



دانشگاه آزاد اسلامی

واحد پرند

استاتیک

علیرضا مهران

گروه مهندسی عمران

تعاریف پایه:

مکانیک: علمی است که شرایط سکون یا حرکت اجسام تحت تأثیر نیروها را پیش بینی و توصیف می‌نماید.

زیر مجموعه‌های علم مکانیک:

(۱) مکانیک اجسام صلب

(۲) مکانیک اجسام تغییر شکل پذیر

(۳) مکانیک سیالات

مفاهیم بنیادی مکانیک:

الف) فضا ب) زمان ج) جرم د) نیرو

نکته: یک نیروی با بزرگی، نقطه اثر و جهتش مشخص می‌شود و آنرا با یک بردار نمایش می‌دهند.

قانون متوازی الاضلاع:

اصل انتقال پذیری:

استاتیک ذرات:

اهداف:

- (۱) تعیین بردار برآیند
- (۲) یافتن روابط میان نیروهای وارد بر یک ذره در حال تعادل
- (۳) استفاده از روابط فوق جهت تعیین نیروهای وارد بر ذره

مفهوم ذره:

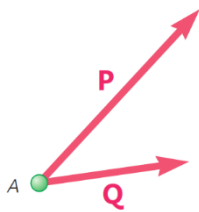
استاتیک ذرات در حالت دو بعدی:

همانگونه که گفته شد، یک نیرو با سه پارامتر مشخص می‌گردد: (۱) بزرگی، (۲) جهت و (۳) نقطه اثر

حال چنانچه بخواهیم نیروهای وارد بر یک ذره خاص را مورد بررسی قرار دهیم پارامترهای تعیین کننده نیرو عبارت خواهند بود از: (۱) بزرگی و (۲) جهت

خط اثر: خط راست و نامحدودی که نیرو در امتداد آن وارد می‌شود.

نیروی برآیند: دو نیروی P و Q را که به یک ذره (مانند A) وارد می‌شوند، می‌توان تبدیل به یک تک نیرو نموده که همان اثر را بر روی ذره داشته باشد. به این نیرو، برآیند نیروهای P و Q گفته می‌شود.



بردار ثابت:

بردار لغزان:

بردارهای برابر: دو بردار که بزرگی و راستای یکسان داشته باشند را بردارهای برابر می‌نامند.

بردار منفی:

جمع ۲ بردار:

الف) روش متوازی الاضلاع (قانون متوازی الاضلاع):

طبق این روش، مجموع دو بردار P و Q را می‌توان با اتصال آنها به نقطه‌ای مثل A و رسم متوازی الاضلاع نیروها بدست آورد، به طوری که P و Q دو ضلع مجاور این متوازی الاضلاع باشند. در این صورت، قطری که از نقطه A می‌گذرد، جمع برداری P و Q می‌باشد.

ب) روش مثلث (قاعده مثلث):

طبق این روش، مجموع دو بردار P و Q را می‌توان با رسم بردارهای فوق به صورت ابتدا به انتها بدست آورد.

تفاضل ۲ بردار:

خواص بردارها:

$$P+Q = Q+P$$

$$P+Q+S = (P+Q)+S = P+(Q+S)$$

(۱) خاصیت جابجایی:

(۲) خاصیت شرکت پذیری:

جمع بیش از دو بردار:

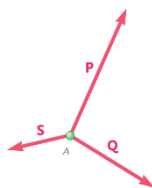
برای جمع سه بردار P ، Q و S ابتدا بردارهای P و Q را با یکدیگر جمع نموده و سپس با افزودن بردار S حاصل جمع نهایی بدست می‌آید.

ضرب عدد (اسکالر) در بردار:

حاصلضرب یک عدد صحیح n در بردار P به صورت یک بردار جدید تعریف می‌گردد. این بردار هم جهت با بردار P بوده و بزرگی‌اش n برابر بردار P می‌باشد.

بردارهای هم‌مس:

ذره A را در نظر بگیرید که نیروهایی مطابق شکل بر آن وارد می‌گردند. چون همه این نیروها بر نقطه A وارد می‌شوند به آنها نیروهای هم‌مس گفته می‌شود. مجموع این نیروها را می‌توان بصورت زیر نشان داد:

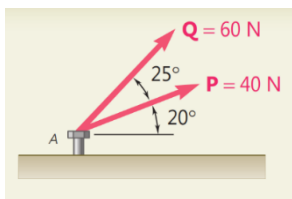


تجزیه یک نیرو:

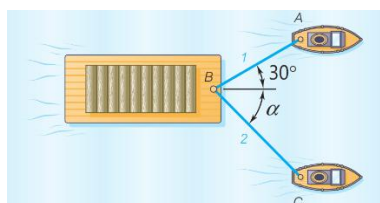
در بخش قبل مشاهده گردید که می‌توان دو یا چند نیروی وارد بر یک نقطه را به یک تک نیروی معادل تبدیل نمود. حال خواهیم دید که عکس این عمل نیز ممکن است. (یعنی می‌توان یک نیرو را به دو یا چند نیرو تبدیل نمود)

یادآوری روابط مثلثاتی مورد نیاز:

قانون سینوسها:

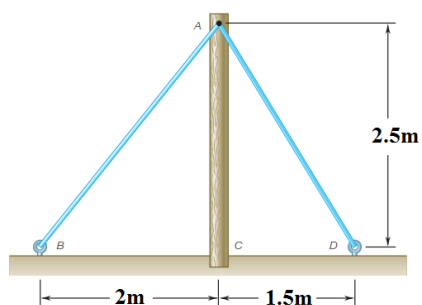


مثال:

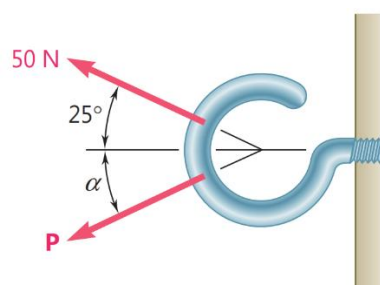


مثال:

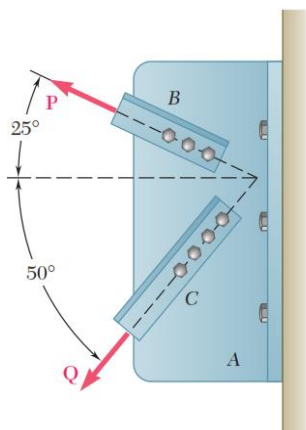
مثال :



مثال :

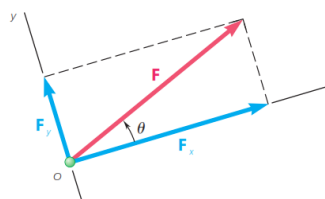
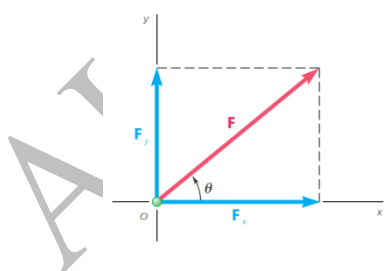


مثال:

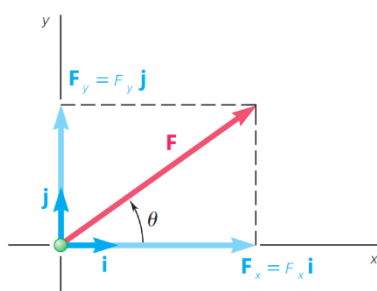


مولفه‌های قائم یک نیرو:

بردار F مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید. می‌توان این نیرو را به دو مولفه در جهت X و Y تجزیه نمود.



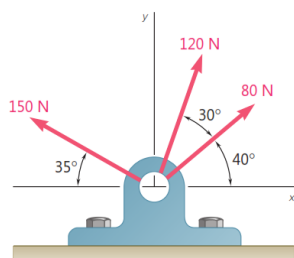
در این حالت می‌توان بردار F را بر حسب مولفه‌های قائم‌اش و به کمک بردارهای یکه بصورت زیر تعریف نمود:



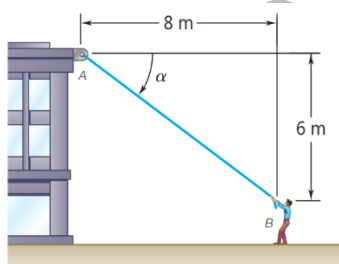
$$\mathbf{F}_x = F_x \mathbf{i} \quad \mathbf{F}_y = F_y \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$

با توجه به روابط مثلثاتی خواهیم داشت:

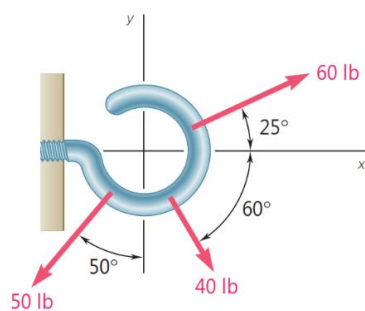


مثال:

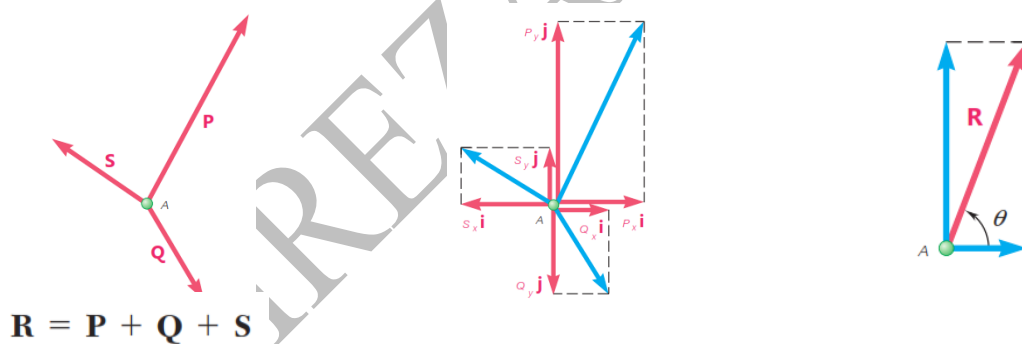


مثال:

مثال:



جمع بستن نیروها با استفاده از جمع بستن مولفه‌های x و y :



$$\mathbf{R} = \mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{S}$$

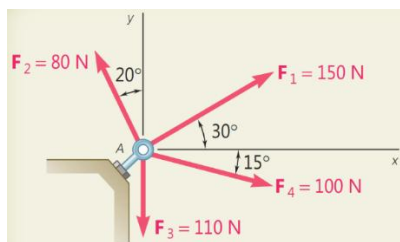
$$R_x \mathbf{i} + R_y \mathbf{j} = P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j} + Q_x \mathbf{i} + Q_y \mathbf{j} + S_x \mathbf{i} + S_y \mathbf{j}$$

$$= (P_x + Q_x + S_x) \mathbf{i} + (P_y + Q_y + S_y) \mathbf{j}$$

$$R_x = P_x + Q_x + S_x \quad R_y = P_y + Q_y + S_y$$

$$R_x = \Sigma F_x \quad R_y = \Sigma F_y$$

مثال:

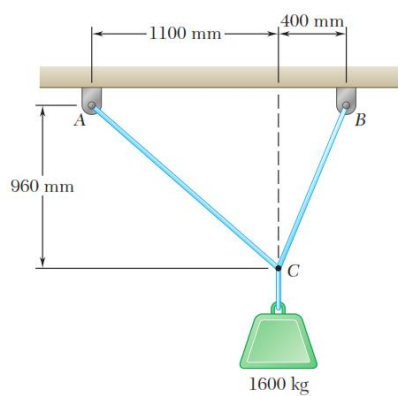


ALIREZA MEHRAN

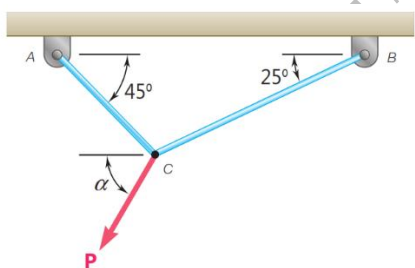
تبادل ذره:

یک ذره زمانی در حال تعادل است که برآیند تمام نیروهای وارد بر آن برابر با صفر باشد.

