx^2}{2} + 2qL\langle x-L\rangle$

II: $M(x) = Tx - 2T\langle x-L\rangle$

$x=0 \quad y=0$

$x=L \quad y=0$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{qL^4}{4EI_b} - \frac{2TL^3}{3EI_b} = \frac{Th}{AE}}$$

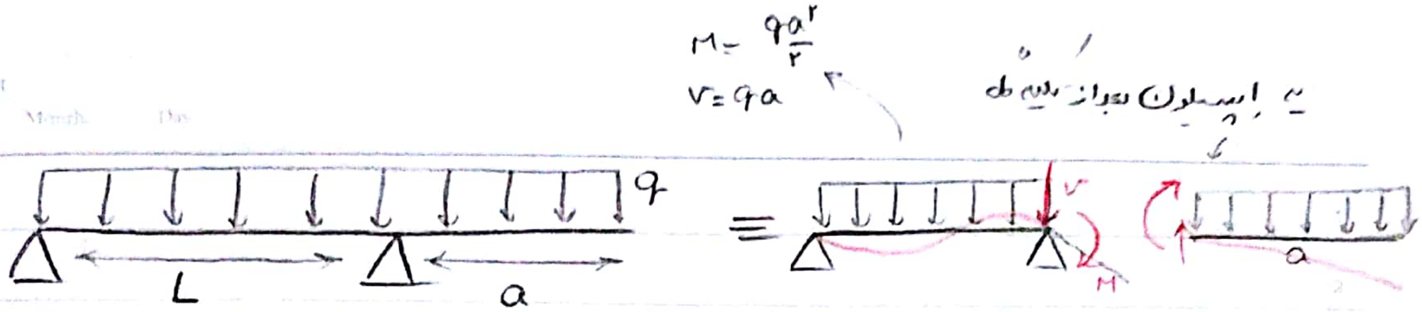
سئوال: چرا تیر بعد از تغییر شکل دارای نقطه عطف در نقطه‌ی B است؟

چون بار گسترده‌ی دو طرف B با هم برابر است. شکل نهایی بار به صورت کشیده شده به رنگ قرمز است.

مثال پایین صفحه‌ی ۲۷

حل به روش برهم نهی، نوع جدید

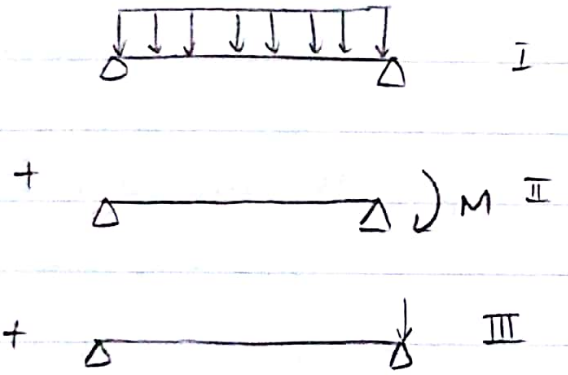
صفحه‌ی بعد



δ سمت راست را باید با δ حاصل در سمت چپ جمع کنیم.

δ_c حاصل در سمت چپ را باید به روش θ رفت.

خود سمت چپ را به روش برهم نهی می‌توان تفکیک کرد:



III تغییر شکل ایجاد نمی‌کند در تیر

پس θ_I را باید با θ_{II} جمع کنیم

$$\delta_C = \theta_B \cdot a = (\theta_{BI} + \theta_{BII})\, a$$

شکل سمت چپ بالا

$$= \left(\frac{qL^3}{24EI} - \frac{ML}{3EI}\right) a$$

مقادیر از جدول داخل جزوه جاگذاری شده‌اند.

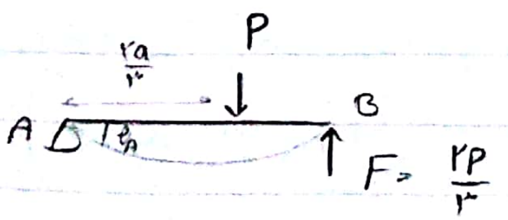
نکته‌ی خیلی مهم: تیر شکل سمت راست بالا (با توجه به گشتاور و نیروی برشی) مانند تیر یک سر گیردار متصل به دیوار است.

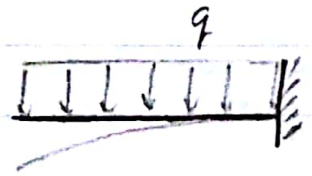
$\delta_c = y(x=a)$

شکل سمت راست:

درنهایت با جمع کردن دو مقدار δ_c ، δ_c نهایی به دست می‌آید.

(1) شکل پایین صفحه ۲۸





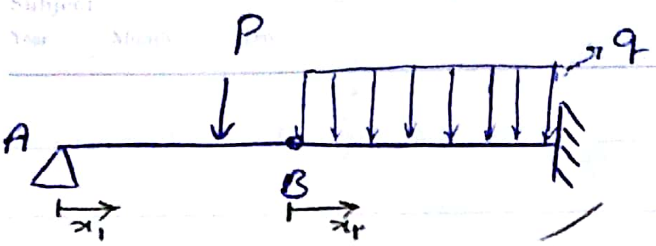
$$\theta_{A_1} = \frac{P(a/3)(2a/3)(a + a/3)}{6EIa}$$

$$\delta_B = \frac{(\frac{2P}{3})\, b^3}{3EI} + \frac{qb^4}{8EI}$$

$$\theta_{A_2} = \frac{\delta_B}{a}$$

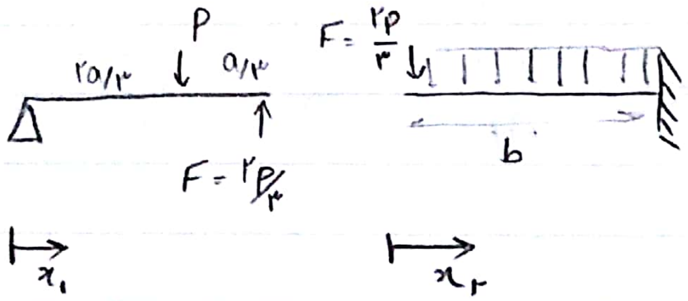
بسمه تعالی

مثال:



دو تیر با یک مفصل به هم متصل اند

چون شیب ما وقتی به مفصل می‌رسیم، پیوسته نیست، پس باید دو دسته معادله M(x) را بنویسیم.



$$EIy_1'' = A_y x_1 - P\langle x_1 - \frac{2a}{3}\rangle$$

C_1 , C_2

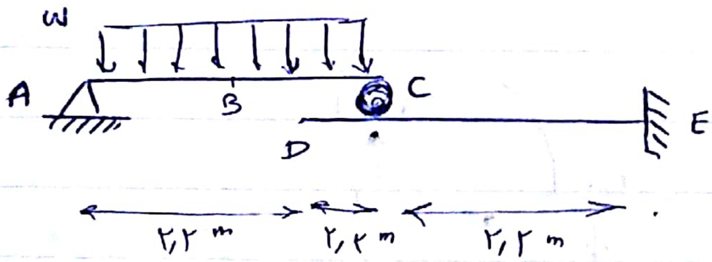
$$EIy_2'' = -Fx_2 - q\frac{x^2}{2}$$

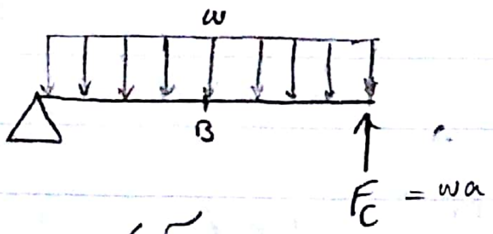
$$x_1 = 0 \to y_1 = 0$$

$$x_1 = a \to y_1(a) = y_2(x_2 = 0)$$

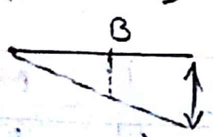
$$x_2 = b \to y_2 = 0 \ , \ y_2' = 0$$

مثال: $\delta_B = ?$ ، $\delta_D = ?$





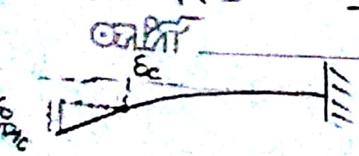
برای حل و بدست آوردن جابجایی B، ابتدا جابجایی حاصل از بار گسترده را حساب می‌کنیم ولی چون خود نقطه C دارای جابجایی است. پس تیر جداگانه جابجایی C را حساب می‌کنیم و طبق شکل روبه رو یک جابجایی ثانویه برای B به وجود می‌آید که نصف جابجایی C است.



$$\delta_B = \frac{-5w(2a)^4}{384EI} - \frac{1}{2}\frac{F_c a^3}{3EI}$$

ناشی از بار گسترده روی تیر ساده — جابجایی ثانویه

برای محاسبه δ_D چون از قسمت C تا D گشتاور نداریم، خط است. پس جابجایی C را داریم، شیب خط CD را محاسبه کرده و در طول CD ضرب می‌کنیم، جابجایی D نسبت به C بدست می‌آید.

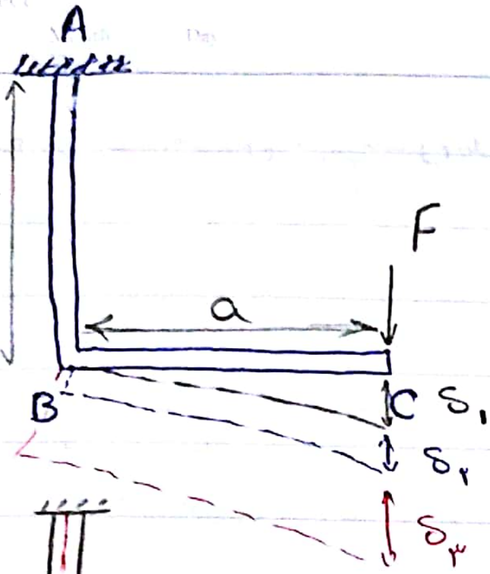


Scanned by CamScanner

جابجایی با تغییر طول AB

تغییر طول ناشی از F

مثال:

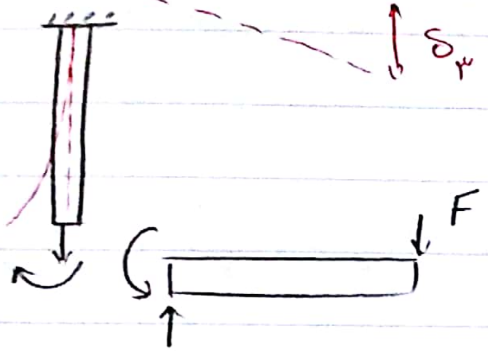


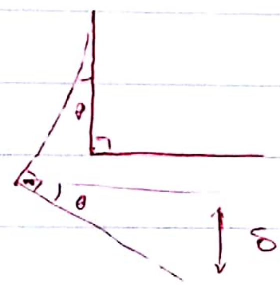
$$\delta_C = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$$

چرخش AB

$$\delta_1 = \frac{Fa^3}{EI}$$

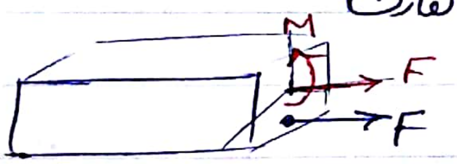
$$\delta_2 = \frac{FL}{AE} \qquad \delta_3 = \frac{Fa^2 L}{EI}$$



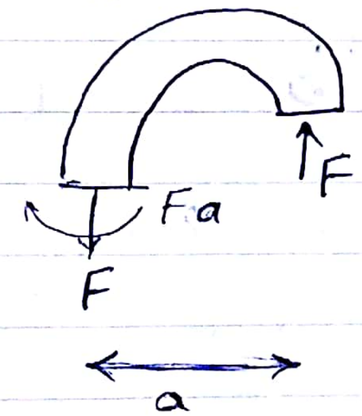


$$\delta_3 = \theta a = \frac{MLa}{EI}, \quad M = Fa$$

ادامه فصل ۴ — بار محوری خارج از مرکز در صفحه تقارن



$$\sigma = -\frac{My}{I}$$



$$\sigma = \frac{F}{A} \qquad \sigma = -\frac{My}{I} \qquad \sigma = \frac{F}{A} - \frac{My}{I}$$

اگر $\sigma = 0$ ← $y = \frac{FI}{MA}$ ← سطحی که تنش عمودی روی آن صفر است.

= سطح خنثی

مثال صفحه ۳۲ – مثال دوم

بعد از به دست آوردن ارتفاع مرکز سطح $\bar{y} = ۳۸^{mm}$ "فشار را محاسبه می‌کنیم."

$M = ۰{,}۰۲۸\, P \quad N.m$

$A = ۳۰۰۰ \quad mm^۲$

$I = ۸۶۸ \times ۱۰^{-۹} \quad m^۴$

فشاری ناشی از نیروی عمودی $\sigma = \dfrac{P}{A} = ۳۳۳P$

ناشی از فشار خمشی $\sigma\Big|_{\substack{Tension \\ max}} = \dfrac{-My}{I}$

$= -\dfrac{(-۰{,}۰۲۸P)(۰{,}۰۲۲)}{I} = ۷۱۰P$

$\sigma\Big|_{\substack{Compression \\ max}} = -\dfrac{(-۰{,}۰۲۸P)(-۰{,}۰۳۸)}{I} = -۱۲۲۶P$

کشش ماکزیمم ناشی از نیروی عمودی و فشار

$\sigma_{\substack{tension \\ max}} = (۷۱۰ - ۳۳۳)P = ۳۷۷P = ۳۰ \times ۱۰^۶ \, pa$

$\longrightarrow \boxed{P = ۷۹{,}۶ \quad KN}$

$\sigma_{\substack{Compression \\ max}} = -(۱۲۲۶ + ۳۳۳)P = -۱۲۰ \times ۱۰^۶ \, pa$

$\longrightarrow \boxed{P = ۷۷ \quad KN}$

در نتیجه حداکثر P همان ۷۷^{KN} است.

انتهای جلسه

"از این جا به بعد به مدت دو جلسه جزوه موجود نیست."