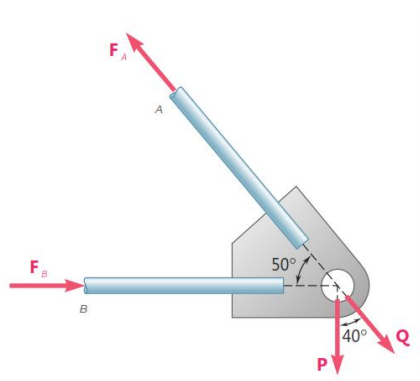
مثال:



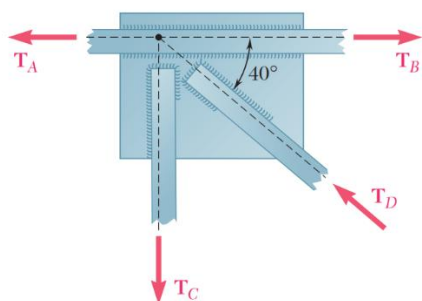
مثال:



مثال:

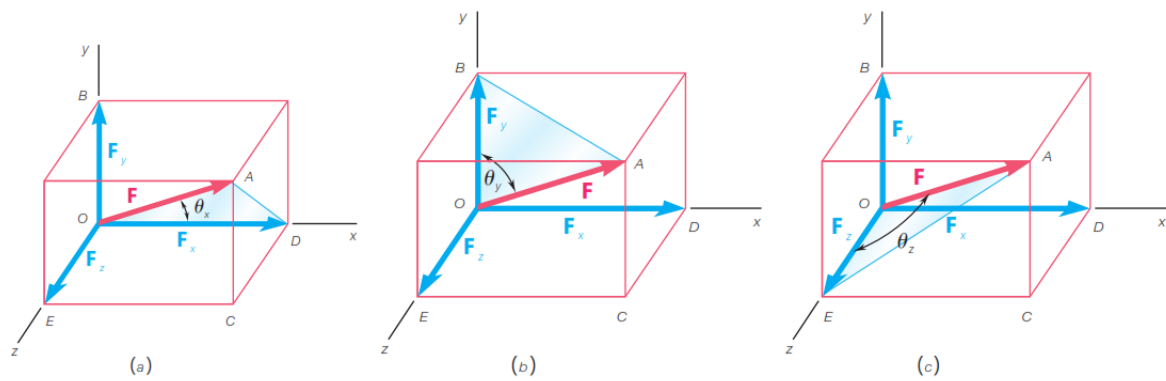
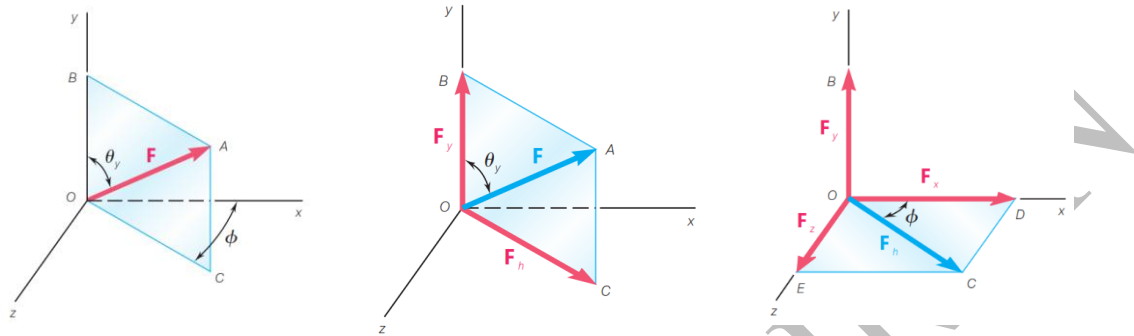


مثال:

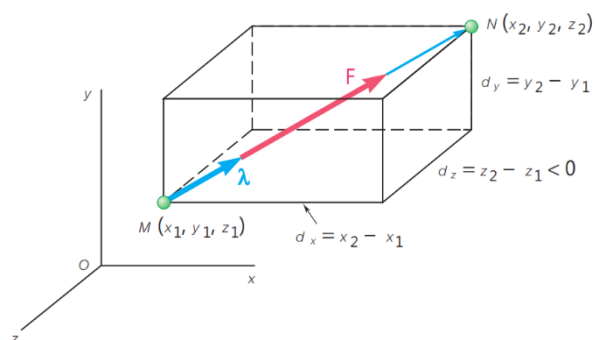


استاتیک ذرات در حالت سه بعدی (نیروها در فضا):

یک نیروی F در نظر بگیرید که به مبدأ مختصات وارد شده است. برای تعیین راستای F صفحه $OBAC$ را که شامل بردار F نیز می‌شود در نظر بگیرید. این صفحه از محور قائم y می‌گذرد و با صفحه xy زاویه ϕ تشکیل می‌دهد. در این حالت می‌توان چنین نوشت:



نکته: چنانچه راستای بردار F توسط مختصات ۲ نقطه همانند M و N مشخص گردد، ابتدا باید بردار MN را تشکیل داده و به صورت زیر عمل نمود:



جمع بستن نیروهای هم‌رس در فضا:

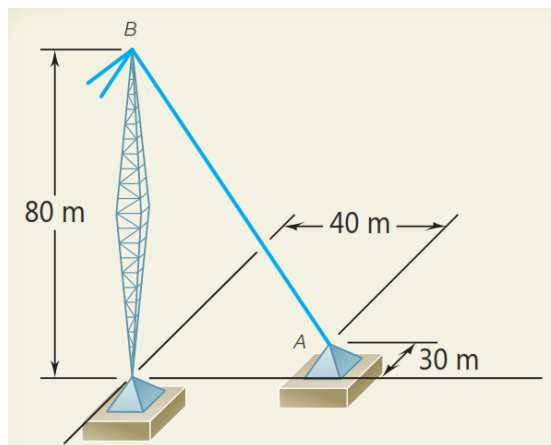
برآیند دو یا چند نیرو در فضا، با جمع بستن مؤلفه‌های آنها بدست می‌آید. در این حالت خواهیم داشت:

$$\mathbf{R} = \Sigma \mathbf{F}$$

$$\begin{aligned} R_x \mathbf{i} + R_y \mathbf{j} + R_z \mathbf{k} &= \Sigma (F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k}) \\ &= (\Sigma F_x) \mathbf{i} + (\Sigma F_y) \mathbf{j} + (\Sigma F_z) \mathbf{k} \end{aligned}$$

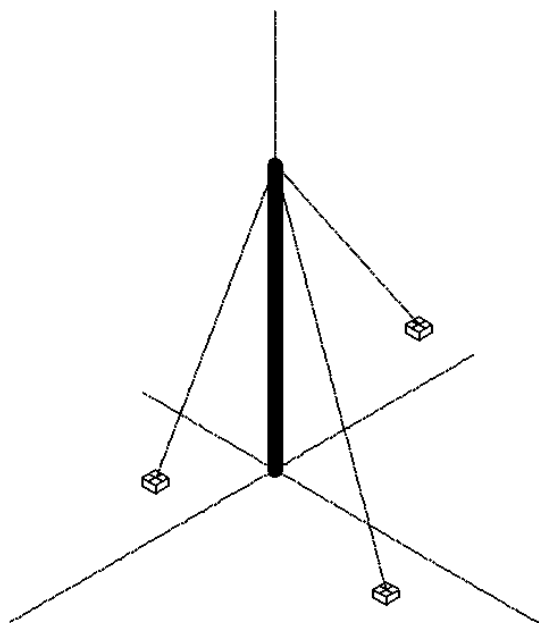
$$R_x = \Sigma F_x \quad R_y = \Sigma F_y \quad R_z = \Sigma F_z$$

مثال: ستون نشان داده شده توسط کابل AB مهار شده است. مولفه‌های نیروی وارد بر نقطه B را تعیین کنید و زاویه‌های آنها را بیابید.



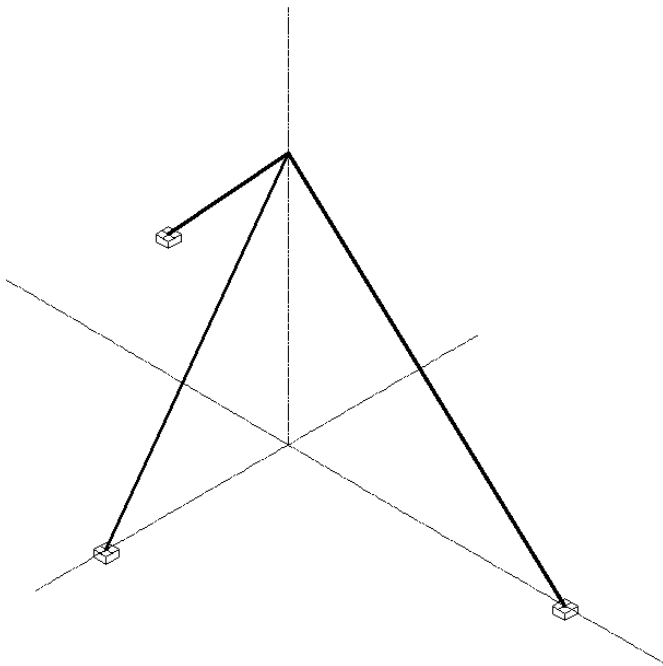
ALIREZA MEHRAN

مثال: ستون نشان داده شده در شکل زیر توسط سه کابل در نقطه B نگه داشته شده است. اگر کشش در کابل AB برابر با ۲۱۰۰ نیوتن باشد، مؤلفه‌های دیگر وارد به پیچ B را تعیین کنید.