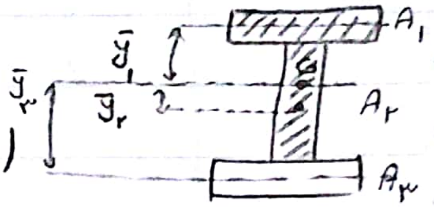
«بسمه تعالی»

ادامه‌ی جزوه

مثال پایین صفحه ۴۰ جزوه

$V = ۱/۵ \; kN$ ، مقطع n-n

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{It} \quad , \quad t = ۲۰ \; mm$$



$$Q = \int_{A_1} y\,dA = A_1 \bar{y} = (۰/۱) \times (۰/۰۰۲) \times (۰/۰۴۱۷)$$

$$\int_{A_1+A_2} y\,dA = A_1\bar{y}_1 + A_2\bar{y}_2 \quad / \quad \int_A y\,dA = ۰ \Rightarrow \int_{A_1+A_2+A_3} y\,dA = ۰$$

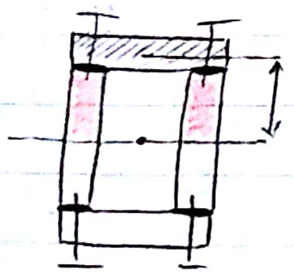
$$\Rightarrow \int_{A_1+A_2} y\,dA = -\int_{A_3} y\,dA$$

کاری به علامت نداریم. مستقیم در رابطه جاگذاری می‌کنیم.

$$Q = \int_{A_1+A_2} y\,dA = |A_3 \cdot \bar{y}_3| = (۰/۰۹) \times (۰/۰۲) \times (۰/۰۵۸۳) \quad , \quad t = ۰/۰۲$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} \checkmark$$

مثال ۳ صفحه‌ی ۴۱ جزوه



$$q = \frac{VQ}{I}$$

شروع حل از محاسبه‌ی جریان برش در مقاطع پررنگ ←

$$I = \frac{1}{12}\left[(۰/۱۲)^۴ - (۰/۰۸)^۴\right]$$

$$Q_1 = A\bar{y} = (۰/۱۲)(۰/۰۲)(۰/۰۵)$$

$$\frac{q}{۲} \times s = F_{nail} \quad , \quad \tau_{xy} = \frac{VQ}{It} \quad , \quad t = ۲ \times ۰/۰۲$$

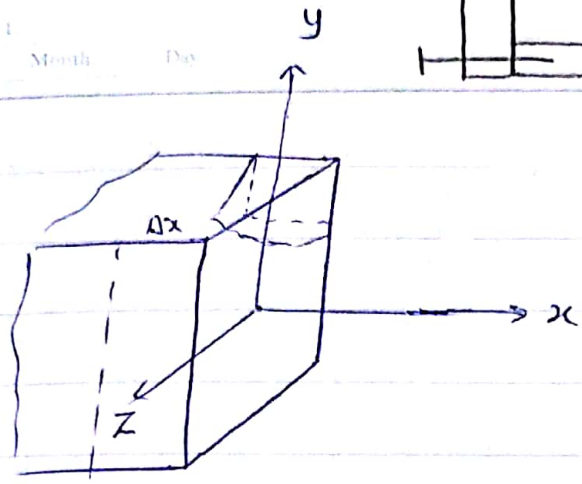
فاصله‌ی بین میخ‌ها

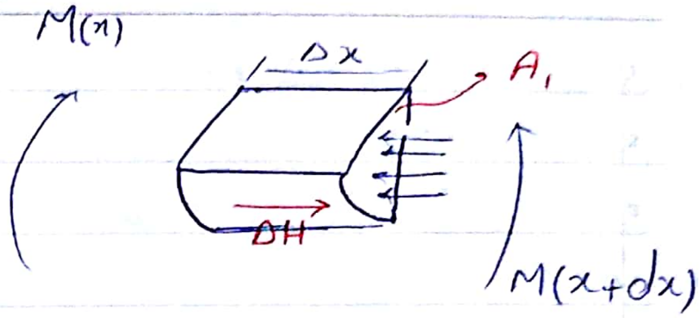
در محور خنثی رخ می‌دهد ← $\tau_{max} = \frac{VQ}{It}$

بخش تیره شده

$$t = ۰/۰۴ \quad , \quad Q = Q_1 + ۲ \times (۰/۰۲) \times (۰/۰۶)(۰/۰۲)$$

مثال حل‌شده صفحه‌ی ۴۲ جزوه



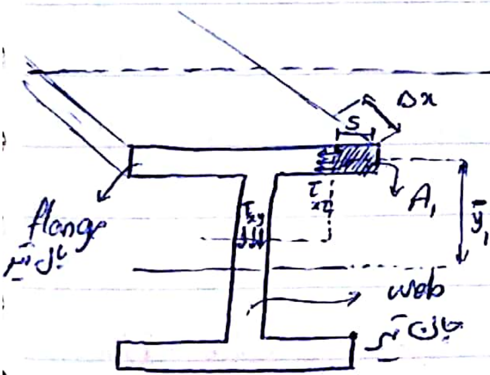


$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow$$

$$\Delta H + \int_{A_1} \sigma_x \Big|_x dA - \int \sigma_x \Big|_{x+\Delta x} dA = 0$$

$$\Delta H = \frac{M(x+\Delta x) - M(x)}{I} \int_{A_1} y \, dA$$

$$\Delta H = \frac{V\Delta x}{I} Q \quad , \quad q = \frac{VQ}{I} \quad , \quad Q = \int_{A_1} y \, dA$$



$$\Delta H = \frac{VQ}{I} \Delta x$$

$$q = \frac{VQ}{I} \qquad Q = \int_{A_1} y \, dA = A_1 \bar{y}_1$$

$$\tau = \frac{VQ}{I t_f}$$

I همواره همونیه که تو فرمول خمشه. سر امتحان قاطی نشود.

$$\Delta H_{web} = \frac{VQ}{I} \Delta x$$

$$q = \frac{VQ}{I}$$

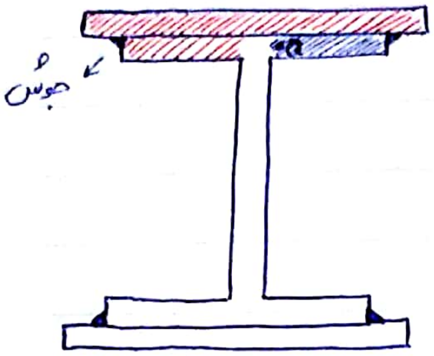
$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{I t_w}$$

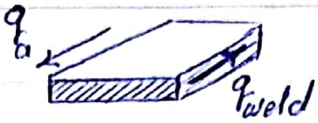
شکل های دقیق تر این بخش صفحه‌ی ۴۳ جزوه بالای صفحه

باسمه تعالی

۱۹، ۹، ۹۶

مثال صفحه‌ی ۴۴



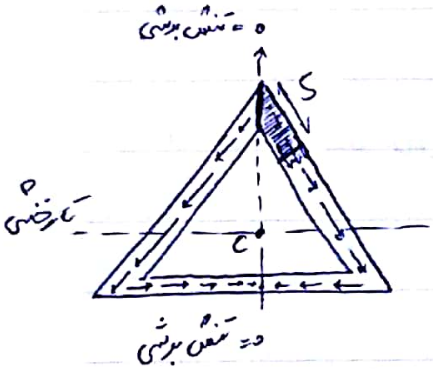


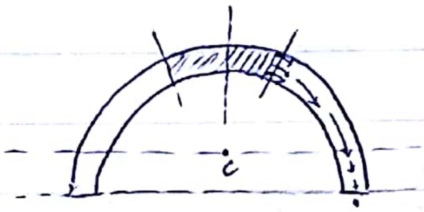
$$q = \frac{VQ}{I}$$

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{It}$$

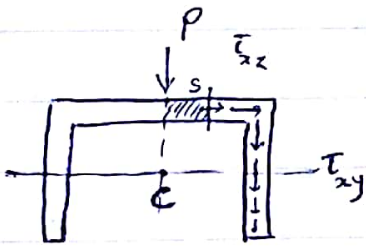
$V = 50$ Kips

برش در مقاطع جدار نازک بسته

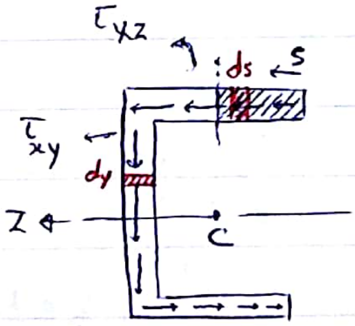




مرکز برش :



⇐ حالت همشکلی



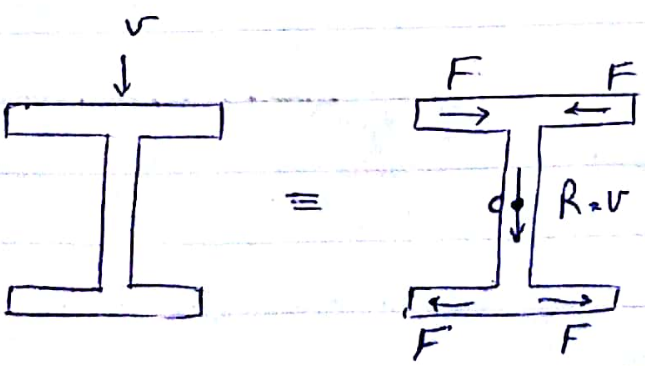
فرض : $\tau = \frac{VQ}{It}$

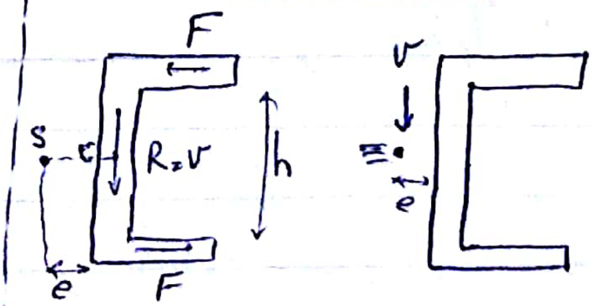
ضخامت

$$F = \int \tau_{xz}\, t\, ds$$

$$V = \int \tau_{xy}\, t\, dy$$

اگر نیروی V از مرکز برش (تلاقی خط اثر برآیند نیروهای داخلی و محور تقارن) اعمال شود.

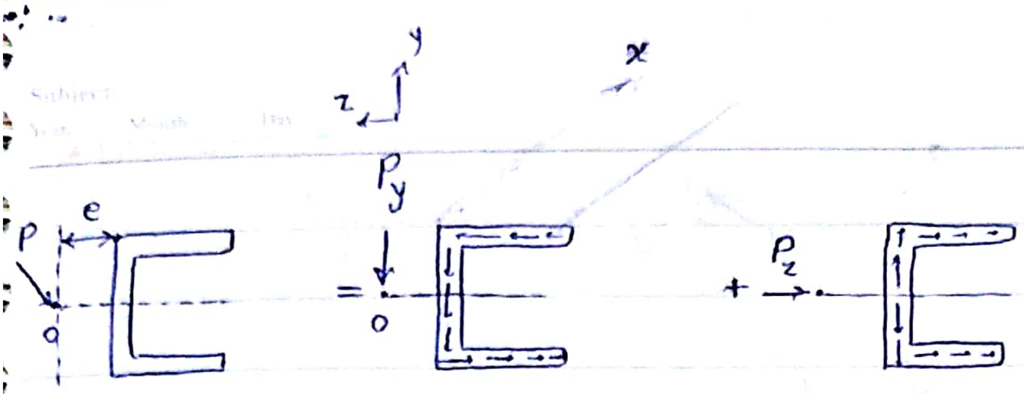




$$Fh = Re \rightarrow e = \frac{Fh}{R} = \frac{Fh}{V}$$

نقطه اثر برآیند نیروهای داخلی = مرکز برش

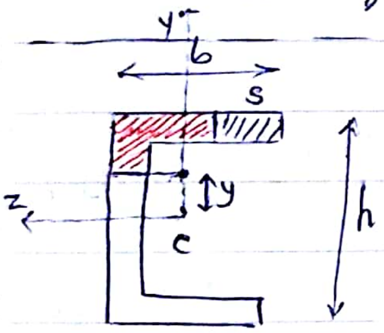
استفاده از اصل برهم نهی



$$\tau = \frac{P_y Q}{It} \qquad \tau = \frac{VQ}{It}$$

$$\sigma = \frac{M_z y}{I_z} \qquad \sigma = \frac{M_y z}{I_y}$$

اگر نیرو به مرکز برش اعمال نشود، مسئله به دو تست خمش و پیچش تقسیم می‌شود. ص ۴۶ جزوه



محاسبات:

$$\tau_{xz} = \frac{VQ}{It} = \frac{V(s t_f)\, h/2}{I t_f} = \frac{Vh}{2I} s$$

$$\tau_{xz}\Big|_{max}(s=0) = 0$$

$$\tau_{xz}\Big|_{max}(s=b) = \frac{Vhb}{2I}$$

$$Fh = Re$$

$$\int_0^b \underbrace{\tau_{xz} t_f}_{q} \, ds = \int_0^b \frac{Vht_f}{2I} s\, ds = \boxed{\frac{Vht_f b^2}{4I}}$$

$$\tau_{xy} = \frac{V\left(t_f b \frac{h}{2} + \frac{t_w}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)\right)}{I t_w}$$

اگر انتگرال گیری انجام شود ← $\int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} t_w \, dy = V$

$$\frac{Vh^2 t_f b^2}{4I} = Ve \longrightarrow e = \frac{h^2 b^2 t_f}{4I}$$

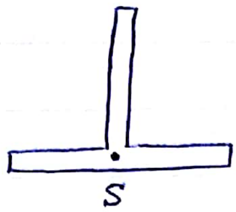
مثال حل شده‌ی صفحه‌ی ۴۹ جزوه سر کلاس حل شد.

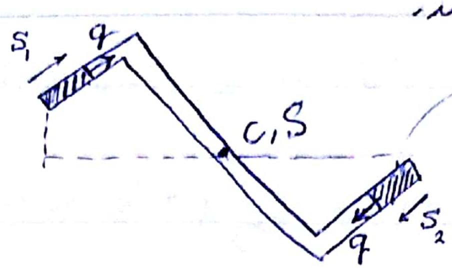
۲۱/ ۹/ ۹۶

"بسمه تعالی"

$q>0, Q>0$

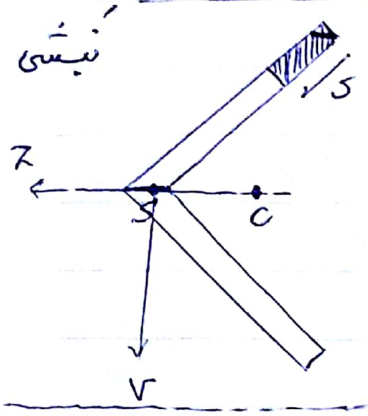
شکل خوب نیست باید متقارن باشد.