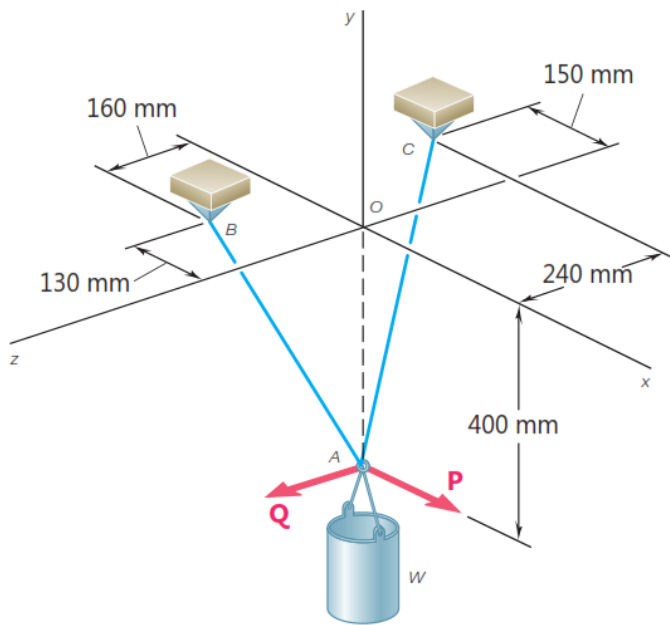


ALIREZA MEHRAN

مثال: میله‌های نشان داده شده در شکل زیر در نقاط B و C و D پیچ شده‌اند و نیروی P را تحمل می‌نمایند. اگر نیروها در اعضای AB و AC و AD در امتداد اعضا باشند و نیرو در عضو AB برابر با ۱۴۶ نیوتن باشد، بزرگی نیروی P را بدست آورید؟



ALIREZA MEHRAN



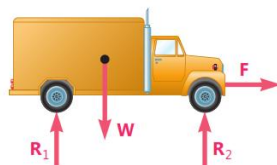
مثال: مخزنی به وزن w از نقطه A آویزان شده و توسط کابل BAC نگه داشته شده است. دو نیروی $P=P_i$ و $Q=Q_k$ برای برقراری تعادل به نقطه A اعمال گردیده‌اند. اگر $w=376\text{ N}$ باشد، مقادیر P و Q را تعیین نمایید. (کشش در هر دو کابل را یکسان فرض کنید)

استاتیک اجسام صلب

تعریف جسم صلب:

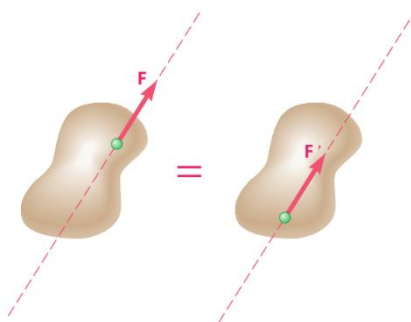
نیروهای وارد بر جسم صلب:

- نیروهای خارجی

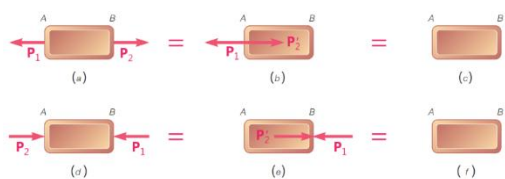


- نیروهای داخلی

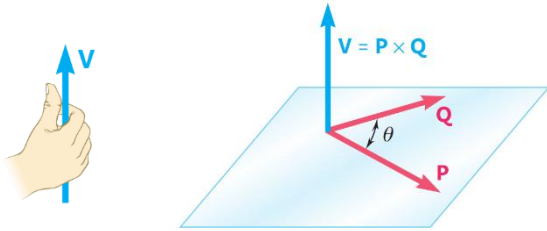
اصل قابلیت انتقال:



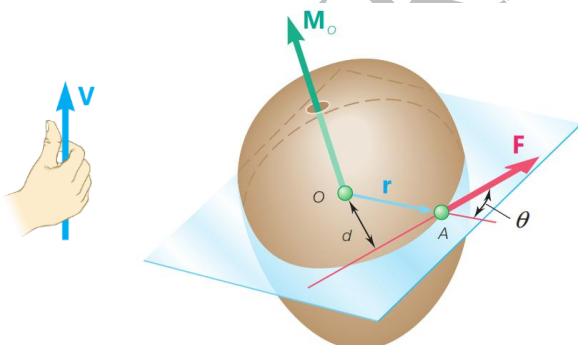
محدودیت‌های اصل قابلیت انتقال:



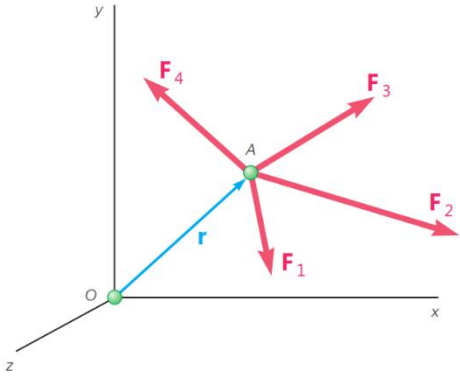
ضرب برداری ۲ بردار:



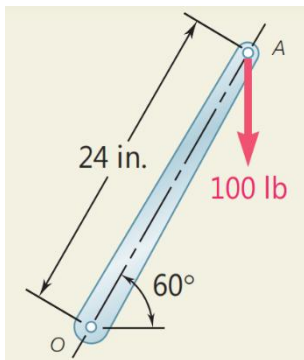
گشتاور یک نیرو حول یک نقطه:



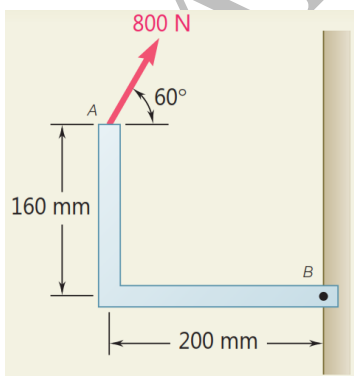
قضیه وارینون:



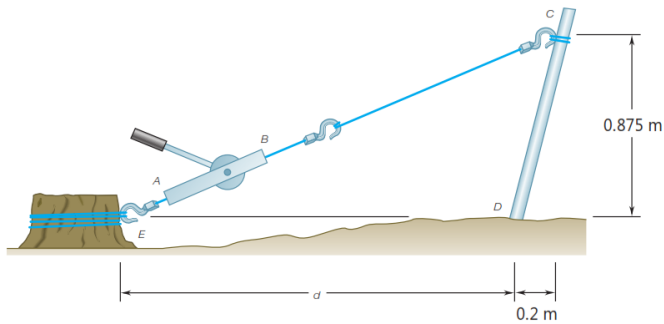
مثال: الف) در شکل نشان داده شده، گشتاور ایجاد شده در اثر نیروی ۱۰۰ پوندی حول نقطه O چقدر است؟ ب) به نقطه A چه مقدار نیروی افقی وارد شود تا همان گشتاور را حول نقطه O ایجاد کند؟



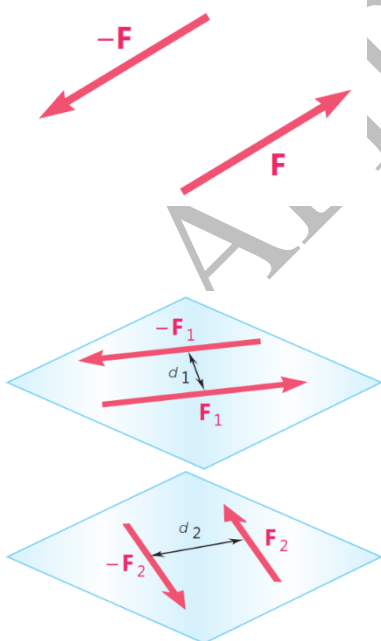
مثال: ب) گشتاور ایجاد شده در نقطه B چقدر است؟



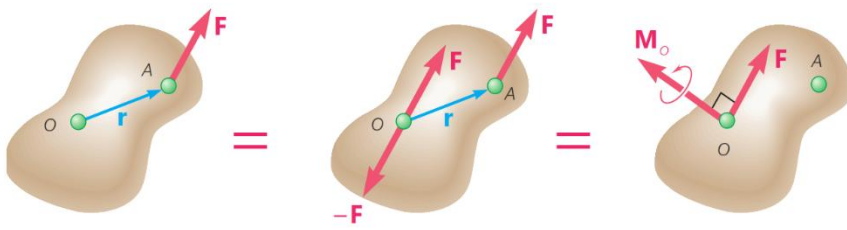
مثال: از قطعه AB جهت صاف نمودن یک تیر کج استفاده می‌شود. کشش در کابل BC برابر با 1040 نیوتن و طول و $d=1.9\text{m}$ می‌باشد. گشتاور حول D نیروی وارد از طرف کابل بر نقطه C چقدر است؟



گشتاور کوپل:

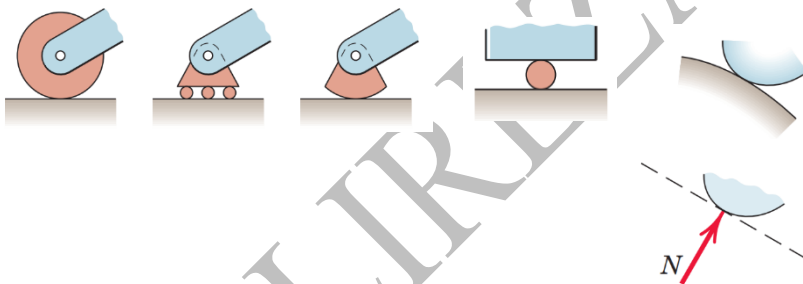


تجزیه یک نیروی معین به یک نیرو و یک گویل:

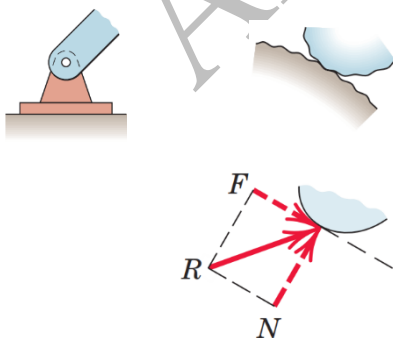


انواع تکیه گاه‌ها:

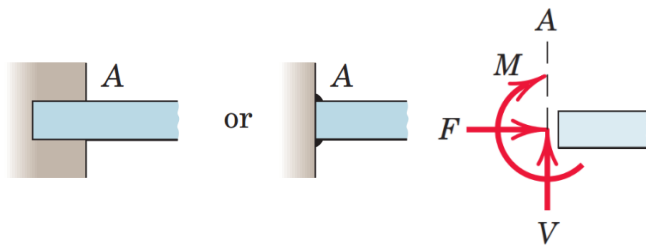
(۱) عکس العمل‌های معادل با یک نیروی با خط اثر معلوم:



(۲) عکس العمل‌های معادل با یک نیروی با راستا و بزرگی مجهول:



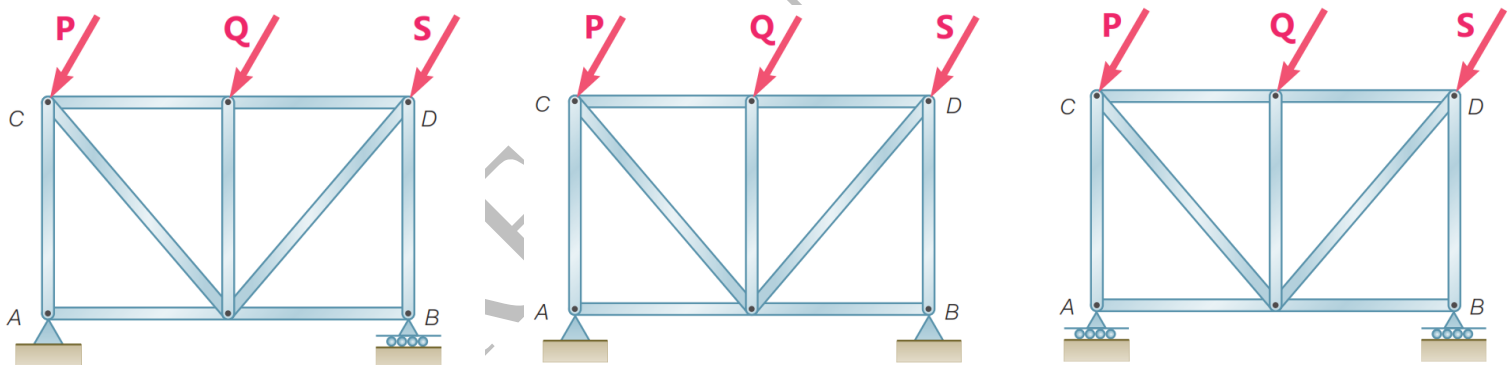
۳) عکس العمل‌های معادل با یک نیرو و یک کوپل:



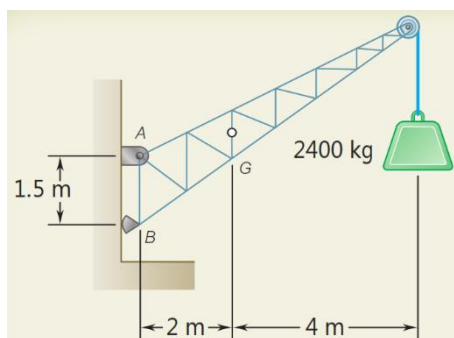
تعداد جسم صلب در حالت ۲ بعدی:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M_A = 0$$

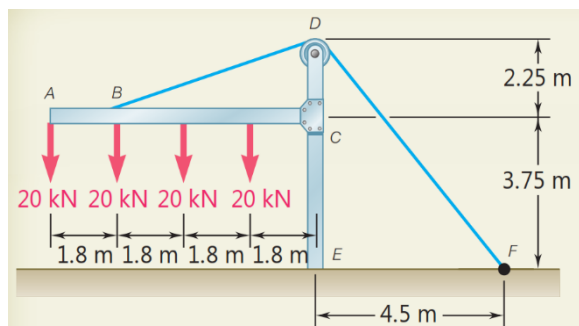
مثال:



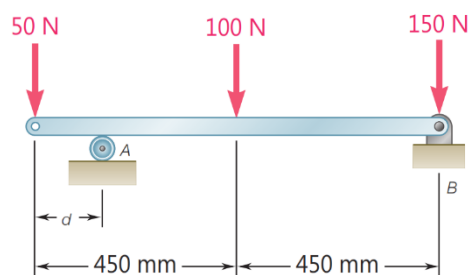
مثال:



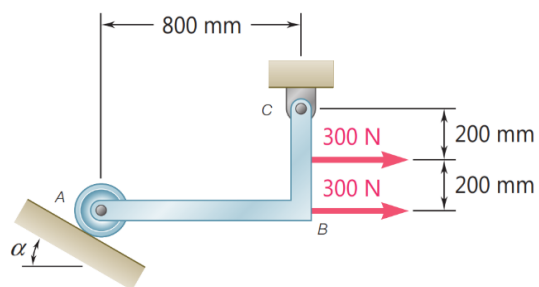
مثال:



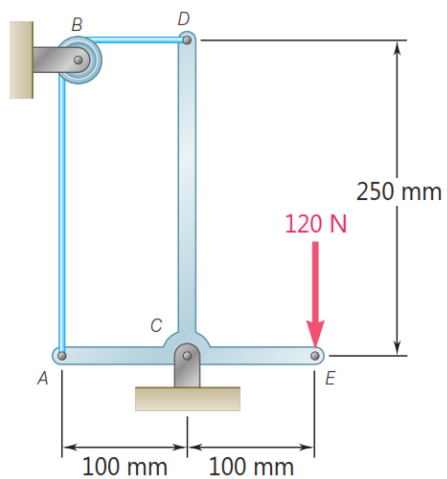
مثال:



مثال:



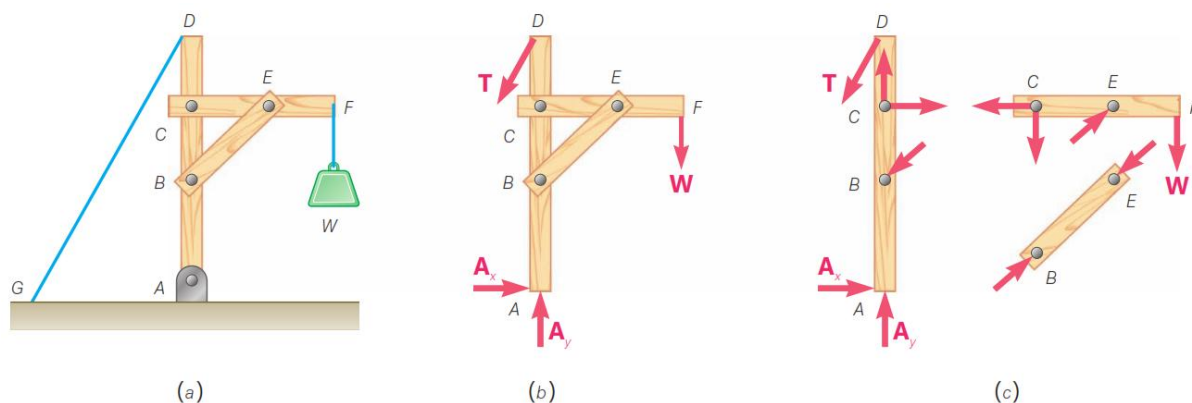
مثال:



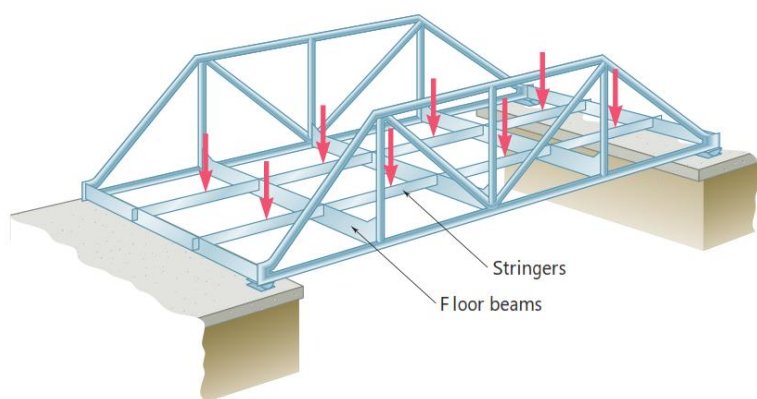
ALIREZA MEHRAN

تحلیل سازه‌ها:

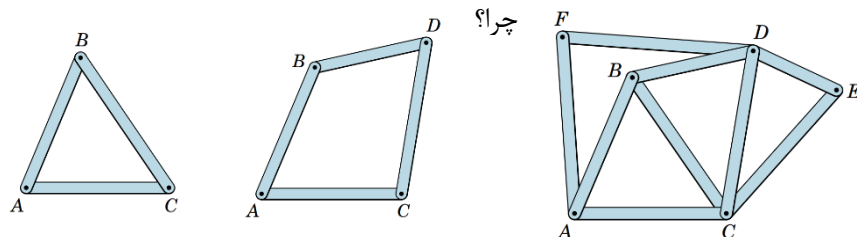
مفهوم نیروهای داخلی



خرپا

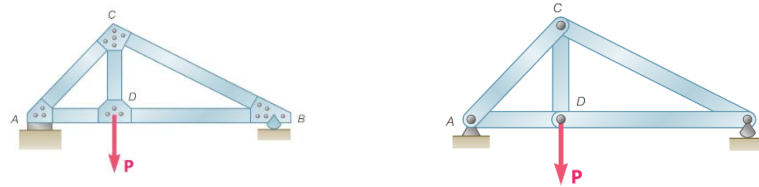


خرپا از مجموع اعضای تشکیل می‌شود که همگی در یک صفحه قرار داشته و ترکیب آنها یک شبکه مثلثی ایجاد نماید. در خریاها فرض می‌شود که اعضا در انتهای خود به اعضای دیگر بصورت مفصلی متصل شده‌اند (لولا شده‌اند). در نتیجه شکل مثلث، تنها شکل پایدار خواهد بود.

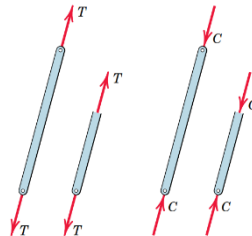


بنابراین می‌توان گفت هر خریا شامل اعضای مستقیمی است که در مفصلها به یکدیگر متصل شده‌اند.

نکته: عضوهای خرپا تنها از دو سر به یکدیگر متصل می‌شوند، بنابراین هیچ عضوی در مفصل ادامه پیدا نمی‌کند.

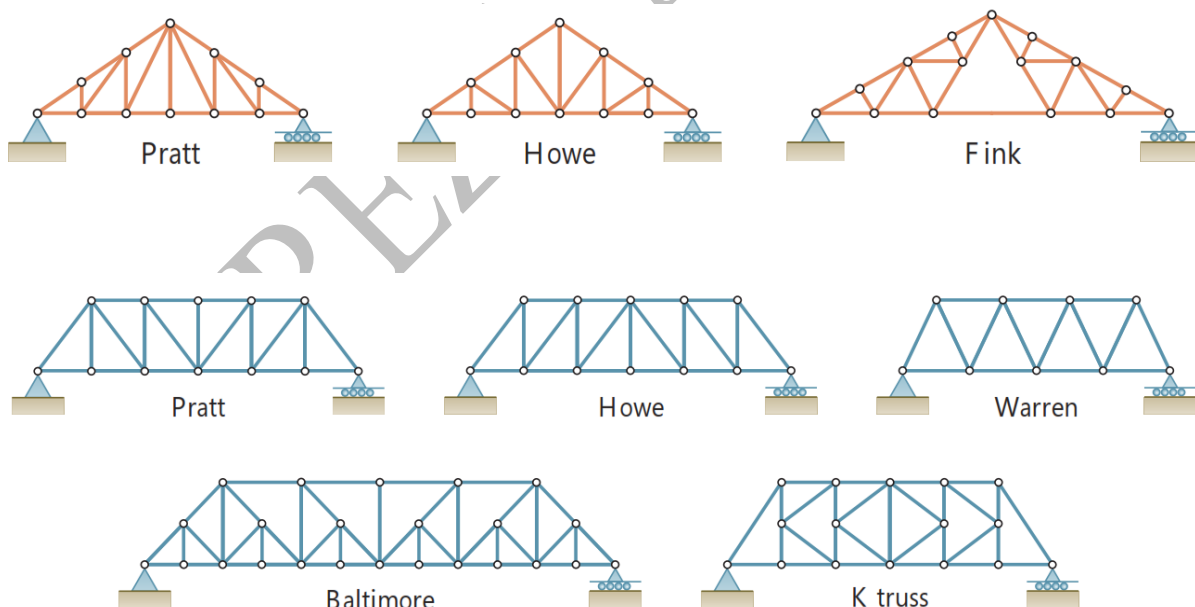


نکته: نیروهای وارد بر هر سر عضو خرپایی به یک تک نیرو خلاصه می‌شود و لنگری به آن وارد نمی‌گردد. بنابراین هر عضو را می‌توان به صورت یک عضو دو نیرویی در نظر گرفت.