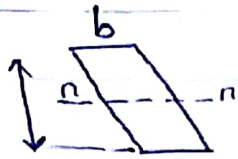
$Q<0 , q<0$

نبشی



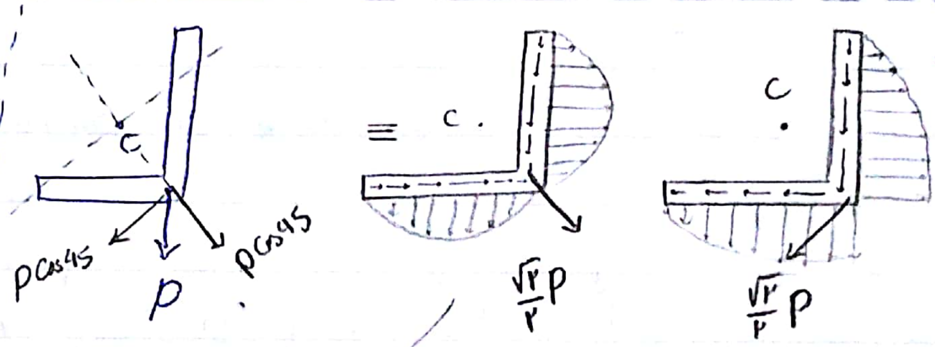
$\sigma = -\frac{My}{I}$

$\tau = \frac{VQ}{It}$

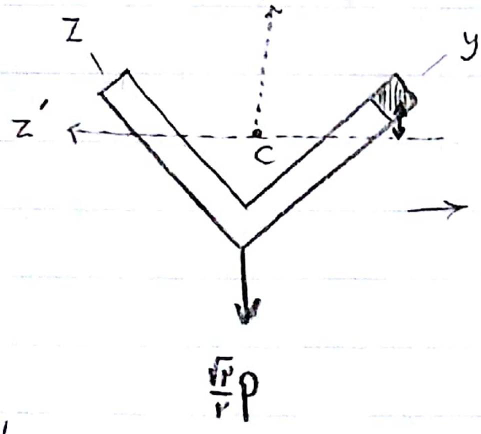


$\frac{1}{12} bh^3$

مثال:



$$\tau = \frac{3p(a^2-y^2)}{4ta^2}$$

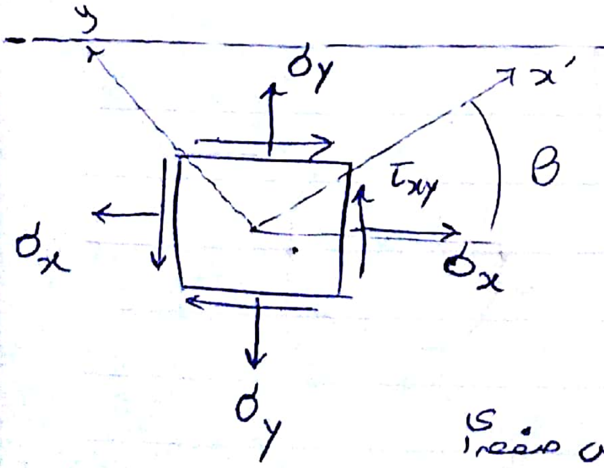


$$I_{z'} = 2 \times \frac{1}{12} \times (t\sqrt{2})\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3 = \boxed{\frac{1}{12} ta^3}$$

6.6

مثال حل شده‌ی کتاب بیر جانسون sample problem

در راستای افقی نیروها خنثی می‌شوند طبق جهت تنش ها.



تنش صفحه‌ای

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

صفحه‌ی ۵۱ جزوه

بسمه تعالی

دایره مور - فصل هفتم

$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta + 2\tau_{xy} \sin\theta\cos\theta \\ \tau_{x'y'} = -(\sigma_x - \sigma_y)\sin\theta\cos\theta + \tau_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta \\ \tau_{x'y'} = -\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta \\ \sigma_{y'} = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta \end{cases}$$

$\theta \rightarrow \theta + 90$

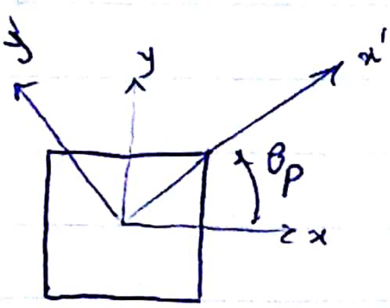
$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

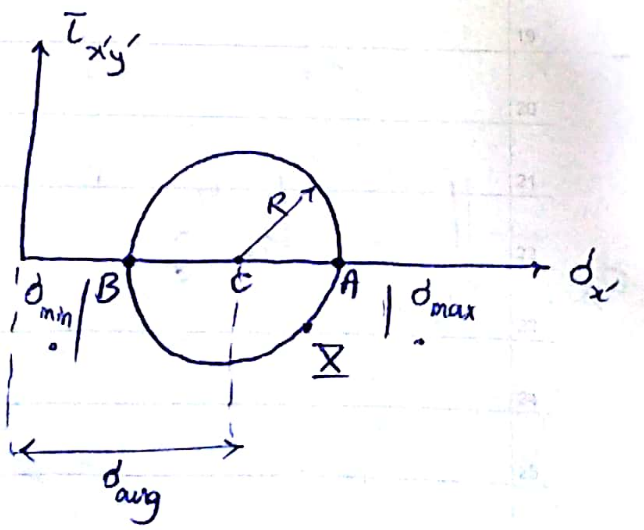
$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

$$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad , \quad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\sigma_{x'} - \sigma_{avg})^2 + \tau_{x'y'}^2 = R^2$$

$$(x - \sigma_{avg})^2 + y^2 = R^2 \longrightarrow$$ معادله دایره





باسمه تعالی

ادامه فصل هفتم ـ تبدیلات تنش ـ دایره مور

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

$$\sigma_{x'},\ \sigma_{y'},\ \tau_{x'y'} = ?$$

$$(\sigma_{x'}-\sigma_{avg})^2 + \tau_{x'y'}^2 = R^2$$

$$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \quad , \quad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

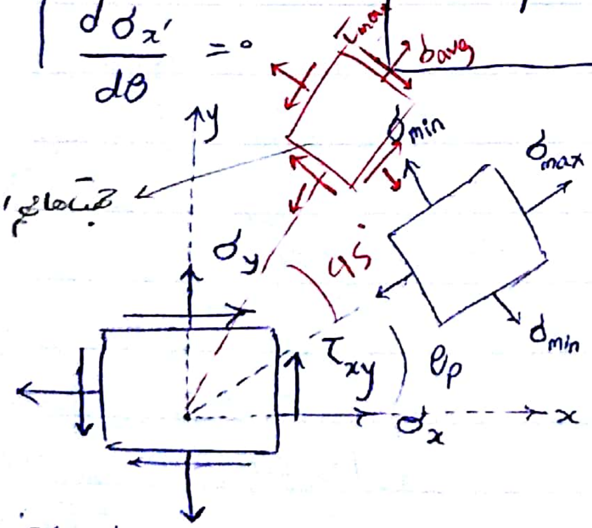
تنش‌های اصلی:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{max} &= \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2} = \sigma_{avg}+R \\ \sigma_{min} &= \sigma_{avg}-R \end{aligned}\right\}$$

$$\left\{\begin{aligned} \tau_{x'y'} &= 0 \\ \frac{d\sigma_{x'}}{d\theta} &= 0 \end{aligned}\right. \longrightarrow \boxed{\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}} = \tan 2\alpha$$