نکته: البته خرپایهای پایدار متعددی وجود دارند که شامل شبکه‌های مثلثی نمی‌شوند، لیکن مطالعه دقیق آنها نشان می‌دهد که این سازه‌ها شامل گروه‌های مختلف مثلثی می‌باشند که به یکدیگر با قوانین معین مرتبط شده و تشکیل شکلهای غیر مثلثی پایدار را می‌دهند.

برخی از خرپایهای معمولی در شکل زیر نشان داده شده‌اند:

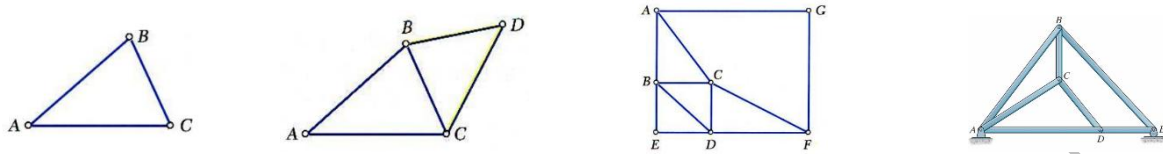


انواع خرپا

خرپاها از لحاظ نحوه تشکیل و آرایش میله‌ها به صورت زیر طبقه بندی می‌شوند:

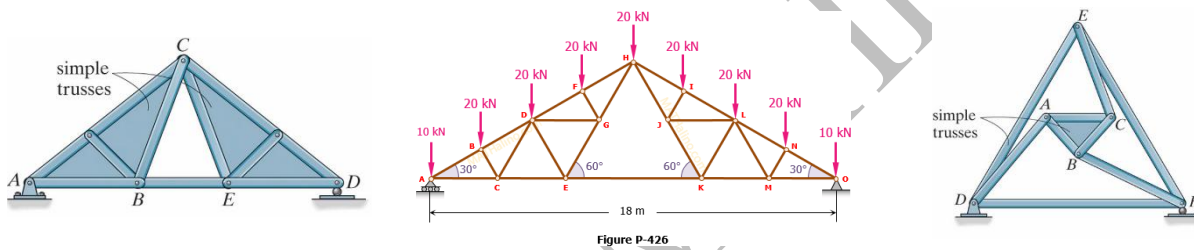
الف) خرپاهای ساده

خرپایی که با اضافه شدن یک مفصل و دو میله به خرپای پایه رشد می‌کند را خرپای ساده می‌گویند.



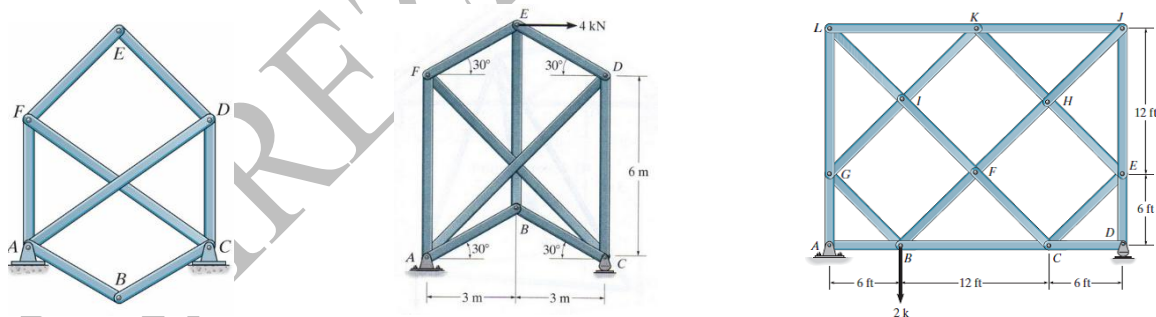
ب) خرپاهای مرکب

خرپایی است که از اتصال و ترکیب دو یا چند خرپای ساده ایجاد می‌گردد.



ج) خرپاهای مبهم

این دسته از خرپاها دارای مشخصات خرپای ساده و مرکب نبوده و جزء هیچکدام از دو گروه فوق نمی‌باشند.

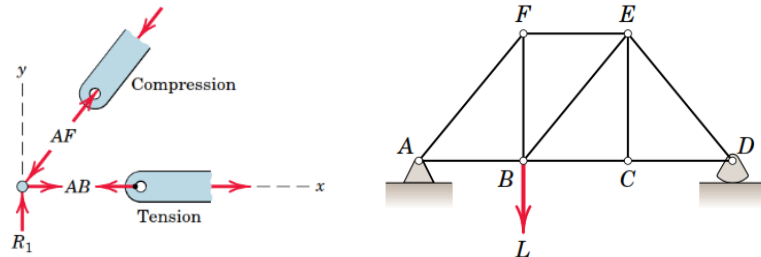


قرارداد نیروهای فشاری و کششی

روشهای تحلیل خرپا

الف) روش گره (مفصل)

در این روش یک گره از خرپا را جدا نموده و نیروهای مؤثر بر آنرا که در امتداد اعضا می‌باشند نشان می‌دهیم. از آنجایی که کل خرپا در وضع تعادل است بنابراین هر گره نیز باید در حال تعادل باشد. پس می‌توان چنین گفت که گره‌ای که نمودار آزاد آن رسم شده است، تحت تأثیر نیروهای مؤثر باید در حال تعادل باشد. در این حالت باید معادلات زیر در هر گره برقرار باشند:

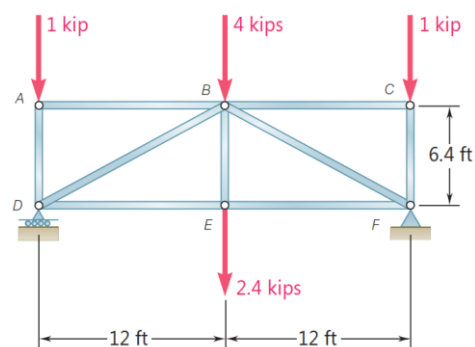
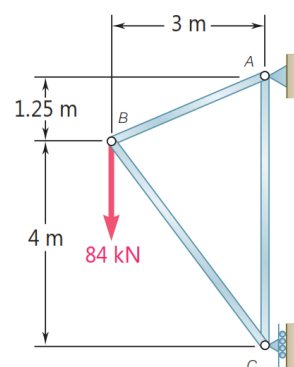


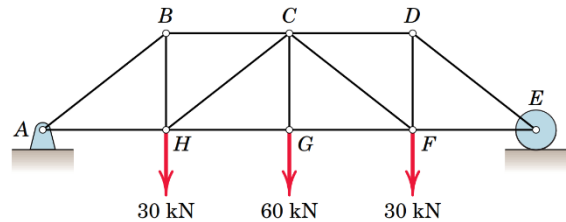
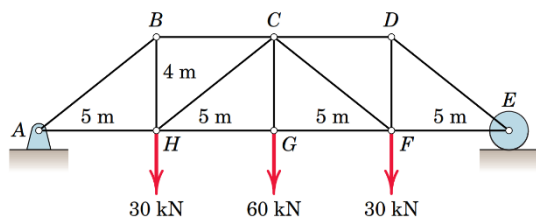
نکته: در محاسبه نیروهای مجهول یک جهت به صورت فرضی انتخاب می‌گردد. در انتهای محاسبات، چنانچه جواب بدست آمده مثبت باشد، یعنی جهت فرض شده صحیح بوده و چنانچه جواب بدست آمده منفی باشد، یعنی جهت فرض شده اشتباه است.

نکته اول اعضای صفر نیرویی:

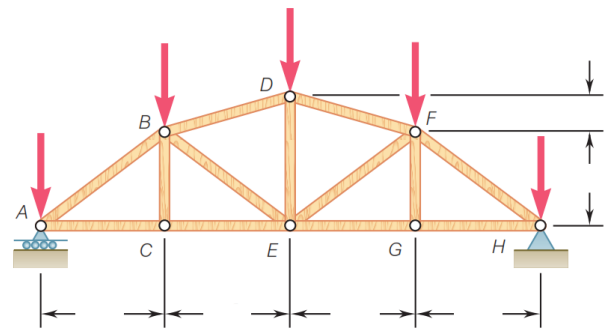
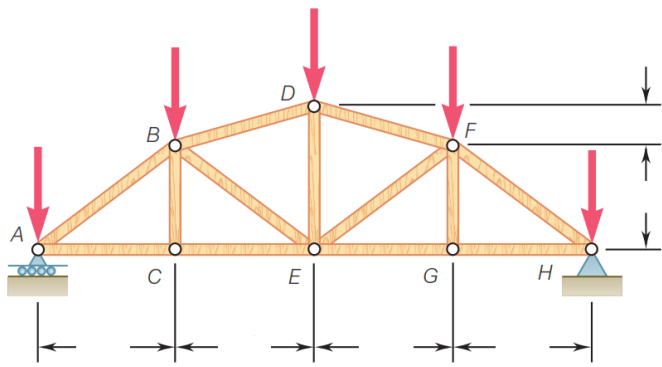
نکته دوم اعضای صفر نیرویی:

مثال: خریپاهای داده شده را به روش گره حل نمایید.

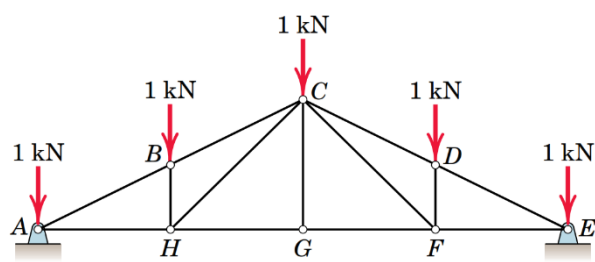
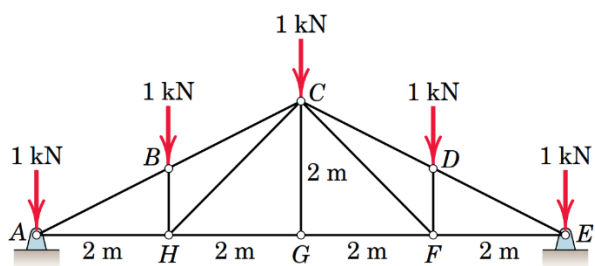




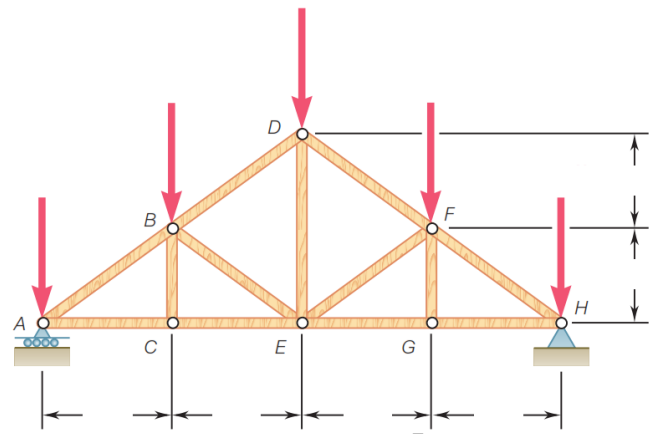
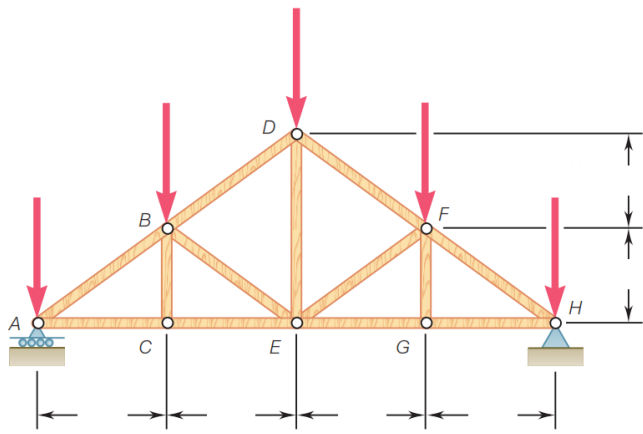
ALIREZA MEHRAN