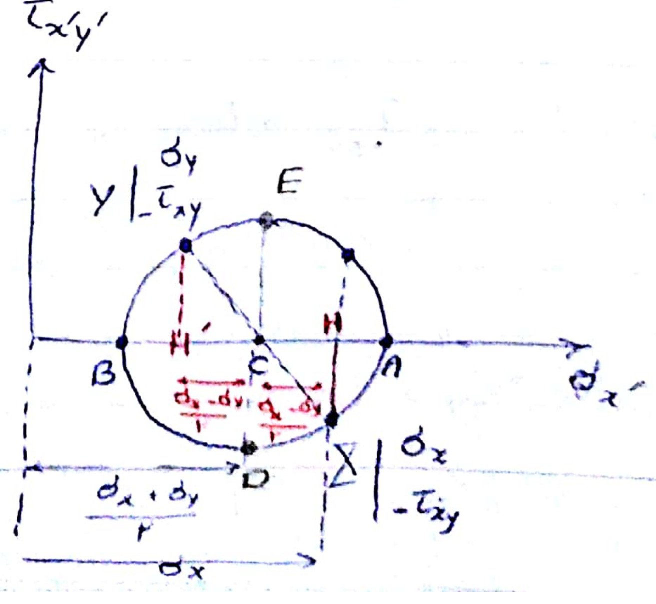
$$2\theta_p = 2\alpha \rightarrow \theta_p = \alpha$$

$$2\theta_p = 2\alpha + 180 \rightarrow \theta_p = \alpha + 90$$



فرض: $\sigma_x > \sigma_y$

برشی :	C.C.W	+
	C.W	−



نحوه رسم دایره مور : ۱ـ نقطه‌ی X (متناظر با صفحه‌ای که عمود آن محور x است)

$$X \left| \begin{matrix} \sigma_x \\ -\tau_{xy} \end{matrix} \right.$$

$\tau_{xy} > 0 \leftarrow$ نقطه X زیر محور افقی

$\tau_{xy} < 0 \leftarrow$ " " بالای محور افقی

نقطه $Y \left| \begin{matrix} \sigma_y \\ -\tau_{xy} \end{matrix} \right.$

۲ـ نقاط X و Y را به هم وصل کنید. محل تقاطع XY با محور افقی = مرکز دایره

۳ـ مرکز دایره و شعاع CX دایره مور را رسم کنید.

$$\sigma_C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = OH' + H'C = \sigma_y + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

$$R = CX = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{HX}{CH} = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

جهت دوران در صفحه‌ی دایره مور با جهت دوران در المان یکسان است.

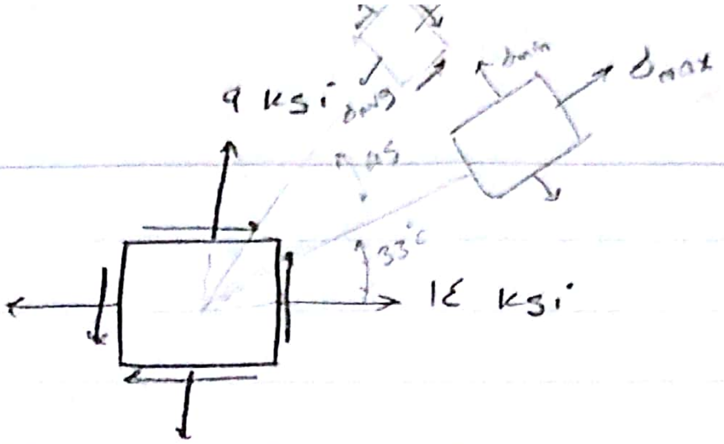
علت اینکه ما تنش برشی (τ_{xy}) را منفی درنظر گرفتیم.

$$E, D: \left\{ \begin{matrix} \tau_{max} = R \\ \sigma_x = \sigma_{avg} \end{matrix} \right. \quad \Bigg| \quad \left. \begin{matrix} \frac{d\tau_{x'y'}}{d\theta} = 0 \\ \sigma_{x'} = \sigma_{avg} \end{matrix} \right\} \rightarrow \boxed{\tan 2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}}$$

$$\tan 2\theta_s \times \tan 2\theta_p = -1$$

$$\Rightarrow |2\theta_p - 2\theta_s| = 90^\circ \longrightarrow$$ روی المان 45° درجه تفاوت دارند. بالا و پایین به دایره‌ی مور فقط تفاوت ایجاد نمی‌کند.

مثال:



$\sigma_x = 14$ ksi

$\sigma_y = 9$ ksi

$\sigma_{min} = 5$ ksi

جهت صفحات اصلی = ?

مقدار تنش عمودی ماکزیمم = ?

" برشی " " = ?

$\sigma_{min} = \sigma_{avg} - R$

$5 = 11.5 - R \longrightarrow \boxed{R = 6.5}$

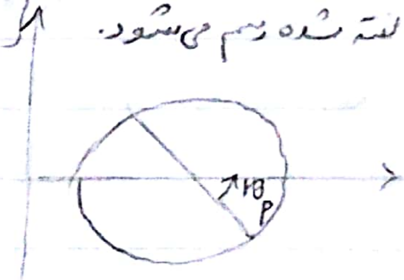
$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \rightarrow \boxed{\tau_{xy} = 6 \text{ ksi}}$

$\sigma_{max} = 11.5 + 6.5 = \boxed{18 \text{ ksi}}$

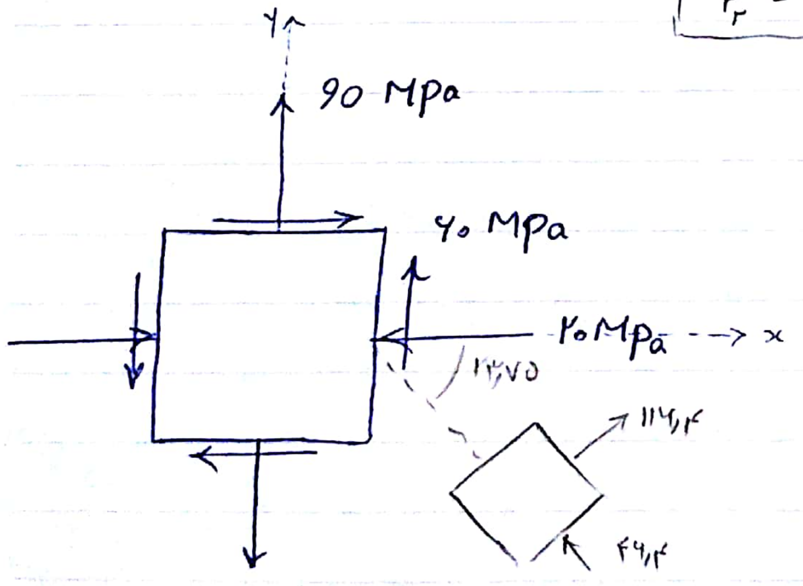
$\tan 2\theta_p = \frac{6}{2.5} = 2.4 \longrightarrow \boxed{\theta_{p_1} = 33.69}$

$\boxed{\theta_{p_2} = 33.69 + 90}$

دایره موهر طبق قواعد گفته شده رسم می‌شود.



مثال:

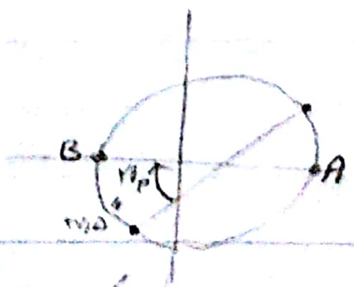


X	−20
	−60
y	+90
	+60

$\sigma_{max,min} = \sigma_{avg} \pm R = 35 \pm 81.4$ → 114.4 MPa ، −46.4 MPa

$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$\tan 2\theta_p = \frac{-60}{55} \longrightarrow \theta_p = -23.75$



ـ اگر زاویه منفی شد یعنی جهت دوران برعکس می‌شود ← جهت دوران ساعتگرد است.

«بسمه تعالی»

۹۶ ,۹ ,۲۸

جزوه ی این جلسه موجود نیست.