ALIREZA MEHRAN



ALIREZA MEHRAN

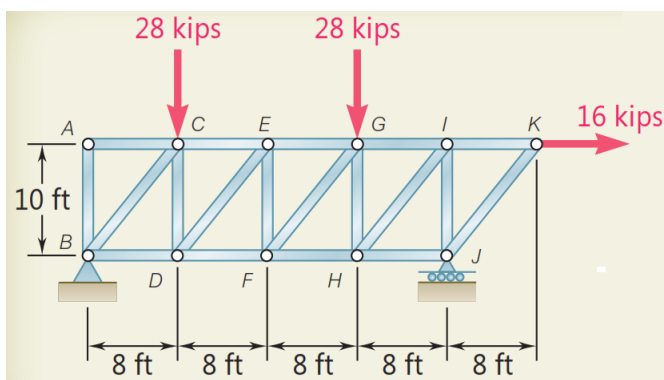
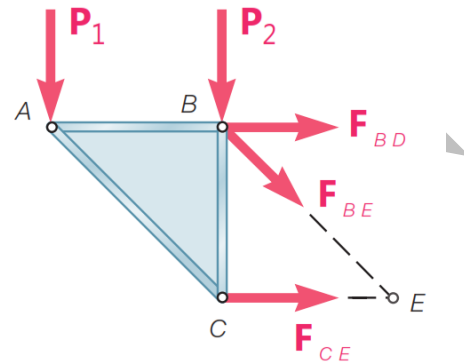
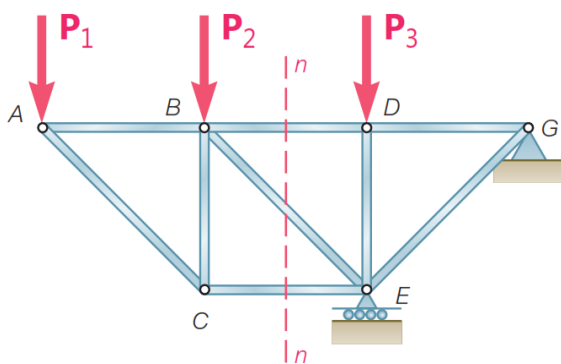


ALIREZA MEHRAN

ب) روش مقطع

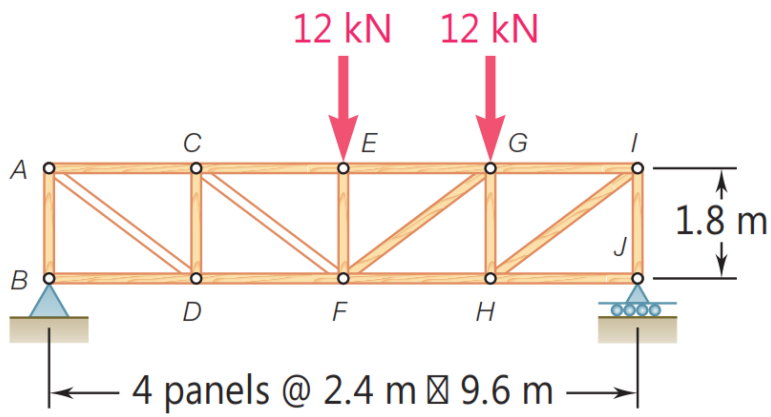
در این روش، قسمت بزرگتری از خرپا که متشکل از چندین عضو و گره است، به عنوان جسم آزاد انتخاب می‌گردد به طوری که شامل عضو مورد نظر جهت مطالعه باشد. چنانچه این بخش از خرپا به گونه‌ای انتخاب گردد که مجموعاً سه نیروی مجهول بر آن وارد شوند، نیروی عضو مورد نظر را می‌توان با حل معادلات تعادل برای این قسمت از خرپا بدست آورد.

بنابراین قسمتی از خرپا که مورد استفاده قرار می‌گیرد، با گذراندن یک مقطع مطلوب بدست می‌آید.

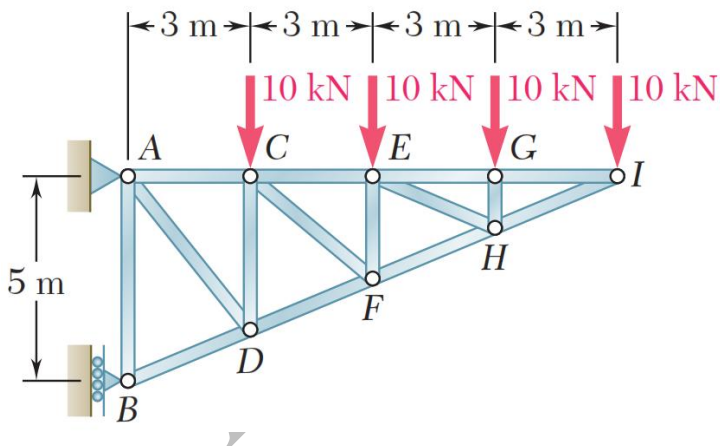


مثال: نیرو در عضو EF و GI چقدر است؟

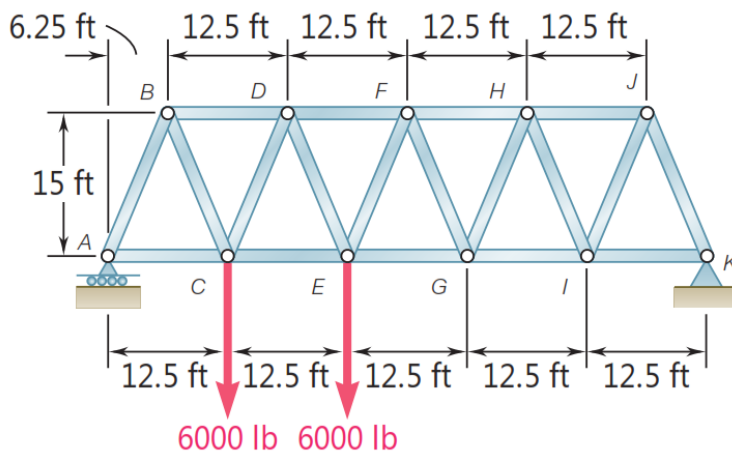
مثال: مطلوبست تعیین نیروی عضو CD و DF؟



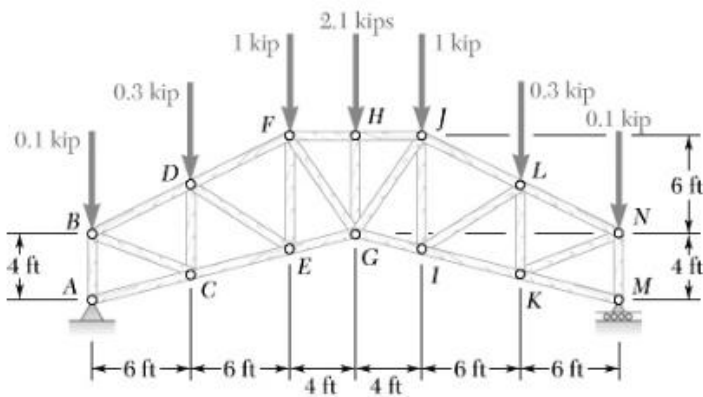
مثال: در خرپای داده شده مطلوبست تعیین نیرو در اعضای CE و EF؟



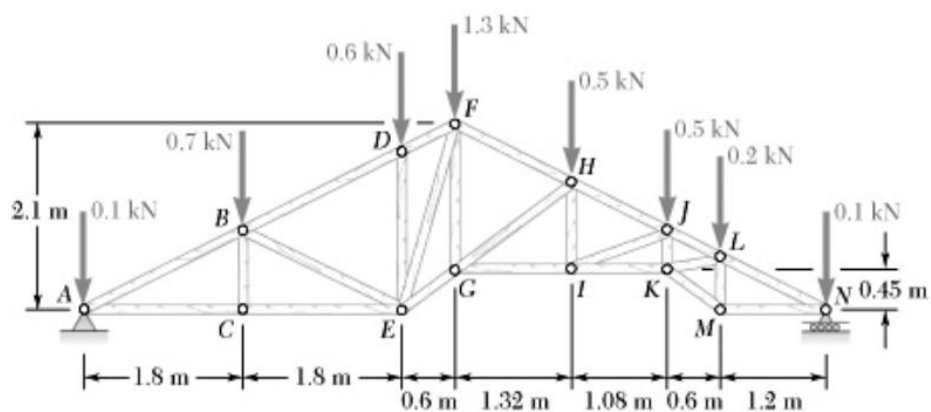
مثال: در خرپای داده شده نیروی اعضای CE، DE و DF را تعیین نمایید.



مثال: در خرپای مقابل نیرو در عضو FH و GJ و GI چقدر است:



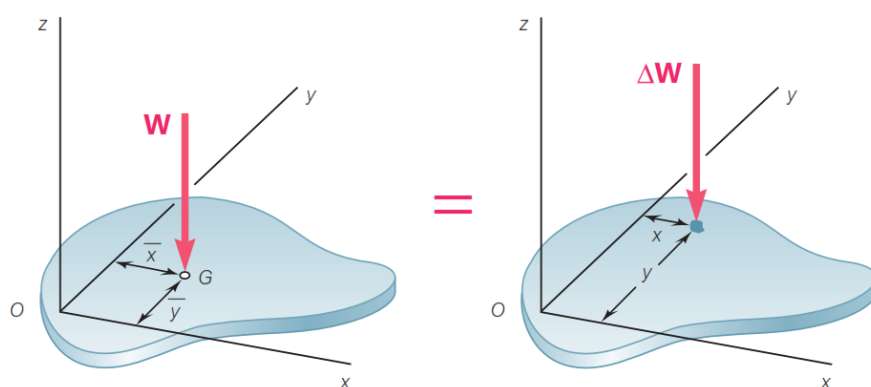
مثال: مطلوبست تعیین نیروی اعضای
BE, CE و DF؟



ALIREZA MEHRAN

نیروهای گسترده

می‌دانیم نیروی جاذبه وارد بر یک عضو، در حقیقت به تک تک ذرات تشکیل دهنده آن وارد می‌گردد. در نتیجه اثر زمین بر روی جسم صلب را باید با تعداد زیادی نیروهای کوچکتر نشان داد که در کل جسم توزیع شده‌اند. با این حال، خواهیم دید، می‌توان به جای همه این نیروهای کوچک، همان تک نیروی معادل W را به کار برد. این نیرو به نقطه‌ای به نام مرکز گرانی جسم وارد می‌گردد.



شکل مقابل را در نظر بگیرید. می‌توان این شکل را به Π جز کوچک تقسیم نماییم.

$$\Sigma M_y: \bar{x} W = \Sigma x \Delta W$$

$$\Sigma M_x: \bar{y} W = \Sigma y \Delta W$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Sigma F_z: W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \cdots + \Delta W_n$$

$$\Sigma M_y: \bar{x} W = x_1 \Delta W_1 + x_2 \Delta W_2 + \cdots + x_n \Delta W_n$$

$$\Sigma M_x: \bar{y} W = y_1 \Delta W_1 + y_2 \Delta W_2 + \cdots + y_n \Delta W_n$$

و در نتیجه روابط وزن و مختصات مرکز گرانی ورق مورد نظر به شکل زیر بدست می‌آیند:

$$W = \int dW \quad \bar{x} W = \int x dW \quad \bar{y} W = \int y dW$$

مرکز هندسی سطوح:

یک ورق تخت همگن با ضخامت یکنواخت در نظر بگیرید. وزن هر یک از جزیهای کوچک ورق را با ΔW نشان دهیم خواهیم داشت:

$$\Delta W = g t \Delta A$$

$$W = g t A$$

حال با جاگذاری ΔW و W در معادلات صفحه قبل و تقسیم نمودن طرفین معادله بر g معادلات زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned}\Sigma M_y: \quad \bar{x}A &= x_1 \Delta A_1 + x_2 \Delta A_2 + \cdots + x_n \Delta A_n \\ \Sigma M_x: \quad \bar{y}A &= y_1 \Delta A_1 + y_2 \Delta A_2 + \cdots + y_n \Delta A_n\end{aligned}$$

$$\bar{x}A = \int x dA \quad \bar{y}A = \int y dA$$

گشتاور اول سطح (ممان استاتیک):

$\int x dA$ انتگرال را گشتاور اول سطح A نسبت به محور y می نامند. به همین ترتیب $\int y dA$ انتگرال را گشتاور اول سطح A نسبت به محور x می نامند.

$$Q_y = \int x dA \quad Q_x = \int y dA$$

$$Q_y = \bar{x}A \quad Q_x = \bar{y}A$$

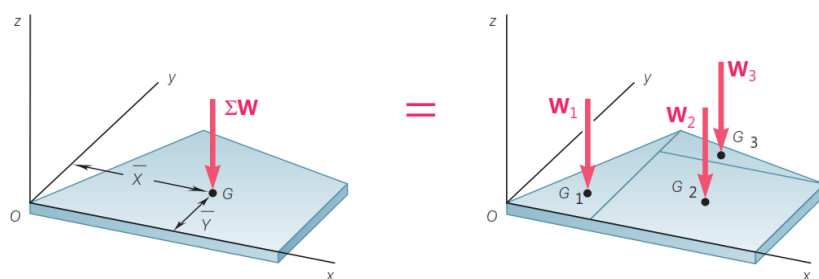
با مشاهده روابط فوق می توان چنین نتیجه گیری نمود که مختصات مرکز هندسی هر سطح را می توان از تقسیم گشتاورهای اول آن سطح بر خود سطح بدست آورد.

نکته: اگر مرکز هندسی یک سطح بر روی یکی از محورهای مختصات، قرار گرفته باشد، گشتاور اول آن سطح نسبت به آن محور صفر است و عکس آن نیز صادق می باشد

نکته: مرکز سطح برخی اشکال پر کاربرد بصورت زیر می باشند:

ورق‌های مرکب:

در بسیاری از مواقع می توان ورقها را به سطوح ساده تری از قییل مستطیل، مثلث و ... تقسیم نمود. در این حالت مختصات مرکز گرانی (مرکز سطح) را می توان از روی مختصات مرکز سطح این سطوح تعیین نمود. به این صورت که گشتاور وزن کل ورق حول محور Y را برابر با گشتاور وزنهای قسمتهای مختلف حول همان محور قرار دهیم. به همین ترتیب می توان برای محور دیگر نیز این عملیات را انجام داد:



$$\Sigma M_y: \bar{X} \Sigma W = \Sigma \bar{x} W$$

$$\Sigma M_x: \bar{Y} \Sigma W = \Sigma \bar{y} W$$

$$\Sigma M_y: \bar{X}(W_1 + W_2 + \dots + W_n) = \bar{x}_1 W_1 + \bar{x}_2 W_2 + \dots + \bar{x}_n W_n$$

$$\Sigma M_x: \bar{Y}(W_1 + W_2 + \dots + W_n) = \bar{y}_1 W_1 + \bar{y}_2 W_2 + \dots + \bar{y}_n W_n$$

$$\bar{X} \Sigma W = \Sigma \bar{x} W \quad \bar{Y} \Sigma W = \Sigma \bar{y} W$$

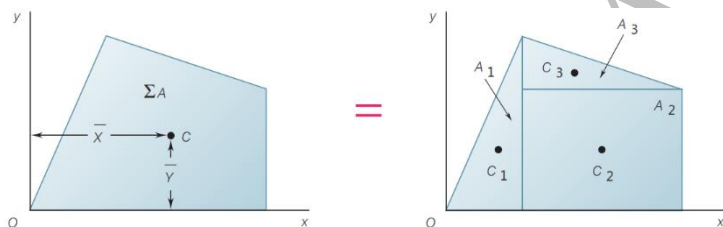
اول سطح نیز به شکل زیر بدست

همچنین در این حالت، گشتاور

می‌آید:

$$Q_y = \bar{X}(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = \bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2 + \dots + \bar{x}_n A_n$$

$$Q_x = \bar{Y}(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = \bar{y}_1 A_1 + \bar{y}_2 A_2 + \dots + \bar{y}_n A_n$$



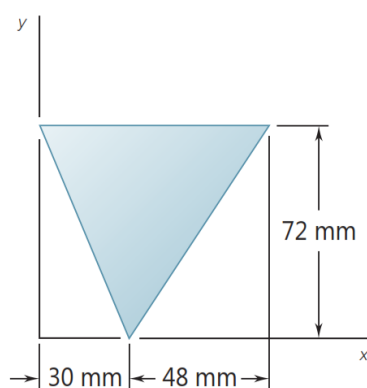
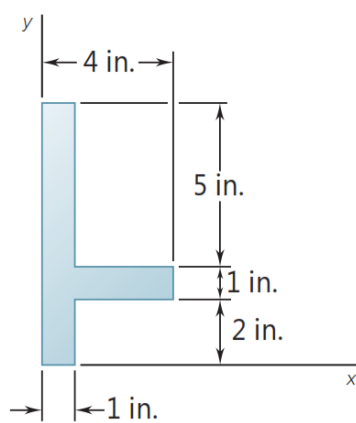
$$Q_y = \bar{X} \Sigma A = \Sigma \bar{x} A \quad Q_x = \bar{Y} \Sigma A = \Sigma \bar{y} A$$

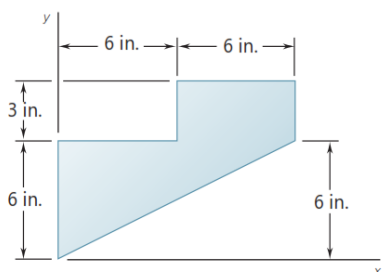
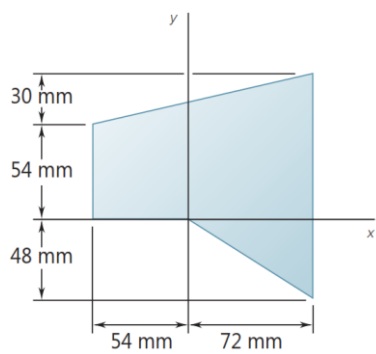
$$Q_y = \bar{X} \Sigma A = \Sigma \bar{x} A$$

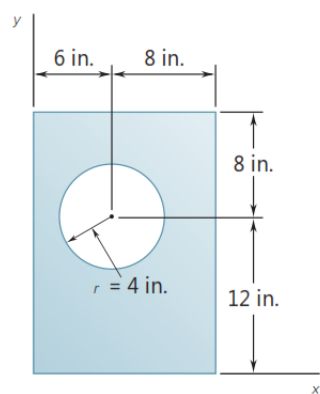
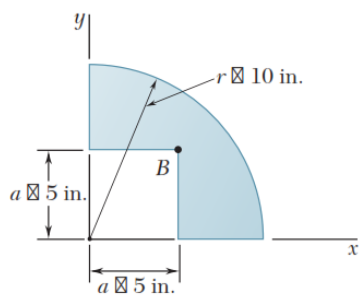
$$Q_x = \bar{Y} \Sigma A = \Sigma \bar{y} A$$

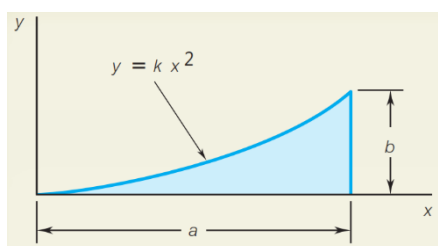
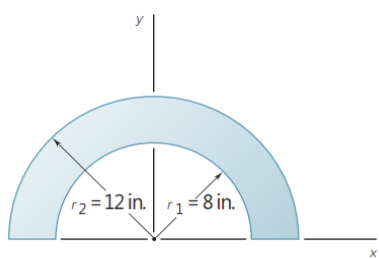
نکته: همانگونه که اشاره شد، می‌توان از معادلات گشتاور اول سطح نیز جهت تعیین مختصات مرکز سطح استفاده نمود.

مثال: مطلوبست تعیین مرکز سطح شکلهای نشان داده شده؟

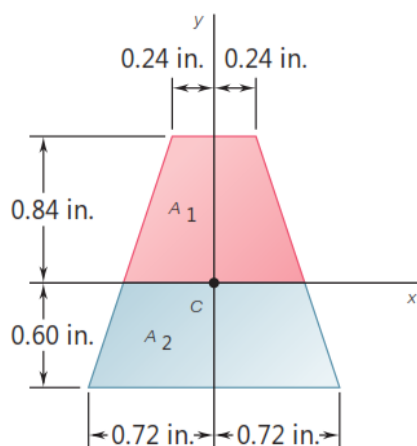


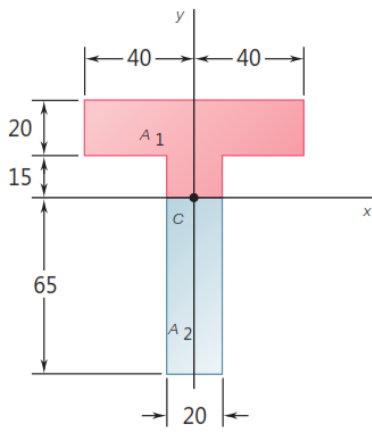






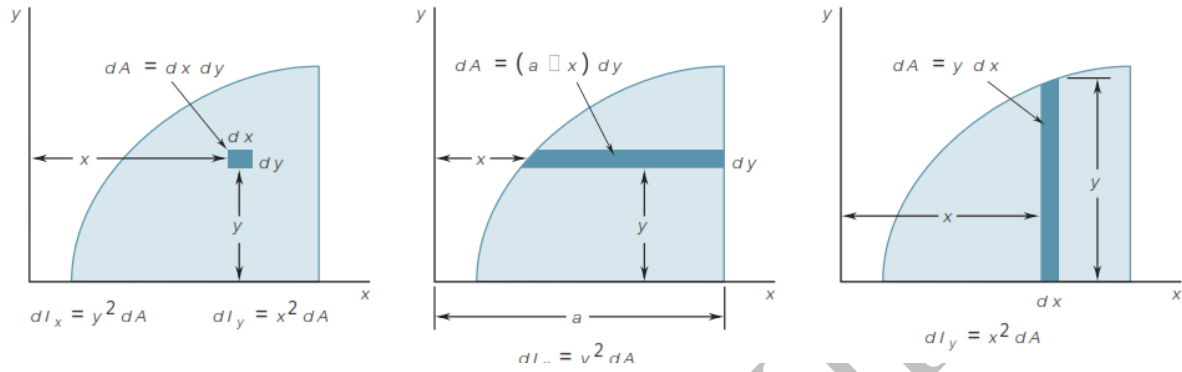
مثال: محور افقی X از مرکز هندسی سطح نشان داده شده می‌گذرد و آنرا به دو سطح کوچکتر تقسیم می‌کند. گشتاور اول هر سطح جزئی را نسبت به محور X بدست آورید.