«بسمه تعالی»

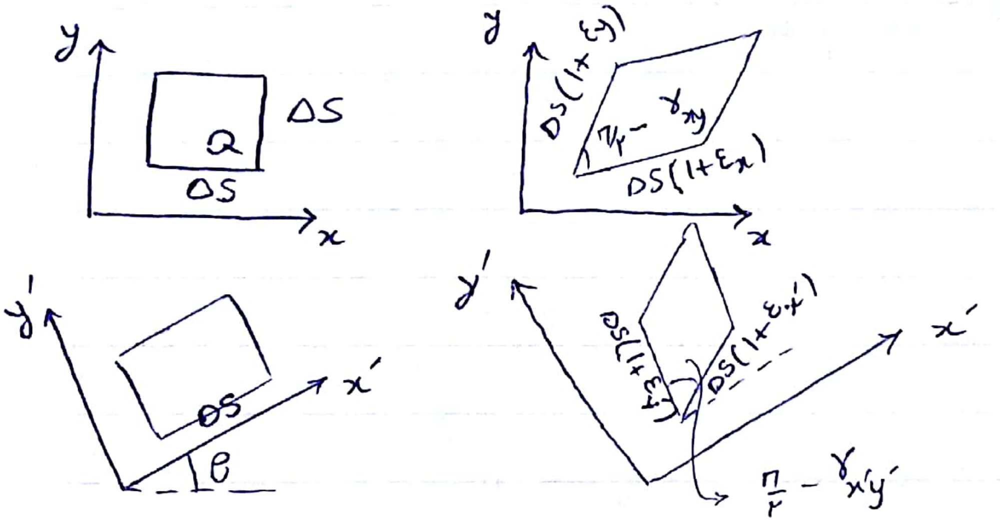
۹۶/۱۰/۳

تبدیل کرنش صفحه‌ای

کرنش صفحه‌ای

$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_x , \varepsilon_y , \gamma_{xy} \neq 0$$



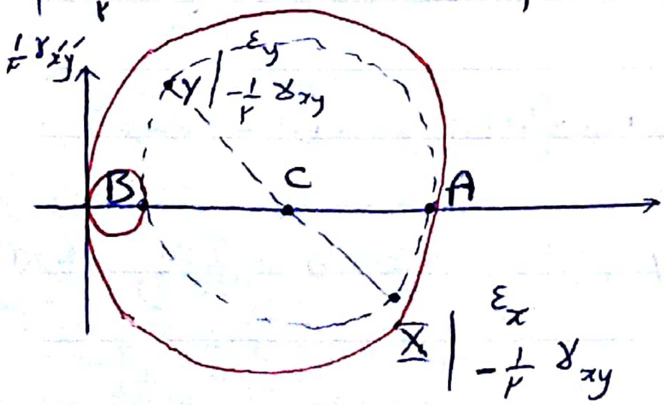
$$\varepsilon_{x'} , \varepsilon_{y'} , \gamma_{x'y'} \longrightarrow \varepsilon_x , \varepsilon_y , \gamma_{xy} , \theta$$

$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \sin^2\theta + 2\underbrace{\left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)}_{}^{\varepsilon_{xy}} \sin\theta\cos\theta$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = -(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\sin\theta\cos\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{x'} = \dfrac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \dfrac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\theta + \dfrac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta \\ \dfrac{\gamma_{x'y'}}{2} = -\dfrac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\sin 2\theta + \dfrac{\gamma_{xy}}{2}\cos 2\theta \end{cases}$$

C.C.W	+
C.W	−



A,B : کرنش‌های اصلی

$$\varepsilon_a , \varepsilon_b = \varepsilon_{avg} \pm R$$

$$\varepsilon_a , \varepsilon_b = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma_{xy}\right)^2}$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{\frac{1}{2}\gamma_{xy}}{\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}}$$

مواد همگن و ایزوتروپیک : جهات اصلی تنش و کرنش یکسان است.

free surface

سطح خارجی سازه = سطح آزاد

$\varepsilon_a = ۴۰۰ \times 10^{-6}$

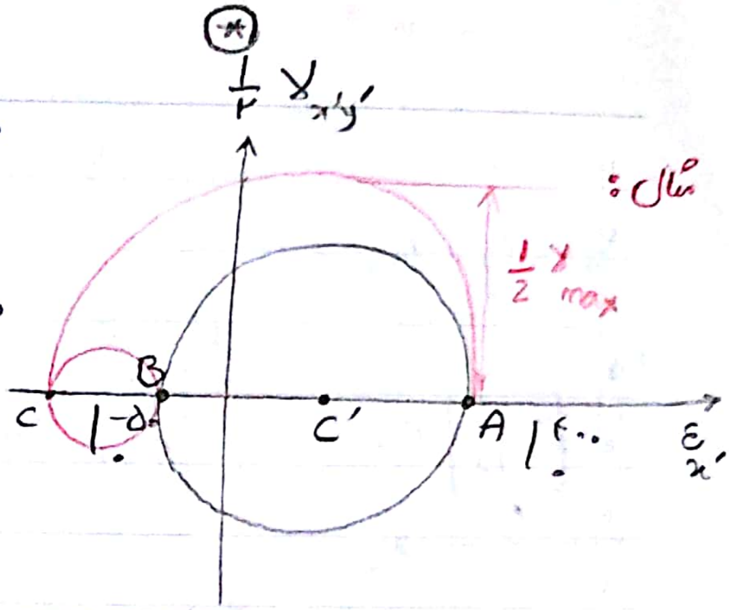
$\varepsilon_b = -۵۰ \times 10^{-6}$

$\nu = ۰{,}۳$

$\frac{1}{۲}\gamma_{xy-max-inplane}$?

$\gamma_{max} = ?$

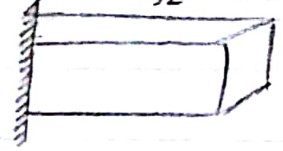
مثال :



$$\varepsilon_{avg} = \frac{۴۰۰ - ۵۰}{۲} \times 10^{-6} = ۱۷۵ \times 10^{-6}$$

$$= \frac{1}{۲}(۴۰۰ + ۵۰) \times 10^{-6} = \boxed{۲۲۵ \times 10^{-6}\ in/in}$$

$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = ۰$



$$\varepsilon_z = \varepsilon_c = \frac{1}{E}\left[\cancel{\sigma_c} - \nu(\sigma_a + \sigma_b)\right]$$

$$\varepsilon_a = \frac{1}{E}\left[\sigma_a - \nu(\sigma_b + \cancel{\sigma_c})\right]$$

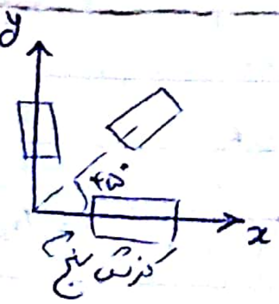
$$\varepsilon_b = \frac{1}{E}\left[\sigma_b - \nu(\sigma_a + \cancel{\sigma_c})\right]$$

$$\varepsilon_a + \varepsilon_b = \frac{(1-\nu)}{E}(\sigma_a + \sigma_b)$$

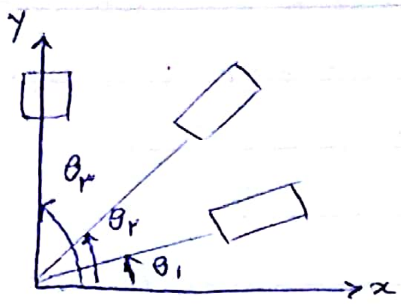
$$\Rightarrow \varepsilon_c = -\frac{\nu}{E} \cdot \frac{E}{1-\nu}(\varepsilon_a + \varepsilon_b) = \boxed{-۱۵۰ \times 10^{-6}\ in/in}$$

طبق شکل h : $\frac{1}{۲}\gamma_{max} = \frac{1}{۲}(\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}) = \frac{1}{۲}(۴۰۰ + ۱۵۰) \times 10^{-6}$

کرنش صفحه‌ای ← چیتا اندازه‌گیری کرنش ؟ ۳تا ε_x ε_y γ_{xy}



$$\varepsilon_{۴۵°} = \varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{۲} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{۲}\cos ۲\theta + \frac{1}{۲}\gamma_{xy}\sin ۲\theta$$