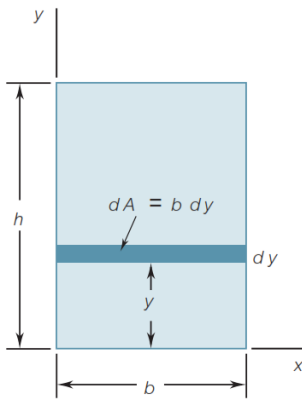


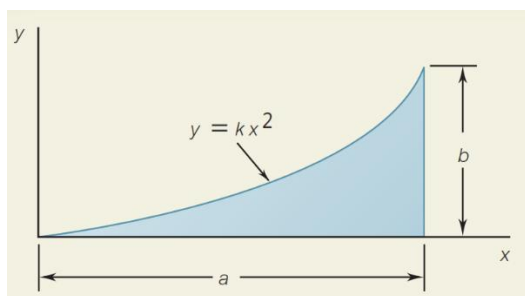
ALIREZA MEHRAN

محاسبہ ممان اینرسی (گشتاور دوم سطح):



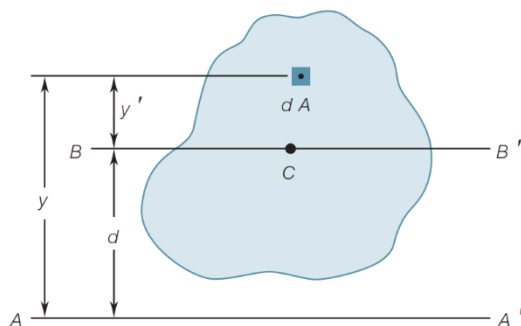
$$I_x = \int y^2 dA \quad I_y = \int x^2 dA$$





نکته: ممان اینرسی برخی اشکال پر کاربرد بصورت زیر می باشند:

ممان اینرسی قطبی و شعاع چرخش یک سطح:

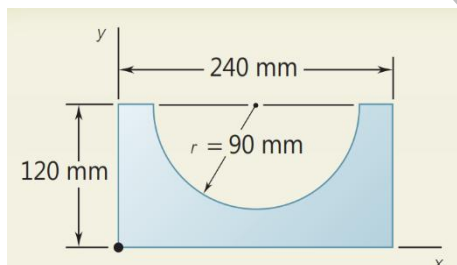
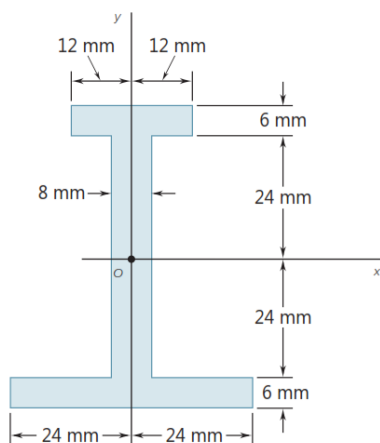


قضیه محورهاى موازى:

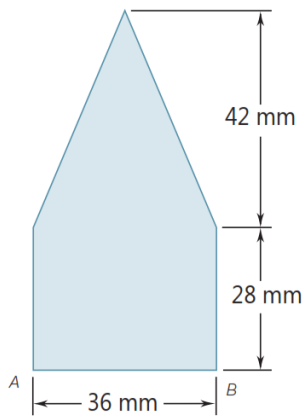
ممان اینرسی سطوح مرکب:

چنانچه سطح مورد نظر از چندین سطح تشکیل شده باشد، ممان اینرسی کل نسبت به یک محور معین با جمع بستن ممان اینرسی سطوح کوچکتر تشکیل دهنده شکل اصلی محاسبه می‌گردد.

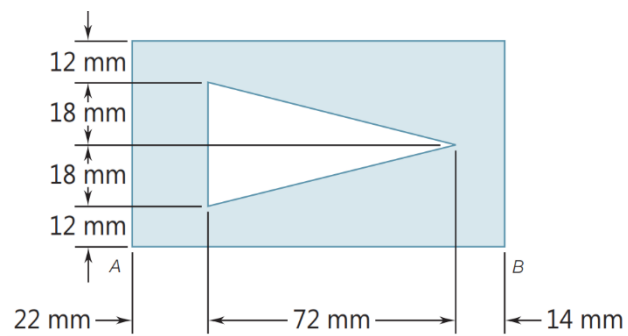
مثال: ممان اینرسی و شعاع ژیراسیون سطوح نشان داده شده را نسبت به محور X محاسبه نمایید.



مثال: ممان اینرسی سطوح نشان داده شده را نسبت به محورهای مرکز هندسی تعیین نمایید.



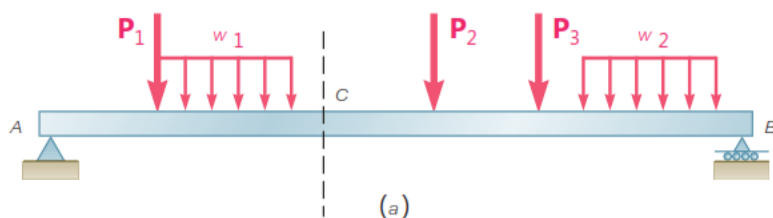
ALIREZA MEHRAN



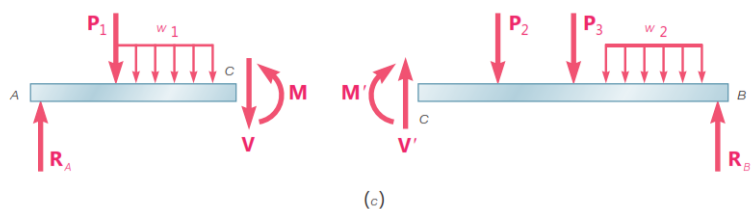
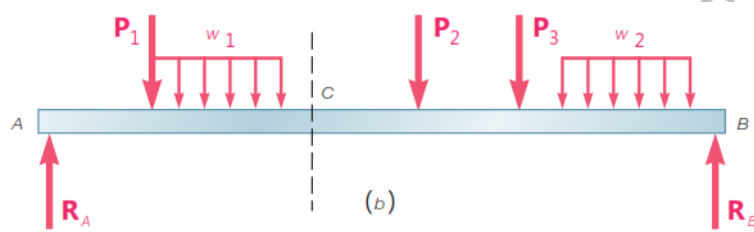
ALIREZA MEHRAN

تعیین نیروی برشی و لنگر خمشی در تیرها:

اولین گام در تعیین نیروهای داخلی یک تیر، تعیین عکس العملهای تکیه گاهی آن می باشد. بدین منظور روابط تعادل جسم صلب در صفحه را نوشته و مقادیر عکس العملها را تعیین می نماییم:

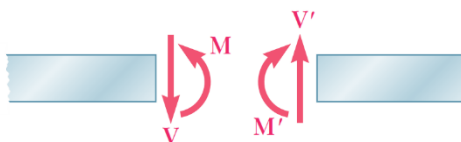


حال جهت تعیین نیروهای داخلی در یک نقطه مشخص مانند C، تیر مورد نظر را برش زده و نمودارهای جسم آزاد قسمتهای AC و CB را رسم می نماییم. نهایتاً با استفاده از یکی از این قطعات و مساوی صفر قرار دادن مجموع مؤلفه های عمودی وارد بر این قطعه مقدار V (برش) در نقطه C بدست می آید. به همین ترتیب گشتاور خمشی M در نقطه C نیز قابل محاسبه می باشد.



قرارداد علامت:

برش V و لنگر خمشی M را وقتی مثبت می گویند که مطابق شکل زیر باشند:

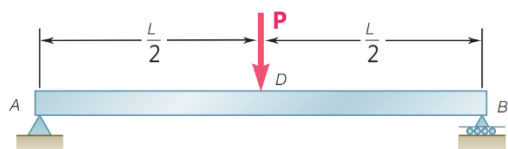


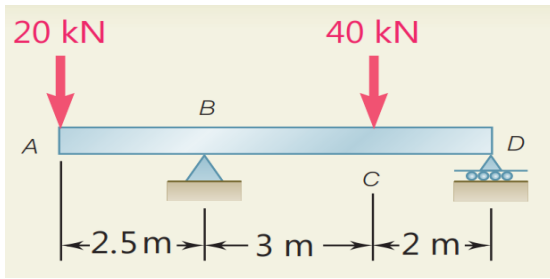
رسم نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی تیرها:

با رسم مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی به صورت تابعی از فاصله X از یک سر تیر، نمودارهایی حاصل می‌گردد که به آنها نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی تیر گفته می‌شود (دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی).

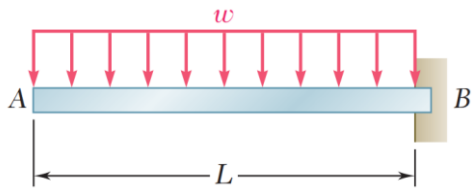
جهت رسم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی به مثالهای زیر توجه کنید.

مثال: نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی تیرهای نشان داده شده را رسم نمایید؟

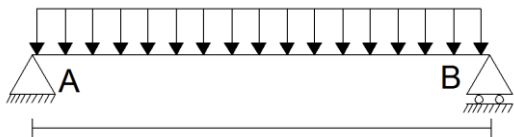




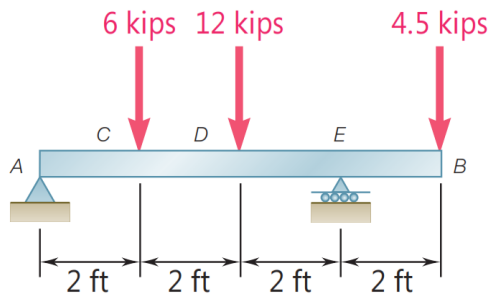
ALIREZA MEHRAN



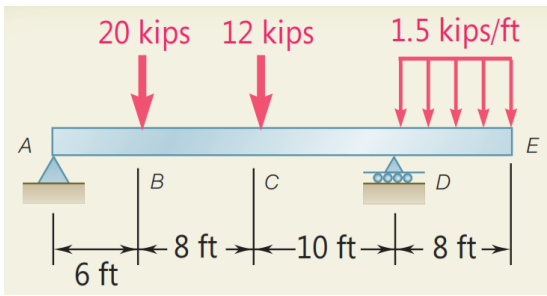
ALIREZA MEHRAN



ALIREZA MEHRAN



ALIREZA MEHRAN



ALIREZA MEHRAN