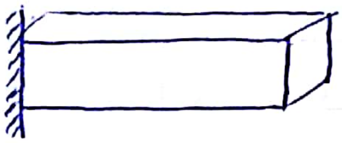


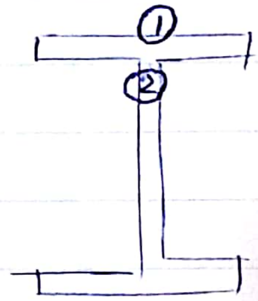
$$\theta_1, \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\theta_1 + \frac{1}{2}\gamma_{xy}\sin 2\theta$$

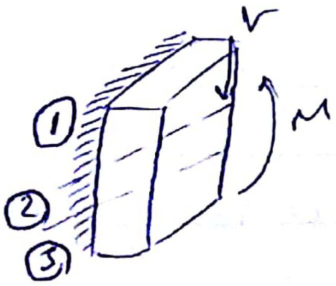
$$\theta_2, \varepsilon_2 = \text{———}$$

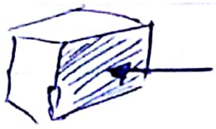
$$\theta_3, \varepsilon_3 = \text{---}$$

فصل ۸ بارگذاری ترکیبی

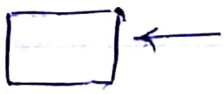




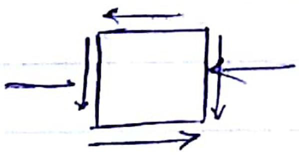




$$\sigma_x = \frac{Mc}{I}$$

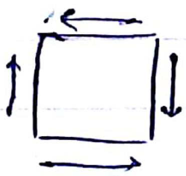
1 

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I}$$ تنش های اصلی $= \sigma_{max}$

2 

$$\sigma_x = \frac{My}{I} \longrightarrow \sigma_a, \sigma_b$$

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{It}$$

3 

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A} \longrightarrow \sigma_a, \sigma_b$$

مثال بالای صفحه ی ۵۷ حل شد.

« بسمه تعالی » طراحی محور

$P = T\omega$

$T = \frac{P}{\omega} = Fr$

اندازه نیروی برشی صرف‌نظر کنید . $\tau = \frac{c}{J}\sqrt{M_y^۲ + M_z^۲ + T^۲}$

$J = ۲I$

مثال پایین صفحه‌ی ۵۷ :

$xy: A_y + B_y = ۱۳٫۷۳۲۸$

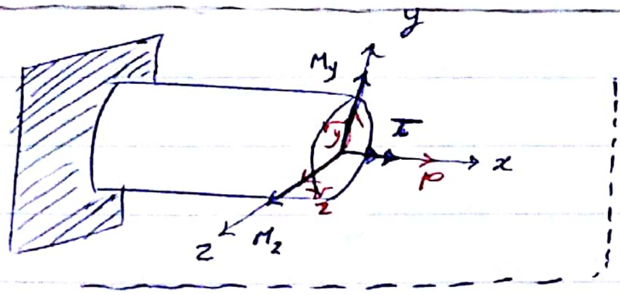
$\sum M_B = ۰ \longrightarrow A_y(۰٫۸) = ۱۳٫۷۳ \times ۰٫۲$

$M_z = ۰٫۹۳۲x - ۳٫۷۳\langle x - ۰٫۶\rangle$

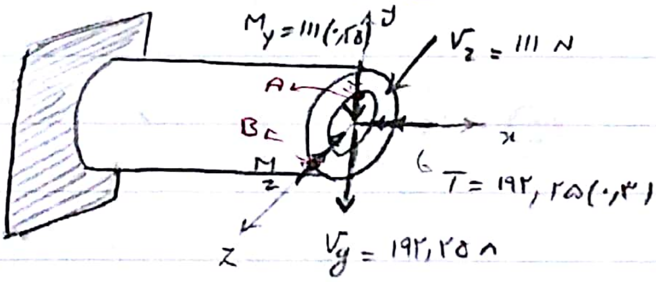
$yz: A_z + B_z = ۶٫۲۳ + ۲٫۴۹$

$\sum M_B = ۰ \longrightarrow A_z(۰٫۸) = ۶٫۲۳ \times (۰٫۶) + ۲٫۴۹ \times (۰٫۱۴)$

$M_y = ۴٫۱۲x - ۶٫۲۳\langle x - ۰٫۲\rangle - ۲٫۴۹\langle x - ۰٫۶\rangle$



نمونه سؤال امتحانی ص ۵۸ جزوه :



A: 

$T: \tau_{xz} = \frac{Tr_A}{J} = ۲٫۶۸\ MPa$

$M_y: \sigma_x = ۰$

$M_z: \sigma_x = \frac{M_z r_A}{I} = ۵٫۴۶\ MPa$

$V_y: \tau = ۰$

$V_z: \tau = \frac{V_z Q}{It} = ۰٫۲۶\ MPa$

$t = ۲(r_o - r_i)$

B: 

$T: \tau_{xy} = \frac{Tr_B}{J} = ۳٫۵۲\ MPa$

$M_y: \sigma_x = -\frac{M_y r_B}{I} = ۱٫۴\ MPa$

$M_z: \sigma_x = ۰$

$V_y: \tau = \frac{V_y Q}{It} = ۰٫۴۸\ MPa$

$t = ۲(r_o - r_i)$

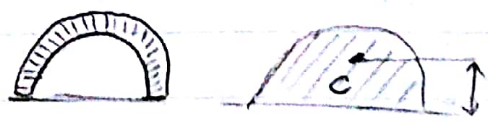
$Q = A\bar{y} = \frac{\pi}{۲} r_o^۲ \cdot \frac{۴r_o}{۳\pi} - \frac{\pi}{۲} r_i^۲ \times \frac{۴r_i}{۳\pi}$

$V_z: \tau = ۰$

$M_z = ۱۹۲٫۲۵ \times (۰٫۲۵)$

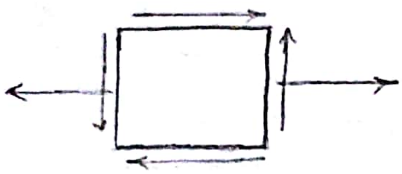
$I = \frac{۱}{۴}(\pi r_o^۴ - \pi r_i^۴)$

$J = ۲I$

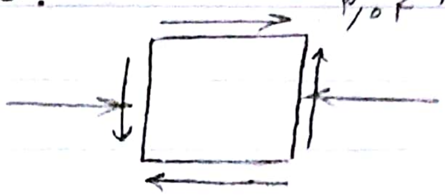


OZLIFT

A:

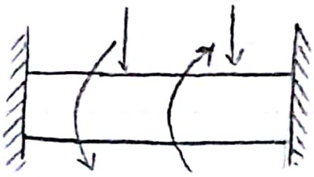


B:

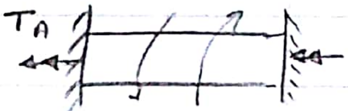


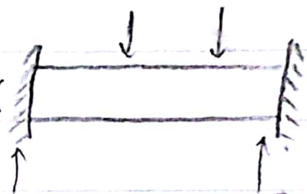
$$\sigma_{a,b} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

نمونه سؤال امتحانی صفحه ی ۶۰ جزوه :



$\equiv$





$T_A + T_B = 0$

$\varphi_{B/A} = 0$

$A_y + B_y = 2w \quad , \quad A_y = B_y = w$

$M_A = M_B$

$$EIy'' = M(x) = A_y x - w\langle x-a\rangle - M_A$$

$x=0 \rightarrow y=0$, $y'=0$ | $x = \frac{a+b}{2} \Rightarrow y'=0$